

Die Mathematik im Instrumentarium der geologischen Erkundung nach GEORGIUS AGRICOLA (1494–1555)

Christian Schubert, Biederitz



Kurzfassung

Es werden die zahlreichen mathematischen Spezifika der geologischen Erkundung von Erzgängen vorgestellt, die sich vor allem in GEORGIUS AGRICOLAS erstmals 1556 veröffentlichten „De re metallica libri XII“ finden. Diese beziehen sich nicht nur auf solche Eigenschaften der Erzgänge, die – wie das Volumen, die mittlere Dichte und die mittleren Metallgehalte – als Parameter der Formel zur Reservenabschätzung mit „Zahl und Maß“ bedient werden müssen und die natürliche Struktur des Erzgangkörpers beschreiben. Sie betreffen auch Angaben zum Einfluss der Kosten der geologischen Erkundung, des Bergbaus (Gewinnung, Förderung sowie Aufbereitung der Erze) und der Verhüttung der Erze auf die Bauwürdigkeit der Erzgänge, die von den Ausmaßen der Grubenfelder und von der Kuxrechnung reflektiert werden. Die Erkenntnisleistung AGRICOLAS besteht darin, den inneren Zusammenhang dieser Faktoren aufgezeigt und die Mathematik dieses Zusammenhangs als Wahrheitskriterium des Erkundungsergebnisses deutlich gemacht zu haben.

1 Einleitung und Problemstellung

Die gegenwärtigen geologischen Forschungen zur Entwicklungsgeschichte der Erde zeigen immer eindringlicher, dass deren Umfang und Richtung der Sicherung des zukünftigen Bedarfs an mineralischen Rohstoffen geschuldet sind. Schon zu Zeiten von GEORGIUS AGRICOLA (1494–1555) hatte sich diese Aufgabe als eine ökonomisch bedingte und ebenso bestimmte erwiesen. Es ist AGRICOLAS umfassende Darstellung dieses Beziehungsgeflechts gewesen, die seinem Konzept der geologischen Erkundung auf Jahrhunderte die weltweite Wertschätzung und Befolgung seitens der **Praktiker** gesichert hat. Ungeachtet dessen scheint die Beurteilung des (geo-)wissenschaftlichen Werks AGRICOLAS bis heute weitgehend eine Domäne entweder der Kunst- und Kulturhistoriker oder der Ideengeschichtler geblieben zu sein. Auch die in ihrer historisch-komplexen Anlage vorzügliche und solcherart sicherlich einmalige Jubiläumsausstellung „GEORGIUS AGRICOLA – Bergwelten – 1494-1994“ (ERNSTING 1994) hat durchaus diesen Eindruck vermittelt. Im Zusammenhang damit haben die Vorstellungen AGRICOLAS, die geologische Erkundung von Erzgängen als Nutzenanwendung bzw. technologische Umsetzung geowissenschaftlicher Erkenntnis zu begreifen und sie diesem Verständnis gemäß zu organisieren und zu entwickeln, bislang nicht die ihnen wissenschaftshistorisch gebührende Würdigung gefunden. Gleiches trifft auf die Probierkunst zu. Die Probierkunst hat als eine historische Form der quantitativen anorganisch-chemischen Analyse – frei von aristotelianischen Gedankenspielen und Spekulationen – über Jahrhunderte den wissenschaftlich-technischen Fortschritt der Metallurgie bestimmt und, wie HAMMER (1994, 1999) überzeugend klarstellt, eine maßgebende Rolle bei der Einhaltung und Prüfung des Feingehalts der Münzgeldlegierungen gespielt. Schon GEORGIUS AGRICOLA misst der Probierkunst eine Schlüsselstellung sowohl bei der technologischen Optimierung des Verhüttungsprozesses, als auch bei der Bestimmung der Naturfaktoren der Bauwürdigkeit der Erzgänge zu. Die Probierkunst besitzt – und dieses sei nachdrücklichst unterstrichen – lediglich durch die gleichermaßen benutzten Reaktionsgefäße eine aufs Äußere beschränkte Gemeinsamkeit mit der spekulativen, technologisch nutzlosen „Chymia“ (= Alchemie des 15. und 16. Jahrhunderts). Überdies haben die Hinweise AGRICOLAS auf das Credo der Renaissance, wonach all das, was einer mathematischen Verallgemeinerung zugänglich ist, in der Praxis auch zweckmäßig realisiert werden kann, kaum Beachtung gefunden. Zur Überwindung dieses Versäumnisses liefert die jetzt erneuerte Wolfenbütteler Ausstellung „Maß, Zahl und Gewicht – Mathematik als Schlüssel zu Weltverständnis und Weltbeherrschung“ (FOLKERTS, KNOBLOCH & REICH 2001) einen ermutigenden Beitrag.

Vor allem in AGRICOLAS zuerst 1556 in Basel gedruckten „De re metallica libri XII“ finden sich zahlreiche mathematische Spezifika der geologischen Erkundung von Erzgängen, die die vorstehend skizzierte Problematik eindrucksvoll beleuchten. Sie sind es wert, auch im Sinne der von GUNTAU (1998) angemahnten neuen Orientierung der AGRICOLA-Forschung, einer näheren Betrachtung und ersten Analyse unterzogen zu werden. Die in diesem Zusammenhang angeführten Zitate folgen den 1958 und 1974 erschienenen Bänden IV und VIII der von HANS PRESCHER (1928–1996) besorgten AGRICOLA-Gedenkausgabe des Staatlichen Museums für Mineralogie und Geologie zu Dresden.

2 Res metallica - metallicus - geologische Erkundung

Im 15./16. Jahrhundert erweist sich die **res metallica**, welche das Auffinden von Erzgängen, die Gewinnung der Erze aus diesen und das Erschmelzen der in den Erzen enthaltenen (Edel-) Metalle beinhaltet, als wesentliche Voraussetzung für die umfassende Durchsetzung der Geldwirtschaft in Europa. Der **metallicus** ist gesamtheitlicher Repräsentant dieser drei Bereiche produktiver menschlicher Tätigkeit. Sie entsprechen der geologischen Erkundung, dem Bergbau und dem Hüttenwesen und sind durch mannigfaltige Überschneidungen in sachlicher und betriebswirtschaftlicher Hinsicht charakterisiert. So wird die geologische Erkundung weitgehend mit bergmännischen Mitteln betrieben. Auch erfordert das Abschätzen der Metallreserven einer Grube sowohl eine Art Probeabbau des Erzgangs, als auch das Vorhandensein einer dem Erztyp entsprechenden Verhüttungstechnologie. Aufgezogen wie eine Miniaturverhüttung dient das Probieren der Erze, d.h. die quantitative anorganisch-chemische Analyse ihrer Metallgehalte dem Erkennen des Erztyps. Mithin muss der **metallicus** in Zusammenhängen denken und handeln und darf – bei Strafe des ökonomischen Scheiterns – insbesondere die natürlichen Randbedingungen seiner Arbeit niemals außer Acht lassen. Alles dies ist der Gegenstand, dem sich AGRICOLA in seinen „De re metallica libri XII“ zuwendet.

Im Hinblick auf die geologische Erkundung verdienen nicht nur das Buch II mit der „Erörterung, wie man sie gewöhnlich über die Auffindung der Erzgänge anstellt“ und das Buch III mit dem Versuch einer Systematik „von den Gängen, Klüften und Gesteinsschichten“ gebührende Beachtung (PRESCHER 1971; GUNTAU 1980; GUNTAU & MATHÉ 1994). Eine solche kommt noch eher jenen Passagen der Bücher III, IV, V und VII zu, die sich auf die in „Zahl und Maß“ ausdrückbaren Eigenschaften der Erzgänge, ihre Struktur beziehen, welche als Parameter der Formel zur Abschätzung der Metallreserven in Erscheinung treten. Die in den genannten Büchern aufgeführten mathematischen Spezifika der **geologischen Erkundung** belegen, dass AGRICOLA gerade bei der Hebung der Bodenschätze engste Beziehungen zwischen Theorie und Praxis und in der Mathematik das notwendige und mögliche Mittel für die (modellhafte) Wahrheitsbeglaubigung der aufgefundenen Erzgänge gesehen hat. Diese noch heute zutiefst beeindruckende Einsicht steht am Beginn des Weges zur wissenschaftlich begründeten **spekulationsfreien** geologischen Erkundung.

3 Was ist geologische Erkundung?

Das **Objekt** der geologischen Erkundung sind die in der Erdkruste vorhandenen natürlichen Ansammlungen nutzbarer Minerale, deren Bildung und Verteilung/Erhaltung dem Wirken spezieller Naturgesetze folgt. Der Erforschung dieser Gesetzmäßigkeiten widmet sich die Lagerstättenlehre (früher Lagerstättenkunde). Die Ansprache eines natürlichen Minerals als nutzbar, etwa als Erzmineral ist vom Entwicklungsstand der Produktivkräfte abhängig. Auf Antimonit trifft dieses beispielsweise erst seit der Erfindung des Buchdrucks mit beweglichen Lettern durch GUTENBERG (1400–1468) zu, denn es hat sich bald erwiesen, dass Letternmetall zu 12 % aus Antimon bestehen muss.

Das **Ziel** der geologischen Erkundung besteht in der Entdeckung, d.h. im Auffinden oder Nachweis solcher natürlichen Ansammlungen nutzbarer Minerale, die sich auf bauwürdiger Lagerstätte befinden. Eine Lagerstätte ist dann bauwürdig, wenn sich die natürliche Ansammlung eines nutzbaren Minerals als Quelle eines mineralischen Rohstoffs zur Befriedigung eines bestimmten gesellschaftlichen Bedürfnisses erweist. Eine solche Quelle liegt vor, wenn die von geologischer Erkundung, Bergbau (einschließlich Aufbereitung) und Verhüttung zwecks Kostendeckung an die Erzqualität erhobenen Anforderungen (Konditionen) erfüllt werden.

Das **Ergebnis** der geologischen Erkundung sind die auf den bauwürdigen Lagerstätten verfügbaren Vorräte bzw. Reserven an mineralischem Rohstoff. Für die Planung des optimalen Abbaus (Gewinnung + Förderung) der Reserven ist es erforderlich, deren Höhe und Verteilung auf der Lagerstätte abzuschätzen. Zur Sicherstellung solcher Reservenabschätzungen dienen die im Jahre 1791 von A.G. WERNER (1749–1817) in seiner Abhandlung „Neue Theorie von der Entstehung der Gänge ...“ aufgestellten Vorschriften zur Dokumentation der die Struktur der natürlichen Mineralansammlungen betreffenden Daten. Wichtig ist, dass die Reservenabschätzungen nur eine komplexe statistische Information über die räumliche Ausdehnung und die stoffliche Zusammensetzung der Reserve liefern und nicht die Reserve selbst sind. Die Reserven werden mittels einer Formel abgeschätzt, die ein einfaches statisches mathematisches Modell der vorge-

The diagram illustrates a 3D perspective view of an ore body cross-section. Key features include:

- Streichen**: Strike, indicated by an arrow on the top surface.
- Fallen**: Dip, indicated by an arrow on the left side.
- α**: Dip angle, shown at two locations.
- m**: Thickness of the ore body.
- m'**: Thickness of the overlying layer.
- Dach**: Roof, the upper part of the ore body.
- Sohle**: Sole, the lower part of the ore body.
- Liegendes**: Lying, the right side of the ore body.
- Salzbänder**: Salt bands, located within the ore body.
- Hängendes**: Hanging, the left side of the ore body.
- M, g**: Mathematical model parameters, shown in the center.

Das mathematische Modell der Struktur des Erzgang-Körpers

$$R_H = V \cdot M \cdot g$$

R_H = Metallreserven des Gangkörpers [t]
 V = Volumen des Gangkörpers [m³]
 M = mittlerer Metallgehalt des Gangkörpers (kg·t⁻¹·%)
 g = mittlere Dichte des Gangkörpers (kg·m⁻³)

C.S.2000

Die vorstehend charakterisierte geologische Erkundung ist eine solche i.w.S., für die heute der Begriff geologische Untersuchung gebräuchlich ist. Diese wird entweder gegenstandsbezogen in Prospektion (= Suche) und Exploration (= Prüfung) oder wertschöpfungsbezogen in geologische Erkundung i.e.S. (= investigation, Einsatz der Erkundungstechnik) und geologische Erforschung (= research) gegliedert. Dabei befasst sich die geologische Erforschung mit

4 Eine wiedergeborene Wissenschaftsauffassung

Gleichwohl offenbart sich in dieser KANTSchen Sentenz eine Auffassung von Wissenschaft, die sich zumindestens bis PLATON (427–347 v.u.Z.) zurück verfolgen lässt und im 15./16. Jahrhundert wiederbelebt wird. Sie beruht auf drei Prinzipien:

1. Ein Sachverhalt hat als wahr zu gelten, wenn er sich mathematisch beschreiben lässt.

2. Das Gemeinwesen bestimmt die Zwecksetzung, das autarke Individuum die Substanz menschlicher Tätigkeit und damit auch des Forschens und
3. Ethik (im Sinne der Weltanschauung) und Wissenschaft existieren selbständig nebeneinander und sind inkompatibel.

Diesen Prinzipien folgen auch die Darlegungen AGRICOLAS zur **res metallica**. Die praktische Seite dieser Wissenschaftsauffassung lässt sich so umreißen: Wissenschaft ist das Vermögen des ganzheitlichen Menschen, die im Umgang mit der Natur gesammelten Erfahrungen (= Regeln) und Erkenntnisse (= Gesetze) gewerbefördernd, d.h. im weitesten Sinne gemeinnützig umzusetzen. Allerdings wird der in diesem Sinne definierte Begriff Technologie erst 1772 von J. BECKMANN (1739–1811) eingeführt. Bei dieser Umsetzung ist das dialektische Verhältnis zwischen Gemeinnutz und Eigennutz wirksam, welches aus dem alle Warenproduktion regelnden Wertgesetz resultiert. Die Rolle des Katalysators fällt der Mathematik insofern zu, als all das, was einer mathematischen Verallgemeinerung zugänglich ist, in der Praxis zweckmäßig realisiert werden kann. Das heutige blinde Vertrauen in die Regelfunktion des Marktes ist letztlich das Eingeständnis dafür, dass bislang kein mathematischer Algorithmus zur Beherrschung des Wertgesetzes gefunden werden konnte. Ansätze dazu, wie etwa das Modell des 1975er Nobelpreisträgers für Wirtschaftswissenschaften L. KANTOROWITSCH (1912–19..) sind rasch aus weltanschaulichen Gründen entweder als Sonderfall für eine substantielle Mangellwirtschaft diskreditiert oder einfach ignoriert worden.

Im 15./16. Jahrhundert bietet sich diese Problematik beispielsweise so dar: Die Errichtung eines Bauwerkes muss immer den Gesetzen der Statik und deren Randbedingungen genügen, ganz gleich, für wen dieses bestimmt ist. Es wäre töricht gewesen, würden Baumeister aus moralisch-weltanschaulicher Gegnerschaft zu dem einen oder anderen Auftraggeber beim Bau auf die Nutzung der Statik verzichten haben. Im übertragenen Sinne belegen dieses die folgenden Verse aus der Elegie des G. FABRICIUS (1516–1571) auf die „De re metallica libri XII“ (AGRICOLA 1974: 40):

„Sitzt auf dem Pferd auch der Räuber und fährt der Pirat auf dem Schiffe,
Ist drum zu töten das Pferd, darf man nicht bauen ein Boot?
Soll'n in der Tiefe der Erde verbleiben versteckt die Metalle?
Nur weil die böse Brut nicht gut sie zu nutzen versteht?“.

5 Mathematische Spezifika der geologischen Erkundung in AGRICOLAS „De re metallica libri XII“

Das Buch II enthält u.a. eine gegenstandsbezogene Gliederung der geologischen Erkundung. Zunächst beschreibt AGRICOLA als erste Stufe die Prospektion (= Suche) auf offenliegende und verdeckte Gänge mit nichtbergmännischen Mitteln. Solches geschieht durch Geländebegehung entweder, indem Gesteinsbeschaffenheit, Geländeform, Pflanzenbewuchs und Bodenaufbau visuell untersucht werden (S. 86 f) oder, indem die Wünschelrute zur Anwendung kommt (S. 88 f). Da die Wünschelrute zum Aufspüren physikalischer Kraftfelder benutzt wird, bedeutet ihre Anwendung – ohne darauf näher eingehen zu wollen – die umstrittene Vorwegnahme der indirekten Erfassung von der Erdoberfläche verdeckter Strukturen, wie sie die moderne Feldgeophysik betreibt (GUNTAU & MATHÉ 1994: 99; GUNTAU 1998: 8; URBAN 1998: 63). Darauf folgt als zweite Stufe die Exploration (= Prüfung), die das bergmännische Anlegen der Schurfgräben beinhaltet (S. 78 ff, S. 90 f), wobei Keilhaue, Eisen und Schlägel sowie Kratze und Schaufel die **Erkundungstechnik** repräsentieren (Buch V, S. 203 ff). Diesen Komplex hat AGRICOLA in seiner weitbekannten Abbildung 1 (S. 91) dargestellt, die u.a. auch URBAN (1998) wiedergibt. Ein Schurfgraben kann im Falle des Erfolgs bequem zu einer Fundgrube erweitert werden. Da der Erfolg quantifiziert werden muss, ist jeder Schurfgraben zugleich der Ort eines Probeabbaus des aufgefundenen Ganges, d.h. einer probeweisen Gewinnung + Förderung der Gangfüllung, also des mutmaßlichen Erzes. Die Quantifizierung geschieht „nach der Weite, der Zahl und dem Maße“ (G. FABRICIUS, Elegie, in AGRICOLA 1974: 41).

Die Kenntnis der Eigenschaften eines Erzganges, seiner Struktur, basiert auf Messungen und Wägungen. Dieses sind über- und untertägige geometrische Messungen am Gang selbst (Streichen und Fallen, Mächtigkeit) und das Auswiegen der festen Reaktionsglieder des Probiervorgangs nebst den nachfolgenden Rechnungen, die sich auf Proben der Gangfüllung bzw. des Haufwerks beziehen (Metallgehalte, Dichte). Ohne die mathematisch-statistische Verallgemeinerung der Messergebnisse im Hinblick auf den (zukünftigen) Ertrag der Grube sind weder die Entwicklung des Erzganges für den Abbau (Aus- und Vorrichtung), noch dessen Abbau selbst ökonomisch sinnvoll durchführbar. Schurfgräben sind noch aus einem anderen Grund ein von AGRICOLA favorisiertes Erkundungsmittel: Bei entsprechender Bildung des **metallicus** (Buch I, S. 55) werden die in den Schurfgräben aufgedeckten natürlichen Gegebenheiten weniger zu Spekulationen Anlass geben und damit zur Einschränkung des finanziellen Risikos der Exploration beitragen.

5.1 Das Messen von Streichen und Fallen der Erzgänge

Streichen und Fallen sind geometrische Eigenschaften eines Ganges, die über größere Entfernungen aushalten und dabei in mehr oder weniger engen Grenzen schwanken. Daher schreibt AGRICOLA im Buch III: „Aber die **metallici** haben es nicht nötig, den ersten Ursprung der Gänge zu suchen, ..., sondern es genügt ihnen, irgendeinen Teil des Ganges gefunden und erkannt zu haben, wohin er streicht“ (S. 122, Hervorheb. C.S.).

Das Streichen ist eine Linie, die sich ergibt, wenn eine gedachte horizontale Ebene durch das Dach (= Oberseite) des Gangkörpers gelegt wird. Zum Messen des Streichens diente der von U. RÜLEIN (1465–1523) zwischen 1500 und 1518 aus einer Reisesonnenuhr entwickelte Bergkompass (PIPER 1955: 91, 190 f.). AGRICOLA beschreibt diesen und bildet seine Skala ab (S. 104, Abb. 13). Die Skala ist in zweimal zwölf, an der NS-Richtung orientierte Abschnitte, die sog. Stunden eingeteilt. Diese Stundeneinteilung findet sich bei den Gangbezeichnungen wieder: Stehender (Gang) mit 0°... 45° Streichen = Stunde 12 bis 3, Morgengang mit 45°... 90° Streichen = Stunde 3 bis 6, Spatgang mit 90°... 135° Streichen = Stunde 6 bis 9 und Flacher (Gang) mit 135°... 180° Streichen = Stunde 9 bis 12. Diese Bezeichnungen sind in den von C.H. MÜLLER (1823–1907) zusammengestellten Gangarten der erzgebirgischen Bergreviere überliefert. Der heutige Geologenkompass, ein Anlegekompass mit O-W-Vertauschung zum richtungsgenauen Ablesen des Streichens und einer Libelle zur Horizontierung der Anlegeplatte, geht auf den RÜLEINSCHEN Bergkompass zurück. Das Fallen oder Einfallen als zweite geometrische Eigenschaft eines Ganges ist der Winkel, welcher zwischen seinem Streichen und der senkrecht dazu verlaufenden Fließrichtung des Wassers gebildet wird; dieser liegt zwischen 0° und 90°. Dabei hat ein Schwebender (Gang) ein Fallen von mehr oder weniger 0° und ein Saigergang ein solches von mehr oder weniger 90°. Ein geneigter, gelegentlich auch als flach (einfallend) bezeichneter Gang fällt mit mehr oder weniger 45° ein. Heute wird das Fallen mit dem in den Geologenkompass integrierten Pendelklinometer gemessen.

5.2 Das Bestimmen der wahren Mächtigkeit der Erzgänge

Der Wunsch des **metallicus** ist, wie AGRICOLA im Buch II (S. 80) bemerkt, das Auffinden ausreichend mächtiger, nach der Tiefe aushaltender Gänge mit reicher Erzführung. Dabei geht es um die wahre Mächtigkeit, wie der senkrechte Abstand zwischen den Salbändern (=Rändern) des Ganges heißt. An der Erdoberfläche zeigen sich die Erzgang-Körper meistens in einem durch die Morphologie bedingten spitz- bzw. stumpfwinkligen Anschnitt (Böschungswinkel), der die scheinbare Mächtigkeit liefert. Diese scheinbare, ursächlich mit der Entstehung der Erzgänge in keinem Zusammenhang stehende Mächtigkeit ist stets größer als die wahre Mächtigkeit. Wird das Vorliegen einer scheinbaren, d.h. vom Anschnitt vorgetäuschten Mächtigkeit nicht erkannt und die scheinbare für die wahre Mächtigkeit genommen, werden die Berechnungen ein falsches, d.h. zu hohes Volumen des Erzgang-Körpers ergeben. Am besten ist dieses bei saigeren und schwebenden Gängen zu überblicken. Kompliziert wird die Situation, wenn sich ein irgendwie flach geartetes Einfallen des Gangkörpers mit dem Anschnitt überlagert, was allerdings der Normalfall ist. Daraus erhellt, dass die Bestimmung der wahren Mächtigkeit des Ganges die Kenntnis seines Streichens und Fallens voraussetzt.

In der Feldgeologie wird seit etwa 1920 ein Verfahren zur Bestimmung der Mächtigkeit einfallender Schichten angewandt (LAHEE 1952: 430), dessen Prinzip schon in der von AGRICOLA in Buch V (Abb. 66, S. 194) abgebildeten Setzwaaage zu erkennen ist. Benutzt wird dafür ein besonderer Geologenkompass mit einem Libellenklinometer und einer speziell konstruierten Visiereinrichtung (z.B. Nr. 370 COBRU von Breithaupt-Kassel). Erste Messungen der wahren Mächtigkeit des Erzganges sind im Schurfgraben möglich. Da ein solcher aber i.d.R. nicht tiefer als 80 cm ist, bringt erst die Aus- und Vorrichtung des Grubengebäudes die Voraussetzung für eine statistisch gesicherte Bestimmung der durchschnittlichen wahren Mächtigkeit. Diese ist letztlich ein Nebenprodukt markscheiderischer Messungen. „Der Markscheider“, so schreibt AGRICOLA im zweiten Teil des Buches V, „mißt nämlich entweder die noch nicht durchgängig gewordene Strecke zwischen Stollenmundloch und dem bis zu dieser Teufe niedergebrachten Schacht ... oder er bestimmt drinnen in den Stollen und Querschlägen die Begrenzung der Felder so, wie der Bergmeister oberhalb der Erde dieselben Felder begrenzt. Beide Verfahren beruhen auf der Dreiecksmessung“ (S. 176) mittels Schnüren. Durch die markscheiderischen Messungen wird nicht nur die räumliche Lage des Erzgang-Körpers, sondern auch seine wahre Mächtigkeit an zahlreichen Punkten innerhalb des gebauten Grubenfeldes festgestellt.

AGRICOLAS Abbildung 52 (S. 179) zeigt anschaulich, wie gemäß den Strahlen- und Ähnlichkeitssätzen von der Länge der messbaren auf die Länge der noch vorzutreibenden Grubenbaue geschlossen werden kann. Dieses Schlussmuster ist identisch mit dem Ansatz der von ADAM RIES (1492–1559) in seinen Rechenbüchern behandelten Regula de tri.

Um das Problem der wahren Mächtigkeit zu erfassen, ist es nur erforderlich, das Schema der AGRICOLASCHEN Abbildung um 45° gegen den Uhrzeigersinn zu drehen. Gemäß der **Regula de tri** kann sodann die wahre aus der scheinbaren Mächtigkeit berechnet werden. Dieses ist in Abb. 2 gezeigt. Als Nebenprodukt ergeben sich Ausdrücke für die Winkelfunktionen sin und cos.

5.3 Über das Ermitteln der Metallgehalte in den Erzgängen

AGRICOLA formuliert im Buch VII als grundsätzliche Aufgabe der Exploration, dass „die Teile des Ganges, die Erz enthalten, von denen getrennt werden, die keines aufweisen, und jene wiederum, in denen viel vorhanden ist, von denen, in denen wenig vorhanden ist ... oder wenn die Erze uns Anzeichen für ein Metall oder mehrere gegeben haben, ob viel oder wenig darin ist“ (S. 298). Die Lösung dieser Aufgabe erfolgt in drei Arbeitsschritten:

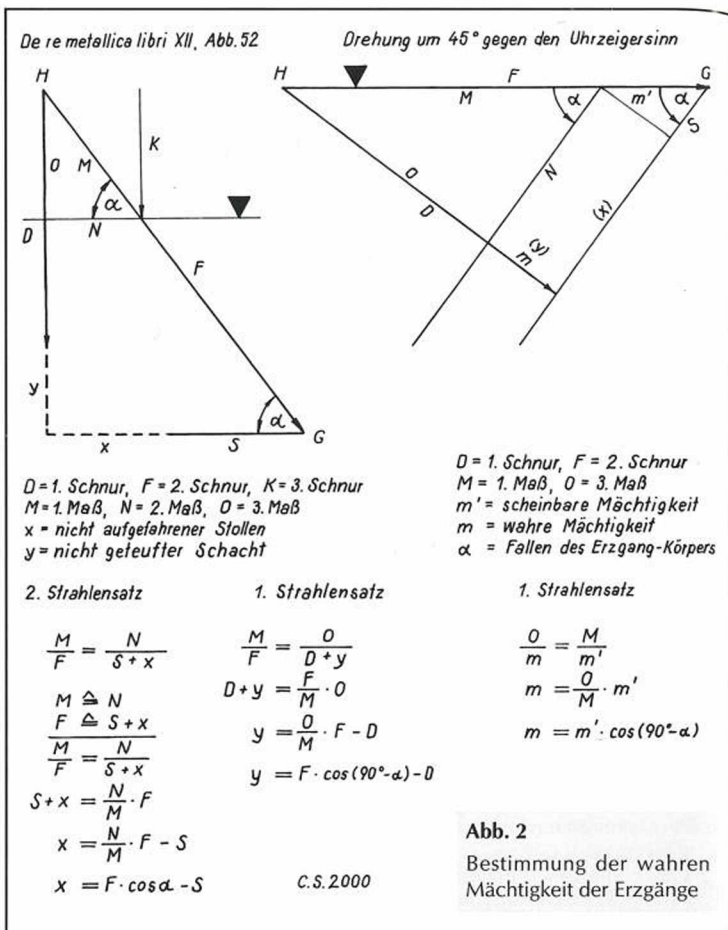
1. die Entnahme von Proben aus der Gangfüllung über die Länge und Teufe des zu prüfenden Ganges,
2. das **Probieren** der Proben, d.h. eine quantitative anorganisch-chemische Analyse ihrer Metallgehalte, und
3. die Berechnung der mittleren Metallgehalte der Gangfüllung im Bereich einer Fund- oder anderen Grube durch statistische Bearbeitung der Einzelanalysen.

Der mächtigste Gang (**vena**), dessen Streichen und Fallen auf weite Erstreckung nachgewiesen ist, verliert für den **metallicus** jegliches Interesse, wenn er nicht weiß, ob die Gangfüllung (**vena**) auch Erz (**vena, metallum**) führt und wieviel Metall (**metallum**) darin ist. Hier setzt die Kunst des Probierens der Gangfüllung (**venas experiri vel explorare**) an.

Bei Nachweis von Erzmineralien gilt noch heute die gesamte Gangfüllung als Erz, wobei zwischen Reicherz (= massiver Erzfall) und Armerz (= körniger Erzfall, d.h. Verwachsung der Erzminerale mit der Gangart) unterschieden wird. Im Buch VIII beschreibt AGRICOLA, wie die Armerze mittels Pochwerken, Mühlen und Herden zu Erzkonzentrat, dem sog. Schlich aufbereitet werden, der hinsichtlich seiner Verhüttungseigenschaften dem Reicherz entspricht. Diesen Zusammenhang hat AGRICOLA vor Augen, wenn er im Buch VII erläutert: „Das Probieren, das allein für die **metallici** von Nutzen ist, unterscheidet sich von dem Schmelzen (in der Hütte) lediglich durch die geringe Menge des Gutes (= aufgegebene Probe plus erforderliche Zuschläge); indem wir nämlich eine geringe Menge schmelzen, lernen wir, ob das Schmelzen einer großen Menge uns **Gewinn oder Schaden** bringen wird; wenn nämlich die **metallici** sich nicht mit Eifer auf das **Verfahren des Probierens** legen würden ..., würden sie die Metalle ... mitunter mit Schaden, bisweilen ohne jeden Nutzen ausschmelzen; denn probieren können wir mit ganz geringen Aufwendungen, schmelzen aber nur mit großen.“ (S. 298, Erg. u. Hervorheb. C.S.).

5.3.1 Probenahme und -bearbeitung

Die Aufgabe der Probenahme und -bearbeitung besteht darin, bezogen auf den dem Bergbau zugänglichen Teil des Erzgangkörpers, optimale Voraussetzungen für die Bestimmung statistisch gesicherter mittlerer Metallgehalte zu schaffen. Richtet sich die Probenahme nach der Art des Erzfalls und dem Aufschlussgrad des Erzgang-Körpers, so dient die Probearbeitung dazu, aus jeder genommenen Probe eine probierfähige, d.h. im Labor analysierbare Teilmenge zu



separieren. Die Probenahme erfolgt heute zwecks Gewährleistung der statistischen Sicherheit in regelmäßigen, von der Mächtigkeit des Erzganges abhängenden Abständen. Abgesehen von der Art des Erzfalls spielt es eine Rolle, ob der Erzgang oberflächennah in Schurfgräben bzw. Gruben i.e.S. oder in der Teufe zwischen einzelnen Strecken abgebaut wird. Es muss bedacht werden, dass der Bergbau zu AGRICOLAS Zeiten (und noch lange danach) durch die selektive Gewinnung der Gangfüllung von Salband zu Salband ohne Hereingewinnen von Nebengestein charakterisiert war, weswegen das Haufwerk als Erz eine visuelle Beurteilung der Erzminerale (= metallische Erze bei ERCKER) und der Minerale der Gangart (= Bergart bei ERCKER) zugelassen hat. Vieles deutet darauf hin, daß schon damals bei massivem Erzfall die Haufwerksprobe (OELSNER 1952: 37), bei körniger Verwachsung der Erzminerale mit der Gangart dagegen die Querschlitprobe (OELSNER 1952: 30 ff) bevorzugt worden ist. Diese ist auch beim Abbau in der Teufe, jene grundsätzlich bei oberflächennahem Abbau angebracht. Es liegt in der Natur der Sache, dass für die Gewinnung der Haufwerksproben gewöhnliche Schaufeln, für die der Querschlitproben Schlägel und Eisen, also Komponenten der klassischen Erkundungstechnik des *metallicus* benutzt werden.

Die Probenahme beschreibt AGRICOLA nicht. Auch zur Separation von hinsichtlich Metallgehalt und Dichte des Erzes repräsentativer Teilmengen bzw. Durchschnittsproben aus den am Erzgang genommenen Proben finden sich bei AGRICOLA keine Angaben. Seine Ausführungen im Buch VII „über die Vorbereitung der Erze für die Probe“ beziehen sich aus heutiger Sicht auf bereits separierte Durchschnittsproben. Er schreibt: „Die Vorbereitung erfolgt durch Brennen, Rösten, Pochen und Verwaschen; doch man muss ein bestimmtes Gewicht von Erz nehmen, damit man wissen kann, den wievielten Teil davon derartige Vorbereitungen verbraucht haben; ... jegliches metallisches Erz (= Reicherz) wird ... nur gedörrt, damit durch derartige Vorbereitung nicht Metall verloren geht ... Geringwertiges Erz wird bloß auf Holzkohle gelegt und im Ofen gebrannt; denn wir erleiden keinen großen Verlust an Metall, wenn wir davon etwas vernichten.“ (S. 311 f., Erg. – C.S.).

Diese Darstellungsweise lässt nur den Schluss zu, dass AGRICOLA beim Leser die Kenntnis des eingangs angeführten Zusammenhangs zwischen Probenahme und –bearbeitung, aus welchen Gründen auch immer, voraussetzen konnte. Deutlicher, wenn auch nicht umfassend äußert sich dazu ERCKER (1960) im ersten Buch seines 1574 zuerst in Prag und ab 1580 in Frankfurt/M gedruckten „Großen Probierbuchs“, indem er die verfahrensmäßigen Unterschiede bei der Vorbereitung der Reich- und Armerze zum Probieren auf Silber präzise herausstellt. Zum Reicherz schreibt er: „Nimm das Erz, zerleibe es mit einem Hammer auf einem breiten dafür zurechtgemachten Eisen fein wie Mehl, wiege davon einen Zentner deines Probiergewichts ab, bring es in einen Probierscherben und gib 8 mal so viel gekörntes Blei dazu. Vermenge Blei und Erzpulver im Scherben, setz den Scherben in einen warmen Probierofen, der nach dem Einsetzen sofort heiß gemacht werden soll und lege Kohlen vor das Mundloch.“ (S. 65). Hingegen: „Arme, unreine Silbererze, die in der Bergart eingesprengt sind und sich davon im Wasser trennen lassen (Nasspochwerk, Stoßherd – C.S.), bereite so zu: Reib oder stoß sie in einem eisernen Mörser fein wie Mehl, das gut vermengt werden muß, wieg nach deinem Probiergewicht 20 Zentner (etwa 75 g – C.S.) davon ab, bring diese Zentner in einen glatten Sichertrog (Stoßherd en miniature – C.S.) und ziehe darin das Mehl zu einem Schlich (Erzkonzentrat – C.S.). Diesen Schlich wieg nass, und du findest, wieviel die 20 Zentner Erz reinen Schlich gegeben haben. Wieg von dem Schlich 1 Zentner nass ab (denn die Schliche, die aus dem Pochwerk kommen, werden auch nass gewogen) und probier den auf Silber wie du oben gelernt hast. Nach einer solchen Probe vermagst du festzustellen, ob du durch Aufbereiten der Gangarten oder der gering(haltigen) Erze **Unkosten halber** bestehen kannst. Und eine solche Probe hat schon manchen Bergmann vor großem Schaden behütet.“ (S. 71). Dieses deckt sich mit AGRICOLAS Feststellung im Buch VII: „Wenn dieses (d.h. das Probieren) nicht vorher, bevor die Metalle (in der Hütte) aus den Erzen ausgeschmolzen werden, sorgfältig geschieht, werden sie **nicht ohne große Nachteile** für die (Gruben-)Besitzer ausgeschmolzen werden.“ (S. 298, Erg. u. Hervorh. – C.S.). Die Vorschriften ERCKERS drängen die Schlussfolgerung auf, dass die mittleren Metallgehalte der Erzgang-Körper möglicherweise unter Zuhilfenahme des Masseverhältnisses zwischen Erzmineral(en) und Gangart bestimmt worden sind.

AGRICOLAS Bemerkungen zum Probieren von Münzen deuten allerdings darauf hin, dass zwecks Erzielung probierfähiger Teilmengen auch im Schurfgraben genommene Haufwerksproben sachgerecht verjüngt worden sein müssen: „Kleine Silbermünzen entnimmt man aus einem Haufen unten, oben und an den Seiten und reinigt sie zuerst gut; sodann schmilzt man sie in einem Tiegel und granuliert sie entweder oder stellt aus ihnen Plättchen her ... Je wertvoller die Münze ist, desto kleiner ist die Menge, die wir zum Probieren benötigen; je unedler, desto größer ist die Menge ...“ (S. 330).

Die Separation analysierbarer Teilmengen aus den Erzproben, die an den Beprobungspunkten genommen worden sind, erfolgt heute mittels des Viertels (OELSNER 1952: 23 ff). Bei diesem Verfahren wird die Erzprobe stufenweise aufgemahlen und halbiert. Das gemahlene Haufwerk wird in Form eines Kegels aufgeschüttet, wobei zwei gegenüberliegende Viertel abgetrennt und durch weiteres Vierteln nach und nach so weit halbiert werden, bis die dem Analysengang genügende und hinsichtlich Durchschnittsgehalt und –dichte gegenüber der Erzprobe repräsentative Teilmenge erreicht ist.

5.3.2 Probieren und Wiegen der festen Reaktionsglieder

Das **Probieren** ist ein anorganisch-chemischer Analysengang, der es gestattet, ohne Kenntnis der Atomgewichte und Valenzen u.a. die Gewichtsverhältnisse der Metalle in Erzmineralen und Erzkonzentraten präzise zu bestimmen. Dieses erfolgt durch exaktes Wiegen der festen Reaktionsglieder Erz(-minerale/-konzentrate), Zuschläge und erschmolzenes Metall, wobei die Bilanzierung der Reagenzien Erz und Zuschläge den Probiervorschriften folgt.

AGRICOLA beschreibt im Buch VII zuerst die natürlichen Zuschläge (S. 312 f), dann die Herstellung des „künstlichen, zum Probieren von Erzen geeigneten Salzes“ (S. 313 ff) und die Beschickung des Probierofens (S. 316 ff), ehe er die Vorschriften für „das Probieren der Erze“ auf acht Metalle erläutert (S. 320–326): Au, Ag, Cu, Pb, Sn, Bi, Hg, Fe. Die bei RIES aufgeführten Rechenbeispiele zur **Schickung des Tygels** beziehen sich auf die Herstellung von Legierungen als Umkehrung des unmittelbaren Probierens der Erze auf Metalle (S. 326–331).

Nach einem Exkurs über die Probiergewichte („kleinere Gewichte“) und ihr Verhältnis zu den Handelsgewichten („größere Gewichte“) (S. 340 f) beschreibt AGRICOLA „drei kleinere Waagen, mit denen wir Erz, Metall und die Zuschläge wiegen“. Dabei geht er auf das Problem der Empfindlichkeit der Waagen (Messgenauigkeit in Abhängigkeit von der zu wiegenden Masse) ein:

„Mit der ersten wiegen wir Blei und die Zuschläge (messgenau bis 3 Unzen Handelsgewicht, entspr. 24 Probierzentner oder etwa 87,6 g) ..., die zweite ist empfindlicher; auf ihr wiegen wir Erze oder Metalle, die wir probieren wollen (messgenau bis 1 Probierzentner, entspr. 1 Quent oder etwa 3,65 g). Die dritte ist die empfindlichste; mit ihr wiegen wir die kleine Menge Gold und Silber, die nach dem Probieren am Boden der Kapelle zurückgeblieben ist (wahrscheinlich messgenau bis $\frac{1}{4}$ Probierzentner oder etwa 0,91 g – Erg. C.S.). Wenn jemand mit der zweiten Waage Blei oder mit der dritten Erz wiegt, wird er ihnen sehr schaden“ (S. 344). „Die (dritte) Waage muss ... der Probierer ... außerdem in ihr Gehäuse stellen, damit sie sich nicht, wenn er die Metallklümpchen auswiegt, infolge des Luftzuges hin und her bewegen kann; denn der ist für die Kunst hinderlich“ (S. 299).

Entsprechend der Auffassung des Probierens als Verhüttungsprozess en miniature schließt sich dem Auswiegen der festen Reaktionsglieder die Bestimmung der Gewichtsverhältnisse an, in denen die im Erz vorhandenen Metalle zueinander stehen. Diesbezügliche Rechenbeispiele konnten bisher noch nicht nachgewiesen werden. Allerdings schreibt ERCKER in der Einführung zu seinem „Großen Probierbuch“ zum fünften der fünf Gebiete, „die ein Probierer unbedingt wissen (d.h. beherrschen – C.S.) muss“: „Daneben muss er auch in der Arithmetik oder Rechenkunst wohl geübt und erfahren sein, was beim Probieren in den Münzstätten und Saigerwerken höchst nötig, aber auch sonst das rechte Meisterstück ist. Ohne eine gut begründete Rechenkunst kann der Probierer am Probierort nicht recht werden. Deshalb soll ein jeder Probierer sich in der Rechenkunst ... mit höchstem Fleiße üben; er soll wohl lernen, damit er seine Sache vollkommen verrichten kann.“ (S. 44).

5.3.3 Berechnung der mittleren Metallgehalte

Zur Art und Weise der Berechnung der mittleren Metallgehalte eines Erzganges findet sich weder im Buch VII noch in den anderen Büchern irgendein Hinweis. Das verwundert insofern, als es Aufgabe des Berg- oder Rezessschreibers, d.h. des vom Bergamt bestellten Revisors der quartalsweisen Rechnungsabschlüsse der Schichtmeister gewesen ist, im Rezessbuch „folgende Eintragungen vorzunehmen: Die Berg- und Hüttenkosten, das Erzausbringen (**Fördermengen und Gehalte**), die Zahl der verlegten Kuxe, die Zechenschuld und der **Zechenvorrat**, die Beträge an Zubeße und die Summe der verteilten Ausbeute jeder Zeche“ (SCHELLHAS 1984: 11; Hervorh. – C.S.). Die Rubriken des Rezessbuches wie auch die mit dem Probieren verfolgten Zwecke belegen zwingend, dass die **Bauwürdigkeit** eines Erzganges als betriebswirtschaftliche Kenngröße erkannt ist. Notwendigerweise müssen die mittleren Metallgehalte in der Gangfüllung bzw. im Haufwerk berechnet und die Abbaureserven an Metallen abgeschätzt worden sein. Die angewandten Berechnungs- und Schätzverfahren haben vielleicht einen hohen Vertraulichkeitsgrad besessen. Neben AGRICOLA, der insbesondere das Joachimsthaler Bergrevier aus eigenem Erleben (1527–1530/31) kennt, äußert sich auch RIES nicht zu diesen Verfahren. Immerhin ist RIES Rezessschreiber in Annaberg (1525/26–1531) und Marienberg (1527–1536), Gegenschreiber in Annaberg (ab 1532) und Zehntner in Geyer (ab 1533) gewesen; er muss diese Verfahren von Amts wegen nicht nur gekannt, sondern auch beherrscht haben. Deren Vertraulichkeit wird dadurch angedeutet, dass auch in RIESens (bereits 1525 fertiggestellten und) 1550 in Leipzig gedruckten Rechenbuch „Rechnung nach der lenge auff der Linien und Feder“ diesbezügliche Beispiele fehlen. Heute erfolgt die Berechnung der mittleren Metallgehalte des Gangkörpers als über Probenabstand und Gangmächtigkeit gewogenes Mittel der in den Einzelproben ermittelten Metallgehalte (OELSNER 1952: 43).

5.4 Zum Bestimmen der Dichte der Erzgänge

Die Dichtebestimmung behandelt AGRICOLA ungeachtet ihrer Bedeutung für die Reservenabschätzung in seinen „De re metallica libri XII“ nicht. Allerdings ist aus Buch VIII (S. 383–401) zu ersehen, dass man sich die Unterschiede in den

Dichten der Minerale beim Aufbereiten der Erze zu nutze gemacht hat. Es liegt nahe, dass die Dichte der Gangfüllung infolge der durch das Probieren sehr genaue bestimmbaren Metallgehalte aus dem Mineralbestand der Erze abgeleitet worden ist. Dieses Verfahren wird noch heute angewendet, wobei die Kenntnis der Atomgewichte und Valenzen seine hohe Effizienz begründet.

Vor diesem Hintergrund erscheinen AGRICOLAS verbale Versuche zur Kombinatorik der Zusammensetzung der (Erz-)Minerale, wie sie von STOYAN & STOYAN (1994) aus dem letzten der 1546 erstmals in Basel gedruckten „De natura fossilium libri X“ in moderne mathematische Schreibweise übersetzt und ergänzt worden sind, in einem ganz neuen Licht. Es handelt sich offensichtlich darum, einen mathematischen Weg für die statistische Verallgemeinerung der quantitativ-analytisch sehr genau bestimmten Metallgehalte zu finden. Die Problematik hat wohl darin bestanden, dass nur die am Probierprozess beteiligten festen Reaktionsglieder wägbare sind. So erweisen sich AGRICOLAS Bemühungen um die Systematik der (Erz-)Minerale als dem sehr praktischen Zweck der Reservenabschätzung geschuldet, ein Aspekt, der für die Wissenschaftsentwicklung durchaus seine Bedeutung besitzt. Weder die von STOYAN & STOYAN geäußerte Ansicht, dass „zu AGRICOLAS Zeiten die Möglichkeiten einer quantitativen Analyse fehlte“ (S. 117), noch die dem damaligen Ordinarius für Bohrtechnik an der TU Clausthal-Zellerfeld C. MARX zugeschriebene Idee, derzufolge AGRICOLAS kombinatorische Versuche zur Mineralzusammensetzung „mit seiner Gewohnheit als Mediziner und Apotheker zusammenhängen“ (S. 122), können einen Anspruch auf Akzeptanz erheben. Der heutigen Berechnung der mittleren Dichte des Gangkörpers liegt eine der Metallgehaltsberechnung analoge Formel zugrunde.

5.5 Das Vermessen der Grubenfelder

Die Quantifizierung der Struktur eines im Schurfgraben entdeckten Erzganges und die davon abgeleitete Mutung berechnen die **metallicus**, wie AGRICOLA im Buch IV darlegt, beim Bergmeister um Zuspruch einer Fundgrube mit dem Recht zur Gewinnung und Förderung des Erzes zu ersuchen. Nach Prüfung der Mutung durch Bergmeister und Zehntner und Feststellung der Vermessungswürdigkeit i.S. der Bauwürdigkeit erkennt der Bergmeister die Fundgrube zu und „dann allen in der Reihenfolge, wie jeder darum bittet, die übrigen Gruben“ (S. 132, 135). „Das vom Bergmeister vermessene Grubenfeld ... wird ... mit Grenzsteinen eingeschlossen“ (S. 141).

Das Maß des Grubenfeldes ist das ca. 2 m betragende Lachter (L). Die von AGRICOLA für die Erzgänge beispielhaft dargestellte Basisfläche der Gruben, das „Doppellehen“ oder die „Wehr“ (S. 133), mit einer Breite von 7 L (VII) und einer Länge von 14 L (XIII), weist eine Fläche von 98 L² (XCVIII) bzw. 393,9 m² auf. Eine Fundgrube beinhaltet drei Doppellehen oder 294 L² (CCXCIII) bzw. 1.181,6 m², jede andere Grube zwei Doppellehen oder 196 L² (CXCVI) bzw. 787,8 m². Die Anordnung der Doppellehen zum speziellen Grubenfeld hängt von der scheinbaren Mächtigkeit des Erzganges, seinem Einfallen, aber auch von seinem Streichen und den Geländeformen ab. Je mächtiger der Erzgang und je geneigter sein Einfallen sind, desto breiter und kürzer muss die Abmessung des Grubenfeldes sein. Grundsätzlich „fällt die Hälfte der Breite ins Liegende des Ganges, die andere Hälfte ins Hangende“ (S. 136), gerechnet von seiner Mitte. Die Vermessung des Grubenfeldes erfolgt auf der Basis des rechtwinkligen Dreiecks mit einem 49 L (= 98,24 m) langen Seil, das alle 7 L (= 14,03 m) eine Marke aufweist. Durch Kombination der Basisflächen erscheinen Variationen der Form bzw. der Gestalt der Grubenfelder. Wie in Abb. 3 dargestellt, wird sich bei bestimmten Kombinationen der Umfang der Grubenfelder um $\frac{1}{4}$ bzw. $\frac{2}{5}$ reduzieren. Damit sind zugleich Lösungen im Sinne erster Ableitungen der Differentialrechnung gefunden worden.

5.6 Die Ergebnisrechnung des Grubenbetriebs

Die Bauwürdigkeit des Erzganges vorausgesetzt reduziert sich das Problem des Grubenbetriebs auf die Gegenüberstellung der als Zubuße bezeichneten Aufwendungen für den Abbau (einschließlich der Aufbereitung z.B. im Pochwerk, in der Wäsche und an der Scheidebank) und der Ausbeute genannten Erlöse aus dem Erzverkauf an die Hütte. Im zweiten Teil des Buches IV stellt AGRICOLA dar, dass die daraus resultierende Ergebnisrechnung auf die sog. Kuxe bezogen ist. Im Hinblick auf die Risikominimierung bei der Exploration (= Prüfung) bemerkt AGRICOLA schon im Buch II: „Ferner ist ... für die Kalkulation eines der **res metallica** noch unkundigen Gewerken äußerst nutzbringend, wenn er den Aufwand gemeinsam für sich und die anderen ansetzt, nicht nur für das Schürfen in einer einzigen Grube, sondern in mehreren“ (S. 79, Hervorh. C.S.). Darauf kommt er im zweiten Teil des Buches IV zurück: In der Regel werden die Aufwendungen zum Betrieb einer Grube hoch sein. Daher „nimmt der, dem der Bergmeister zuerst das Recht für ihn selbst verliehen hat, meist andere an, die mit ihm eine Gewerkschaft eingehen ...“ (S. 141). Obwohl die Grubenfelder substantiell unteilbar sind, werden diese zur Beherrschung des finanziellen Risikos bei der Aus- und Vorrichtung **besitzmäßig** jeweils in 128 Kuxe aufgeteilt. Die Kuxe stellen abstrakte, lageneutrale Anteilscheine dar, die von den Gewerken zur Finanzierung des Abbaus erworben (i.d.R. gekauft) werden.

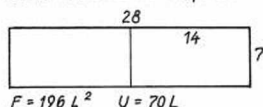
„Aus der Mannigfaltigkeit der Besitzverhältnisse – es gibt viel oder kleine Teile – entsteht immer eine ganz verschiedene Anzahl der Gewerke“ (S. 142). „Wer viele Kuxe besitzt, zahlt große Zubeße ... Je mehr einer Kuxe hat, desto mehr Ausbeute bezieht er“ (S. 143). Der Einzug der Zubeße und die Ausgabe der Ausbeute erfolgen durch den Bergverwalter seit 1551 quartalsweise. Während der Berg- oder Rezessschreiber für die Führung der Grubenbücher verantwortlich ist, führt der Gegenschreiber die grubenbezogenen Gewerkenbücher, die im wesentlichen der Dokumentation der Kux-Besitzwechsel als Grundlage für die Zuweisung von Zubeße und Ausbeute dienen. Aus Abb. 4 ist zu ersehen, dass die Höchstzahl von 128 Kuxen pro Grubenfeld im Wege einer arithmetischen Reihenbildung abgeleitet worden ist. Einmal 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{32}$, $\frac{1}{64}$, $\frac{1}{128}$ und zum anderen, indem die genannten Glieder durch $\frac{3}{4}$ dividiert wurden: $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{24}$, $\frac{1}{48}$, $\frac{1}{96}$. Diesen beiden Reihen kommt grundsätzliche Bedeutung zu, entspricht doch die erste Reihe der nach der Eßlingener Reichsmünzordnung von 1524 vorgesehenen Stückelung des Talers oder Guldengroschens und die zweite der nach der Augsburger Münzordnung von 1551 beabsichtigten Stückelung des Reichsguldners (Haupt 1968: 91, 102).

AGRICOLA hat im Buch IV (S. 142) die besitzmäßige Aufgliederung eines Grubenfeldes, für das 128 Kuxe ausgegeben worden sind, verbal unter zwei, drei, vier und acht Gewerken

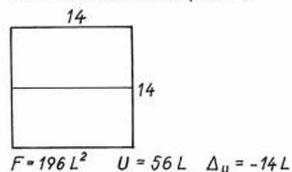
vorgenommen, wobei das Mindestlos 16 Kuxe, d.h. $\frac{1}{8}$ von 128 beträgt. Abb. 5 zeigt, dass die Zusammenfassung der Mindestlose entsprechend den Gewerken eine endliche Anzahl von Kombinationen der Besitzverhältnisse ergibt. AGRICOLA beschreibt, wie auch aus den jeweils ersten Zeilen in der Tabelle zu Abb. 5 hervorgeht, nur elf der 21 möglichen Kombinationen. Interessanterweise bricht er nach Erreichen der maximalen Kombinationsanzahl (V) bei drei Gewerken ab und erwähnt nur noch die Grundkombinationen für vier und acht Gewerken. Eine ähnliche Erscheinung des Auslassens möglicher Kombinationen verzeichnen auch STOYAN & STOYAN (1994: 121 f.) im Hinblick auf AGRICOLAS Versuche zur Kombinatorik der Mineralzusammensetzung. Dieses mag darin begründet liegen, dass es AGRICOLA auf beiden Anwendungsgebieten gar nicht um Vollständigkeit, sondern vordergründig um eine „methodische“ Erläuterung gegangen ist. Dafür spricht auch die Verwendung der unterschiedlichsten Brüche ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{24}$), obwohl alle Kombinationen in Achtern ausdrückbar sind (zweite Reihe in der Tabelle) und somit die Zähler die Art der Zusammenfassung der Mindestlose hinreichend beschreiben (dritte Zeile in der Tabelle).

Daraus resultiert die große praktische Bedeutung der Bruchrechnung, deren Vermittlung in den RIESSchen Rechenbüchern einen breiten Raum einnimmt. Und dieses nicht nur im Kapitel **Von gebrochenen Zahl**, sondern auch im Ab-

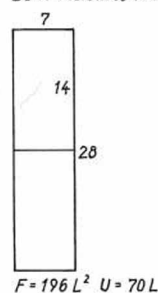
De re metallica libri XII, Abb. 39



De re metallica libri XII, Abb. 42



De re metallica libri XII k. A.

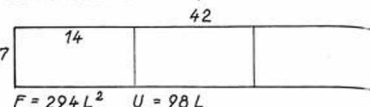


Lehen Wehr	Fläche
1 $\frac{1}{2}$ 7 L · 7 L	49 L ²
2 1 7 L · 14 L	98 L ²
4 2 7 L · 28 L	196 L ²
6 3 7 L · 42 L	294 L ²

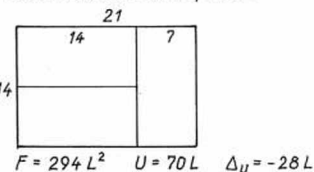
$1L \approx 2m$, $1L^2 \approx 4m^2$

C.S. 2000

De re metallica libri XII, Abb. 40



De re metallica libri XII, Abb. 41



De re metallica libri XII k. A.

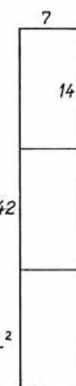
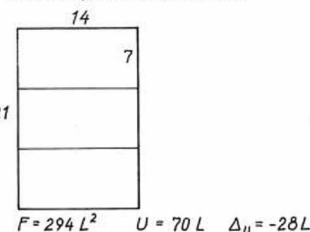


Abb. 3

Die Variation der Grubenfelder bei konstantem Flächeninhalt und variablem Umfang

schnitt **Von gesellschaftten** (dort in Verbindung mit der Regula de tri). Bekanntermaßen hat noch zu Beginn des 20. Jahrhunderts die Bruchrechnung eine beachtliche Rolle im sog. Kaufmännischen Rechnen gespielt hat.

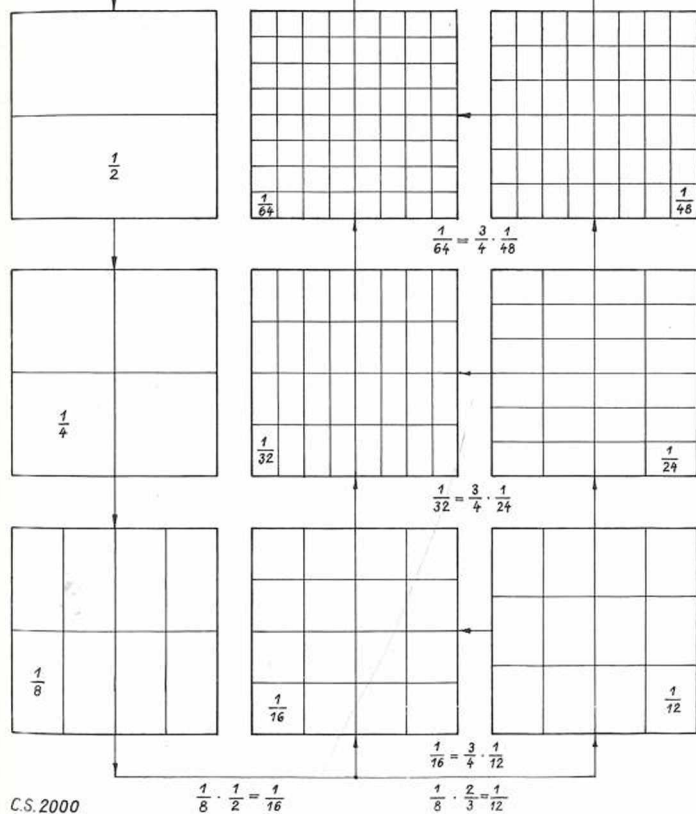
6 AGRICOLAS Auffassung zum Zweck der Mathematik in der geologischen Erkundung

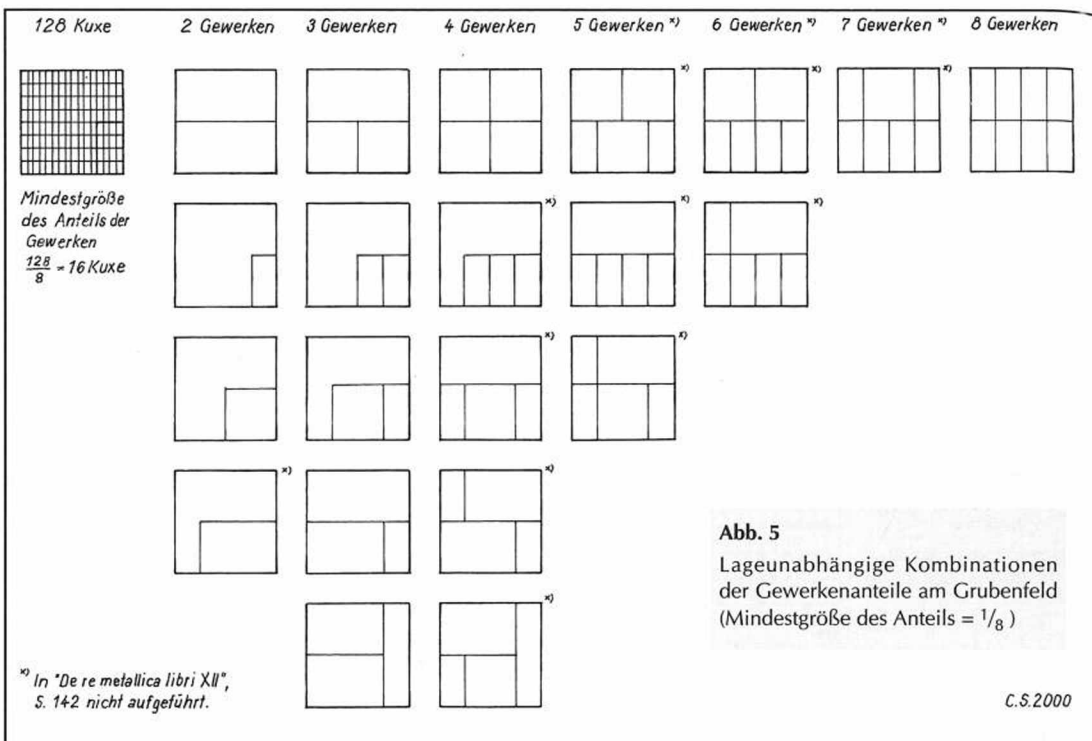
Die in AGRICOLAS „De re metallica libri XII“ nachweisbaren mathematischen Spezifika der geologischen Erkundung folgen offensichtlich zwei Aspekten. Es sind erstens Berechnungen, die auf den Ergebnissen punktueller Messungen wie Streichen und Fallen, Mächtigkeit, Metallgehalte und Dichte der Gangfüllung basieren und die natürliche Struktur der Erzgänge unmittelbar betreffen. Und zweitens sind es mathematisch-statistische Verallgemeinerungen dieser Messergebnisse vor dem Hintergrund des Nachweises der Bauwürdigkeit der einzelnen Erzgänge, die sich aus der Kombination von natürlichen Gegebenheiten und betriebswirtschaftlichen Möglichkeiten ergeben. Ansatzweise sind diese erkennbar sowohl in den Anforderungen an die obertägige Vermessung der Grubenfelder, als auch in den Bemerkungen zur Ergebnisrechnung des Grubenbetriebs (Kuxrechnung). AGRICOLAS Darstellung der mathematischen Bearbeitung bewegt sich – aus welchen Gründen auch immer – in den Grenzen jenes Fundus von arithmetischen Verfahren, die sein

Zeitgenosse ADAM RIES in seinen Rechenbüchern behandelt (vor allem Regeln de tri und Bruchrechnung). Innerhalb dieses Rahmens sind die von AGRICOLA gegebenen Beispiele instruktiv und umfassend. Nur seine kombinatorischen Versuche überschreiten diesen Rahmen.

AGRICOLAS Instrumentalisierung der Mathematik für die Ergebnisdarstellung der geologischen Erkundung erwächst aus seiner gesamtheitlichen Sicht der Grundlegung von Maß und Gewicht. Sie verfolgt einen Doppelzweck. Offensichtlich geht es AGRICOLA sowohl um die Objektivierung von Beobachtungen, als auch um die von Tatsachenkenntnis und Erfahrungen gesteuerte Abwägung finanzieller Risiken (Buch I, S. 72 ff). Dabei spielt die Vermittlung von Wissen um Zusammenhänge eine nicht unwesentliche Rolle (Buch I, S. 55 ff). Letztlich geht es um die Einordnung der Arbeit des **metallicus** in den Rahmen, den die außerhalb des menschlichen Einflusses stehende Natur als Randbedingung für eben diese Arbeit markiert (Buch I, S. 63). Mithin kommt der **metallicus** dann, wenn er seine umfassende Bildung vorantreibt und von daher seinen Forscherdrang entwickelt, der gesellschaftlichen Erwartung auf Beförderung des Gewerbefleißes bestmöglich nach. Dieses aber hat nichts gemein mit den Spekulationen der „Chymisten“, die „... mit ihrer Unwahrhaftigkeit, ... ein Metall in ein anderes zu verwandeln ... bei den einfachen Leuten Eindruck machen“ (AGRICOLAS Widmungsbrief zu „De re metallica libri

Abb. 4
Ableitung der
Kuxeinteilung für das
Grubenfeld





Kombination	2 Gewerken	3 Gewerken	4 Gewerken	5 Gewerken	6 Gewerken	7 Gewerken	8 Gewerken
I	$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}$ ⁿ⁾	$\frac{2}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4}$ ⁿ⁾	$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4}$ ⁿ⁾	— ⁿ⁾	— ⁿ⁾	— ⁿ⁾	$8 \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{24} \right)$ ⁿ⁾
	$\frac{4}{8} \quad \frac{4}{8}$	$\frac{4}{8} \quad \frac{2}{8} \quad \frac{2}{8}$	$\frac{2}{8} \quad \frac{2}{8} \quad \frac{2}{8} \quad \frac{2}{8}$	$\frac{2}{8} \quad \frac{2}{8} \quad \frac{2}{8} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{8}$	$\frac{2}{8} \quad \frac{2}{8} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{8}$	$\frac{2}{8} \quad 6 \cdot \frac{1}{8}$	$8 \cdot \frac{1}{8}$
	4 4	4 2 2	2 2 2 2	2 2 2 1 1	2 2 1 1 1 1	2 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1 1 1
II	$\frac{5}{6} \quad \frac{1}{12} + \frac{1}{24}$ ⁿ⁾	$\frac{3}{4} \quad \frac{3}{24} \quad \frac{3}{24}$ ⁿ⁾	— ⁿ⁾	— ⁿ⁾	— ⁿ⁾	— ⁿ⁾	— ⁿ⁾
	$\frac{7}{8} \quad \frac{1}{8}$	$\frac{6}{8} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{8}$	$\frac{5}{8} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{8}$	$\frac{4}{8} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{8}$	$\frac{3}{8} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{8}$	—	—
	7 1	6 1 1	5 1 1 1	4 1 1 1 1	3 1 1 1 1 1	—	—
III	$\frac{3}{4} \quad \frac{1}{4}$ ⁿ⁾	$\frac{7}{12} \quad \frac{1}{24} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{3}{24}$ ⁿ⁾	— ⁿ⁾	— ⁿ⁾	— ⁿ⁾	— ⁿ⁾	— ⁿ⁾
	$\frac{6}{8} \quad \frac{2}{8}$	$\frac{5}{8} \quad \frac{2}{8} \quad \frac{1}{8}$	$\frac{4}{8} \quad \frac{2}{8} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{8}$	$\frac{3}{8} \quad \frac{2}{8} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{8}$	—	—	—
	6 2	5 2 1	4 2 1 1	3 2 1 1 1	—	—	—
IV	— ⁿ⁾	$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} + \frac{1}{24} \quad \frac{3}{24}$ ⁿ⁾	— ⁿ⁾	— ⁿ⁾	— ⁿ⁾	— ⁿ⁾	— ⁿ⁾
	$\frac{5}{8} \quad \frac{3}{8}$	$\frac{4}{8} \quad \frac{3}{8} \quad \frac{1}{8}$	$\frac{3}{8} \quad \frac{3}{8} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{8}$	—	—	—	—
	5 3	4 3 1	3 3 1 1	—	—	—	—
V	—	$\frac{1}{3} \quad \frac{1}{24} \quad \frac{1}{3} + \frac{1}{24} \quad \frac{1}{4}$ ⁿ⁾	— ⁿ⁾	— ⁿ⁾	— ⁿ⁾	— ⁿ⁾	— ⁿ⁾
	—	$\frac{3}{8} \quad \frac{3}{8} \quad \frac{2}{8}$	$\frac{3}{8} \quad \frac{2}{8} \quad \frac{2}{8} \quad \frac{1}{8}$	—	—	—	—
	—	3 3 2	3 2 2 1	—	—	—	—

ⁿ⁾ Angaben nach "De re metallica libri XII", S. 142

Tabelle zu Abb. 5
Lageunabhängige Kombinationen der Gewerkenanteile am Grubenfeld (Mindestgröße des Anteils = $\frac{1}{8}$)

C.S.2000

XII", S. 31). Um in der Praxis keinen sittlichen Entgleisungen zu erliegen, insbesondere durch Kultivierung der den mosaischen Geboten entgegenstehenden Gewinnsucht mit ihren Folgen für ihn und andere, soll der *metallicus* „Gott fromm verehren“ (Buch II, S. 98).

Die ausgewerteten Passagen seiner „De re metallica libri XII“ belegen, dass Agricola die Parameter, welche zur Abschätzung der Metallreserven eines aufgefundenen Erzganges mit **Maß und Zahl** zu bedienen sind, sowie die Rolle der Kosten der Erkundung, des Bergbaus und der Verhüttung neben den Naturbedingungen als Konditionen der **Bauwürdigkeit** des Erzganges sehr wohl gekannt hat. Die Erkenntnisleistung AGRICOLAS besteht weniger darin, Informationen zu diesen Parametern geliefert zu haben; vielmehr besteht sie darin, den inneren Zusammenhang dieser Parameter aufzuzeigen und die Mathematik dieses Zusammenhangs zum (modellhaften) Wahrheitskriterium des Erkundungsergebnisses erhoben zu haben. Es ist von höchstem wissenschaftsgeschichtlichen Interesse, dass diese Erkenntnis AGRICOLAS 235 Jahre später von A.G. WERNER (1749–1817) vertieft und nach weiteren 160 Jahren von O.W. OELSNER (1902–1963) ohne Vorbehalte übernommen wird. Sie gehört auch an der Wende vom 20. zum 21. Jahrhundert zum theoretischen Fundament der geologischen Erkundung.

7 Ausblick

Die Brauchbarkeit und Notwendigkeit der Mathematik für die Darstellung des Ergebnisses in der geologischen Erkundung gehört zu den fundamentalen Erkenntnissen der Renaissance. Dieses ist kaum bekannt, und genau so wenig ist es Allgemeingut, dass AGRICOLA zumindest die Rolle eines maßgeblichen Verfechters dieser Erkenntnis zukommt.

Die von AGRICOLA in seinen „De re metallica libri XII“ zur geologischen Erkundung als Arbeits- und Erkenntnisprozess geäußerten Einsichten und insbesondere die in diesem Zusammenhang dargelegte Instrumentalisierung der Mathematik zur Reservenabschätzung begründen eine bis heute existierende, in die **economic geology** mündende Traditionslinie. Ursprünglich wie noch bei A.G. WERNER als Verallgemeinerung von Arbeitserfahrungen in Erscheinung tretend, versteht sie sich seit den Ende des 19. Jahrhunderts zunehmend als unmittelbare technologische Umsetzung geowissenschaftlicher Erkenntnis. Im Jahre 1905 erscheint in den USA das erste Heft der Zeitschrift „Economic Geology“, die sich seither den Fragen der „praktischen Lagerstättenforschung“ widmet. Heutzutage wird geologische (Grundlagen-)Forschung weitgehend zum Zwecke der Beförderung der geologischen Erkundung betrieben. Insofern dürfte die weitere Analyse der vorgestellten Einsichten AGRICOLAS helfen, deren wissenschaftshistorische Schlüsselstellung für die Beherrschung der geologischen Erkundung auszubauen.

Dank

Die vorstehende Untersuchung ist durch Vorträge und Diskussionen angeregt worden, die zwischen 1998 und 2000 im Rahmen der von Herrn Prof. Dr. habil. F. NAUMANN geleiteten AGRICOLA-Gespräche (2.–6.) des AGRICOLA-Forschungszentrums Chemnitz stattgefunden haben. Die „Initialzündung“ verdankt der Autor Herrn Prof. Dr. sc. M. GUNTAU, Rostock (Vortrag vom 23.03.1998). Die Diskussionen mit Herrn Dr.-Ing. P. HAMMER, Zschopau, haben maßgeblich die Einordnung der Probierkunst in die traditionellen Wechselbeziehungen zwischen Erzlagereinstüttenforschung und Hüttenwesen befördert. Überdies hat der Autor den Herren Prof. Dr. habil. F. NAUMANN und Dr. R. RÖBLER, beide Chemnitz, für die kritische Durchsicht des Manuskripts und gegebene Anregungen zu danken. Schließlich gilt Herrn Dr. R. RÖBLER der besondere Dank des Autors dafür, die Publikation dieser Untersuchung in den „Veröffentlichungen des Museums für Naturkunde Chemnitz“ ermöglicht zu haben.

Literatur

- AGRICOLA, G. (1958): De natura fossilium libri X; Ausgewählte Werke Bd. IV (Ed. H. PRESCHER, Übers. G. FRAUSTADT). Berlin (Deutscher Verlag d. Wiss.).
- AGRICOLA, G. (1974): De re metallica libri XII; Ausgewählte Werke Bd. VIII (Ed. H. PRESCHER, Übers. G. FRAUSTADT). Berlin (Deutscher Verlag d. Wiss.).
- BECKERT, M. (1983): JOHANN BECKMANN. Leipzig (B.G. Teubner Verlagsges.).
- DUFKE, V. (1997): LAZARUS ERCKER VON SCHRECKENFELS. – Acta hist. rer. nat. necn. techn., N. S., 1: 217–229; Praha.
- ENGELWALD, G.-R. (1994): GEORGIUS AGRICOLA. Stuttgart und Zürich (B.G. Teubner und VDF).
- ERCKER, L. (1960): Das große Probierbuch – Beschreibung der allervornehmsten mineralischen Erze und Bergwerksarten vom Jahre 1580 (Ed. u. Übers. P.R. BEIERLEIN). – Freiburger Forsch.-H., D 34; Berlin (Akademie-Verlag).
- ERNSTING, B. (Ed.) (1994): GEORGIUS AGRICOLA – Bergwelten – 1494–1994, Katalog zur Ausstellung; Essen (Glückauf).

- FOLKERTS, M.; KNOBLOCH, E. & REICH, K. (2001): Maß, Zahl und Gewicht – Mathematik als Schlüssel zu Weltverständnis und Weltbeherrschung, 2. Aufl.; Wolfenbüttel (Herzog-August-Bibliothek).
- GUNTAU, M. (1980): Die Bedeutung der Gangvererzung und Gangtheorie im sächsischen Erzgebirge für die Entwicklung der Lagerstättenlehre. - Z. geol. Wiss., **8**: 1301–1308; Berlin.
- GUNTAU, M. (1998): GEORGIUS AGRICOLA und der Geist seiner Zeit. – In: AGRICOLA-Forschungszentrum Chemnitz (Ed.), AGRICOLA-Gespräche, Rundbrief, **2**: 3–14; Chemnitz.
- GUNTAU, M. & MATHÉ, G. (1994): GEORGIUS AGRICOLAS Beiträge zur Entwicklung geologischer Vorstellungen. – In: NAUMANN, F. (Ed.). GEORGIUS AGRICOLA – 500 Jahre: S. 90–104; Basel, Boston, Berlin (Birkhäuser Verlag).
- HAMMER, P. (1994): Probiervorschriften von Lazarus Ercker zur Einhaltung des Feingehalts von Silbermünzen. - Schriften Adam-Ries-Bund, **5**: 81–84; Annaberg-Buchholz.
- HAMMER, P. (1999): Das Probieren der Münzmetalle. – In: AGRICOLA-Forschungs-Zentrum Chemnitz (Ed.), AGRICOLA-Gespräche, Rundbrief, **5**: 43–53; Chemnitz.
- HAUPT, W. (1968): Kleine sächsische Münzkunde. - Arbeits- u. Forsch.-Berichte zur sächs. Bodendenkmalpflege, Beiheft 5; Berlin (Deutscher Verlag d. Wiss.).
- KNESCHKE, A. (1953): Von der Gletscherkunde zur Gletscherwissenschaft. – Urania, **16**: 281–284; Jena.
- LADWIG, R. (1994): AGRICOLAS metrologische Arbeiten in der Geschichte des ökonomischen Denkens. – In: NAUMANN, F. (Ed.): GEORGIUS AGRICOLA – 500 Jahre: S. 430–436; Basel, Boston, Berlin (Birkhäuser Verlag).
- LAHEE, F.H. (1952): Field Geology, 5. Aufl.; New York, Toronto, London (McGraw-Hill Book Company).
- MÜLLER, C.H. (1894): Die Erzgänge des Annaberger Bergreviers. Leipzig (W. Engelmann), Reprint ausgew. Tafeln (Ed. G. GALINSKY) 1999; Freiberg.
- OELSNER, O.W. (1952): Grundlagen zur Untersuchung und Bewertung von Erzlagerstätten. Gera (Thüringen-Verlag Blank & Co.).
- PAUL, R. (2001): Der Geruch des Geldes. – Der Spiegel, **14**: 192–196; Hamburg.
- PIEPER, W. (1955): ULRICH RÜLEIN VON CALW und sein Bergbüchlein. - Freiburger Forsch.- H., **D 7**; Berlin.
- PLATON (1999): Sämtliche Werke (Ed. W. STAHL), Bd. **1**, **4**; Mundus Verlag.
- PRESCHER, H. (1971): Die Bedeutung G. AGRICOLAS (1494–1555) für die Geschichte der Lagerstättenkunde. – Geologie, **20**: 740–747; Berlin.
- PRESCHER, H. (1992): LAZARUS ERCKER (1528–1594), Sächsischer Probationsmeister und Böhmischer Oberst-Berg- und Münzmeister, ein Schüler von ADAM RIES. – Schriften Adam-Ries-Bund, **1**: 139–143; Annaberg-Buchholz.
- RIES, A. (1532): Rechnung auff der Linien und Federn auff allerley hanthirung gemacht. Erfurt (Melcher Sachs); Mag. d. Stadt Erfurt (Ed.): Rechnung auf Linien und Federn (Faximile, mit einem Nachwort von M. WEIDAUER, 1991); Erfurt.
- ROCH, W. (1992): ADAM RIES – Ein Lebensbild. – Leipzig (Sachsenbuch Verl. Ges.); Nachdruck von: ADAM RIES, des deutschen Volkes Rechenlehrer. 1959; Frankfurt/M. (Herfurth Verlag).
- SCHELLHAS, W. (1984): Der Rechenmeister ADAM RIES (1492 bis 1559) und der Bergbau. - Bergakademie Freiberg, Veröff. WIZ Nr. 74/1 bis 74/3 (Nachdruck); Freiberg.
- SCHUBERT, C. (1999): Zu Ansätzen der geologischen Modellierung bei A.G. WERNER (1749–1817). - Vortr. Internat. WERNER-Symposium; Freiberg, im Druck.
- SCHUBERT, C. (2001): Die Mathematik im Instrumentarium der geologischen Erkundung am Beispiel von GEORGIUS AGRICOLA „De re metallica libri XII“. – Schriften Adam-Ries-Bund, **12**: 15–24; Annaberg-Buchholz.
- STOYAN, D. & STOYAN, H. (1994): Kombinatorik bei AGRICOLA – Über Gemische und Verbindungen in „De natura fossilium libri X“. – In: NAUMANN, F. (Ed.): GEORGIUS AGRICOLA – 500 Jahre: S. 116–122; Basel, Boston, Berlin (Birkhäuser Verlag).
- URBAN, G. (1998): Es sind der Rutengänger viele ... - Veröff. Mus. f. Naturkunde Chemnitz, **21**: 63–68; Chemnitz.
- WERNER, A.G. (1791): Neue Theorie von der Entstehung der Gänge, mit Anwendung auf den Bergbau besonders den freibergischen. Freiberg (Craz & Gerlach).
- WITTHÖFT, H. (1994): Ansätze zu merkantilistischem Denken um die Mitte des 16. Jahrhunderts – GEORGIUS AGRICOLA. - In: NAUMANN, F. (Ed.): GEORGIUS AGRICOLA – 500 Jahre: S. 423–429; Basel, Boston, Berlin (Birkhäuser Verlag).
- WITTHÖFT, H. (1998): GEORGIUS AGRICOLA (1494–1555) über Maß und Gewicht in der Antike und seiner Zeit. - In: AGRICOLA-Forschungszentrum Chemnitz (Ed.): AGRICOLA-Gespräche, Rundbrief, **3**: 3–18; Chemnitz.
- WUSSING, H. (1992): ADAM RIES. Stuttgart und Leipzig (B.G. Teubner und VDF).