©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Österreichische Akademie der Wissenschaften

Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse

Anzeiger

124. Jahrgang – 1987

Wien 1988

In Kommission bei Springer-Verlag Wien New York

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Österreichische Akademie der Wissenschaften

Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse

Anzeiger

124. Jahrgang – 1987

Wien 1988

n Kommission bei Springer-Verlag Wien New York

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Alle Rechte vorbehalten
ISSN 0065-535 X
Druck: Ernst Becvar, A-1150 Wien

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Register

A. Selbständige Anzeigeraufsätze (vorläufige Mitteilungen)

Astronomie

Eichhorn, H., A New Solution of the Two-Altitude Problem 25

Geologie und Paläontologie

Beck-Mannagetta, P., und Kirchmayer, M., Zur Gefügekunde des Plattengneises in der Koralpe, Kärnten – Steiermark 29
Flügel, H. W., siehe Moshammer, B.
Kirchmayer, M., siehe Beck-Mannagetta, P.
Moshammer, B., und Flügel, H. W.: Die „Trögener Gruppe", eine neue stratigraphische Einheit des Paläozoikums der Ostkarawanken 65
Wimmer, H.: Geohydrologie und Hydrochemie des Kobernausserwaldes (OÖ) 119

Mathematik und Geometrie

Drmota, M., Metrische Sätze über schwach gleichmäßig gleichverteilte Funktionen 113
Fluch, W., Ein verallgemeinerter Gauss-Kuzmin-Operator 73
Numerische Betrachtungen zum Gauss-Kuzmin-Operator 91
Hartl, J., Externe Punkte bei Quadriken 9
Kozlowski, M., Affine Maximal Surfaces 137
Pottmann, H., Sätze vom Holditch-Typ über den Flächeninhalt kinematisch erzeugter unbeschränkter Bereiche 43
Röschel, O., Duale Bricard-Bewegung 85
Strubecker, K., Dichtetreue Geradenabbildungen der Ebene 35
Tichy, R. F., Statistische Resultate über computergerechte Darstellungen von Zahlen 1
Winkler, R., Two Results in Uniform Distribution Theory 57

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Mineralogie und Petrologie

Pertlik, F., Verfeinerung der Kristallstruktur des Trigonits, $Pb_3Mn(AsO_3)_2(AsO_2OH)$, nebst einem Hinweis auf auftretende Fehler in der rechnerunterstützten Erfassung von Kristallstrukturen 81
Libowitzky, E., Auflichtoptische Untersuchungen an Osmium 101

Physik und Geophysik

Karlik, B., Register der Briefe von Erwin Schrödinger an Stefan Meyer 71

Zoologie

Komarek, S., Nachtschmetterlinge als Nahrungsbestandteile der Fledermäuse aus der Innenstadt Wiens 67

B. Abhandlungen in anderen Akademiepublikationen

Aufgenommen wurden:

In die Sitzungsberichte, Abteilung I
(Biologische Wissenschaften und Erdwissenschaften)

Bortenschlager, S. 13
Fladerer, F. A. 105
Franz, H. 61, 77
Gepp, J. 61
Komarek, S. 105
Krystyn, L. 77
Larcher, W. 77
Pipp, E. 77
Pretzmann, G. 17

In die Sitzungsberichte, Abteilung II
(Mathematische, Physikalische und Technische Wissenschaften)

Alzer, H. 77
Bainov, D. D. 105
Blümlinger, M. 53
Brauner, H. 61
Drmota, M. 13
Eigenthaler, G. 77
Felber, H. 17
Friedmann, H. 17
Hittmair, O. 17
Hlawka, E. 141
Hristova, S. G. 105
Hule, H. 105
Karlik, B. 13
Lauscher, F. 77
Lochs, G. 53
Mitrinovic, D. S. 141
Neuwirth, E. 17
Nöbauer, W. 17, 77, 141
Pecaric, J. E. 141
Pilz, G. 105
Pottmann, H. 17
Röschel, O. 77
Sachs, H. 77
Seke, J. 17
Wagner, M. 17
Weselka, D. 17
Wiesenbauer, J. 77
Wild, E. 17
Unterwalcher, H. 53
Zinterhof, P. 17

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

In den Catalogus Fossilium Austriae

Siblik, M. 77

In die Monatshefte für Chemie

Im 4. Quartal (86) . . . . . 13— 14
Im 1. Quartal (87) . . . . . 61— 63
Im 2. Quartal (87) . . . . . 105—107
Im 3. Quartal (87) . . . . . 107—108

C. Zentralanstalt für Meteorologie

Seite . . . 15, 16, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 55, 56, 79, 80, 109, 110, 111, 112, 131, 132, 133, 134, 135, 136

D. Wahlen

Seite 147

E. Preisverleihungen

Seite 148

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

ANZEIGER

DER

ÖSTERREICHISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE KLASSE

Jahrgang 1987 **Nr. 1**

Sitzung vom 16. Jänner 1987

Das wirkliche Mitglied Edmund Hlawka legt für die Aufnahme in den Anzeiger die folgende Arbeit vor:

Statistische Resultate über computergerechte Darstellungen von Zahlen

Von Robert F. Tichy

1. Computer-rationale Zahlen

In einem Computer wird jede reelle Zahl approximativ als Dezimal- oder Dualzahl mit endlich vielen Stellen dargestellt. Bei einer Computer-rationalen Zahl handelt es sich nun um einen Bruch, dessen Nenner eine vorgegebene Zahl nicht übersteigt.

Definition. Sei die natürliche Zahl N und $\delta > 0$ vorgegeben. Dann heißt die reelle Zahl p (N, δ)-rational, falls es ganze Zahlen n, m mit $1 \leqslant n \leqslant N$ und $|m - np| \leqslant \delta$ gibt.

Um die Güte der Approximation durch Computer-rationale Zahlen zu messen, führt man die Größe

$$\delta_N(p) = \min_{1 \leqslant n \leqslant N} \|np\|$$

ein, wobei $\|t\|$ den Abstand von t zur nächstliegenden ganzen Zahl bezeichnet. Klarerweise ist p (N, δ)-rational für $\delta \geqslant \delta_N(p)$ und (N, δ)-irrational für $\delta < \delta_N(p)$.

S. Moriguti [7] hat nun umfassende Untersuchungen über die Verteilungseigenschaften der Computer-rationalen Zahlen angestellt. Dabei wird p als gleichverteilte Zufallsvariable auf $[0, 1]$ aufgefaßt; $N\delta_N(p)$ hat Werte in $[0, 1]$. Als erstes Ergebnis erhält man aus [7] für $\xi \in (0, \frac{1}{2})$ für die Wahrscheinlichkeit

$$Pr\{N\delta_N(p) \leqslant \xi\} = \frac{2}{N} \sum_{n=1}^{N} \frac{\varphi(n)}{n} \xi, \tag{1}$$

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

wobei $\varphi(n)$ die Eulersche φ-Funktion bezeichnet. Für große N ergibt sich aus

$$\sum_{n=1}^{N} \varphi(n) = \frac{3N^2}{\pi^2} + O(\log N) \quad \text{(vgl. [2])} ,$$

die folgende asymptotische Formel

$$\sum_{n=1}^{N} \frac{\varphi(n)}{n} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \varphi(n) + \sum_{n=1}^{N} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) \sum_{j=1}^{n} \varphi(j) = \frac{6N}{\pi^2} + O(\log N) . \quad (2)$$

Also hat man für große N (mit einer absoluten O-Konstanten)

$$Pr\{N\delta_N(p) \leqslant \xi\} = \frac{12}{\pi^2}\xi + O\left(\frac{\log N}{N}\right) \quad (\xi \in (0, \tfrac{1}{2})) . \quad (3)$$

Um die Verteilungsfunktion für $\varphi > \frac{1}{2}$ zu bestimmen, führt man wie in [7] einige Notationen ein. Die Punkte $(n, m), 0 \leqslant m \leqslant n \leqslant N$ werden in steigender Ordnung von $\frac{m}{n}$ geordnet und mit $0, 1, 2, \ldots$ numeriert. Die Koordinaten dieser Punkte werden mit $(q_i, p_i), i = 0, 1, 2, \ldots$ bezeichnet und die Folge der Brüche mit $\alpha_i = \frac{p_i}{q_i}$; die α_i bilden die Farey-Folge N-ter Ordnung. Nun setzen wir

$$\xi_h = \frac{N}{N+h} \; (h = 0, 1, \ldots, N), \quad z_h = \sum_{q_i + q_{i+1} = N+h} \frac{1}{q_i q_{i+1}} . \quad (4)$$

Dann wird in [7] gezeigt, daß die Verteilungsfunktion $F(\xi)$ von $N\delta_N(p)$ in jedem Intervall $[\xi_h, \xi_{h-1}]$ stetig (und linear) ist mit der konstanten Dichte

$$f(\xi) = \sum_{h'=0}^{h-1} \frac{z_{h'}}{\xi_{h'}} \quad (\xi_h < \xi < \xi_{h-1}) . \quad (5)$$

Für die Dichtefunktion im Intervall (ξ_h, ξ_{h-1}) ergibt sich

$$f_h = \sum_{h'=0}^{N} \frac{z_{h'}}{\xi_{h'}} - \sum_{h'=h}^{N} \frac{z_{h'}}{\xi_{h'}} = \frac{12}{\pi^2} + O\left(\frac{\log N}{N}\right) - \sum_{h'=h}^{N} \frac{z_{h'}}{\xi_{h'}} . \quad (6)$$

Für die verbleibende Summe in (6) ergibt sich mit $t_h = \frac{h}{N} (h = 0, \ldots, N-1)$ der Wert

$$\frac{2}{N^2} \sum_{P_N} \frac{1}{v} , \quad (7)$$

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

wobei in dieser Summe (7) über alle Gitterpunkte des Bereichs D mit Maschenweite $\frac{1}{N}$ und relativ primen Koordinaten summiert wird, $D = \{(u, v): 1 + t_h \leqslant u \leqslant 2,\ u - 1 \leqslant v \leqslant 1\}$.

Nun teilen wir den Bereich D in H Teilbereiche, und zwar durch Parallele zur u-Achse im Abstand $(1 - t_h)/H$. Es gilt dann

$$\frac{2}{N^2}\sum_{P_N}\frac{1}{v} = \frac{2}{N^2}\sum_{i=0}^{H-1}\left(t_h + i\frac{1-t_h}{H}\right)^{-1}\sum_{P_N(i)} 1 + O\left(\frac{1}{t_h^2 N^2}\max_{0\leqslant i<H}\sum_{P_N(i)} 1\right), \quad (8)$$

wobei die Summation über $P_N(i)$ über die Gitterpunkte im i-ten Parallelstreifen erstreckt wird. Aus dem Beweis von Lemma 1 in [7. Appendix 2] entnimmt man

$$\sum_{P_N(i)} 1 = A(i) N^2 \frac{6}{\pi^2} + O(\log N) \quad (9)$$

mit einer absoluten O-Konstanten; $A(i)$ bezeichnet die Fläche des i-ten Parallelstreifens in D. Zusammen mit (8) ergibt sich

$$\begin{aligned}\frac{2}{N^2}\sum_{P_N}\frac{1}{v} &= \frac{12}{\pi^2}\sum_{i=0}^{H-1} A(i)\left(t_h + i\frac{1-t_h}{H}\right)^{-1} + \\ &+ O\left(\frac{H}{t_h}\frac{\log N}{N^2}\right) + O\left(\frac{1}{H t_h^2}\right) + O\left(\frac{\log N}{t_h^2 N^2}\right) = \\ &= \frac{12}{\pi^2}\iint_D \frac{du\,dv}{v} + O\left(\frac{H\log N}{t_h^2 N} + \frac{1}{H t_h^2} + \frac{\log N}{t_h^2 N^2}\right) = \\ &= \frac{12}{\pi^2} - \frac{12}{\pi^2}t_h(1 - \log t_h) + O\left(\frac{H\log N}{t_h^2 N} + \frac{1}{H t_h^2} + \frac{\log N}{t_h^2 N^2}\right).\end{aligned} \quad (10)$$

Zusammen mit (6) erhält man die folgende asymptotische Formel für die Verteilungsdichte der Zufallsvariablen $\mathrm{N}\,\delta_N(p)$ im Intervall (ξ_h, ξ_{h-1}):

$$f_h = \frac{12}{\pi^2}t_h(1 - \log t_h) + O\left(\frac{\log N}{N} + \frac{H\log N}{t_h N} + \frac{1}{H t_h^2} + \frac{\log N}{t_h^2 N^2}\right). \quad (11)$$

Sei nun $\xi = \frac{1}{1+t}$ und $t \in (0, 1)$ vorgegeben, dann wählt man h so, daß $t_{h-1} \leqslant t \leqslant t_h$, und für die asymptotische Dichte ergibt sich

$$f(\xi) = \frac{12}{\pi^2}t(1 - \log t) + O\left(\frac{\log N}{N} + \frac{H\log N}{t^2 N} + \frac{1}{H t^2} + \frac{\log N}{t^2 N^2}\right). \quad (12)$$

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Setzt man $H = [\sqrt{N/\log N}]$, so ergibt sich für die asymptotische Dichte die asymptotische Formel

$$f(\xi) = \frac{12}{\pi^2} t(1 - \log t) + O\left(\frac{1}{t^2}\sqrt{\frac{\log N}{N}}\right), \quad \xi = \frac{1}{1+t} \in (\tfrac{1}{2}, 1) , \qquad (13)$$

wobei die O-Konstante absolut ist.

2. Das Gesetz von Benford

In statistischen Tafeln kann man empirisch feststellen, daß die Häufigkeit der Zahlen mit erster signifikanter Ziffer $\leqslant k$ ($k = 1, \ldots, b$ und $b \geqslant 2$ Basis eines Positionssystems) ungefähr $\log(k+1)$ beträgt.

Diese Tatsache wurde von F. Benford (1938) empirisch untersucht und wird heute Benfordsche Gesetz genannt.

Ein ebensolches Phänomen stellt man bei der Ziffernverteilung von Zwischenergebnissen nach längeren numerischen Rechnungen fest. Mathematische Modelle für das Benfordsches Gesetz wurden von verschiedenen Autoren untersucht: ein stochastisches Modell von P. Schatte [10] und deterministische Modelle von K. Nagasaka [8] und anderen. Nach Nagasaka erfüllt eine Folge (x_n) das Benfordsches Gesetz (zur Basis b), wenn die Folge der Logarithmen $y_n = \log_b x_n$ gleichverteilt modulo 1 ist, d. h.

$$\lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} 1_I(\{y_n\}) = \lambda(I) \qquad (1)$$

für jedes Intervall $I \subseteq [0, 1]$ gilt; dabei ist 1_I die charakteristische Funktion von I, $\lambda(I)$ der Inhalt und $\{\cdot\}$ der gebrochene Anteil. In [9], [12] wurden vor allem lineare Rekursionen auf die Gültigkeit des Benforschen Gesetzes untersucht. Im folgenden werden spezielle ‚doppeltexponentielle' Rekursionen behandelt, wie sie in der Analyse von Algorithmen auftreten.

Satz. Es seien $b, t \geqq 2$ zwei ganze Zahlen. Die Folge (x_n) positiver Zahlen genüge der Rekursion

$$x_{n+1} = x_n^t + g_n \quad (n \geqslant 0) ,$$

sodaß die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} t^{-n-1} \alpha_n$ konvergiert; dabei ist

$$\alpha_n = \log_b(1 + g_n/x_n^t) .$$

Dann erfüllt die Folge (x_n) genau dann das Benfordsche Gesetz zur Basis b, wenn die Zahl

$$\log_b x_0 + \sum_{n=0}^{\infty} t^{-n-1} \alpha_n$$

normal zur Basis t ist.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Beweis. Wir folgen GREENE—KNUTH [1, p. 31ff.] und setzen $y_n = \log_b x_n$, also $y_{n+1} = t\,y_n + \alpha_n$.

Wegen der Reihenkonvergenz ist der Reihenrest

$$r_n = \sum_{i=n}^{\infty} t^{n-1-i}\alpha_i$$

nach 0 konvergent, und es gilt

$$x_n = k^{t^n} b^{-r_n} \quad \text{mit} \quad k = x_0 b^{\sum_{i=0}^{\infty} t^{-i-1}\alpha_i}. \tag{2}$$

Da $\lim r_n = 0$, ist die Folge $\log_b x_n = t^n \log_b k - r_n$ genau dann gleichverteilt, wenn $t^n \log_b k$ gleichverteilt ist, und dies ist nach [5] genau dann der Fall, wenn die im Satz angegebene Zahl normal zur Basis t ist.

3. Allgemeine Summierungsverfahren

Im vorigen Abschnitt wurde die Gültigkeit des Benfordschen Gesetzes für gewisse rekursive Verfahren gezeigt. Für polynomial erzeugte Folgen

$$x_n = a_d n^d + a_{d-1} n^{d-1} + \ldots + a_0 \quad (a_d \neq 0)$$

gilt jedoch nur ein ‚schwächeres' Gesetz: die Folge $y_n = \log_b x_n$ ist nicht gleichverteilt, da sie sich im wesentlichen wie $\log n$ verhält, sie ist aber zum harmonischen (= logarithmischen) Mittel gleichverteilt. Es gilt sogar, daß $(\log n)$ zum Summierungsverfahren H_∞ gleichverteilt ist; Untersuchungen dazu gehen auf K. NAGASAKA [8], P. SCHATTE [11] und den Autor [16], [17] zurück. Man vergleiche auch ein stochastisches Modell zum Gesetz von Benford [10].

Allgemein definiert man: Die k-dimensionale Folge (y_n) heißt zum positiven gewichteten Mittel $P = (p_n)$ gleichverteilt (mod. 1), falls für jedes k-dimensionale Intervall I

$$\lim_{N\to\infty} \frac{1}{P(N)} \sum_{n=1}^{N} p_n 1_I(\{y_n\}) = \lambda(I) \tag{1}$$

gilt. Dabei ist $P(N) = \sum_{n=1}^{N} p_n$, $\{\cdot\}$ der komponentenweise Bruchteil, und es wird stets $\lim P(N) = \infty$ vorausgesetzt. Zur Definition von Zufallszahlen (vgl. KNUTH [4]) wird oft der folgende Begriff verwendet: (x_n) heißt zum positiven gewichteten Mittel $P = (p_n)$ vollständig gleichverteilt (mod. 1), falls für jede natürliche Zahl k die k-dimensionale Folge $x_n^{(k)} = (x_n, \ldots, x_{n+k-1})$ zum Mittel P gleichverteilt ist. Als Antwort auf

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

eine in einer persönlichen Mitteilung von P. SCHATTE gestellte Frage formulieren wir den folgenden

Satz. Es gibt eine bezüglich des harmonischen Mittels vollständig gleichverteilte Folge (x_n), die nicht zum arithmetischen Mittel gleichverteilt ist.

Beweisskizze.

Es sei (y_n) eine zum arithmetischen Mittel vollständig gleichverteilte Folge. Nun setzt man $a_N = 2^{N^2}$, $b_N = 2 \cdot 2^{N^2}$ für $N = 1, 2, \ldots$; ferner definiert man

$$x_n = 0 \quad \text{für} \quad a_N < n \leqslant b_N \quad (N = 1, 2, \ldots) .$$

Alle verbleibenden Indices, die nicht in einem Intervall $(a_N, b_N]$ liegen, ordnet man der Größe nach: $n_1, n_2, n_3, \ldots$ und setzt

$$x_{n_i} = y_i \quad \text{für} \quad i = 1, 2, \ldots .$$

Die Folge (x_n) hat nun die im Satz geforderten Eigenschaften.

Bemerkung. Die Konstruktion ist stark verallgemeinerungsfähig. Seien $(p_n) = (n^\alpha), (q_n) = (h^\beta)$ zwei gewichtete Mittel mit $-1 \leqslant \beta < \alpha$.

Dann gibt es eine zum Mittel (q_n) vollständig gleichverteilte Folge, die nicht zum Mittel (p_n) gleichverteilt ist. Zu Satz 3 verwandte und allgemeinere Resultate (unter einem etwas anderen Gesichtspunkt dargestellt) findet man in R. SCHNABL [13].

Wie im Fall von Folgen können auch gleichverteilte Doppelfolgen zur deterministischen Beschreibung von zweidimensionalen zufälligen Arrays verwendet werden. Entsprechend der Definitionen in KNUTH [4, Sec. 3.5.] ergeben sich auch hier mehrere Varianten. Als zusätzliche Alternativen hat man hier mehrere Möglichkeiten, die Summierung zu definieren. Dies soll hier nur am Fall der gewöhnlichen Gleichverteilung illustriert werden (analog bei der vollständigen Gleichverteilung, der (2, 2)-Gleichverteilung aus [3] und bei höherdimensionalen Arrays).

Die Doppelfolge (x_{mn}) heißt gleichverteilt (glvt.), falls für jedes Intervall $I \subseteq (0, 1)$

$$\lim_{M,N\to\infty} \frac{1}{MN} \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} 1_I(\{x_{mn}\}) = \lambda(I); \tag{2}$$

(M, N streben unabhängig gegen ∞)

(x_{mn}) heißt schwach-glvt., falls

$$\lim_{N\to\infty} \frac{1}{N^2} \sum_{m=1}^{N} \sum_{n=1}^{N} 1_I(\{x_{mn}\}) = \lambda(I) ; \tag{3}$$

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

(x_{mn}) heißt (α, β)-glvt., falls

$$\lim_{M,N\to\infty} \frac{1}{M\,N} \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} 1_I(\{x_{mn}\}) = \lambda(I); \tag{4}$$

dabei ist $0 < \alpha < 1 < \beta$ und M, N erfüllen die Abschätzungen $a\,M^{\alpha} \leqslant N \leqslant b\,M^{\beta}$ mit irgendwelchen Konstanten $a, b > 0$. Der Spezialfall $\alpha = \beta = 1$ wurde in [15, b] behandelt. Die Gleichverteilungsbegriffe (2), (3) werden ausführlich in [15, a], [6] untersucht.

Bemerkenswerte Unterschiede dieser Begriffe werden offenkundig, wenn man wahrscheinlichkeitstheoretische Aussagen über die gleichverteilten Teilfolgen macht. So gilt nach [6]:

(x_{mn}) ist schwach-glvt. genau dann, wenn fast alle Teilfolgen schwach-glvt. sind. (Das Maß auf dem Raum aller Teilfolgen ist in natürlicher Weise als Produktmaß definiert, siehe [15], [6]). Für $\alpha = \beta = 1$ wurde dieser Satz in [15, b] gezeigt (Proposition). Mit demselben Beweis ergibt sich dieser Satz auch für allgemeines (α, β). Für die Gleichverteilung (2) findet man hingegen in [6] ein Gegenbeispiel. Abschließend sei bemerkt, daß man zum Beweis derartiger Resultate leider nicht direkt das mehrdimensionale Gesetz der großen Zahlen von SMYTHE [14] verwenden kann, da die entsprechenden Zufallsvariablen nicht unabhängig sind.

Literatur

[1] Greene, D., and D. E. Knuth, Mathematics for the Analysis of Algorithms, Birkhäuser Verlag, Zweite Auflage, 1983.

[2] Hardy, G. H., und E. M. Wright, Einführung in die Zahlentheorie, R. Oldenbourg, München, 1958.

[3] Kirschenhofer, P., and R. F. Tichy: On Uniform Distribution of Double Sequences, Manuscripta Math. *35* (1981), 195—207.

[4] Knuth, D. E.: The Art of Computer Programming, Vol. II. (Seminumerical Algorithms), Addison-Wesley, Reading (Mass.), 1969 (2nd Edition 1981).

[5] Kuipers, L., and H. Niederreiter, Uniform Distribution of Sequences, John Wiley, New York, 1974.

[6] Losert, V., and R. F. Tichy, On Uniform Distribution of Subsequences, Prob. Th. Rel. Fields *72* (1986), 517—528.

[7] Moriguti, S.: A Theory of Computer Rational Numbers, Japan J. Appl. Math. *1* (1984), 253—271.

[8] Nagasaka, K.: On Bendford's Law, Ann. Inst. Statist. Math. *36* (1984), 337—352.

[9] Nagasaka, K., and J. S. Shiue: Benford's Law for Linear Recurrence Sampling Procedures, im Druck.

[10] Schatte, P.: Zur Verteilung der Mantisse in der Gleitkommadarstellung einer Zufallsgröße, ZAMM *53* (1973), 553—565.

[11] Schatte, P.: Estimates for the H_{∞}-Uniform Distribution. Math. Nachr., im Druck.

[12] Schatte, P.: On the Uniform Distribution of Certain Sequences and Benford's Law, Math. Nachr., im Druck.

[13] Schnabl, R.: Zur Theorie der homogenen Gleichverteilung Modulo 1, Sitzungsber. Österr. Akad. Wiss., math.-naturw. Kl. *172* (1963), 43—77.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

[14] Smythe, R. T.: Ergodic Properties of Marked Point Processes in $\mathbb{R}^r$, Ann. Inst. H. Poincaré, Sec. B. *11* (1975), 109—125.

[15] a) Tichy, R. F.: Ein metrischer Satz in der Theorie der Gleichverteilung, Sitzungsber. Österr. Akad. Wiss., math.-naturw. Kl. *188* (1979), 317—327; b) Ergänzung zu a), Anz. Österr. Akad. Wiss., math.-naturw. Kl., 1983, 151—153.

[16] a) Tichy, R. F.: Uniform Distribution and Diophantine Inequalities, Mh. Math. *99* (1985), 147—152; b) Gleichverteilung und zahlentheoretische Ungleichungen II., Anz. Österr. Akad. Wiss., math.-naturw. Kl. *122* (1985), 95—99.

[17] Tichy, R. F.: Gleichverteilung zum Summierungsverfahren H_∞, Math. Nachr., im Druck.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Anzeiger der Österreichischen Akademie der Wissenschaften,
math.-naturwiss. Klasse **124** (1987), 9—11

Das korrespondierende Mitglied Heinrich BRAUNER legt für die Aufnahme in den Anzeiger die folgende Arbeit vor:

EXTERNE PUNKTE BEI QUADRIKEN

Von J. HARTL

Herrn Prof. Dr. *Fritz Hohenberg* zum 80. Geburtstag gewidmet

Einleitung

Die Bezeichnungen Außenpunkt und Innenpunkt einer Quadrik werden in der Literatur nicht einheitlich verwendet. Versteht man nach BRAUNER ([1], S. 198) unter einem Außenpunkt einer Quadrik einen solchen Punkt, aus dem ein Tangentialkegel an die Quadrik existiert, so besitzt jede Quadrik Außenpunkte; Innenpunkte besitzen höchstens Quadriken vom Index 0. Es gibt unter den Außenpunkten im allgemeinen solche, deren Polarhyperebene eine Maximalerzeugende der Quadrik enthält. Diese Außenpunkte heißen hier externe Punkte. (In der Literatur werden sie auch als Außenpunkte bezeichnet, siehe etwa GIERING [3], S. 63, 91ff.; STARY [4], S. 53 und [5].) In dieser Arbeit wird in Abhängigkeit vom Index untersucht, welche Quadriken und welche quadratischen Kegel externe Punkte besitzen, und für welche Quadriken und quadratischen Kegel es außer den Quadrikpunkten bzw. Kegelpunkten nur externe Punkte gibt. Die Frage nach der Existenz von externen Punkten kann abschließend beantwortet werden (Satz 1); die Frage, ob es nicht externe Nichtquadrikpunkte gibt, kann für beliebige Quadriken und quadratische Kegel zurückgeführt werden auf dieselbe Frage für Quadriken vom Index 0, also auf die Frage nach der Existenz von Innenpunkten von Quadriken (Satz 2).

1. Bezeichnungen

Die Menge aller selbstkonjugierten Punkte einer projektiven hyperbolischen Polarität π in einem klassischen projektiven Raum P^n der Dimension $n < \infty$ heißt eine *Quadrik* Q^{n-1}. Ein Punkt P des P^n, der nicht auf Q^{n-1} liegt, heißt ein *Innenpunkt* bzw. *Außenpunkt* von Q^{n-1}, wenn seine Polarhyperebene Γ_P keinen bzw. einen Punkt von Q^{n-1} enthält. Ein Außenpunkt von Q^{n-1} heißt *externer Punkt* von Q^{n-1}, wenn seine Polarhyperebene einen auf Q^{n-1} liegenden Unterraum maximaler Dimension j, eine *Maximalerzeugende* von Q^{n-1}, enthält. Die Dimension j heißt der *Index* von Q^{n-1}. Für $j = 0$ stimmen die Begriffe externer Punkt und Außenpunkt überein. Die Polarhyperebene jedes Außenpunktes einer Quadrik Q^{n-1} vom Index $j \geqslant 1$, der kein externer

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Punkt ist, enthält in der Quadrik liegende Unterräume der Dimension $j-1$, nämlich die Schnittträume der Polarhyperebene mit den Maximalerzeugenden von Q^{n-1}.

Sind S^{n-r} und T^{r-1} zueinander komplementäre Unterräume in P^n und ist Q^{r-2} eine Quadrik in T^{r-1}, so ist die Vereinigung der Unterräume $P+S^{n-r}$ mit $P \in Q^{r-2}$ ein *quadratischer Kegel* K^{n-1} zum *Spitzenraum* S^{n-r}. Der Schnitt von K^{n-1} mit jedem zu S^{n-r} komplementären Unterraum ist eine Quadrik, die denselben Index hat wie Q^{r-2}. Die Maximalerzeugenden von K^{n-1} sind genau die Verbindungsräume von S^{n-r} mit den Maximalerzeugenden des Schnittes Q^{r-2} von K^{n-1} mit irgendeinem zu S^{n-r} komplementären Unterraum. Ein Punkt P des P^n, der nicht auf K^{n-1} liegt, heißt ein *Innenpunkt* bzw. *Außenpunkt* von K^{n-1}, wenn er Innenpunkt bzw. Außenpunkt eines Schnittes Q^{r-2} von K^{n-1} mit einem zu S^{n-r} komplementären Unterraum durch P ist. Die *Polarhyperebene* eines Punktes P, der nicht in S^{n-r} liegt, bezüglich K^{n-1} ist die Verbindung von S^{n-r} mit der Polarhyperebene von P bezüglich des Schnittes von K^{n-1} mit einem zu S^{n-r} komplementären Unterraum durch P. Ein Außenpunkt von K^{n-1} heißt *externer Punkt* von K^{n-1}, wenn seine Polarhyperebene eine Maximalerzeugende von K^{n-1} enthält. Die *Totalpolare* eines Unterraums bezüglich einer Quadrik bzw. bezüglich eines Kegels ist der Schnitt sämtlicher Polarhyperebenen von Punkten des Unterraumes bezüglich der Quadrik bzw. bezüglich des Kegels.

2. Zur Existenz von externen Punkten

Eine Quadrik Q^{n-1} besitzt keine externen Punkte genau dann, wenn gilt: Ist eine Maximalerzeugende M^j enthalten in der Polarhyperebene eines Punktes P, so liegt P auf der Quadrik. Das bedeutet, daß die M^j umfassende Totalpolare von M^j in Q^{n-1} enthalten sein, also mit M^j identisch sein muß. Das ist aus Dimensionsgründen genau dann der Fall (siehe STARY [4], S. 31), wenn für den Index j der Quadrik gilt: $2j = n-1$. Für einen Kegel K^{n-1} zum Spitzenraum S^{n-r} gilt damit: K^{n-1} besitzt keine externen Punkte genau dann, wenn für den Index k von K^{n-1} gilt: $2k = 2n-r$.

Satz 1: *Ein quadratischer Kegel K^{n-1} zum Spitzenraum S^{n-r} mit dem Index k bzw. eine Quadrik Q^{n-1} mit dem Index j in einem klassischen projektiven Raum P^n besitzt keine externen Punkte, wenn gilt: $2k = 2n-r$ bzw. $2j = n-1$.*

3. Zur Existenz von nicht externen Punkten

Eine Quadrik Q^{n-1} mit Index j besitzt außer Quadrikpunkten nur externe Punkte, wenn jede Hyperebene eine Maximalerzeugende von Q^{n-1} enthält. Ist $j > 0$, so enthält jede Hyperebene einen Quadrikpunkt P; sie enthält eine Maximalerzeugende von Q^{n-1} durch P genau dann,

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

wenn ihr Schnitt mit der Tangentialhyperebene Γ_P von Q^{n-1} in P eine Maximalerzeugende des Kegels K^{n-2} enthält, den Γ_P aus Q^{n-1} ausschneidet. Das ist genau dann für jede Hyperebene der Fall, wenn ein Kegel K^{n-1} zum Spitzenraum P mit Index j außer Kegelpunkten nur externe Punkte besitzt. Andererseits besitzt ein Kegel K^{n-1} zum Spitzenraum S^{n-r} mit Index k außer Kegelpunkten nur externe Punkte, wenn eine Quadrik Q^{r-2} mit Index $k-(n-r)-1$ außer Quadrikpunkten nur externe Punkte besitzt. Beide Aussagen zusammen liefern mit Induktion:

Satz 2: *Ein quadratischer Kegel K^{n-1} zum Spitzenraum S^{n-r} mit dem Index k bzw. eine Quadrik Q^{n-1} mit dem Index j in einem klassischen projektiven Raum P^n besitzt außer Kegel- bzw. Quadrikpunkten nur externe Punkte genau dann, wenn eine Quadrik $Q^{2n-2k-r}$ vom Index 0 bzw. eine Quadrik Q^{n-2j-1} vom Index 0 außer Quadrikpunkten nur Außenpunkte besitzt.*

Literatur

[1] Brauner, H.: Geometrie projektiver Räume I. Bibliographisches Institut, Mannheim–Wien–Zürich 1976.

[2] Brauner, H.: Geometrie projektiver Räume II. Bibliographisches Institut, Mannheim–Wien–Zürich 1976.

[3] Giering, O.: Vorlesungen über höhere Geometrie. Vieweg, Braunschweig–Wiesbaden 1982.

[4] Stary, M.: Beiträge zur projektiven Inversion und deren Linearisierung. Diss. TU München 1985.

[5] Stary, M.: Zum Außen- und Innengebiet von Quadriken. J. of Geometry *27* (1986) 87—93.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

In die Sitzungsberichte, Abteilung I, wird aufgenommen:

„Erste pollenanalytische Untersuchungen bei Kazbegi im Zentralkaukasus" von Sigmar BORTENSCHLAGER (vorgelegt von w. M. Walter LARCHER)

In die Sitzungsberichte, Abteilung II, wird aufgenommen:

„Untere Schranken für die C-Diskrepanz" von Michael DRMOTA (vorgelegt von w. M. Edmund HLAWKA)

„Register des wissenschaftlichen Briefwechsels von Karl Przibram" von w. M. Berta KARLIK

Im Zeitraum vom 1. 10.—31. 12. 1986 wurden folgende Arbeiten in die Monatshefte für Chemie aufgenommen:

ABDEL-HAMID, R.: Mechanism of the voltammetric reduction of phenolphthaleine at the mercury electrode in DMF

BARTSCH, H.: Studies on the chemistry of 1,4-oxazines, XV. Synthesis of ethyl 3,4-dihydro-4-tosyl-2H-1,4-benzoxazine-3-carboxylate

BELAJ, F., C. KRATKY, E. NACHBAUR und A. POPITSCH: Kristallstruktur von Trisilber(I)amidosulfat Monohydrat

BELAJ, F., und E. NACHBAUR: Kristallstruktur von Trimethylisocyanursäure, $(CH_3NCO)_3$, und von Trichlorisocyanursäure. 1/2 Ethylenchlorid, $(ClNCO)_3$. 1/2 $C_2H_4Cl_2$

BODENTEICH, M., E. CHEMELLI und H. GRIENGL: N-(2,6-Dihalobenzoyl)-N′-pyrimidinylharnstoffe

BÖS, M., und W. FLEISCHHACKER: Über eine neue Umlagerung unter den Bedingungen der Wittig Olefinierung

BRZYSKA, W., and Z. RZACZÝNSKA: Complexes of heavy lanthanides with o-aminobenzoic acid

CABALLOL, R., J. M. RIBÓ, F. R. TRULL and A. VALLÉS: Reactivity of pyrrole pigments, IX. MINDO/3 calculations on dipyrrolic partial models of bile pigments

CABALLOL, R., J. M. RIBÓ, F. R. TRULL and A. VALLÈS: Reactivity of pyrrole pigments, X. MINDO/3 calculations on bile pigments

CABELLO, C. I., und E. J. BARAN: Spektroskopisches und thermisches Verhalten von $K_2HAsCrO_{10}$

DOMÉNECH, J., and J. MIRÓ: Electrical conductivities of halide salts in aqueous formamide solutions

HAYDEN, W., R. PUCHER and H. GRIENGL: α-Alkoxy-β-dicarbonylverbindungen durch Acylierung von Lithiumenolaten

HOFER, O., and H. NEUDECK: Lanthanide induced shifts of sterically hindered aromatic cabonyl compounds. Oxomethylene-bridged, acetyl-, and formyl-2,2′-spirobiindanes

HORN, E.-M., H. KEISER und K. SCHÖLLER: Zur thermischen Zersetzung der hochkonzentrierten Salpetersäure

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

JEDRZEJAK, A., and M. JABLOŃSKI: Prediction of the adsorption of organic component and water vapour mixtures onto activated carbon

KAPPE, T., A. BRANDNER und W. STADLBAUER: Synthese von kondensierten Benzofuranen durch Dehydratisierung cyclischer Phenyl-β-Dicarbonylverbindungen

KUHL, P., R. SCHAAF and H.-D. JAKUBKE: Studies on enzymatic peptide synthesis in biphasic aqueous-organic systems with product extraction

KURZER, F., J. B. O. MITCHELL and J. N. PATEL: Diisophorone and related compounds, XIX. Synthesis and reactions of 6,8-dibromodiisophorones

LESKOVAC, V., S. TRIVIC, D. MARGANOVIC and V. PRODANOV: Mechanism of addition-reactions to the C5-atom of the nicotinamide moiety of NADH

NARODOSLAWSKY M., H. HUEMER und F. MOSER: Flüssig-flüssig Gleichgewicht und Dichten der koexistierenden Phasen des Systems Wasser-Methanol-Dichlormethan im Bereich zwischen 20° und 90° C

PAWLIK, K., and K. FITZNER: Prediction of the minimum solubility during either deoxidation or desulfurisation process in liquid alloys

PERTLIK, F.: The structures of 1-(2′-hydroxybenzoyl)piperidine and 4-(2′-hydroxybenzoyl)morpholine

SCHRÖDER, F., und H. MÜLLER-BUSCHBAUM: Synthese und Strukturaufklärung von $SrBeLa_2O_5$

WAGNER, U. G., C. KRATKY, H. FALK und H. FLÖDL: Struktur und Konformation eines linearen Pentapyrrols

WEIDNER, J., und E. VILSMAIER: Aminocyclopropyl-substituierte CH-Säuren als Substrate der nukleophilen Substitution am Dreiring

WEIDNER, J., E. VILSMAIER und R. FRIES: 2-Cyclopropyliden-1,3-cycloalkandione als Zwischenstufen einer nukleophilen Substitution am Dreiring

WEIDNER, J., E. VILSMAIER und C. HENN: Eine Synthese für Cyclopropandiyl-bis-(isopropylidenmalonate)

WITTMANN, H., E. ZIEGLER und H. STERK: Bis-trifluormethansulfonate aus Monoacyl-Yliden

WOLFBEIS, O. S., M. BEGUM and H. GEIGER: The fluorescence properties of luteolines

ZABDYR, L. A.: Thermodynamics and phase diagram of the gallium-sodium system

16° 21·7′ E-Länge v. Gr. | *im Monat Jänner 1987* | 48° 14·9′ N-Breite.

Tag	Luftdruck[1] hpa					Lufttemperatur, °C in 1·85 m über dem Boden						Ausstrahlung °C[4]	Dampfdruck hpa				Relative Feuchtigkeit %				Verdunstung, mm	Tagesmittel der Bodentemperatur / °C in der Tiefe von ... m				
	7h	14h	21h	Mit.	Δ[2]	7h	14h	21h	Mit.	Max.[3]	Min.[3]	7h	7h	14h	21h	Mit.	7h	14h	21h	Mit.		0·02	0·1	0·5	1·0	2·0
1.	986·9	985·9	984·5	985·8	−8·3	7·6	**9·7**	6·5	**7·9**	**10·6**	5·9	4·7	8·5	8·0	8·5	**8·3**	82	66	88	79	0·7	5·1	4·7	3·8	4·6	8·2
2.	**974·7**	976·2	975·4	**975·4**	**−18·7**	5·8	7·2	5·7	6·2	9·1	−1·2	2·8	**8·7**	6·5	6·7	7·3	94	64	72	77	**1·1**	5·0	4·6	4·3	4·9	8·2
3.	985·8	990·7	994·1	990·2	−3·9	−3·9	−2·0	−3·8	−3·2	−1·2	−4·3	−5·1	3·1	2·5	2·9	2·8	66	**49**	62	**59**	1·0	0·9	2·0	4·1	5·0	8·1
4.	998·3	999·4	999·5	999·1	5·0	−1·4	−0·3	−1·8	−1·2	0·0	−2·2	−4·4	3·9	3·1	3·7	3·6	70	52	69	64	0·6	0·4	1·1	3·6	5·1	8·1
5.	989·0	983·5	981·7	984·7	−9·6	−1·9	3·8	4·6	2·2	4·9	−2·2	−6·0	4·7	6·3	6·0	5·7	89	79	71	80	0·4	0·4	0·7	3·1	4·9	8·1
6.	977·5	977·0	978·3	977·6	−16·7	3·9	5·0	2·2	3·7	5·5	0·0	0·4	5·5	5·7	6·1	5·8	67	66	85	73	0·8	0·5	0·7	2·8	4·7	8·1
7.	985·7	992·1	998·6	992·1	−2·3	−2·2	−5·0	−9·0	−5·4	0·0	−10·1	−4·4	4·1	2·5	2·0	2·9	79	59	65	68	0·8	0·4	0·6	2·6	4·4	8·0
8.	1000·3	999·0	995·8	998·4	4·0	−9·5	−5·9	−6·8	−7·4	−4·7	−10·8	−13·6	2·1	2·3	2·5	2·3	72	59	70	67	0·2	0·2	0·4	2·4	4·2	7·9
9.	984·7	982·5	985·4	984·2	−10·2	−3·3	−1·5	−1·4	−2·1	−0·8	−5·0	−9·3	3·7	4·3	4·3	4·1	79	78	77	78	0·1	0·2	0·3	2·3	4·2	7·9
10.	984·6	983·1	983·8	983·8	−10·6	−6·8	−6·7	−7·9	−7·1	−4·0	−9·2	−7·5	3·2	3·1	2·9	3·1	89	84	85	86	0·1	0·2	0·4	2·2	3·9	7·8
11.	983·8	983·5	983·9	983·7	−10·8	−12·8	−12·8	−14·3	−13·3	−9·2	−15·4	−12·9	2·0	1·9	1·7	1·9	85	82	83	83	0·0	0·2	0·4	2·1	3·9	7·7
12.	982·2	985·3	990·5	986·0	−8·5	−15·2	−13·4	−15·4	−14·7	−13·3	−15·7	−16·0	1·5	1·5	1·3	**1·4**	79	67	71	72	0·0	−0·1	0·2	1·9	3·7	7·7
13.	989·8	988·7	990·2	989·6	−4·9	**−18·5**	−14·4	−14·2	**−15·7**	−13·7	**−19·4**	**−23·0**	**1·2**	1·5	1·6	**1·4**	88	76	80	81	0·0	−0·8	−0·1	1·8	3·6	7·6
14.	992·5	989·5	986·3	989·4	−5·1	−13·6	−11·4	−10·2	−11·7	−10·2	−14·3	−16·5	1·6	2·0	2·5	2·0	74	77	88	80	0·1	−0·7	−0·3	1·7	3·5	7·6
15.	982·2	982·1	985·9	983·4	−11·1	−11·4	−8·8	−7·7	−9·3	−7·0	−12·2	−12·3	2·3	2·7	3·2	2·7	86	87	93	89	0·1	−0·5	−0·3	1·5	3·4	7·5
16.	992·3	995·9	1000·7	996·3	1·8	−6·6	−5·8	−5·1	−5·8	−5·0	−7·1	−7·5	3·5	3·6	3·7	3·6	94	92	91	92	0·0	−0·3	−0·2	1·5	3·4	7·4
17.	1005·1	1006·7	1007·8	1006·5	12·0	−5·2	−4·7	−5·1	−5·0	−4·6	−6·1	−6·0	3·9	3·9	3·7	3·8	93	89	91	91	0·0	−0·1	−0·1	1·5	3·3	7·3
18.	1006·3	1004·3	1003·8	1004·8	10·3	−6·5	−4·9	−4·8	−5·4	−4·7	−7·2	−7·8	3·2	3·3	3·6	3·4	87	78	85	83	0·1	−0·2	−0·1	1·5	3·3	7·3
19.	1002·1	1001·7	1004·1	1002·6	8·1	−4·8	−0·7	−5·6	−3·7	−0·3	−7·9	−6·6	3·7	4·4	3·6	3·9	87	77	90	85	0·1	−0·1	−0·1	1·4	3·2	7·2
20.	1007·0	1008·6	1010·3	1008·6	14·1	−5·4	−4·8	−6·1	−5·4	−4·8	−7·9	−13·1	3·7	3·9	3·6	3·7	91	89	92	91	0·0	−0·1	0·0	1·4	3·2	7·2
21.	**1010·9**	1010·2	1009·8	**1010·3**	**15·8**	−7·3	−5·6	−7·8	−6·9	−5·4	−8·9	−8·1	3·2	3·3	2·9	3·1	91	84	88	88	0·1	−0·2	−0·1	1·4	3·1	7·1
22.	1008·2	1007·1	1007·0	1007·4	12·9	−8·5	−2·6	−1·9	−4·3	−1·6	−9·8	−12·1	2·9	4·1	4·7	3·9	89	82	87	86	0·3	−0·2	−0·2	1·3	3·1	7·0
23.	1002·5	997·7	995·7	998·6	4·2	−1·2	1·3	1·2	0·4	1·9	−1·7	−5·4	4·9	5·3	5·6	5·3	88	80	83	84	0·5	0·1	−0·1	1·3	3·1	6·9
24.	999·4	1006·7	1009·5	1005·2	10·8	1·8	1·8	−2·8	0·3	2·6	−4·0	−0·3	6·4	4·3	4·0	4·9	92	61	82	78	0·7	0·3	0·1	1·3	3·0	6·9
25.	1004·2	996·3	991·0	997·2	2·8	−7·2	3·6	2·2	−0·5	4·1	−7·8	−11·9	3·3	5·5	5·6	4·8	93	68	77	79	0·5	0·3	0·2	1·4	3·1	6·8
26.	983·5	979·3	982·2	981·7	−12·7	1·1	1·1	−1·1	0·4	2·0	−2·1	−2·0	4·8	5·6	4·1	4·8	73	85	74	77	0·6	0·4	0·1	1·3	3·0	6·8
27.	986·9	985·5	980·5	984·3	−10·1	−2·6	0·7	−3·8	−1·9	1·9	−6·2	−8·0	3·1	3·5	3·5	3·4	61	53	76	63	0·6	0·3	0·1	1·3	3·0	6·7
28.	977·9	976·9	976·9	977·2	−17·1	−2·2	1·2	0·6	−0·1	1·6	−7·4	−14·2	3·9	3·7	4·1	3·9	73	56	64	64	0·2	0·0	0·0	1·3	2·9	6·6
29.	980·5	984·1	989·3	984·6	−9·7	−1·0	−0·6	−5·2	−2·3	0·4	−8·0	−3·8	4·3	2·9	2·9	3·4	74	50	69	64	0·2	0·0	0·1	1·3	2·9	6·6
30.	998·6	1000·7	1001·8	1000·4	6·1	−12·8	−7·7	−12·3	−10·9	−6·8	−15·0	−16·7	1·6	1·7	1·9	1·7	72	51	76	66	0·1	−0·6	0·0	1·2	2·8	6·5
31.	1001·0	999·5	1001·7	1000·7	6·4	−14·7	−6·1	−11·5	−10·8	−5·4	−15·4	−20·7	1·6	2·0	2·0	1·9	83	52	80	72	0·0	−1·2	−0·4	1·3	2·8	6·5
Mittel	992·4	992·2	993·1	992·6	−1·8	−5·4	−2·9	−4·6	−4·3	−1·9	−7·7	−8·6	3·7	3·7	3·7	3·7	82	71	79	77	10·0 Summe	0·3	0·5	2·0	3·7	7·4

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Tag	Bewölkung (Menge 0–10, Dichte$^{0-2}$) Witterung zum Termin 7h	14h	21h	Mit.	Sonnenschein[5]	Windrichtung und -stärke (0–12 Beaufort-Grade) 7h	14h	21h	Windgeschwindigkeit, m/sek Mit.[6]	Maximum[7]	Niederschlag in mm Wasserhöhe und Form 7h	14h	21h	Sum.[8]	Schneehöhe[9]	Bemerkungen zum Wetterverlauf (Intensität ^{0,1,2}, = leicht, mäßig, stark)
1.	10^{2}●	5^{1}	10^{1}●	8·3	2·5	WNW 4	W 3	W 3	6·1	WNW 21·7	1·8	4·1	0·9	11·4	·	≍ni,mi,●Tr●$^{0-1}$0^{05}–5i,●$^{0-1}$5^{46}–10^{55}i,●^{0}17–24i;
2.	9^{1}	10^{1}	8^{1}	9·0	0·0	WSW 2	W 3	W 4	4·5	WNW 17·2	6·4	·	·	0·6✱	·	●$^{0-2}$0–3,●^{0}3^{54}–6^{40}i,●Tr●^{0}22$^{13-30}$✳$^{0-1}$–24;
3.	3^{1}	0	9^{1}	4·0	6·9	NNW 4	NNW 4	W 3	6·2	NW 17·5	0·6✱	·	·	0·0✳	0	∞^{0}fr–a,✳^{0}n,23$^{22-35}$;
4.	10^{1}✳	5^{1}	0	5·0	3·3	W 3	WNW 4	W 3	5·1	WNW 15·0	0·0✳	0·0✳	·	0·5✳	0	✳Fl6^{15}–mU–9✳^{0}–9^{30}✳Fl–10^{10}i;
5.	10^{2}✳	9^{1}	3^{1}	7·3	1·4	SSE 2	WSW 5	WSW 4	4·6	W 18·9	0·5✳	3·3✱	0·0	3·3✱	1	✳$^{0-1}$5^{35}–7^{50}✳$^{1-2}$–9^{05}△^{0}✳^{0}–mU–a✱^{0}–12^{15},●Trp,abdi;
6.	9^{1}	8^{1}	10^{1}✱	9·0	3·6	WSW 4	WSW 5	W 4	7·4	W 21·7	·	0·0	0·9✱	3·4✱	2	≍a,m,p,●^{0}m,17^{20}–mU–20^{35}✱$^{1-2}$–21^{10}✳$^{0-2}$–23^{55},ℝ^{0}np;
7.	10^{1}✳	4^{1}	0	4·7	1·4	NNW 3	NNW 4	NW 4	5·6	NW 15·3	2·5✱	0·2✳	·	0·2✳	2	✳^{0}4^{20}–13i,∞^{2}=fr–∞^{0}m–p;
8.	10^{1}✳	6^{1}	0	5·3	2·6	WNW 3	W 3	W 3	4·6	W 16·4	0·0✳	0·2✳	·	0·7✳	2	✳Fl✳^{0}6^{15}–✳$^{0-1}$10$^{25-35}$✳Fl✳^{0}–13i,✳Flnpi;
9.	10^{1}✳	10^{1}✳	10^{1}✳	10·0	0·0	W **6**	W **6**	W 3	**8·6**	W **25·3**	0·5✳	1·3✳	0·1✳	3·3✳	3	✳Fl✳^{0}0^{30}–mU–2^{10}✳$^{0-1}$–15^{50}✳Fl✳^{0}–mU–20^{10},
10.	3^{1}	10^{2}✳	10^{2}✳	7·7	0·0	E 2	NNE 2	NNE 3	2·1	NNE 6·1	1·9✳	0·7✳	1·5✳	6·7✳	10	✳$^{0-1}$0–3^{10}i,8^{37}–24i; [✳$^{0-1}$2^{050}–24,≍na–pi;
11.	10^{2}≡✳	10^{2}✳	10^{2}✳	10·0	0·0	NNW 3	NW 4	WNW 5	5·9	WNW 17·8	4·5✳	3·9✳	5·1✳	**16·6**✳	16	✳$^{0-1}$0–18✳^{1}–24,≡^{0}fr;
12.	10^{2}✳	10^{1}	0	6·7	0·0	WNW 5	W 4	W 3	6·4	WNW 16·9	7·6✳	2·3✳	·	2·3✳	28	✳$^{0-1}$0–13^{40},=a,∞$^{1-2}$p–np;
13.	0	10^{0}	10^{1}✳	6·7	0·0	NNE 1	SE 2	E 2	2·4	WSW 8·3	·	0·0✳	0·0✳	0·0✳	28	V^{0}na–a,✳Fl7^{52}–9^{30}i,m–pi,=a–m,✳Fl✳^{0}16^{52}–23^{42}i;
14.	10^{1}	10^{1}✳	10^{2}✳	10·0	0·0	NE 1	E 2	NE 1	1·9	NNE 5·3	0·0✳	0·0✳	2·2✳	9·6✳△	26	✳Flni,3^{10}–mU–8^{15}✳^{0}–11^{20}✳Fl–pi,✳$^{0-1}$16^{45}–19^{50}✳$^{1-2}$–24;
15.	10^{1}✳△	10^{1}	10^{2}≡:	10·0	0·0	C 0	NNE 2	ENE 2	1·7	NNE 5·8	7·4✳△	5·0✳△	0·0✳	5·0✳△	35	✳$^{0-2}$△^{0}0–12^{10}✳$^{0-2}$–13^{40}✳Fl–p,≡^{0}fr–a,✳Fl✳^{0}20^{30}–22i, [≡$^{0-2}$np;
16.	10^{2}≡:	10^{2}≡△	10^{2}≡:✳	10·0	0·0	NNE 1	NE 2	NE 1	1·5	NNE 5·0	0·0✳	0·0△	0·1✳△	0·3✳△	**36**	=≡$^{0-1}$≡:$^{0-1}$n–np,V^{1}n–np,△^{0}a–mU–19^{30}✳^{0}–21^{30};
17.	10^{2}≡:	10^{2}△	10^{1}	10·0	0·0	N 1	N 1	E 1	1·1	NNW 5·8	0·2✳△	0·0△	0·0△	0·0✳△	34	≡^{0}≡:^{0}n–a=–p,△^{0}n–18^{50}i,22–npi,V^{1}n–np;
18.	10^{2}✳	10^{2}✳	10^{2}	10·0	0·0	NW 2	NNW 1	N 1	1·7	NNW 7·5	0·0✳△	0·5✳	1·8✳	2·3✳	33	V$^{0-1}$n–p,=n–abdi,✳^{0}6^{50}–12^{30}✳Fl✳^{0}–15^{25}
19.	10^{1}✳	8^{0}	0	6·0	2·9	NNW 1	NNE 1	NW 1	0·7	NE 3·6	0·0✳	0·0✳	·	0·0✳△	34	=∞^{2}n–np,✳^{0}6^{20}–7^{40}; [✳$^{0-2}$–17^{15}✳^{0}–18^{30};
20.	10^{1}	10^{1}	10^{1}	10·0	0·0	N 1	N 1	N 1	1·5	N 5·8	0·0✳△	0·0△	0·0△	0·0✳△	32	≡^{0}na,△^{0}n–mU–✳Fl✳^{0}4^{25}–6^{30}i,△^{0}ai,13^{30}–17i,abdi,✳Flnpi;
21.	10^{1}	6^{1}	10^{1}	8·7	0·2	W 1	NE 2	NNE 1	1·0	NNE 4·4	0·0✳	0·0✳△	·	0·0✳△	32	=∞^{2}n–np,✳Flni,✳Fl△^{0}10$^{13-45}$i;
22.	10^{1}	10^{1}✳	10^{1}	10·0	0·0	NNE 1	W 2	WSW 2	1·8	W 8·6	·	0·0✳	0·0✳△	0·0✳△	31	=n–fr,✳Fl✳^{0}11^{38}–14^{35}i,16^{10}–mU–20^{20}△^{0}–23^{40}i;
23.	10^{1}✳	10^{1}✳	10^{1}✳	10·0	0·0	WNW 1	W 5	W 5	6·8	W 19·2	0·0✳△	0·7✱▲	3·0✳	14·8✱▲	30	△^{0}na–mU–✳^{0}5^{30}–8^{05},✳Fl✳^{0}▲^{0}8^{21}–mU–●^{0}✱^{0}✳^{0}10^{30}–13
24.	10^{1}●	6^{1}	9^{1}	8·3	2·3	NW 4	N 3	ENE 1	3·9	W 14·2	11·1✳	0·2✱	·	0·2✱	34	✳$^{1-2}$0–2✱$^{0-1}$●$^{0-1}$–8^{55}; [✳$^{0-1}$–✳^{2}np,≍p–npi;
25.	0≡	9^{1}	0	3·0	2·4	NNE 1	W **6**	W 5	6·2	W 22·2	·	·	·	·	31	≡^{0}=fr,≍m,p–abdi,npi;
26.	10^{1}	10^{1}✳	10^{1}	10·0	0·0	WSW 4	W 5	NW 3	7·3	W 20·3	·	0·3✳	3·8✳	4·1✳	30	≍a,✳^{0}9^{37}–14^{30}✳^{1}–✳^{0}17$^{10-50}$✳^{1}–18^{40}✳$^{1-2}$–19^{10}
27.	5^{0}	8^{0}	0	4·3	2·6	W 3	NNW 2	SE 1	3·4	WNW 14·2	·	0·0✳	·	0·0✳	32	✳Fl9^{55}–11i; [✳Fl✳^{0}–19^{50}i,ℝ^{0}abd;
28.	8^{0}	7^{0}	9^{1}	8·0	5·2	W 4	W 4	W 4	6·2	W 17·8	·	·	0·0✳	0·2✳	32	⌴^{0}na–fr,∞$^{0-2}$fr–mi,✳^{0}20$^{45-50}$;
29.	7^{1}	1^{1}	2^{0}	3·3	4·1	WNW 3	WNW 3	NW 3	5·1	WNW 18·3	0·2✳	0·3✳	0·0✳	0·3✳	32	✳^{0}nai,✳Fl7$^{30-55}$✳$^{1-2}$–8^{20}✳$^{0-1}$–8^{41}✳Fl✳^{0}–ai,17^{45}–18^{15};
30.	2^{0}	0	0	0·7	**8·3**	NW 2	NNE 2	E 2	3·0	NW 12·2	·	·	·	·	32	∞^{0}np;
31.	1^{0}	0	0	0·3	8·2	SE 2	SE 3	ESE 2	2·9	SSE 13·1	·	·	·	0·0✳	32	∞$^{0-2}$n–a,V$^{0-1}$na–a,∞^{0}p–npi;
Summe	–	–	–	–	57·9	–	–	–	–	–	45·2	23·0	19·4	85·8	–	Tage mit: ●,✳,▲ 20 · ≡$^{0-2}$ 6 · ℝ 2 · (ℝ) 0 · ⊠ 29 · ≍ 6 · ≍ 0
Mittel	8·0	7·5	6·5	7·3	1·9	2·4	3·1	2·6	4·1	13·6	–	–	–	–	–	

Tagesmittel (7h+14h+21h): 3. [1] Mit Schwerekorrektur und mit Instrumentenkorrektur. *Gc* = +0·25 hpa, *Bc* = 0·00 hpa. [2] △ = Abweichung vom langjährigen Mittel. [3] Aus der Registrierung von 0–24 Uhr. [4] Temperaturminimum in 6 *cm* über dem Boden. [5] Dauer in Stunden. [6] 24stündiges Mittel. [7] Augenblickswert. [8] Von 7h bis 7h. [9] Um 7h in *cm*.

Verwendete Zeichen und Abkürzungen: ● Regen, ❟ Nieseln, ✳ Schnee, ▲ Hagel, △ Graupeln, ⧋ Eisregen, ≡ Nebel, = Nebeldunst, ≡: Nebelreißen, ⌓ Tau, ⌴ Reif, V Rauhreif, ∼ Glatteis, ℝ Gewitter über Ort, (ℝ) Gewitter in Umgebung, ↯ Wetterleuchten, ∞ Dunst, ●Tr Regentropfen, ✳Fl Schneeflocken, ⊠ Schneedecke, ≍ Windstärke 6 und mehr, ≍ Windstärke 8 und mehr, m Windstärke 8 und mehr, mU oder i mit Unterbrechungen, na frühmorgens, fr früh, a vormittags, m mittags, p nachmittags, abd abends, np spätabends, n nachts (bezieht sich auf die vorangegangene Nacht, wenn n allein steht).

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

ANZEIGER

DER

ÖSTERREICHISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE KLASSE

Jahrgang 1987 **Nr. 2**

Sitzung vom 5. März 1987

In die Sitzungsberichte, Abteilung I, wird aufgenommen:

„Versuch einer historischen Deutung des Verbreitungsbildes der mediterranen und europäischen Süßwasserdecapoden" von Gerhard PRETZMANN (vorgelegt von w. M. Wilhelm KÜHNELT)

In die Sitzungsberichte, Abteilung II, wird aufgenommen:

„Radioaktivitätsmessungen am Institut für Radiumforschung und Kernphysik betreffend den Reaktorunfall in Tschernobyl" von H. FRIEDMANN, M. WAGNER, D. WESELKA und E. WILD (vorgelegt von w. M. Berta KARLIK)

„Altersbestimmungen nach der Radiokohlenstoffmethode am Institut für Radiumforschung und Kernphysik XXII" von H. FELBER (vorgelegt von w. M. Berta KARLIK)

„Modified Robertson projection-operator method for coherently driven two-level atoms in a resonant cavity. II" von J. SEKE und w. M. O. HITTMAIR

„Some results on latent additive functions for statistical models" von Erich NEUWIRTH (vorgelegt von k. M. Giselher GUTTMANN)

„Zur globalen Geometrie der Regelfläche im einfach isotropen Raum" von Helmut POTTMANN (vorgelegt von k. M. Heinrich BRAUNER)

„Über die Konjugierten der Dickson-Permutationen" von w. M. Wilfried NÖBAUER

„Über die schnelle Lösung von hochdimensionalen Fredholm-Gleichungen vom Faltungstyp mit zahlentheoretischen Methoden" von Peter ZINTERHOF (vorgelegt von k. M. August FLORIAN)

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Beobachtungen an der Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, Wien, Hohe Warte (207·5 m),

16° 21·7′ E-Länge v. Gr. *im Monat Februar 1987* 48° 14·9′ N-Breite.

Tag	Luftdruck[1] hpa					Lufttemperatur, °C in 1·85 m über dem Boden						Ausstrahlung °C[4]	Dampfdruck hpa					Relative Feuchtigkeit %				Verdunstung, mm	Tagesmittel der Bodentemperatur / °C in der Tiefe von ... m				
	7h	14h	21h	Mit.	Δ[2]	7h	14h	21h	Mit.	Max.[3]	Min.[3]	7h	7h	14h	21h	Mit.	7h	14h	21h	Mit.		0·02	0·1	0·5	1·0	2·0
1.	1003·4	1003·4	1004·2	**1003·7**	9·6	**–16·2**	–10·0	–12·9	**–13·0**	–9·8	**–16·8**	**–23·4**	**1·6**	2·1	1·9	**1·9**	89	74	82	82	0·0	–1·7	–1·0	1·1	2·7	6·5
2.	1002·3	998·7	998·9	1000·0	5·9	–14·5	–5·1	–4·9	–8·2	–3·8	–14·7	–17·8	1·7	2·8	2·4	2·3	87	67	55	70	0·0	–1·8	–1·4	0·8	2·6	6·4
3.	999·0	999·7	1001·5	1000·1	6·0	–5·4	–3·0	–6·9	–5·1	–2·9	–8·2	–6·3	2·9	3·3	3·1	3·1	71	68	84	74	0·3	–1·3	–1·2	0·8	2·6	6·4
4.	1003·3	1003·5	**1004·3**	**1003·7**	**9·7**	–12·6	–4·9	–8·0	–8·5	–4·8	–12·6	–18·1	2·0	3·1	2·8	2·6	89	72	85	82	0·0	–1·8	–1·6	0·8	2·5	6·4
5.	1003·8	1002·3	1002·2	1002·8	8·8	–11·6	–4·4	–7·9	–8·0	–3·6	–11·7	–15·3	2·1	3·2	2·9	2·7	86	73	88	82	0·1	–2·1	–1·9	0·5	2·4	6·3
6.	1001·0	998·1	995·1	998·1	4·2	–10·1	–1·8	1·6	–3·4	3·4	–10·3	–14·0	2·5	3·6	5·3	3·8	88	67	78	78	0·1	–2·0	–1·9	0·4	2·3	6·2
7.	989·0	988·3	994·1	990·5	–3·4	5·0	5·2	2·9	4·4	6·3	–0·9	–1·5	7·9	7·7	6·1	7·2	90	87	81	86	0·2	0·1	–0·7	0·4	2·3	6·2
8.	1000·9	996·3	991·9	996·4	2·7	0·0	5·0	5·2	3·4	5·7	–0·1	–4·2	3·5	4·5	6·7	4·9	58	53	76	62	0·7	0·2	–0·2	0·4	2·3	6·2
9.	990·2	991·5	989·4	990·4	–3·3	6·8	8·2	7·1	**7·4**	8·4	4·1	4·0	7·7	8·3	**9·1**	**8·4**	79	76	89	81	0·4	0·3	0·0	0·5	2·2	6·1
10.	983·8	981·7	982·7	982·7	–10·9	0·8	2·8	2·6	2·1	4·2	0·7	–2·5	5·9	6·5	6·5	6·3	91	87	89	89	0·1	0·3	0·0	0·6	2·2	6·0
11.	981·5	977·3	975·9	978·2	–15·4	1·8	2·2	4·5	2·8	5·2	0·8	–0·1	6·4	6·7	7·2	6·8	92	93	85	90	0·1	0·4	0·0	0·6	2·2	6·0
12.	**975·4**	976·9	979·7	**977·3**	**–16·2**	2·1	**10·8**	6·7	6·5	**11·1**	2·0	–2·4	6·4	8·5	6·8	7·2	90	66	70	75	0·8	0·4	0·0	0·6	2·2	5·9
13.	980·1	982·2	985·0	982·4	–11·1	3·8	7·8	5·0	5·5	8·2	3·5	0·7	7·1	8·3	7·5	7·6	88	78	86	84	0·3	0·5	0·1	0·6	2·2	5·8
14.	983·4	982·2	982·9	982·8	–10·5	4·1	5·4	4·9	4·8	5·8	3·5	0·1	7·3	7·3	7·9	7·5	90	82	91	88	0·3	0·7	0·1	0·6	2·2	5·8
15.	981·3	980·7	981·1	981·0	–12·2	3·4	6·2	4·2	4·6	6·4	3·2	0·1	7·3	7·9	7·6	7·6	94	84	93	90	0·2	0·8	0·1	0·7	2·1	5·7
16.	981·0	981·9	983·4	982·1	–11·0	3·9	5·0	3·0	4·0	5·5	2·4	0·7	6·8	6·5	6·8	6·7	85	74	89	83	0·4	1·1	0·1	0·7	2·1	5·7
17.	983·8	983·9	984·1	983·9	–9·2	2·2	3·4	2·2	2·6	3·5	1·9	0·8	6·1	5·9	6·1	6·0	85	76	85	82	0·3	0·9	0·1	0·7	2·2	5·6
18.	982·6	981·9	983·1	982·5	–10·4	1·0	3·0	2·5	2·2	3·9	1·0	–0·2	6·1	7·2	6·7	6·7	93	95	92	93	0·2	0·8	0·1	0·8	2·2	5·6
19.	987·4	987·3	987·0	987·2	–5·6	2·1	4·5	3·2	3·3	4·7	2·0	–0·5	6·1	6·4	6·7	6·4	87	77	86	83	0·2	1·5	0·3	0·8	2·2	5·5
20.	984·2	981·8	979·4	981·8	–10·9	2·8	4·6	5·6	4·3	6·5	2·8	1·9	7·1	8·1	8·4	7·9	95	96	93	95	0·4	1·8	0·6	1·0	2·3	5·5
21.	981·3	983·5	987·3	984·0	–8·4	2·6	9·9	3·0	5·2	10·3	1·6	–0·4	6·1	5·3	6·1	5·8	84	44	81	70	0·7	3·1	1·8	1·2	2·3	5·4
22.	989·4	988·7	989·5	989·2	–3·1	1·8	6·3	3·1	3·7	7·3	1·2	–2·9	5·9	5·3	5·1	5·4	83	56	66	68	1·0	2·2	1·4	1·6	2·4	5·5
23.	989·1	993·0	998·1	993·4	1·3	2·4	1·4	–0·8	1·0	3·3	–2·1	–0·6	5·6	2·9	2·8	3·8	78	43	44	55	**1·4**	0·8	0·8	1·7	2·5	5·5
24.	1002·1	1000·7	999·5	1000·8	8·8	–6·0	–0·2	–3·2	–3·1	0·4	–6·0	–8·5	2·5	2·4	2·7	2·5	65	40	56	54	0·8	0·3	0·4	1·7	2·6	5·4
25.	996·5	995·8	997·4	996·6	4·9	–4·2	2·4	–1·2	–1·0	3·1	–4·2	–7·7	3·1	2·4	2·8	2·8	67	**32**	49	**49**	1·1	0·6	0·3	1·6	2·7	5·4
26.	999·7	1000·5	1002·2	1000·8	9·3	–5·0	4·0	0·7	–0·1	4·2	–5·1	–8·8	3·6	3·9	3·9	3·8	84	48	61	64	0·9	0·1	0·3	1·4	2·7	5·4
27.	1001·4	997·4	992·3	997·0	5·7	0·0	2·0	0·7	0·9	3·0	–0·5	–2·0	4·0	4·9	5·9	4·9	65	69	91	75	0·2	0·4	0·4	1·4	2·7	5·3
28.	986·3	985·9	989·9	987·4	–3·5	0·4	1·2	6·0	2·5	5·0	–3·4	–0·1	5·9	6·3	8·0	6·7	93	95	86	91	0·2	0·4	0·3	1·5	2·7	5·3
Mittel	990·8	990·2	990·8	990·6	–2·4	–1·4	2·6	1·0	0·7	3·6	–2·4	–4·6	5·0	5·4	5·6	5·3	84	70	79	78	11·4 Summe	0·3	–0·1	0·9	2·4	5·8

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Tag	*Bewölkung (Menge 0–10, Dichte$^{0-2}$) Witterung zum Termin* 7h	14h	21h	*Mit.*	*Sonnenschein*[5]	*Windrichtung und -stärke (0–12 Beaufort-Grade)* 7h	14h	21h	*Windgeschwindigkeit, m/sek* *Mit.*[6]	*Maximum*[7]	*Niederschlag in mm Wasserhöhe und Form* 7h	14h	21h	*Sum.*[8]	*Schneehöhe*[9]	*Bemerkungen zum Wetterverlauf* *Intensität ^{0,1,2}, = leicht, mäßig, stark*
1.	10^{1}✳	0	0	3·3	6·1	NNE 1	ENE 1	NE 1	0·8	E 3·1	0·0✳	0·0✳	·	0·0✳	**32**	⌴$^{0-1}$n–m,✳Fl✳^{0}5$^{25-45}$,6$^{07-715}$,=fr,p–npi,⌴^{0}np;
2.	10^{1}≡	3^{0}	10^{1}	7·7	5·9	S 1	E 3	ESE 4	3·0	ESE 10·6	·	·	·	·	**32**	⌴^{0}n–m,=n–≡^{0}fr–a=–∞$^{0-2}$p–np,V^{0}fr–a;
3.	10^{1}	9^{0}	0	6·3	1·5	ESE 3	SE 3	ESE 1	3·7	ESE 10·0	·	·	·	·	**32**	∞^{1}n–fr∞^{2}–np;
4.	8^{1}≡	0	0	2·7	5·6	C 0	E 1	W 1	0·5	NNE 3·1	·	·	·	·	31	⌴^{0}n–m,∞^{2}n–=na–npi,≡^{0}fr,np,V^{0}na–m;
5.	0	0≡	0≡	0·0	2·5	ENE 1	E 1	C 0	0·4	NE 1·9	·	·	·	·	30	⌴^{0}V$^{0-1}$n–p,=≡^{0}n–np;
6.	0	0≡	10^{1}	3·3	3·5	NNE 1	ENE 1	WSW 3	1·2	WSW 11·1	·	·	·	5·1●△	30	⌴$^{0-1}$V$^{0-1}$n–m,=n–≡^{0}8–=p–∞$^{0-2}$abd–np,●Trnpi;
7.	10^{2}●	10^{2}●	9^{1}	9·7	0·2	W 4	W 4	WNW 3	**6·0**	WNW 20·3	5·1●△	12·1	1·0	13·1	29	●Tr●$^{0-1}$△$^{0-1}$0–3^{10}●$^{0-2}$–9^{50}●Tr●$^{0-1}$0–10^{45}●$^{0-1}$–14^{55},R^{0}●Trabd,
8.	3^{1}	10^{1}	10^{1}	7·7	3·0	WNW 3	W 4	W 4	5·6	W 18·6	0·0	·	0·8✳	4·4✳	24	●Tr●^{0}ni,p–✳^{0}16–16^{50}●^{0}–abdi,●$^{0-1}$21^{18}–24,ــnp; [●^{0}20$^{13-35}$;
9.	10^{2}	10^{1}	9^{1}	9·7	0·0	W 4	W 4	W 3	5·8	W **21·1**	3·6	0·0	1·4	1·4	18	●^{0}0–4^{35}i,ϑfr,ــni,●Tr●$^{0-1}$14^{39}–21i;
10.	10^{1}	10^{1}	10^{1}	10·0	0·0	E 1	SSE 1	NNW 1	1·1	ESE 5·3	·	·	·	0·0	15	△^{1}n–na,≡^{2}na–fr=∞^{2}–np;
11.	10^{2}≡	10^{2}≡	5^{1}	8·3	0·0	ESE 1	ESE 2	SSE 2	1·8	S 7·2	0·0	·	·	·	13	ϑnai,=n–≡^{0}fr–≡$^{0-1}$a–∞^{2}p–abd;
12.	6^{1}	7^{0}	6^{0}	6·3	5·8	NE 1	E 2	SSE 3	2·2	SSE 11·7	·	·	·	0·0	13	△$^{0-1}$n–⌴$^{0-1}$na–fr,∞$^{0-2}$fr–m;
13.	10^{1}	9^{1}	10^{1}	9·7	0·7	SSE 2	NE 2	E 1	1·7	SSE 7·5	0·0	·	·	0·0	DBR10	∞$^{0-2}$na–=np,●^{0}5–6^{15},●Trnpi;
14.	10^{1}	10^{1}	10^{1}●	10·0	0·0	S 3	SSE 2	WSW 1	2·1	SE 7·2	0·0	0·0	0·3	0·3	DBR9	●Tr●^{0}ni,10^{54}–11^{45}i,17^{36}–21^{45}i,npi,=fr–a;
15.	10^{1}	10^{1}	10^{1}●	10·0	0·0	SW 1	NNE 1	W 2	1·0	W 6·9	0·0	0·0	0·3	0·3	FL	●Trn–nai,●Tr●^{0}5$^{08-745}$i,●Trai,p–mU–15●$^{0-21}$^{15},●Tr●^{0}npi;
16.	10^{1}	10^{1}	10^{1}ϑ	10·0	0·0	W 3	W 3	WNW 2	3·0	WNW 9·4	0·0	·	0·1	0·3	FL	●Tr●^{0}0–mU–2●Tr–3i,●Tr●^{0}ϑ18^{30}–24;
17.	10^{2}	10^{2}ϑ	10^{2}ϑ	10·0	0·0	NW 2	NW 3	NW 2	2·4	NW 6·9	0·2	0·0✳ϑ	0·0	1·7✳ϑ	FL	●Tr●^{0}ϑ0–3ϑ–mU–9^{45}✳Fl–10^{55},●Tr●^{0}ϑ12^{12}–24i;
18.	10^{2}✳	10^{2}ϑ	10^{2}ϑ	10·0	0·0	NNW 1	SE 2	ESE 1	1·6	SSE 6·7	1·7✳	1·9✳	0·2	2·3✳	FL	ϑ0–mU–2^{20}✳$^{0-1}$–8✳$^{0-1}$–9^{50}✳^{0}–10^{10}●Tr●^{0}ϑ–mU–np,≡^{0}fr;
19.	8^{1}	10^{1}	10^{1}	9·3	0·2	W 1	E 1	NNE 3	2·2	WNW 7·2	0·2	·	0·0	3·3	FL	∞$^{1-2}$n–np,●^{0}19^{05}–24i;
20.	10^{2}●	10^{2}	10^{2}●	10·0	0·0	NNE 2	NNE 2	NNE 2	3·3	NNE 8·1	3·3	6·7	3·0	11·0	·	●$^{0-1}$0–13^{45}●Tr–pi,●$^{0-1}$17–19^{10}●Tr●^{0}–mU–20^{55}●$^{0-1}$–22,●Trnp;
21.	1^{0}	1^{1}	0	0·7	6·9	SSE 3	S 3	W 1	3·6	SE 11·1	1·3	·	·	·	·	⌴^{0}np;
22.	4^{1}	7^{1}	0	3·7	7·1	W 2	W 3	W 3	3·8	W 14·2	·	·	·	0·0	·	⌴$^{0-1}$n–fr,∞$^{0-1}$fr–a;
23.	10^{1}●	9^{1}	0	6·3	2·3	W 4	NW 3	NNW 3	5·5	W 16·4	0·0	1·4✳△	·	1·4✳△	·	ϑ6$^{15-45}$●Tr●^{0}–7^{20}△^{0}✳^{0}–8^{10}✳$^{0-1}$–8^{25}△^{0}✳^{0}–9^{10}✳^{0}–10^{15};
24.	0	2^{0}	0	0·7	**10·0**	NW 1	E 1	ESE 2	2·4	NNW 9·2	·	·	·	·	FL	—
25.	2^{0}	2^{0}	0	1·3	9·6	SE 3	SE 4	SE 2	4·5	SSE 13·9	·	·	·	·	FL	∞^{0}fr,⌴^{0}np;
26.	1^{0}	1^{0}	8^{1}	3·3	8·3	N 1	ESE 3	ESE 2	2·6	ESE 8·1	·	·	·	·	·	⌴$^{0-1}$n–fr,∞^{0}fr,abd–npi;
27.	8^{1}	10^{1}✳	10^{1}✳	9·3	0·0	SE 3	SSE 3	SE 1	3·6	SE 11·9	·	0·0✳	1·0✳	6·6✳●	·	✳Fl✳^{0}7^{20}–mU–✳^{0}14$^{05-30}$,✳Flp,✳^{0}–✳^{0}16^{15}–19✳$^{0-1}$–22
28.	10^{2}●	10^{1}≡●	10^{1}●	10·0	0·0	SSE 1	NE 1	NW 3	2·5	WNW 14·2	5·6✳	9·0	6·9	**16·5**✳●	0	●$^{0-1}$0–8^{30}●^{1}–11^{10}●$^{0-1}$–19^{50}●^{0}–21^{45},=^{0}p; [●^{0}ϑ–24;
Summe	–	–	–	–	79·2	–	–	–	–	–	21·0	31·1	15·0	67·7	–	Tage mit: ●ϑ✳▲ 14 ≡$^{0-2}$ 8 R 1 (R) 0 ⊠ 15 ــ 2 ــ 0
Mittel	7·2	6·8	6·3	6·8	2·8	1·9	2·3	2·0	2·8	10·1	–	–	–	–	–	

Tagesmittel (7h + 14h + 21h): 3. [1] Mit Schwerekorrektur und mit Instrumentenkorrektur. *Gc* = +0·25 hpa, *Bc* = 0·00 hpa. [2] △ = Abweichung vom langjährigen Mittel. [3] Aus der Registrierung von 0–24 Uhr. [4] Temperaturminimum in 6 *cm* über dem Boden. [5] Dauer in Stunden. [6] 24stündiges Mittel. [7] Augenblickswert. [8] Von 7h bis 7h. [9] Um 7h in *cm*.

Verwendete Zeichen und Abkürzungen: ● Regen, ϑ Nieseln, ✳ Schnee, ▲ Hagel, △ Graupeln, △ Eisregen, ≡ Nebel, = Nebeldunst, ≡⁝ Nebelreißen, ⌴ Tau, ⌴ Reif, V Rauhreif, ~ Glatteis, R Gewitter über Ort, (R) Gewitter in Umgebung, ϟ Wetterleuchten, ∞ Dunst, ●Tr Regentropfen, ✳Fl Schneeflocken, ⊠ Schneedecke, ــ Windstärke 6 und mehr, ــ Windstärke 8 und mehr, mU oder i mit Unterbrechungen, na frühmorgens, fr früh, a vormittags, m mittags, p nachmittags, abd abends, np spätabends, n nachts (bezieht sich auf die vorangegangene Nacht, wenn n allein steht).

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Beobachtungen an der Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, Wien, Hohe Warte (207·5 m),

16° 21·7′ E-Länge v. Gr. *im Monat März 1987* 48° 14·9′ N-Breite.

Tag	Luftdruck[1] hpa					Lufttemperatur, °C in 1·85 m über dem Boden						Ausstrahlung °C[4]	Dampfdruck hpa					Relative Feuchtigkeit %				Verdunstung, mm	Tagesmittel der Bodentemperatur / °C in der Tiefe von ... m				
	7h	14h	21h	Mit.	Δ[2]	7h	14h	21h	Mit.	Max.[3]	Min.[3]	7h	7h	14h	21h	Mit.	7h	14h	21h	Mit.		0·02	0·1	0·5	1·0	2·0
1.	995·0	996·2	997·8	996·3	5·6	0·8	−0·8	−2·4	−0·8	5·0	−3·4	−0·1	6·1	5·5	3·3	5·0	95	94	66	85	0·3	0·4	0·4	1·4	2·6	5·3
2.	994·3	985·0	981·0	986·8	−3·5	−7·0	−7·3	−6·4	−6·9	−3·4	−7·6	−7·1	2·7	3·1	3·5	3·1	72	88	92	84	0·1	0·3	0·3	1·4	2·6	5·3
3.	992·6	997·5	1001·3	997·1	7·0	−10·8	−6·6	−8·6	**−8·7**	−6·1	−10·9	−12·6	**1·5**	1·7	2·0	**1·7**	55	48	61	55	0·3	0·3	0·4	1·4	2·5	5·3
4.	1000·5	998·7	998·6	999·3	9·4	−9·8	−3·4	−9·2	−7·5	−3·2	−11·1	−16·5	2·0	2·4	2·3	2·2	69	50	75	65	0·2	0·4	0·3	1·4	2·6	5·3
5.	1000·9	1003·3	1005·3	1003·2	13·5	**−14·6**	−3·9	−6·0	−8·2	−3·6	**−14·7**	**−20·7**	1·7	2·3	2·4	2·1	87	50	63	67	0·2	0·4	0·4	1·4	2·6	5·3
6.	**1005·7**	1003·7	1003·1	**1004·2**	14·6	−8·6	−3·3	−6·0	−6·0	−2·8	−9·6	−12·3	2·3	2·5	2·8	2·5	71	52	72	65	0·4	0·4	0·3	1·4	2·5	5·2
7.	1001·5	999·3	1001·4	1000·7	11·2	−8·8	−4·8	−6·7	−6·8	−4·6	−9·2	−10·9	2·3	2·7	2·9	2·6	73	64	80	72	0·2	0·2	0·2	1·3	2·5	5·2
8.	1002·7	1001·8	1002·1	1002·2	12·9	−8·0	−3·3	−5·2	−5·5	−3·0	−8·0	−10·5	2·5	2·8	2·7	2·7	77	58	65	67	0·2	0·3	0·3	1·3	2·5	5·2
9.	999·7	999·4	1002·1	1000·4	11·2	−7·7	−3·0	−4·2	−5·0	−1·9	−8·0	−11·3	2·8	3·6	3·1	3·2	80	73	69	74	0·5	0·3	0·2	1·3	2·5	5·2
10.	1001·5	1001·0	1003·0	1001·8	12·6	−4·8	−0·8	−1·6	−2·4	0·0	−5·8	−8·5	3·2	4·0	3·9	3·7	74	69	71	71	0·4	0·3	0·2	1·2	2·4	5·2
11.	1004·1	1004·1	1004·3	**1004·2**	**15·1**	−6·0	0·4	−2·7	−2·8	0·5	−6·1	−11·3	2·9	3·6	3·3	3·3	76	57	67	67	0·4	0·3	0·2	1·2	2·4	5·2
12.	1004·3	1003·4	1003·1	1003·6	14·5	−8·0	−1·1	−3·4	−4·2	−0·8	−8·1	−13·0	2·3	2·5	2·3	2·4	68	44	48	53	0·4	0·3	0·2	1·2	2·4	5·1
13.	1001·8	1000·1	998·6	1000·2	11·1	−9·1	−0·4	−4·2	−4·6	0·4	−9·7	−14·0	2·1	2·8	3·1	2·7	70	47	67	61	0·4	0·3	0·2	1·2	2·4	5·1
14.	998·3	998·2	999·8	998·8	9·9	−8·4	0·7	−1·8	−3·2	1·6	−8·4	−12·4	2·8	3·5	2·8	3·0	87	53	51	64	0·5	0·1	0·2	1·1	2·4	5·1
15.	998·6	994·7	989·0	994·1	5·2	−5·8	2·4	−1·1	−1·5	4·0	−5·8	−9·6	2·7	2·8	3·2	2·9	68	38	56	54	0·5	0·1	0·1	1·0	2·3	5·1
16.	982·5	983·3	985·9	983·9	−5·0	−0·1	4·6	−0·1	1·5	5·6	−2·7	−6·2	5·3	4·5	5·6	5·1	87	53	93	78	0·3	0·3	0·2	1·1	2·3	5·1
17.	988·3	988·2	987·3	987·9	−1·0	−1·0	4·4	0·8	1·4	5·1	−1·4	−6·8	4·4	4·1	4·3	4·3	77	49	66	64	0·4	0·4	0·2	1·1	2·3	5·1
18.	983·0	980·2	977·9	980·4	−8·4	0·2	6·4	2·5	3·0	6·6	−0·2	−1·0	5·7	6·3	5·7	5·9	93	65	78	79	0·2	0·5	0·2	1·1	2·3	5·1
19.	979·7	978·5	977·1	978·4	−10·4	2·4	4·4	1·9	2·9	5·5	0·1	−2·5	5·5	6·3	6·1	6·0	76	75	87	79	0·2	0·5	0·2	1·2	2·3	5·0
20.	976·2	976·5	982·2	978·3	−10·5	2·3	5·4	2·3	3·3	6·2	0·7	−1·8	5·9	4·9	5·2	5·3	81	55	73	70	0·5	0·5	0·2	1·1	2·3	5·0
21.	989·7	991·5	991·9	991·0	2·2	1·1	7·4	3·4	4·0	8·3	−0·6	−5·0	3·9	3·6	4·3	3·9	58	**35**	55	**49**	1·2	0·5	0·3	1·1	2·2	5·0
22.	991·4	992·5	994·6	992·8	4·0	0·1	9·2	4·8	4·7	10·1	−1·7	−4·4	5·1	5·9	4·7	5·2	82	51	54	62	0·8	2·5	1·3	1·1	2·3	5·0
23.	996·9	994·7	993·3	995·0	6·2	2·0	9·8	4·8	5·5	10·2	1·4	−2·6	4·8	4·3	5·3	4·8	68	**35**	62	55	0·9	3·7	2·5	1·4	2·3	5·0
24.	989·5	987·1	987·3	988·0	−0·8	5·2	11·6	9·4	8·7	12·3	4·1	1·9	5·9	7·9	8·4	7·4	66	58	71	65	0·8	4·8	3·7	1·8	2·4	4·9
25.	986·5	984·5	985·1	985·4	−3·4	7·6	**17·2**	11·7	12·2	**17·7**	7·3	5·2	9·2	8·8	8·5	8·8	88	45	62	65	1·3	8·6	6·4	2·6	2·6	4·9
26.	987·5	989·0	991·8	989·4	0·6	9·1	16·5	12·7	**12·8**	17·0	8·4	6·1	8·7	9·5	9·5	**9·2**	75	50	64	63	1·4	9·5	7·8	4·1	3·2	4·9
27.	993·4	987·4	982·9	987·9	−0·9	5·6	16·0	11·8	11·1	16·3	4·9	1·2	8·4	**9·7**	9·1	9·1	93	54	65	71	1·2	10·1	8·5	5·2	3·7	4·9
28.	978·3	975·9	**975·8**	**976·7**	**−12·1**	8·2	11·1	9·2	9·5	12·0	7·8	5·2	9·6	9·6	7·6	8·9	89	73	65	76	1·0	9·1	8·4	6·1	4·4	4·9
29.	977·1	979·7	985·9	980·9	−7·8	6·9	10·0	5·9	7·6	11·8	4·8	4·8	6·7	5·5	6·9	6·4	67	45	75	62	1·4	8·1	7·8	6·3	4·9	5·0
30.	993·4	995·1	997·4	995·3	6·6	2·8	6·9	4·6	4·8	7·2	2·6	0·8	5·3	4·7	4·4	4·8	72	47	52	57	**1·7**	6·2	6·2	6·2	5·3	5·1
31.	995·7	995·0	994·6	995·1	6·4	1·6	1·6	1·5	1·6	4·0	0·9	0·5	5·7	6·1	6·3	6·0	83	90	92	88	0·3	3·7	4·4	5·8	5·4	5·2
Mittel	993·2	992·4	993·0	992·9	3·7	−2·0	3·5	0·6	0·7	4·5	−2·9	−5·7	4·5	4·8	4·7	4·7	77	57	68	67	18·6 Summe	2·4	2·0	2·1	2·8	5·1

Sommerzeit (+1 Stunde, ab 29. 3. 2 Uhr MEZ) **nicht** berücksichtigt!

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Tag	Bewölkung (Menge 0–10, Dichte$^{0-2}$) Witterung zum Termin 7h	14h	21h	Mit.	Sonnenschein[5]	Windrichtung und -stärke (0–12 Beaufort-Grade) 7h	14h	21h	Windgeschwindigkeit, m/sek Mit.[6]	Maximum[7]	Niederschlag in mm Wasserhöhe und Form 7h	14h	21h	Sum.[8]	Schneehöhe[9]	Bemerkungen zum Wetterverlauf (Intensität ^{0},^{1},^{2}, = leicht, mäßig, stark)
1.	10^{2}✳	10^{1}≡✳	10^{1}✳	10·0	0·0	NNE 2	NNE 2	N 3	2·1	N 8·1	0·6✳	2·5✳	1·9✳	6·4✳	DBR1	•Tr•^{0}0^{15}–mU–4^{15}✳^{0}–5^{30}✳^{0}–12^{15}✳$^{1-2}$–15✳^{0}–p,≡^{0}p,✳Fl✳^{0}
2.	10^{2}✳	10^{2}✳	10^{2}✳	10·0	0·0	N 1	ESE 3	E 2	2·6	ESE 7·8	2·0✳	2·6✳△	9·2✳	**15·7**✳△	10	✳$^{0-1}$n–mU–8^{35},✳Fl✳^{0}△^{0}a–mU–12^{10}✳$^{1-2}$–✳^{0}np; [abd–npi;
3.	5^{1}	3^{1}	0	2·7	7·4	NNW 3	NNW 3	WNW 3	4·7	WNW 11·7	3·9✳	·	·	·	**23**	✳$^{0-1}$0–3^{25},=na–∞^{0}fr;
4.	10^{1}	0	0	3·3	9·0	W 2	WNW 2	WNW 1	2·7	WNW 8·6	·	·	·	·	21	∞^{1}fr,∞^{0}npi;
5.	1^{0}	0	7^{1}	2·7	5·1	NNE 1	NW 2	WNW 3	2·2	NW 8·9	·	0·0✳	·	0·0✳	20	⌓$^{0-2}$n–a,∞^{2}fr–∞^{1}a–np,✳Flai,np;
6.	5^{1}	3^{1}	9^{1}✳	5·7	3·6	WNW 3	WNW 3	NW 3	4·6	WNW 11·9	0·0✳	0·0✳	0·0✳	0·1✳△	19	✳Flfri,ai,m–pi,✳^{0}16$^{25-50}$✳Fl–abdi,✳Fl✳^{0}19^{22}–21^{15};
7.	10^{1}✳△	10^{1}✳	10^{1}✳	10·0	0·1	WNW 4	WNW 4	WNW 3	5·7	WNW **16·9**	0·1✳△	0·1✳△	0·9✳	1·3✳△	19	✳Fl✳^{0}△^{0}43^{0}–8^{45},✳^{0}12^{45}–mU–✳Fl✳^{0}13^{50}–14^{30}✳^{0}–24;
8.	10^{1}✳	5^{1}	10^{0}	8·3	6·5	NNW 1	N 2	NNW 2	2·3	NW 6·9	0·3✳	0·0✳	·	0·0✳	21	✳^{0}0–2✳Fl✳^{0}–3^{35},4^{10}–8^{50}i,∞$^{0-2}$n–np;
9.	8^{1}	10^{1}✳	10^{1}	9·3	0·8	NNW 2	NNW 4	N 3	4·3	N 11·9	·	0·0✳	0·0✳	0·0✳	19	∞$^{0-2}$n–p,✳Flfr–ai,✳Fl✳^{0}10^{50}–17i;
10.	6^{1}	10^{1}	9^{1}✳	8·3	0·0	NW 3	NW 2	N 2	3·3	NNW 9·7	0·0✳	0·0✳	0·0✳	0·0✳	18	✳Fl✳^{0}n,nai,7^{25}–8^{30},✳Fla–mU–10^{20}✳Fl✳^{0}–13^{50}✳Fl–pi,
11.	4^{1}	0	0	1·3	7·9	N 1	NE 2	N 2	2·0	N 8·3	0·0✳	·	·	·	16	[✳Fl✳^{0}17^{32}–23^{30}i; ∞$^{0-2}$n–np;
12.	0	0	0	0·0	9·6	NW 2	NW 2	N 3	3·1	NNW 8·6	·	·	·	·	15	∞$^{1-2}$na–∞$^{0-1}$a–npi;
13.	0	0	0	0·0	9·7	NW 1	N 2	NW 1	1·7	NW 5·3	·	·	·	·	14	∞$^{0-1}$fr–npi;
14.	0	0	0	0·0	9·2	N 1	NNW 3	NNW 2	2·2	NNW 5·8	·	·	·	·	14	∞$^{0-2}$na–npi;
15.	0	0	6^{0}	2·0	9·8	W 2	NNW 2	SSW 2	2·3	NW 6·7	·	·	·	0·3✳	14	∞$^{0-1}$fr–npi;
16.	10^{1}✳	9^{1}	10^{1}✳	9·7	2·4	SW 1	W 4	W 3	3·5	W 12·2	0·3✳	0·7✳	2·2✳	3·1✳	14	✳Fl✳^{0}na–mU–✳$^{0-1}$6^{40}–9^{30}✳Fl✳^{0}–mi,≡^{0}8,✳^{0}15^{55}–mU–
17.	6^{0}	7^{1}	10^{0}	7·7	8·2	W 3	W 3	SW 1	4·5	W 12·2	0·2✳	·	·	5·6✳	16	✳Fl✳^{0}21^{20}–✳$^{0-1}$22^{50}–24,=np; [✳$^{1-2}$18^{30}–19^{50}✳^{0}–npi;
18.	10^{2}✳	8^{1}	5^{1}	7·7	1·3	SSW 2	SSE 2	SE 1	1·7	S 5·3	5·6✳	3·1✳△	·	5·1✳△	20	✳$^{0-1}$0–4✳$^{1-2}$–7^{30}✳$^{0-1}$△^{0}–9^{45}✳Fl–ai,≡^{0}8,
19.	10^{1}	10^{1}	9^{1}	9·7	0·0	W 2	S 2	SE 1	2·7	W 14·2	2·0	·	·	0·8✳	13	∞$^{1-2}$n–na,•$^{0-1}$2^{45}–4^{35}; [✳^{0}10$^{10-45}$•Tr•^{0}–11^{20};
20.	10^{1}	10^{1}	4^{1}	8·0	0·4	W 3	W 4	W 3	3·8	W 11·7	0·8✳	0·0✳	0·0✳	0·0✳	11	✳$^{0-1}$2^{32}–4^{20},✳Fl•Tr6$^{20-50}$i,10$^{05-25}$i, [✳^{0}16^{35}–mU–18✳^{0}–18^{45}i;
21.	1^{0}	3^{1}	0	1·3	10·4	W 2	ESE 2	SSW 2	3·6	W 12·2	·	·	·	·	DBR8	⌓^{0}fr;
22.	1^{0}	4^{0}	8^{1}	4·3	9·7	SSE 1	E 2	W 2	2·0	SE 9·4	·	·	·	·	DBR5	⌓$^{0-1}$na–fr,∞^{0}fr;
23.	0	2^{1}	8^{1}	3·3	**10·8**	WNW 2	NW 3	SSE 1	2·7	WNW 9·2	·	·	·	0·0	FL	—
24.	9^{1}	9^{2}	8^{1}	8·7	0·6	S 1	WSW 2	WSW 2	2·6	WSW 11·1	0·0	0·3	0·0	0·5	FL	•Trnai,7^{05}–mU–9^{15}•Tr•^{0}–12•Tr–m,15^{45}–mU–
25.	9^{1}•	2^{1}	6^{1}	5·7	7·1	WNW 1	SE 3	SW 1	1·9	WSW 6·7	0·2	0·0	·	0·0	FL	•Tr•^{0}3^{15}–mU–6•Tr–7^{30}i,∞^{0}a; [•Tr•^{0}17^{20}–18^{15}•Tr–npi;
26.	10^{1}	8^{1}	9^{1}	9·0	1·1	W 2	W 3	W 3	3·3	W 13·1	·	0·0	·	0·9	·	•Trai,•Tr•^{0}9^{40}–11^{50}i,21^{35}–mU–•$^{0-1}$22^{14}–23^{45}•Tr•^{0}–24;
27.	3^{0}	1^{0}	7^{1}	3·7	8·5	SSE 1	SE 3	SE 1	2·7	SE 11·1	0·9	·	·	0·0	·	•Tr•^{0}0–0^{25},⌓^{2}fr,∞$^{0-2}$fr–a,∞^{0}abd–npi;
28.	10^{1}•	10^{1}	10^{1}	10·0	0·0	SE 1	W 3	WSW 3	3·0	W 13·1	0·0	0·0	0·0	0·0	·	•Tr5^{30}–mU–6^{15}•Tr•^{0}–7^{10},•Tra–mi,•Tr•^{0}14^{15}–19^{15}i,•Trnp;
29.	10^{1}	9^{2}	1^{0}	6·7	1·6	W 3	NW 3	NW 3	4·4	W 14·4	0·0	0·0	0·8	0·8	·	•Tr•^{0}0^{10}–5i,13^{23}–16^{20}i,•Tr•$^{0-1}$18–19^{10};
30.	10^{1}	10^{1}	6^{0}	8·7	0·0	NW 4	NNW 4	NNW 4	5·9	NNW 14·4	·	·	·	0·1✳	·	∞^{0}fr–a;
31.	10^{1}✳	10^{1}✳	10^{1}✳	10·0	0·0	NW 4	NW 4	NW 4	**6·6**	NW 16·4	0·1✳	4·2✳	3·2✳	12·7✳	·	✳Flna–mU–4^{30}✳Fl✳^{0}–5^{40}✳$^{0-1}$–17^{30}✳^{0}–18^{50}✳$^{1-2}$–24,=fr,m;
Summe	–	–	–	–	140·8	–	–	–	–	–	17·0	13·5	18·2	53·4	–	Tage mit: •,✳,▲ ≡ $^{0-2}$ ⌇ (⌇) ⊠ ⎓ ⎓
Mittel	6·4	5·6	6·2	6·1	4·5	2·0	2·7	2·3	3·2	10·4	–	–	–	–	–	14 3 0 0 22 0 0

Tagesmittel ($7^{h}+14^{h}+21^{h}$): 3. [1] Mit Schwerekorrektur und mit Instrumentenkorrektur. *Gc* = +0·25 hpa, *Bc* = 0·00 hpa. [2] △ = Abweichung vom langjährigen Mittel. [3] Aus der Registrierung von 0–24 Uhr. [4] Temperaturminimum in 6 *cm* über dem Boden. [5] Dauer in Stunden. [6] 24stündiges Mittel. [7] Augenblickswert. [8] Von 7^{h} bis 7^{h}. [9] Um 7^{h} in *cm*.

Verwendete Zeichen und Abkürzungen: • Regen, , Nieseln, ✳ Schnee, ▲ Hagel, △ Graupeln, ⍋ Eisregen, ≡ Nebel, = Nebeldunst, ≡: Nebelreißen, ⌓ Tau, ⌓ Reif, V Rauhreif, ~ Glatteis, ⌇ Gewitter über Ort, (⌇) Gewitter in Umgebung, ↯ Wetterleuchten, ∞ Dunst, •Tr Regentropfen, ✳Fl Schneeflocken, ⊠ Schneedecke, ⎓ Windstärke 6 und mehr, ⎓ Windstärke 8 und mehr, mU oder i mit Unterbrechungen, na frühmorgens, fr früh, a vormittags, m mittags, p nachmittags, abd abends, np spätabends, n nachts (bezieht sich auf die vorangegangene Nacht, wenn n allein steht).

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Beobachtungen an der Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, Wien, Hohe Warte (207·5 m),

16° 21·7′ E-Länge v. Gr. *im Monat April 1987* 48° 14·9′ N-Breite.

Tag	*Luftdruck*[1] *hpa*					*Lufttemperatur, °C in 1·85 m über dem Boden*						*Ausstrahlung °C*[4]	*Dampfdruck hpa*				*Relative Feuchtigkeit %*				*Verdunstung, mm*	*Tagesmittel der Bodentemperatur / °C in der Tiefe von ... m*				
	7h	14h	21h	*Mit.*	Δ[2]	7h	14h	21h	*Mit.*	*Max.*[3]	*Min.*[3]	7h	7h	14h	21h	*Mit.*	7h	14h	21h	*Mit.*		0·02	0·1	0·5	1·0	2·0
1.	990·9	988·2	984·9	988·0	–0·7	**1·8**	6·5	4·5	4·3	6·5	**1·2**	0·1	6·5	6·9	6·5	6·6	93	72	78	81	0·4	5·4	4·7	5·1	5·3	5·3
2.	977·5	**976·9**	979·9	**978·1**	**–10·6**	2·9	5·4	3·9	**4·1**	5·8	2·7	2·0	6·8	7·2	6·8	6·9	90	80	85	85	0·3	5·6	5·2	5·1	5·2	5·4
3.	983·9	984·1	983·5	983·8	–4·9	3·3	9·4	7·5	6·7	11·0	3·0	1·5	7·2	8·0	8·8	8·0	94	68	84	82	0·5	5·8	5·4	5·1	5·2	5·5
4.	982·7	980·5	979·7	981·0	–7·7	6·1	16·8	14·3	12·4	17·4	4·7	1·5	8·4	8·9	8·5	8·6	89	47	54	63	2·2	8·3	6·8	5·4	5·2	5·6
5.	981·9	984·7	983·7	983·4	–5·3	7·9	15·4	8·4	10·6	16·0	7·2	5·7	8·0	6·9	6·4	7·1	75	40	59	58	2·1	10·0	8·7	6·0	5·3	5·7
6.	987·1	989·8	991·0	989·3	0·6	9·6	9·9	9·9	9·8	15·9	5·3	1·4	6·5	9·7	8·3	8·2	55	80	67	67	1·5	9·7	8·8	6·8	5·7	5·7
7.	992·3	990·9	989·7	991·0	2·3	9·4	17·5	12·4	13·1	18·1	8·2	5·0	8·1	7·3	8·7	8·0	69	36	60	55	1·5	11·6	10·1	7·3	6·1	5·8
8.	986·6	984·5	984·5	985·2	–3·5	8·7	19·2	15·5	14·5	19·9	6·6	3·8	8·4	10·4	9·9	9·6	74	47	56	59	1·6	12·7	11·0	7·9	6·4	5·9
9.	983·8	982·7	981·5	982·7	–6·0	13·0	17·5	13·5	14·7	17·9	12·6	9·9	11·5	12·1	12·7	**12·1**	77	61	82	73	1·1	13·9	12·3	8·7	6·7	6·0
10.	979·0	979·7	982·3	980·3	–8·4	12·4	13·8	11·1	12·4	14·2	10·7	10·7	12·1	10·7	9·1	10·6	85	68	69	74	1·1	12·8	12·0	9·4	7·3	6·1
11.	985·4	985·3	985·9	985·5	–3·2	9·6	10·0	9·9	9·8	11·0	8·4	8·3	8·0	6·5	6·1	6·9	67	53	50	57	1·6	10·6	10·5	9·5	7·7	6·2
12.	985·3	987·7	990·7	987·9	–0·8	7·5	11·9	9·4	9·6	14·8	5·3	1·1	7·3	7·3	6·3	7·0	70	52	53	58	1·6	11·1	10·6	9·2	7·9	6·3
13.	994·7	996·7	999·3	996·9	8·2	6·6	9·0	8·0	7·9	11·9	5·7	3·0	6·1	8·4	8·7	7·7	63	73	81	72	1·2	9·6	9·6	9·2	7·9	6·4
14.	1002·2	1002·2	1003·3	1002·6	13·9	8·0	11·8	9·5	9·8	12·9	6·7	3·2	7·7	6·4	5·6	6·6	72	46	47	55	1·8	10·8	10·2	9·0	8·1	6·5
15.	1002·9	1002·5	1002·9	1002·8	14·1	7·8	13·4	8·0	9·7	13·8	6·4	5·1	6·4	5·5	6·1	6·0	60	36	57	51	1·8	11·1	10·3	9·1	8·1	6·7
16.	1000·6	999·8	1000·2	1000·2	11·5	7·1	10·2	10·7	9·3	11·2	5·5	1·7	6·7	10·7	9·6	9·0	66	86	75	76	0·8	10·2	9·7	9·1	8·2	6·8
17.	1000·9	998·3	997·0	998·7	10·0	10·5	16·3	13·7	13·5	18·0	7·9	3·6	10·0	9·1	8·4	9·2	79	49	53	60	1·5	12·5	11·1	9·1	8·2	6·9
18.	995·9	993·8	996·1	995·3	6·6	11·9	19·7	14·8	15·5	20·9	9·4	5·0	8·4	8·3	5·9	7·5	60	36	35	44	2·5	12·9	12·1	9·6	8·4	7·0
19.	999·0	995·9	994·2	996·4	7·7	8·0	17·2	14·3	13·2	18·2	5·6	1·8	7·2	7·9	11·3	8·8	67	40	70	59	1·4	13·5	12·2	10·0	8·6	7·1
20.	991·7	991·4	989·8	991·0	2·2	12·1	16·0	12·8	13·6	16·7	9·8	5·5	12·1	11·9	10·1	11·4	86	65	68	73	1·4	13·5	12·6	10·5	8·8	7·2
21.	989·7	990·6	995·4	991·9	3·1	10·3	11·3	7·4	9·7	14·7	7·0	7·5	9·6	8·7	8·8	9·0	77	65	86	76	1·3	12·9	12·5	10·8	9·1	7·3
22.	998·1	1001·4	1005·3	1001·6	12·8	8·4	9·2	8·0	8·5	10·5	6·0	4·6	8·7	7·7	6·5	7·6	79	67	61	69	1·0	11·0	11·1	10·7	9·3	7·4
23.	1005·9	1003·9	1003·0	1004·3	15·5	7·0	14·6	9·7	10·4	15·2	3·2	–1·6	7·6	6·7	6·9	7·1	76	40	57	58	1·4	12·5	11·3	10·2	9·3	7·5
24.	1001·0	998·6	996·5	998·7	9·9	8·8	15·9	11·2	12·0	17·3	4·7	0·3	6·7	6·7	7·7	7·0	59	37	58	51	1·4	12·1	11·5	10·3	9·4	7·6
25.	993·7	991·0	989·0	991·2	2·4	9·3	**22·9**	16·6	16·3	**23·7**	5·3	0·9	8·1	7·9	6·7	7·6	69	**28**	35	44	2·5	14·7	13·0	10·6	9·5	7·7
26.	987·7	989·9	993·8	990·5	1·7	15·9	15·0	11·8	14·2	18·4	8·5	9·0	9·6	**12·9**	5·7	9·4	53	76	41	57	1·7	13·6	13·1	11·2	9·6	7·9
27.	999·1	1001·5	1006·1	1002·2	13·4	7·1	12·5	7·0	8·9	13·3	5·5	1·9	5·6	5·1	**4·8**	**5·2**	55	35	48	46	1·6	13·4	12·8	11·4	9·9	8·0
28.	**1008·1**	1007·9	1007·7	**1007·9**	**19·1**	7·2	14·6	9·5	10·4	15·5	2·8	**–2·3**	5·2	5·1	5·6	5·3	52	31	47	43	1·2	12·9	12·2	11·4	10·0	8·0
29.	1007·5	1003·9	1002·2	1004·5	15·7	8·0	19·9	14·8	14·2	20·5	4·2	0·0	6·5	7·3	6·9	6·9	61	32	41	45	**4·0**	13·8	12·7	11·3	10·1	8·1
30.	998·6	996·1	994·2	996·3	7·5	14·5	21·2	15·9	**17·2**	21·8	11·1	4·5	7·2	7·6	7·9	7·6	44	30	44	**39**	3·6	15·1	13·7	11·7	10·3	8·3
Mittel	993·1	992·7	993·1	993·0	4·2	8·7	14·1	10·8	11·2	15·4	6·4	3·5	7·9	8·2	7·7	8·0	71	53	60	61	47·6 Summe	11·5	10·6	9·0	7·9	6·7

Sommerzeit (+1 Stunde) **nicht** berücksichtigt!

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Tag	Bewölkung (Menge 0–10, Dichte[0–2]) Witterung zum Termin				Sonnenschein[5]	Windrichtung und -stärke (0–12 Beaufort-Grade)			Windgeschwindigkeit, m/sek		Niederschlag in mm Wasserhöhe und Form				Schneehöhe[9]	Bemerkungen zum Wetterverlauf
	7h	14h	21h	Mit.		7h	14h	21h	Mit.[6]	Maximum[7]	7h	14h	21h	Sum.[8]		Intensität °,¹,²,= leicht, mäßig, stark
1.	10^{2}✳	10^{1}	10^{1},	10·0	0·4	NW 2	WNW 2	NW 2	3·3	NW 10·6	5·3✳	0·1✳	0·0	1·3✳	·	✳$^{0-1}$0–7^{20}●Tr●^{0}–8^{30},∞$^{0-2}$n–p,,$^{19\,55}$–22^{15}●^{0}–24;
2.	10^{1}	10^{1}	5^{1}	8·3	0·0	WNW 2	W 3	W 1	2·2	W 7·2	1·2	0·0	0·0	0·0	·	●$^{0-1}$0–2^{20},–4^{45}●Tr●^{0},–6^{55},a,●Tr●^{0}16^{15}–19^{45}i;
3.	10^{1}	6^{1}	8^{0}	8·0	0·7	ESE 3	E 3	E 2	3·4	E 11·4	·	0·0	·	0·0	·	∞$^{1-2}$n–∞$^{0-1}$p–npi,●Tr9$^{35-40}$;
4.	2^{0}	10^{1}	7^{1}	6·3	4·9	NNE 1	SSE 4	SE 3	3·8	S 17·8	·	·	·	1·3	·	⌓$^{0-2}$n–fr,∞^{0}fr;
5.	9^{1}	2^{1}	0	3·7	8·6	WSW 5	W 4	W 2	**5·6**	W **21·7**	1·3	·	·	·	·	●$^{0-1}$4^{31}–5^{52}●Tr–6^{25}i,,≍9^{15}–11^{25}i,⌓$^{0-1}$abd–np;
6.	10^{1}	10^{2}●	5^{1}	8·3	4·3	W 4	NW 4	W 4	4·8	W 18·9	·	1·6	3·7●△	**5·3●△**	·	⌓$^{0-1}$n–na,●^{0}12^{21}–mU–13^{35}●$^{1-2}$–●^{0}14$^{20-30}$,●Tr15$^{15-20}$●^{2}
7.	4^{1}	2^{1}	0	2·0	8·9	W 2	NW 1	S 1	3·0	W 9·7	·	·	·	·	·	— [△^{1}–15^{30}●Tr–pi,ℝ^{0}pi;
8.	9^{1}	8^{1}	7^{1}	8·0	4·3	ESE 1	E 2	N 1	1·3	NNW 5·0	·	·	·	0·0	·	⌓^{0}na–fr,∞$^{0-2}$fr–m;
9.	10^{1}	9^{1}	10^{1}	9·7	0·7	W 1	E 2	ESE 2	2·4	ESE 9·2	0·0	0·0	·	0·0	·	●Tr●^{0}4^{12}–5^{20}i,8–9^{50}i,∞$^{0-2}$p–npi;
10.	10^{2}●	9^{1}	8^{1}	9·0	0·3	SSW 2	W 4	WNW 3	4·4	W 14·7	0·0	1·9	0·0	1·9	·	●Tr●^{0}na,6^{45}–7^{37}●$^{0-1}$–11^{25},●^{0}19^{55}–20^{05},21^{05}–21^{50}i;
11.	10^{1}●	10^{1}●	10^{1}	10·0	0·0	WNW 4	NW 4	NNW 2	**5·6**	WNW 16·1	0·0	0·3	0·0	0·3	·	●Tr●^{0}6^{13}–9^{15}i,11^{25}–15i,20–23^{20}i;
12.	8^{0}	8^{1}	5^{1}	7·0	7·8	E 1	W 3	W 4	3·9	W 14·4	0·0	·	·	·	·	∞$^{0-1}$n–fr;
13.	9^{0}	10^{1}●	10^{1}	9·7	1·0	WNW 3	NW 3	NW 3	4·8	WNW 13·6	·	0·0	0·9	0·9	·	●Tr●^{0}12^{09}–mU–14^{48}●^{0}–20^{47}●Tr–21i;
14.	7^{1}	9^{1}	9^{1}	8·3	4·4	NNW 3	NNW 3	NW 2	4·0	NNW 11·7	·	·	·	·	·	∞$^{0-1}$na–m;
15.	7^{1}	5^{1}	0	4·0	6·2	NNW 3	NNW 3	NE 2	3·5	N 11·1	·	·	·	0·0	·	∞$^{0-1}$fr,∞^{0}abdi;
16.	10^{1}	10^{1}●	10^{1}	10·0	0·0	NE 1	W 2	WNW 4	3·0	W 11·4	0·0	0·6	0·1	0·7	·	●Trn,10^{24}–mU–11^{15}●^{0}–14^{45}●Tr–pi,∞$^{0-2}$fr–np,
17.	8^{0}	6^{1}	4^{0}	6·0	5·0	WNW 2	NW 4	W 2	3·0	NW 10·8	·	·	·	·	·	∞$^{1-2}$n–m,⌓^{0}na–fr,∞$^{0-1}$abd–npi; [●Tr●^{0}16^{48}–20^{55}i;
18.	5^{1}	5^{1}	0	3·3	9·1	W 3	NW 4	N 3	4·8	NW 16·4	·	·	·	·	·	—
19.	7^{0}	8^{0}	10^{1}●	8·3	9·3	ENE 1	E 2	S 1	1·8	W 6·7	·	·	0·0	0·0	·	⌓^{0}na–fr,●^{0}16^{46}–18^{40}i,●Tr●^{0}19^{24}–23^{55}i;
20.	9^{1}	10^{1}●	9^{1}●	9·3	0·4	SW 1	W 4	WSW 2	3·7	W 15·6	0·0	0·2	0·0	0·6	·	●Tr●^{0}8^{57}–●$^{0-1}$9$^{25-35}$●Tr●^{0}–pi,●^{0}17^{44}–19^{05}i,●Tr●^{0}npi;
21.	10^{1}	9^{1}●	10^{1}●	9·7	1·8	W 3	NW 3	WNW 4	5·5	WNW 15·3	0·4	1·4	1·0	4·2	·	●Tr●^{0}ni,3^{18}–5^{35},●^{0}8$^{30-52}$,●$^{0-1}$10^{18}–mU–16^{30}●^{0}–20●$^{0-1}$–24;
22.	9^{1}	10^{2}	9^{1}	9·3	0·8	WNW 4	N 3	NNW 2	4·7	W 14·2	1·8	0·5	0·0	0·5	·	●$^{0-1}$0–2^{20}●Tr●^{0}–fri,●$^{0-1}$9$^{12-45}$,●^{0}a–pi;
23.	0	0	0	0·0	12·5	ESE 1	ENE 1	W 1	1·6	E 5·0	·	·	·	·	·	⌓$^{1-2}$n–fr,⌴^{0}na,⌓$^{0-1}$abd–np;
24.	3^{0}	9^{0}	0	4·0	8·8	NE 1	E 1	C 0	1·4	E 4·7	·	·	·	·	·	⌓$^{0-1}$n–fr,∞$^{0-1}$fr–m;
25.	0	7^{0}	2^{0}	3·0	11·4	S 1	NW 2	W 3	2·1	NW 8·1	·	·	·	·	·	⌓$^{0-1}$n–a,∞$^{0-1}$fr;
26.	4^{0}	10^{1}	7^{1}	7·0	2·9	W 4	W 4	NE 3	5·0	W 16·1	·	0·0	0·0	0·0	·	●^{0}11$^{46-58}$,13^{15}–14^{20}i,17^{41}–19^{25}i;
27.	3^{1}	1^{0}	0	1·3	12·5	NE 3	N 3	NNE 3	3·1	NNE 11·1	·	·	·	·	·	⌓^{0}fr;
28.	0	0	1^{0}	0·3	12·7	NNE 1	N 2	WSW 1	1·5	NE 5·8	·	·	·	·	·	⌓^{0}na–fr,⌴^{0}fr;
29.	0	0	0	0·0	12·9	ENE 1	ESE 4	SSE 3	3·9	ESE 12·5	·	·	·	·	·	⌓^{0}na–fr,∞$^{0-1}$fr;
30.	1^{0}	2^{0}	0	1·0	**13·2**	SSE 3	SE 4	SSE 1	4·2	SE 13·1	·	·	·	·	·	⌓^{0}abd–np;
Summe	–	–	–	–	165·8	–	–	–	–	–	10·0	6·6	5·7	17·0	–	Tage mit: ●,✳,▲ ≡$^{0-2}$ ℝ (ℝ) ⊠ ≍ ≍
Mittel	6·5	6·8	5·2	6·2	5·5	2·2	2·9	2·2	3·5	12·0	–	–	–	–	–	10 0 1 0 0 1 0

Tagesmittel ($7^{h}+14^{h}+21^{h}$): 3. [1] Mit Schwerekorrektur und mit Instrumentenkorrektur. *Gc* = +0·25 hpa, *Bc* = 0·00 hpa. [2] △ = Abweichung vom langjährigen Mittel. [3] Aus der Registrierung von 0–24 Uhr. [4] Temperaturminimum in 6 *cm* über dem Boden. [5] Dauer in Stunden. [6] 24stündiges Mittel. [7] Augenblickswert. [8] Von 7^{h} bis 7^{h}. [9] Um 7^{h} in *cm*.

Verwendete Zeichen und Abkürzungen: ● Regen, , Nieseln, ✳ Schnee, ▲ Hagel, △ Graupeln, ⧋ Eisregen, ≡ Nebel, = Nebeldunst, ≡: Nebelreißen, ⌓ Tau, ⌴ Reif, V Rauhreif, ~ Glatteis, ℝ Gewitter über Ort, (ℝ) Gewitter in Umgebung, ↯ Wetterleuchten, ∞ Dunst, ●Tr Regentropfen, ✳Fl Schneeflocken, ⊠ Schneedecke, ≍ Windstärke 6 und mehr, ≍ Windstärke 8 und mehr, mU oder i mit Unterbrechungen, na frühmorgens, fr früh, a vormittags, m mittags, p nachmittags, abd abends, np spätabends, n nachts (bezieht sich auf die vorangegangene Nacht, wenn n allein steht).

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

ANZEIGER

DER

ÖSTERREICHISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE KLASSE

Jahrgang 1987 **Nr. 3**

Sitzung vom 3. April 1987

Das wirkliche Mitglied Hermann HAUPT legt für die Aufnahme in den Anzeiger die folgende Arbeit vor:

A NEW SOLUTION OF THE TWO-ALTITUDE-PROBLEM

By HEINRICH EICHHORN

(Institut für Astronomie der Universität Innsbruck)*

Summary

A new solution of the two-altitude-problem is presented which leads to a very simple interpretation of the geometry of the problem.

The classical problem of two altitudes (see e.g., COTTER 1968) is formulated as follows: Observe, from the same location but not necessarily simultaneously, the zenith distances z_1 and z_2 of two (not necessarily different) objects with known declinations δ_1 and δ_2 at hour angles t_1 and t_2, respectively. The geographic latitude φ of the observer is to be calculated from z_1, z_2, δ_1, δ_2 and $\Delta = t_1 - t_2$. In addition, if we know the Greenwich sidereal times θ_{G1} and θ_{G2} at which the zenith distances were observed as well as the right ascensions α_1 and α_2, respectively, of the objects (instead of the hour angle difference only), the geographic longitude λ of the observer's location is to be computed as well. This is, in essence, the problem which leads to Sumner's lines of position.

The rigorous solution is obtained as follows. Considering the relationship

$$t_\nu = \theta_{G\nu} + \lambda - \alpha_\nu; \quad \nu = 1, 2 \tag{1}$$

between hour angle, Greenwich sidereal time, (east) longitude and right ascension, we have for the hour angle

$$\theta_{G\nu} + \lambda - \alpha_\nu = \arccos\left[(\cos z_\nu - \sin\delta_\nu \sin\varphi)/\cos\delta_\nu \cos\varphi\right] . \tag{2}$$

* On leave of absence from the Department of Astronomy, University of Florida, Gainesville, FL.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Eliminating λ by setting, in eq. (2), first $\nu = 1$, then $\nu = 2$ and subtracting, we obtain

$$\Delta \equiv \theta_{G1} - \theta_{G2} - \alpha_1 + \alpha_2 = \arccos A_1 - \arccos A_2, \tag{3}$$

where A_ν is the argument of the arccosine function in eq. (2). Eq. (3) thus confirms that Greenwhich sidereal time is not needed for the determination of the geographic latitude φ but only for that of the longitude λ.

According to a well known goniometric identity, eq. (3) can also be rewritten in the form

$$\cos \Delta = A_1 A_2 \pm \sqrt{(1 - A_1^2)(1 - A_2^2)} ,$$

where the sign depends on which quadrants A_1 and A_2 occupy. By shifting $A_1 A_2$ to the left side of this equation and squaring, we obtain

$$A_1^2 + A_2^2 - 2 A_1 A_2 \cos \Delta - \sin^2 \Delta = 0 . \tag{4}$$

By comparison with eq. (2), we can now see that φ enters the numerators of the terms in eq. (4) only through $\sin \varphi$ and $\sin^2 \varphi$, and that the denominators contain only $\cos^2 \varphi \equiv 1 - \sin^2 \varphi$. Eq. (4) is therefore quadratic in $\sin \varphi$, and because $|\varphi| \leqslant 90°$, each of the solutions for $\sin \varphi$ determines a unique value of φ.

By routine manipulations, and considering that the angular distance ϱ between the positions at which the object(s) was (were) observed is given by

$$\cos \varrho = \sin \delta_1 \sin \delta_2 + \cos \delta_1 \cos \delta_2 \cos \Delta , \tag{5}$$

we obtain from eq. (4)

$$\begin{aligned} &\sin^2 \varrho \sin^2 \varphi \\ &- 2 [\cos z_1 \cos \delta_2 (\sin \delta_1 \cos \delta_2 - \cos \delta_1 \sin \delta_2 \cos \Delta) \\ &\quad + \cos z_2 \cos \delta_1 (\sin \delta_2 \cos \delta_1 - \cos \delta_2 \sin \delta_1 \cos \Delta)] \sin \varphi \\ &\qquad + \cos^2 z_1 \cos^2 \delta_2 + \cos^2 z_2 \cos^2 \delta_1 \\ &\qquad\quad - 2 \cos z_1 \cos z_2 \cos \delta_1 \cos \delta_2 \cos \Delta \\ &\qquad\qquad - \cos^2 \delta_1 \cos^2 \delta_2 \sin^2 \Delta = 0. \end{aligned} \tag{6}$$

Solving eq. (6) with respect to $\sin \varphi$ we obtain eventually, again considering eq. (5)

$$\begin{aligned} \sin^2 \varrho \sin \varphi = &\cos z_1 \cos \delta_2 (\sin \delta_1 \cos \delta_2 - \sin \delta_2 \cos \delta_1 \cos \Delta) \\ &+ \cos z_2 \cos \delta_1 (\sin \delta_2 \cos \delta_1 - \sin \delta_1 \cos \delta_2 \cos \Delta) \\ &\pm \cos \delta_1 \cos \delta_2 \cos \Delta \sqrt{[\cos (z_2 - z_1) - \cos \varrho] [\cos \varrho - \cos (z_1 + z_2)]} . \end{aligned} \tag{7}$$

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

The radicand in eq. (7) can be positive only if both its factors are positive, because in practice, $0° \leqslant z_{\nu} \leqslant 90°$. A real solution is therefore possible only if

$$|z_1 - z_2| \leqslant \varrho \leqslant z_1 + z_2. \tag{8}$$

The inequality (8) is intuitively obvious from the geometry of the situation.

If we consider that also

$$\cos \varrho = \cos z_1 \cos z_2 + \sin z_1 \sin z_2 \cos \Delta a \,, \tag{9}$$

where Δa is the azimuth difference between the positions at which the observations were made, the square root in eq. (7) turns out to be equal to $\sin z_1 \sin z_2 \sin \Delta a$. Observations made in azimuths which differ by 0° or 180° lead therefore to only one solution.

Ceteris paribus, the maximum value of the radicand in eq. (7) provides the largest difference between the two real solutions and plausibly therefore the most accurate values for φ. This maximum is reached for $\cos \varrho = \cos z_1 \cos z_2$, therefore, considering eq. (9), when $\Delta a = 90°$ or 270°. These results are also intuitively clear.

Since the arccosine is ambiguous, eq. (2) yields for each of the two measured zenith distances two values for λ, for each solution φ and a given α and θ_G, therefore altogether eight. Of the four λ which are compatible with a given φ, two, each originating from a different z, will be equal. Their value is thus the longitude which goes with that value of the latitude which was used in the calculations.

Acknowledgement. I am grateful to Elaine Mann who collaborated with me on this project, and to my colleagues Günther Chesi, Maria G. Firneis and Oswald Schneider, who checked the algebra and pointed out typing errors in the manuscript.

Literature

Cotter, Charles H. 1968. A history of nautical astronomy. New York. (American Elsevier).

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Anzeiger der Österreichischen Akademie der Wissenschaften,
math.-naturwiss. Klasse **124** (1987), 29—33

Das korrespondierende Mitglied Siegmund PREY legt für die Aufnahme in den Anzeiger die folgende Arbeit vor:

ZUR GEFÜGEKUNDE DES PLATTENGNEISES IN DER KORALPE, KÄRNTEN—STEIERMARK

Von Peter BECK-MANNAGETTA, Wien
und Martin KIRCHMAYER, Heidelberg

Mit 3 Abbildungen

Im zentralalpinen Kristallin des Ostens der Ostalpen nimmt der Plattengneis im Koralmkristallin eine wichtige tektonische Stellung ein. Sein plattiges Gefüge weist eine ± N—S-bogenartig streichende Lineation auf, die im auffallenden Gegensatz zum allgemeinen ± E—W-Streichen der alpinen mesozoischen Gebirgsketten steht. Daher ist die Entstehung dieser sich Zigkilometer weit erstreckenden Großstruktur von grundsätzlicher Bedeutung für das Verständnis des Baues des gesamten Gebirges.

Über die Entstehung der Lineation des Plattengneises ist 1986 eine Arbeit von Th. FLÖTTMANN, G. KLEINSCHMIDT & D. WOLF über die südwestliche Koralpe erschienen, worin die Struktur als „A-Lineation", also durch eine Bewegung *in Richtung* der Lineation hervorgerufen worden sein soll. Diese Annahme wird von den drei genannten Autoren mit unausgezählten Quarzgefügediagrammen (Abb. 1a) belegt, womit die Natur des „A-Tektonites" abgestützt werden sollte. M. KIRCHMAYER hat diese Diagramme von Hand ausgezählt und ausgewertet (Abb. 1b), woraus hervorgeht, daß es sich aufgrund der auftretenden γ-Regel B. SANDER's und anderen Kriterien in allen drei Fällen, von denen nur der erste hier abgebildet wird, eindeutig um einen B-Tektonit handelt (Bewegung *senkrecht* auf die Lineation).

P. BECK-MANNAGETTA hat ab 1985 aus verschiedenen der acht signifikanten Gesteinskomplexe der Koralpe Plattengneis-Handstücke entnommen, welche von M. KIRCHMAYER gefügekundlich nach mehreren Teilgefügen hin untersucht wurden und stets eine B-Lineation ergeben haben. Als Beispiel aus diesen Untersuchungen wurde eine Probe aus dem großen Plattengneissteinbruch in 1270 m SH., N Glashütten entnommen: (Plattengneis-Komplex Nr. 6; Handalm-Trahütten).

Das Quarzdiagramm dieser Probe (Abb. 2) zeigt an, daß es sich hierbei um einen B-Tektonit handelt, den eine spätere Verdrehung (Torsion) nach einer imaginären Achse, liegend in der bc-Ebene, verstellt hat. Damit wird im Gefüge der Lineation des Plattengneises im N

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

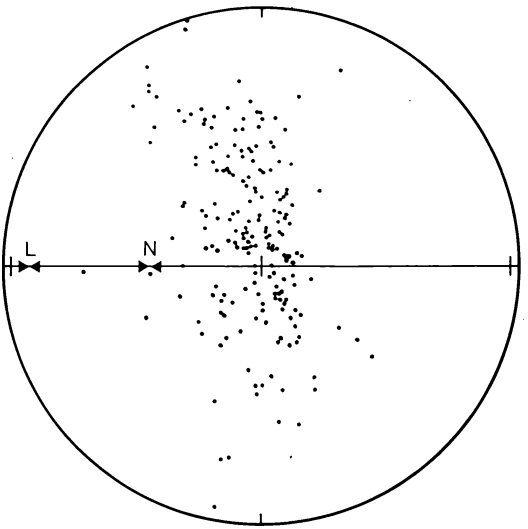

Abb. 1a Plattengneis; aus Th. FLÖTTMANN, G. KLEINSCHMIDT & D. WOLF (1986 S. 194; nach Abb. 1) in ca. 1080 m W St. Georgen; 200 Quarzachsen

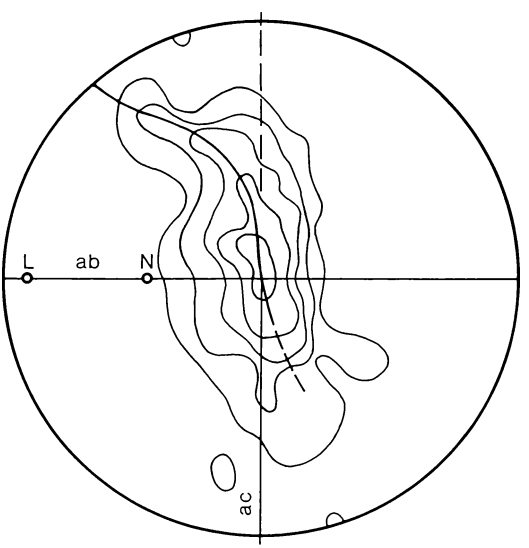

Abb. 1b Plattengneis wie Abb. 1a ausgezählt von Hand durch M. KIRCHMAYER, Heidelberg; Auszählkreis = 0'88%
Schmidt-Netz, untere Halbkugel
20 – 15 – 8 – 5 – 2 Punkte
10'0 – 7'5 – 4'0 – 2'5 – 1%
Diagnose: Tektonit, ac-Ebene, ac-Ebene deformiert (krummflächig), γ-Regel SANDER's; Hochquarz!

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

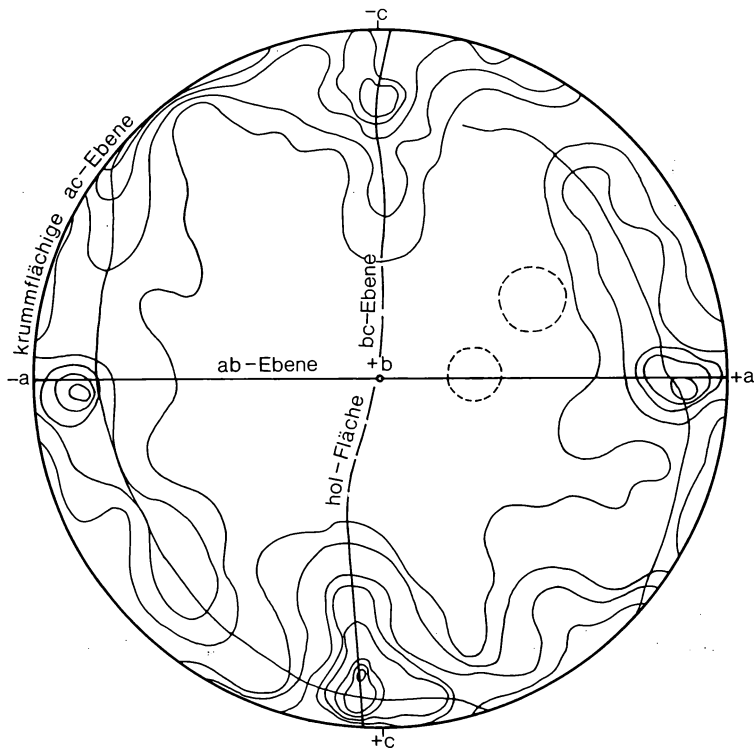

Abb. 2 Plattengneis; Steinbruch Glashütten N in 1270 m SH.; entnommen: P. Beck-Mannagetta am 27. 7. 1985, Str. 118° f NE 34°, Handstück Nr. 27317; untere Halbkugel, Schmidt-Netz, 248 Quarz-c-Achsen:
35 – 24 – 20 – 12 – 10 – 6 – 3 – 1 Punkte
14′1 – 9′7 – 8′1 – 4′8 – 4′0 – 2′4 – 1′2 – 0′4%
Diagnose: Krummflächige Deformationsebene, bc-Ebene; kein klassischer B-Tektonit: Deformierter B-Tektonit!

der Wolfsberger Antiklinale (P. Beck-Mannagetta 1970) ein Vorgang nachgewiesen, den P. Beck-Mannagetta (1954) als Verdrehung der Plattengneislineation der Gipfelmulde der Koralpe aufzeigen konnte: Durch eine graduelle Abwicklung der Lage der N—S-Lineation nach der E—W-Achse der Gipfelmulde wurde eine Verdrehung nach einer imaginären in der bc-Ebene liegenden Achse derart hervorgerufen, daß eine Verstellung gegen SE bzw. E erfolgte; Vorgänge, die man mit „Verschluckung" (heute würde man sagen: „Subduktion") in Verbindung bringen könnte. Ausgangspunkt der gefügekundlichen Konstruktion war die Regelung des Mineralgefüges der ursprünglichen Lineation als B (passives Vorzeichen); sie lag also senkrecht auf die erzeugende Bewegungsrichtung: Es gab daher zwei Gebirgsbildungsvorgänge; das

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Aufeinanderwirken dieser zwei verschiedenen tektonischen Gebirgsbildungsakte, nämlich der Bildung der Lineation und deren Verstellung, hat bereits A. KIESLINGER (1929) in der Koralpe angenommen und auch eine zeitliche Zuordnung gegeben.

Hinsichtlich der genetischen Abfolge, wonach die Plattengneise sich über die „Übergangsgneise" (Th. FLÖTTMANN, G. KLEINSCHMIDT & D. WOLF 1986; 182), alias „Streifengneis" (P. BECK-MANNAGETTA 1980), aus kataklastischen Gneis-Quarziten durch eine dynamische Steigerung der mineralzertrümmernden Scherung und Plättung entwickelten, sind sich alle in dieser Arbeit zitierten Autoren einig.

Das Deutungsproblem liegt in den beiden Achsen, der Scherfältelungsachse und der Lineation der Plattengneise:

Nach Darstellung der Arbeit von Th. FLÖTTMANN, G. KLEINSCHMIDT & D. WOLF (1986), (Plattengneiskomplex 8) verlaufen die (undeutlichen) Achsen der Scherfältelung in Richtung NW—SE – das ist also parallel der Lineation des Plattengneises; die Achsen der Scherfältelung liegen mit anderen Worten gleichgerichtet mit der Lineation des Plattengneises: Beide werden zwar daher als Einheit betrachtet; dennoch wird der Plattengneis zum A-Tektonit umgedeutet.

Nach P. BECK-MANNAGETTA (1951, 1954) muß man aber beide Achsen getrennt behandeln. Das β der Scherfältelung liegt zwar tatsächlich in einer NW—SE-Richtung; in einer Richtung, die allerdings bereits vorher von der B-Lineation des Plattengneises erzeugt wurde. Allerdings ist diese NW—SE-Richtung der Plattengneislineation nicht die Ausgangslage dieser im allgemeinen, sondern bereits auch schon eine sekundäre Richtung. Die Auflösung der tektonischen Verhältnisse ist also wesentlich komplizierter als es üblicherweise den Anschein hat. Dieser wird man gerechter, wenn man den Plattengneis in Übereinstimmung mit dem Korngefüge als B-Tektonit einstuft und insbesondere die krummflächig entwickelten Gefüge betrachtet.

Literatur

Beck-Mannagetta, P. (1970): Über den geologischen Aufbau der Koralpe. — Verh. GBA. Wien 491—496, Wien.

Beck-Mannagetta, P. (1951): Auflösung der Mechanik der Wolfsberger Serie, Koralpe, Kärnten. — Jb. GBA. Wien Festbd. *94*, 127—157, Wien 1949—1951.

Beck-Mannagetta, P. (1954): Rückformung einer Mulde im Gipfelgebiet der Koralpe. — Mitt. Geol. Ges. in Wien 1952, *45*, 113—134, Wien.

Beck-Mannagetta, P., und M. Kirchmayer (1985): Gefügekundliche Untersuchungen an einem schriftgranitischen Pegmatoid in der südöstlichen Koralpe mit Bemerkungen über das Koralmkristallin (Österreich). — Jb. GBA. Wien *128*, 183—195, Wien.

Flöttmann, Th., G. Kleinschmidt und D. Wolf (1986): Deformationsanalyse der unteren Gneisgruppe in der südlichen Koralpe (Ostalpen). — Car. II *176/96*, 179—202, Klagenfurt.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Kieslinger, A. (1929): Geologie und Petrographie der Koralpe. IX Sb. Akad. Wiss. Wien math. nat. Kl. I *137*, 491—502, Wien.

Pfeiffer, L., M. Kurze und G. Mathé (1981): Einführung in die Petrologie. — 632 S. Enke, Stuttgart.

Kirchmayer, M. (1986): Gefügekundliche Studien: Das Prinzip und seine Anwendung. — Heidelb. Geowiss. Abh. *6*, 221—232, Heidelberg.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Anzeiger der Österreichischen Akademie der Wissenschaften,
math.-naturwiss. Klasse **124** (1987), 35—42

Das korrespondierende Mitglied Karl STRUBECKER legt für die Aufnahme in den Anzeiger die folgende Arbeit vor:

DICHTETREUE GERADENABBILDUNGEN DER EBENE

Von Karl STRUBECKER, Karlsruhe

1. Die Gerade t mit der normierten Gleichung

$$t \ldots \quad ux + vy + 1 = 0 \tag{1}$$

beschreibt ein *Geradenfeld* $F = F(u, v)$, wenn die Linienkoordinaten u und v Funktionen von zwei Parametern sind.

Durch eine *Bewegung* der (x, y)-Ebene π entstehen aus den Geraden $t = (u, v)$ die neuen Geraden $t' = (u', v')$. Nach den Transformationsformeln für Doppelintegrale gilt dann die Formel

$$\iint_{F(u,v)} \frac{du\,dv}{(u^2 + v^2)^{3/2}} = \iint_{F(u',v')} \frac{du'\,dv'}{(u'^2 + v'^2)^{3/2}} . \tag{2}$$

Dieses Doppelintegral ist also eine *Bewegungsinvariante* des Geradenfeldes F. Der *Integrand* heißt die *Dichte* des Geradenfeldes F in der Geraden $t = (u, v)$.

Zweck meiner Note ist es, eine *explizite Darstellung* für die *allgemeine dichtetreue Geradenabbildung* $t \to t'$ *der Ebene* anzugeben, die bisher fehlt.

2. Nach René BRICARD (1913) hängen die dichtetreuen Geradenverwandtschaften der Ebene eng mit den zweigliedrigen Bewegungsvorgängen der Ebene zusammen, die sich durch die kinematische Abbildung von Wilhelm BLASCHKE (1911) durch die Punkte $P = (x, y, z)$ auf Flächen φ

$$\varphi \ldots \quad z = z(x, y) \tag{3}$$

eines *quasielliptischen Raumes* Q^3 darstellen lassen. Bei einem zweigliedrigen Bewegungsvorgang existieren in der bewegten Ebene π_l und in der festen Ebene π_r Momentanachsen a_l und a_r, deren Zuordnung $a_l \to a_r$ dichtetreu ist.

Der quasielliptische Raum Q^3 ist ein Grenzfall des elliptischen Raumes E^3. Beide Räume besitzen eine *6gliedrige Bewegungsgruppe* G_6,

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

die sich als kommutatives Produkt zweier 3gliedriger Gruppen von *Cliffordschen Schiebungen* darstellen lassen:

$$G_6 = S_3^1 \cdot S_3^r = S_3^r \cdot S_3^l \,, \tag{4}$$

welche die Punkte dieser Räume einfach-transitiv vertauschen.

3. Die einfachste analytische Darstellung der beiden Gruppen S_3^l und S_3^r dieser sogenannten *Cliffordschen Linksschiebungen* und *Rechtsschiebungen* des quasielliptischen Raumes Q^3 bedient sich der von Eduard STUDY (1890) eingeführten *Studyschen Quaternionen*

$$\begin{cases} \xi = x_0 e_0 + x_1 e_1 + x_2 e_2 + x_3 e_3 \,, \\ \alpha = a_0 e_0 + a_1 e_1 + a_2 e_2 + a_3 e_3 \,, \end{cases} \tag{5}$$

deren vier Einheiten e_ν der folgenden Produkttafel genügen:

	e_0	e_1	e_2	e_3
e_0	e_0	e_1	e_2	e_3
e_1	e_1	0	0	$-e_2$
e_2	e_2	0	0	e_1
e_3	e_3	e_2	$-e_1$	$-e_0$.

(6)

Die Haupteinheit e_0 spielt dabei die Rolle der Zahl 1. Mit der zu α *konjugierten Quaternion*

$$\bar{\alpha} = a_0 e_0 - a_1 e_1 - a_2 e_2 - a_3 e_3 \tag{7}$$

gilt dann

$$\alpha \bar{\alpha} = \bar{\alpha} \alpha = (a_0^2 + a_3^2) e_0 = a_0^2 + a_3^2 = N(\alpha) = N(\bar{\alpha}) \,, \tag{8}$$

so daß

$$\frac{\bar{\alpha}}{N(\alpha)} = \alpha^{-1} \tag{9}$$

die zu α *reziproke Quaternion* ist.

Die Formeln

$$\xi' = \alpha \xi \quad | \quad \xi' = \xi \beta \tag{10}$$

beschreiben dann die Cliffordschen

Linksschiebungen | *Rechtsschiebungen*

des quasielliptischen Raumes Q^3. Ihre Zusammensetzung geschieht dabei durch die einfachen bilinearen Produktformeln

$$\alpha'' = \alpha \alpha' \quad | \quad \beta'' = \beta' \beta \,. \tag{11}$$

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Ihr kommutatives Produkt

$$\xi' = \alpha\,\xi\,\beta \tag{12}$$

stellt dann die 6gliedrige Gruppe G_6 der *quasielliptischen Bewegungen* dar.

4. Nach E. STUDY kann man die Bewegungen der Ebene $\pi\,(z = 0)$, wenn man die inhomogenen Koordinaten

$$1 : x : y : z = x_0 : x_1 : x_2 : x_3 \tag{13}$$

einführt und die Punkte (x, y) der Ebene π durch die *vektorielle Quaternion*

$$\mathfrak{x} = x\,e_1 + y\,e_2 + e_3 \tag{14}$$

beschreibt, durch die einfache Formel

$$\mathfrak{x}' = \alpha^{-1}\,\mathfrak{x}\,\alpha \quad \text{oder} \quad N(\alpha)\cdot\mathfrak{x}' = \bar{\alpha}\,\mathfrak{x}\,\alpha \tag{15}$$

darstellen. $N(\alpha) \neq 0$ kennzeichnet dann die regulären Bewegungen und $N(\alpha) = 0$ die singulären Bewegungen der Ebene π.

Jede ebene Bewegung (15) ist damit durch eine Quaternion α gekennzeichnet. Ordnet man ihr den Punkt $P = (x, y, z)$ des quasielliptischen Raumes Q^3 mit den Koordinaten

$$1 : x : y : z = a_0 : a_1 : a_2 : a_3 \tag{16}$$

zu, so erhält man die *kinematische Abbildung* von W. BLASCHKE und J. GRÜNWALD.

Zur speziellen Quaternion $\alpha = e_0$ gehört dann in der Ebene π die identische Bewegung und im Raum Q^3 der Nullpunkt O_0.

Zur speziellen Quaternion $\alpha = e_3$ gehört ähnlich in der Ebene π die Spiegelung am Nullpunkt O_0 und im Raum Q^3 der *Fernpunkt* O_3 *der z-Achse.*

5. Die Cliffordsche Linksschiebung $\xi' = \alpha\,\xi$ befördert den Nullpunkt O_0 des Raumes Q^3 in den kinematischen Bildpunkt der ebenen Bewegung $\mathfrak{x}' = \alpha^{-1}\,\mathfrak{x}\,\alpha$. Jeder *Linksschiebung* $\alpha\,\varphi$ von Q_3 ist damit eine bestimmte *Bewegung* α der Ebene zugeordnet.

Auch den Rechtsschiebungen $\xi' = \xi\,\beta$ des Raumes Q^3 entspricht in der Ebene π ein gewisser kinematischer Vorgang, nämlich, sehr anschaulich ausgedrückt, eine *militärische Exerzierbewegung nach einheitlichem Kommando*oder (ziviler ausgedrückt) eine bestimmte *Tanzbewegung.*

6. Auch der quasielliptische Raum Q^3 besitzt ein bei seinen Bewegungen invariantes *absolutes Gebilde.* Es besteht

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

1) aus den beiden konjugiert-komplexen *absoluten Ebenen*, für die

$$N(\xi) = x_0^2 + x_3^2 = 0 \begin{cases} x_0 + i\,x_3 = 0 \ldots i_+ \\ x_0 - i\,x_3 = 0 \ldots i_- , \end{cases} \tag{17}$$

auf denen die kinematischen Bildpunkte der singulären Bewegungen von π liegen,

2) aus den beiden *absoluten Punkten*

$$J_+ = (0:1:+i:0) \quad \text{und} \quad J_- = (0:1:-i:0) \tag{18}$$

auf der reellen *Schnittgeraden* $u\,(x_0 = 0,\ x_3 = 0)$ der beiden Ebenen i_+ und i_- und

3) aus den beiden *Paaren von verschränkten Strahlbüscheln*

$$(J_+, i_+), (J_-, i_-) \quad \text{und} \quad (J_+, i_-), (J_-, i_+) , \tag{19}$$

die man als die beiden Scharen von *erzeugenden Geraden* der *singulären absoluten Quadrik* des quasielliptischen Raumes Q^3 auffassen kann.

Die Cliffordschen Schiebungen von Q sind dann genau jene windschiefen Kollineationen, deren konjugiert-komplexe (hochimaginäre) Achsen in einem der verschränkten Strahlbüschelpaare (19) enthalten sind.

7. Nach diesen Vorbereitungen können wir uns nun der *geometrischen Konstruktion* und der *analytischen Darstellung* der *dichtetreuen Geradenverwandtschaften der Ebene* $\pi\,(z = 0)$ zuwenden.

Wir gehen aus von einer beliebigen *Fläche* φ des quasielliptischen Raumes Q^3 mit der Gleichung

$$\varphi \ldots \quad z = z(x, y) . \tag{20}$$

Die Fläche φ soll stetig gekrümmt sein, d. h. stetige erste und zweite partielle Ableitungen haben, die wir nach L. Euler mit den Buchstaben

$$\begin{gathered} p = \frac{\partial z}{\partial x} = p(x, y) , \quad q = \frac{\partial z}{\partial y} = q(x, y) , \\ r = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = r(x, y) , \quad s = \frac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y} = s(x, y) , \quad t = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = t(x, y) \end{gathered} \tag{21}$$

bezeichnen.

Dann lautet die Gleichung der *Tangentenebene* τ der Fläche φ in ihrem Punkte $P = (x, y, z(x, y))$ in den laufenden Koordinaten (X, Y, Z)

$$Z - z(x, y) = p(x, y) \cdot (X - x) + q(x, y) \cdot (Y - y) . \tag{22}$$

Es gibt dann genau eine Linksschiebung α und genau eine Rechtsschiebung β, welche den *Flächenpunkt* P in den *Fernpunkt* O_3 *der z-Achse* überführen. Die Tangentenebene τ der Fläche φ im Punkt P geht durch

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

diese beiden Schiebungen in zwei (vertikale) Ebenen τ_l und τ_r des Fernpunktes O_3 über, deren *Spurgeraden* auf der Bildebene $\pi\,(Z=0)$ *zwei Geraden* t_l und t_r sind.

Es gilt dann der

Satz 1: Wenn der Punkt P die Fläche φ durchläuft, dann stehen die beiden konstruierten Geradenfelder $\varphi_l = \{t_l(x,y)\}$ und $\varphi_r = \{t_r(x,y)\}$ in einer dichtetreuen Beziehung. Umgekehrt kann jede allgemeine dichtetreue Beziehung zweier ebenen Geradenfelder φ_l und φ_r auf diese Art erzeugt werden.

Aus dieser einfachen geometrischen Konstruktion der ebenen dichtetreuen Geradenverwandtschaften $\varphi_l \to \varphi_r$ durch Cliffordsche Schiebungen der Tangentenebenen τ einer Fläche φ des quasielliptischen Raumes Q^3 kann man leicht ihre *analytische Darstellung* gewinnen, die das Ziel dieser Note ist.

8. Die Quaternionen

des Flächenpunktes	des Fernpunktes
$P = (1:x:y:z(x,y))$	$O_3 = (0:0:0:1)$

sind

$P \ldots \xi = e_0 + x e_1 + y e_2 + z e_3$	$O_3 \ldots \xi = e_3\,.$

Für die

Linksschiebung α	Rechtsschiebung β,

die $P \to O_3$ befördert, gilt dann

$$e_3 = \alpha\,\xi \qquad\qquad e_3 = \xi\,\beta, \tag{23}$$

woraus folgt

$$\alpha = e_3 \cdot \bar{\xi} \qquad\qquad \beta = \bar{\xi} \cdot e_3\,. \tag{24}$$

Ausgerechnet bedeutet das nach (6)

$$\begin{aligned} \alpha &= e_3 \cdot (e_0 - x e_1 - y e_2 - z e_3) \\ &= z e_0 + y e_1 - x e_2 + e_3 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \beta &= (e_0 - x e_1 - y e_2 - z e_3) \cdot e_3 \\ &= z e_0 - y e_1 + x e_2 + e_3\,. \end{aligned} \tag{25}$$

Aus den in der Tangentenebene τ laufenden Punkten P_τ mit den Quaternionen

$$\xi_\tau = e_0 + X e_1 + Y e_2 + Z e_3 \tag{26}$$

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

entstehen durch die Cliffordschen Linksschiebungen (24) die neuen Punkte $P' = (X', Y', Z')$ der verschobenen Tangentenebene τ_l mit den Quaternionen

$$\begin{cases} \xi'_\tau = \alpha\, \xi_\tau \\ \xi_\tau = \bar{\alpha}\, \xi'_\tau \end{cases} \quad \text{oder umgekehrt} \tag{27}$$

Ausführlich gilt also

$$\begin{aligned} e_0 + X e_1 + Y e_2 + Z e_3 &= (z e_0 - y e_1 + x e_2 - e_3)\cdot(e_0 + X' e_1 + Y' e_2 + Z' e_3) \\ &= (z + Z')\, e_0 + (-y + z X' + Y' + x Z')\, e_1 \\ &\quad + (x - X' + z Y' + y Z')\, e_2 + (-1 + z Z')\, e_3 . \end{aligned} \tag{28}$$

Daraus folgt für die Linksschiebung α, welche den Flächenpunkt P in den Fernpunkt O_3 bringt, die folgende ausführliche inhomogene Darstellung

$$\begin{aligned} X &= \frac{-y + z X' + Y' + x Z'}{z + Z'} , \\ Y &= \frac{x - X' + z Y' + y Z'}{z + Z'} , \\ Z &= \frac{-1 + z Z'}{z + Z'} . \end{aligned} \tag{29}$$

Trägt man diese Koordinaten (X, Y, Z) der laufenden Punkte von τ in der Gleichung (22) der Tangentenebene τ der Fläche φ ein, so erhält man als Gleichung der aus τ durch die Linksschiebung α entstandenen Ebene τ_l

$$\tau_l \ldots (pz - q) X' + (qz + p) Y' + [(1 + z^2) - p(xz + y) - q(yz - x)] = 0 . \tag{30}$$

Durch eine analoge Rechnung erhält man aus der Tangentenebene τ von φ durch die Rechtsschiebung β die Ebene τ_r durch O_3 mit der Gleichung

$$\tau_r \ldots (pz + q) X' + (qz - p) Y' + [(1 + z^2) - p(xz - y) - q(yz + x)] = 0 . \tag{31}$$

9. Als *Spuren* dieser beiden Ebenen τ_l und τ_r *auf der Ebene* π $(Z' = 0)$ ergeben sich schließlich als *Bildgeraden* t_l *und* t_r *der Tangentenebene* τ der Fläche φ die beiden folgenden Geraden (die Striche bei X' und Y' können nun weggelassen werden):

$$\begin{aligned} \acute{t}_l \ldots (pz - q) X + (qz + p) Y + [(1 + z^2) - p(xz + y) - q(yz - x)] = 0, \\ \acute{t}_r \ldots (pz + q) X + (qz - p) Y + [(1 + z^2) - p(xz - y) - q(yz + x)] = 0. \end{aligned} \tag{32}$$

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Schreibt man zum Schluß diese beiden Geradengleichungen in der Normalform $u\,X + v\,Y + 1 = 0$ von (1), dann lauten ihre Linienkoordinaten (u_l, v_l) und (u_r, v_r)

$$\begin{aligned} t_l \ldots \quad u_l &= \frac{p\,z - q}{(1+z^2) - p\,(x\,z + y) - q\,(y\,z - x)}\,, \\ v_l &= \frac{q\,z + p}{(1+z^2) - p\,(x\,z + y) - q\,(y\,z - x)}\,, \\ t_r \ldots \quad u_r &= \frac{p\,z + q}{(1+z^2) - p\,(x\,z - y) - q\,(y\,z + x)}\,, \\ v_r &= \frac{q\,z - p}{(1+z^2) - p\,(x\,z - y) - q\,(y\,z + x)}\,. \end{aligned} \tag{33}$$

Hierin sind z, p, q aus der Gleichung $z = z\,(x, y)$ der Fläche φ fließende Funktionen (21) von x und y.

Damit sind in der Ebene π $(z = 0)$ die Spurgeraden t_l und t_r der Ebenen τ_l und τ_r gewonnen, die aus den Tangentenebenen τ der Fläche $\varphi\,(z = z\,(x, y))$ entstehen, indem man den Berührpunkt P durch eine Linksschiebung α und eine Rechtsschiebung β in den Fernpunkt O_3 der z-Achse befördert.

10. Zum Schluß ist noch zu beweisen, daß die beiden Geradenfelder $\varphi_l = \{t_l\}$ und $\varphi_r = \{t_r\}$ mit den normierten Linienkoordinaten (33) tatsächlich *dichtetreu* aufeinander bezogen sind.

Dazu berechnen wir die beiden Dichteintegrale (2) dieser beiden Geradenfelder $\varphi_l = (u_l, v_l)$ und $\varphi_r = (u_r, v_r)$:

$$J_l = \iint_{\varphi_l} \frac{du_l\,dv_l}{(u_l^2 + v_l^2)^{3/2}}\,, \quad J_r = \iint_{\varphi_r} \frac{du_r\,dv_r}{(u_r^2 + v_r^2)^{3/2}} \tag{34}$$

und zeigen, daß sie einander gleich $(J_l = J_r)$ sind. Transformation der beiden Doppelintegrale J_l, J_r auf die Parameter (x, y) ergibt tatsächlich ihre Gleichheit.

Man findet nämlich für die beiden Integrale nach einiger Rechnung den gemeinsamen Wert

$$J_l = J_r = \iint_{\varphi} \frac{(1+z^2)^2\,(r\,t - s^2) + (p^2 + q^2)^2}{(1+z^2)^{3/2}\,(p^2 + q^2)^{3/2}}\,dx\,dy\,. \tag{35}$$

11. Damit ist unser Ziel erreicht.

Zu jeder stetig gekrümmten Fläche $\varphi\,(z = z\,(x, y))$ des quasielliptischen Raumes Q^3 gehört eine dichtetreue Geradenabbildung $t_l \to t_r$ der Ebene.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Um zu zeigen, daß *umgekehrt* zu jeder allgemeinen dichtetreuen Geradenabbildung $t_l \to t_r$ der Ebene π eine Fläche φ gehört, aus der sie durch unsere Konstruktion gewonnen werden kann, muß man zeigen, daß aus unseren vier Abbildungsformeln (33) die fünf Größen (x, y, z, p, q) berechnet werden können. Das ist tatsächlich möglich. Man erhält sogar eine einfache Schar von solchen Flächen φ, von denen sich zeigen läßt, daß sie im quasielliptischen Sinn zueinander parallel sind.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Anzeiger der Österreichischen Akademie der Wissenschaften,
math.-naturwiss. Klasse **124** (1987), 43—51

Das wirkliche Mitglied Walter WUNDERLICH legt für die Aufnahme in den Anzeiger die folgende Arbeit vor:

SÄTZE VOM HOLDITCH-TYP ÜBER DEN FLÄCHENINHALT KINEMATISCH ERZEUGTER UNBESCHRÄNKTER BEREICHE

Von H. POTTMANN, Wien

Im Anschluß an die von M. A. HACAR-BENITEZ [2] in Sonderfällen und vom Verfasser in [3] allgemein bewiesene Erweiterung des Satzes von Holditch auf euklidische Zwangläufe, bei denen die Endpunkte einer Strecke die Randkurve eines unbeschränkten konvexen Bereiches der Rastebene durchlaufen, ist es gelungen, noch weitere Resultate über Flächeninhalte kinematisch erzeugter unbeschränkter Bereiche herzuleiten [3—6]. Wie im folgenden ausgeführt wird, stecken diese Ergebnisse im wesentlichen in einem globalen Satz der ebenen affinen Kinematik. Insbesondere werden Zwangläufe mit zwei „Fernlagen" der Gangebene im Sinne der euklidischen Ähnlichkeitsgruppe und gewisser Untergruppen der isotropen Ähnlichkeitsgruppe studiert.

1. Wir wählen zwei reelle affine Ebenen Σ, Σ_0 und betrachten einen C^1-Affinzwanglauf $\mathscr{Z} = \Sigma/\Sigma_0$ der Gangebene Σ gegenüber der Rastebene Σ_0. Nach Auszeichnung affiner Koordinatensysteme $(O; x, y)$ bzw. $(O_0; x_0, y_0)$ in Gang- und Rastebene wird dann $\mathscr{Z}$ durch

$$\begin{aligned} x_0 &= a_0(t) + a_1(t)\,x + a_2(t)\,y, \\ y_0 &= b_0(t) + b_1(t)\,x + b_2(t)\,y, \quad t \in I = [r, s] \subset \mathbb{R},\ a_i, b_i \in C^1(I) \end{aligned} \tag{1}$$

erfaßt. Übt man in jedem Augenblick $t \in I$ auf die jeweilige Lage von Σ eine Translation aus, welche die Lage O^t des Punktes O nach O_0 bringt, so entsteht ein affiner Zwanglauf $\bar{\mathscr{Z}}$ mit dem Fixpunkt O_0:

$$x_0 = a_1(t)\,x + a_2(t)\,y,\ y_0 = b_1(t)\,x + b_2(t)\,y\ . \tag{2}$$

Dieser Zwanglauf $\bar{\mathscr{Z}}$ soll im folgenden als *Richtzwanglauf* von $\mathscr{Z}$ bezeichnet werden. Die unter $\bar{\mathscr{Z}}$ erzeugten Bahnkurven j_0^x, j_0^y, j_0^e der Punkte $E^x(1,0),\ E^y(0,1), E(1,1) \in \Sigma$:

$$\begin{aligned} j_0^x &:= \{\bar{E}^x(t) = (a_1(t), b_1(t)) \in \Sigma_0 \mid t \in I\}\ , \\ j_0^y &:= \{\bar{E}^y(t) = (a_2(t), b_2(t)) \in \Sigma_0 \mid t \in I\}\ , \\ j_0^e &:= \{\bar{E}(t) = (a_1(t) + a_2(t), b_1(t) + b_2(t)) \in \Sigma_0 \mid t \in I\} \end{aligned} \tag{3}$$

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

mögen der Reihe nach „*x-Indikatrix*“, „*y-Indikatrix*“ und „*e-Indikatrix*“ von $\mathscr{Z}$ heißen.

Vermöge $\mathscr{Z}$ durchläuft jeder Punkt $X(x,y)\in\Sigma$ eine Bahnkurve $k_0(X)\subset\Sigma_0$, die aus O_0 durch eine *Sektorfläche* vom *Inhalt*

$$F(X):=\tfrac{1}{2}\int_r^s (x_0\dot{y}_0-\dot{x}_0 y_0)\,dt \quad \text{mit} \quad \dot{x}_0=dx_0/dt,\ \dot{y}_0=dy_0/dt \tag{4}$$

projiziert wird. Der so definierte Inhalt F ist zwar bloß eine relative Invariante der affinen Geometrie, was aber nicht stört, da die später hergeleiteten Formeln — insbesondere das Hauptresultat (6) — so umgeformt werden können, daß sie nur Inhaltsverhältnisse enthalten. Mit F_j^x, F_j^y, F_j^e als Sektorflächeninhalte der drei Indikatrizen bezüglich O_0 liefern nun (1) und (4) die „*Steiner-Formel*“:

$$\begin{aligned} &F(X)=F(O)+C_1 x+C_2 y+F_j^x x^2+F_j^y y^2+(F_j^e-F_j^x-F_j^y)\,xy \\ &\text{mit } C_1:=\tfrac{1}{2}\int_r^s (a_1\dot{b}_0-\dot{a}_1 b_0+a_0\dot{b}_1-\dot{a}_0 b_1)\,dt, \\ &\qquad C_2:=\tfrac{1}{2}\int_r^s (a_2\dot{b}_0-\dot{a}_2 b_0+a_0\dot{b}_2-\dot{a}_0 b_2)\,dt, \end{aligned} \tag{5}$$

Diese Gleichung besagt, daß jene Punkte der Gangebene Σ, die denselben Sektorflächeninhalt F bestimmen, im allgemeinen auf einem *Kegelschnitt* liegen, wobei verschiedenen Werten von F i. a. homothetische konzentrische Kegelschnitte entsprechen (vgl. den äquiaffinen Fall bei J. Tölke [11]).

2. Wie schon in den eingangs erwähnten Arbeiten des Verfassers werden nun Affinzwangläufe $\mathscr{Z}$ studiert, bei welchen die Punkte $X\in\Sigma$ für $t\to r=-\infty$ und $t\to s=+\infty$ Grenzlagen $X^{-\infty}:=\lim_{t\to-\infty} X^t$ und ebenso $X^{+\infty}$ auf der Ferngeraden u von Σ_0 besitzen. Der Zwanglauf $\mathscr{Z}$ wird also durch *zwei* (singuläre) *Fernlagen der Gangebene* Σ „begrenzt“ [1]. Hingegen sollen die Rastlagen der Punkte X unter $\mathscr{Z}$ auch für $t\to\pm\infty$ eigentlich bleiben. Damit besitzen alle eigentlichen Punkte $X\in\Sigma$ für $t\to+\infty$ (bzw. $t\to-\infty$) denselben Fernpunkt $U_1=X^{+\infty}$ (bzw. $U_2=X^{-\infty}$) als Grenzlage. Nun kann zwei Punkten X, Y auf folgende Weise ein *Bahnflächeninhalt* F_{XY} zugewiesen werden (vgl. den euklidischen Sonderfall in [3]): Durch Einschränkung von $\mathscr{Z}$ auf das Intervall $[-t,t]$ $(t\in\mathbb{R}^+)$ entsteht ein offener Zwanglauf $\tilde{\mathscr{Z}}(t)$, bei dem die Punkte X, Y Bahnkurvenstücke $\tilde{k}_0(X)$ und $\tilde{k}_0(Y)$ beschreiben. Diese Kurvenstücke werden durch die Lagen $X^t Y^t$ und $X^{-t} Y^{-t}$ der Strecke XY zu einer geschlossenen Kurve $c_0(X,Y,t)$ ergänzt, die bei Durch-

[1] Die Durchlaufung von $\mathscr{Z}$ erfolge stets im Sinne wachsender Parameter.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

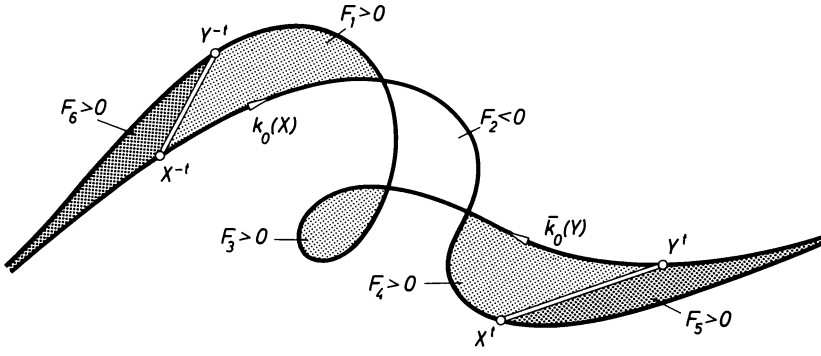

Abb. 1 Zur Definition der Bahnflächeninhalte
$(F_{XY}(t) = F_1 + F_2 + F_3 + F_4,\ F_{XY} = F_{XY}(t) + F_5 + F_6)$

laufung in der Reihenfolge $X^{-t} X^t Y^t Y^{-t} X^{-t}$ den durch die Gaußsche Formel

$$F_{XY}(t) := \tfrac{1}{2} \int_{c_0(X,Y,t)} (x_0\, dy_0 - y_0\, dx_0)$$

bestimmten orientierten Flächeninhalt $F_{XY}(t)$ besitzt. Nun bezeichnen wir den Grenzwert

$$F_{XY} := \lim_{t \to +\infty} F_{XY}(t) = -F_{YX} \in \mathbb{R}$$

als den *durch* (X, Y) *bestimmten Bahnflächeninhalt*, sofern F_{XY} unabhängig von der Parametrisierung des Zwanglaufs $\mathfrak{Z}$ existiert. F_{XY} ist offenbar eine relative Affininvariante des Paares $(k_0(X), k_0(Y))$ der durch $\mathfrak{Z}$ orientierten Bahnkurven $k_0(X)$, $k_0(Y)$ und gestattet folgende anschauliche Deutung (Abb. 1): Wird die den Kurven $k_0(X)$, $k_0(Y)$ durch $\mathfrak{Z}$ aufgeprägte Orientierung auf $k_0(Y)$ zu $\bar{k}_0(Y)$ umgekehrt, so ist F_{XY} die Summe der orientierten Inhalte der in eventuellen Schnittpunkten der beiden Kurven zusammenhängenden, von $k_0(X)$ und $\bar{k}_0(Y)$ berandeten Bereiche. Für die Existenz von F_{XY} ist neben der bereits erkannten Übereinstimmung der in der projektiven Erweiterung von Σ_0 existierenden Fernpunkte $X^{+\infty} = Y^{+\infty}$, $X^{-\infty} = Y^{-\infty}$ von $k_0(X)$ und $k_0(Y)$ auch das Zusammenfallen der Grenzlagen der Tangenten in diesen Punkten notwendig. Bei identischen Bahnen $k_0(X) = k_0(Y)$ ist $F_{XY} = 0$, sofern die Grenzlagen der Tangenten in den Kurvenfernpunkten existieren.

Nach diesen Vorbereitungen gelingt es, folgenden Satz zu zeigen:

Satz: *Sei* Σ/Σ_0 *ein ebener Affinzwanglauf mit zwei zu den Parameterwerten* $t = \pm\infty$ *gehörigen Fernlagen der Gangebene* Σ *und den Indikatrixsektorflächen* F_j^x, F_j^y, F_j^e, *wobei die Punkte* $O(0,0)$ *und* $A(a,0)$ $(a \neq 0)$ *den*

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Bahnflächeninhalt F_{OA} bestimmen. Dann nimmt der durch die gangfesten Punkte $X(x_1, x_2)$ und $Y(y_1, x_2)$ bestimmte Bahnflächeninhalt F_{XY} den Wert

$$F_{XY} = (\Delta_1 - \Delta_2 - F_{OA})(x_1 - y_1)/a + F_j^x(x_1^2 - y_1^2 - a x_1 + a y_1) + \\ + (F_j^e - F_j^x - F_j^y)(x_1 - y_1) x_2 \tag{6}$$

an, wobei Δ_1, Δ_2 die Grenzwerte der orientierten Dreiecksinhalte

$$\Delta_i := \lim_{t \to +\infty} \Delta_i(t) \text{ bei } \Delta_1(t) := F(X^t O^t A^t),\ \Delta_2(t) := F(X^{-t} O^{-t} A^{-t})$$

bezeichnen.

Beweis. Wir betrachten für ein festes $t \in \mathbb{R}^+$ den oben definierten Zwanglauf $\tilde{\mathscr{Z}}(t)$ und wählen den Ursprung O_0 im Schnittpunkt der Geraden $X^{-t} Y^{-t}$ und $X^t Y^t$. Abgesehen von endlich vielen Ausnahmestellen existiert dieser Schnittpunkt O_0, sofern $\mathscr{Z}$ geeignet parametrisiert ist. Für die bei $\tilde{\mathscr{Z}}(t)$ erzeugten Sektorflächeninhalte $\tilde{F}(X)$ bezüglich O_0 gilt wegen (5) mit $\tilde{F}_j^x(t)$, $\tilde{F}_j^y(t)$, $\tilde{F}_j^e(t)$ als Indikatrixsektorflächeninhalte von $\tilde{\mathscr{Z}}(t)$:

$$\tilde{F}(A) - \tilde{F}(O) = C_1 a + \tilde{F}_j^x a^2, \tag{7a}$$

$$\tilde{F}(X) - \tilde{F}(Y) = C_1(x_1 - y_1) + \tilde{F}_j^x(x_1^2 - y_1^2) + \\ + (\tilde{F}_j^e - \tilde{F}_j^x - \tilde{F}_j^y)(x_1 - y_1) x_2 . \tag{7b}$$

Ferner haben wir:

$$\Delta_1(t) = F(X^t O^t A^t) = F(O_0 O^t A^t) ,$$

$$\Delta_2(t) = F(X^{-t} O^{-t} A^{-t}) = F(O_0 O^{-t} A^{-t}) ,$$

$$F_{OA}(t) = \tilde{F}(O) + \Delta_1(t) - \tilde{F}(A) - \Delta_2(t) ,$$

was

$$C_1 = [\Delta_1(t) - \Delta_2(t) - F_{OA}(t)]/a - a \tilde{F}_j^x \tag{8}$$

nach sich zieht. Wir setzen nun (8) in (7b) ein und erhalten

$$F_{XY}(t) = \tilde{F}(X) - \tilde{F}(Y) = [\Delta_1(t) - \Delta_2(t) - F_{OA}(t)](x_1 - y_1)/a + \\ + \tilde{F}_j^x(x_1^2 - y_1^2 - a x_1 + a y_1) + (\tilde{F}_j^e - \tilde{F}_j^x - \tilde{F}_j^y)(x_1 - y_1) x_2 , \tag{9}$$

womit sich schließlich beim Grenzübergang $t \to +\infty$ die behauptete Gleichung (6) einstellt. □

Die in unserem Ergebnis auftretenden Gangkoordinaten a, x_i, y_1 sind wegen der Benützung der x- bzw. y-Indikatrix affine Invarianten von Σ_0: Hat man etwa zu einem bestimmten Parameter t die Lagen O^t

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

und X^t der Punkte O und $X(x,0)$ gegeben, so übe man auf $O^t X^t$ die Translation τ_0 aus, welche O^t nach O_0 bringt. Nun ist x als Teilverhältnis

$$x = \mathrm{TV}(X^t \tau_0, \bar{E}^x(t), O_0)$$

ablesbar.

3. Sei nun $\mathscr{Z}$ speziell ein Zwanglauf im Sinne der ebenen *euklidischen Ähnlichkeitsgruppe* ($b_1 \equiv -a_2, b_2 \equiv a_1$), also ein *äquiformer Zwanglauf*. Wir setzen Gang- und Rastkoordinatensystem kartesisch voraus und erkennen, daß die Indikatrizen j_0^x und j_0^y durch Viertelschwenkung um O_0 zusammenhängen, während die Indikatrix j_0^e durch eine Drehstreckung um O_0 mit dem Winkel $\pi/4$ und dem Faktor $\sqrt{2}$ aus j_0^x hervorgeht. Wir benötigen also nur noch eine Indikatrix $j_0 := j_0^x = \{\bar{E}^x(t)\}$ und haben damit

$$F_j := F_j^x = F_j^y,\ F_j^e - F_j^x - F_j^y = 0\ . \tag{10}$$

In der euklidischen Rastebene Σ_0 definieren wir folgende Längengrenzwerte:

$$e_1 := \lim_{t \to +\infty} \overline{O_0 \bar{E}^x(t)},\quad e_2 := \lim_{t \to -\infty} \overline{O_0 \bar{E}^x(t)}, \tag{11}$$

was für die Dreiecksflächen Δ_i die Werte

$$\Delta_i = a\, e_i^2\, x_2/2 \tag{12}$$

liefert. Als Ergänzung zu den Untersuchungen globaler Eigenschaften ebener äquiformer Zwangläufe in [6] haben wir somit das

Korollar 1: *Bei einem ebenen äquiformen Zwanglauf Σ/Σ_0 mit zwei Fernlagen der Gangebene, dem Indikatrixsektorflächeninhalt F_j und den durch* (11) *definierten Größen e_i kann bei gegebenem Bahnflächeninhalt F_{OA} der Punkte $O(0,0)$, $A(a,0) \in \Sigma$ der Bahnflächeninhalt F_{XY} der Punkte $X(x_1, x_2)$, $Y(y_1, x_2) \in \Sigma$ durch*

$$\begin{aligned} F_{XY} = {} & F_{OA}(y_1 - x_1)/a + (e_1^2 - e_2^2)(x_1 - y_1)\, x_2/2 + \\ & + F_j(x_1^2 - y_1^2 - a\, x_1 + a\, y_1) \end{aligned} \tag{13}$$

berechnet werden.

Bei $e_1 = e_2$ hängt demnach F_{XY} nicht vom gangfesten Abstand x_2 der parallelen Geraden OA und XY ab.

Sei k_0 eine C^1-Randkurve eines unbeschränkten Bereiches der Rastebene, wobei in den bei projektivem Abschluß von Σ_0 existierenden Fernpunkten von k_0 die Grenzlagen der Tangenten existieren mögen. Unter $\mathscr{Z}$ sollen zwei gangfeste Punkte $P(0,0)$ und $Q(p+q,0)$ die gesamte Kurve k_0 so durchlaufen, daß ein mit P und Q kollinearer

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

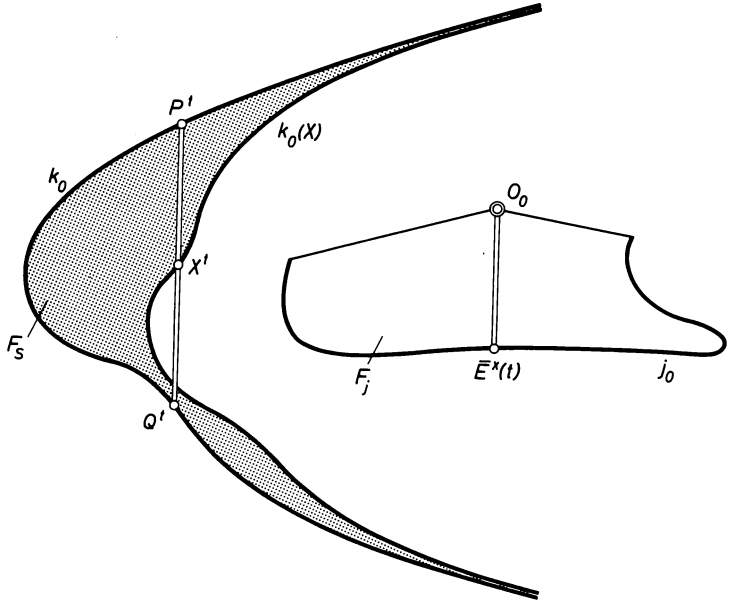

Abb. 2 Äquiforme Holditch-Sichel ($p = q = 1$, $F_S = F_j$)

Punkt $X\,(p, 0)$ eine einfache Bahn $k_0\,(X)$ erzeugt, welche zusammen mit k_0 einen einfach zusammenhängenden Bereich $\mathfrak{S}_0 \subset \Sigma_0$ berandet. $\mathfrak{S}_0$ wird in Anlehnung an die Bezeichnung des euklidischen bzw. isotropen Gegenstücks [3, 4] als *äquiforme Holditch-Sichel* bezeichnet. Formel (13) liefert nun den Inhalt F_S von $\mathfrak{S}_0$ im elementaren Sinn:

Korollar 2: *Eine äquiforme Holditch-Sichel $\mathfrak{S}_0$ mit den Kennzahlen p, q besitzt den Flächeninhalt*

$$F_S = |p\,q\,F_j|\ , \tag{14}$$

wenn F_j den Sektorflächeninhalt der Indikatrix des $\mathfrak{S}_0$ erzeugenden äquiformen Zwanglaufs bezeichnet.

Im Falle *euklidischer Zwangläufe* (mit starrem Gangsystem) liegt j_0 im Einheitskreis um O_0. Damit stimmt F_j mit dem halben Gesamtdrehwinkel $\delta/2$ von $\mathfrak{Z}$ überein und es ist $e_1 = e_2 = 1$.

4. Wir legen nun dem Zwanglauf $\mathfrak{Z}$ Untergruppen der fünfgliedrigen ebenen *isotropen Ähnlichkeitsgruppe* (vgl. [7, 9])

$$G_5\colon\ x_0 = a_0 + a_1 x,\quad y_0 = b_0 + b_1 x + b_2 y$$

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

zugrunde, was jedenfalls

$$F_j^y = 0 \tag{15}$$

bewirkt.

4.1. Für ein $\mathscr{Z}$ aus der viergliedrigen Gruppe G_4^w der *winkeltreuen isotropen Ähnlichkeiten* [8] ist $b_2 \equiv a_1$. Dies hat

$$F_j^e = F_j^x =: F_j \tag{16}$$

zur Folge. Mit den entsprechend (11) definierten isotropen Längen e_i haben wir dann auch (12), womit Korollar 1 auch für G_4^w-Zwangläufe gültig ist.

4.2. Bei Zwangläufen im Sinne der *spannentreuen isotropen Ähnlichkeitsgruppe* $G_4^s (b_2 \equiv 1)$ besitzen parallele Punkte — also Punkte mit denselben x-Koordinaten — translationskongruente Bahnen. Da die Bewegung einer nichtisotropen Geraden auch in einen äquiformen Zwanglauf einbettbar ist, liefert (13) bereits die Flächenformel für G_4^s-Zwangläufe:

$$F_{XY} = F_{OA}(y_1 - x_1)/a + F_j^x (x_1^2 - y_1^2 - a x_1 + a y_1) \,. \tag{17}$$

4.3. Erfolgt der Zwanglauf $\mathscr{Z}$ im Sinne der Gruppe G_4^l der *längentreuen isotropen Ähnlichkeiten* ($a_1 \equiv 1$), so findet man mit δ^x und δ^e als isotrope Gesamtdrehwinkel der x-Achse ($y = 0$) bzw. der Geraden OE ($x = y$) folgende Relationen:

$$F_j^x = \delta^x/2,\ F_j^e = \delta^e/2,\ \Delta_1 - \Delta_2 = a(\delta^e - \delta^x)\, x_2/2 \,. \tag{18}$$

Damit nimmt die Formel (6) für G_4^l-Zwangläufe nachstehende Gestalt an:

$$F_{XY} = F_{OA}(y_1 - x_1)/a + (\delta^e - \delta^x)(x_1 - y_1)x_2 + \delta^x(x_1^2 - y_1^2 - a x_1 + a y_1)/2 \,. \tag{19}$$

4.4. Aus jeder der Formeln (13), (17) und (19) folgt für Zwangläufe $\mathscr{Z}$ im Sinne der *isotropen Bewegungsgruppe* $G_3 (a_1 \equiv b_2 \equiv 1)$ mit δ als isotropem Gesamtdrehwinkel von $\mathscr{Z}$ die Gleichung

$$F_{XY} = F_{OA}(y_1 - x_1)/a + \delta(x_1^2 - y_1^2 - a x_1 + a y_1)/2 \,. \tag{20}$$

Hierin ist mit $F_{OA} = 0$ die in [4] angeführte Flächenformel für isotrope Holditch-Sicheln enthalten.

5. In der kartesisch koordinatisierten euklidischen Rastebene Σ_0 wählen wir zwei C^1-Kurven k_P, k_Q, die durch globale $C^1(\mathbb{R})$-Wege c_P, c_Q darstellbar sind:

$$c_P, c_Q\colon u \in \mathbb{R} \mapsto X_p(u)\ (X_Q(u)) \in \mathbb{R}^2, \quad k_p = c_p(\mathbb{R}),\ k_Q = c_Q(\mathbb{R}),$$

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

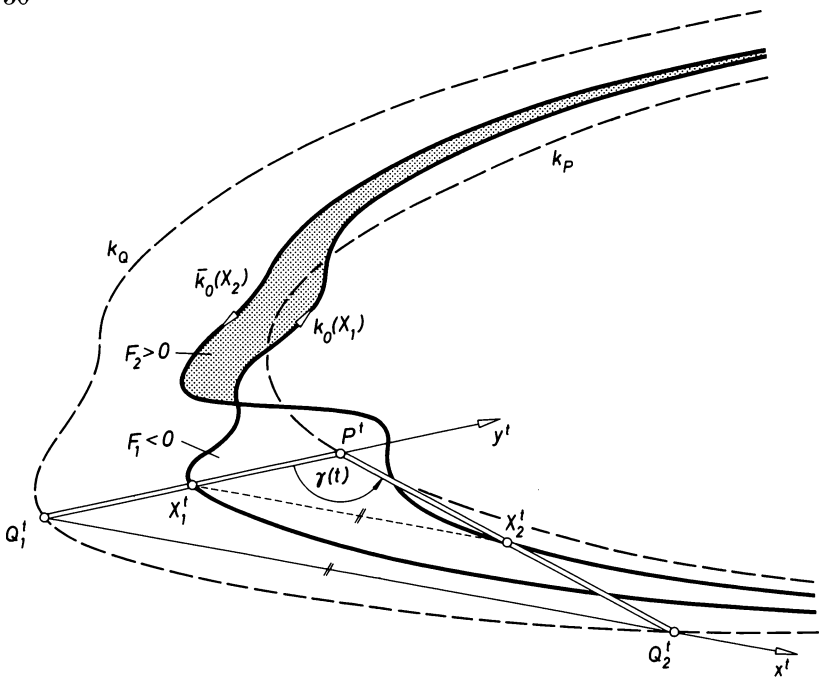

Abb. 3 Zweischlagbewegung in der euklidischen Ebene ($F_{12} = F_1 + F_2$)

wobei die Punktmengen $c_P(\mathbb{R})$ und $c_Q(\mathbb{R})$ für $u \to +\infty$ und $u \to -\infty$ nicht beschränkt sein sollen. In der projektiven Erweiterung von Σ_0 mögen die Kurven k_P, k_Q gemeinsame Fernpunkte $X_p(+\infty) = X_Q(+\infty)$, $X_p(-\infty) = X_Q(-\infty)$ besitzen. Zwei Strecken PQ_1 und PQ_2 mit den festen positiven Längen $\lambda_1(p+q)$ bzw. $\lambda_2(p+q)$ verbinden wir sodann im Punkt P zu einem „*Zweischlag*“ $Q_1 P Q_2$ (Abb. 3). Auf den beiden Schenkeln $g_i = PQ_i$ werden die Punkte X_i ($\overline{PX_i} = \lambda_i p$, $\overline{X_i Q_i} = \lambda_i q$, $\lambda_i \in \mathbb{R}^+$) gewählt. Dabei sind die Abstände nach Auszeichnung der durch $\overrightarrow{PQ_i}$ angezeigten positiven Richtung mit Vorzeichen zu versehen. Ist es nun möglich, den Zweischlag so zu bewegen, daß die Punkte P und Q_i die gesamten Kurven k_P, k_Q durchlaufen, so erzeugen die Punkte X_i ein Bahnkurvenpaar $(k_0(X_1), k_0(X_2))$, dessen Bahnflächeninhalt $F_{X_1 X_2} =: F_{12}$ bestimmt werden soll. Die Bewegung der 5 Punkte P, Q_1, Q_2, X_1, X_2 paßt in einen affinen Zwanglauf $\mathfrak{Z}$, bei dem die Punkte Q_1 und Q_2 den Bahnflächeninhalt $F_{Q_1 Q_2} = 0$ erzeugen. Durch Anwendung des Analogons für Sektorflächen zum verallgemeinerten Satz von Holditch (vgl. [1, S. 142]) auf die Richtbewegung $\bar{\mathfrak{Z}}$ von $\mathfrak{Z}$ finden wir für F_{12} mittels (6) die Formel:

$$F_{12} = [\lambda_1 \lambda_2 (\sin \gamma_2 - \sin \gamma_1) + \delta_2 \lambda_2^2 - \delta_1 \lambda_1^2]\, p\, q/2 \,, \tag{21}$$

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

sofern δ_i die Gesamtdrehwinkel von g_i und γ_1, γ_2 die Grenzwerte

$$\gamma_1 := \lim_{t \to +\infty} \gamma(t), \quad \gamma_2 := \lim_{t \to -\infty} \gamma(t)$$

des Zweischlagwinkels $\gamma(t) = \sphericalangle Q_1^t P^t Q_2^t$ bezeichnen[2].

Bei analoger Bezeichnungsweise der geometrischen Objekte und Invarianten im Sinne der *isotropen Bewegungsgruppe* G_3 hat man für die *Zweischlagbewegung* die Flächenformel

$$F_{12} = [\lambda_1 \lambda_2 (\gamma_2 - \gamma_1) + \delta_2 \lambda_2^2 - \delta_1 \lambda_1^2] \, p\, q/2 \; .^3 \tag{22}$$

Wenngleich die Herleitung von (21) aus (6) kaum kürzer als der direkte Beweis in [5] ist, hat man nun doch den ästhetischen Vorteil, die Holditch-Sätze über existierende Flächeninhalte unbeschränkter Bereiche aus einem einzigen Ergebnis erschlossen zu sehen.

Abschließend sei noch darauf hingewiesen, daß man Sätze vom Holditch-Typ auch für unbeschränkte Bereiche mit unendlichem Inhalt formulieren kann, wenn man mit geeigneten unendlichen Vergleichsflächeninhalten Grenzwerte vom Typ „∞/∞" betrachtet (vgl. [4, 6]).

Literatur

[1] Blaschke, W., und H. R. Müller: Ebene Kinematik. München 1956.

[2] Hacar-Benitez, M. A.: Numerosas aplicaciones de un teorema olvidado de geometria. Revista de obras publicas, 415—428 (1980).

[3] Pottmann, H.: Holditch-Sicheln. Arch. Math. *44*, 373—378 (1985).

[4] Pottmann, H.: Ein isotropes Analogon zum Satz von Holditch. J. Geometry *26*, 35—42 (1986).

[5] Pottmann, H.: Zum Satz von Holditch in der euklidischen Ebene. Elem. Math. *41*, 1—6 (1986).

[6] Pottmann, H.: Ebene äquiforme Zwangläufe im Großen I. Result. Math. *9*, 131—159 (1986).

[7] Sachs, H.: Lehrbuch der isotropen Geometrie. Wiesbaden 1987.

[8] Strubecker, K.: Äquiforme Geometrie der isotropen Ebene. Arch. Math. *3*, 145—153 (1952).

[9] Strubecker, K.: Geometrie in einer isotropen Ebene. Math. Naturwiss. Unterr. *15*, 343—306, 343—351, 385—394 (1962/63).

[10] Tölke, J.: Affine Kinematik der Ebene. Diss. Karlsruhe 1967.

[11] Tölke, J.: Steiner-Formeln für die Bahnflächen geschlossener Äquiaffinbewegungen. Sitzber. Österr. Akad. Wiss. *187*, 325—337 (1978).

[2] Die benützten Winkelmaße sind durch die Beziehung $\gamma_1 + \delta_1 \equiv \gamma_2 + \delta_2 \pmod{2\pi}$ gekoppelt.

[3] Für die isotropen Winkelmaße gilt $\gamma_1 + \delta_1 = \gamma_2 + \delta_2$.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

In die Sitzungsberichte, Abteilung II, wird aufgenommen:

„Über die Koeffizienten der asymptotischen Reihen für den Korrekturfaktor der Stirlingschen Formel und einen speziellen Wert der unvollständigen Gammafunktion" von Gustav Lochs (vorgelegt von w. M. Edmund Hlawka)

„Approximation durch Bernsteinoperatoren auf kompakten konvexen Mengen" von Martin Blümlinger (vorgelegt von w. M. Edmund Hlawka)

„Threshold Schemes auf der Basis von Gleichungssystemen" von H. Unterwalcher (vorgelegt von w. M. Wilfried Nöbauer)

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Beobachtungen an der Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, Wien, Hohe Warte (207·5 m),

16° 21·7′ E-Länge v. Gr. *im Monat Mai 1987* 48° 14·9′ N-Breite.

Tag	Luftdruck[1] hpa					Lufttemperatur, °C in 1·85 m über dem Boden						Ausstrahlung °C[4]	Dampfdruck hpa					Relative Feuchtigkeit %				Verdunstung, mm	Tagesmittel der Bodentemperatur / °C in der Tiefe von ... m				
	7h	14h	21h	Mit.	△[2]	7h	14h	21h	Mit.	Max.[3]	Min.[3]	7h	7h	14h	21h	Mit.	7h	14h	21h	Mit.		0·02	0·1	0·5	1·0	2·0
1.	993·8	990·7	989·0	991·2	2·4	12·1	24·9	18·6	18·5	25·2	8·2	3·5	8·9	11·5	11·2	10·5	64	37	53	51	2·3	16·1	14·6	12·2	10·4	8·4
2.	988·9	986·6	985·5	987·0	−1·8	16·5	25·3	17·8	**19·9**	25·7	13·8	8·4	12·1	10·0	12·0	11·4	65	31	59	52	1·9	18·0	16·2	12·9	10·7	8·4
3.	984·1	981·0	982·3	982·5	−6·4	17·8	22·8	8·0	16·2	23·8	6·1	8·7	12·8	12·3	9·6	11·6	63	44	90	66	2·1	17·8	16·5	13·6	11·1	8·5
4.	985·3	986·6	987·4	986·4	−2·5	7·2	10·8	10·1	9·4	11·7	5·7	4·9	7·2	8·9	11·5	9·2	71	70	93	78	0·4	14·1	14·2	13·8	11·5	8·6
5.	989·0	989·8	990·6	989·8	0·9	12·2	16·0	12·5	13·6	16·3	9·9	9·0	12·8	14·1	12·5	13·1	90	78	87	85	0·5	14·9	14·2	13·3	11·7	8·7
6.	989·1	987·4	987·8	988·1	−0·8	11·3	12·2	9·4	11·0	12·2	8·7	6·8	11·7	10·8	9·2	10·6	87	76	78	80	0·9	13·8	13·8	13·3	11·8	8·9
7.	989·3	989·7	992·3	990·4	1·5	7·1	13·4	10·2	10·2	13·5	7·0	5·9	8·7	8·8	8·8	8·8	85	57	71	71	1·3	12·8	12·6	12·8	11·7	9·0
8.	995·1	992·7	993·7	993·8	4·9	8·4	14·9	12·3	11·9	15·6	6·4	3·4	**6·1**	6·3	**6·1**	**6·2**	56	37	42	45	2·8	13·1	12·6	12·4	11·6	9·1
9.	994·1	991·4	991·7	992·4	3·3	11·0	19·7	12·6	14·4	20·5	9·7	6·3	8·1	7·3	8·5	8·0	62	32	58	51	2·2	14·6	13·5	12·3	11·6	9·2
10.	988·7	983·7	981·7	984·7	−4·4	11·8	**26·0**	19·7	19·2	**26·2**	7·0	2·4	9·1	7·5	9·7	8·8	65	**22**	42	**43**	**3·0**	15·8	14·6	12·8	11·6	9·3
11.	988·6	987·9	986·7	987·7	−1·4	10·6	16·0	11·6	12·7	18·3	10·1	7·8	8·4	8·1	8·0	8·2	66	45	59	57	1·2	15·3	14·9	13·5	11·7	9·4
12.	985·1	981·4	**977·4**	981·3	−7·8	10·5	19·0	15·9	15·1	19·4	9·1	4·0	10·5	11·3	11·1	11·0	83	51	61	65	1·4	15·5	14·7	13·7	12·0	9·5
13.	978·3	978·3	982·5	**979·7**	**−9·5**	10·8	11·4	7·8	10·0	13·4	6·8	9·0	11·7	11·6	9·7	11·0	91	86	92	90	0·5	14·2	14·1	13·7	12·1	9·6
14.	986·2	987·5	988·9	987·5	−1·7	6·4	11·8	7·0	8·4	13·4	6·0	5·0	8·8	7·9	7·2	8·0	92	57	72	74	0·8	13·0	13·0	13·3	12·2	9·7
15.	987·0	984·5	983·0	984·8	−4·4	9·8	15·6	14·6	13·3	16·1	5·5	**1·8**	8·7	9·7	10·4	9·6	72	55	63	63	2·1	14·1	13·4	12·9	12·1	9·7
16.	982·1	984·2	989·8	985·4	−3·8	12·4	11·1	8·4	10·6	13·7	7·7	9·4	12·1	9·6	9·7	10·5	85	73	89	82	0·7	13·5	13·4	13·0	12·1	9·8
17.	994·9	992·7	990·7	992·8	3·5	11·1	18·0	14·0	14·4	18·7	6·4	2·1	8·4	10·0	11·5	10·0	63	49	72	61	1·9	15·0	14·0	12·8	12·1	9·9
18.	986·7	985·5	984·6	985·6	−3·7	15·2	19·3	15·1	16·5	20·5	12·2	7·6	11·9	13·1	12·8	12·6	69	59	74	67	1·6	16·4	15·2	13·2	12·1	10·0
19.	987·3	986·9	987·4	987·2	−2·1	15·8	17·4	15·5	16·2	20·2	11·2	7·3	13·3	**16·1**	12·3	**13·9**	74	81	70	75	1·0	16·7	15·9	13·7	12·3	10·1
20.	986·2	987·4	988·9	987·5	−2·0	11·6	12·2	11·3	11·7	13·8	8·9	10·5	12·4	12·3	11·7	12·1	91	87	87	88	0·8	15·0	14·9	14·1	12·4	10·1
21.	989·9	986·7	986·6	987·7	−1·8	8·0	8·9	7·8	8·2	10·3	6·5	3·6	8·1	9·1	8·9	8·7	76	79	85	80	0·6	13·2	13·3	13·7	12·5	10·2
22.	983·1	985·5	986·9	985·2	−4·3	**5·0**	6·6	7·4	**6·3**	7·7	**4·9**	4·7	8·1	8·7	8·3	8·4	93	89	81	88	0·4	10·4	10·8	12·9	12·5	10·3
23.	986·5	987·0	988·5	987·3	−2·2	7·2	8·6	8·8	8·2	9·4	6·8	5·8	8·8	8·4	9·3	8·8	87	75	83	82	0·7	11·1	11·1	12·0	12·2	10·3
24.	989·0	988·5	989·9	989·1	−0·5	11·7	17·8	13·7	14·4	19·6	8·8	5·6	10·1	10·0	10·8	10·3	74	49	69	64	1·3	15·4	13·6	11·8	11·8	10·3
25.	991·9	992·6	993·8	992·8	3·2	13·7	19·2	15·0	16·0	20·1	9·5	4·9	11·5	11·2	11·1	11·3	73	50	65	63	1·4	16·3	15·1	12·5	11·8	10·4
26.	994·9	992·6	991·7	993·1	3·5	13·2	18·6	13·2	15·0	19·8	10·2	6·0	10·3	10·3	10·5	10·4	68	48	70	62	1·4	18·2	16·5	13·3	12·0	10·5
27.	990·6	988·7	988·3	989·2	−0·5	12·5	22·2	17·0	17·2	22·4	7·9	3·4	11·1	11·3	11·3	11·2	76	43	59	59	1·8	18·7	16·9	14·0	12·3	10·5
28.	988·3	989·8	992·2	990·1	0·4	14·4	17·1	15·8	15·8	20·3	13·4	9·0	12·4	13·5	12·3	12·7	76	69	69	71	1·4	18·7	17·5	14·8	12·7	10·5
29.	993·8	992·1	993·0	993·0	3·3	14·6	19·3	15·7	16·5	19·8	12·5	8·5	11·9	10·9	10·4	11·1	71	49	59	60	1·6	18·5	17·3	15·1	13·1	10·6
30.	995·9	995·9	**996·2**	**996·0**	**6·1**	12·0	15·4	10·8	12·7	16·1	10·7	9·5	11·1	8·9	9·5	9·8	79	51	73	68	1·2	17·3	16·7	15·3	13·3	10·7
31.	994·5	992·7	992·1	993·1	3·2	10·7	14·5	13·0	12·7	15·0	9·2	5·4	10·7	10·8	11·7	11·1	83	65	79	76	0·4	15·7	15·4	15·2	13·5	10·7
Mittel	989·0	988·0	988·4	988·5	−0·8	11·4	16·3	12·6	13·4	17·4	8·6	6·1	10·3	10·3	10·2	10·3	76	58	71	68	41·6 Summe	15·3	14·5	13·4	12·0	9·7

Sommerzeit (+1 Stunde) **nicht** berücksichtigt!

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Tag	Bewölkung (Menge 0–10, Dichte$^{0-2}$) Witterung zum Termin				Sonnenschein[5]	Windrichtung und -stärke (0–12 Beaufort-Grade)			Windgeschwindigkeit, m/sek		Niederschlag in mm Wasserhöhe und Form				Schneehöhe[9]	Bemerkungen zum Wetterverlauf
	7h	14h	21h	Mit.		7h	14h	21h	Mit.[6]	Maximum[7]	7h	14h	21h	Sum.[8]		Intensität ^{0},^{1},^{2}, = leicht, mäßig, stark
1.	1^0	6^0	7^0	4·7	8·3	E 1	WNW 1	WNW 2	2·0	W 8·1	·	·	·	·	·	$\triangle^0$n–fr;
2.	2^0	4^1	3^0	3·0	11·3	W 1	N 2	W 1	1·7	NW 6·1	·	·	·	·	·	$\triangle^0$na–fr;
3.	8^0	6^1	10^2●	8·0	5·7	W 3	E 3	W **6**	4·6	W **25·8**	·	·	7·9	17·9	·	$\bullet^{1-2}17^{38}$–mU–$19^{28}\bullet^{0-1}$–$21^{10}\bullet^{1-2}$–$22^{20}\bullet^{0-1}$–24,ℝ$^{0-2}$ﺳabd–npi;
4.	10^2	10^2●	10^2●	10·0	0·7	W 1	WNW 2	N 1	3·4	W 21·7	10·0	0·0	4·9	15·0	·	ﺳni,$\bullet^{0-2}0$–0^{25},$\bullet^0$n,fr,mi,$\bullet$Tr$\bullet^0$$13^{21}$–mU–$20^{20}\bullet^{1-2}$–24,ℝ^{0}abd;
5.	9^1	10^1	10^1●	9·7	0·1	N 1	WSW 1	W 2	1·4	WNW 6·7	10·1	0·7	0·0	0·7	·	$\bullet^{0-1}0$–4^{17},$\bullet$Tr^{0}na–mU–$\bullet^1$$10^{26-41}\bullet^0$–mi,$\bullet$Tr$\bullet^0$abdi;
6.	10^1	10^2	10^2	10·0	0·0	NW 3	NW 4	NW 4	5·1	NW 16·1	0·0	0·0	0·0	0·8	·	$\triangle^0$na–fr,$\bullet$Trai,$\bullet$Tr$\bullet^0$$16^{27}$–$19^{30}$i,$\bullet^{0-1}$$21^{20}$–24;
7.	10^2	9^1	8^1	9·0	2·2	WNW 4	NW 4	WNW 4	7·6	WNW 17·2	0·8	0·0	0·0	0·0	·	$\bullet$Tr$\bullet^0$n,3^{10}–6^{40}i,$\bullet$Trai,$\bullet^0$$18^{05}$–$19^{35}$i;
8.	1^0	8^1	2^0	3·7	10·5	WNW 3	NNW 3	NW 3	5·3	WNW 15·3	·	·	·	·	·	—
9.	3^1	1^1	0	1·3	12·4	WNW 3	NW 4	W 2	4·3	WNW 12·8	·	·	·	·	·	∞^{0}fr;
10.	0	2^1	6^1	2·7	**13·1**	NE 1	W 3	WNW 3	2·8	W 15·0	·	·	0·0	0·0	·	$\triangle^{0-2}$n–fr,$\bullet^0$$20^{32-55}$i;
11.	10^1	7^1	8^0	8·3	5·2	NNW 3	WNW 1	W 2	3·4	W 16·1	0·0	0·0	·	0·0	·	$\bullet^0$$4^{11}$–$5^{45}$i,$\bullet$Trmi,$\triangle^0$abd–np;
12.	10^1	4^1	4^0	6·0	4·2	NNE 1	SSE 3	S 3	2·8	W 13·6	0·0	0·0	·	3·7	·	$\triangle^0$n–fr,$\bullet$Tr$\bullet^0$$5^{29-55}$i,$8^{05}$–$10^{05}$i,∞$^{0-1}$fr–a;
13.	10^2●	10^2●	10^2●	10·0	0·0	NNE 1	W 3	W 3	2·7	WNW 11·9	3·7	5·1	6·2	15·7	·	$\bullet^{0-1}$$1^{05}$–$8^{30}\bullet$Tr$\bullet^0$–$10^{25}\bullet^{0-1}$–$15^{30}\bullet^{1-2}$–$17^{05}\bullet^{0-1}$–$21^{10}\bullet$Tr$\bullet^0$–
14.	10^2●	6^1	8^1	8·0	4·4	NW 3	W 3	SW 2	4·0	W 13·1	4·4	0·1	0·0	0·1	·	•Trn–mU–$\bullet^{0-1}$$2^{20}$–$7^{15}$•Tr–fri,ℝ^{0}a,•Tr$\bullet^0$mi,pi; [$22^{10}$i,•Trnpi;
15.	4^0	10^1	10^0	8·0	7·2	SE 2	SE 4	SSE 3	4·3	SE 15·8	·	·	·	·	·	$\triangle^{0-1}$n–fr;
16.	10^2	10^2●	8^1	9·3	0·0	SSW 2	W 4	W 3	4·3	WNW 14·4	·	0·0	1·7	1·7	·	•Trai,$\bullet^0$$13^{16}$–$14^{32}$,$\bullet^{0-1}$$14^{42}$–$15^{40}$,•Tr$\bullet^0$$16^{09}$–$17^{55}\bullet^{0-1}$–$19^{40}$
17.	0	7^1	10^1	5·7	10·0	W 3	ESE 4	SSE 3	3·9	ESE 13·9	·	·	·	·	·	— [•Tr$\bullet^0$–20^{55};
18.	1^1	10^1	2^1	4·3	6·6	S 2	SSE 3	SSE 1	3·3	SSE 13·6	·	·	·	·	·	$\triangle^0$na–fr; [21^{45}–mU–$\bullet^1$$23^{20}$–24;
19.	3^1	7^1●	6^0	5·3	6·8	E 1	W 1	N 1	1·5	NNW 6·4	·	0·1	0·3	4·8	·	(ℝ)^{0}ℝ^0$12^{25}$–13^{35},$\bullet^0$$12^{57}$–$14^{30}$,(ℝ)^{0}pi,$\bullet^0$18–$18^{05}$,
20.	10^2●	10^2●	10^1●	10·0	0·0	W 4	WNW 4	NW 2	4·7	WNW 16·1	4·4	2·4	0·6	3·5	·	•Tr$\bullet^{0-1}$0–mU–$11\bullet^1$–13^{05}•Tr$\bullet^0$–mU–$\bullet^1$$18^{11-18}$•Tr$\bullet^0$–24i;
21.	10^1	10^1	10^1●	10·0	0·0	W 3	WNW 3	WNW 3	4·9	WNW 14·4	0·5	0·4	2·8	**23·9**	·	•Tr$\bullet^0$ni,$\bullet^0$m–$\bullet^1$$13^{44-50}$,•Trp–mU–$\bullet^{1-2}$$14^{56}$–$15^{20}\bullet$Tr$\bullet^0$–
22.	10^2●	10^1●	10^1●	10·0	0·0	WNW 4	WNW 3	WNW 5	7·8	WNW 18·3	20·7	12·8	0·9	17·7	·	$\bullet^{1-2}$0–$11^{30}\bullet^{0-1}$–$15^{30}\bullet$Tr$\bullet^0$–mU–$\bullet^1$$23^{28}$–24; [mU–$\bullet^{0-1}$np;
23.	10^2●	10^2	10^1	10·0	0·2	W 5	W **6**	W 4	**9·1**	W 20·3	4·0	0·0	0·0	0·0	·	$\bullet^1$0–$2^{20}\bullet$Tr$\bullet^0$–16^{25}i,ﺳni,p,abd,•Tr$\bullet^0$$19^{54}$–$20^{55}$i;
24.	4^1	7^2	8^0	6·3	9·1	SSW 1	NW 3	NW 2	3·3	W 13·1	0·0	·	·	·	·	•Tr$\bullet^0$$2^{27-50}$,
25.	1^0	8^1	10^1	6·3	6·4	W 2	NNE 2	WNW 3	2·6	WNW 8·9	·	·	0·0	0·0	·	$\triangle^1$n–fr,•Tr20^{48}–21^{17}i;
26.	8^1	3^1	0	3·7	8·5	NNE 1	NNE 2	SSW 1	1·9	N 7·5	0·0	·	·	·	·	$\triangle^0$na–fr,$\triangle^{0-1}$abd–np;
27.	3^0	8^0	10^1	7·0	9·4	E 1	E 2	W 2	1·9	W 10·0	·	·	0·0	0·8	·	$\triangle^{0-2}$n–fr,∞^{1}fr,•Trabd,$23^{15-30}\bullet^0$–24;
28.	10^1●	6^1	7^1	7·7	5·3	W 2	W 3	W 4	4·8	W 13·1	0·8	0·3	·	0·3	·	$\bullet^0$0–5^{30}•Tr$\bullet^0$–7^{15}i,$\bullet^{0-1}$$13^{24-50}$,•Trnp;
29.	1^0	8^1	10^1	6·3	7·3	W 3	WNW 2	WNW 1	3·4	W 15·3	0·0	0·0	0·0	1·3	·	∞^{1}fr,•Tra,abdi,•Tr$\bullet^0$$23^{09}$–24i;
30.	9^1	10^1●	7^1	8·7	2·5	W 3	NW 3	NW 2	4·8	W 15·0	1·3	0·0	0·2	0·2	·	$\bullet^{0-1}$0–$2^{03}\bullet$Tr$\bullet^0$–fri,$\bullet^0$$9^{20-30}$,•Trm–pi,$\bullet^0$$15^{30}$–$16^{15}$,
31.	10^1	10^2	10^1	10·0	0·0	NNE 1	WNW 2	WNW 1	1·3	WNW 5·8	0·0	0·0	·	0·0	·	•Trni,•Tr$\bullet^0$$6^{06}$–$9^{25}$i,•Trnpi; [•Tr$\bullet^0$abd–npi;
Summe	—	—	—	—	157·4	—	—	—	—	—	60·7	21·9	25·5	108·1	—	Tage mit: ●,✳,▲ ≡$^{0-2}$ ℝ (ℝ) ⊠ ﺳ ﺳ
Mittel	6·4	7·6	7·5	7·2	5·1	2·2	2·8	2·5	3·8	13·6	—	—	—	—	—	16 0 4 1 0 3 0

Tagesmittel ($7^h+14^h+21^h$): 3. [1] Mit Schwerekorrektur und mit Instrumentenkorrektur. *Gc* = +0·25 hpa, *Bc* = 0·00 hpa. [2] △ = Abweichung vom langjährigen Mittel. [3] Aus der Registrierung von 0–24 Uhr. [4] Temperaturminimum in 6 *cm* über dem Boden. [5] Dauer in Stunden. [6] 24stündiges Mittel. [7] Augenblickswert. [8] Von 7^h bis 7^h. [9] Um 7^h in *cm*.

Verwendete Zeichen und Abkürzungen: ● Regen, ❟ Nieseln, ✳ Schnee, ▲ Hagel, △ Graupeln, ⧋ Eisregen, ≡ Nebel, = Nebeldunst, ≡⁝ Nebelreißen, ⌓ Tau, ⌴ Reif, V Rauhreif, ~ Glatteis, ℝ Gewitter über Ort, (ℝ) Gewitter in Umgebung, ⌇ Wetterleuchten, ∞ Dunst, • Tr Regentropfen, ✳ Fl Schneeflocken, ⊠ Schneedecke, ﺳ Windstärke 6 und mehr, ﺳ Windstärke 8 und mehr, mU oder i mit Unterbrechungen, na frühmorgens, fr früh, a vormittags, m mittags, p nachmittags, abd abends, np spätabends, n nachts (bezieht sich auf die vorangegangene Nacht, wenn n allein steht).

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

ANZEIGER

DER

ÖSTERREICHISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE KLASSE

Jahrgang 1987 **Nr. 4**

Sitzung vom 30. April 1987

Das wirkliche Mitglied Edmund HLAWKA legt für die Aufnahme in den Anzeiger die folgende Arbeit vor:

TWO RESULTS IN UNIFORM DISTRIBUTION THEORY

By R. WINKLER

Kurzfassung

I. Es wird eine explizite Formel für die L^p-Diskrepanz (p gerade) bezüglich gewichteter Mittel bewiesen und damit eine Frage von P. D. PROJNOV und V. A. ANDREEVA beantwortet.

II. Eine bekannte Diskrepanzabschätzung von J. BECK wird auf den Fall allgemeiner Gewichte übertragen.

I. P. D. PROJNOV and V. A. ANDREEVA conjectured the following explicit formula for the L^p-discrepancy with respect to arbitrary weights in [6]:

$$(D_N^{(p)})^p = \frac{1}{2^p\,(p+1)} \cdot \sum_{k=1}^{N} \alpha_k^{p+1} + \sum_{i=1}^{p/2} c_i \cdot \sum_{k=1}^{N} \alpha_k^{p-2i+1} \cdot \left(x_k - \frac{a_k + a_{k-1}}{2} \right)^{2i} \tag{1}$$

with certain constants c_i, where p is required to be a positive even integer. $D_N^{(p)}$, defined by

$$D_N^{(p)} := \left(\int_0^1 |\gamma - \sum_{k=1}^{N} \alpha_k \cdot \chi_{[0,\gamma)}(x_k)|^p \, d\gamma \right)^{1/p},$$

is said to be the L^p-discrepancy of $0 \leqslant x_1 \leqslant x_2 \ldots \leqslant x_N \leqslant 1$ with respect to the weight sequence $\alpha_1, \ldots, \alpha_N$, which means $\alpha_i \geqslant 0$, $i = 1, \ldots, N$, and $\alpha_1 + \ldots + \alpha_N = 1$. $\chi_A(x)$ denotes the characteristic function of a set A, which takes the value 1 for $x \in A$, 0 for $x \notin A$. Furthermore we use the abbreviations

$$a_0 := 0,\ a_k := \sum_{i=1}^{k} \alpha_i,\ d_m := x_m - \frac{a_m + a_{m-1}}{2},\ x_0 := 0 \text{ and } x_{N+1} := 1 = a_N.$$

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

The following calculation proves that the formula is true for

$$c_i = \binom{p+1}{2i} \cdot \frac{1}{(p+1)\cdot 2^{p-2i}} \cdot \tag{2}$$

$$(D_N^{(p)})^p = \int_0^1 (\gamma - \sum_{k=1}^N \alpha_k \cdot \chi_{[0,\gamma)}(x_k))^p \, d\gamma = \int_0^1 (\gamma - \sum_{k=1}^N \alpha_k \cdot \chi_{(x_k,1]}(\gamma))^p \, d\gamma =$$

$$= \sum_{m=0}^N \int_{x_m}^{x_{m+1}} (\gamma - a_m)^p d\gamma = \frac{1}{p+1} \sum_{m=0}^N [(x_{m+1} - a_m)^{p+1} - (x_m - a_m)^{p+1}] =$$

$$= \frac{1}{p+1} \sum_{m=1}^N [(x_m - a_{m-1})^{p+1} - (x_m - a_m)^{p+1}] =$$

$$= \frac{1}{p+1} \sum_{m=1}^N \left[\left(d_m + \frac{\alpha_m}{2} \right)^{p+1} - \left(d_m - \frac{\alpha_m}{2} \right)^{p+1} \right] =$$

$$= \frac{1}{p+1} \sum_{m=1}^N \sum_{k=0}^{p+1} \binom{p+1}{k} \cdot d_m^k \cdot \left(\left(\frac{\alpha_m}{2} \right)^{p+1-k} - \left(\frac{-\alpha_m}{2} \right)^{p+1-k} \right) =$$

$$= \frac{1}{p+1} \sum_{m=1}^N \sum_{i=0}^{p/2} \binom{p+1}{2i} \cdot d_m^{2i} \cdot 2 \cdot \left(\frac{\alpha_m}{2} \right)^{p+1-2i} =$$

$$= \frac{1}{2^p (p+1)} \sum_{m=1}^N \alpha_m^{p+1} + \sum_{i=1}^{p/2} \binom{p+1}{2i} \cdot \frac{1}{(p+1)\cdot 2^{p-2i}} \cdot$$

$$\cdot \sum_{m=1}^N \alpha_m^{p-2i+1} \cdot \left(x_m - \frac{a_m + a_{m-1}^{2i}}{2} \right).$$

Hence (1) is proved with the constants c_i in (2).

II. Let be $\mathscr{P} = \{p_1, \ldots, p_N\}$ an arbitrary set of N points in the circular disc D of unit area, assigned with the weights α_i with

$$\alpha_i \geqslant 0, \; i = 1, \ldots, N, \quad \text{and} \quad \alpha_1 + \ldots + \alpha_N = 1 \; . \tag{3}$$

For each disc-segment S (i. e., an intersection of D with a half-plane) we define

$$\Delta(N, \mathscr{P}, S) := |\sum_{p_i \in S} \alpha_i - N \cdot \mu(S)| \tag{4}$$

with the usual area $\mu(S)$ of the segment S. $\Delta(N, \mathscr{P}, S)$ is the difference between the continuous measure $N \cdot \mu$ and the discrete measure concentrated in the points p_i of the set S, respectively. Now we define

$$\Delta(N, \mathscr{P}) := \sup_S \Delta(N, \mathscr{P}, S) \quad \text{and} \quad \Delta(N) := \inf_{\mathscr{P}, \alpha_i} \Delta(N, \mathscr{P}), \tag{5}$$

where the supremum is taken over all disc-segments S of D, the infimum over all N-element subsets $\mathscr{P}$ and all weights α_i, restricted by (3).

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Let be ε an arbitrary positive constant then the inequality

$$\Delta(N) > N^{1/4-\varepsilon} \tag{6}$$

is true for all N sufficiently large. J. BECK has proved this fact for counting measures, i.e., for $\alpha_1 = \ldots = \alpha_N = 1$ in [2]. Beck's proof can be modified for the general case (3).
A detailed carrying-out will be contained in the doctoral thesis [7]. Beck has also proved the 'converse' inequality

$$\Delta(N) < N^{1/4+\varepsilon} \tag{7}$$

for sufficiently large N and $\alpha_i = 1$ (cf. [1]). Obviously, this cannot become false if the infimum in (5) is taken over the larger class of discrete measures. Therefore the interesting new result is (6) for weighted point-sets.

References

[1] Beck, J.: Some upper bounds in the theory of irregularities of distribution. Acta Arithmetica, 1984.

[2] Beck, J.: On a problem of K. F. Roth concerning irregularities of point distribution. Inventiones mathematicae **74**, 477–487 (1983).

[3] Hlawka, E.: Theorie der Gleichverteilung. Bibl. Inst., Mannheim–Wien–Zürich, 1979.

[4] Kuipers, L., and H. Niederreiter: Uniform Distribution of Sequences. Wiley, New York, 1974.

[5] Kuipers, L., and J. S. Shiu: On the L^p-discrepancy of certain sequences. Proc. Int. Congress of Math., Berkeley (1986) and to appear in Fibonacci Quart.

[6] Projnov, P. D., and V. A. Andreeva: Note on a theorem of Koksma on uniform distribution. Comptes rendus de l'Académie bulgare des Sciences, Tome 39, N° 7, 1986.

[7] Winkler, R.: Dissertation, Technische Universität Wien, to appear in 1987/88.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

In die Sitzungsberichte, Abteilung I, wird aufgenommen:

„Biogeographische und ökologische Studien auf den Kapverdischen Inseln" von w. M. Herbert FRANZ

„Beiträge zur Kenntnis der Anatomie und Biologie von Neuropteren" von Johann GEPP (vorgelegt von w. M. Wilhelm KÜHNELT)

In die Sitzungsberichte, Abteilung II, wird aufgenommen:

„Die Drehflächen mit Böschungsschmieglinien" von k. M. Heinrich BRAUNER

Im Zeitraum vom 1. 1.—31. 3. 1987 wurden folgende Arbeiten in die Monatshefte für Chemie aufgenommen:

AL-ARAB, M., K. R. BARGAWI and H. D. TABBA: Anodic oxidation potentials of aromatic cyanoesters

BEURKENS, P. T., A. PERALES, F. J. MARTIN-GIL and J. MARTIN-GIL: Crystal structures and thermal decomposition of trans-Pd $(Creat)_2Cl_2 \cdot 2\,H_2O$ and cis-Pt(Creat) $I_2 \cdot 3\,H_2O_2$

BRADSHAW, J. S., L. GOLIČ and M. TIŠLER: Experiments towards the preparation of some binaphthalene derivatives

BRZYSKA, W., and Z. RZACZYŃSKA: Complexes of heavy lanthanides with o-aminobenzoic acid

CYVIN, S. J.: Contribution to the techniques of enumeration of Kekulé structures

CZOLLNER, L., G. SZILÁGYI, J. LANGÓ and J. JANÁKY: 1,2,4-Triazoles, II. Synthesis of 1,5-diphenyl-3-trifluoromethyl-1H-1,2,4-triazoles

FALK, H., N. MÜLLER und H. WÖSS: Beiträge zur Chemie der Pyrrolpigmente, 74. Mitt.: Zur Steuerung des Diastereomeren- und Konformerengleichgewichts von Bilatrienen-abc durch 10-Hetarylsubstituenten mit Wasserstoffbrücken-Acceptor- und Donorfunktionen

FALK, H., und H. WÖSS: Beiträge zur Chemie der Pyrrolpigmente, 73. Mitt.: Synthese und Struktur von 10-Aryl-bilatrienen-abc

FERENC, W., and W. BRZYSKA: Preparation and properties of yttrium, lanthanum and lanthanide p-nitrobenzoates

GALLE, K., und K. UTVARY: Neue zwitterionische Fluor-Diazadiphosphetidinderivate. Fluordiazadiphosphetidine, 18. Mitt.

GALLE, K., und K. UTVARY: Die Umsetzung von Fluordiazadisphosphetidin mit silylierten Hydrazinderivaten. Fluordiazadiphosphetidine, 19. Mitt.

HÄUSLER, J.: Ein einfacher Zugang von (R)-α-Amino-β-hydroxybuttersäure (GABOB) aus natürlichem (2S,4R)-4-Hydroxyprolin

HUSU, B., S. KAFKA, Z. KADUNC and M. TIŠLER: Amination of naphthoquinones with azidotrimethylsilane

KNITTEL, D., and V. S. RAO: Cathodic synthesis of 2-amino-2-propene-1-ones. Electrolytical studies on vinyl azides, VII.

KNITTEL, D.: Kathodische Reduktion von Säureaziden. Elektrolytische Untersuchungen an Vinylaziden, 8. Mitt.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

KOREN, B., B. STANOVNIK and M. TIŠLER: Transformations of 1-azinyl-4-ethoxycarbonyl thiosemicarbazides. The synthesis of 3-ethoxycarbonylamino-s-triazolo[4,3-x]azines

KOREN, B., B. STANOVNIK and M. TIŠLER: Transformations of 1-(2-chloropyridyl-3)-4-ethoxycarbonyl- and 1-(2-chloropyridyl-3)-4-ethoxycarbonylmethyl thiosemicarbazides. Attempts to prepare pyrido[3,2-e]-1,2,4-thiadiazine

KUŹNIK, B., and D. M. CZAKIS-SULIKOWSKA: Solvent extraction of lanthanide ions with 1-phenyl-3-methyl-4-benzoyl-pyrazolone-5 (HPMBP), I. Extraction of erbium(III), ytterbium(III) by HPMBP from aqueous solutions

LAPACHEV, V., W. STADLBAUER and T. KAPPA: 4-Aminouracils and pyrimido[4,5-b]indolediones from 4-azidouracils

LAPACHEV, V., S. STEKHOVA and V. MAMAEV: Tautomerism of 2-(o-hydroxyphenyl)-azines

LEIB, W., und HK. BUSCHBAUM: Synthese und Kristallstruktur von $Sr_3Ga_2O_5Cl_2$ und $Sr_3Fe_{1.18}Al_{0.82}O_5Cl_2$

MAJDAN, M., and P. SADOWSKI: Study of Nd-nitrato complexes in aqueous-methanol solutions

MESSMER, A., G. HÁJOS and G. TIMÁRI: Cycloadditions with hetaryl dieneamines. A direct route to hetarylazulenes

MEYER, A., K. SCHLÖGL und H. SCHWAGER: Chromatographische Enantiomerentrennung, chiroptische Eigenschaften und absolute Chiralität von Pentacyclo[7.4.1.1^{2,7}.O^{1,9}. O^{2,7}]pentadeca-3,5,10,12-tetraen-8-on, einem pentacyclischen Cyclopentanonderivat mit C2-Symmetrie

MUMM, H.-C., und H. MÜLLER-BUSCHBAUM: Zur Struktur der Tieftemperaturform von $TlSmW_2O_8$

NUSSBAUMER, W., H. GRUBER und G. GREBER: Wasserphotolyse mit Hilfe von funktionellen Tris-(2,2′-bipyridin)ruthenium(II)-Komplexen

PERJÉSSY, A., T. T. TUU, D. LOOS and V. SUTORIS: Infrared spectra and theoretical study of E-3-(2-R-Vinyl)-2-benzothiazolinones

PERTLIK, F., und J. ZEMANN: Die Kristallstruktur von $Cu_7(OH)_6(TeO_3)_2(SO_4)_2$

REISCH, J., und B. H. W. ROSENTHAL: Naturstoffchemie, 108. Mitt.: Synthese des 7,7′-Oxy-dicumarins, dem möglichen Präkursor von Lasioerin und Gnidicumarin

REITER, J., and L. PONGO: On triazoles, IX. HMO calculations of tautomeric 1,2,4-triazole derivatives

SCHMIDT, H.-W., und M. KORES: Synthese von (1,1′-Biphenyl)-3-carbonsäure- und 3,5-dicarbonsäurederivaten unter Verwendung von Ethoxymethylenmalononitril

SCHROTH, W., M. RICHTER, B. DOBNER, R. SPITZNER und S. FREITAG: Synthese und Reaktionsverhalten von 6-sec-Amino-1,3-thiazin-2-thionen

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

SELEIM, M. M., K. A. IDRISS, M. S. SALEH and H. SEDAIRA: On the discriminating and stability increasing properties of alizarin maroon in mixed-ligand complexes of yttrium(III)

SPURNY, J., K. HECKMANN, E. MAINKA, und W. COERDT: Fällung der anionischen Nitratokomplexe von Ce^{4+} und Pu^{4+} mit Cetylpyridiniumnitrat

STADLBAUER, W.: Synthese von chinolinkondensierten 2-Chinolonen und Cumarinen via Azidoverbindungen

TERPETSCHNIG, E., W. OTT, G. KOLLENZ, K. PETERS, E.-M. PETERS und H. G. v. SCHNERING: Reaktionen mit cyclischen Oxalylverbindungen, 26. Mitt.: Cyclokondensation von 4,5-substituierten Thiophen- bzw. N-Alkylpyrrol-2,3-dionen mit o-Phenylendiamin

TOSI, G., P. STIPA and G. BOCELLI: 2,2′-Diphenyl-3,3′-bi-3H-indole-1,1′-dioxide: Molecular interactions and crystal structure

WEIDENBRUCH, M., K.-L. THOM, S. POHL und W. SAAK: Siliciumverbindungen mit starken intramolekularen sterischen Wechselwirkungen, XXIX. Octacyclohexylcyclotetrasilan

WENDELIN, W., K. SCHERMANZ, und E. BREITMAIER: Spezielle Reaktionen von α, β-ungesättigten Ketonen, 1. Mitt.: über die Dimerisierung von 2-Benzyliden-1-indanon in Gegenwart starker Basen

WITTMANN, H., und E. ZIEGLER: Über Reaktionen mit Betainen, 23. Mitt.: Über Umsetzungen von N- und S-Betainen mit reaktiven Halogenverbindungen

WYPARTOWICZ, J., and K. FITZNER: Determination of oxygen activity in gallium-antimony liquid solutions

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

ANZEIGER

DER

ÖSTERREICHISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE KLASSE

Jahrgang 1987 **Nr. 5**

Sitzung vom 26. Juni 1987

Das wirkliche Mitglied Helmut FLÜGEL legt für die Aufnahme in den Anzeiger eine von ihm gemeinsam mit Beatrix MOSHAMMER verfaßte Arbeit vor:

DIE „TRÖGENER GRUPPE", EINE NEUE STRATIGRAPHISCHE EINHEIT DES PALÄOZOIKUMS DER OSTKARAWANKEN

Von Beatrix MOSHAMMER und H. W. FLÜGEL

Die Periadriatische Naht trennt innerhalb des Paläozoikums von Eisenkappel (Ostkarawanken) die nordalpine Ebriacher Gruppe von der südalpinen „Trögener Gruppe" (Nomen novum). Letztere stellt eine maximal 60 bis 80 m mächtige Folge dar, die vom Oberordovizium bis in das Oberdevon reicht und von Hochwipfelkarbon überlagert wird. Zufolge der alpidischen Tektonik längs der Periadriatischen Naht ist die Schichtfolge, in dem rund 350 m langen untersuchten Profil des Nordendes des Trögener Grabens zwischen dem Eisenkappeler Granit und der Kotschutatrias in mehrere voneinander durch Hochwipfelkarbon getrennte Schuppen zerlegt. Die Klärung der biostratigraphischen Zuordnung der Gesteine stützt sich auf ein detailliertes, conodontenstratigraphisch untersuchtes Profil (B. M.), bestehend aus 6 voneinander durch Hochwipfelkarbon respektive Hangschutt getrennten Aufschlußgruppen, die sich zu einem teilweise faziell differenzierten Gesamtprofil zusammensetzen ließen. Die transgressive Gesamttendenz vom küstennäheren Flachwasserbereich zum küstenferneren äußeren Schelfbereich eines passiven Kontinentalrandes zwischen höherem Ordovizium und Oberdevon läßt keinen Bruch erkennen. Dementsprechend kann die gesamte Karbonatentwicklung als eine stratigraphische Großeinheit gewertet werden, die als Trögener Gruppe bezeichnet wird. Typus ist das untersuchte Profil.

Die paläozoische Folge beginnt mit geringmächtigen, hellgrauen, biogenreichen, flachmarinen Schlammkalken der *ordovizicus*-Zone (Ashgill). Ihr Hangendes bilden faziell differenzierte, rund 30 m mäch-

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

tige Ablagerungen des Silur. Biostratigraphisch belegt sind tieferes bis mittleres Llandovery mit Enkriniten, bituminösen Kalken und Kieselschiefern im höheren Llandovery und unteren Wenlock, die die Entwicklung von im Bereich des O-Minimums liegender Beckenbereiche anzeigen. Darüber folgen Orthocerenkalke des höheren Wenlock und Ludlow (*crassa*-Zone). Das Pridoli wird durch *Scyphocrinus* sp. und Conodonten in örtlich knolligen küstenfernen Schlammkalken nachgewiesen. Der Silur/Devon-Grenzbereich besteht aus dunklen Crinoidenkalken, die in mergelige Flaserkalke des Lochkov überleiten. Das Hangende dieser, etwa 20 m mächtigen Folge bilden gleichfalls bis zu 20 m mächtig werdend rote und braune Tentakulitenflaserkalke des Pragium. Ab der *dehiscens-gronbergi*-Zone treten in ihr Lagen von Crinoidenschuttkalken auf. Mit ihnen wird eine Entwicklung allodapischer Schuttkalke und Slumphorizonte innerhalb der pelagischen Entwicklung eingeleitet, die bis in das Frasnium reicht. Korallen- und Stromatoporenkomponenten weisen auf eine Einschüttung des Materials aus flachmarinen riffogenen Bereichen, wobei im Frasne zusätzlich Givetlydite geliefert wurden. Diese Entwicklung zeigt ein mit dem höheren Unterdevon einsetzendes verstärktes Rifting eines küstenfernen Schelfrandes eines passiven Kontinentalrandes mit Schollenkippungen und Reliefverstärkung. Die jüngsten Schichten des Devon gehören dem tieferen Famenium (*marginifera*-Zone) an. Nach einer Schichtlücke, die vermutlich gleichfalls mit dem Riftingprozeß zusammenhängt, beginnt mit basalen Lyditen in der *Scaliognathus anchoralis*-Zone (Tournais) die Entwicklung der siliziklastischen Hochwipfelkarbonfolge. Damit endet der variszische Zyklus. Die Auernigschichten des Seeberger Aufbruches transgredieren auf bereits schräg gestellten Untergrund.

Eine detaillierte Darstellung der Gegebenheiten ist von einem von uns in Vorbereitung.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Anzeiger der Österreichischen Akademie der Wissenschaften,
math.-naturwiss. Klasse 124 (1987), 67—70

Das wirkliche Mitglied Wilhelm KÜHNELT legt für die Aufnahme in den Anzeiger die folgende Arbeit vor:

NACHTSCHMETTERLINGE ALS NAHRUNGSBESTANDTEILE DER FLEDERMÄUSE AUS DER INNENSTADT WIENS

Von Stanislaus KOMAREK
Bundesanstalt für Pflanzenschutz, Wien

Zusammenfassung

Eine Auswertung der Flügel der von den Fledermäusen (wahrscheinlich Eptesicus serotinus) erbeuteten Nachtschmetterlinge aus der Wiener Innenstadt (Maria Theresien-Platz) wird vorgelegt. Es wurden 31 Arten der Familie Noctuidae und 3 sonstige Lepidoptera-Arten in insgesamt 530 Exemplaren festgestellt; ihre Bodenständigkeit in den Parkanlagen der Inneren Stadt wird diskutiert.

Summary

Mothes as a feeding component of the bats in the Inner City of Vienna.

An evaluation of the wings of mothes in the Inner City of Vienna (Maria Theresien-Platz) captures by bats (most likely Eptesicus serotinus) is presented. 31 species of the family Noctuidae and 3 other Lepidoptera-Species were identified in altogether 530 specimens; their occurence in the parks of the Inner City of Vienna is discussed.

Einleitung

Als Grundlage für diese Studie dienen die Ansammlungen von Schmetterlingsflügeln am Maria Theresien-Platz (1. Bezirk), die in den Jahren 1984–86 (eine Aufsammlung auch 1982) von Herrn Dipl.-Ing. Dr. Kurt Bauer (I. Zool. Abt., Naturhistorisches Museum, Wien) durchgeführt wurden. Es handelte sich dabei sicherlich um Reste der von den Fledermäusen (vermutlich Eptesicus serotinus – laut Mitteilung Dr. Bauer) verzehrten Nachtfaltern, die aufgrund der Flügelmusterung restlos bestimmt werden konnten.

Resultate

Tabelle 1 gibt eine systematische Übersicht aller festgestellten Arten samt Angaben über die Gesamtzahl der Individuen und bei den seltener vorkommenden Arten (1–3 Ex.) mit den Funddaten

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Tabelle 1

Noctuidae:

Rhyacia simulans Hufn. – 1 Ex. (2. 10. 82)
Scotia segetum Schiff. – 26 Ex.
Scotia exclamationis L. – 1 Ex. (10. 8. 86)
Noctua pronuba L. – 49 Ex.
Noctua comes Hbn. – 12 Ex.
Noctua fimbriata Schr. – 283 Ex.
Noctua janthina Schiff. – 3 Ex. (25. 7. 85; 5. 9. 84; 7. 9. 84)
Noctua orbona Hufn. – 1 Ex. (6. 9. 84)
Opigena polygona Schiff. – 2 Ex. (2. 10. 82; 17. 7. 85)
Amathes c-nigrum L. – 12 Ex.
Discestra trifolii L. – 2 Ex. (6. 9. 84; 30. 7. 86)
Polia nebulosa Hufn. – 1 Ex. (16. 7. 85)
Mamestra brassicae L. – 23 Ex.
Mamestra suasa Schiff. – 3 Ex. (7. 9. 84; 20. 7. 85; 10. 8. 86)
Mythimna pallens L. – 1 Ex. (10. 8. 86)
Mythimna obsoleta Hb. – 1 Ex. (28. 7. 85)
Agrochola laevis Hbn. – 1 Ex. (2. 10. 82)
Agrochola circellaris Hufn. – 1 Ex. (2. 10. 85)
Lithophane socia Hufn. – 1 Ex. (7. 9. 84)
Cirrhia togata Esp. – 1 Ex. (10. 9. 84)
Amphipyra pyramidea L. – 4 Ex.
Amphipyra tragopogonis Cl. – 5 Ex.
Phlogophora meticulosa L. – 9 Ex.
Cosmia trapezina L. – 7 Ex.
Apamea monoglypha Hufn. – 12 Ex.
Apamea lithoxylaea Schiff. – 2 Ex. (16. 7. 85; 28. 7. 85)
Mesapamea secalis L. – 2 Ex. (6. 9. 84; 10. 8. 86)
Catocala nupta L. – 1 Ex. (7. 9. 84)
Mormonia sponsa L. – 23 Ex.
Autographa gamma L. – 36 Ex.
Scoliopteryx libatrix L. – 1 Ex. (10. 8. 86)

Sphingidae:

Herse convolvuli L. – 1 Ex. (2. 10. 82)

Lymantriidae:

Euproctis chrysorrhoea L. – 1 Ex. (20. 7. 85)

Cochlidiidae:

Cochlidion limacodes Hufn. – 1 Ex. (20. 7. 85)

Tabelle 2 zeigt die Individuenanzahl der häufigeren Arten (4 und mehr Ex.) an den jeweiligen Sammeltagen.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Tabelle 2

Datum	Noctua fimbriata Schr.	Noctua pronuba L.	Autographa gamma L.	Scotia segetum Schiff.	Mormonia sponsa L.	Mamestra brassicae L.	Apamea monoglypha Hufn.	Amathes c-nigrum L.	Phlogophora meticulosa L.	Noctua comes Hbn.	Cosmia trapezina L.	Amphipyra tragopogonis Cl.	Amphipyra pyramidea L.
1986: 28. 7.	1	–	1	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
29. 7.	–	–	–	–	2	–	–	–	–	–	–	–	–
30. 7.	4	2	2	1	1	7	–	–	–	–	3	1	1
4. 8.	1	4	–	1	1	–	–	–	1	–	–	–	–
7. 8.	–	–	2	1	3	3	–	1	–	–	–	–	1
8. 8.	1	3	–	–	4	–	–	–	–	–	–	–	1
10. 8.	2	10	10	7	6	9	–	9	1	2	3	–	–
12. 8.	–	–	–	–	1	–	–	–	–	–	–	–	–
15. 8.	–	–	–	–	1	–	–	–	–	–	–	–	–
16. 8.	–	–	–	–	1	–	–	–	–	–	–	–	–
17. 8.	1	–	–	–	1	–	–	–	–	–	–	–	–
1985: 22. 6.	–	1	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
16. 7.	18	3	6	–	–	–	2	–	–	–	1	–	–
17. 7.	6	–	–	–	–	–	2	–	–	–	–	–	–
18. 7.	25	2	2	–	–	–	2	–	–	–	–	–	–
20. 7.	46	1	1	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
21. 7.	6	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
22. 7.	5	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
23. 7.	7	1	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
24. 7.	2	–	1	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
25. 7.	36	–	2	–	–	–	1	–	–	–	–	–	–
26. 7.	57	–	3	–	–	–	2	–	–	–	–	–	–
28. 7.	15	–	–	–	–	–	1	–	–	1	–	–	–
15. 8.	5	–	–	–	–	1	–	–	–	–	–	–	–
1984: 31. 8.	–	1	–	–	–	–	–	–	–	1	–	–	–
1. 9.	2	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
2. 9.	1	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
3. 9.	2	2	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
5. 9.	2	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
6. 9.	7	7	1	9	–	2	2	1	5	5	–	–	–
7. 9.	15	7	1	4	1	–	–	–	1	3	–	1	1
10. 9.	5	3	–	3	–	1	–	1	1	–	–	–	–
30. 9.	–	2	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
1982: 2. 10.	–	–	4	–	–	–	–	–	–	–	–	3	–
	283	49	36	26	23	23	12	12	9	12	7	5	4

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Diskussion

Alle angeführten 34 Schmetterlingsarten sind aus Niederösterreich wohlbekannt (STERZL, 1967), manche davon auch sehr häufig. Bei drei Arten ist der allochthone Ursprung fast mit Sicherheit anzunehmen: Herse convolvuli L. (eine Wanderart), Rhyacia simulans Hufn. (an sandige Gebiete gebunden) und Mythimna obsoleta Hb. (an Schilfbestände gebunden). Bei den restlichen Arten könnte der autochthone Ursprung mit Larvalentwicklung in den Parkanlagen der Inneren Stadt angenommen werden; viele davon kommen auch im Siedlungsbereich kleiner Ortschaften vor (KOMAREK, 1986). Interessant ist das Massenauftreten von Mormonia sponsa L. im Jahre 1986. Da die Futterpflanze, d. h. die Eiche, in den umliegenden Parks nur spärlich vertreten ist und diese Art im genannten Jahre auch außerhalb des Stadtbereiches außerordentlich häufig war, ist die Einwanderung der Falter in die Innere Stadt nicht auszuschließen. Da die Fledermäuse bei der Nahrungsannahme nicht besonders wählerisch sind und alle Falter der bevorzugten Größe verzehren, kann auch die Proportionalität der Arten in den Funden ungefähr ihrer wirklichen relativen Abundanz entsprechen.

Danksagung

Mein besonderer Dank gehört Herrn Univ.-Prof. Dr. Wilhelm KÜHNELT, der die Veröffentlichung dieser Arbeit ermöglichte, und Herrn Dipl.-Ing. Dr. Kurt Bauer, der das Untersuchungsmaterial zur Verfügung stellte.

Literatur

Komarek, S. (1986): Quantitative Studie der Familie Noctuidae im Siedlungsbereich einer südböhmischen Ortschaft. – Ann. Naturhist. Mus. Wien, 88/89: 351–356.

Kühnelt, W. (1982): Free-living invertebrates within the major ecosystems of Vienna. – S. 83–87. – In: R. Bornkamm u. a. (Eds.): Urban Ecology. Proc. 2. Europ. Ecol. – Oxford (Blackwell).

Sterzl, O. (1967): Prodromus der Lepidopterenfauna von Niederösterreich. – Verhandl. Zool.-Bot. Ges. Wien, 107: 75–193.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Anzeiger der Österreichischen Akademie der Wissenschaften,
math.-naturwiss. Klasse **124** (1987), 71

Das wirkliche Mitglied Berta KARLIK legt für die Aufnahme in den Anzeiger eine von ihr verfaßte Arbeit vor:

REGISTER DER BRIEFE VON ERWIN SCHRÖDINGER AN STEFAN MEYER

Von Berta KARLIK

Die Briefe von Erwin SCHRÖDINGER an Stefan MEYER geben Zeugnis von der herzlichen Freundschaft und dem Vertrauensverhältnis, das die beiden Wissenschaftler verband. Sie stellen damit einen nicht unwesentlichen Beitrag zur Biographie von Schrödinger dar. Sie sind aber nicht nur aufschlußreich in Hinsicht auf die Persönlichkeit von Schrödinger, sondern geben auch einen interessanten Einblick in die akademischen Verhältnisse dieser Zeit. Sie sind dadurch in mehrfacher Hinsicht von wissenschaftshistorischem Interesse. Die Publikation eines Registers erscheint damit sinnvoll. – Die Briefe befinden sich im Archiv der Akademie (aufbewahrt im Haus Boltzmanngasse 3, 1090 Wien).

Erwin Schrödinger an Stefan Meyer

Ort	*Datum*
Feldpost	19. II. 1915
Militärzensur	28. XII. 1915
Wien	30. XII. 1915
Feldpost 381	27. XII. 1916
„Szation" (hinter d. Front)	7. VI. 1917
Stuttgart	22. XI. 1920
Stuttgart	9. XII. 1920
Stuttgart	13. I. 1921
Stuttgart	27. I. 1921
Breslau	12. VII. 1921
Zürich	– – 1921
Zürich	26. X. 1921
Stuttgart	17. XI. 1921
Neumarkt i. St. (Villa Wolf)	13. III. 1922
Zürich	16. VII. 1925
Zürich	16. VIII. 1926
Zürich	29. XI. 1926
Berlin	30. XI. 1927
Jena	22. V. – –

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Anzeiger der Österreichischen Akademie der Wissenschaften,
math.-naturwiss. Klasse **124** (1987), 73–76

Das wirkliche Mitglied Edmund HLAWKA legt für die Aufnahme in den Anzeiger die folgende Arbeit vor:

EIN VERALLGEMEINERTER GAUSS-KUZMIN-OPERATOR

Von W. FLUCH

Wir betrachten im folgenden den Operator G_a, definiert durch

$$(G_a \cdot f)(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a^2}{(a\,k + x)(a\,k + a - 1 + x)} \cdot f\left(\frac{a}{a\,k + a - 1 + x}\right) \quad (1)$$

für $a \geqslant 1$. Zuerst zeigen wir: G_a ist ein positiver, stetiger, linearer Operator auf dem Banachraum $X = C_0[0,1]$, d. h. $G_a: X \to X$. Es ist $\|G_a\| \leqslant C\left(\leqslant \sum_{k=1}^{\infty} 1/k^2\right)$ und falls $f(x)$ auf $I = [0,1]$ definiert und $\geqslant 0$, so ist $(G_a f)(x) \geqslant 0$. Wenn $g(x) = (G_a f)(x)$, so ist $g(x)$ für alle $x \in I$ definiert, weil $0 < \frac{a}{a\,k + (a-1) + x} \leqslant \frac{a}{a + x} \in [0,1]$ (da $k \geqslant 1$ und $a \geqslant 1$).

Wir wollen zeigen, daß $\varphi_0(x) = a/(a + x)$ einzige Eigenfunktion von G_a zum Eigenwert $\lambda = 1$ ist, d. h. es gilt, wie man leicht nachrechnet

$$(G_a \cdot \varphi_0)(x) = \varphi_0(x), \quad (2)$$

und $1/2 \leqslant \varphi_0(x) \leqslant 1$ wegen $a \geqslant 1$, sowie $x \in [0,1]$.

Mittels $g(x) := \left(\frac{a + x}{a}\right) f(x)$ transformieren wir die Eigenwertgleichung

$$(G_a \cdot f)(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a^2}{(a\,k + x)(a\,k + a - 1 + x)} f\left(\frac{a}{a\,k + a - 1 + x}\right) = \frac{1}{\lambda} f(x), \quad (3)$$

da

$$\frac{1}{(a\,k + a + x)} \cdot g\left(\frac{a}{a\,k + a - 1 + x}\right) =$$

$$= \frac{1}{(a\,k + a - 1 + x)} \cdot f\left(\frac{a}{a\,k + a - 1 + x}\right)$$

ist, in

$$(T_a \cdot g)(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a(a + x)}{(a\,k + x)(a\,k + a + x)} g\left(\frac{a}{a\,k + a - 1 + x}\right) = \frac{1}{\lambda} g(x)\,, \quad (4)$$

(d. h. T_a hat dieselben Eigenwerte wie G_a).

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Ist nun $M_0 = \max_{x \in I} |g(x)|$, so gilt

$$\left|\frac{1}{\lambda}\right| \cdot |g(x)| = |T_a(g)| \leqslant a(a+x) \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(ak+x)(ak+a+x)} \cdot M_0 = M_0; \tag{5}$$

damit ist der Satz bewiesen:

Theorem 1: Die Eigenwerte $\frac{1}{\lambda}$ von G_a sind alle $\left|\frac{1}{\lambda}\right| \leqslant 1$.

Mittels der Identität

$$\frac{(a+x)}{(ak+x)(ak+a+x)} = \frac{k}{(ak+a+x)} - \frac{(k-1)}{(ak+x)}$$

erhält man durch Differenzieren von (4), wobei $g'(x) = h(x)$ sein soll, $(T_a g)' = (-) B_a(h) =$

$$= \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{a(a+x)}{(ak+x)(ak+a+x)} \cdot \frac{a}{(ak+a-1+x)^2} h\left(\frac{a}{ak+a-1+x}\right) + \right. \tag{6}$$

$$\left. + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{ak}{(ak+a+x)^2} \int_{\frac{a}{ak+2a-1+x}}^{\frac{a}{ak+a-1+x}} h(y)\, dy \right].$$

Nun sei h stetig auf I and $\tilde{M}_0 = \max_{x \in I} |h(x)|$, dann folgt aus (6)

$$|B_a(h)| \leqslant \tilde{M}_0 \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a^2(a+x)}{(ak+x)(ak+a+x)(ak+a-1+x)^2} + \right.$$

$$\left. + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{ak}{(ak+a+x)^2} \cdot \frac{a}{(ak+a-1+x)(ak+2a-1+x)} \right\}. \tag{7}$$

Für $a \geqslant 1$ und $0 \leqslant x \leqslant 1$ ist dies aber

$$\leqslant \tilde{M}_0 \cdot \left\{ \frac{a^2(a+x)}{(a+x)(2a+x)(2a-1+x)^2} + \right.$$

$$+ \frac{a^2(a+x)}{(2a+x)(3a+x)(3a-1+x)^2} + \sum_{k=3}^{\infty} \frac{a^2(a+x)}{(ak+x)^3(ak+a+x)} +$$

$$\left. + \sum_{k=1}^{\infty} (\cdot/\cdot) \right\} \leqslant \tilde{M}_0 \cdot \left\{ \frac{a^2}{a^2 \cdot 2a} + \frac{(a+x)a^2}{(2a+x)^3(3a+x)} + \right.$$

$$+ \sum_{k=3}^{\infty} \frac{(a+x)a^2}{(ak+x)^3(ak+a+x)} +$$

$$\left. + \sum_{k=2}^{\infty} \frac{a^2}{(ak+a+x)^3} + \frac{a \cdot a^2}{(2a+x)(2a-1+x)(3a-1+x)} \right\}, \text{ also}$$

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

$$|B_a(h)| \leqslant \tilde{M}_0 \cdot \left\{\frac{1}{2a} + \frac{1}{8a} + \frac{1}{8}\cdot\frac{2}{3a} + \right.$$

$$\left. + \left(\sum_{k=3}^{\infty} \frac{(a+x)a^2}{(ak+x)^3(ak+a+x)} + \frac{a^2}{(ak+x)^3}\right)\right\} \leqslant$$

$$\leqslant \tilde{M}_0 \cdot \left\{\frac{1}{2a} + \frac{1}{8a} + \frac{1}{8}\cdot\frac{2}{3a} + \frac{1}{a}\left(\sum_{k=3}^{\infty} 1/k^3 + \frac{1}{k^3}\cdot\frac{(a+x)}{(ak+a+x)}\right)\right\}$$

Da aber $(a+x)/(a+x+ak) \leqslant 2/(k+2)$, haben wir

$$|B_a(h)| \leqslant \tilde{M}_0/a \cdot \left\{\frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{7/5}{27} + \sum_{k=4}^{\infty} \frac{5/3}{k^3}\right\} \leqslant \tilde{M}_0 \cdot \alpha/a, \qquad (8)$$

mit $\alpha \leqslant 0{,}83875\ldots$.

Definiert man nun die Dichten $p_n(x;a)$ durch $p_0(x) = 1$ und $p_n(x;a) = (G_a^n \cdot p_0)(x)$, so gilt also

Theorem 2: Für $n \geqslant 1$ und $x \in I$ gilt

$$p_n(x;a) = (G_a^n \cdot p_0)(x) = c(p_0) \cdot \varphi_0(x) + 0((\alpha/a)^n)$$

mit absol. Konstante $o < \alpha < 1$ und 0 unabhängig von a; sowie $c(p_0) =$ Konstante.

Beweis: Zunächst folgt aus (8) $\left(p_n(x;a)\left(\frac{a+x}{a}\right)\right)' = 0((\alpha/a)^n)$ oder

$$p_n(x;a) = p_n(o) \cdot \varphi_0(x) + 0\left(\left(\frac{\alpha}{a}\right)^n \cdot \frac{xa}{(a+x)}\right) \qquad (9)$$

Setzen wir die Maße $m_n(x;a) = \int_0^x p_n(t;a)\,dt + m_n(o;a)$ nun für alle $n \geqslant 1$

$$m_n(o;a) = o \quad \text{und} \quad m_n(1;a) = 1, \qquad (10)$$

so folgt

$$m_n(x;a) = p_n(o) \cdot \lg\left(\frac{x+a}{a}\right) + 0\left(\left(\frac{\alpha}{a}\right)^n \cdot x^2\right) \qquad (11)$$

also $p_n(o) = c(p_0) + 0\left(\left(\frac{\alpha}{a}\right)^n\right)$ mit $c(p_0) = \dfrac{1}{\lg\left(1+\frac{1}{a}\right)}$. Damit ist Theorem 2 bewiesen. Wir formulieren Theorem 2 anders im

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Theorem 3 („*Kuzmin*"): Der Operator G_a hat zum größten Eigenwert $\frac{1}{\lambda_0} = 1$ die einzige Eigenfunktion $\varphi_0(x) = a/(a+x)$.

Für $a = 1$ geht G_a in G über, wobei

$$(G \cdot f)(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(k+x)^2} f\left(\frac{1}{k+x}\right) \tag{12}$$

und es wird für $\tilde{\varphi}_0(x) = 1/(1+x)$ (= Eigenfunktion von G) mit $p_0(x) = 1$ $p_n(x) = \frac{1}{\lg 2}\tilde{\varphi}_0(x) + 0(\alpha^n)$ (Theorem von P. Lévy). Wegen $a \geqslant 1$ und $x \in [o, 1]$ ist

$$m_1 \cdot \varphi_0(x) \leqslant p_0(x) \leqslant M_1 \cdot \varphi_0(x) \tag{13}$$

wobei $m_1 = 1$ und $M_1 = 1 + \frac{1}{a} (\leqslant 2)$ ist. Daher wird

$$m_1 \cdot \varphi_0(x) \leqslant G_a^n(p_0) = p_n(x; a) \leqslant M_1 \cdot \varphi_0(x)$$

also auch $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{p_n(o; a)} = 1/\lambda_0 = 1$.

Literatur

[1] Gausz, C. F.: Ges. Werke Bd. X_1, S. 371—374.
[2] Kuzmin, R.: Atti Congr. Intern. Bologne 1928, 6, p. 83—89.
[3] Levy, P.: Bull. Soc. Math. France 57 (1929), p. 178—194.
[4] Szüsz, P.: Acta Math. Acad. Sci. Hung. 12 (1961), p. 447—453.
[5] Wirsing, E.: Acta Arithm. Bd. XXIV (1974), p. 507—541.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

In die Sitzungsberichte, Abteilung I, wird aufgenommen:

„Beitrag zur Coleopterenfauna Cyperns" von w. M. Herbert FRANZ

„Zur RHÄT-Stratigraphie in den Zlambach-Schichten" von L. KRYSTYN (vorgelegt von w. M. Helmuth ZAPFE)

„Energiegehalte pflanzlicher Substanz: I. Erfassung und Verarbeitung des Datenmaterials" von w. M. Walter LARCHER und Eveline PIPP

In die Sitzungsberichte, Abteilung II, wird aufgenommen:

„Über Halbgruppen vertauschbarer Polynome" von G. EIGENTHALER, w. M. W. NÖBAUER und J. WIESENBAUER

„Bertrandsche Bewegungsvorgänge" von Otto RÖSCHEL (vorgelegt von w. M. Walter WUNDERLICH)

„Oskulierende und hyperoskulierende Kegelschnittbüschel der isotropen Ebene I" von Hans SACHS (vorgelegt von k. M. Heinrich BRAUNER)

„Über den Quotienten spezieller Mittelwerte" von Horst ALZER (vorgelegt von w. M. Edmund HLAWKA)

„Der Aufgang des Eises auf Gewässern und das Ende gefrorenen Bodens in allen Teilen Norwegens" von Friedrich LAUSCHER (vorgelegt von w. M. Ferdinand STEINHAUSER)

In den Catalogus Fossilium Austriae wird aufgenommen:

„Brachiopoda mesozoica, a) Brachiopoda triadica, Heft Vc" von Miloš SIBLÍK (vorgelegt von w. M. Helmuth ZAPFE)

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Beobachtungen an der Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, Wien, Hohe Warte (207·5 m),

16° 21·7′ E-Länge v. Gr. *im Monat Juni 1987* 48° 14·9′ N-Breite.

Tag	Luftdruck[1] hpa					Lufttemperatur, °C in 1·85 m über dem Boden						Ausstrahlung °C[4]	Dampfdruck hpa					Relative Feuchtigkeit %				Verdunstung, mm	Tagesmittel der Bodentemperatur / °C in der Tiefe von ... m				
	7h	14h	21h	Mit.	Δ[2]	7h	14h	21h	Mit.	Max.[3]	Min.[3]	7h	7h	14h	21h	Mit.	7h	14h	21h	Mit.		0·02	0·1	0·5	1·0	2·0
1.	993·0	993·3	994·6	993·6	3·7	13·3	16·9	14·1	14·8	18·3	12·5	9·0	13·2	13·3	13·2	13·2	86	70	82	79	0·8	17·2	16·2	14·9	13·5	10·8
2.	994·6	992·3	993·1	993·3	3·3	14·0	20·1	13·1	15·7	21·9	11·6	8·4	12·3	11·1	12·1	11·8	76	47	81	68	1·5	18·1	16·8	14·9	13·6	10·9
3.	990·1	987·8	987·0	988·3	−1·7	13·0	19·2	14·8	15·7	21·0	11·7	9·0	13·7	13·1	13·5	13·4	91	59	80	77	1·0	18·6	17·4	15·3	13·7	11·0
4.	984·3	983·1	981·4	982·9	−7·1	17·6	17·2	12·8	15·9	22·3	12·1	11·4	13·2	16·8	13·5	14·5	66	86	91	81	1·0	17·2	17·6	15·6	13·8	11·1
5.	982·9	985·8	989·3	986·0	−4·1	12·8	16·0	14·2	14·3	17·2	11·4	10·1	12·8	15·7	12·3	13·6	87	86	76	83	1·0	17·3	16·8	15·8	14·1	11·2
6.	993·4	992·3	992·2	992·6	2·5	16·6	23·4	17·4	19·1	24·5	12·6	9·1	12·5	11·1	14·0	12·5	67	39	71	59	1·8	19·9	18·3	15·8	14·2	11·3
7.	992·6	988·7	985·1	988·8	−1·3	19·0	27·0	22·2	22·7	27·1	13·5	9·4	14·5	16·4	17·9	16·3	66	46	67	60	2·2	21·7	19·9	16·4	14·4	11·4
8.	982·3	981·8	985·9	983·3	−7·0	19·8	21·6	14·5	18·6	24·8	14·1	12·0	16·9	16·1	10·7	14·6	73	63	64	67	1·7	21·1	20·2	17·2	14·7	11·5
9.	985·9	983·8	985·3	985·0	−5·3	13·2	16·8	16·0	15·3	18·4	13·0	11·3	12·0	12·9	13·6	12·8	79	68	75	74	0·9	19·4	18·9	17·5	15·1	11·6
10.	986·5	989·3	991·4	989·1	−1·2	15·4	22·5	17·5	18·5	22·8	12·6	9·0	14·0	13·3	12·3	13·2	80	49	62	64	1·4	20·7	19·5	17·4	15·3	11·7
11.	995·1	995·5	995·7	995·4	5·0	18·1	25·0	19·2	20·8	25·5	12·5	9·0	14·3	11·9	12·7	13·0	69	**37**	57	**54**	1·7	22·1	20·9	17·8	15·5	11·8
12.	995·3	993·3	992·2	993·6	3·2	17·7	25·5	20·0	21·1	25·8	13·4	10·3	14·7	14·8	15·9	15·1	73	46	68	62	2·3	22·4	21·3	18·3	15·7	11·9
13.	992·5	988·3	985·4	988·7	−1·7	20·2	27·0	23·4	23·5	27·7	15·1	11·7	16·1	16·7	19·1	17·3	68	47	66	60	2·7	23·7	22·3	18·8	16·1	12·1
14.	987·8	987·1	985·9	986·9	−3·5	20·6	27·0	23·3	23·6	27·6	18·5	14·1	16·3	17·5	19·1	17·6	67	49	67	61	2·0	25·0	23·4	19·4	16·4	12·2
15.	981·7	**975·8**	977·7	**978·4**	**−12·1**	20·2	27·5	18·8	22·2	28·1	14·0	14·5	19·6	19·2	12·7	17·2	83	52	58	64	2·2	23·1	22·5	20·0	16·8	12·3
16.	980·7	987·7	989·3	985·9	−4·6	12·2	12·8	**11·4**	**12·1**	16·7	11·4	10·7	12·7	12·3	10·8	11·9	89	83	80	84	0·9	18·5	19·1	19·7	17·1	12·5
17.	992·5	992·5	992·1	992·4	1·9	13·2	16·4	12·1	13·9	16·8	10·3	7·8	11·1	9·5	10·0	10·2	73	51	71	65	1·3	19·1	18·6	18·7	17·0	12·6
18.	988·6	987·9	988·6	988·4	−2·1	13·0	16·7	12·8	14·2	17·5	**7·7**	**5·0**	10·3	10·7	**9·2**	**10·1**	69	56	62	62	1·0	18·9	18·1	18·1	16·9	12·7
19.	988·9	985·4	983·3	985·9	−4·6	12·6	18·0	14·7	15·1	18·8	8·9	5·8	10·3	12·7	11·5	11·5	70	61	68	66	1·0	19·0	18·4	17·8	16·7	12·8
20.	981·9	984·1	985·7	983·9	−6·8	15·7	18·5	15·4	16·5	18·5	11·7	8·0	13·9	11·5	14·0	13·1	78	54	80	71	1·2	18·4	17·9	17·6	16·5	12·9
21.	988·1	990·1	991·0	989·7	−1·0	13·4	16·7	15·4	15·2	17·5	13·2	12·3	13·7	16·3	14·7	14·9	89	86	84	86	0·6	18·5	18·0	17·4	16·4	13·0
22.	993·8	996·7	997·5	996·0	5·3	13·0	11·5	14·4	13·0	14·8	11·2	12·0	13·7	12·0	12·8	12·8	91	89	78	86	0·7	16·9	17·0	17·3	16·3	13·1
23.	997·0	995·7	995·4	996·0	5·3	16·5	21·6	16·9	18·3	22·7	13·1	10·5	12·9	14·3	13·7	13·6	69	55	71	65	1·7	19·3	18·3	16·9	16·2	13·2
24.	994·3	992·6	991·5	992·8	2·1	16·9	19·1	17·5	17·8	22·0	15·5	11·5	15·1	15·3	12·8	14·4	78	70	64	71	1·4	20·1	19·0	17·3	16·2	13·3
25.	993·5	995·1	995·8	994·8	4·1	16·6	19·8	18·0	18·1	22·2	15·2	12·0	15·1	12·1	13·2	13·5	80	53	64	66	1·6	20·4	19·6	17·6	16·2	13·4
26.	992·2	988·9	988·9	990·0	−0·7	18·8	25·8	19·1	21·2	25·9	13·2	9·6	16·3	19·5	18·9	18·2	75	59	86	73	1·7	21·7	20·4	18·0	16·4	13·5
27.	994·7	995·9	997·1	995·9	5·2	16·8	21·9	18·4	19·0	22·2	15·9	13·4	14·4	15·9	14·9	15·1	76	61	71	69	1·5	22·3	21·1	18·5	16·6	13·4
28.	999·3	999·3	1000·5	999·7	9·0	19·4	25·9	21·4	22·2	27·0	15·9	11·2	15·6	14·9	15·3	15·3	69	45	60	58	2·2	23·1	21·8	18·8	16·8	13·5
29.	**1002·5**	1001·8	1001·0	**1001·8**	**11·1**	22·7	27·3	22·5	24·2	28·0	17·5	12·6	18·9	19·7	19·2	19·3	69	55	71	65	1·7	24·6	22·9	19·5	17·1	13·6
30.	999·3	997·1	995·3	997·2	6·4	21·6	**29·2**	24·4	**25·1**	**29·4**	17·9	13·8	20·0	**20·3**	19·6	**20·0**	78	50	64	64	**2·8**	25·1	23·6	20·1	17·4	13·7
Mittel	990·8	990·3	990·5	990·5	0·1	16·5	21·1	17·2	18·3	22·4	13·2	10·5	14·3	14·6	14·1	14·3	76	59	71	69	45·5 Summe	20·4	19·5	17·6	15·8	12·3

Sommerzeit (+ 1 Stunde) **nicht** berücksichtigt!

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Tag	Bewölkung (Menge 0–10, Dichte$^{0-2}$) Witterung zum Termin 7h	14h	21h	Mit.	Sonnenschein[5]	Windrichtung und -stärke (0–12 Beaufort-Grade) 7h	14h	21h	Windgeschwindigkeit, m/sek Mit.[6]	Maximum[7]	Niederschlag in mm Wasserhöhe und Form 7h	14h	21h	Sum.[8]	Schneehöhe[9]	Bemerkungen zum Wetterverlauf *Intensität ^{0,1,2}, = leicht, mäßig, stark*
1.	10^{1}	$9^{1}\bullet$	$9^{1}\bullet$	9·3	1·7	W 2	W 3	WNW 3	3·2	W 13·1	0·0	0·0	0·2	0·2	·	•Trni,•Tr•^{0}na–fri,•Tra,p,•^{0}14–15^{30}i,•Tr•^{0}16^{58}–abdi;
2.	9^{1}	8^{1}	$9^{1}\bullet$	8·7	4·3	W 4	W 4	WNW 2	4·3	W 13·1	0·0	·	1·7	2·2	·	(R)^{0}mi,(R)^{0}R^{0}15^{55}–17i,•$^{0-1}$$16^{25-55}$•Tr–mU–•$^{0-2}$$17^{18-35}$,
3.	$10^{1}\bullet$	9^{1}	9^{1}	9·3	1·0	W 1	W 3	WSW 2	2·6	W 11·9	0·5	1·2	0·2	1·4	·	•Tr•$^{0-1}$3–9^{30}i,•Trm,•Tr•^{0}17^{23-22}^{10}i; [•Tr•$^{0-1}$$19^{20}$–npi;
4.	8^{1}	$10^{2}\bullet$	$10^{2}\bullet$	9·3	2·6	S 1	SW 4	W 3	2·6	WSW 13·9	0·0	25·4	11·7	**45·0**	·	•Tr•^{0}13^{26}–mU–13^{40}•^{2}–14^{12}•$^{0-2}$–15^{15},R$^{0-1}$pi,•Tr•$^{0-1}$p,
5.	$9^{1}\bullet$	7^{1}	1^{0}	5·7	1·3	W 4	W 4	W 3	5·4	W 13·9	7·9	1·2	7·7	8·9	·	•$^{0-1}$0–2•Tr•^{0}–mU–13^{06}•$^{0-2}$–15^{25}i,(R)^{0}R^{0}pi, [•$^{0-1}$$18^{21}$–24; [•Trabdi,•^{0}abd,np;
6.	1^{0}	4^{1}	8^{0}	4·3	10·9	W 3	W 2	W 2	3·7	W 11·1	0·0	·	·	·	·	⌓^{0}na–fr;
7.	7^{1}	4^{0}	9^{1}	6·7	8·2	ENE 1	SE 4	W 4	2·8	SE 12·2	·	·	·	·	·	⌓$^{0-1}$n–fr,(R)^{0}18^{36}–19^{30}i,↖abd–npi;
8.	6^{0}	10^{1}	9^{0}	8·3	6·4	E 2	W 5	W 3	3·4	W 16·1	·	·	0·0	0·0	·	⌓$^{0-1}$n–fr,•^{0}19^{01-10};
9.	10^{1}	10^{1}	10^{1}	10·0	0·7	W 1	ESE 2	NW 1	1·8	SSE 6·4	0·0	·	0·0	0·0	·	•Trn,na,•^{0}14^{58}–15^{03};
10.	5^{0}	3^{1}	5^{0}	4·3	7·3	ENE 1	W 2	NW 2	1·9	W 8·3	·	·	·	·	·	⌓$^{0-1}$na–fr,∞^{0}fr,⌓^{0}np;
11.	7^{0}	1^{0}	3^{0}	3·7	**14·2**	E 1	E 2	SE 1	1·7	E 7·2	·	·	·	·	·	⌓$^{0-2}$n–fr;
12.	9^{0}	9^{0}	1^{0}	6·3	13·0	SE 1	ESE 4	NE 1	2·4	SE 10·0	·	·	·	·	·	⌓^{0}na–fr,np;
13.	2^{0}	2^{0}	0	1·3	12·0	W 2	SE 4	SSE 2	3·2	SE 12·2	·	·	·	·	·	⌓$^{0-1}$n–fr;
14.	0	1^{1}	3^{0}	1·3	10·9	W 4	N 2	NNE 2	2·7	W 12·5	·	·	·	·	·	⌓^{0}na;
15.	10^{1}	9^{1}	9^{1}	9·3	2·1	ENE 1	SE 4	W 5	4·4	W 17·5	·	·	·	24·4	·	⌓$^{0-1}$n–fr,•Tr21^{57}–•$^{0-1}$$22^{20-50}$•$^{1-2}$–24,R^{0}np;
16.	$8^{1}\bullet$	$9^{2}\bullet$	9^{1}	8·7	0·4	W 4	NW 2	W 4	**5·8**	W **18·6**	24·4	0·6	0·6	1·2	·	•$^{1-2}$0–3^{20}•$^{0-1}$–5^{20}•Tr•^{0}–ai,•Tr•$^{0-1}$$11^{54}$–$16^{55}$i;
17.	5^{0}	9^{1}	9^{1}	7·7	5·0	W 3	WNW 3	W 2	4·8	W 15·3	0·0	0·5	0·7	1·2	·	•Trn,•^{0}8^{49}–mU–•$^{1-2}$$10^{54}$–$11^{03}$,•Tr•^{0}$14^{57}$–•^{1}$15^{10-20}$;
18.	9^{1}	8^{1}	10^{1}	9·0	6·4	E 1	W 5	W 3	3·9	W 15·8	·	1·2	·	1·3	·	⌓^{1}n–fr,•^{0}7^{16}–11^{12},•$^{0-1}$$23^{50}$–24;
19.	8^{1}	8^{1}	1^{0}	5·7	5·9	S 2	SE 3	SSE 2	2·8	SE 10·6	0·1	0·3	7·9	8·2	·	•^{0}0^{30-35},•^{1}12^{26-45},•$^{1-2}$$14^{01-53}$,R$^{0-1}$$14^{05}$–$15^{15}$;
20.	4^{1}	10^{1}	$10^{1}\bullet$	8·0	1·5	S 2	S 3	ENE 1	2·5	S 11·4	·	0·0	0·0	5·9	·	⌓^{1}n–fr,•Trm,•Tr•^{0}15^{39}–17^{05}i,20^{26}–22•$^{0-1}$–24;
21.	$10^{2}\bullet$	$9^{1}\bullet$	9^{1}	9·3	0·4	W 1	W 2	W 3	2·9	W 10·8	5·9	4·1	0·0	7·6	·	•$^{0-1}$0–12^{03}•^{0}–15•Tr–15^{15},•Tr•^{0}19^{38}–mU–•^{0}22^{45}–24;
22.	$10^{2}\bullet$	10^{1}	10^{1}	10·0	0·0	WNW 4	W 4	W 2	5·1	W 16·1	3·5	10·4	0·0	10·4	·	•^{0}ni,•$^{0-1}$$2^{41}$–$6^{20}$•^{1}–$12^{10}$•Tr•^{0}–$15^{15}$i;
23.	1^{0}	9^{1}	7^{1}	5·7	8·4	W 3	W 2	W 3	4·2	W 15·6	·	0·0	·	0·0	·	⌓^{0}fr,•Tr13^{47-55}i;
24.	8^{1}	$10^{1}\bullet$	10^{1}	9·3	2·3	W 2	WSW 3	WSW 3	4·5	WSW 13·1	0·0	0·0	0·1	0·3	·	•^{0}n,•Trna,a–mU–•^{0}13^{44}–14^{15}•Tr–abdi,•Tr•^{0}npi;
25.	3^{1}	4^{1}	8^{1}	5·0	7·4	W 3	NNW 2	SSE 2	3·8	W 13·6	0·2	0·0	·	0·0	·	•Trnai,•^{0}4^{35}–5^{20},•Tr•^{0}5^{55}–6^{46}i,•Trai;
26.	1^{0}	3^{1}	3^{0}	2·3	10·8	SE 2	SE 4	WSW 2	3·9	W 16·1	·	·	0·5	0·5	·	⌓$^{0-1}$n–fr,•$^{0-1}$$16^{48}$–$17^{38}$,R^{0}pi;
27.	9^{1}	6^{1}	0	5·0	7·8	W 4	W 4	W 2	4·7	W 12·5	·	·	·	·	·	⌓^{0}na–fr,⌓$^{0-1}$abd–np;
28.	2^{0}	3^{1}	3^{0}	2·7	13·7	W 2	WNW 2	W 2	2·9	W 7·5	·	·	·	·	·	⌓$^{0-2}$n–fr,⌓^{0}np;
29.	1^{0}	8^{0}	1^{0}	3·3	13·0	ENE 1	ENE 2	C 0	1·6	WNW 5·8	·	·	·	·	·	⌓$^{0-1}$n–fr,abd–np;
30.	0	1^{0}	0	0·3	14·1	E 1	SE 3	SE 2	2·7	SE 10·3	·	·	·	·	·	⌓$^{1-2}$n–fr,∞$^{1-2}$na–fr;
Summe	–	–	–	–	193·7	–	–	–	–	–	42·5	44·9	31·3	118·7	–	Tage mit: •,≡$^{0-2}$,R,(R),▩,≋,≋
Mittel	6·1	6·8	6·2	6·3	6·5	2·1	3·1	2·3	3·4	12·4	–	–	–	–	–	15, 0, 6, 3, 0, 0, 0

Tagesmittel ($7^{h}+14^{h}+21^{h}$): 3. [1] Mit Schwerekorrektur und mit Instrumentenkorrektur. *Gc* = +0·25 hpa, *Bc* = 0·00 hpa. [2] ⌓ = Abweichung vom langjährigen Mittel. [3] Aus der Registrierung von 0–24 Uhr. [4] Temperaturminimum in 6 *cm* über dem Boden. [5] Dauer in Stunden. [6] 24stündiges Mittel. [7] Augenblickswert. [8] Von 7^{h} bis 7^{h}. [9] Um 7^{h} in *cm*.

Verwendete Zeichen und Abkürzungen: • Regen, ❟ Nieseln, ✳ Schnee, ▲ Hagel, △ Graupeln, ⏢ Eisregen, ≡ Nebel, = Nebeldunst, ≡⋮ Nebelreißen, ⌓ Tau, ⌴ Reif, V Rauhreif, ~ Glatteis, R Gewitter über Ort, (R) Gewitter in Umgebung, ↖ Wetterleuchten, ∞ Dunst, •Tr Regentropfen, ✳Fl Schneeflocken, ▩ Schneedecke, ≋ Windstärke 6 und mehr, ≋ Windstärke 8 und mehr, mU oder i mit Unterbrechungen, na frühmorgens, fr früh, a vormittags, m mittags, p nachmittags, abd abends, np spätabends, n nachts (bezieht sich auf die vorangegangene Nacht, wenn n allein steht).

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

ANZEIGER

DER

ÖSTERREICHISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE KLASSE

Jahrgang 1987 **Nr. 6**

Sitzung vom 15. Oktober 1987

Das wirkliche Mitglied Josef ZEMANN legt für die Aufnahme in den Anzeiger folgende Arbeit vor:

VERFEINERUNG DER KRISTALLSTRUKTUR DES TRIGONITS, $Pb_3Mn(AsO_3)_2(AsO_2OH)$, NEBST EINEM HINWEIS AUF AUFTRETENDE FEHLER IN DER RECHNERUNTERSTÜTZTEN ERFASSUNG VON KRISTALLSTRUKTUREN

Von Franz PERTLIK

(Institut für Mineralogie und Kristallographie der Universität Wien)

In den letzten Jahren werden die in periodisch erscheinenden Druckwerken veröffentlichten wissenschaftlichen Publikationen in stets vermehrtem Umfang rechnerunterstützt erfaßt. Für eine Reihe von Sachgebieten werden Daten weltweit durch sogenannte „Datenbanken" angeboten, die in der Regel kommerziell geführte Unternehmen darstellen. Eine für anorganische Kristallstrukturen und damit zusammenhängende Fragen relevante Datenbank ist die ICSD (1984). Aus dieser kann neben dem jeweiligen Literaturzitat eine Liste sämtlicher Strukturparameter (= Ortskoordinaten und thermische Schwingungsparameter) sowie als Ergebnis einer internen Überprüfung der Arbeit ein kurzer Kommentar zur Arbeit abgerufen werden. Dieser Kommentar wird auch stets zusammen mit dem Literaturzitat ausgegeben. Im Zusammenhang mit einer Abfrage über derart gespeicherte Daten von chemischen Verbindungen mit formal dreiwertigem Arsen und Sauerstoff (Arseniten) wurde auch eine Arbeit des Autors in der ICSD (1984) ausgehoben.

Es handelt sich dabei um die Kristallstruktur des Minerals Trigonit, $Pb_3Mn(AsO_3)_2(AsO_2OH)$, welche vor etwa zehn Jahren bestimmt wurde (PERTLIK, 1978). Dazu wurden seinerzeit 1250 unabhängige, mit einem rechnergesteuerten Zweikreisdiffraktometer gemessene Einkristall-Röntgenbeugungsintensitäten verwendet. Die Verfeinerung der Strukturparameter nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate ergab damals einen R-Wert von 0,065, wobei neben den Ortskoordina-

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

ten auch anisotrope Temperaturparameter für die Schweratome und isotrope für die Sauerstoffatome angegeben wurden. Diese Genauigkeit entsprach durchaus dem üblichen internationalen Standard für herkömmliche kristallchemische Untersuchungen.

Da der Kommentar in der ICSD (1984) lautete: „coordinates from paper obviously wrong", schien eine neuerliche Bearbeitung dieser Kristallstruktur angebracht. Dazu wurde, wie in der ersten Strukturbestimmung, ein Kristall vom Originalfundpunkt Långban, Schweden, verwendet. Für die Datensammlung selbst wurden die modernsten zur Verfügung stehenden Methoden angewendet, wodurch eine größere Genauigkeit der Meßdaten zu erwarten war.

Tabelle 1: Kristalldaten, Meßbedingungen der Röntgenbeugungsintensitäten und R-Werte der Kristallstrukturverfeinerung.

$a = 7{,}258\,(5)$ Å	Vierkreisdiffraktometer AED 2, STOE & CIE
$b = 6{,}822\,(4)$ Å	Programmsystem STRUCSY, Rechner ECLIPSE S 140
$c = 11{,}088\,(6)$ Å	Kristallgröße: $0{,}05 \times 0{,}10 \times 0{,}05\ mm^3$
$\beta = 91{,}45\,(4)°$	MoKα-Strahlung, Graphitmonochromator
Raumgruppe: $Pn - C_s^2$	$2\theta/\omega$ scan, Schrittweite 0,03°
$Z = 2$	0,5 bis 1,5 sec pro Schritt
$\mu MoK\alpha \sim 539\ cm^{-1}$	Schrittanzahl: 50 + (α_1, α_2)-Aufspaltung
Variable: 144	Meßbereich $2° < 2\theta \leqslant 60°$
$R = 0{,}041$	symmetrieunabhängige Reflexe: 1654
$R_w = 0{,}039$	Reflexe mit $Fo \geqslant 3\,\sigma\,Fo$: 1654
$w = [\sigma\,(Fo)]^{-2}$	Isotrope sekundäre Extinktion: $g = 1{,}1\,(2) \cdot 10^{-6}$

Sämtliche Details, betreffend die neu vorgenommene Messung der Röntgenbeugungsintensitäten sowie auch das Ergebnis der Neubestimmung der Gitterparameter, sind in Tabelle 1 zusammengefaßt. Bei der Ermittlung der beobachteten Strukturamplituden wurden empirische Korrekturen für die Absorption („ψ-scans" von drei Reflexen) sowie in der üblichen Weise die Lorentz- und Polarisationseffekte berücksichtigt. Die berechneten Strukturamplituden beruhen auf der Verwendung von Streukurven und anormalen Dispersionstermen für neutrale Atome („International Tables for X-Ray Crystallography" 1974); die isotrope sekundäre Extinktion wurde nach Zachariasen (1967) berücksichtigt. Die Ortskoordinaten sowie die anisotropen Temperaturparameter sämtlicher Atome wurden nach der Methode der kleinsten Quadrate verfeinert, wobei als Ausgangswerte jene der Erstbeschreibung der Struktur verwendet wurden (Pertlik, 1978). Eine versuchsweise durchgeführte Neubestimmung der Kristallstruktur mit direkten Methoden sowie daran angeschlossenen Fourier- und Differenzfouriersummationen ergaben dasselbe Ergebnis. Die neu ermittelten bzw. verfeinerten Strukturparameter sind in Tabelle 2 zusammengefaßt.

Die hier vorliegende Neubestimmung bzw. Verfeinerung der Kristallstruktur des Minerals Trigonit ergab gegenüber der Erstbestimmung in den interatomaren Abständen lediglich Änderungen, die innerhalb der doppelten Fehlergrenzen dieser Erstbestimmung liegen. Die

	x/a	y/b	z/c	U_{11}	U_{22}	U_{33}	U_{12}	U_{13}	U_{23}
Pb(1)	0.0*	0.1227(2)	0.0*	195(4)	333(5)	178(3)	5(4)	-10(3)	-3(4)
Pb(2)	0.1985(2)	0.3529(1)	0.2897(1)	209(4)	245(5)	224(3)	-33(4)	-12(3)	21(4)
Pb(3)	0.2857(2)	0.2754(1)	0.7135(1)	197(4)	238(5)	222(3)	22(4)	-2(3)	20(4)
Mn	0.4951(5)	0.0194(6)	0.9550(3)	183(18)	219(18)	171(12)	-12(13)	-9(13)	-14(13)
As(1)	0.2156(4)	0.7993(4)	0.7212(2)	184(10)	216(11)	183(8)	-17(9)	-9(9)	-11(9)
As(2)	0.2676(4)	0.8856(4)	0.1943(2)	169(11)	225(11)	184(9)	16(9)	-4(9)	-2(8)
As(3)	0.4253(4)	0.4852(4)	0.0110(2)	280(13)	212(11)	173(8)	-18(9)	-2(9)	-5(9)
O(1)	0.2729(26)	0.9884(27)	0.8257(13)	275(98)	285(90)	129(54)	-69(72)	20(65)	36(64)
O(2)	0.4369(23)	0.6958(26)	0.6780(13)	120(74)	311(87)	170(60)	36(62)	57(59)	75(65)
O(3)	0.2018(24)	0.9565(28)	0.5924(17)	130(81)	308(95)	353(82)	-55(66)	-102(74)	60(77)
O(4)	0.2095(28)	0.0206(25)	0.3235(15)	296(97)	171(76)	248(67)	-37(69)	11(71)	90(67)
O(5)	0.0471(24)	0.8235(28)	0.1281(13)	120(75)	404(99)	195(62)	-26(68)	-91(61)	-3(70)
O(6)	0.2980(22)	0.0818(29)	0.0944(13)	78(74)	434(100)	150(59)	33(66)	67(60)	-74(69)
O(7)	0.4754(25)	0.3293(25)	0.8906(13)	228(86)	274(85)	149(56)	35(66)	-62(65)	-83(62)
O(8)	0.0153(29)	0.2978(27)	0.4564(16)	280(97)	258(92)	309(75)	-31(73)	-17(81)	-99(75)
O(9)	0.1805(29)	0.5130(33)	0.9676(17)	236(99)	496(122)	351(86)	-60(91)	-3(85)	-137(96)

Tabelle 2. Atomkoordinaten und anisotrope Temperaturparameter in [pm²]. Standardabweichungen in Einheiten der letzten Stelle. Zwei invariante Koordinaten des Atoms Pb(1) zur Fixierung des Ursprungs der Elementarzelle sind mit einem * gekennzeichnet.

$$\mathrm{ATF} = \exp(-2\pi^2 \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} U_{ij} h_i h_j a_i^* a_j^*)$$

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

durchschnittliche Verschiebung der Atomlagen beträgt 0,06 Å, die Maximalwerte sind 0,20 Å für die Sauerstoffatome 0 (6) und 0 (9). Demnach traten weder in den Koordinationspolyedern selbst noch in der relativen Lage dieser zueinander gravierende Änderungen auf. Das Ergebnis der zwei Strukturuntersuchungen, die methodisch gleich, instrumentell jedoch unterschiedlich ausgeführt wurden, ist somit als gleich anzusehen, wenn auch die Genauigkeit bei letzterer signifikant erhöht werden konnte.

Zu erwähnen bleibt noch, daß das jeweils gemessene Kristallindividuum in beiden Strukturuntersuchungen zwar gleich groß, jedoch nicht ident war. Aufgrund der höheren Genauigkeit der neu gemessenen Röntgenbeugungsintensitäten konnte anhand dieser Daten auch die Bestimmung der absoluten Atomanordnung des untersuchten Individuums bestimmt werden: Eine Verfeinerung mit den Atomparametern ($\bar{x}\bar{y}\bar{z}$) ergab eine um etwa 2% schlechtere Übereinstimmung (R-Wert) der beobachteten und berechneten Röntgenbeugungsintensitäten im Vergleich mit jenen in Tabelle 2 angegebenen (xyz).

Durch die Neubestimmung bzw. Verfeinerung der Struktur des Trigonits konnte nun eindeutig der Kommentar zu dieser Strukturbestimmung widerlegt werden und damit ein Fehler in der Erfassung von kristallographischen Daten durch die Datenbank ICSD (1984) aufgezeigt werden.

Literatur

ICSD (1984): Inorganic crystal structure database — ICSD — Crystin (Bergerhoff G., Kilger B., Witthauer, C., Hundt R., Sievers R., Hrsg.). Karlsruhe: Inka Information System.

International Tables for X-ray Crystallography, Vol. IV (1974): Revised and supplementary tables. Birmingham: The Kynoch Press.

Pertlik, F. (1978): The crystal structure of trigonite, $Pb_3Mn(AsO_3)_2(AsO_2OH)$. — Tschermaks Min. Petr. Mitt. *25*, 95—105.

Zachariasen, W. H. (1967): A general theory of X-ray diffraction in crystals. — Acta Cryst. *23*, 558—564.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Anzeiger der Österreichischen Akademie der Wissenschaften,
math.-naturwiss. Klasse 124 (1987), 85—89

Das wirkliche Mitglied Walter WUNDERLICH legt für die Aufnahme in den Anzeiger die folgende Arbeit vor:

DUALE BRICARD-BEWEGUNGEN

Von Otto RÖSCHEL, Graz

R. BRICARD hat sich in [4] mit der Bestimmung jener Zwangläufe Σ/Σ' des reellen dreidimensionalen euklidischen Raumes E_3 beschäftigt, bei denen alle Punkte des bewegten Systems Σ im Rastsystem Σ' sphärische Bahnen durchlaufen[1]. Diese Bewegungsvorgänge werden deshalb *Bricard-Bewegungen* genannt. Wir wollen in dieser Arbeit das strahlenkinematische Analogon (*„duale Bricard-Bewegungen"*) studieren. Dabei stellen wir dem Begriff der Punktkugel jene Geradenmenge gegenüber, für die der *duale Abstand* (manche Autoren sprechen vom dualen Winkel) von einer festen Geraden m' (*Mittengeraden*) konstant ist. Die so erfaßte Geradenmenge ist zweiparametrig und umfaßt jene Geraden, die einerseits mit m' einen konstanten Winkel einschließen und andererseits konstanten Abstand von m' besitzen.

1. Im projektiv abgeschlossenen reellen dreidimensionalen euklidischen Raum E_3 läßt sich ein C^0-Zwanglauf Σ/Σ' mit Hilfe der Ortsvektoren $\vec{\mathbf{x}}' = (x', y', z')^t$ und $\vec{\mathbf{x}} = (x, y, z)^t$ sowie des Schiebvektors $\vec{\mathbf{d}}'(t) = (d_1'(t), d_2'(t), d_3'(t))^t$ durch

$$\vec{\mathbf{x}}' = A(t)\,\vec{\mathbf{x}} + \vec{\mathbf{d}}'(t), \quad t \in I = [0, T] \subset \Re \tag{1}$$

beschreiben, wobei $A(t) = (a_{ij}(t))$ aus $SO(3, \Re)$ und $d_i'(t)$, $a_{ij}(t) \in C^0(I)$ $(i, j = 1, 2, 3)$ sind. Eine in Σ feste Gerade g

$$\vec{\mathbf{x}} = \vec{\mathbf{u}} + v\,\vec{\mathbf{a}} \quad (\vec{\mathbf{a}}^2 = 1, v \in \Re) \tag{2}$$

wird zweckmäßig mit Hilfe eines *dualen Einheitsvektors*

$$\vec{\mathbf{G}} = \vec{\mathbf{a}} + e\,\hat{\vec{\mathbf{a}}}, \quad \hat{\vec{\mathbf{a}}} = \vec{\mathbf{u}} \times \vec{\mathbf{a}} \tag{3}$$

erfaßt, wobei e die *duale Einheit* bezeichnet[2]. Zwei verschiedene Geraden g_1 und g_2 mit zugehörigen dualen Einheitsvektoren $\vec{\mathbf{G}}_1$ und $\vec{\mathbf{G}}_2$ kann über

$$\cos \Phi = \vec{\mathbf{G}}_1 \cdot \vec{\mathbf{G}}_2 = \vec{\mathbf{a}}_1 \cdot \vec{\mathbf{a}}_2 + e\,(\hat{\vec{\mathbf{a}}}_1 \cdot \vec{\mathbf{a}}_2 + \hat{\vec{\mathbf{a}}}_2 \cdot \vec{\mathbf{a}}_1) \tag{4}$$

[1] Mit Fragestellungen dieser Art hat sich auch E. BOREL [2] befaßt. Weitere Literaturhinweise sowie eine analytische Beschreibung dieser Bewegungsvorgänge finden sich etwa in [3].

[2] Man vergleiche diesbezüglich W. BLASCHKE [1] bzw. A. KARGER—J. NOVAK [6] und die dort angegebene Literatur.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

ein *dualer Abstand* $\Phi = \varphi + e\hat{\varphi}$ zugeordnet werden. Dabei mißt φ den Winkel zwischen g_1 und g_2, $\hat{\varphi}$ den Abstand. Die Wirkung des Zwanglaufs Σ/Σ' (1) auf die Geraden von Σ wird in Σ' zweckmäßig mit Hilfe *dualer orthogonaler Matrizen* $\mathbf{A}(t) \in SO(3, \mathbf{D})$ durch

$$\vec{\mathbf{G}}' = \mathbf{A}(t)\,\vec{\mathbf{G}} \tag{5}$$

beschrieben, wobei mit

$$D'(t) = \begin{pmatrix} 0 & -d_3'(t) & d_2'(t) \\ d_3'(t) & 0 & -d_1'(t) \\ -d_2'(t) & d_1'(t) & 0 \end{pmatrix} \tag{6}$$

und

$$\mathbf{A}(t) = A(t) - e\,D'(t)\,A(t) \tag{7}$$

der Bezug zu (2) hergestellt wird.

2. Wir wollen nun alle jene Zwangläufe Σ/Σ' angeben, bei denen alle Geraden $g \subset \Sigma$ in Σ' *Bahnregelflächen* $\Phi'(g)$ *beschreiben, deren Erzeugenden von gewissen Mittengeraden* $m'(g) \subset \Sigma'$ *konstanten dualen Abstand besitzen.* Die entsprechenden Bahnregelflächen sind dann *Böschungsregelflächen*, deren Zentraltorse — entsprechend hohe Differenzierbarkeit vorausgesetzt — einen Drehzylinder mit Achse $m'(g)$ oder die Gerade $m'(g)$ selbst umhüllt. Der dem Zwanglauf (1) mit $\vec{\mathbf{d}}'(t) = \vec{\mathbf{o}}\ \forall t \in I$ zugeordnete *sphärische Richtzwanglauf* S/S' muß dann allgemeine Punkte von S auf Kreisen führen oder fest lassen. Damit ist S/S' entweder eine *stetige Drehung um eine in* S' *feste Gerade* oder *die Identität*. Ersteres kennzeichnet Σ/Σ' als *Zylinderschrotung*, zweites als *stetigen Schiebvorgang*. Ein Schiebvorgang kommt für uns nicht in Frage: Jede Gerade $g \subset \Sigma$ müßte entweder in Σ' fest erscheinen oder die Erzeugenden eines Drehzylinders durchlaufen. Dies ist aber nicht für alle Geraden von Σ möglich.

Damit muß Σ/Σ' eine Zylinderschrotung mit einer rastfesten Richtung sein. Nach geeigneter Wahl der Koordinatensysteme besitzt Σ/Σ' die Darstellung

$$\vec{\mathbf{x}}' = \begin{pmatrix} \cos t & -\sin t & 0 \\ \sin t & \cos t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \vec{\mathbf{x}} + \vec{\mathbf{d}}'(t)\ . \tag{8}$$

Alle Geraden $g \subset \Sigma$ beschreiben bei (8) Bahnregelflächen $\Phi'(g)$, die gegen die z'-Achse von Σ' konstant geneigt sind. Unsere Mittengeraden $m'(g)$ sind daher alle z'-parallel[3]. Die zur z-Achse parallelen Geraden $g \subset \Sigma$ müssen z'-parallele Drehzylinder erzeugen oder fest bleiben. Der durch

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos t & -\sin t \\ \sin t & \cos t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} d_1'(t) \\ d_2'(t) \end{pmatrix} \tag{9}$$

erfaßte *Grundrißzwanglauf* E/E' von (8) hat daher alle Punkte von E auf *Kreisen* in E' zu führen oder festzulassen. Dies ist nur möglich,

[3] Unter der Voraussetzung eines C^2-Zwanglaufes würde $m'(g)$ die Krümmungsachse der Bahnregelfläche $\Phi'(g)$ sein.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

wenn E/E' entweder eine *Schiebung längs eines Kreises* oder eine *Drehung um einen festen Punkt ist*. Den Fall einer Schiebung haben wir bereits ausgeschlossen. Unsere Zwangläufe Σ/Σ' müssen daher *Umschwungbewegungen* sein (vgl. W. KAUTNY [7]). Sie besitzen *die Normalform*

$$\vec{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} \cos t & -\sin t & 0 \\ \sin t & \cos t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \vec{\mathbf{x}} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ d_3'(t) \end{pmatrix}, \tag{10}$$

wobei $d_3'(t)$ beliebig aus $C^0(I)$ gewählt werden kann. Bei diesem Zwanglauf erfüllen tatsächlich die Bahnregelflächen aller Geraden $g \subset \Sigma$ unsere Forderung. Allerdings fallen die Mittengeraden $m'(g)$ aller Bahnregelflächen $\Phi'(g)$ *in die Umschwungachse* zusammen. Wir notieren den

Satz 1. *Die einzigen Zwangläufe Σ/Σ', bei denen sämtliche Geraden g des Gangsystems Σ Bahnregelfächen durchlaufen, deren Erzeugenden von gewissen Mittengeraden $m'(g)$ des Rastsystems S' konstanten dualen Abstand besitzen, sind die Umschwungbewegungen um eine rastfeste Achse. Alle Mittengeraden $m'(g)$ fallen dann in die Umschwungachse.*

3. Nun wollen wir unsere Forderung etwas abschwächen: Wir bestimmen alle jene Zwangläufe Σ/Σ', bei denen eine vierparametrige Schar von Geraden $g \subset \Sigma$ Bahnregelflächen $\Phi'(g)$ überstreicht, deren Erzeugenden von in Σ' fest vorgegebenen Mittengeraden $m'(g)$ konstanten dualen Abstand besitzen. Solche Zwangläufe nennen wir *duale Bricard-Bewegungen*. Wie in Abschnitt 2 erkennen wir, daß Σ/Σ' auch hier eine *Zylinderschrotung* sein muß. Der oben durchgeführte Schluß über den Grundrißzwanglauf ist hier nur dann nicht möglich, wenn die ausgezeichnete vierparametrige Geradenschar nicht ∞^2 Geraden des in Σ liegenden z-parallelen Bündels enthält. Da die Mittengeraden $m'(g)$ der Bahnregelflächen z'-parallel sind, müssen bei der zugeordneten Grundrißbewegung E/E' (9) die Geraden einer zweiparametrigen Schar in E gewisse Kreise in E' umhüllen. Der einzige ebene Zwanglauf mit dieser Eigenschaft ist die bei der *Oldham-Kupplung realisierte Umkehrbewegung der Ellipsenbewegung* (vgl. [12]). Mit [3,349] kann Σ/Σ' dann in der Normalform

$$\vec{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} \cos t & -\sin t & 0 \\ \sin t & \cos t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \vec{\mathbf{x}} + \begin{pmatrix} -2R(1-\cos t)\sin t \\ 2R(1-\cos t)\cos t \\ f(t) \end{pmatrix} \tag{11}$$

($R \in \mathfrak{R}$ und $f(t)$ beliebig aus $C^0(I)$) dargestellt werden. Mit $R = 0$ werden hier die Umschwungbewegungen aus Satz 1 miterfaßt. Wählen wir $f(t) \in C^1(I)$, so sind die *Achsenflächen* unseres Bewegungsvorganges Σ/Σ' (11) *Drehzylinder vom Radius $2R$ und R*, wobei der größere so auf dem kleineren schrotet, daß er den kleineren stets umschließt. *Alle nicht z-parallelen Geraden $g \subset \Sigma$ führen auf Bahnregelflächen $\Phi'(g)$ mit der von uns gewünschten Eigenschaft*. Die die z-Achse treffenden Geraden $g \subset \Sigma$

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

besitzen *konstant geböschte Bahnregelflächen* $\Phi'(g)$ mit einer z'-parallelen Leitgeraden.

In dualer Notation besitzt (11) die Darstellung

$$\vec{\mathbf{G}}' = \begin{pmatrix} \cos t - ef(t)\sin t & -\sin t - ef(t)\cos t & -2eR(1-\cos t)\cos t \\ \sin t - ef(t)\cos t & \cos t + ef(t)\sin t & -2eR(1-\cos t)\sin t \\ 2eR(1-\cos t) & 0 & 1 \end{pmatrix} \vec{\mathbf{G}}; \tag{12}$$

die Mittengeraden $m'(g)$ berechnen sich zu

$$\vec{\mathbf{M}}'(g) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{2eRa_1}{a_1^2 + a_2^2} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{13}$$

wobei $\vec{\mathbf{a}} = (a_1, a_2, a_3)^t$ gesetzt wurde. Für festes $a_1 : a_2 \neq 0 : 0$ fallen die entsprechenden Mittengeraden in eine Erzeugende des Rastdrehzylinders zusammen[4]. Wir vermerken abschließend den

Satz 2. *Die dualen Bricard-Bewegungen lassen sich in der Normalform* (11) *bzw.* (12) *darstellen. Sie sind entweder Umschwungbewegungen um eine rastfeste Achse oder entstehen, wenn ein Drehzylinder mit Radius* $2R \neq 0$ *auf einem Drehzylinder mit Radius R so schrotet, daß der kleinere stets im Inneren des großen bleibt. Dabei beschreiben alle nicht zur festen Richtung parallelen Geraden des Gangsystems Bahnregelflächen, deren Erzeugenden von Mittengeraden* $m'(g)$ (13) *konstanten dualen Abstand besitzen. Die Gesamtheit dieser Mittengeraden erfüllt den Rastdrehzylinder bzw. fällt im Fall der Umschwungbewegungen in die Umschwungachse.*

Bemerkung: 1. Bei diesen Zylinderschrotungen können wir noch über die freie Funktion $f(t)$ verfügen. Wenn wir

$$f(t) = K_1 \sin t + K_2(1 - \cos t) \quad (K_1, K_2 \in \Re) \tag{14}$$

setzen, entsteht in (11) und (12) die als *Mannheim-Bewegung bekannte Umkehrbewegung der Darboux-Bewegungen*[5].

2. Die Bahnkurven der Grundrißbewegung sind i. a. *Pascal-Schnecken*; einzig der Mittelpunkt des Gangkreises beschreibt einen Kreis. z-parallele Geraden $g \subset \Sigma$ beschreiben daher bei der Raumbewegung Σ/Σ' *Zylinderflächen mit den genannten Normalschnitten.*

Literatur

[1] Blaschke, W.: Kinematik und Quaternionen. Deutscher Verlag d. Wiss., Berlin 1960.

[2] Borel, E.: Mémoire sur les déplacements à trajectoires sphériques. Mém. savants étrangers Paris (2) *33* (1908), 1—128.

[3] Bottema, O., und B. Roth: Theoretical kinematics. North-Holland Series, Amsterdam 1979.

[4] Bricard, R.: Mémoire sur les déplacements à trajectoires sphériques. J. Ec. Polyt. (2) *11* (1906), 1—93.

---

[4] Das kann natürlich bereits aus dem Studium der Grundrißbewegung geschlossen werden (vgl. W. Wunderlich [12,52]).

[5] Man vergleiche diesbezüglich [3,310f.].

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

[5] Disteli, M.: Über das Analogon der Savaryschen Formel und Konstruktion in der kinematischen Geometrie des Raumes. Zeitschr. Math. Phys. *62* (1914), 261—309.

[6] Karger, A., und Novak, J.: Space Kinematics and Lie Groups. Gordon and Breach, New York 1985.

[7] Kautny, W.: Zur Geometrie des harmonischen Umschwungs. Monatsh. Math. *60* (1956), 66—82.

[8] Krames, J.: Zur Bricardschen Bewegung, deren sämtliche Bahnkurven auf Kugeln liegen (Über symmetrische Schrotungen II). Monatsh. Math. *45* (1937), 407—417.

[9] Schönflies, A.: Über Bewegungen starrer Systeme im Fall cylindrischer Axenflächen. Math. Ann. *40* (1892), 317—331.

[10] Study, E.: Die Geometrie der Dynamen. Leipzig 1903.

[11] Tölke, J.: Zur Strahlkinematik I. Sb. Österr. Akad. Wiss. *182* (1974), 177—202.

[12] Wunderlich, W.: Ebene Kinematik. Bibliographisches Institut. Mannheim 1970.

Otto Röschel
Institut für Geometrie
TU-Graz
Kopernikusgasse 24
A-8010 Graz

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Anzeiger der Österreichischen Akademie der Wissenschaften,
math.-naturwiss. Klasse **124** (1987), 91—100

Das wirkliche Mitglied Edmund HLAWKA legt für die Aufnahme in den Anzeiger die folgende Arbeit vor:

NUMERISCHE BETRACHTUNGEN ZUM GAUSS—KUZMIN-OPERATOR[1]

Von Wolfgang FLUCH (Graz)

§ 0. Umformungen des Gauß—Kuzmin-Operators

Sei $\alpha = [0; a_1, a_2, a_3, \ldots]$ die Kettenbruchentwicklung einer Zahl $\alpha \in (0,1)$. Mit $m_n(x)$ bezeichnen wir das (Lebesgue-) Maß der Menge der $\alpha \in (0,1)$ mit dem Rest $[0; a_{n+1}, a_{n+2}, \ldots] < x$ d. h. $m_n(x)$ ist das Maß der Menge $\{\alpha : [0; a_{n+1}, a_{n+2}, \ldots] < x\}$. Nach GAUSS [2] gilt $m_n(x) \to \dfrac{\log(1+x)}{\log 2}$ (für $n \to \infty$ und alle $x \in [0,1]$).

Für die Maße $m_n(x)$ (mit $m_0(x) = x$) hat man die Rekursionsformel $m_{n+1}(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \left(m_n(1/k) - m_n\left(\frac{1}{k+x}\right)\right)$. Also für die Dichten $p_n(x) = m_n'(x) : p_{n+1}(x) = (G p_n)(x)$, wobei

$$(Gf)(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(k+x)^2} \cdot f\left(\frac{1}{k+x}\right). \tag{1}$$

Setzt man $f_n(x) = (1+x)\, p_n(x)$, so gilt $f_{n+1}(x) = T f_n(x)$ mit

$$(Tf)(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(1+x)}{(k+x)(k+1+x)} \cdot f\left(\frac{1}{k+x}\right). \tag{2}$$

Für $g(x) = f'(x)$ erhält man wegen

$$\frac{1+x}{(k+x)(k+1+x)} = \frac{k}{k+1+x} - \frac{k-1}{k+x},$$

durch Differentiation von (2) (mit dem linearen, positiven, stetigen Operator U)

$$(Ug)(x) = (-)(Tf)' = \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \frac{(1+x)}{(k+x)^3 \cdot (k+1+x)} \cdot g\left(\frac{1}{k+x}\right) + \right.$$
$$\left. + \frac{k}{(k+1+x)^2} \cdot \int_{\frac{1}{k+1+x}}^{\frac{1}{k+x}} g(y) \cdot dy \right\}. \tag{3}$$

---

[1] Sämtliche Rechnungen wurden auf einem Taschenrechner der Type Texas Instruments TI-30 durchgeführt.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

In [6] wurde gezeigt, daß man für (stetiges) $\varphi(x) > 0$ in $[0,1]$ mit

$$s \cdot \varphi(x) \leqslant (U\varphi)(x) \leqslant t \cdot \varphi(x) , \tag{4}$$

die Restabschätzung (mit c_1, c_2 = Konstanten, die von $\varphi(x)$ abhängen)

$$c_2 \cdot s^n x(1-x) \leqslant (-1)^n r_{n+1}(x) \leqslant c_1 \cdot t^n x(1-x) \tag{5}$$

erhält, wobei $r_n(x)$ der Rest in der Formel

$$m_n(x) = \frac{\log(1+x)}{\log 2} + r_n(x) . \tag{6}$$

Sei nun $g_a(x) = \dfrac{1}{(1+ax)(1+(a+1)x)}$. Dann ist nach (1)

$$(Gg_a)(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{1}{k+x+a} - \frac{1}{k+1+x+a} \right] = \frac{1}{1+x+a} . \tag{7}$$

Also gilt für $f_a(x) = (1+x) \cdot g_a(x) = \dfrac{a}{1+(a+1)x} + \dfrac{1-a}{1+ax}$

$$(Tf_a)(x) = \frac{1+x}{1+x+a}. \tag{8}$$

Durch Differentiation (und Division durch a) erhält man aus (8)

$$(U\varphi_a)(x) = \frac{1}{(1+x+a)^2}, \tag{9}$$

für

$$\varphi_a(x) = \frac{1-a}{(1+ax)^2} + \frac{1+a}{(1+(a+1)x)^2} . \tag{10}$$

Als nächstes betrachten wir die Funktion

$$g_{a,b}(x) = \frac{1}{(1+ax)(1+(a+1)x)} + \frac{a}{(1+bx)(1+(b+1)x)}.$$

Aus der Linearität von G folgt

$$(Gg_{a,b})(x) = \frac{1}{1+a+x} + \frac{a}{1+b+x} . \tag{11}$$

Weiters wird $f_{a,b}(x) = (1+x)\, g_{a,b}(x) = \left(\dfrac{a}{1+ax+x} + \dfrac{1-a}{1+ax} \right) +$

$+ a \cdot \left(\dfrac{b}{1+b+x} + \dfrac{1-b}{1+bx} \right)$, und $Tf_{a,b}(x) = \dfrac{1+x}{1+x+a} + \dfrac{a(1+x)}{1+x+b}$.

Nach Differentiation (und Division durch a) erhält man:

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

$$\varphi_{a,b}(x) = \left(\frac{1-a}{(1+ax)^2} + \frac{1+a}{(1+(a+1)x)^2}\right) + \\ + \left(\frac{b(b+1)}{(1+bx+x)^2} + \frac{b(1-b)}{(1+bx)^2}\right), \tag{12}$$

sowie

$$(U\varphi_{a,b})(x) = \frac{1}{(1+x+a)^2} + \frac{b}{(1+x+b)^2}. \tag{13}$$

Für $b = 0$ erhält man natürlich wieder $\varphi_{a,0}(x) = \varphi_a(x)$ (nach (10)!).

§ 1. Einfache Abschätzungen der Schranken s und t

Für $a = 0$ erhält man aus (10) die Funktion (statt $\varphi_0(x)$ schreiben wir $\varphi(x)$)

$$\varphi(x) = 1 + \frac{1}{(1+x)^2}, \tag{14}$$

und

$$(U\varphi)(x) = \frac{1}{(1+x)^2}. \tag{15}$$

Da $\lambda(x) = \frac{\varphi}{U\varphi}(x) = 1 + (1+x)^2 =$ monoton ist, so folgt

$$s = \frac{1}{\lambda(1)} = 0{,}2 \quad \text{und} \quad t = \frac{1}{\lambda(0)} = 0{,}5\,. \tag{16}$$

Etwas bessere Schranken erhält man für die Parameter $a = 0$, $b = 1$ in (12): wir schreiben wieder statt $\varphi_{0,1}(x)$ kurz $\varphi(x)$ und haben

$$\varphi(x) = 1 + \frac{1}{(1+x)^2} + \frac{2}{(1+2x)^2}, \tag{17}$$

sowie

$$(U\varphi)(x) = \frac{1}{(1+x)^2} + \frac{1}{(2+x)^2}. \tag{18}$$

Die Funktion $\lambda(x) = \dfrac{\varphi(x)}{U\varphi(x)} = \dfrac{(2+x)^2[4+14x+19x^2+12x^3+4x^4]}{(1+2x)^2[5+6x+2x^2]}$ hat genau ein Extremum (Minimum) bei $x_1 \in [0,1]$, für das $\lambda'(x) = 0$ d. h. für

$$p_7(x) = -14 + 7x + 186x^2 + 457x^3 + 532x^4 + 336x^5 + \\ + 112x^6 + 16x^7 = 0\,.$$

Setzt man $\xi = x + 1$, so wird $p_7(x) = \xi \cdot P_6(\xi)$ mit

$$P_6(\xi) = 16\xi^6 - 28\xi^3 + 9\xi^2 - 9\xi - 2\,. \tag{19}$$

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Es ist $P_6(\xi) < 0$ für $(1 \leqslant) \xi \leqslant \dfrac{3+\sqrt{17}}{6} = 1{,}1871843\ldots$ und $P_6(\xi) > 0$ für $(2 \geqslant) \xi \geqslant \frac{1}{2}\sqrt[3]{14} = 1{,}2050711\ldots$. Die Gleichung $P_6(\xi) = 0$ kann man durch Iteration lösen:

$$\xi_{n+1} = \sqrt[6]{\frac{28\,\xi_u^3 - 9\,\xi_u^2 + 9\,\xi_n + 2}{16}} \tag{19a}$$

mit $\xi_0 = 1{,}2$. Es ergibt sich eine monoton steigende Folge und

$$\lim_{n\to\infty} \xi_n = \xi = 1{,}2033983\ldots .$$

Damit wird $x_1 = 0{,}2033983\ldots$ und

$$t = q(x_1) = \frac{U\varphi}{\varphi}(x_1) = 0{,}33190278\ldots < 0{,}4\ . \tag{20}$$

Aus der Tabelle 1 (mit $q(x) = 1/\lambda(x)$) ersieht man, daß $q(x)$ in den Intervallen $[0, x_1)$ und $(x_1, 1]$ monoton wachsend bzw. fallend ist, also

$$s = q(1) = 13/53\ (= 0{,}24528302\ldots)\,. \tag{20a}$$

Tabelle 1

x	$\varphi(x)$	$U\varphi(x)$	$q(x)$
0,0	4	1,25	0,3125
0,1	3,21533517	1,05320365	0,3275564
0,2	2,71485264	0,90105601	0,33189869
0,3	2,37296598	0,7807519	0,32901944
0,4	2,12748803	0,68381519	0,32141906
0,5	1,94444444	0,60444444	0,31085715
0,6	1,80384814	0,53855399	0,29855839
0,7	1,69324298	0,48319497	0,2853666
0,8	1,60449997	0,436193	0,271856
0,9	1,53211035	0,3951437	0,258411
1,0	1,47222222	0,36111111	0,24528302
x_1	2,70110017	0,89650262	0,33190278

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

§ 2. Die Schranken $s = 0{,}29$ und $t = 0{,}31$

Für die Funktionen (in $0 \leqslant x \leqslant 1$)

$$\varphi_a(x) = \frac{1-a}{(1+ax)^2} + \frac{1+a}{(1+x+ax)^2} \tag{21}$$

gilt nach (9), (10)

$$(U\varphi_a)(x) = \frac{1}{(1+x+a)^2}\,. \tag{22}$$

Wir setzen wieder $\lambda(x) = \dfrac{\varphi_a(x)}{U\varphi_a(x)}$. Nach einer Idee von WIRSING [6] legen wir den Parameter a durch die Bedingung

$$\lambda(0) = \lambda(1) \tag{23}$$

fest. Das ergibt die Gleichung

$$2\cdot(1+a)^2 = (1-a)\left(\frac{2+a}{1+a}\right)^2 + (1+a)\,, \tag{24}$$

oder, wenn man $\xi = 1 + a$ setzt

$$2\cdot\xi^4 = 2 + 3\xi\,. \tag{24a}$$

Die Gleichung (24a) läßt sich durch Iteration lösen, d. h. $\xi_{n+1} = \sqrt[4]{1 + 1{,}5\,\xi_n}$ mit $\xi_0 = 1$. Man erhält (eine monoton steigende Folge[2] und)

$$\lim_{n\to\infty} \xi_n = \xi = 1{,}3126598\ldots, \tag{25}$$

also $a = 0{,}3126598\ldots$. Für den Wert $\lambda(0)\,(= \lambda(1))$ ergibt sich

$$\lambda(0) = 2\cdot(1+a)^2 = 3{,}4461515\ldots. \tag{26}$$

Die Extrema von $\lambda(x)$ (= das einzige Minimum in $[0,1]$) ergeben sich aus $\lambda'(x) = 0$. Es folgt

$$\frac{(1-a)(1-a-a^2)}{(1+a)(2a+a^2)} = \left(\frac{1+ax}{1+ax+x}\right)^3, \tag{27}$$

oder, wenn man

$$c = \sqrt[3]{\frac{(1-a)(1-a-a^2)}{(1+a)(2a+a^2)}} = 0{,}75299801\ldots, \tag{27a}$$

setzt:

$$x_0 = \frac{1-c}{c+a(1-c)} = 0{,}29751189\ldots. \tag{28}$$

---

[2] Oder eine monoton fallende Folge, wenn man bei $\xi_0 = 2$ beginnt.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Tabelle 2

x	$\varphi(x)$	$U\varphi(x)$	$q(x)$
0,0	5,2642626	1,40803283	0,26747011
0,1	4,09329528	1,19654408	0,29231805
0,2	3,35988454	1,03166165	0,30690522
0,3	2,86681858	0,90024742	0,31402315
0,34	2,71347251	0,85499042	0,31509087
0,35	2,67819944	0,84423895	0,31522632
0,36	2,64404524	0,83370026	0,31531241
0,37	2,61096184	0,82336854	0,31535067
0,38	2,57890357	0,8132382	0,31534261
0,39	2,54782735	0,80330382	0,31528975
0,4	2,51769258	0,79356021	0,31519345
0,45	2,37985213	0,74753285	0,31410895
0,5	2,26051009	0,70558545	0,3121355
0,6	2,06505942	0,63206454	0,30607572
0,7	1,91273302	0,56990708	0,29795433
0,8	1,79152106	0,51682199	0,28848222
0,9	1,69336834	0,47107862	0,27819029
1,0	1,6126958	0,43134792	0,26747011

Mit diesem Wert x_0 berechnet man $\lambda(x_0)$

$$\lambda(x_0) = (1-a)\left(\frac{1+x_0+a}{1+a\,x_0}\right)^2 +$$

$$+ (1+a)\left(\frac{1+x_0+a}{1+x_0+a\,x_0}\right)^2 = 3{,}2517146\ldots . \qquad (29)$$

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Die Schranken s und t lauten somit

$$s = \frac{1}{\lambda(0)} = 0{,}29017877\ldots$$

und

$$t = \frac{1}{\lambda(x_0)} = 0{,}30753006\ldots . \tag{30}$$

§ 3. Die Funktionen $\varphi(x) = A\,\varphi_{a_1}(x) + B\,\varphi_{a_2}(x)$

Schreibt man für die Funktion $\dfrac{1}{(1+x+a)^2} = \psi_a(x)$, so gilt also nach (9) kurz

$$(U\varphi_a)(x) = \psi_a(x)\ . \tag{31}$$

Für mehrere $a = a_i$ hat man $(U\varphi_{a_i})(x) = \psi_{a_i}(x)$, also wegen der Linearität des Operators U auch

$$U(A\,\varphi_{a_i} + B\,\varphi_{a_2})(x) = A\,\psi_{a_1}(x) + B\,\psi_{a_2}(x)\ , \tag{32}$$

wobei A, B = Konstanten sind (und a_1, a_2 = Parameter).

Setzt man speziell $A = 1$, $a_1 = 0$, $a_2 = 1$, $B\ (\neq 0)$ = Konstante, so hat man

$$(U\varphi)(x) = \frac{1}{(1+x)^2} + \frac{B}{(2+x)^2}, \tag{33}$$

für

$$\varphi(x) = 1 + \frac{1}{(1+x)^2} + \frac{2B}{(1+2x)^2}. \tag{33a}$$

Für $B = 1$ erhält man die Funktion in (17). Wir legen B durch die Bedingung

$$\frac{\varphi}{U\varphi}(0) = \frac{\varphi}{U\varphi}(1) \tag{34}$$

fest und erhalten $2 \cdot B^2 + \dfrac{9}{4}B - 9 = 0$ oder

$$B = \frac{-9 + \sqrt{1233}}{16} = 1{,}6321313\ldots . \tag{35}$$

Es wird $q(0) = \dfrac{U\varphi}{\varphi}(0)\ (= q(1)) = 0{,}26747001\ldots = s$. Das Maximum der Funktion $q(x)$ berechnen wir durch eine Tabelle 2 dieser Funktion. Es wird

$$t \approx 0{,}3154\ (< 1/3)\ . \tag{36}$$

Trotz „bestmöglicher" Wahl der Konstanten B ergibt sich keine Verbesserung der Schranken s und t, denn nach § 2 wissen wir ja bereits

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

$s = 0{,}29$ und $t = 0{,}31$. Nach WIRSING [6] führt jedoch die Funktion

$$\varphi(x) = 8 \cdot \varphi_{a_1}(x) - 7 \cdot \varphi_{a_2}(x) \tag{36}$$

mit $a_1 = 0{,}6247$, $a_2 = 0{,}7$ auf die Schranken $s = 0{,}302$ und $t = 0{,}3043$, was man am einfachsten mittels Tabellierung der Funktion $\varphi(x)$ im Intervall $0 \leqslant x \leqslant 1$ beweist. Dazu scheint ein Taschenrechner noch geeignet zu sein.

§ 4. Die Funktion $8 \cdot \varphi_{a_1}(x) - 7 \cdot \varphi_{a_2}(x)$ mit $a_1 = 0{,}6247$ und $a_2 = 0{,}7$

Um die Funktion $\varphi(x) = 8\,\varphi_{a_1}(x) - 7\,\varphi_{a_2}(x)$ tabellieren zu können, schreiben wir

$$\varphi_1(x) = 8\,\varphi_{a_1}(x) = \frac{3{,}0024}{(1 + 0{,}6247\,x)^2} + \frac{12{,}9976}{(1 + 1{,}6247\,x)^2}$$

und

$$\varphi_2(x) = 7\,\varphi_{a_2}(x) = \frac{2{,}1}{(1 + 0{,}7\,x)^2} + \frac{11{,}9}{(1 + 1{,}7\,x)^2}.$$

Weiters setzen wir

$$\psi_1(x) = 8\,\psi_{a_1}(x) = \frac{8}{(1{,}6247 + x)^2},\ \psi_2(x) = 7\,\psi_{a_2}(x) = \frac{7}{(1{,}7 + x)^2}.$$

Damit wird

Tabelle 3a

x	$\varphi(x)$	$\psi_1(x)$
0,0	16,0000000	3,0307047
0,1	12,2780453	2,6894462
0,2	9,7765936	2,4027415
0,3	8,0043660	2,1595531
0,4	6,6967409	1,9515003
0,5	5,7004065	1,7721266
0,6	4,9212535	1,6163934
0,7	4,2987356	1,4803219
0,8	3,7923532	1,3607363
0,9	3,3741150	1,2550772
1,0	3,0241277	1,1612631

Tabelle 3b

x	$\varphi_2(x)$	$\psi_2(x)$
0,0	14,0000000	2,4221453
0,1	10,5273326	2,1604938
0,2	8,2431930	1,9390582
0,3	6,6533976	1,7500000
0,4	5,4980081	1,5873016
0,5	4,6292539	1,4462810
0,6	3,9578407	1,3232514
0,7	3,42708594	1,2152778
0,8	2,99951783	1,1200000
0,9	2,64950842	1,0355030
1,0	2,3590167	0,96021948

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Die vier Funktionen $\varphi_i(x)$, $\psi_i(x)$ sind monoton fallend in $[0,1]$. Aber auch $\varphi(x) = \varphi_1(x) - \varphi_2(x)$ und $U\varphi(x) = \psi_1(x) - \psi_2(x)$ sind, nach Tabelle 3c, monoton (fallend). Wegen $a_2 > a_1$ ist:

$$\varphi(x) \geqslant \frac{0{,}9024}{(1+a_2 x)^2} + \frac{1{,}0976}{(1+a_2 x+x)^2} > 0 \text{ und } U\varphi(x) \geqslant \frac{1}{(1+a_2+x)^2} > 0$$

für alle $x \in [0,1]$.

Wir setzen wieder $q(x) = \dfrac{U\varphi(x)}{\varphi(x)}$ und haben aus Tab. 3a und 3b

Tabelle 3c

x	$\varphi(x)$	$U\varphi(x)$	$q(x)$
0,0	2,0000000	0,6085594	0,30427970
0,1	1,7507127	0,5289524	0,30213547
0,2	1,5334006	0,4636833	0,30238889
0,3	1,3509684	0,4095531	0,30315520
0,4	1,1987328	0,3641987	0,30381975
0,5	1,0711526	0,3258456	0,30420091
0,6	0,9634128	0,2931420	0,30427455
0,7	0,87164966	0,2650441	0,30407182
0,8	0,79283537	0,2407363	0,30363971
0,9	0,72460658	0,2195742	0,3030254
1,0	0,66511103	0,20104362	0,30227078

Damit scheint[3] die Wirsing-Behauptung $0{,}302 \leqslant q(x) \leqslant 0{,}3043$ verifiziert zu sein.

Bemerkung: Statt $g_a(x) = \dfrac{1}{(1+ax)(1+ax+x)}$ kann man die analog gebaute Funktion $h_a(x) = \dfrac{1}{(1+ax)(1+ax+2x)}$ wählen. Man hat dann nach (1)

[3] „scheint" deswegen, weil die Extrema von $q(x)$ noch näher zu untersuchen wären (analog wie in Tab. 2)!

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

$$(G h_a)(x) = \tfrac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{n+x+a} - \frac{1}{n+2+x+a} \right] =$$

$$= \tfrac{1}{2} \left[\frac{1}{1+x+a} + \frac{1}{2+x+a} \right].$$

Für $f_a(x) = (1+x)\, h_a(x) = \tfrac{1}{2} \left[\frac{(a+1)}{1+a\,x+2\,x} + \frac{1-a}{1+a\,x} \right]$ wird daher nach (2)

$$(T f_a)(x) = \tfrac{1}{2} \left[\frac{1+x}{1+x+a} + \frac{1+x}{2+x+a} \right].$$

Schließlich folgt wegen $U(f_a') = (-)(T f_a)'$:

$$U \varphi_a(x) = \frac{a}{(1+a+x)^2} + \frac{a+1}{(2+a+x)^2},$$

für

$$\varphi_a(x) = \frac{(a+1)(a+2)}{(1+a\,x+2\,x)^2} + \frac{(1-a)\,a}{(1+a\,x)^2}.$$

Literatur

[1] Babenko, K.: Dokl. Akad. Nauk. SSSR 238 (1978), p. 1021.
[2] Gausz, C. F.: Ges. Werke Bd. X_1, p. 371—374.
[3] Kuzmin, R.: Atti Congr. Intern. Bologne 1928, 6, 83—89.
[4] Lévy, P.: Bull. Soc. Math. France 57 (1929), 178—194.
[5] Szüsz, P.: Acta Math. Acad. Sci. Hung. XII (1961), 447—453.
[6] Wirsing, E.: Acta Arithm. Bd. XXIV (1974), 507—541.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Anzeiger der Österreichischen Akademie der Wissenschaften,
math.-naturwiss. Klasse 124 (1987), 101—104

Das wirkliche Mitglied Josef ZEMANN legt für die Aufnahme in den Anzeiger die folgende Arbeit vor:

AUFLICHTOPTISCHE UNTERSUCHUNGEN AN OSMIUM

Von Eugen LIBOWITZKY
(Institut für Mineralogie und Kristallographie der Universität Wien)

In Fortsetzung der optischen Untersuchungen an Platingruppenelementen mit hexagonaler Dichtestpackung (für Ruthenium siehe LIBOWITZKY, 1986) wurden die Reflexionskurven von reinem Osmium im Bereich zwischen 400 und 800 nm in Luft und Immersionsöl (DIN 58884) für den ordentlichen und den außerordentlichen Strahl gemessen und die optischen Konstanten berechnet.

In der neueren Literatur finden sich einige Angaben über das Reflexionsvermögen von Osmium (STUMPFL und TARKIAN, 1973; TARKIAN, 1981; CABRI et al., 1981; PICOT und JOHAN, 1982). Dort handelt es sich aber ausschließlich um natürlich vorkommendes Osmium mit maximal ca. 96% Os. Außerdem wurde in allen Arbeiten auf eine Angabe von R_0 und R_e (oder $R_{e'}$) ebenso wie auf die Berechnung der optischen Konstanten verzichtet.

Für die optische Untersuchung wurde pulverförmiges Reinst-Osmium (Os > 99,9%; Fluka AG) im Lichtbogen geschmolzen, in Kunstharz eingebettet, mit SiC Nr. 600 geschliffen und mit 6 µm- und 1 µm-Diamantpaste und abschließend mit „Mastermet-fluid" poliert. So lag eine polykristalline, ca. 100 Körner umfassende Probe für die Messungen vor. Als Meßgerät diente ein Auflichtmikroskop Leitz Orthoplan Pol (Objektiv: Planachromat 20×, eff. N. A. 0,20) mit einem Photovervielfacher S20, EMI 9558 und ein Leitz Monochromator ($\Delta\lambda = 7$ nm). Ein Personal Computer unterstützte die Meßdatenerfassung und die statistische Auswertung.

Zur Gewinnung der Reflexionswerte R_0 und R_e diente folgende Überlegung: Nach einer einfachen statistischen Berechnung, die auf dem Vergleich von Teilen einer Kugeloberfläche beruht, ist die Wahrscheinlichkeit, daß unter n statistisch orientierten Körnern des Anschliffes mindestens eines weniger als α Grade gegen den Hauptschnitt geneigt ist $W(\%) = 100 \cdot [1 - (1 - \sin\alpha)^n]$. Abb. 1 bringt Kurven dieser Funktion. Für $\alpha = 3°$ und $n = 100$ erhält man $W = 99{,}54\%$; es ist also sehr unwahrscheinlich, daß unter 100 Körnern jenes mit der stärksten Bireflexion mehr als 3° schief zum Hauptschnitt getroffen wurde. Dieses Korn wurde zunächst nach den Anisotropiefarben und dann feiner durch Messung der Bireflexion bei 700 nm gesucht; die Wellenlänge

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

wurde gewählt, weil vorläufige Messungen gezeigt hatten, daß für $\lambda \sim 700 - 780$ nm die Bireflexion stark ist (vgl. auch unten).

Für eine andere statistische Methode zur Bestimmung der Hauptreflexionswerte absorbierender Kristalle siehe MARCOS PASCUAL und VIRGOS ROVIRA (1987).

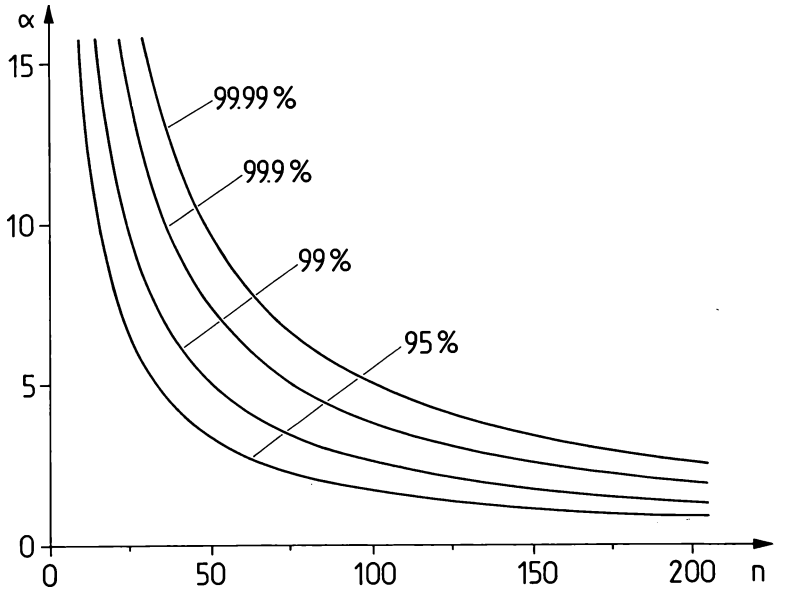

Abb. 1: Kurven der Wahrscheinlichkeit (95%, 99%, 99,9%, 99,99%), daß unter n statistisch orientierten Körnern eines Anschliffes mindestens eines weniger als α Grade gegen den Hauptschnitt geneigt ist.

Die Messung der Reflexionswerte verfolgte mit linear polarisiertem Licht in Schritten von 20 nm. Von 400 bis 700 nm wurde (W, Ti)C als Standard verwendet, von 700 bis 800 nm SiC. Es wurde je Wellenlänge 10mal gegen den Standard gemessen, wobei jeweils 20 Stichproben genommen wurden. Die Ergebnisse sind in Tab. 1 zusammengefaßt und in Abb. 2a dargestellt. Der Fehler der Reflexionsdaten beträgt ca. 1% relativ. Die Bezeichnung R_e (an Stelle des statistisch ermittelten $R_{e'}$) ist insofern gerechtfertigt, als die Differenz zwischen dem Reflexionswert R_e und $R_{e'}$, der maximal 3° gegen den Hauptschnitt geneigt ist (siehe oben), wesentlich kleiner ist als der Meßfehler. — Das läßt sich relativ leicht an Hand einer Ellipse zeigen, bei der die Haupt- und Nebenachsen im Extremfall der maximalen Bireflexion die Werte ~ 76 und ~ 44 annehmen: Die Differenz zwischen R_e und $R_{e'}$ beträgt dann ca. 0,2% abs., der Meßfehler jedoch ca. 0,7% abs.

Aus den Reflexionswerten wurden anschließend die optischen Konstanten n, $\varkappa$ und k berechnet (vgl. KOENIGSBERGER, 1914). Die erhaltenen Kurven, die durch geringfügige Änderungen in der zweiten Dezimalstelle der R-Werte geglättet wurden, sind in Abb. 2b—d dargestellt.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Tabelle 1: Reflexionswerte von Osmium zwischen 400 und 800 nm. — Die zweiten Dezimalstellen wurden (innerhalb der Fehlergrenzen) so modifiziert, daß sich glatte n-, $\varkappa$- und k-Kurven ergeben.

λ (nm)	R_0	R_e	${}^{im}R_0$	${}^{im}R_e$
400	66,07	65,80	53,03	53,60
420	66,77	66,32	53,96	54,31
440	66,09	65,44	53,19	53,27
460	64,96	63,43	51,87	50,82
480	63,63	61,53	50,34	48,50
500	62,09	59,60	48,58	46,15
520	60,45	57,74	46,72	43,91
540	58,69	56,17	44,80	42,03
560	57,05	54,95	43,09	40,58
580	55,31	54,20	41,32	39,68
600	53,68	54,15	39,72	39,62
620	51,84	55,42	37,95	41,10
640	50,26	57,45	36,38	43,55
660	48,83	60,28	34,89	47,00
680	47,48	63,50	33,33	50,95
700	46,20	66,78	31,90	55,02
720	45,30	69,92	30,90	58,95
740	44,50	72,70	30,22	62,50
760	44,25	74,73	30,30	65,15
780	44,50	75,90	31,10	66,74
800	45,60	74,25	33,20	64,88

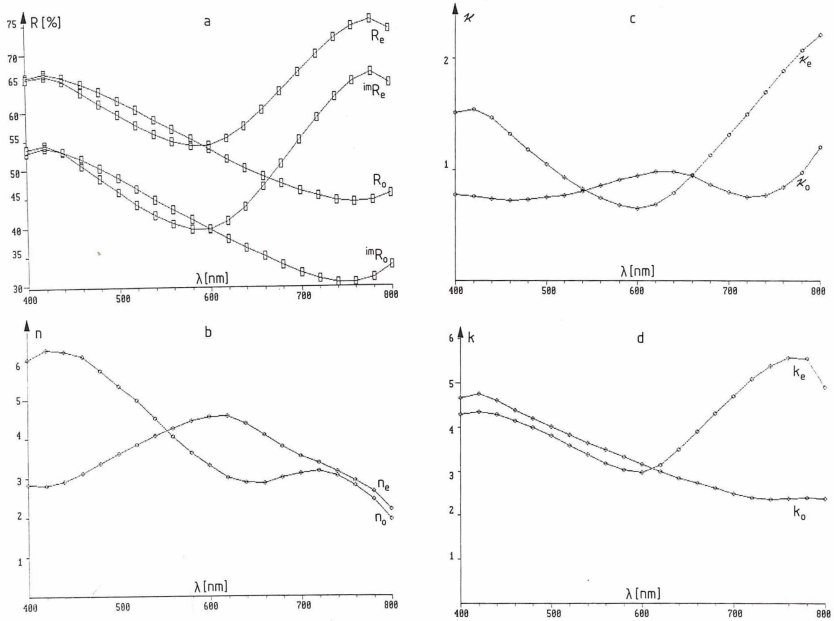

Abb. 2: Osmium. a) Reflexionskurven in Luft (R_0 und R_e) und in Ölimmersion (${}^{im}R_0$ und ${}^{im}R_e$); b) Dispersionskurven der Brechungsindices n_0 und n_e; c) Dispersionskurven der Absorptionskonstanten $\varkappa_0$ und $\varkappa_e$; d) Dispersionskurven der Absorptionskoeffizienten k_0 und k_e.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Bei der Betrachtung der Reflexionskurven fällt die relativ starke Dispersion in Luft, besonders aber in Ölimmersion auf. Außerdem findet sich in Luft und in Öl eine Kreuzungsstelle der Reflexionskurven bei 600 nm, eine zweite Kreuzungsstelle bei 440 nm findet sich nur bei den ^{im}R-Kurven. Die Bireflexion ($R_e - R_0$) ist folglich von 400 bis 600 nm negativ, von 600 bis 800 nm sehr stark positiv. Die Bireflexion in Immersionsöl ($^{im}R_e - {}^{im}R_0$) ist von 400 bis 440 nm positiv, von 440 bis 600 nm negativ, und von 600 bis 800 nm extrem stark positiv.

Die Doppelbrechung ($n_e - n_0$) ist im Bereich zwischen 400 und ca. 560 nm stark negativ und wechselt bei 560 nm auf positiv. Hier fallen die hohen n-Werte besonders im kurzwelligen Teil des sichtbaren Spektrums auf.

Die Biabsorption ($\varkappa_e - \varkappa_0$) ist generell schwach und zeigt zwei Kreuzungsstellen bei 540 und 660 nm. Der optische Charakter wechselt dabei von positiv über negativ nach positiv. Die $\varkappa$-Werte sind generell niedrig.

Die Kurven der k-Werte zeigen ebenfalls bei 610 nm eine Kreuzungsstelle, wobei der optische Charakter von 400 bis 610 nm schwach negativ und von 610 bis 800 nm stark positiv ist. Die k-Werte liegen mit einem Maximum von 6 relativ hoch.

Im Vergleich zu den Reflexionskurven der oben genannten Autoren konnte der Wechsel der Bireflexion im Bereich um ca. 600 nm bestätigt werden. Auch ist eine gewisse Ähnlichkeit mit den Kurven von Ruthenium (Libowitzky, 1986) gegeben. Beide Elemente zeigen Kreuzungsstellen zwischen den R_0- und R_e-Kurven. Auch die $\varkappa$-Werte beider Elemente sind auffallend niedrig und verhalten sich in einigen Bereichen sogar annähernd isotrop. Möglicherweise ist dieses Verhalten durch das c/a-Verhältnis von 1,58 bedingt, das ja nahe dem der idealen HCP und auch CCP liegt (c/a = 1,63). Hier spielen die fast identen Bindungslängen wahrscheinlich eine wichtige Rolle.

Der „Fonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung" (Projekt No. P3134 und P4530) stellte die für die Auflichtmessungen benötigten Geräte zur Verfügung.

Literatur

Cabri, L. J., A. J. Criddle, J. H. G. Laflamme, G. S. Bearne and D. C. Harris, 1981: Mineralogical study of complex Pt-Fe nuggets from Ethiopia. Bull. Minéral. 104, 508—525.

Koenigsberger, J., 1914: Über Messungen des Reflexionsvermögens und Bestimmung der optischen Konstanten. Ann. Phys. 43, 1205—1222.

Libowitzky, E., 1986: A Reflected Light Investigation of Ruthenium. Tschermaks Min. Petr. Mitt. 35, 27—32.

Marcos Pascual, C., and J. M. Virgos Rovira, 1987: A new method for obtaining the principal reflectances of absorbing minerals. Bull. Minéral. 110, 397—408.

Picot, P., and Z. Johan, 1982: Atlas of Ore Minerals. Elsevier BRGM.

Strumpfl, E. F., and M. Tarkian, 1973: Natural osmium-iridium alloys and iron bearing platinum: new electron probe and optical data. N. Jb. Miner., Mh., Jg. 1973, 313—322.

Tarkian, M., 1981: Zur Bestimmung und Anwendung von optischen Daten in der Erzmineralogie. N. Jb. Miner., Abh. 142, 124—138.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

In die Sitzungsberichte, Abteilung I, wird aufgenommen:

„Artenspektrum, Quantität und Phänologie der Schmetterlingsfamilie Noctuidae im Grüngürtel Wiens (vorläufige Resultate)" von Stanislaus KOMAREK (vorgelegt von w. M. Wilhelm KÜHNELT).

„Beitrag zur Entwicklung von Hypolagus und Lepus (Lagomorpha, Mammalia) im Pliopleistozän" von Florian A. FLADERER (vorgelegt von w. M. Helmuth ZAPFE).

In die Sitzungsberichte, Abteilung II, wird aufgenommen:

„Equations over Varieties of Abelian Groups" von H. HULE und G. PILZ (vorgelegt von w. M. Wilfried NÖBAUER).

„Application of Lyapunov's functions to finding periodic solutions of systems of differential equations with impulses" von S. G. HRISTOVA und D. D. BAINOV (vorgelegt von w. M. Edmund HLAWKA).

Im Zeitraum vom 1. 4.—30. 6. 1987 wurden folgende Arbeiten in die Monatshefte für Chemie aufgenommen:

BABADY-BILA, TANDU K. R.: Triterpenoid constituents from Gardenia imperialis

BERGER, R. A., and R. J. SOBOTT: Characterization of $TlCu_7S_4$, a crookesite analogue

BUGGLE, K., and B. FALLON: Peracid oxidation of benzothiopyranthiones and benzopyranthiones

CHADHA, S. L., and V. SHARMA: Synthesis, characterization and reaction of 2,2,2-trichloroethoxy derivatives of chromium(III)

CHOMA, J., and M. JARONIEC: Consequence of assuming gamma-type distribution for characterizing structural heterogeneity of microporous solids

CYVIN, B. N., S. J. CYVIN and J. BRUNVOLL: Number of Kekulé structures for circumkekulene and its homologs

CZAKIS-SULIKOWSKA, D. M., and A. MALINOWSKA: Complex Formation of certain rare earth metals with 1-(2-pyridylazo)-2-naphthol (PAN) in alcohol-water solutions

EL-AWAD, A. M., and K. M. A. EL-SALAAM: Action of salt formation on the bifunctional nature of 12-molybdophosphoric acid and their relationship to the catalytic activity

FALK, H., und H. FLÖDL: Beiträge zur Chemie der Pyrrolpigmente, 76. Mitt.: Die Synthese von symmetrisch substituierten 2,2′-Bipyrrolen durch oxidative Kupplung

FALK, H., W. MEDINGER und N. MÜLLER: Beiträge zur Chemie der Pyrrolpigmente, 75. Mitt. Phytochrom-Modellstudien: Stereochemische Untersuchungen an einem zwischen den pyrrolischen Ringen A und C peptidartig überbrückten 2,3-Dihydrobilatrien-abc

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

GALLE, K., und K. UTVARY: Fluordiazadiphosphetidine, 20. Mitt.: Die Dehydrofluorierung zwitterionischer und die Hydrofluorierung neutraler hydrazinsubstituierter Fluordiazadiphosphetidine

GEIDEL, E., H. BÖHLIG, R. SALZER und G. GEISELER: Normalschwingungen substituierter Harnstoffderivate

GEIST, B., und D. KNITTEL: Kathodische Reduktion von 2-Azido-2,4-pentadien-1-onen Elektrolytische Untersuchungen an Vinylaziden, 9. Mitt.

HASSAN, A., S. A. EL-SHATORY and H. A. AZAB: Polarography of exavalent molybdenum in hydrophosphorous acid solutions

HEINISCH, G., W. HOLZER und C. OBALA: Beiträge zur Chemie von Pyrazolylalkinen. 2. Mitt. über Pyrazole

HERMANN, R., and A. J. L. POMBEIRO: Activation of alkynes by the dinitrogen complex $[CoH(N_2)(PPh_3)_3]$ towards catalytic oligomerization and cyclization reactions

KLEINPETER, E., M. GÄBLER and W. SCHROTH: Intramolecular flexibility of heteroanalogous benzo- and dibenzo-1,5-cyclooctadienes

KOČEVAR, M., B. STANOVNIK and M. TIŠLER: The Semmler-Wolff aromatization and Schmidt reaction applied to some pyrido-[2′,3′:3,4]pyrazolo[5,1-c][1,2,4]benzotriazines

LABOUTA, I. M., N. H. ESHBA and M. SALAMA: Synthesis of some substituted triazolo[4,3-b](1,2,4)-triazines as potential anticancer agents

MAJDAN, M.: The influence of the different salting out agents on the extraction of Ce, Eu, Gd, Tb, Tb using tri-n-butyl phosphate

MARCINIAK, B., M. ELBANOWSKI and S. LIS: Quenching the excited state of benzophenone by lanthanide 1,3-diketonate chelates in solution

MÜLLER, N., and V. V. LAPACHEV: The use of ^{1}H-^{15}N coupling constants for the investigation of tautomeric equilibria of azines

NITZSCHE, R., R. HILDEBRANDT, R. MITZNER und G. RÖBISCH: Gleichgewichte und Kinetik zur 1:1 Komplexbildung von Aluminium(III) und Kojisäure in wäßriger Lösung

PERTLIK, F.: The compounds KAs_4O_6X (X = Cl, Br, I) and $NH_4As_4O_6X$ (X = Br, I): Hydrothermal synthesis and structure determinations

PFEUFFER, L., und U. PINDUR: Zur Reaktion von E/Z-N-Benzolsulfonyl-3(2-methoxyvinyl)-indol mit Carbo- und Heterodienophilen: Neue Diels-Alder-Addukte aus der Indol- bzw. Carbazolreihe, 5. Mitt.

SELEIM, M. M., K. A. IDRISS, A. S. EL-SHAHAWI, M. S. SALEH and H. SEDAIRA: Effect of the varying π-accepting properties of some ortho-substituted benzoic acids on the stability of mixed-ligand complexes containing quinizarin and thorium(IV)

VARVARI, F. S., A. E. MANTAKA-MARKETOU, G. VASSILOPOULOS and J. NIKOKAVOURAS: Chemiluminescence in model membrane structures. Chemiluminescence of lucigenin in the presence of $Mg(OH)_2$ and benzyl alcohol. Temperature effects

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

ZBIRAL, E., E. P. SCHREINER und H. BRANDSTETTER: Strukturelle Abwandlungen an N-Acetylneuroaminsäuren, 8. Mitt.: Synthese von 7-, 8-, 9-Desoxy- und 4,7-Didesoxyneuraminsäure

Im Zeitraum vom 1. 7.—30. 9. 1987 wurden folgende Arbeiten in die Monatshefte für Chemie aufgenommen:

BALDUS, P., R. BLACHNIK und C. SCHNEIDER: Konzentrationen von Isomeren des Typs $P_mAs_{4-m}X_3$ in P_4S_3-As_4S_3 und P_4Se_3-As_4Se_3 Mischungen

BEYER, A., P. WOLSCHANN, A. BECKER, E. PRANKA and G. BUCHBAUER: Conformational calculations on constituents of sandalwood, I. The search for the odoriferous principle of sandalwood

BRUNI, P., B. CARDILLO, G. TOSI and G. BOCELLI: p-(Tricyanovinylidene)phenylhydrazones. Nucleophilic attack on carbon-carbon double bonds

BRUNNER, H., und H. FISCH: Asymmetrische Katalysen, 39. Monohydrosilane in der enantio-selektiven katalytischen Hydrosilierung prochiraler Ketone

BUGGLE, K., , U. N. GHOGAIN and P. MACMANUS : Some reactions of 2H-[1]benzothieno[3,2-b]pyran-2-ones and related compounds

CZAKIS-SULIKOWSKA, D. M., and N. PUSTELNIK: The extraction of Yb(III) and Lu(III) with chloroform from aqueous solutions in the presence of cupferron

DOSTAL, W., G. HEINISCH and G. LÖTSCH: On the chemistry of pyridazines, XXXVI. Novel diaza-analogs of 10,11-dihydro-5H-dibenzo-[a,d]cyclohepten-5-one

EL-SHATOURY, S. A., M. M. GIRGIS and A. HASSAN: Amperometric determination of trivalent arsenic in sulphuric acid solution in the presence of fluoride ions

FALESCHINI, G., und E. NACHBAUR: Si29- und C13-NMR Untersuchungen zur Struktur persilierter Urazole

FALK, H., H. FLÖDL and U. G. WAGNER: Beiträge zur Chemie der Pyrrolpigmente, 77. Mitt.: Synthese und Struktur von b-Nor-bilatrienen-abc und b-Nor-biladienen-ac, bzw. Bi-9,9′-dipyrrinonylidenen und Bi-9,9′-dipyrrinonylenen

GEWALD, K., M. GRUNER, U. HAIN und G. SÜPTITZ: Ringsumwandlung von 2-Amino-thiophen-3-carbonsäureestern

GRUBMAYR, K., und G. KAPL: Elektrophile Substitution und nucleophile Addition an 3,4-Dihydro-5(1H)-pyrromethenonen

GRUBMAYR, K., und U. G. WAGNER: Zum Mechanismus der nucleophilen Addition an 2,3-Dihydrodipyrrin-1(10H)-one

GRUBMAYR, K., and U. G. WAGNER: Zur intramolekularen nucleophilen Addition von 2,3-Dihydropyrrin-1(10H)-onen

HASE, Y.: Isotopic product rule for solid state lithium nitrate

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

JORDIS, U., F. SAUTER, M. RUDOLF und G. CAI: Synthesen neuer Chinolon-Chemotherapeutika, 1. Mitt.: Pyridochinoline und Pyridophenanthroline als „lin-benzo-Nalidixinsäure"-Derivate

JUNEK, H., E. T. SARHAN und H. STERK: 2-Amino-1-cyan-glutaconsäure-1-methylester, ein Dimeres des Cyanessigesters und Cyanamid

KAPPE, T., und H. WILDSPANNER: Nichtsteroide Entzündungshemmer, 4. Umlagerungen von Heterocyclen, 11. Ketenoide Umlagerung und Oxidation von 2-Pyronen zu 1,4-Naphthochinon-5-alkansäuren

KUMAR, A.: An alternate method to estimate the Pitzer coefficients of apparent molal expansibility of aqueous electrolytes

MAUTNER, F. A., H. KRISCHNER und C. KRATKY: Die Kristallstruktur eines polynuklearen Co(III)-Komplexes in $Cs_2CO_3(N_3)_8$

MESSMER, A., G. HAJÓS, G. TIMÁRI and A. GELLÉRI: Novel reactions with hetaryldieneamines as activated olefins

NEUDECK, H. K.: Aromatische Spirane, 15. Mitt.: Darstellung von 2,2′-Spirobi-(s-hydrindacen)-1,1′-dion und von 4,4′disubstituierten 2,2′-Spirobi-(s-hydrindacenen)

PUCHER, R., und H. GRIENGL: Substituierte 5-Hydroxypyrimidine und ihre 0,0-Diethyl-phosphorsäure-, 0,0-Diethylthiophosphorsäure- und N,N-Dimethylcarbamidsäureester

PUZICHA, G., A. LÉVAI and L. SZILÁGYI: Oxazepines and thiazepines, XIX. Synthesis of optically active 2,3-dihydro-1,5-benzothiazepin-4(5H)-ones

REISCH, J., R. A. SALEHI-ARTIMANI, A. BATHE und M. MÜLLER: Acetylenchemie, 7. Mitt.: Mechanistische Studien zur Synthese von Pyranol[3,2-c]chinolin-Alkaloiden aus 4-Hydroxychinolin-2-onen und 3-Chlor-3-methylbut-1-in

Beobachtungen an der Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, Wien, Hohe Warte (207·5 m),

16° 21·7′ E-Länge v. Gr. *im Monat Juli 1987* 48° 14·9′ N-Breite.

Tag	Luftdruck[1] hpa					Lufttemperatur, °C in 1·85 m über dem Boden						Ausstrahlung °C[4]	Dampfdruck hpa					Relative Feuchtigkeit %				Verdunstung, mm	Tagesmittel der Bodentemperatur / °C in der Tiefe von ... m				
	7h	14h	21h	Mit.	Δ[2]	7h	14h	21h	Mit.	Max.[3]	Min.[3]	7h	7h	14h	21h	Mit.	7h	14h	21h	Mit.		0·02	0·1	0·5	1·0	2·0
1.	993·1	991·7	992·2	992·3	1·5	21·7	30·4	24·9	25·7	30·6	18·7	13·9	20·9	**24·4**	23·3	**22·9**	81	56	74	70	2·0	25·8	24·3	20·7	17·8	13·7
2.	995·1	995·5	996·7	995·8	5·0	22·0	25·8	20·0	22·6	26·4	18·3	17·8	20·0	22·5	17·3	19·9	76	68	74	73	1·6	25·8	24·5	21·3	18·2	13·8
3.	997·5	995·9	995·3	996·2	5·4	18·2	25·7	21·6	21·8	26·4	16·7	13·0	14·8	19·2	16·9	17·0	71	58	66	65	2·1	25·2	24·1	21·5	18·5	13·9
4.	996·9	995·9	996·5	996·4	5·6	20·5	26·1	21·4	22·7	26·5	17·6	13·0	15·3	15·2	15·9	15·5	64	45	62	57	3·0	24·9	24·0	21·6	18·7	14·0
5.	998·2	998·3	999·7	998·7	7·9	18·5	22·9	17·8	19·7	23·3	16·6	12·6	13·9	11·2	12·7	12·6	65	40	62	56	2·6	23·8	23·4	21·6	18·9	14·2
6.	**1000·5**	999·1	997·3	**999·0**	**8·2**	16·7	24·6	20·4	20·6	24·7	14·2	8·7	12·9	14·3	12·5	13·2	68	46	53	56	2·2	23·2	22·7	21·5	19·1	14·3
7.	995·4	993·5	992·5	993·8	3·0	19·1	27·3	22·4	22·9	27·8	14·1	8·9	15·2	15·2	13·6	14·7	69	42	50	54	2·8	23·7	22·8	21·4	19·1	14·4
8.	991·4	989·0	987·7	989·4	−1·4	19·2	28·2	24·4	23·9	28·7	15·0	9·9	14·8	18·9	17·2	17·0	67	50	56	58	2·6	24·4	23·2	21·4	19·2	14·6
9.	989·9	992·5	994·5	992·3	1·5	19·5	17·6	17·9	18·3	20·3	15·9	15·5	17·2	17·9	16·1	17·1	76	89	79	81	1·0	22·4	22·3	21·5	19·3	14·7
10.	997·4	996·3	996·7	996·8	6·0	16·6	22·2	18·7	19·2	23·7	13·9	8·5	12·5	13·3	13·2	13·0	67	50	61	59	1·8	22·1	21·6	21·1	19·3	14·8
11.	997·5	994·6	991·9	994·7	3·9	16·0	26·5	22·3	21·6	27·2	12·6	8·2	13·5	14·5	15·6	14·5	74	42	58	58	2·1	22·9	21·9	20·8	19·3	14·9
12.	991·4	989·5	989·8	990·2	−0·6	18·1	**30·7**	23·8	24·2	31·1	14·8	10·1	15·9	17·1	18·1	17·0	76	38	62	59	2·7	24·1	22·7	21·0	19·2	15·0
13.	992·7	992·1	994·1	993·0	2·2	22·0	26·1	22·0	23·4	27·0	18·8	13·3	18·4	21·2	18·0	19·2	70	63	68	67	1·6	24·5	23·3	21·3	19·2	15·1
14.	997·1	995·5	995·0	995·9	5·1	18·2	24·0	20·2	20·8	25·2	16·9	12·1	13·9	13·3	11·9	13·0	66	45	50	54	2·6	23·9	23·0	21·5	19·4	15·2
15.	993·8	992·3	991·5	992·5	1·7	17·6	27·0	23·1	22·6	27·4	14·5	9·9	13·2	17·9	18·4	16·5	66	50	65	60	2·2	24·1	23·0	21·4	19·5	15·2
16.	989·5	986·1	983·3	986·3	−4·5	21·0	29·0	24·2	24·7	29·7	18·2	13·5	18·8	23·2	22·1	21·4	76	58	73	69	3·4	24·8	23·6	21·7	19·5	15·3
17.	979·3	977·5	**977·4**	**978·1**	**−12·7**	23·2	**30·7**	25·3	**26·4**	**32·6**	20·6	15·0	20·0	15·6	16·5	17·4	70	**35**	51	**52**	3·3	25·8	24·3	22·0	19·7	15·4
18.	982·3	981·3	980·7	981·4	−9·4	20·8	29·2	27·4	25·8	30·8	18·8	13·7	15·9	19·9	17·3	17·7	65	49	48	54	**3·7**	26·2	24·5	22·2	19·8	15·5
19.	988·2	987·4	985·4	987·0	−3·8	18·4	23·6	17·0	19·7	25·6	15·3	15·2	14·4	14·9	17·9	15·7	68	52	92	71	1·4	24·0	23·4	22·3	19·9	15·6
20.	989·0	988·2	987·5	988·2	−2·6	16·8	24·2	21·4	20·8	25·7	15·1	11·4	14·0	15·5	16·7	15·4	73	51	65	63	1·6	24·8	23·5	22·2	20·1	15·7
21.	988·6	988·6	991·5	989·6	−1·2	18·1	24·7	16·0	19·6	25·5	14·8	13·0	15·5	14·7	15·9	15·4	75	47	87	70	1·9	24·9	23·6	22·1	20·1	15·7
22.	993·3	992·1	991·9	992·4	1·6	18·1	26·3	22·2	22·2	27·4	13·6	9·7	13·6	14·3	14·5	14·1	65	42	55	54	1·9	24·3	23·2	22·1	20·2	15·8
23.	992·6	991·9	990·2	991·6	0·8	20·0	28·3	23·6	24·0	28·8	17·0	13·4	16·9	18·5	21·6	19·0	73	48	74	65	1·7	26·1	24·1	22·1	20·2	15·8
24.	991·8	991·4	990·6	991·3	0·5	19·2	25·5	19·6	21·4	25·6	16·3	13·5	20·7	21·2	20·8	20·9	93	65	91	83	0·9	24·4	23·4	22·3	20·3	15·9
25.	988·9	988·2	987·8	988·3	−2·5	19·4	22·1	18·7	20·1	22·8	18·0	16·4	19·3	18·3	14·9	17·5	86	69	69	75	1·1	23·2	23·1	22·3	20·4	16·0
26.	986·7	989·0	991·4	989·0	−1·8	15·7	14·7	**12·2**	**14·2**	18·1	11·3	14·1	16·3	15·5	9·9	13·9	91	93	70	85	0·9	20·3	21·1	21·9	20·4	16·1
27.	993·5	989·8	987·8	990·4	−0·4	13·8	20·8	13·4	16·0	21·2	**10·3**	**6·2**	10·5	**9·6**	14·4	**11·5**	67	39	94	67	1·8	20·9	20·2	20·9	20·1	16·1
28.	988·6	991·8	992·9	991·1	0·3	14·5	18·4	14·1	15·7	19·1	13·4	11·7	12·7	14·3	11·9	13·0	77	67	74	73	1·3	20·7	20·1	20·5	19·8	16·2
29.	992·9	991·7	991·3	992·0	1·2	15·6	20·2	16·6	17·5	21·4	13·0	10·2	12·5	13·2	14·4	13·4	71	56	76	68	1·1	20·0	20·0	20·2	19·6	16·3
30.	989·1	986·2	986·9	987·4	−3·5	16·0	26·7	17·0	19·9	27·0	13·4	9·5	14·9	17·2	17·9	16·7	83	49	92	75	1·9	21·8	20·6	20·0	19·5	16·3
31.	988·5	989·8	991·7	990·0	−0·9	17·0	18·8	16·4	17·4	21·5	15·4	13·2	15·3	17·5	14·4	15·7	79	80	77	79	0·9	21·0	20·7	20·2	19·3	16·3
Mittel	992·0	991·1	991·0	991·3	0·5	18·4	24·8	20·2	21·1	25·8	15·6	12·1	15·6	16·8	16·2	16·2	73	54	69	65	61·7 Summe	23·7	22·8	21·4	19·5	15·2

Sommerzeit (+ 1 Stunde) **nicht** berücksichtigt!

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Tag	Bewölkung (Menge 0–10, Dichte$^{0-2}$) Witterung zum Termin				Sonnenschein[5]	Windrichtung und -stärke (0–12 Beaufort-Grade)			Windgeschwindigkeit, m/sek		Niederschlag in mm Wasserhöhe und Form				Schneehöhe[9]	Bemerkungen zum Wetterverlauf
	7h	14h	21h	Mit.		7h	14h	21h	Mit.[6]	Maximum[7]	7h	14h	21h	Sum.[8]		Intensität °,¹,²,= leicht, mäßig, stark
1.	0	1^0	6^1	2·3	12·3	NE 1	ESE 3	ENE 1	2·0	W 14·7	·	·	·	·	·	$\triangle^{0-2}$n–fr,∞^{0-2}na–m,$\leftarrow(\mathbb{R})^0\infty^0$np;
2.	10^1	9^1	4^0	7·7	5·9	WNW 2	NNW 3	NNW 3	3·3	WNW 13·1	·	·	·	·	·	$(\mathbb{R})^0$n,∞^0n–mi;
3.	10^1	7^1	1^0	6·0	11·4	NW 2	NNW 3	N 3	3·0	N 9·2	·	·	·	·	·	∞^{0-1}na–pi,∞^0abd;
4.	0	1^1	7^0	2·7	11·8	N 2	N 2	NNW 3	3·1	NNW 9·2	·	·	·	·	·	∞^0na–a,abd–npi;
5.	2^0	5^1	1^1	2·7	12·6	NNW 2	N 3	N 2	3·2	NNW 10·8	·	·	·	·	·	—
6.	0	4^1	0	1·3	13·6	NNE 2	E 3	SE 2	2·3	N 7·2	·	·	·	·	·	$\triangle^0$na–fr,abd–np;
7.	0	0	1^0	0·3	**14·4**	ESE 3	SE 4	SSE 2	3·3	SE 12·5	·	·	·	·	·	$\triangle^{0-2}$n–fr;
8.	5^0	4^1	10^1	6·3	10·2	ENE 1	ESE 3	S 2	2·5	WNW 18·3	·	·	·	0·0	·	$\triangle^{0-1}$na–fr,∞^0fr,$\leftarrow$abd–$(\mathbb{R})^0\leftarrow 21^{33}$–npi,•Tr•$0^{21\,33-47}$;
9.	7^1	10^1•	7^1	8·0	0·4	NW 3	W 2	WNW 3	3·5	W 9·7	0·0	1·5	0·4	1·9	·	•Trni,•$0^{11\,32}$–•$0^{-1}12^{02}$–14^{35}•Tr•0–15^{35}i,∞^{1-2}fr–np;
10.	4^0	8^1	1^0	4·3	11·1	W 2	W 2	N 1	2·4	W 8·3	·	·	·	·	·	$\triangle^{0-2}$n–fr,∞^{0-1}na–fr;
11.	0	1^0	1^0	0·7	14·1	E 1	E 2	S 2	1·7	SE 6·9	·	·	·	·	·	$\triangle^{0-2}$n–fr,∞^0fr–a;
12.	2^0	4^0	4^1	3·3	9·8	E 1	W 4	W 2	2·6	W 12·2	·	·	·	0·0	·	$\triangle^{0-2}$n–fr,∞^{0-1}fr–a;
13.	8^1•	2^1	8^1	6·0	7·4	NE 1	W 2	N 3	1·8	W 7·2	0·0	1·9	0·0	1·9	·	•Trfr–•Tr•$0_7{}^{10-52}$•$^{1-2}$–8^{23}•Tr•0–9^{20}i,$(\mathbb{R})^0 8^{03-25}$i,•$0\,13^{02-13}$,
14.	1^0	4^0	0	1·7	12·6	N 2	E 1	NNE 2	2·1	NNE 6·1	·	·	·	·	·	$\triangle^1$np; [17^{23-52}i;
15.	0	1^0	8^1	3·0	12·4	NNE 1	ENE 2	SE 2	1·8	NE 6·1	·	·	·	·	·	$\triangle^{0-1}$n–fr,∞^{0-1}fr–m,∞^0np;
16.	4^0	9^1	10^1	7·7	7·3	SE 2	SE 3	ESE 2	3·0	ESE 10·0	·	·	·	·	·	∞^{0-2}n–a,$\triangle^{0-1}$fr,∞^{0-1}abd–npi;
17.	2^0	8^1	5^1	5·0	11·4	SE 2	ENE 1	SSW 2	2·3	SE 11·7	·	·	·	·	·	$\triangle^0\infty^0$fr;
18.	2^1	3^1	1^0	2·0	10·6	W 2	SE 3	S 2	3·9	W 17·2	·	·	·	·	·	—
19.	4^0	6^1	8^1	6·0	5·2	W 3	ENE 1	W 4	**4·7**	W 19·7	·	·	11·3	11·3	·	•$0\,17^{49-18^{10}}$i,19^{05-29}•$^{0-1}$–20•^{2}–•$0\,20^{30-35}$,$(\mathbb{R})^{0-1}19^{05-55}$
20.	7^1	4^0	2^0	4·3	11·3	NW 2	N 2	NNE 2	2·3	W 15·0	·	·	·	·	·	$\triangle^0$np; [$\mathbb{R}^{1-2}$–$20^{20}(\mathbb{R})^{0-1}\leftarrow$abd,ـــabd,np;
21.	6^1	1^0	10^1	5·7	8·7	W 4	WNW 2	W 3	3·7	W 16·1	·	·	0·8	0·8	·	$\triangle^{1-2}$n–na,•$0\,18^{30}$–19•Tr–mU–19^{20}•$^{0-1}$–20^{35};
22.	2^0	1^1	0	1·0	13·8	W 1	ENE 2	NNE 2	1·8	W 6·7	·	·	·	·	·	$\triangle^0$fr,np; [•$^{0-2}22^{07}$–23^{45},ـــnp;
23.	2^0	5^0	9^2	5·3	10·8	W 1	NW 2	W 2	1·9	NNW **22·2**	·	·	0·2	**28·3**	·	$(\mathbb{R})^0\mathbb{R}^0$abdi,•Tr•$0$abdi,•$^{0-1}18^{57}$–$19^{07}$,$\leftarrow(\mathbb{R})^{0-1}\mathbb{R}^{1-2}$abd–np,
24.	5^1	2^1	4^1	3·7	8·8	NE 1	WNW 3	NNW 2	1·8	W 8·9	28·1	0·0	2·6	2·7	·	$\leftarrow(\mathbb{R})^0$n,$\leftarrow(\mathbb{R})^{0-1}\mathbb{R}^1$abd–npi,•Trm,abd,•$^{0-2}18^{55}$–$19^{30}$,•Trnp;
25.	9^1	8^1	8^1	8·3	0·6	WSW 2	W 2	S 1	2·9	W 10·3	0·1	0·2	0·1	1·3	·	$\leftarrow$0–nai,•Tr•^{0}nai,ai,mi,p–abdi;
26.	10^2•	10^2	8^1	9·3	0·0	NW 1	WNW 2	WNW 4	3·3	W 14·2	1·0	10·9	0·0	10·9	·	•Tr•^{0}n–mU–4^{30}•$^{0-1}$–7^{25}•$^{1-2}$–11•^{0}–13,•Trp–mU–•$0\,16^{17}$
27.	2^1	9^1	10^1•	7·0	9·4	W 4	WSW 4	SW 1	**4·7**	W 15·6	·	·	2·7	5·0	·	•$0\,16^{17}$–19^{15}•$^{0-1}$–21^{30},•Tr•$0\,21^{43}$–23^{30}•$^{0-1}$–24; [–17^{05}i;
28.	7^1•	8^1	8^0	7·7	4·0	W 4	W 3	W 1	4·2	W 15·0	2·3	0·6	0·0	0·6	·	•$^{0-1}$0–2^{05}i,•^{0}na,fr–mi,•$^{1}12^{30-45}$•Tr–12^{55},•$0\,14^{01-10}$;
29.	2^0	9^1	3^1	4·7	7·3	WSW 1	WNW 3	WSW 2	1·9	W 8·9	·	0·0	0·0	0·0	·	$\triangle^{0-1}$n–fr,•$0\,13^{19}$–14^{55}i;
30.	1^1	7^1	10^2•	6·0	10·2	NE 1	ESE 4	W 3	3·0	W 14·4	·	·	5·8	6·6	·	$\mathbb{R}^{0-1}18^{45}$–19^{15},•Tr18^{47-51}•$^{1-2}$–19^{02}•Tr–mU–19^{57}•$^{1-2}$–21^{10}
31.	10^1	9^1	9^1	9·3	0·8	W 3	WNW 1	WNW 2	3·7	W 13·6	0·8	0·2	3·4	3·6	·	•Tr•^{0}n–pi,•$^{0-2}14^{22-55}$; [•^{0}–np,$\leftarrow(\mathbb{R})^0\mathbb{R}^0$abd–np;
Summe	–	–	–	–	280·2	–	–	–	–	–	32·3	15·3	27·3	74·9	–	Tage mit: •,⁎▲ ≡$^{0-2}$ ℝ (ℝ) ⊠ ـــ ـــ
Mittel	4·0	5·2	5·3	4·8	9·0	1·9	2·5	2·2	2·8	12·0	–	–	–	–	–	12 0 4 7 0 2 0

Tagesmittel ($7^h+14^h+21^h$): 3. [1] Mit Schwerekorrektur und mit Instrumentenkorrektur. *Gc* = +0·25 hpa, *Bc* = 0·00 hpa. [2] △ = Abweichung vom langjährigen Mittel. [3] Aus der Registrierung von 0–24 Uhr. [4] Temperaturminimum in 6 *cm* über dem Boden. [5] Dauer in Stunden. [6] 24stündiges Mittel. [7] Augenblickswert. [8] Von 7^h bis 7^h. [9] Um 7^h in *cm*.

Verwendete Zeichen und Abkürzungen: •Regen, ,Nieseln, ⁎Schnee, ▲Hagel, △Graupeln, ⧋Eisregen, ≡Nebel, =Nebeldunst, ≡:Nebelreißen, ⌓Tau, ⌴Reif, VRauhreif, ~Glatteis, ℝGewitter über Ort, (ℝ) Gewitter in Umgebung, $\leftarrow$Wetterleuchten, ∞Dunst, •Tr Regentropfen, ⁎Fl Schneeflocken, ⊠Schneedecke, ـــ Windstärke 6 und mehr, ـــ Windstärke 8 und mehr, mU oder i mit Unterbrechungen, na frühmorgens, fr früh, a vormittags, m mittags, p nachmittags, abd abends, np spätabends, n nachts (bezieht sich auf die vorangegangene Nacht, wenn n allein steht).

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Beobachtungen an der Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, Wien, Hohe Warte (207·5 m),

16° 21·7′ E-Länge v. Gr. *im Monat August 1987* 48° 14·9′ N-Breite.

Tag	Luftdruck[1] hpa					Lufttemperatur, °C in 1·85 m über dem Boden						Ausstrahlung °C[4]	Dampfdruck hpa					Relative Feuchtigkeit %				Verdunstung, mm	Tagesmittel der Bodentemperatur / °C in der Tiefe von ... m				
	7h	14h	21h	Mit.	Δ[2]	7h	14h	21h	Mit.	Max.[3]	Min.[3]	7h	7h	14h	21h	Mit.	7h	14h	21h	Mit.		0·02	0·1	0·5	1·0	2·0
1.	989·9	986·6	986·1	987·5	−3·4	16·6	22·2	17·7	18·8	23·2	13·3	9·5	13·2	14·9	16·8	15·0	70	56	83	70	1·2	21·0	20·3	20·1	19·3	16·3
2.	989·1	988·6	988·5	988·7	−2·2	15·6	17·2	14·4	15·7	17·5	14·0	10·3	13·9	14·5	15·6	14·7	79	74	95	83	0·6	20·2	19·9	20·0	19·2	16·4
3.	989·3	989·7	989·1	989·4	−1·5	15·8	17·4	17·1	16·8	19·0	14·7	12·2	17·1	17·1	18·1	17·4	95	86	93	91	0·4	19·9	19·6	19·6	19·1	16·3
4.	987·4	988·3	990·3	988·7	−2·2	17·4	18·8	15·0	17·1	21·9	14·3	12·9	18·7	14·5	11·6	14·9	94	67	68	76	1·4	19·9	19·8	19·5	19·0	16·3
5.	988·9	989·4	990·7	989·7	−1·2	14·0	16·7	12·0	14·2	17·6	10·8	11·0	12·4	11·3	10·5	11·4	77	60	75	71	1·4	18·9	18·8	19·3	18·8	16·3
6.	989·9	989·7	991·8	990·5	−0·4	12·7	14·5	**11·6**	**12·9**	17·9	**9·4**	**5·5**	**10·0**	11·1	**10·0**	**10·4**	68	67	73	69	1·2	17·7	17·9	18·8	18·7	16·3
7.	990·2	989·4	991·8	990·5	−0·4	12·0	17·9	15·6	15·2	18·6	10·3	6·4	11·2	13·3	13·9	12·8	80	65	79	75	1·0	18·1	17·7	18·4	18·4	16·3
8.	994·3	994·1	994·5	994·3	3·4	14·2	22·1	17·2	17·8	23·2	12·9	9·9	12·5	10·5	13·1	12·0	78	**40**	66	61	1·4	20·5	19·3	18·4	18·3	16·3
9.	993·4	989·1	990·7	991·1	0·2	13·6	23·0	18·4	18·3	24·3	11·3	7·9	13·6	16·7	15·3	15·2	87	60	72	73	1·7	20·9	20·1	18·7	18·2	16·3
10.	991·4	992·5	993·9	992·6	1·7	16·1	15·4	16·1	15·9	23·0	14·2	11·1	14·1	15·3	12·3	13·9	77	88	67	77	1·4	19·9	20·2	19·1	18·2	16·3
11.	995·3	993·8	994·2	994·4	3·5	15·6	21·4	17·1	18·0	21·7	12·4	8·0	11·5	11·3	11·7	11·5	65	45	60	**57**	1·7	20·7	20·2	19·3	18·3	16·2
12.	994·5	993·1	993·3	993·6	2·7	13·8	20·1	16·2	16·7	20·5	11·8	8·1	11·9	10·5	11·7	11·4	75	45	64	61	1·2	20·3	20·0	19·3	18·4	16·2
13.	992·9	995·3	994·9	994·4	3·5	13·3	17·4	13·4	14·7	18·1	12·1	11·8	13·7	13·3	12·9	13·3	90	67	84	80	0·5	19·5	19·3	19·3	18·4	16·2
14.	989·7	989·7	989·5	989·6	−1·5	14·4	20·6	18·4	17·8	22·2	12·0	9·4	13·3	18·3	19·6	17·1	82	76	93	84	0·4	20·4	19·1	18·9	18·4	16·2
15.	987·0	987·5	991·5	988·7	−2·4	16·8	19·2	18·2	18·1	24·5	16·1	13·5	18·1	13·1	10·8	14·0	95	59	52	69	1·7	20·3	20·2	19·0	18·4	16·2
16.	994·3	994·5	995·1	994·6	3·5	16·5	21·0	16·5	18·0	21·4	15·6	11·3	12·3	12·0	13·1	12·5	66	48	70	61	1·7	21·0	20·1	19·0	18·4	16·2
17.	994·3	992·3	991·0	992·5	1·4	16·4	23·6	20·2	20·1	24·3	15·3	13·4	14·7	15·7	17·2	15·9	79	54	73	69	1·1	22·4	21·1	19·2	18·3	16·2
18.	989·3	988·5	989·7	989·2	−1·9	16·2	25·8	20·6	20·9	26·3	14·7	11·1	16·9	**20·8**	18·9	**18·9**	92	63	78	78	1·4	22·7	21·6	19·6	18·4	16·2
19.	989·5	992·9	994·7	992·4	1·3	21·2	25·0	19·1	21·8	26·0	18·6	15·7	18·5	17·6	18·0	18·0	74	55	81	70	1·8	23·0	22·2	19·9	18·5	16·2
20.	997·3	996·5	997·5	**997·1**	**5·9**	18·4	24·2	18·8	20·5	24·6	16·7	13·2	16·9	17·3	16·8	17·0	80	57	78	72	1·4	23·4	22·3	20·3	18·8	16·3
21.	**997·9**	995·5	995·0	996·1	4·9	16·6	23·9	17·7	19·4	24·5	14·3	10·1	14·9	16·1	15·5	15·5	79	54	76	70	1·3	22·8	21·9	20·4	18·9	16·2
22.	994·2	992·1	991·7	992·7	1·5	15·3	24·2	19·0	19·5	24·5	13·9	9·8	15·5	15·7	14·0	15·1	89	52	64	68	2·3	22·9	21·5	20·4	19·0	16·2
23.	990·5	989·7	989·3	989·8	−1·5	16·4	25·2	20·2	20·6	25·4	14·8	9·6	13·1	16·0	12·7	13·9	70	50	54	58	3·3	22·4	21·6	20·3	19·1	16·3
24.	990·2	987·9	987·8	988·6	−2·7	16·8	26·7	22·8	**22·1**	27·5	15·9	11·5	15·5	15·6	16·1	15·7	81	45	58	61	**3·4**	23·0	22·0	20·4	19·1	16·3
25.	987·0	**985·3**	987·7	**986·7**	**−4·8**	18·6	**26·9**	17·9	21·1	**28·0**	15·8	13·0	15·7	18·0	18·3	17·3	73	51	89	71	2·6	23·2	22·1	20·5	19·2	16·3
26.	990·1	991·0	990·9	990·7	−0·8	16·1	22·1	19·2	19·1	23·3	13·9	9·0	12·5	13·9	15·5	14·0	69	52	70	64	1·3	22·1	21·4	20·5	19·2	16·4
27.	990·2	988·1	988·6	989·0	−2·6	16·2	24·6	19·7	20·2	25·2	14·9	9·9	17·3	18·3	17·6	17·7	94	59	77	77	1·4	21·9	21·4	20·4	19·3	16·4
28.	993·5	993·8	996·5	994·6	2·9	15·4	21·5	16·5	17·8	21·8	14·8	12·5	14·5	14·9	14·7	14·7	83	58	78	73	1·3	21·3	20·8	20·3	19·3	16·5
29.	997·0	996·9	996·9	996·9	4·9	16·4	17·4	17·1	17·0	19·3	15·8	13·9	13·7	14·4	15·1	14·4	74	73	78	75	1·2	20·2	20·1	20·0	19·2	16·5
30.	997·1	995·8	994·2	995·7	3·6	17·3	22·9	17·3	19·2	23·6	16·3	13·5	16·5	16·0	15·9	16·1	84	57	80	74	1·1	21·4	20·6	19·7	19·1	16·6
31.	994·5	993·1	995·7	994·4	2·1	15·4	24·6	17·7	19·2	25·2	13·7	9·5	15·2	15·5	11·9	14·2	87	50	59	65	1·8	21·5	20·9	19·7	19·0	16·6
Mittel	991·9	991·3	992·0	991·8	0·6	15·8	21·4	17·4	18·2	22·7	14·0	10·8	14·5	15·0	14·7	14·7	80	59	74	71	45·6 Summe	21·1	20·5	19·6	18·8	16·3

Sommerzeit (+ 1 Stunde) **nicht** berücksichtigt!

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Tag	Bewölkung (Menge 0–10, Dichte$^{0-2}$) Witterung zum Termin				Sonnenschein[5]	Windrichtung und -stärke (0–12 Beaufort-Grade)			Windgeschwindigkeit, m/sek		Niederschlag in mm Wasserhöhe und Form				Schneehöhe[9]	Bemerkungen zum Wetterverlauf
	7h	14h	21h	Mit.		7h	14h	21h	Mit.[6]	Maximum[7]	7h	14h	21h	Sum.[8]		Intensität $^{0,1,2,=}$ leicht, mäßig, stark
1.	9^{1}	10^{1}	$8^{1}\bullet$	9·0	2·2	W 3	W 4	W 3	4·8	W 14·7	·	0·0	0·1	1·0	·	$\bullet^{0}$mi,pi,19^{36}–$20^{45}\bullet$Tr–21^{02}i,≤abd,$\bullet^{0-1}21^{17}$–22^{05},$\bullet^{0}$np;
2.	10^{1}	9^{1}	10^{1}	9·7	0·7	W 3	SW 3	SW 2	3·5	WSW 11·7	0·9	1·0	1·9	**8·3**	·	$\bullet$Tr$\bullet^{0}$a–$\bullet^{0-1}10^{10}$–11^{54},$\bullet$Tr$\bullet^{0}$pi,$\bullet^{0-1}15^{35}$–17^{25},abd–npi;
3.	$9^{2}\bullet$	10^{1}	5^{1}	8·0	0·4	WSW 1	W 2	WSW 1	1·6	W 7·5	5·4	1·2	1·4	2·7	·	$\bullet^{0-1}$n–fri,$\bullet^{0}$a,m,$\bullet$Tr$\bullet^{0}13^{09}$–16^{25}i,$\bullet^{0-1}18^{03}$–20^{45}i,$\bullet$Trnp;
4.	9^{1}	$10^{1}\bullet$	10^{1}	9·7	1·4	W 1	WNW 2	W 4	3·6	NW 13·6	0·1	0·0	0·0	0·0	·	$\bullet$Trn,$\bullet$Tr$\bullet^{0}2^{46}$–4i,12^{51}–13,$\bullet$Trpi;
5.	9^{1}	9^{1}	7^{1}	8·3	2·5	WSW 1	W 3	W 3	4·6	W 12·5	0·0	·	0·0	0·1	·	$\bullet$Trfr,$\bullet^{0}15^{19-40}$,17^{14}–18^{46}i,npi;
6.	1^{1}	4^{1}	3^{1}	2·7	9·9	W 3	WSW 2	WNW 1	4·0	WSW 12·5	0·1	0·9	·	0·9	·	$\frown^{0-1}$n–fr,np,$\bullet^{0}11^{07-23}$,$\bullet^{1}11^{29-45}\bullet$Tr–12i,$\bullet^{0-1}13^{32-48}$;
7.	$10^{1}\bullet$	8^{1}	10^{1}	9·3	0·6	ESE 3	SE 2	WNW 1	2·0	SSE 8·9	0·0	0·1	·	0·1	·	$\frown^{0-1}$n–na,$\bullet$Tr$\bullet^{0}6^{38}$–8^{55}i;
8.	9^{1}	2^{0}	0	3·7	10·8	W 2	SW 1	WSW 1	1·9	W 6·9	0·0	·	·	·	·	$\bullet$Tr3^{23-26},5^{21-24},$\frown^{0}$np;
9.	5^{0}	7^{0}	10^{1}	7·3	10·1	ENE 1	SE 4	W 3	3·1	SSE 12·8	·	·	1·0	1·0	·	(R)^{0}R$^{0}17^{25}$–18^{15},$\bullet^{0-1}17^{43}$–$18^{12}\bullet$Tr–18^{15},npi;
10.	6^{1}	6^{1}	1^{1}	4·3	9·2	W 2	WNW 2	W 3	4·4	W 17·5	0·0	4·4	·	4·4	·	$\bullet^{0}13^{16}$–$\bullet^{2}13^{27-48}\bullet$Tr–$13^{55}$,(R)$^{0}13^{30-45}$;
11.	2^{0}	3^{1}	6^{1}	3·7	8·4	WNW 2	NNW 1	NW 1	2·2	W 7·5	·	·	·	·	·	$\frown^{0-1}$n–fr;
12.	10^{0}	10^{1}	9^{1}	9·7	3·5	C 0	C 0	WNW 1	0·9	NE 3·6	·	·	0·0	2·4	·	$\frown^{0-1}$na–fr,$\bullet$Tr14^{43-47},15^{19-23};
13.	$10^{2}\bullet$	8^{1}	2^{0}	6·7	3·1	NNE 1	NW 1	W 1	1·1	NE 4·4	2·4	4·7	·	4·7	·	$\bullet$Tr$\bullet^{0}$n–$\bullet^{0-1}4^{10-30}$,4^{46}–$5^{10}\bullet$Tr–mU–$5^{40}\bullet^{0-2}$–9,$\bullet$Tra;
14.	7^{1}	7^{0}	8^{1}	7·3	3·6	S 2	S 1	E 1	1·5	S 6·1	0·0	1·7	2·2	3·9	·	$\bullet$Trfri,$\bullet^{0-2}7^{51}$–11^{42}i,(R)^{0}R^{0}m,(R)^{0}p,$\bullet^{0}$abd–mU–$\bullet^{2}19^{40-46}$,
15.	$9^{1}\equiv$	$10^{2}\bullet$	3^{1}	7·3	3·1	ENE 1	W 3	NW 3	3·2	W 18·3	0·0	0·3	0·8	1·1	·	$\equiv^{1}$fr,$\bullet$Tr$\bullet^{0}$a,$\bullet^{0-1}\bullet$Tr12^{46}–15^{25}i,(R)^{0}p; [$\bullet^{0}$npi;
16.	8^{1}	4^{1}	9^{1}	7·0	9·1	WNW 4	NNW 3	NNW 1	3·9	W 12·8	·	·	·	0·0	·	$\bullet$Tr23^{30}–24i;
17.	10^{1}	7^{1}	0	5·7	6·0	NE 1	WNW 1	S 1	1·2	W 5·6	0·0	·	·	·	·	$\bullet$Trni,$\frown^{0}$fr,np,∞^{0}fr;
18.	0	6^{0}	8^{1}	4·7	5·4	ESE 1	S 1	W 3	2·6	W 16·4	·	·	0·0	0·0	·	$\frown^{0-2}$n–a,(R)^{0}abd,$\bullet^{0}19^{17-38}$i,20^{14}–22^{10}i,≤abd;
19.	5^{1}	8^{2}	9^{1}	7·3	7·1	W 5	NNW 1	W 3	**5·3**	WNW 17·2	0·0	·	3·3	3·4	·	(R)^{0}p,$\bullet^{0-1}15^{32}$–16^{05}i,$\bullet^{2}16^{35-46}$,$\bullet^{0-1}$abd,$\bullet$Tr$\bullet^{0}$npi;
20.	4^{1}	2^{1}	2^{0}	2·7	8·2	NW 3	NNW 2	NNE 2	3·2	NW 10·8	0·1	·	·	·	·	$\bullet$Tr$\bullet^{0}$0–1^{43},$\frown^{0-1}$abd–np;
21.	0	6^{1}	4^{0}	3·3	10·9	N 1	E 1	W 1	1·1	N 5·0	·	·	·	·	·	$\frown^{1-2}$n–fr,∞^{0-1}fr–m,abd–npi,$\frown^{0}$abd–np;
22.	1^{0}	1^{0}	0	0·7	12·0	E 1	SE 3	SE 3	3·5	ESE 11·4	·	·	·	·	·	$\frown^{0-2}$n–fr,∞^{0-1}n–a;
23.	0	0	0	0·0	**12·6**	SSE 3	SE 4	SSE 3	4·7	SE 14·2	·	·	·	·	·	—
24.	0	0	0	0·0	11·6	SE 2	SE 4	SSE 3	4·0	SE 14·4	·	·	·	·	·	$\frown^{0-1}$na–fr,∞^{0}fr;
25.	2^{0}	9^{1}	$10^{1}\bullet$	7·0	7·3	SE 2	SE 4	S 2	3·9	SSE 13·3	·	·	3·2	4·0	·	$\bullet^{0}$pi,$\bullet^{0-1}18^{17}$–mU–$19^{50}\bullet^{1-2}$–$20^{25}\bullet^{0-1}$–22i,(R)$^{0}20^{40}$–22i;
26.	7^{1}	5^{1}	7^{1}	6·3	7·3	W 1	SSW 1	ESE 1	2·3	W 13·1	0·8	·	·	·	·	∞^{0}n;
27.	9^{1}	9^{0}	7^{1}	8·3	5·5	ESE 2	ENE 2	WSW 4	2·4	W **19·7**	·	·	·	1·5	·	$\frown^{0-2}$n–a,$\bullet^{0}21^{20-40}$,$\bullet^{2}21^{50}$–22^{25}i,$\bullet^{0}23^{57}$–24;
28.	8^{1}	5^{1}	10^{1}	7·7	4·7	W 3	W 4	W 3	5·0	W 14·2	1·5	1·1	3·1	4·2	·	$\bullet^{0-1}0$–5^{20}i,$\bullet$Tra–mU–$\bullet^{1}11^{14-28}$,$\bullet^{0}15^{19}$–$\bullet^{2}15^{29-43}$;
29.	$10^{2}\bullet$	10^{2}	4^{1}	8·0	0·8	W 3	W 2	⌃W 3	4·4	WNW 14·2	0·0	0·0	0·0	0·0	·	$\bullet$Trni,fr,$\bullet$Tr$\bullet^{0}$ai,12^{27}–13^{40}i,16^{08-17};
30.	10^{2}	4^{1}	0	4·7	6·2	W 2	NW 2	SW 1	2·4	W 8·3	0·0	·	·	·	·	∞^{0}fr,$\bullet$Tr$\bullet^{0}5^{36}$–6^{36}i,$\frown^{0-1}$abd–np;
31.	1^{1}	7^{1}	5^{0}	4·3	9·1	S 1	NNW 2	N 2	2·2	NNE 7·5	·	·	·	·	·	$\frown^{0-1}$n–fr,∞^{0}fr;
Summe	–	–	–	–	193·3	–	–	–	–	–	11·3	15·4	17·0	43·7	–	Tage mit: $\bullet$,$\ast$,▲ $\equiv^{0-2}$ R (R) ⊠ ⩲ ⩲
Mittel	6·1	6·3	5·4	5·9	6·2	2·0	2·2	2·1	3·0	11·5	–	–	–	–	–	16 1 2 7 0 1 0

Tagesmittel ($7^{h}+14^{h}+21^{h}$): 3. [1] Mit Schwerekorrektur und mit Instrumentenkorrektur. *Gc* = +0·25 hpa, *Bc* = 0·00 hpa. [2] △ = Abweichung vom langjährigen Mittel. [3] Aus der Registrierung von 0–24 Uhr. [4] Temperaturminimum in 6 *cm* über dem Boden. [5] Dauer in Stunden. [6] 24stündiges Mittel. [7] Augenblickswert. [8] Von 7^{h} bis 7^{h}. [9] Um 7^{h} in *cm*.

Verwendete Zeichen und Abkürzungen: • Regen, , Nieseln, ✳ Schnee, ▲ Hagel, △ Graupeln, ⧋ Eisregen, ≡ Nebel, = Nebeldunst, ≡: Nebelreißen, ⌓ Tau, ⌴ Reif, V Rauhreif, ~ Glatteis, R Gewitter über Ort, (R) Gewitter in Umgebung, ≤ Wetterleuchten, ∞ Dunst, •Tr Regentropfen, ✳Fl Schneeflocken, ⊠ Schneedecke, ⩲ Windstärke 6 und mehr, ⩲ Windstärke 8 und mehr, mU oder i mit Unterbrechungen, na frühmorgens, fr früh, a vormittags, m mittags, p nachmittags, abd abends, np spätabends, n nachts (bezieht sich auf die vorangegangene Nacht, wenn n allein steht).

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

ANZEIGER

DER

ÖSTERREICHISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE KLASSE

Jahrgang 1987 **Nr. 7**

Sitzung vom 6. November 1987

Das wirkliche Mitglied Edmund HLAWKA legt für die Aufnahme in den Anzeiger die folgende Arbeit vor:

METRISCHE SÄTZE ÜBER SCHWACH GLEICHMÄSSIG GLEICHVERTEILTE FUNKTIONEN

Von Michael DRMOTA

1. Einleitung

Sei X eine kompakte, zusammenhängende, homogene Mannigfaltigkeit, auf der die Gruppe G transitiv operiert und bezeichne μ das vom Haarschen Maß auf G induzierte Wahrscheinlichkeitsmaß auf X. Eine Funktion $\omega: [0, \infty) \to X$ heißt schwach gleichmäßig gleichverteilt (sgg.), wenn für alle stetigen Funktionen $f: X \to \mathbb{R}$

$$\lim_{T \to \infty} \overline{\lim_{K \to \infty}} \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \left| \frac{1}{T} \int_{kT}^{(k+1)T} f(\omega(t))\, dt = \int_X f d\mu \right| = 0 \tag{1}$$

gilt. Es ist dies eine Verallgemeinerung des von E. HLAWKA [5] für Folgen eingeführten Begriffs. In [5] wird auch gezeigt, daß in kompakten, metrisierbaren Gruppen fast alle Folgen sgg. sind. Ein allgemeinerer Beweis für kompakte metrisierbare Räume findet man in [1], wo ein ergodentheoretischer Zugang gewählt wurde. Es soll nun ein analoges Ergebnis für Funktionen abgeleitet werden.

Dazu betrachte man auf X einen Markoffprozeß mit den Übergangswahrscheinlichkeiten $P(t, x, E)$ ($t \geqslant 0$, $x \in X$, $E \subseteq X$ Borelmenge), wobei die sogenannte Chapman—Kolmogoroff-Gleichung

$$\int_X P(t, y, E)\, P(s, x, d\mu(y)) = P(s + t, x, E) \tag{2}$$

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

erfüllt sein soll. Sei C die Menge aller stetigen Funktionen $\omega: [0, \infty) \to X$, so wird durch die Festlegung

$$\nu(\{\omega \in C : \omega(t) \in E\}) := \mu(E) \quad (t \geqslant 0,\ E \subseteq X \text{ Borelmenge})$$

$$\nu(\{\omega \in C : (\omega(t_1), \ldots, \omega(t_n)) \in B\}) := \tag{3}$$

$$= \int_B P(t_n - t_{n-1}, x_{n-1}, d\mu(x_n)) \ldots P(t_2 - t_1, d\mu(x_2))\, d\mu(x_1)$$

$$(n \geqslant 2, 0 \leqslant t_1 < \ldots < t_n, B \subseteq X^n \text{ Borelmenge})$$

ein Maß auf C festgelegt. Es soll weiters vorausgesetzt werden, daß die Übergangswahrscheinlichkeiten homogen sind, für alle $g \in G$ also $P(t, g \cdot x, g \cdot E) = P(t, x, E)$ gilt. Dies bedingt, daß ν translationsinvariant wird, d. h. $\nu(M) = \nu(g \cdot M)$ für alle $g \in G$.

2. Ein allgemeiner metrischer Satz

Satz 1. *Sei X eine kompakte, zusammenhängende, homogene, Riemannsche Mannigfaltigkeit und μ das natürliche Wahrscheinlichkeitsmaß auf X. Weiters bezeichnen $P(t, x, E)$ homogene Übergangswahrscheinlichkeitsmaße eines Markoffprozesses auf X, für die für ein $t_0 > 0$ und ein $c > 0$ für alle $x \in X$ und alle Borelmengen $E \subseteq X$ $P(t_0, x, E) \geqslant c\,\mu(E)$ gilt. Dann sind ν-fast alle Funktionen $\omega \in C$ schwach gleichmäßig gleichverteilt.*

Beweis. Zunächst sei bemerkt, daß es reicht, (1) für ein abzählbares Erzeugendensystem eines in den stetigen Funktionen $f: X \to \mathbb{R}$ dicht liegenden Teilraums zu zeigen. Weiters kann man o. B. d. A. annehmen, daß für so eine Funktion f des Erzeugendensystems $\|f\| = \max_{x \in X} |f(x)| = 1$ und $\int_X f\, d\mu = 0$ gelten, da (1) für konstante Funktionen immer gilt. Bezeichne für ein $\omega \in C$

$$F_T(\omega) = \left| \frac{1}{T} \int_0^T f(\omega(t))\, dt \right|, \tag{4}$$

so gilt nach [3, Theorem 1] für ν-fast alle $\omega \in C$

$$\lim_{T \to \infty} F_T(\omega) = \lim_{N \to \infty} F_N(\omega) = 0\ . \tag{5}$$

Damit gibt es nach dem Satz von Egoroff für jedes $m \geqslant 1$ ein $S_m \subseteq C$ mit $\nu(S_m) > 1 - 1/(2m)$, so daß F_N bzw. F_T auf S_m gleichmäßig gegen 0 konvergiert. Es gelte daher $F_T(\omega) \leqslant 1/(2m)$ für alle $T \geqslant T(m)$ und alle $\omega \in S_m$.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Betrachte man nun die Halbgruppe ν-maßerhaltender Transformationen $((\mathbf{T}_t)_{t \geqslant 0}$ auf $L^1(C)$, die durch $(\mathbf{T}_t g)(\omega) = g(\omega_t)$ $(\omega_t(s) = \omega(s+t))$ definiert ist (siehe [3]). Sei $N \geqslant T(m)$ eine natürliche Zahl, dann folgt aus dem Ergodensatz [7, Satz 3.2.1]

$$\lim_{K \to \infty} \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} (\mathbf{T}_{kN} \chi_{S_m})(\omega) = h(\omega) \tag{6}$$

(χ_{S_m} bezeichne die charakteristische Funktion von S_m) für alle $\omega \in R_{mN}$ mit $\nu(R_{mN}) = 1$ und für ein h mit $T_N h = h$. Wie in [3] kann mit Hilfe der Bedingung $P(t_0, x, E) \geqslant c\,\mu(E)$ gezeigt werden, daß h konstant ist. Diese Konstante berechnet sich mit Hilfe des Satzes von Lebesgue zu

$$\int_C h\,d\nu = \lim_{K \to \infty} \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \int_C \chi_{S_m}(\omega_{kN})\,d\nu(\omega) = \nu(S_m)\ . \tag{7}$$

Folglich gibt es für alle $\omega \in R_{mN}$ eine Folge natürlicher Zahlen $(k_h)_{h \geqslant 1}$, deren Dichte in den natürlichen Zahlen kleiner als $1/(2m)$ ist, sodaß für alle k, die von den k_h verschieden sind, ω_{kN} in S_m liegt. Damit gilt für alle $\omega \in R_{mN}$

$$\begin{aligned} &\overline{\lim_{K \to \infty}} \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \left| \frac{1}{N} \int_{kN}^{(k+1)N} f(\omega(s))\,ds \right| = \overline{\lim_{K \to \infty}} \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \mathbf{T}_{kN} F_N(\omega) \leqslant \\ &\leqslant \overline{\lim_{K \to \infty}} \left(\frac{1}{K} \sum_{\substack{0 \leqslant k \leqslant K-1 \\ \omega_{kN} \in S_m}} F_N(\omega_{kN}) + \frac{1}{K} \sum_{\substack{0 \leqslant k \leqslant K-1 \\ \omega_{kN} \notin S_m}} 1 \right) \leqslant \frac{1}{2m} + \frac{1}{2m} = \frac{1}{m}\ . \end{aligned} \tag{8}$$

Daher gilt für ν-fast alle Funktionen, nämlich für $\omega \in \bigcap_{m=1}^{\infty} \bigcap_{N=T(m)}^{\infty} R_{mN}$,

$$\lim_{N \to \infty} \overline{\lim_{K \to \infty}} \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} F_N(\omega_{kN}) = 0\ . \tag{9}$$

Ist nun $T \in \mathbb{R}$, so gilt

$$\frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} F_T(\omega_{kT}) \leqslant \frac{1}{KT/[\sqrt{T}]} \sum_{j=0}^{\lfloor K\sqrt{T} \rfloor} F_{[\sqrt{T}]}(\omega_{j[\sqrt{T}]}) + \frac{2}{[\sqrt{T}]}\ , \tag{10}$$

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

womit der Satz bewiesen ist, wenn man noch den abzählbaren Durchschnitt über die Funktionen des Erzeugendensystems bildet.

Bemerkung. Oft betrachtet man anstelle des Maßes ν auf C Maße $\nu_w (w \in X)$ auf den Mengen $C_w = \{\omega \in C : \omega(0) = w\}$ mit der Definition

$$\nu_w(\{\omega \in C_w : (\omega(t_1), \ldots, \omega(t_n)) \in B\}) = \tag{11}$$

$$= \int_B P(t_n - t_{n-1}, x_{n-1}, d\mu(x_n)) \ldots P(t_2 - t_1, x_1, d\mu(x_2)) P(t_1, w, d\mu(x_1)) .$$

Wegen der Eigenschaft, daß die sgg. Funktionen aus C_w durch Translation bijektiv auf die sgg. Funktionen aus $C_{w'}$ abgebildet werden können und daß immer

$$\nu(M) = \int_X \nu_w(M \cap C_w)\, d\mu(w) \tag{12}$$

gilt, sind auch für alle $w \in X$ ν_w-fast alle Funktionen aus C_w sgg.

3. Verallgemeinerung auf Gewichte

Bezeichne $p(t)\,(t \geqslant 0)$ eine positive, Riemannintegrierbare Gewichtsfunktion, sodaß

$$P(T) = \int_0^T p(t)\, dt \tag{13}$$

für $T \to \infty$ gegen ∞ konvergiert. Die einfachste Verallgemeinerung der schwach gleichmäßigen Gleichverteilung ist durch die Forderung

$$\lim_{T \to \infty} \overline{\lim_{K \to \infty}} \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \left| \frac{1}{P(T)} \int_0^T p(t) f(\omega(t + kT))\, dt - \int_X f\, d\mu \right| = 0 \tag{14}$$

für alle stetigen $f : X \to \mathbb{R}$ gegeben.

Ist $p(t)$ monoton und gilt $p(T)\, T = 0(P(T))$, so folgt mittels partieller Integration, daß jede sgg. Funktion $\omega(t)$ auch sgg. bezüglich $p(t)$ im Sinne (14) ist. Man erhält daher

Satz 2. *Sei $p(t)$ eine monotone, positive, Riemannintegrierbare Gewichtsfunktion mit* (13) *und $p(T)\, T = 0(P(T))$. Dann sind unter den Voraussetzungen von Satz* 1 *ν-fast alle Funktionen sgg. bezüglich $p(t)$ im Sinne* (14).

Fordert man schwächere Wachstumsbedingungen für $p(t)$, so muß der betrachtete Markoffprozeß spezialisiert werden. Von nun an beziehe

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

sich alles auf jenen, dem die Wärmeleitungsgleichung $\Delta u = \frac{\partial u}{\partial t}$ zugeordnet ist (siehe etwa [3]). Hier kann man mit den Methoden von [2] und [3] zeigen, daß unter der Bedingung $p(T)\,T^{\alpha} = 0\,(P(T))$ für ein $\alpha > 0$ ν-fast alle Funktionen bezüglich $p(t)$ gleichverteilt sind, also

$$\lim_{T\to\infty} \frac{1}{P(T)} \int_0^T p(t) f(\omega(t))\, dt = \int_X f\, d\mu \tag{15}$$

gilt. Durch unmittelbare Übertragung des Beweises von Satz 1 erhält man sofort

Satz 3. *Sei $p(t)$ eine positive, Riemannintegrierbare Gewichtsfunktion mit* (13) *und $p(T)\,T^{\alpha} = 0\,(P(T))$ für ein $\alpha > 0$. Dann sind ν-fast alle Funktionen sgg. bezüglich $p(t)$ im Sinne* (14), *wenn man den der Wärmeleitungsgleichung $\Delta u = \frac{\partial u}{\partial t}$ zugeordneten Markoffprozeß zugrundelegt.*

Eine andere Möglichkeit, die schwach gleichmäßige Gleichverteilung für Gewichte zu verallgemeinern, ist zu fordern, daß

$$\lim_{T\to\infty} \overline{\lim_{K\to\infty}} \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \left| \frac{1}{P(T)} \int_{P^{-1}(kP(T))}^{P^{-1}((k+1)P(T))} p(t) f(\omega(t))\, dt - \int_X f\, d\mu \right| = 0 \tag{16}$$

für alle stetigen $f: X \to \mathbb{R}$ gilt. Man erkennt sofort, daß $\omega(t)$ genau dann in diesem Sinn sgg. bezüglich $p(t)$ ist, wenn $\omega(P^{-1}(t))$ im ursprünglichen Sinn sgg. ist. Diese Begriffsbildung kann sicher nicht mehr direkt mit ergodentheoretischen Methoden untersucht werden. Es empfiehlt sich ein direkter Zugang, der am einfachsten im euklidischen Fall anzuwenden ist. Sei also X jetzt der n-dimensionale Torus $\mathbb{R}^n/\mathbb{Z}^n$ mit der üblichen Brownschen Bewegung als Markoffprozeß (siehe [6]). (Man spricht im Falle $\mathbb{R}^n/\mathbb{Z}^n$ auch von Gleichverteilung modulo 1.) Hier läßt sich folgendes Resultat zeigen:

Satz 4. *Sei $p(t)$ eine positive, beschränkte, Riemannintegrierbare Gewichtsfunktion mit* (13). *Dann sind fast alle Funktionen sgg. modulo* 1 bezüglich $p(t)$ *im Sinne* (16), *wenn man die Brownsche Bewegung als Markoffprozeß zugrundelegt.*

Der Beweis ist dem aus [4] ähnlich. Anstelle der dort betrachteten Funktion $g(T)$ verwende man die Funktionen

$$g_K(T) = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \frac{1}{P(T)^2} \iint_{P^{-1}(kP(T))}^{P^{-1}((k+1)P(T))} p(s)\, p(t)\, e^{2\pi^2 |h|^2 |t-s|}\, ds\, dt\,, \tag{17}$$

für die wegen der Beschränktheit von $p(t)$ $\overline{\lim}_{K\to\infty} g_K(T)$ für $T \to \infty$ gegen 0 konvergiert. Weiters sei erwähnt, daß man anstelle des inkorrekten Arguments bezüglich der gleichgradigen Stetigkeit der Funktionenfolge $S_K(\omega, h, T)$ ein zu (10) ähnliches Argument gebrauchen muß.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Literatur

[1] Baayen, P.C., and G.Helmberg: On Families of Equi-Uniformly Distributed Sequences in Compact Spaces, Math. Ann. *161* (1965), 225—278.

[2] Blümlinger, M., M.Drmota and R.F.Tichy: Metrische Sätze der C-Gleichverteilung auf der Sphäre, Zahlentheoretische Analysis II (E. Hlawka ed.), Springer, Lecture Notes in Mathematics *1262* (1987), 14—21.

[3] Blümlinger, M., M.Drmota and R.F.Tichy: Asymptotic Distribution of Functions on Compact Homogeneous Spaces, Ann. Mat. Pura Appl., im Erscheinen.

[4] Drmota, M.: Gleichmäßig gleichverteilte und schwach gleichmäßig gleichverteilte Funktionen modulo 1, Zahlentheoretische Analysis II (E. Hlawka ed.), Springer, Lecture Notes in Mathematics *1262* (1987), 22—36.

[5] Hlawka, E.: Über einen Satz von van der Corput, Arch. der Math. *6* (1955), 115—120.

[6] Ito, K., and H.P.McKean: Diffusion Processes and Their Sample Paths, Springer, Berlin—Heidelberg—New York, 1965.

[7] Jacobs, K.: Neuere Methoden und Ergebnisse der Ergodentheorie, Springer, Berlin—Göttingen—Heidelberg, 1960.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Anzeiger der Österreichischen Akademie der Wissenschaften,
math.-naturwiss. Klasse **124** (1987), 119—130

Das korrespondierende Mitglied Alexander TOLLMANN legt für die Aufnahme in den Anzeiger die folgende Arbeit vor:

GEOHYDROLOGIE UND HYDROCHEMIE DES KOBERNAUSSERWALDES (OÖ)

Von HARALD WIMMER*, Salzburg

(Mit 1 Abbildung und 2 Tabellen)

1. Einleitung

Eine am Institut für Geowissenschaften der Universität Salzburg (HR Prof. Dr. T. GATTINGER und Prof. Mag. Dr. G. TICHY) durchgeführte Dissertation wird hier mit ihren wichtigsten Ergebnissen kurz dargestellt.

Das 510 km^2 große Gebiet des Kobernaußerwaldes im südwestlichen Teil des nördlichen Alpenvorlandes Oberösterreichs (öK 46, 47, 64, 65) bot sich in mehrfacher Hinsicht für eine umfassende geohydrologische Bearbeitung an (Abb. 1).

Das Vorkommen von Braunkohle, Erdöl und Erdgas führte schon bald zu einer umfangreichen Forschungstätigkeit. Aufgrund wasserwirtschaftlicher Überlegungen und der Tatsache, daß der Kobernaußerwald zu den größten, zusammenhängenden und daher noch weitgehend anthropogen unbeeinflußten Waldgebieten Österreichs zählt, wurde der hydrogeologischen Erforschung immer mehr Augenmerk geschenkt, was zahlreiche Untersuchungen aus jüngster Zeit belegen. Diese Arbeiten und eine große Anzahl unveröffentlichter Wasseranalysen ließen es sinnvoll erscheinen, ein eigenes Untersuchungsprogramm zu entwickeln, welches zu einer verfeinerten Darstellung der hydrogeologischen Verhältnisse führen sollte.

Die Grundlage dieser Arbeit bildet eine möglichst lückenlose Erfassung und Beprobung aller Grund- und Oberflächengewässer. Der für eine detaillierte Hydrochemie erforderliche Probenumfang konnte nach einem Auswahlverfahren mit Hilfe der im Gelände gemessenen Parameter Leitfähigkeit, pH-Wert, Wassertemperatur, Gesamt-Eisengehalt und Schüttung auf 31 Probestellen minimiert werden. Diese Wässer wurden ein Jahr lang periodisch untersucht und 20 verschiedenen Grundwassertypen zugeordnet.

Mit Hilfe der Methoden der Multivariaten Statistik konnten Verwandtschaftsbeziehungen zwischen den Wässern im Kerngebiet und den gespannten Wasservorkommen südlich und nördlich davon hergestellt werden. Ebenso gelang es, eine Differenzierung der Schichtglieder im Hangenden der *kohleführenden Süßwasserschichten* vorzunehmen.

* Institut für Geowissenschaften der Universität Salzburg, A-5020 Salzburg, Hellbrunnerstr. 34.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

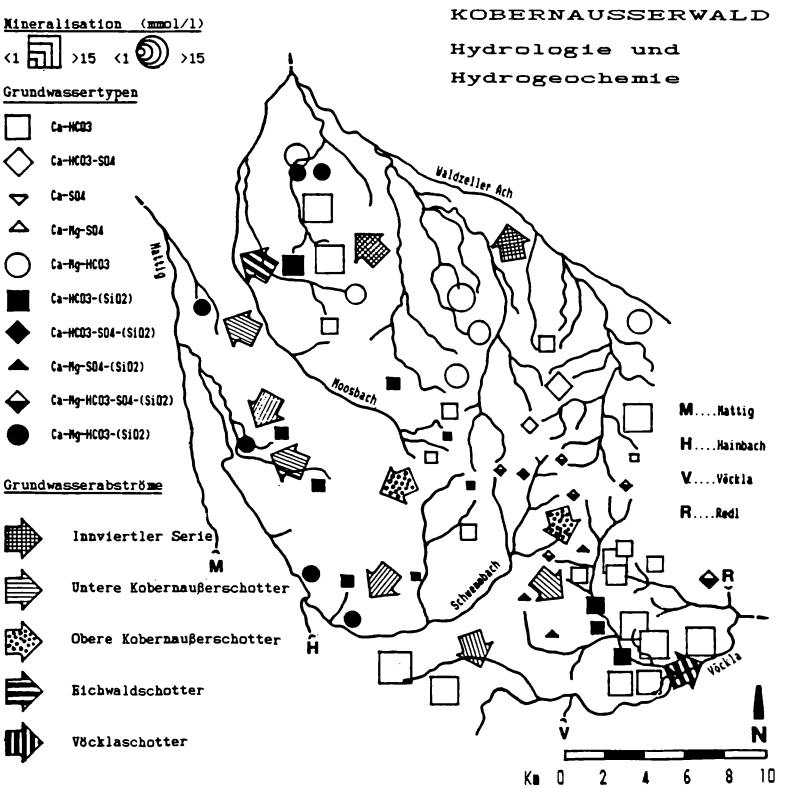

Abb. 1: Geohydrologischer Überblick über das Arbeitsgebiet

Die Verweildauer der Wässer aus den quartären Moränen- und Umlagerungsschottern und den obermiozänen *kohleführenden Süßwasserschichten* beträgt zwischen wenigen Wochen und 50 Jahren. Die Wässer aus den mittelmiozänen Schottern und Sanden der *Innviertler Serie* sind zwischen 50 und 40000 Jahre alt.

Bei den seichten Grundwasservorkommen wurden zum Teil erhebliche Nitratbelastungen festgestellt. Ein ungehindertes Eindringen von kontaminierten Wässern in die wasserwirtschaftlich relevanten Grundwasserzonen ist wegen der uneinheitlichen Sedimentstrukturen beinahe überall möglich und entsprechend schwer zu kontrollieren.

Neben lokalen Grundwasserstauern treten großflächige Stauhorizonte im Hangenden und Liegenden der *Kobernaußerschotter* auf. Den Basisstauer für das Gesamtgebiet bildet die Oberkante der sogenannten *Oberen Meeresmolasse* (OMM).

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

2. Geologie

Das Arbeitsgebiet liegt zur Gänze in der Molassezone des südwestlichen Innviertels. (Vgl. Tab. 1.) Eine detaillierte Beschreibung liefern BAUMGARTNER & TICHY, 1981.

2.1. Tertiär

Marine bis tiefmarine Sedimente aus dem *Obereger* und *Eggenburg* bilden die Basis der jungtertiären Ablagerungen des Kobernaußerwaldes.

Eine Serie von Sanden und Tonmergeln (*Innviertler Serie*) wurde im *Ottnang* in einem seicht-marinen Milieu abgelagert. Zusammen mit den hangenden Brackwassersedimenten der *Oncophora Schichten* werden diese als *Obere Meeresmolasse* bezeichnet. Die Oberkante dieser OMM kann als genereller Wasserstauer angesehen werden und weist ein starkes Relief auf.

Der eigentliche Höhenrücken wird von einer bunten Serie von Sedimentpaketen mit einer Gesamtmächtigkeit von 350 m aufgebaut (*kohleführende Süßwasserschichten*). Nach MACKENBACH (1984) wurden diese KSWS von einem Urinn bzw. einer Ursalzach aus südwestlichen bis südöstlichen Richtungen aufgeschüttet. Diese von *Baden* bis zum *U. Pannon* dauernde Schottersedimentation wurde zwischenzeitlich mehrmals von Stillwasserperioden mit entsprechender Feinteilsedimentation unterbrochen. Hervorzuheben ist das im *Baden* angelegte Trimmelkamer Kohlenrevier, das Munderfinger Kohleflöz aus dem *Sarmat* und die im *Sarmat* bis *U. Pannon* gebildete Kohlenserie des Hausruck.

In einer letzten, rein fluviatilen Sedimentationsphase im *U. Pannon* wurden die heute nur noch die höchsten Kammbereiche aufbauenden *Hausruckschotter* abgelagert. Zusammen mit den KSWS werden diese als *Obere Süßwassermolasse* (OSM) bezeichnet. Die Schichten der OSM konnten mit Hilfe geohydrologischer und hydrogeochemischer Methoden weiter differenziert werden.

2.2. Quartär

Auf eine längere Erosionsphase, die sogar die hangenden Schichten der OMM erfaßte, und einer Aufkippung des Gebietes nach Norden folgte im *Prägünz* eine Phase der Sedimentation von Terrassenschottern vorwiegend im Vöckla- und Mattigtal. Ein nach Südosten gerichteter Eisstoß während der *Donau*-Kaltzeit lagerte die bis 30 m mächtigen *Eichwaldschotter* im Nordwesten des Kobernaußerwaldes ab.

Am weitesten und mächtigsten verbreitet sind die Endmoränenwälle der *Mindel-* und *Riss*-Eiszeit im Süden des Arbeitsgebietes. Diese lagern im Westen den *Unteren Kobernaußerschottern* direkt auf, im Osten verzahnen sie sich mit den bis zu 200 m mächtigen Deckenschottern des Vöcklatales.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

DIE JUNGTERTIÄRE MOLASSE UND IHRE UMRAHMUNG IM BEREICH DES KOBERNAUSSERWALDES — H.WIMMER 1987

Stratigraphie		Bezeichnung der Schichtglieder	Petrographische Beschreibung	Sedimentation	max.Mächt.	SR	Poros.
QUARTÄR							
HOLOZÄN		Jüngste Ablagerungen	Kiese, Sande, Lehme	fluviatil	35 m		
PLEISTOZÄN		Mindel-/Riß-Moränenschotter	kalkreiche Kiese und Lehme	glazial	200 m	N	
		Terrassen-/Deckenschotter Vöckla-,Mattig-,Eichwald-Schotter	Vollschotter, Lehme, Seetone	glazio-fluviat.		E,N	
TERTIÄR							
PLIOZÄN		Umgelagerte Schotter im N und S	Residualschotter	fluviatil			
M I O Z Ä N	U.PANNON	HAUSRUCKSCHOTTER Fornacher-,Frankenburger-,Hochkuchl-,Redl-Schotter	Vollschotter +/- Kalke	fluviatial	50 m	NE	
	O b e r S.	OBERE KOBERNAUSSERSCHOTTER Typ West/Ost	Q-Krist.-Kiese,sandig, Tone	limnisch-fluviatil	60 m	NNE	
		HAUSRUCK-KOHLENSERIE (im E)	Q-Krist.-Kiese (sandig-tonig)	limnisch	20 m	NNW	
	SARMAT	UNTERE KOBERNAUSSERSCHOTTER	Q-Krist.-Kiese	fluviatil	50 m	NNE	
	S. M ü ß w s c h.	MUNDERFINGER SCHOTTER	Vollschotter	fluviatil	40 m	NW	
		MUNDERFINGER KOHLE-TON-FLÖZ	sandige Kohlentone	limnisch	10 m	NW	
	BADEN	TRIMMELKAMER KOHLENSERIE (im W)	Q-Krist.-Kiese, +/-Kohlentone	limn.fluviatil	80 m	NW	
		GRIMBERGKIESE (im E)	Quarzitschotter, konglomeriert	fluviatil	40 m	WNW	
	KARPAT						
	OTTNANG	ONCOPHORA-SCHICHTEN	sandige Tonmergel	Brackwasser	25 m		
	U. M. S. M.	GLAUKON.SERIE TREUBACHER SANDE	Feinsande	seicht-marin	30 m	N	
		BRAUNAUER SCHLIER	Tonmergel	seicht-marin	50 m	N	
		MEHRBACHER SANDE	Quarz-Sande	seicht-marin	80 m	N	
		ROTAL.SCHLIER RIEDER SCHICHTEN	sandige Tonmergel	seicht-marin	80 m	N	
		ROBULUS SCHLIER OTTNANGER SCHLIER	feinsandige Tonmergel	seicht-marin	100 m	N	
		ATZBACHER SANDE	Quarzsande	seicht-marin	80 m	N	
		VÖCKLASCHICHTEN	mergelige, glaukon. Sande	seicht-marin	280 m	N	
	EGGENBURG	HALLER SCHLIER (fehlt im N)	Tonmergel	tiefmarin		N	
	OBEREGER	OBERE PUCHKIRCHNER SERIE	Sande, Kiese	marin/fluviatil		N	

SR....Schüttung in Richtung (NE)

Poros.....Hochdurchlässige Schichten
GW-führende Sande und Schotter
GW-Stauschichten

Nach: BAUMGARTNER & TICHY (1981), MACKENBACH (1984), OBERHAUSER (1980) und eigenen Untersuchungen

Tabelle 1: Der geologische Aufbau des Arbeitsgebietes

3. Hydrogeochemie

Um zu einer Darstellung der im Kobernaußerwald verbreiteten Grundwasser (GW)-Typen zu gelangen, wurde in den Sommer- und Herbstmonaten 1985 eine Kartierung der Quell- und Oberflächenwässer

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

vorgenommen. Eine laufende Kontrolle und Ergänzung erfolgte bis zum Frühjahr 1987 (WIMMER, 1987a).

Bei 1300 verschiedenen Probestellen wurden die Parameter Luft-/Wassertemperatur, pH-Wert, el. Leitfähigkeit, Schüttung, Aussehen, Geschmack, Geruch und Gesamt-Eisengehalt ermittelt. Hervorzuheben ist, daß die Erstaufnahmen zu Zeiten des Trockenwetterabflusses erfolgten. Damit ist die Vergleichbarkeit der Daten in einem überaus hohen Maße gegeben.

Die sehr gute Differenzierungsmöglichkeit von Wässern mittels pH-Wert und Leitfähigkeit wurde zum Auswahlkriterium für die detaillierte hydrochemische Beprobung. Die Anzahl der Probestellen (31) für eine periodisch über ein Jahr angelegte Untersuchungsreihe wurde sehr klein gehalten. Dennoch konnten 20 Wässer als repräsentativ für voneinander unterscheidbare Grundwassertypen verifiziert werden.

3.1. Bearbeitung der hydrogeochemischen Daten

Für die Interpretation standen nun rund 800 singuläre, ca. 100 Mehrfach- und 23 periodische Analysenergebnisse zur Verfügung. Die zuletzt genannten Meßdaten (GBA-Wien, FA Geochemie, Dr. KLEIN) konnten hinsichtlich der Veränderung der Ionenkonzentrationen untersucht werden. Gerade aus diesen Beobachtungen ergaben sich wertvolle Hinweise für die Verweildauer und die Herkunft der Grundwässer.

Der Einsatz von multivariater Statistik (z. B. Clusteranalyse) war schließlich notwendig, um die untersuchten Wässer verschiedenen Typen zuordnen zu können (TU Wien, Inst. f. anorg. Chemie, Dr. VARMUTZA. Das Ergebnis ist in Tab. 2 in Form eines Dendrogrammes dargestellt. Bei der Clusteranalyse wurden der pH-Wert, die Ionenkonzentrationen von Ca^{++}, Mg^{++}, Na^{+}, K^{+}, HCO_3^-, Cl^-, SO_4^{--}, NO_3^- und der SiO_2-Gehalt verglichen.

Bei einer durchschnittlichen hydrogeochemischen Probendichte von 2/km^2 Untersuchungsfläche konnte ein sehr differenziertes Bild von den hydrogeochemischen Verhältnissen gewonnen werden.

3.2. Beschreibung und geologische Zuordnung der Grundwasser-Typen

A 1: Verkarstungserscheinungen führen zu lokal sehr ergiebigen Quellaustritten an der Basis der kalkreichen *Mindelmoränen*. Mächtige Lehmschichten der unterlagernden pleistozänen Deckenschotter bilden die vorwiegenden Wasserstauer. Einflüsse von Düngung machen sich in relativ hohen Gehalten von Nitratwerten bemerkbar. Die Verweildauer liegt im Bereich einiger Monate.

A 2: Die stark variierenden Mineralisationsgrade sind auf eine kleinräumig unterschiedliche Führung von kalkalpinen Anteilen (6—11%/Feinsandfraktion) innerhalb der *Hausruckschotter* vom Typ *Fornach* zurückzuführen. Ähnlich wie bei A 1 führen Verkarstungserscheinungen in den südlichsten, hier stark konglomerierten Partien zu sehr konzentrierten Quellaustritten. Sie sind an verlehmte Schichten im Hangenden der unterlagernden Oberen Kobernaußerschotter gebun-

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

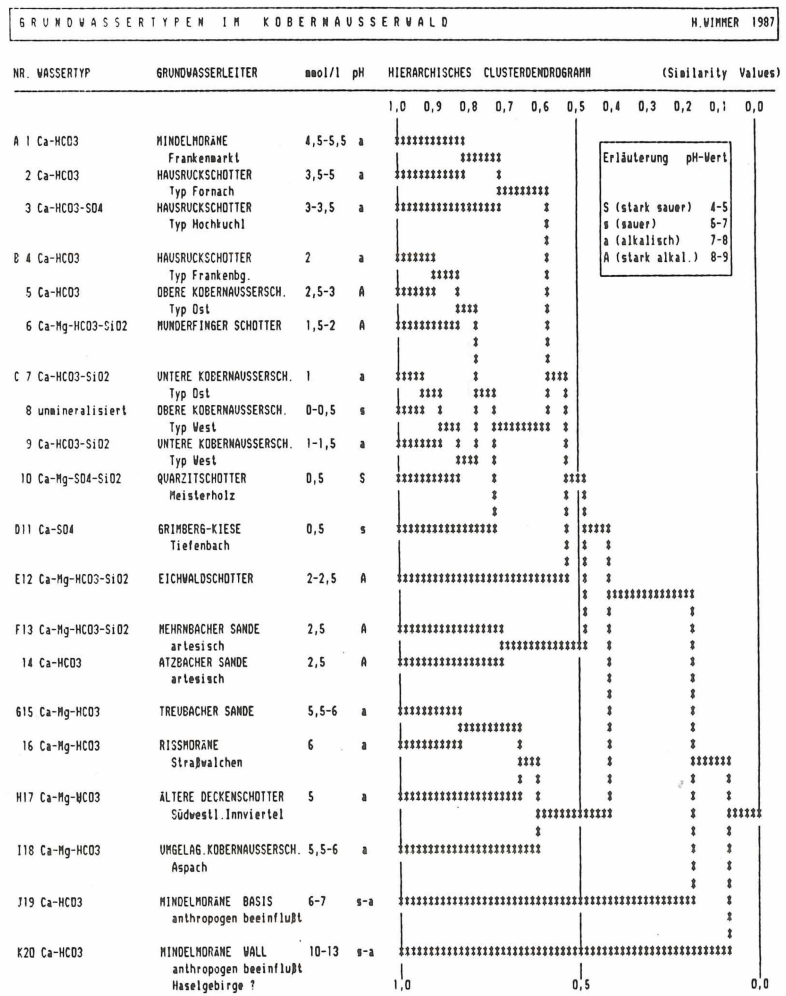

Tabelle 2: Hierarchisches Clusterdendrogramm der Grundwassertypen

den. Die durchschnittliche Verweildauer kann mit mehreren Monaten angegeben werden.

A 3: Der relativ hohe Sulfatgehalt beim Typ *Hochkuchl* beruht auf der nach Westen zunehmenden Führung von Gipskomponenten (2—5%) in den *Hausruckschottern*. So wie bei A 2 sind die Quellaustritte der mehrere Monate gespeicherten Wässer an Lehme und Tone an der Basis der Hausruckschotter gebunden.

B 4: Die im Vergleich zu A 2 niedrige Mineralisation der Wässer ist auf eine geringere Verweildauer einerseits und auf eine geringere Vertei-

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

lung (2—4%) von kalkigen Feinstoffanteilen andererseits in den *Hausruckschottern* vom Typ *Frankenburg* zurückzuführen.

B 5: Die von Hausruckschottern überlagerten *Oberen Kobernaußerschotter* vom Typ *Ost* verzahnen sich merkbar mit den Kohle-Ton-Horizonten des nach Osten anschließenden Hausrucks. Die Quellaustritte sind an diese Horizonte gebunden. Die Verweildauer liegt im Bereich mehrerer Jahre.

B 6: Die stark alkalischen Wasser treten über einen weiten Bereich im Westen des Kobernaußerwaldes an der Oberfläche des Munderfinger Kohle-Ton-Horizontes aus. Die Zuordnung zu den *Munderfinger Schottern* ist nur bedingt gültig, weil ein Großteil der über einige Jahre bis Jahrzehnte gespeicherten Wässer über die hochporösen Kobernaußerschotter im Zentralbereich infiltriert werden. Im Gegensatz zu den Kobernaußerschottern sind die *Munderfinger Schotter* mit 2—5% kalkigen und dolomitischen Bindemitteln angereichert.

C 7: Gebunden an die unterlagernden Vöcklaschichten fördern die kalkarmen (> 1%) *Unteren Kobernaußerschotter* im *Osten* niedrigmineralisierte Wässer, die zum Teil Verweildauern von mehreren Jahren aufweisen.

C 8: Huminsaure und stark eisenhältige Wässer mit geringsten Mineralisationen treten gebunden an mächtige Tonhorizonte in den Liegendbereichen der *Oberen Kobernaußerschotter* vom Typ *West* aus. Trotz Verweildauern von Monaten werden in den bisweilen kalkfreien Kiesen keine nennenswerten Lösungsprozesse in Gang gesetzt.

C 9: Die im Zentral- und Westbereich bis zu 50 m mächtigen *Unteren Kobernaußerschotter* sind von einem Quarzitkonglomerat unterlagert und bilden aufgrund des weitgehenden Fehlens von eingeschalteten Stauhorizonten und kalkigen Bindemitteln einen hochporösen Grundwasserleiter aus. Dies wird durch die Identität der Wässer im Osten und Westen des Aquifers erhärtet. Die Verweildauer ist im Bereich von einigen Monaten bis einigen Jahrzehnten angesiedelt.

C 10: Lokale *Quarzitschotter*-Komplexe innerhalb der Kobernaußerschotter konnten mit Hilfe von huminsauren, gering mineralisierten Wässer abgegrenzt werden. Charakteristisch für diese Wässer ist ein extrem niedriger pH-Wert, der über einige km Oberflächenabfluß beibehalten wird.

D 11: Niedrig mineralisierte, sulfatreiche Wässer fördert ein kleinräumiges Vorkommen von *Grimberg-Kiesen* bei Vöcklamarkt. Die Quarz-Kristallin-Kiese sind karbonatfrei und führen untergeordnet Gipse.

E 12: Gebunden an Braunauer Schlier liefern die donaueiszeitlichen *Eichwaldschotter* im Nordwesten stark alkalische Wässer. Die Schüttungen sind minimal, da ein Großteil des Grundwassers in die unterlagernden Sande der Innviertler Serie versickert.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

F 13: Ein großangelegtes System von artesischen Wässern mit einem Alter von bis zu 40000 Jahren (GOLDBRUNNER, 1987) innerhalb der Schichtglieder der *Innviertler Serie* befindet sich im Nordwesten. Die Wässer sind durch einen ionenaustauschbedingten hohen Gehalt von Natrium-Ionen sowie einer erhöhten Konzentration von SiO_2 charakterisiert. Die tiefen und damit ältesten Wässer stammen aus den Basisschichten der *Mehrnbacher Sande*.

F 14: Die artesischen Wässer im Südosten sind wesentlich jünger als die von F 13. Wie dort muß auch hier der zentrale Kobernaußerwald als Liefergebiet angenommen werden. Als Speichermedium treten die *Atzbacher Sande* auf.

G 15: An den durch Erosion freigelegten Ausbissen der *Treubacher Sande* kommt es infolge eines hohen Druckgradienten innerhalb dieser Schichten zu ergiebigen Quellaustritten. Die Wässer sind in der Regel älter als 50 Jahre.

G 16: Interessant sind die Wasservorkommen in den Hangendbereichen der *Riß-Endmoränenwälle* im Bereich Straßwalchen aus zwei Gründen: a) Die Schüttungsmengen liegen über den für diese isolierten Kammlagen berechneten Werten; eine Zufuhr von Wässern entweder aus dem Kobernaußerwald oder aus der im Süden gelegenen Flyschzone muß angenommen werden. b) Der Chemismus der Wässer zeigt eine hohe Konvergenz mit dem der Wässer aus den Treubacher Sanden (G 15).

Aufgrund der zahlreichen oberflächennahen Zusickerungen sind die Wässer sehr anfällig für anthropogene Verschmutzungen.

H 17: Die *älteren Deckenschotter* im Südwestlichen Innviertel führen Wässer mit zum Teil starken Eisengehalten. Zahlreiche Brunnenbohrungen bewirken einen Wasseraustausch mit den artesischen Systemen unterhalb der Deckschichten des Braunauer Schliers.

I 18: Die seichten Grundwasservorkommen im Bereich lokaler, *umgelagerter Kobernaußerschotter* bei Aspach sind durch hohe Mineralisationsgrade, hohe Eisengehalte und auffallend hohe Kalium-Konzentrationen im Vergleich zu niedrigen Nitrat-Werten gekennzeichnet.

J 19: In die Gruppe der anthropogen beeinflußten Wässer fallen einige ergiebige Quellen im Liegendbereich der *Mindelmoränen* bei Vöcklamarkt. Nach Abzug der anthropogen erhöhten Konzentrationswerte von Nitrat, Kalium und Sulfat sind diese Wässer weitgehend ident mit denen vom Typ A 1.

K 20: Einige leicht kohlensaure und extrem stark mineralisierte Wässer aus den Hangendbereichen der *Mindelmoränen* im Westen weisen überdurchschnittlich hohe Chlorid-Werte auf. Trotz einer erkennbaren, starken Verschmutzung müssen Einschaltungen von Haselgebirge als zusätzliche geologische Einflußfaktoren angenommen werden.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

4. Hydrologie

4.1. Entwässerungssysteme

Entsprechend den geologischen Verhältnissen wird der Kobernaußerwald sehr uneinheitlich entwässert. Generell nimmt die Dichte der Oberflächenentwässerung von Osten (8—15 Bäche/km^2) nach Westen (ausgeprägte Trockentäler) stark ab.

Die Entwässerung kann grob in 6 große Systeme eingeteilt werden.

1. Eine drainageartig nach Süden und Norden gerichtete Entwässerung aus den Kammgebieten im östlichen Zentralgebiet.

2. Im Gegensatz dazu ein starker Grundwasser-Abfluß im Westen mit Trockentälern und weitgehend niederschlagsunabhängigen, starken Quell-Austritten im Bereich Mattigtal.

3. Ein zurücktretender Oberflächenabfluß im Süden und damit verbunden starke Grundwasser-Übertritte aus dem Kobernaußerwald in die Talfüllungen der Vöckla.

4. Bedingt durch einen ausgeprägten Oberflächenabfluß kommt es im Norden zu stark niederschlagsabhängigen Wasserführungen.

5. Uneinheitliche Grundwasser-Führungen im Bereich der Moränenzüge im Süden.

6. Ein sowohl vertikal als auch horizontal uneinheitlich aufgebautes Netz artesischer Systeme im Südosten und vor allem im Nordwesten des Kobernaußerwaldes.

4.2. Abflußcharakteristika

4.2.1. Vöckla

Weinbach

Ungewöhnlich starke Quellschüttungen in den Hangendbereichen der Moränenzüge südlich des Kirchhamer-Baches. Im Unterlauf kommt es zu einer Überdotation des Grundwasser-Anteiles aufgrund massiver Übertritte aus dem nördlich gelegenen Riedlbachtal.

Fornacher Redl

Trotz zahlreicher Grundwasser-Stauschichten lassen sich im oberen und mittleren Redltal Versickerungen in tiefergelegene Stockwerke nachweisen. Das untere Redltal hingegen wird aus diesen Stockwerken und aus Übertritten aus dem Riedlbachtal überdotiert. Die artesischen Wässer in diesem Bereich haben keinen Einfluß auf das Abflußverhalten. Im Quellbereich des westlich gelegenen Adligenbaches tritt der Oberflächenabfluß stark zurück.

Vöcklatal

Starke Quellaustritte aus den Moränenzügen im Bereich der Talsohle führen zu einer teilweisen Überdotation des Oberflächenabflusses.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Frankenburger Redl

Lediglich bedingt durch Grundwasser-Zuflüsse aus dem Hausruckgebiet findet hier eine geringe Überdotation statt.

4.2.2. Schwemmbach

Riedlbach

Die Zubringer des Riedlbaches sind unterdotiert, zum Teil wird dies durch mächtige Grundwasser-Begleitströme ausgeglichen. Bis zur Mündung des Weißenbaches nimmt die Gesamtwasserführung stark ab.

Weissenbach

Massive Versickerungen in die tieferen Stockwerke des westlichen Kobernaußerwaldes sind für die jahreszeitlich verschiedenen Abflußspenden verantwortlich.

Mittleres Schwemmbachtal

Die Entwicklung zu einem immer stärker ausgeprägten GW-Abfluß mit Übertritten in andere Einzugsgebiete wird bereits im Raum Friedburg spürbar. Im Bereich Munderfing—Mattighofen kommt es in dem im letzten Jahrhundert künstlich angelegten Gerinne während Trockenperioden zu einer Totalversickerung in das Grundwasser-Einzugsgebiet der Mattig. Hochwasserrückhaltebecken, intensive Grundwasser-Entnahmen für Fischzuchtanlagen und die Teilversickerung des aus dem Raum Straßwalchen kommenden Hainbaches tragen zu den sehr unnatürlichen Abflußverhältnissen in diesem Gebiet bei.

Schalchner Brunnbach

Der Oberlauf zeigt Trockentalcharakter. Erst unmittelbar nach seinem Austritt aus dem Holzwiesental führen massive Quellaustritte auf engstem Raum zur Bildung eines Baches mit einer Wasserführung von mind. 300 l/s. Die Überdotation erfolgt aus tiefen GW-Leitern des westlichen Kobernaußerwaldes.

Unteres Schwemmbachtal

Bis zur Mündung des Florianer Brunnbaches kommt es zu einer teilweisen Anreicherung des Oberflächenabflusses mit Grundwasser sowohl aus dem Begleitstrom als auch aus Zutritten aus dem Eichwald.

4.2.3. Florianer Brunnbach

Bedingt durch konzentrierte Grundwasser-Übertritte aus dem Moosbachtal kommt es ähnlich wie beim Schalchner Brunnbach zur plötzlichen Bildung eines Baches mit mehr als 500 l/s Wasserführung. Ein geringer Teil des Grundwasser-Zustromes erfolgt aus den Trockentälern des Eichwaldes.

4.2.4 Waldzeller Aache

Aufgrund fehlender Grundwasser-Körper in den Talbereichen kommt es bei allen Zubringern der Aache zu einem ungedämpften Abflußverhalten nach Starkregen. Ausreichend große Staukörper in

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

den Kammgebieten sorgen für natürliche Abflußverhältnisse in Trockenwetterperioden. Die Einspeisung aus den nach Westen hin zunehmenden artesischen Wässern liegt in einer Gesamtgrößenordnung von 10—20 l/s. Grundwasser-Zuflüsse aus den südlich des Kammes gelegenen Gebieten führen zu einer leichten Überdotation.

4.2.5. Mettmacher Aache

Mettmach

Die Zubringer und der Unterlauf zeigen normale Abflußverhältnisse.

St. Veiterbach

Die Zubringerbäche sind mit Grundwasser-Übertritten aus tieferen Stockwerken des Kobernaußerwaldes leicht überdotiert.

4.2.6. Achbach

Im Bereich Roßbach und Treubach starker Grundwasser-Anteil. Zum Teil werden damit die seichten Arteser im Raum Altheim, zum anderen ein nennenswerter Grundwasser-Abstrom nach Westen gespeist. Im Hinblick auf eine mögliche Verschmutzung sind die durch unzählige Brunnenbohrungen ermöglichten Grundwasseraustauschvorgänge bis in die gespannten Aquifere von wasserwirtschaftlicher Bedeutung.

4.2.7. Lochbach

Der geringe Oberflächenabfluß ist auf eine starke Versickerung in tiefergelegene Aquifere zurückzuführen.

4.2.8. Moosbach

Die Unterdotierung des Oberen Moosbachtales ist auf einen Grundwasser-Abstrom Richtung Osten zum St. Veiterbach einerseits und auf eine Versickerung in den GW-Begleitstrom andererseits zurückzuführen. Im Mittellauf kommt es zu einer ständigen Anreicherung des Begleitstromes, der schließlich im Raume Sonnleiten über eine Furche im Schliersockel zu einem großen Teil nach Westen umgelenkt wird. Das führt dort zur Bildung des Florianer Brunnbaches. Entsprechend unterdotiert ist der Abfluß im Unterlauf.

Literatur

Aberer, F. (1958): Die Molassezone im westlichen Oberösterreich und in Salzburg. Mitt. geol. Ges. Wien, 50, 1957, S. 23—94, 1 geol. Kt., Wien.

Amtlicher Oberösterreichischer Wassergüteatlas (1980): Hydrogeochemische Untersuchungen der Grundwässer Oberösterreichs. 118 S., Amt d. Oö. Landesregierung, Abt. Wasser- u. Energierecht, Linz.

Baumgartner, P., und G. Tichy (1980): Erläuterungen zur Geologischen Karte 1:50000 des südwestlichen Innviertels. 29 S., 5 Abb., Amt d. Oö. Landesregierung, Abt. Wasserbau, Linz.

Flögl, H. (1970): Wasserwirtschaftliches Grundsatzgutachten Vöckla-Ager-Traun-Alm. 2 Geol. Kt. 1:50000. Amt. d. Oö. Landesregierung, Abt. Wasserbau, Linz.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Fuchs, W. (1980): Die Molasse und ihr nichthelvetischer Vorlandanteil am Untergrund einschließlich der Sedimente auf der Böhmischen Masse. In: Geologische Bundesanstalt (Hrsg.): Der Geologische Aufbau Österreichs. S. 144—188, Springer-Verlag, Wien.

Goldbrunner, J. E. (1987): Endbericht: Hydrogeologische Untersuchungen artesischer Wässer im oberösterreichischen Alpenvorland. Ms., 12 S., 5 Beil., Amt d. Oö. Landesregierung, Abt. Wasserbau/Öst. Akademie d. Wiss., Linz—Wien.

Graul, H. (1937): Untersuchung über Abtragung und Aufschüttung im Gebiet des unteren Inn und des Hausruck. — Mitt. Geogr. Ges. München, 30, S. 179—259, München.

Lohberger, W. (1984): Bericht Grundwasseruntersuchung Kobernaußerwald. Ms., 50 S., Amt d. Oö. Landesregierung, Abt. Wasserbau, Linz.

Mackenbach, R. (1984): Jungtertiäre Entwässerungsrichtungen zwischen Passau und Hausruck. 175 S., 45 Abb., 5 Tab., Sonderveröffentlichungen Geol. Inst. Univ. Köln, 55, Köln.

Schramm, U. (1987): Die Geohydrologie des Hausrucks. Unveröff. Diss. Inst. f. Geowiss. Univ. Salzburg, 198 S., 59 Abb., 47 Tab., 1 Beil. (Geol. Kt.), Salzburg.

Vohryzka, K. (1973): Hydrogeologie von Oberösterreich. 80 S., 1 Hydrogeol. Kt. 1:250000, Amt d. Oö. Landesregierung, Abt. Wasser- u. Energierecht, Linz.

Wimmer, H. (1986): Geologische Längsprofile durch den Kobernaußerwald. Graphische Darstellung von RAG-Bohrprofilen. Ms., 3 S., 39 Beil., Amt d. Oö. Landesregierung, Abt. Wasserbau, Linz.

Wimmer, H. (1987a): Hydrogeochemie Kobernaußerwald: Quellkataster und Hydrogeochemische Karte. Ms., 65 S., 12 Kt. 1:20000, Amt d. Oö. Landesregierung, Abt. Wasserbau, Linz.

Beobachtungen an der Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, Wien, Hohe Warte (207·5 m),

16° 21·7′ E-Länge v. Gr. *im Monat September 1987* 48° 14·9′ N-Breite.

Tag	Luftdruck[1] hpa					Lufttemperatur, °C in 1·85 m über dem Boden						Ausstrahlung °C[4]	Dampfdruck hpa					Relative Feuchtigkeit %				Verdunstung, mm	Tagesmittel der Bodentemperatur / °C in der Tiefe von ... m				
	7h	14h	21h	Mit.	Δ[2]	7h	14h	21h	Mit.	Max.[3]	Min.[3]	7h	7h	14h	21h	Mit.	7h	14h	21h	Mit.		0·02	0·1	0·5	1·0	2·0
1.	996·7	994·5	993·1	994·8	2·4	12·9	20·4	16·3	16·5	21·0	12·0	7·4	11·2	13·5	13·6	12·8	76	56	74	69	0·9	20·4	20·1	19·8	19·0	16·6
2.	993·4	992·6	992·7	992·9	0·4	14·4	25·0	20·3	19·9	25·7	13·2	10·0	14·0	16·8	16·4	15·7	86	53	69	69	1·2	21·2	20·3	19·6	19·0	16·6
3.	992·9	991·7	991·4	992·0	–0·7	16·5	25·1	19·2	20·3	26·0	15·4	11·4	16·8	18·9	17·9	17·9	89	59	81	76	0·8	19·7	21·3	19·8	18·9	16·6
4.	992·3	991·3	991·8	991·8	–1·0	17·1	25·9	20·8	21·3	26·5	15·7	12·4	17·9	18·4	18·5	**18·3**	91	55	76	74	1·0	22·5	21·6	20·2	19·0	16·7
5.	991·7	989·1	988·5	989·8	–3·0	16·9	26·9	21·8	21·9	27·3	16·1	12·5	16·8	16·9	17·5	17·1	88	48	67	68	2·2	22·6	21·7	20·3	19·1	16·7
6.	991·1	994·5	997·7	994·4	1·5	15·9	16·3	15·1	15·8	19·3	15·0	14·2	15·7	16·0	14·9	15·5	87	86	87	87	0·6	20·0	20·3	20·3	19·1	16·6
7.	997·5	995·7	994·1	995·8	2·9	14·6	23·3	17·4	18·4	23·7	13·1	9·4	13·7	12·5	13·9	13·4	83	44	70	66	1·9	20·2	19·8	19·7	19·1	16·7
8.	991·3	993·9	996·9	994·0	0·9	18·3	17·4	13·8	16·5	18·7	12·9	10·2	15·2	15·3	13·3	14·6	72	77	84	78	0·5	18·9	19·1	19·5	19·0	16·7
9.	997·1	996·1	996·6	996·6	3·5	12·5	19·0	14·6	15·4	19·5	11·3	7·6	13·2	14·4	14·1	13·9	91	66	85	81	0·7	18·7	18·6	19·1	18·8	16·7
10.	997·0	994·9	993·5	995·1	1·9	12·4	21·3	15·6	16·4	21·8	10·7	6·2	13·6	16·5	14·8	15·0	94	65	83	81	0·9	19·0	18·7	18·7	18·6	16·7
11.	994·1	994·7	996·9	995·2	2·0	18·8	20·4	16·9	18·7	21·1	14·6	10·9	13·9	15·6	14·3	14·6	64	65	74	68	1·2	19·0	18·7	18·7	18·5	16·7
12.	995·8	991·8	991·9	993·2	0·0	14·8	26·4	20·5	20·6	27·1	14·0	9·0	14·9	15·9	17·2	16·0	89	46	72	69	2·0	20·6	19·5	18·7	18·4	16·7
13.	994·1	993·5	993·5	993·7	0·5	20·0	28·8	21·2	23·3	29·6	18·4	11·8	16·0	16·4	**19·5**	17·3	69	42	78	63	2·3	21·4	20·5	19·0	18·4	16·7
14.	994·3	992·6	993·1	993·3	0·1	20·4	**30·7**	21·1	**24·1**	**31·1**	19·3	12·5	15·6	14·9	16·7	15·7	65	**34**	67	**55**	**3·7**	21·7	20·9	19·3	18·4	16·7
15.	996·5	997·5	999·8	997·9	4·6	21·5	24·3	19·8	21·9	25·3	19·2	14·8	16·0	19·2	12·8	16·0	63	63	56	61	1·9	21·2	20·6	19·6	18·6	16·7
16.	1002·1	1000·3	999·5	1000·6	7·3	16·6	22·3	18·6	19·2	22·7	16·1	12·0	11·1	12·5	14·8	12·8	59	47	69	58	1·7	20·9	20·4	19·6	18·7	16·7
17.	1000·7	999·8	998·1	999·5	6·2	14·6	23·5	19·3	19·1	24·3	13·6	10·6	13·7	15·2	17·6	15·5	83	53	79	72	1·5	20·9	20·0	19·6	18·7	16·7
18.	997·4	997·1	996·7	997·1	3·8	21·8	27·8	22·3	24·0	28·5	16·8	13·1	18·7	19·1	17·2	**18·3**	72	51	64	62	1·5	22·2	21·1	19·6	18·7	16·7
19.	998·7	997·3	994·6	996·9	3·7	16·6	22·6	18·3	19·2	22·8	15·7	13·1	17·7	17·3	18·5	17·8	94	63	88	82	0·7	21·7	21·0	19·8	18·8	16·7
20.	990·1	988·6	992·9	990·5	–2·7	17·1	26·9	20·8	21·6	28·0	16·4	13·6	18·4	15·3	18·0	17·2	94	43	73	70	2·2	21·7	21·0	19·9	18·9	16·7
21.	995·7	995·7	996·2	995·9	2·7	16·6	24·6	18·7	20·0	25·0	16·0	12·7	15·3	15·2	16·1	15·5	81	49	75	68	1·2	21·9	21·1	19·9	18·8	16·7
22.	996·2	994·3	993·8	994·8	1·6	16·5	26·1	21·1	21·2	26·9	15·3	11·9	15·9	18·3	17·2	17·1	85	54	69	69	1·5	21·8	20·9	19·8	18·9	16·7
23.	992·7	989·3	984·6	988·9	–4·3	15·0	24·4	19·9	19·8	24·9	14·5	10·8	14·3	18·1	18·9	17·1	84	60	82	75	1·1	21·5	20·9	19·8	18·9	16·7
24.	984·6	985·5	985·8	985·3	–7·8	17·2	20·6	16·2	18·0	20·9	15·9	13·4	13·5	13·9	11·7	13·0	69	57	64	63	1·3	19·2	19·4	19·7	18·9	16·8
25.	985·4	985·4	985·3	985·4	–7·7	14·3	19·7	17·7	17·2	20·4	14·0	12·4	14·0	12·0	14·5	13·5	86	52	72	70	1·1	19·2	19·0	19·3	18·9	16·8
26.	981·7	**980·1**	980·9	**980·9**	**–12·0**	16·2	17·7	14·8	16·2	18·7	14·6	11·2	16·3	16·0	15·7	16·0	88	79	94	87	0·5	18·9	18·8	19·0	18·7	16·8
27.	983·9	991·1	994·6	989·9	–3·0	13·1	9·2	10·2	10·8	14·7	9·0	11·5	14·1	10·5	10·8	11·8	94	90	87	90	0·6	15·7	16·6	18·7	18·6	16·8
28.	997·7	997·3	998·5	997·8	4·9	8·8	14·0	7·5	10·1	14·5	6·1	3·7	8·1	8·0	8·1	8·1	72	50	78	67	1·2	15·5	15·6	17·8	18·3	16·8
29.	998·2	997·7	999·8	998·6	5·8	8·4	12·8	7·7	9·6	14·1	6·1	2·0	**7·3**	7·6	7·9	**7·6**	67	52	74	64	0·9	14·1	14·5	16·9	17·8	16·8
30.	1001·3	1002·1	**1003·5**	**1002·3**	**9·6**	**6·0**	12·0	9·3	**9·1**	12·1	**4·7**	**0·9**	7·9	9·3	8·4	8·5	85	67	71	74	0·8	13·3	13·7	16·2	17·4	16·7
Mittel	994·1	993·5	993·9	993·8	0·8	15·5	21·8	17·2	18·2	22·7	13·9	10·4	14·4	15·0	15·0	14·8	81	58	75	71	39·6 Summe	19·9	19·5	19·3	18·7	16·7

Sommerzeit (+ 1 Stunde, bis 27. 9. 02 Uhr MEZ) **nicht** berücksichtigt!

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Tag	Bewölkung (Menge 0–10, Dichte$^{0-2}$) Witterung zum Termin				Sonnenschein[5]	Windrichtung und -stärke (0–12 Beaufort-Grade)			Windgeschwindigkeit, m/sek		Niederschlag in mm Wasserhöhe und Form				Schneehöhe[9]	Bemerkungen zum Wetterverlauf
	7h	14h	21h	Mit.		7h	14h	21h	Mit.[6]	Maximum[7]	7h	14h	21h	Sum.[8]		Intensität ^{0,1,2}, = leicht, mäßig, stark
1.	7^{1}	7^{0}	0	4·7	5·9	NNE 2	E 3	ESE 1	2·2	E 6·9	·	·	·	·	·	$\sim^{0}$na–fr,∞^{0-1}fr–pi,$\sim^{0-1}$np;
2.	5^{0}	4^{1}	9^{1}	6·0	7·4	E 1	W 3	ENE 1	1·4	W 7·2	·	·	·	·	·	$\sim^{1}$n–fr,∞^{1-2}n–∞^{0}p;
3.	1^{0}	3^{1}	0	1·3	8·9	ESE 1	NNE 2	C 0	1·1	NE 4·7	·	·	·	·	·	$\sim^{0-1}$n–fr,∞^{0-2}fr–m,$\sim^{0}\infty^{0}$np;
4.	0	1^{0}	0	0·3	**9·8**	WSW 1	ESE 1	NNE 1	1·3	NNE 4·2	·	·	·	·	·	$\sim^{0-2}$n–fr,∞^{0-2}n–p,$\sim^{0-1}\infty^{1-2}$abd–np;
5.	0	3^{1}	1^{0}	1·3	8·2	W 1	ESE 3	SSE 2	2·2	SSE 9·7	·	·	·	1·8	·	$\sim^{0-1}$n–fr,∞^{1}n–=fr–∞^{1-2}a–p,∞^{0-1}abd;
6.	10^{2}●	10^{1}●	10^{1}●	10·0	0·7	W 4	W 4	WNW 2	**5·0**	W 15·3	1·8	2·1	1·8	4·0	·	≾na,●^{0}5$^{23-28}$,●$^{1-2}$–6^{05},●$^{0-1}$–7^{55}i,●Tr●$^{0-1}$10^{12}–21^{50}i;
7.	1^{0}	9^{0}	5^{1}	5·0	9·7	W 3	W 4	WSW 1	4·2	W 14·7	0·1	·	·	·	·	$\sim^{0-1}$na–fr,abd–np;
8.	9^{1}	4^{1}	6^{1}	6·3	1·1	WSW 1	W 4	SW 1	2·4	W 11·4	·	3·7	0·4	4·1	·	●Tr8^{02}–mU–●$^{1-2}$8$^{16-49}$,●$^{0-1}$–10^{35}i,●$^{1-2}$11$^{10-20}$,●$^{0-2}$11^{50}–12^{25},
9.	3^{0}	9^{0}	1^{0}	4·3	3·6	S 1	E 2	WNW 1	1·3	E 5·0	·	·	·	·	·	$\sim^{1-2}$n–fr,$\sim^{0-1}$abd–np; [●^{1}14^{50}–15^{05}●Tr–pi;
10.	8^{0}	10^{0}	3^{0}	7·0	7·6	W 1	ESE 2	W 2	1·6	ESE 6·1	·	·	·	·	·	$\sim^{1-2}$n–fr,∞^{0-1}fr–p,$\sim^{0}$abd–np;
11.	8^{1}	9^{1}	9^{1}	8·7	0·3	W 3	W 3	W 3	4·1	W 14·2	·	0·0	0·0	0·0	·	$\sim^{0-1}$n–fr,●Tr●^{0}9^{40}–10^{55}i,●Trm,pi,●^{0}16^{50}–17^{05};
12.	4^{1}	6^{0}	3^{0}	4·3	8·9	W 1	SSE 3	W 3	2·1	W 9·2	·	·	·	·	·	$\sim^{0}$n–fr,np;
13.	8^{1}	2^{0}	0	3·3	8·7	WSW 2	W 4	W 2	3·9	WSW 15·3	·	·	·	·	·	—
14.	4^{1}	4^{1}	0	2·7	8·4	W 2	W 4	W 2	4·1	W 16·7	·	·	·	·	·	—
15.	5^{0}	10^{0}	7^{1}	7·3	2·2	W 4	WNW 3	NW 2	3·3	W 9·7	·	·	·	·	·	—
16.	9^{1}	0	4^{0}	4·3	6·9	N 1	ENE 2	E 1	1·4	N 5·3	·	·	·	·	·	∞^{0}fr;
17.	5^{0}	0	1^{0}	2·0	8·3	WSW 1	ESE 2	W 1	1·5	E 5·3	·	·	·	·	·	$\sim^{0}$na–fr,∞^{0-2}fr–p,$\sim^{0}$abd–np;
18.	1^{2}	7^{1}	2^{0}	3·3	5·5	W 3	W 2	NW 2	2·6	NNW 9·2	·	·	·	3·6	·	$\sim^{0}$n–fr,∞^{0}fr,a,≾np;
19.	8^{1}	7^{1}	2^{0}	5·7	5·5	SE 1	E 1	W 1	1·6	NW 10·8	3·6	0·0	0·0	0·0	·	●Trn–mU–0^{39}●$^{0-2}$–2^{50},ℝ^{0}(ℝ)^{0}1^{32}–2^{55}≾na,●^{0}3^{52}–5^{11}i,fr,pi,
20.	10^{1}	5^{1}	6^{1}	7·0	5·6	S 1	W 4	N 2	3·2	WSW 17·8	·	·	·	·	·	$\sim^{1-2}$n–a,∞^{0-1}na–a; [17^{41}–18^{22};
21.	1^{0}	0	0	0·3	9·4	WNW 1	W 1	S 1	1·6	NW 5·8	·	·	·	·	·	$\sim^{0}$na–fr,∞^{0-1}fr–m,$\sim^{0-1}$np;
22.	0	7^{0}	6^{0}	4·3	8·4	ESE 3	SE 3	SSE 2	2·6	SSE 8·9	·	·	·	·	·	$\sim^{1-2}$n–fr,∞^{1-2}fr–a,∞^{0}abd–npi;
23.	3^{0}	0	0	1·0	7·4	NNE 1	SE 2	SE 1	1·7	ESE 7·2	·	·	·	1·1	·	$\sim^{0-2}$n–fr,∞^{0-2}fr–npi;
24.	7^{1}	6^{1}	8^{1}	7·0	0·8	W 4	W 3	W 1	4·3	W **30·0**	1·1	0·0	·	0·7	·	(ℝ)^{0}na,≋3^{40}–5^{10}i,●Tr●^{0}n–mU–●$^{1-2}$3$^{10-30}$●Tr●^{0}–6^{12}i,
25.	9^{1}	9^{1}	5^{0}	7·7	2·1	W 2	W 3	SSE 2	2·1	W 10·0	0·7	0·0	·	0·0	·	●^{0}0^{24}–6^{05}i,●Tr7$^{16-22}$,$\sim^{0}$abd–np; [8$^{15-50}$i,ai;
26.	9^{1}	10^{1}	10^{1}	9·7	0·7	W 1	NNW 2	W 2	1·6	WNW 10·8	0·0	·	5·1	**11·9**	·	●Tr●^{0}n–nai,17$^{40-55}$,●^{2}18^{48}–●^{0}19$^{20-52}$,23$^{02-20}$●^{1}–24;
27.	10^{2}●	10^{2}●	6^{1}	8·7	0·1	NW 2	W 3	W 2	4·1	NW 15·3	6·8	9·7	0·3	10·0	·	●Tr●$^{0-2}$0–5i,●^{0}fr,●Tr●^{0}8^{30}–mU–9●$^{1-2}$–14^{25}●^{0}–14^{45},abd,np;
28.	8^{1}	4^{1}	2^{0}	4·7	8·6	WNW 3	NNW 3	NW 2	3·1	WNW 8·6	0·0	·	·	·	·	$\sim^{0-1}$n–fr,np;
29.	8^{1}	9^{2}	3^{1}	6·7	3·5	WNW 3	NW 3	NNW 2	3·2	NNW 10·0	·	·	0·0	0·0	·	$\sim^{0-1}$n–fr,●^{0}pi,15^{54}–16^{52}i,$\sim^{0}$abd–np;
30.	1^{1}	9^{1}	3^{0}	4·3	4·9	WNW 2	N 2	N 3	2·7	N 8·6	·	·	0·0	0·0	·	$\sim^{0-2}$n–a,●Tr●^{0}14$^{09-25}$;
Summe	–	–	–	–	169·1	–	–	–	–	–	14·1	15·5	7·6	37·2	–	Tage mit: ●,⁎,▲ / ≡$^{0-2}$ / ℝ / (ℝ) / ⊠ / ≋ / ≋
Mittel	5·4	5·8	3·7	5·0	5·6	1·9	2·7	1·6	2·6	10·5	–	–	–	–	–	8 / 0 / 1 / 2 / 0 / 1 / 0

Tagesmittel ($7^{h}+14^{h}+21^{h}$): 3. [1] Mit Schwerekorrektur und mit Instrumentenkorrektur. *Gc* = +0·25 hpa, *Bc* = 0·00 hpa. [2] △ = Abweichung vom langjährigen Mittel. [3] Aus der Registrierung von 0–24 Uhr. [4] Temperaturminimum in 6 *cm* über dem Boden. [5] Dauer in Stunden. [6] 24stündiges Mittel. [7] Augenblickswert. [8] Von 7^{h} bis 7^{h}. [9] Um 7^{h} in *cm*.

Verwendete Zeichen und Abkürzungen: ● Regen, , Nieseln, ⁎ Schnee, ▲ Hagel, △ Graupeln, ⧋ Eisregen, ≡ Nebel, = Nebeldunst, ≡: Nebelreißen, ⌓ Tau, ⌴ Reif, V Rauhreif, ~ Glatteis, ℝ Gewitter über Ort, (ℝ) Gewitter in Umgebung, ≾ Wetterleuchten, ∞ Dunst, ●Tr Regentropfen, ⁎Fl Schneeflocken, ⊠ Schneedecke, ≋ Windstärke 6 und mehr, ≋ Windstärke 8 und mehr, mU oder i mit Unterbrechungen, na frühmorgens, fr früh, a vormittags, m mittags, p nachmittags, abd abends, np spätabends, n nachts (bezieht sich auf die vorangegangene Nacht, wenn n allein steht).

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Beobachtungen an der Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, Wien, Hohe Warte (207·5 m),

16° 21·7′ E-Länge v. Gr. *im Monat Oktober 1987* 48° 14·9′ N-Breite.

Tag	Luftdruck[1] hpa					Lufttemperatur, °C in 1·85 m über dem Boden						Ausstrahlung °C[4]	Dampfdruck hpa					Relative Feuchtigkeit %				Verdunstung, mm	Tagesmittel der Bodentemperatur / °C in der Tiefe von ... m				
	7h	14h	21h	Mit.	Δ[2]	7h	14h	21h	Mit.	Max.[3]	Min.[3]	7h	7h	14h	21h	Mit.	7h	14h	21h	Mit.		0·02	0·1	0·5	1·0	2·0
1.	1004·5	1004·9	1005·8	1005·1	12·6	6·3	12·6	9·9	9·6	13·6	5·8	2·0	8·1	8·1	9·1	8·4	85	55	74	71	0·6	13·6	13·7	15·6	17·0	16·7
2.	1006·1	1007·4	**1008·1**	**1007·2**	**14·7**	5·3	12·6	8·2	8·7	13·4	4·3	1·4	8·3	8·0	8·4	8·2	93	54	77	75	0·6	13·0	13·3	15·2	16·6	16·6
3.	**1008·1**	1006·7	1005·0	1006·6	14·2	7·4	14·1	10·2	10·6	14·3	5·4	1·1	8·4	9·2	8·0	8·5	82	58	65	68	1·6	12·9	13·1	14·9	16·3	16·6
4.	1002·9	1000·9	1000·5	1001·4	9·0	7·2	14·2	11·4	10·9	14·3	6·5	3·6	8·1	7·5	8·5	8·0	80	46	64	63	1·8	12·9	12·9	14·6	16·0	16·5
5.	997·0	993·5	990·1	993·5	1·2	8·0	15·8	14·7	12·8	16·6	7·8	4·9	8·4	10·5	11·9	10·3	78	59	71	69	1·8	13·5	13·1	14·4	15·8	16·4
6.	987·0	985·5	985·7	986·1	−6·2	13·8	18·6	16·5	16·3	19·5	13·0	6·6	12·5	14·5	14·1	13·7	79	68	75	74	1·4	14·2	13·9	14·4	15·6	16·3
7.	988·5	990·3	987·5	988·8	−3·5	11·9	19·2	13·4	14·8	19·4	11·4	8·2	12·7	13·7	13·2	13·2	91	62	86	80	0·7	14·8	14·3	14·6	15·5	16·2
8.	980·2	**977·9**	986·1	981·4	−10·7	11·2	21·4	15·9	16·2	22·6	10·8	7·3	12·4	12·4	10·1	11·6	93	49	56	66	**2·3**	15·2	14·8	14·8	15·4	16·1
9.	994·3	996·6	995·8	995·6	3·5	12·3	18·0	12·9	14·4	18·7	11·0	9·4	8·5	8·4	8·4	8·4	60	**41**	57	**53**	1·6	15·0	14·9	14·9	15·4	16·0
10.	992·2	989·8	987·9	990·0	−2·1	12·6	19·0	15·8	15·8	19·3	9·8	5·0	10·5	14·5	14·9	13·3	72	66	83	74	1·7	15·4	14·8	14·9	15·4	15·9
11.	985·4	983·7	982·9	984·0	−8·0	14·1	21·2	17·0	**17·4**	22·7	13·7	10·0	14·3	**15·9**	14·3	**14·8**	89	63	74	75	1·9	16·1	15·6	15·1	15·4	15·9
12.	978·7	979·1	983·5	**980·4**	**−11·6**	13·5	16·0	10·3	13·3	17·4	9·3	11·4	12·3	14·3	9·2	11·9	79	79	73	77	1·2	14·9	14·9	15·3	15·5	15·8
13.	987·8	986·6	988·2	987·5	−4·5	7·8	14·0	9·2	10·3	14·5	7·6	4·2	7·7	8·5	8·8	8·3	73	54	76	68	0·7	13·4	13·8	15·0	15·1	15·7
14.	989·3	988·7	990·1	989·4	−2·6	4·5	15·7	10·0	10·1	16·1	4·2	0·1	7·7	9·5	9·7	9·0	93	53	79	75	0·5	13·1	13·2	14·6	15·3	15·7
15.	985·5	983·8	983·0	984·1	−7·9	7·6	20·0	15·8	14·5	20·1	6·6	2·4	9·6	14·1	13·1	12·3	92	60	73	75	0·9	13·9	13·6	14·3	15·1	15·6
16.	983·1	984·3	987·8	985·1	−6·8	12·0	**22·6**	16·0	16·9	**22·8**	10·8	7·4	12·7	15·5	14·7	14·3	90	56	81	76	1·3	15·5	14·7	14·4	15·0	15·6
17.	992·1	993·4	994·3	993·3	1·4	13·0	15·6	14·2	14·3	16·4	12·0	8·2	14·1	12·4	11·9	12·8	95	70	74	80	0·7	14·3	14·5	14·6	15·0	15·5
18.	995·7	997·4	999·3	997·5	5·6	11·3	10·8	10·8	11·0	13·3	10·4	9·9	12·1	11·9	11·2	11·7	91	92	86	90	0·3	13·2	13·4	14·7	15·0	15·5
19.	999·4	998·2	997·7	998·4	6·5	10·2	12·2	11·8	11·4	12·6	9·3	5·0	10·4	11·5	11·9	11·3	84	80	86	83	0·3	13·2	13·1	14·2	14·9	15·4
20.	996·1	995·3	995·1	995·5	3·5	11·0	12·8	11·8	11·9	13·2	10·9	9·6	11·9	11·2	10·7	11·3	91	76	77	81	1·0	13·1	13·0	14·1	14·8	15·3
21.	991·9	992·5	995·3	993·2	1·2	10·8	11·6	9·5	10·6	11·7	7·9	9·3	11·6	11·9	10·9	11·5	90	86	93	90	0·2	12·3	12·5	13·9	14·7	15·3
22.	994·6	995·0	997·0	995·5	3·5	6·8	10·9	10·4	9·4	11·0	6·5	4·1	9·2	12·4	10·9	10·8	93	95	87	92	0·1	11·3	11·5	13·4	14·5	15·2
23.	996·5	995·1	994·9	995·5	3·5	9·8	12·3	10·8	11·0	12·4	9·7	8·4	11·5	12·0	11·7	11·7	95	84	91	90	0·3	11·8	11·9	13·1	14·3	15·2
24.	998·6	999·7	999·5	999·3	7·3	10·1	12·0	11·1	11·1	12·2	10·0	7·6	11·6	12·0	12·0	11·9	94	86	91	90	0·3	12·0	12·1	13·1	14·2	15·1
25.	1001·7	1001·3	1004·2	1002·4	10·4	10·6	11·8	9·9	10·8	12·4	9·0	8·9	11·9	12·0	10·1	11·3	93	87	83	88	0·4	12·6	12·4	13·1	14·0	15·1
26.	1007·1	1005·7	1007·1	1006·6	14·6	7·2	9·4	8·4	8·3	9·6	5·4	4·0	8·0	8·7	8·8	8·5	79	74	80	78	0·4	11·4	11·6	12·9	13·9	15·0
27.	1007·5	1006·3	1006·2	1006·7	**14·7**	4·1	11·0	8·1	7·7	11·1	3·1	−0·1	7·1	8·7	8·1	8·0	87	66	75	76	1·1	10·7	10·7	12·5	13·8	14·9
28.	1005·4	1003·4	1004·1	1004·3	12·3	3·4	8·1	5·7	5·7	8·3	3·3	1·2	6·3	8·1	6·8	7·1	80	75	74	76	1·2	9·2	9·6	12·0	13·4	14·8
29.	1004·6	1003·1	1001·5	1003·1	11·0	**0·6**	6·2	3·4	**3·4**	6·3	0·5	**−2·1**	5·1	4·9	4·8	4·9	79	52	61	64	1·4	7·2	8·1	11·3	13·2	14·7
30.	999·4	998·3	998·6	998·8	6·7	3·8	6·3	5·3	5·1	6·6	2·0	−1·0	4·7	5·2	4·8	4·9	59	55	54	56	1·1	7·0	7·6	10·6	12·8	14·6
31.	1000·1	999·1	999·5	999·6	7·5	2·2	8·4	1·9	4·2	8·5	**0·2**	−1·2	4·7	**4·5**	5·2	**4·8**	65	42	74	60	0·7	7·1	7·5	10·2	12·4	14·5
Mittel	995·5	995·0	995·6	995·4	3·3	9·7	14·0	11·0	11·2	14·5	7·7	5·1	9·8	10·7	10·2	10·2	84	66	76	75	30·1 Summe	12·7	12·7	13·9	14·9	15·6

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Tag	Bewölkung (Menge 0–10, Dichte$^{0-2}$) Witterung zum Termin 7h	14h	21h	Mit.	Sonnenschein[5]	Windrichtung und -stärke (0–12 Beaufort-Grade) 7h	14h	21h	Windgeschwindigkeit, m/sek Mit.[6]	Maximum[7]		Niederschlag in mm Wasserhöhe und Form 7h	14h	21h	Sum.[8]	Schneehöhe[9]	Bemerkungen zum Wetterverlauf (Intensität ^{0}, ^{1}, ^{2}, = leicht, mäßig, stark)
1.	0	2^{1}	6^{1}	2·7	**8·2**	NW 2	N 2	NNE 2	2·0	N	8·1	·	·	·	·	·	⌓$^{0-2}$n–fr,∞$^{0-1}$na–fr,⌓$^{0-1}$np;
2.	8^{1}	6^{1}	2^{0}	5·3	5·0	NNE 1	ESE 3	NNE 1	1·9	E	9·2	·	·	·	0·0	·	⌓$^{0-2}$n–a,∞$^{0-2}$n–m,⌓$^{0-1}$np;
3.	10^{2}●	5^{2}	0	5·0	5·2	ESE 2	ESE 3	SE 3	3·4	ESE	11·1	0·0	0·0	·	0·0	·	⌓^{1}n–na,●Tr●^{0}6^{07}–mU–7^{58},⌓^{0}abd–np;
4.	3^{1}	3^{1}	6^{0}	4·0	7·3	SE 3	SE 4	SE 3	5·1	SE	14·2	·	·	·	·	·	⌓^{0}n–na,∞$^{0-1}$fr–a;
5.	2^{0}	1^{0}	0	1·0	**8·2**	ESE 3	SE 4	SSE 3	5·6	SE	16·7	·	·	·	·	·	∞^{0}fr–p,⌓^{0}np;
6.	7^{0}	9^{1}	10^{0}	8·7	2·0	SSE 3	SSE 3	SSE 2	3·9	SSE	16·1	·	0·0	·	0·0	·	⌓^{0}n–fr,●Tr●^{0}9^{42}–10^{15}i,∞^{0}a–m,●^{0}13$^{17-45}$,⌓$^{0-1}$np;
7.	8^{1}	5^{1}	3^{0}	5·3	1·3	WSW 1	NW 1	SE 2	1·2	WNW	6·9	·	·	0·0	0·0	·	⌓$^{0-1}$n–fr,∞$^{1-2}$fr–m,●Tr●^{0}15^{52}–17^{47}i,⌓$^{0-2}$abd–np;
8.	1^{0}	9^{1}	10^{1}	6·7	5·8	SSW 1	S 4	W 3	4·1	W	16·1	·	·	·	0·0	·	⌓$^{0-2}$n–a,●Tr●^{0}23$^{08-43}$i;
9.	8^{1}	9^{1}	0	5·7	4·0	W 1	W 2	S 2	2·7	W	13·1	0·0	·	·	·	·	●Tr●^{0}0^{41}–4^{50}i,6$^{21-30}$,⌓$^{0-1}$np;
10.	1^{0}	1^{0}	2^{1}	1·3	7·4	ESE 2	SSE 4	SSE 4	5·6	SE	17·2	·	·	·	·	·	⌓^{1}n,∞^{0}abd–np;
11.	4^{1}	7^{0}	1^{0}	4·0	4·5	SE 2	SSE 4	SE 1	4·6	SSE	16·7	·	·	·	0·0	·	⌓$^{0-1}$n–fr,∞^{0}fr;
12.	10^{1}	10^{2}	10^{1}●	10·0	0·0	ESE 3	E 3	W **6**	5·6	W	**22·8**	0·0	0·1	0·2	0·4	·	●Tr●^{0}nai,●^{0}7^{45}–9^{20}i,10$^{40-50}$,16^{44}–17^{45}i,⟋ш18^{25}–22^{20}i,
13.	6^{1}	9^{1}	8^{0}	7·7	4·5	W 3	WNW 1	ENE 1	2·6	W	13·1	0·1	·	·	·	·	⌓$^{0-1}$abd–np; [●Tr●^{0}20^{18}–21^{55}i;
14.	0	7^{0}	0	2·3	7·4	SW 1	E 2	NNE 2	1·3	E	5·0	·	·	·	·	·	⌓$^{0-2}$n–a,∞$^{0-1}$fr–ai,abd–npi,⌓$^{0-2}$np;
15.	1^{0}	8^{0}	0	3·0	3·7	NNE 1	ENE 2	SSE 2	2·1	SSE	9·2	·	·	·	·	·	⌓$^{0-2}$n–a,∞$^{0-1}$fr–a;
16.	7^{1}	9^{0}	6^{1}	7·3	6·6	N 1	ESE 2	NE 1	1·9	SE	8·3	·	·	·	·	·	⌓$^{0-2}$n–a,∞^{1}fr,⌓$^{0-1}$abd–np;
17.	10^{1}	10^{2}	10^{1}	10·0	0·0	WNW 1	WNW 2	W 4	2·7	W	14·2	·	0·0	·	4·0	·	⌓$^{0-2}$n–fr,❟7^{42}–8^{27}i,∞^{2}fr–a,●Tr●^{0}23^{39}–24;
18.	10^{2}●	10^{2}●	10^{2}	10·0	0·0	W 3	WNW 3	WNW 3	4·7	WNW	15·8	4·0	6·1	1·4	7·5	·	●Tr●^{0}0–mU–2^{10}●$^{0-2}$–9^{50}●$^{0-1}$–18●Tr●^{0}–19^{30},∞$^{0-2}$fr–npi;
19.	10^{1}	10^{1}	10^{1}	10·0	0·0	NW 2	NW 1	NNE 2	2·1	WNW	7·8	·	·	·	·	·	∞^{0}fr–mU–∞^{1}np;
20.	10^{2}	10^{1}	10^{1}	10·0	0·1	ESE 3	ESE 4	SE 3	4·4	SE	13·1	·	·	·	0·0	·	⌓^{0}n–fr,∞^{2}n–∞^{1}m–npi,●Tr23$^{40-45}$;
21.	10^{2}	10^{2}	9^{1}	9·7	0·0	SE 4	SSE 3	SW 1	3·9	ESE	12·2	0·0	·	0·2	0·2	·	∞$^{0-2}$n–=a–p∞^{2}–np,●Tr●^{0}14^{33}–16^{30}i;
22.	10^{2}≡⁝	10^{2}≡⁝	10^{2}●	10·0	0·0	ENE 1	SW 1	W 2	1·7	W	7·8	·	0·0	0·0	1·5	·	≡⁝$^{0-2}$≡$^{0-2}$fr–p,❟ai,pi,●Tr●^{0}20^{26}–mU–22●^{0}–24;
23.	10^{2}≡	10^{2}	10^{1}●	10·0	0·0	E 1	ESE 2	SSE 2	2·3	ESE	9·2	1·5	·	1·4	**12·6**	·	●^{0}ni,●$^{0-1}$4^{27}–6^{10},≡^{0}fr,●Trpi,●$^{0-1}$15^{26}–18●Tr●^{0}–mU–20^{15}
24.	9^{2}	10^{2}	10^{1}	9·7	0·0	SSE 1	ESE 2	ESE 3	1·9	ESE	6·1	11·2	·	0·0	0·3	·	●$^{1-2}$0–2^{30}●Tr●^{0}–4i,=fr–a,●Trabd; [●$^{0-2}$–24;
25.	10^{1}	10^{2}	10^{1}●	10·0	0·1	NW 2	N 1	NW 2	1·9	NNW	9·2	0·3	·	0·1	0·2	·	●Tr●^{0}1^{19}–3^{46}i,≡^{0}na,●Tr●^{0}18^{08}–22^{55}i;
26.	5^{1}	10^{2}	10^{2}	8·3	0·0	N 2	E 1	NNE 2	2·2	NNW	8·1	0·1	·	0·0	0·0	·	●Tr14$^{01-25}$i,●Tr●^{0}17^{37}–18^{52}i,∞$^{0-2}$abd–npi,⌓^{0}np;
27.	10^{1}	3^{0}	1^{1}	4·7	4·3	NE 1	ESE 4	ESE 3	3·5	ESE	12·2	·	·	·	·	·	⌓^{1}n–fr,∞$^{0-2}$n–p,∞^{0}abd;
28.	1^{0}	1^{1}	10^{1}	4·0	7·5	ESE 4	SE 4	ESE 4	**7·5**	SE	16·1	·	·	·	·	·	⌓^{0}na–fr,∞$^{0-2}$fr–p,∞$^{0-1}$abd–np;
29.	8^{1}	3^{0}	0	3·7	7·7	SE 4	SE 5	SE 3	6·4	SE	16·1	·	·	·	·	·	∞$^{0-2}$n–m;
30.	9^{1}	8^{0}	7^{1}	8·0	1·3	SE 4	ESE 4	SE 2	4·4	SE	12·5	·	·	·	·	·	∞$^{0-1}$fr–m;
31.	7^{0}	1^{0}	0	2·7	**8·2**	E 2	SE 2	W 1	1·9	SE	6·1	·	·	·	·	·	⌓^{0}fr,∞$^{0-1}$fr–a,⌓$^{0-1}$abd–np,⊔^{0}∞^{0}np;
Summe	–	–	–	–	110·3	–	–	–	–	–		17·2	6·2	3·3	26·7	–	Tage mit: ●❟✳▲ 8, ≡$^{0-2}$ 3, ꓘ 0, (ꓘ) 0, ⊠ 0, ⟋ш 1, ⟋ш 0
Mittel	6·6	7·0	5·8	6·5	3·6	2·1	2·7	2·4	3·4	11·9		–	–	–	–	–	

Tagesmittel (7h + 14h + 21h): 3. [1] Mit Schwerekorrektur und mit Instrumentenkorrektur. *Gc* = +0·25 hpa, *Bc* = 0·00 hpa. [2] Δ = Abweichung vom langjährigen Mittel. [3] Aus der Registrierung von 0–24 Uhr. [4] Temperaturminimum in 6 *cm* über dem Boden. [5] Dauer in Stunden. [6] 24stündiges Mittel. [7] Augenblickswert. [8] Von 7h bis 7h. [9] Um 7h in *cm*.

Verwendete Zeichen und Abkürzungen: ● Regen, ❟ Nieseln, ✳ Schnee, ▲ Hagel, △ Graupeln, ⚠ Eisregen, ≡ Nebel, = Nebeldunst, ≡⁝ Nebelreißen, ⌓ Tau, ⊔ Reif, V Rauhreif, ∼ Glatteis, ꓘ Gewitter über Ort, (ꓘ) Gewitter in Umgebung, ⸔ Wetterleuchten, ∞ Dunst, ●Tr Regentropfen, ✳Fl Schneeflocken, ⊠ Schneedecke, ⟋ш Windstärke 6 und mehr, ⟋ш Windstärke 8 und mehr, mU oder i mit Unterbrechungen, na frühmorgens, fr früh, a vormittags, m mittags, p nachmittags, abd abends, np spätabends, n nachts (bezieht sich auf die vorangegangene Nacht, wenn n allein steht).

Beobachtungen an der Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, Wien, Hohe Warte (207·5 m),

16° 21·7′ E-Länge v. Gr. *im Monat November 1987* 48° 14·9′ N-Breite.

Tag	Luftdruck[1] hpa					Lufttemperatur, °C in 1·85 m über dem Boden						Ausstrahlung °C[4]	Dampfdruck hpa					Relative Feuchtigkeit %				Verdunstung, mm	Tagesmittel der Bodentemperatur / °C in der Tiefe von ... m				
	7h	14h	21h	Mit.	Δ[2]	7h	14h	21h	Mit.	Max.[3]	Min.[3]	7h	7h	14h	21h	Mit.	7h	14h	21h	Mit.		0·02	0·1	0·5	1·0	2·0
1.	998·6	996·9	996·9	997·5	5·4	0·0	9·3	6·6	5·3	9·4	−1·1	−4·1	**5·2**	6·1	6·3	**5·9**	86	**52**	64	67	0·6	6·4	6·7	9·7	12·0	14·4
2.	996·1	997·0	999·7	997·6	5·5	4·9	5·7	5·6	5·4	6·6	4·3	3·8	7·5	8·4	8·7	8·2	86	92	96	91	0·1	7·4	7·4	9·5	11·7	14·3
3.	1002·2	1004·1	1008·2	1004·8	12·5	7·2	8·6	6·4	7·4	8·9	4·5	4·6	8·3	7·6	6·8	7·6	82	68	71	74	0·7	8·0	8·0	9·5	11·5	14·2
4.	1009·9	1009·7	1011·8	**1010·5**	**18·2**	5·4	8·9	6·9	7·1	8·9	4·0	0·7	6·4	7·6	6·7	6·9	71	66	67	68	0·7	7·7	7·7	9·5	11·4	14·1
5.	**1012·2**	1009·7	1009·3	1010·4	18·1	2·5	8·8	3·2	4·8	9·2	2·3	−2·3	6·1	6·5	7·2	6·6	84	58	94	79	0·6	6·6	7·4	9·4	11·3	14·0
6.	1006·7	1005·7	1005·0	1005·8	13·5	7·4	8·6	5·9	7·3	9·4	5·2	−1·9	7·3	7·6	7·1	7·3	72	68	77	72	0·8	7·5	7·4	8·9	11·1	13·8
7.	1002·5	1001·0	998·9	1000·8	8·5	3·4	7·8	1·3	4·2	8·0	−0·4	−1·5	6·4	6·3	5·9	6·2	82	59	86	76	0·3	6·5	7·0	9·1	10·9	13·7
8.	994·6	993·3	993·7	993·9	1·5	−0·6	4·6	2·1	2·0	5·0	**−1·6**	**−6·4**	5·6	6·8	6·5	6·3	96	80	92	89	0·2	4·9	5·9	8·6	10·7	13·6
9.	992·3	991·5	991·3	991·7	−0·7	1·6	1·7	1·8	**1·7**	2·3	0·8	0·6	6·4	6·3	6·7	6·5	93	92	97	94	0·1	5·4	5·7	8·3	10·6	13·4
10.	988·9	987·8	988·5	988·4	−4·0	1·6	2·9	3·3	2·6	3·3	1·3	0·7	6·7	6·8	7·1	6·9	96	90	91	92	0·1	5·4	5·6	8·0	10·3	13·3
11.	988·6	988·6	989·5	988·9	−3·5	3·4	10·4	7·8	7·2	10·9	3·0	1·9	7·3	9·6	9·1	8·7	94	76	86	85	0·2	6·6	6·4	7·9	10·0	13·2
12.	985·9	978·9	982·5	982·4	−10·0	2·7	8·5	8·1	6·4	9·9	2·6	−1·9	6·9	8·9	8·5	8·1	94	80	78	84	0·5	6·4	6·3	8·0	9·9	13·1
13.	979·4	979·4	974·2	977·7	−14·7	4·9	11·3	9·2	8·5	11·4	4·5	−0·1	7·7	8·1	**10·3**	8·7	90	61	88	80	0·5	7·1	6·9	8·1	9·8	13·0
14.	978·9	983·7	987·7	983·4	−9·1	9·0	9·3	7·5	8·6	9·8	6·3	5·0	7·3	6·7	6·7	6·9	64	57	64	**62**	0·8	7·4	7·3	8·3	9·8	12·9
15.	992·1	994·3	996·3	994·2	1·7	5·4	8·3	3·2	5·6	8·6	1·3	0·4	6·9	6·5	6·0	6·5	77	60	78	72	0·7	6·4	6·7	8·3	9·8	12·8
16.	993·3	993·1	994·1	993·5	1·0	**−1·2**	5·2	3·1	2·4	5·6	−1·2	−5·6	**5·2**	7·5	7·2	6·6	92	84	94	90	0·2	4·6	5·3	7·8	9·7	12·7
17.	995·5	997·5	999·4	997·5	5·0	5·7	10·6	8·6	8·3	11·0	2·5	−1·0	8·8	8·5	8·7	8·7	96	67	78	80	0·8	6·3	6·0	7·6	9·5	12·6
18.	1001·4	1003·1	1005·3	1003·3	10·8	6·7	8·6	8·8	8·0	9·5	6·7	5·0	8·7	8·8	8·0	8·5	88	79	71	79	0·8	6·9	6·7	7·7	9·4	12·5
19.	1001·9	998·5	991·5	997·3	4·6	8·8	8·9	7·5	8·4	9·5	7·2	5·0	8·5	9·7	9·2	**9·1**	75	85	88	83	0·6	7·7	7·4	8·0	9·4	12·4
20.	981·9	983·9	985·4	983·7	−9·0	8·6	8·5	6·0	7·7	10·1	5·0	4·2	8·4	7·2	6·7	7·4	75	65	70	70	1·1	7·3	7·3	8·2	9·4	12·3
21.	985·0	986·9	989·4	987·1	−5·6	5·1	7·8	6·3	6·4	7·9	4·7	1·1	7·1	7·1	6·7	7·0	80	67	70	72	0·9	6·6	6·6	8·1	9·4	12·2
22.	986·6	981·9	979·5	982·7	−10·0	5·0	7·9	5·8	6·2	8·3	3·6	2·2	6·8	5·7	7·3	6·6	79	54	79	71	0·4	6·5	6·4	7·8	9·4	12·1
23.	977·5	977·0	979·5	978·0	−14·7	2·6	6·9	4·1	4·5	7·7	1·9	−0·5	6·5	6·1	5·6	6·1	89	61	69	73	0·9	5·3	5·8	7·6	9·3	12·1
24.	980·1	978·5	976·7	978·4	−14·4	3·2	5·8	7·1	5·4	7·8	2·4	−2·8	6·9	7·9	9·5	8·1	91	86	93	90	0·3	5·4	5·4	7·3	9·1	12·0
25.	**971·0**	973·3	976·6	**973·6**	**−19·2**	8·6	**12·3**	8·4	**9·8**	**12·9**	7·1	5·5	9·7	8·4	7·3	8·5	87	59	67	71	**1·3**	7·2	6·7	7·4	9·0	11·9
26.	979·8	980·3	980·5	980·2	−12·6	5·8	9·5	7·6	7·6	10·1	5·6	0·9	7·5	9·2	9·1	8·6	81	77	87	82	0·6	6·8	6·5	7·6	8·9	11·8
27.	978·1	979·0	984·3	980·5	−12·3	5·2	4·1	3·6	4·3	7·9	2·9	2·5	8·1	6·9	6·3	7·1	91	85	79	85	0·4	6·4	6·3	7·3	8·9	11·7
28.	991·4	993·8	996·5	993·9	1·0	3·4	4·0	3·6	3·7	4·4	2·9	2·0	6·5	7·1	7·1	6·9	85	87	89	87	0·3	5·6	5·7	7·4	8·9	11·7
29.	997·4	998·1	999·0	998·2	5·3	3·6	4·3	4·0	4·0	4·5	3·6	2·3	6·3	6·1	6·1	6·2	79	74	76	76	0·4	5·5	5·6	7·2	8·9	11·6
30.	999·0	998·6	1000·2	999·3	6·4	3·8	5·0	4·4	4·4	5·4	2·7	1·9	7·1	7·3	7·2	7·2	88	84	87	86	0·3	5·5	5·4	7·0	8·7	11·5
Mittel	991·6	991·5	992·4	991·8	−0·7	4·5	7·5	5·6	5·8	8·1	3·2	0·7	7·1	7·4	7·4	7·3	85	72	81	79	16·2 Summe	6·4	6·5	8·2	10·0	12·8

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Tag	Bewölkung (Menge 0–10, Dichte[0–2]) Witterung zum Termin 7h	14h	21h	Mit.	Sonnenschein[5]	Windrichtung und -stärke (0–12 Beaufort-Grade) 7h	14h	21h	Windgeschwindigkeit, m/sek Mit.[6]	Maximum[7]	Niederschlag in mm Wasserhöhe und Form 7h	14h	21h	Sum.[8]	Schneehöhe[9]	Bemerkungen zum Wetterverlauf (Intensität 0,1,2, = leicht, mäßig, stark)
1.	8^0	8^0	10^1	8·7	5·0	ESE 1	SSE 2	S 1	1·3	SE 6·9	·	·	·	0·3	·	⌴0–1n–fr,∞0–2n–a,∞0–1abd–np;
2.	10^2≡,	10^2≡,	10^2≡,	10·0	0·0	NNE 1	NE 1	ENE 1	0·7	NE 3·1	0·3	0·4	0·9	1·7	·	≡0–1fr–=np,●0,5–9,a–mU–●$0^{14}2^{5}$–15^{30},–npi;
3.	10^1	5^1	7^1	7·3	0·9	N 2	NNW 3	N 3	3·1	NNW 8·6	0·4	·	0·0	0·0	·	=n,●Tr●$0^{2}5^{0}$–4^{30}i,●Trp;
4.	10^1	9^1	9^1	9·3	0·0	WNW 3	NW 3	NW 2	3·5	WNW 9·4	·	·	·	·	·	∞0fr–abdi;
5.	5^1	6^0	0	3·7	**7·5**	WNW 3	NNW 2	W 1	2·1	NW 7·8	·	·	·	·	·	⌓0–1na–fr,⌴0fr,∞1fr–a,∞0–1p–npi,⌓0–1abd–np;
6.	10^2	7^0	9^1	8·7	2·1	W 2	NW 3	W 1	3·0	WNW 12·2	·	·	·	·	·	⌓0n,∞0–2n–abdi;
7.	9^1	9^1	0	6·0	1·8	WSW 2	WNW 2	W 1	2·4	W 8·1	·	·	·	·	·	∞0–1fr–a,∞1p–np,⌓0–1abd–np,⌴0np;
8.	0≡	5^1	10^1	5·0	1·6	NE 1	ENE 1	W 1	1·0	ENE 5·8	·	·	·	·	·	⌴0–1n–fr,∞2n–≡1–2fr–∞2a–=np,⌓0abd–np;
9.	10^2≡	10^2	10^2	10·0	0·0	ESE 1	E 2	S 2	1·6	SE 4·7	·	·	0·0	0·1	·	=n–na≡0=–p,●17^{15}–24i,≡0–2abd;
10.	10^2,	10^1≡	10^2≡●	10·0	0·0	E 2	ENE 1	NNW 1	1·6	E 5·0	0·1	0·0	0·0	1·4	·	,0–12^{52}i,∞2=n–m≡0=–np,●Tr●$0^{20}0^{5}$–mU–●$0^{23}2^{0}$–24;
11.	10^1	9^1	3^0	7·3	1·2	NE 1	W 3	W 2	2·3	W 9·2	1·4	·	0·0	0·0	·	●0–10–2^{45}●Tr●0–6^{17}i,=na–fr,●Trpi,⌓0–1np;
12.	6^0	10^0	10^1●	8·7	2·3	W 1	E 1	WNW 3	2·2	W 13·6	·	·	0·0	0·1	·	⌓1n–⌴1fr,∞0–2fr–m,●$0^{20}3^{0}$–21^{35},∞1abd;
13.	8^1	7^1	9^1	8·0	1·3	SSE 2	W 2	SE 2	1·5	W 8·6	0·1	·	·	0·2	·	⌓0–1na–fr,∞0–1fr–np;
14.	10^1	10^1	6^1	8·7	0·0	W 3	W 4	W 2	4·5	W 19·2	0·2	·	·	·	·	●$0^{0}4^{2}$–2^{30}–mU–4;
15.	7^1	3^0	0	3·3	2·2	W 3	W 3	W 2	2·9	W 9·7	·	·	·	·	·	⌓0fr,⌴0–1abd–np;
16.	4^0	10^2●	3^0	5·7	0·6	SW 1	SSE 1	WSW 1	1·3	SSE 6·4	·	0·1	0·2	1·5	·	⌴0–1n–fr,∞0–2fr–npi,●Tr●$0^{11}1^{1}$–16^{16}i,●$0^{22}2^{6}$–24i;
17.	8^1	4^1	8^1	6·7	1·9	W 2	W 4	W 3	4·7	W 16·7	1·2	·	0·5	3·0	·	●0–0^{40}●1–1^{16},●$0^{1}1^{40–55}$,●$0^{16}2^{0}$–18^{26},●$0^{0}1$9–24i; [●$0^{17}0^{6–15}$;
18.	10^2●	5^1	10^1	8·3	0·1	W 4	W 4	W 3	6·0	W 15·3	2·5	1·5	0·0	1·5	·	●0–mU–4●0^{-2}–mU–7^{30}●Tr●0–mU–12^{05}●$0^{0}1$–13^{25},
19.	10^1	10^1●	10^1●	10·0	0·0	W 4	W 4	W 4	5·5	W 15·8	0·0	1·4	4·5	**6·8**	·	●Tr●0^{0}nai,●$0^{7}1^{5}$–mU–11●$0^{0}1$–13^{30}●0^{0}–mU–16^{05}●1^{0}–21^{18};
20.	10^2	10^1	8^0	9·3	0·0	W 5	WNW 4	W 4	6·1	W **20·3**	0·9	0·0	0·0	0·0	·	⌒na,●Tr●$0^{3}2^{8}$–mU–●$1^{4}1^{7–40}$●Tr●0–fri,ai,abdi,●$0^{22}4^{7}$–23^{45};
21.	10^1●	10^1●	10^1	10·0	1·1	W 3	WNW 3	NW 3	4·4	WNW 13·1	0·0	0·2	·	0·2	·	●$0^{4}2^{1}$–10^{18}i,13^{41}–14;
22.	8^1	7^1	9^1	8·0	3·6	WNW 3	WNW 2	W 1	3·3	WNW 11·7	0·0	·	0·0	0·0	·	●Tr●$0^{2}1^{6}$–3^{45}i,∞0fr–a,●$0^{17}2^{5–35}$,●Trabdi;
23.	8^1	3^0	7^0	6·0	4·9	NE 1	E 2	SSE 3	2·5	SSE 10·0	·	·	·	0·0	·	⌓0n–a,∞0–2fr–m;
24.	10^2,	10^2,	10^2●	10·0	0·0	SE 3	SE 2	SE 2	4·4	SSE 11·9	0·0	0·0	0·2	0·4	·	∞1–2na–np,●Tr●$0^{9}4^{53}$–7^{55}i,,8^{08}–●0^{0}m–●0^{0}p–22^{02};
25.	10^1	2^1	0	4·0	7·0	SE 5	S 5	E 1	5·0	S 18·3	0·2	·	·	·	·	●0^{0},0^{07}–4^{45}i,∞1n,fr,⌒$11^{30–40}$;
26.	5^1	9^1	9^0	7·7	2·2	S 2	E 3	SE 1	2·8	SSE 9·4	·	0·0	·	6·6	·	⌓0n–fr,●$0^{9}1^{4–36}$i,●Tr●$0^{21}2^{5}$–mU–24;
27.	10^2●	10^1	10^1	10·0	0·0	W 4	W 4	W 5	**7·1**	W 18·9	6·6	2·0	0·0	2·6	·	●Tr●0^{0}ni,●$0^{-1}2^{04}$–4^{20}●1^{-2}–6^{30}●0^{0}–1–8^{40}●0^{0}–mU–16,–24i,
28.	10^1	10^1	10^1●	10·0	0·0	W 2	WSW 2	WNW 2	3·3	W 15·3	0·6	0·0	0·4	0·4	·	,n–na●0^{0}–mU–11,–pi,●$0^{16}1^{0}$–npi; [⌒ai,pi,abd;
29.	10^1	10^2	10^1●	10·0	0·0	NW 2	NW 2	WNW 2	2·2	NNW 7·2	0·0	·	0·0	1·1	·	●Tr●$0^{20}3^{8}$–mU–23^{20}●0^{0}–24;
30.	10^2●	10^2	10^2	10·0	0·0	NW 2	WNW 2	NNW 2	2·7	NW 6·7	1·1	0·0	0·7	0·7	·	●0–10–1^{15}●Tr●0–mU–fr,–a,●Tr●$0^{15}4^{8}$–20^{45}i,npi;
Summe	–	–	–	–	47·3	–	–	–	–	–	15·6	5·6	7·4	28·6	–	Tage mit: ●,,⌒,▲ ≡0–2 ⁋ (⁋) ⊠ ⌒ ⌒
Mittel	8·5	7·9	7·6	8·0	1·6	2·4	2·6	2·1	3·2	11·0	–	–	–	–	–	17 4 0 0 0 3 0

Tagesmittel ($7^h+14^h+21^h$): 3. [1] Mit Schwerekorrektur und mit Instrumentenkorrektur. *Gc* = +0·25 hpa, *Bc* = 0·00 hpa. [2] Δ = Abweichung vom langjährigen Mittel. [3] Aus der Registrierung von 0–24 Uhr. [4] Temperaturminimum in 6 *cm* über dem Boden. [5] Dauer in Stunden. [6] 24stündiges Mittel. [7] Augenblickswert. [8] Von 7^h bis 7^h. [9] Um 7^h in *cm*.

Verwendete Zeichen und Abkürzungen: ● Regen, , Nieseln, ⌒ Schnee, ▲ Hagel, △ Graupeln, ⏃ Eisregen, ≡ Nebel, = Nebeldunst, ≡: Nebelreißen, ⌓ Tau, ⌴ Reif, V Rauhreif, ~ Glatteis, ⁋ Gewitter über Ort, (⁋) Gewitter in Umgebung, ⤹ Wetterleuchten, ∞ Dunst, ● Tr Regentropfen, ⌒ Fl Schneeflocken, ⊠ Schneedecke, ⌒ Windstärke 6 und mehr, ⌒ Windstärke 8 und mehr, mU oder i mit Unterbrechungen, na frühmorgens, fr früh, a vormittags, m mittags, p nachmittags, abd abends, np spätabends, n nachts (bezieht sich auf die vorangegangene Nacht, wenn n allein steht).

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

ANZEIGER

DER

ÖSTERREICHISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE KLASSE

Jahrgang 1987 **Nr. 8**

Sitzung vom 10. Dezember 1987

Das korrespondierende Mitglied Heinrich BRAUNER legt für die Aufnahme in den Anzeiger die folgende Arbeit vor:

AFFINE MAXIMAL SURFACES

Von Michael KOZLOWSKI

The following result is due to CALABI ([CA], Theorem 1.4, cf. [SI] for references):

Theorem 1

Let $x: M \to A_3$ be a locally strongly convex smooth affine maximal surface. If $x: M \to A_3$ is both equiaffine and Euclidean complete, then it is a paraboloid.

By a result of K. JÖRGENS every real solution $z = z(x, y)$ of the differential equation $z_{xx} z_{yy} - z_{xy}^2 = 1$ which belongs to $C^2(R^2)$ must be a polynomial of order two (Math. Annalen, Bd. 127, 130—134 (1954)). Thus improper affine spheres being differentiable graphs over the whole plane are elliptic paraboloids. Especially they are affine maximal surfaces, i.e. surfaces with vanishing mean curvature.

In relation to Bernstein's problem in affine differential geometry we give examples of affine maximal surfaces. Furthermore a sequence of affine maximal surfaces will be constructed.

Consider a fixed affine coordinate system and construct the Berwald—Blaschke metric with respect to the standard determinant $\| \| : R^3 \times R^3 \times R^3 \to R$.

Let α, β, τ be real constants such that $\alpha \beta^2 > 0$.

$\Omega_{\alpha\beta\tau}$ is the following part of the plane

$$\Omega_{\alpha\beta\tau} = \{(x, y) \in R^2 : \alpha x^2 + \beta y > \alpha \beta^2 \tau\}.$$

$z: \Omega_{\alpha\beta\tau} \to R$ is defined as

$$z(x, y) = (2/3)\, \alpha \beta^2 \left\{ \frac{\alpha x^2 + \beta y}{\alpha \beta^2} - \tau \right\}^{3/2}.$$

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

By direct computation one gets that $z: \Omega_{\alpha\beta\tau} \to R$ is a solution of the Monge-Ampère equation

$$z_{xx} z_{yy} - z_{xy}^2 = 1 .$$

Hence the surface $\Sigma: \Omega_{\alpha\beta\tau} \to A_3$ given by

$$\Sigma(x, y) = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z(x, y) \end{pmatrix}$$

defines an affine maximal surface.

We consider the case $\alpha = \beta = 1$, $\tau = 0$:

$$\Omega = \{(x, y) \in R^2 : y > -x^2\} ,$$
$$z: \Omega \to R,\ z(x, y) = (2/3)(x^2 + y)^{3/2}.$$

The gradient of z vanishes on the parabola $y = -x^2$, i.e. on the boundary of Ω.

Choose for $k \in N$ $\alpha_k = 1$, $\beta_k = \frac{1}{k}$, $\tau_k = 0$.

Then $\Omega_k = \{(x, y) \in R^2 : y > -k x^2\}$ and

$$z_k(x, y) = (2/3)\, k \left(x^2 + \frac{y}{k}\right)^{3/2} .$$

Of course $\bigcup_{k \in N} \Omega_k = R^2 \setminus \{0\}$, i.e. for a sufficiently large k one has almost the whole plane.

The sequence q_k defined by $q_k = \frac{z_k}{k}$ converges. As the limit we obtain the surface defined by $q(x, y) = (2/3)\,|x^3|$ which is of 'cubic type'.

We introduce another class of affine maximal surfaces. Let μ, δ, σ be real constants such that $\mu\delta < 0$ and $\sigma < 0$. $\Gamma_{\mu\delta\sigma}$ is the following part of the plane

$$\Gamma_{\mu\delta\sigma} = \{(x, y) \in R^2 :\ \sigma < \mu x^2 + \delta y^2 < 0\} .$$

The function $f: (\sigma, 0) \to R$ is given by

$$f(t) = \tfrac{1}{2} \int_{\sigma}^{t} \sqrt{\frac{1}{\mu\delta} - \frac{\sigma}{\mu\delta\tau}}\, d\tau,\ \sigma < t < 0 .$$

Now $z: \Gamma_{\mu\delta\sigma} \to R$ is defined as $z(x, y) = f(\mu x^2 + \delta y^2)$. By direct computation one gets that $z: \Omega_{\alpha\beta\tau} \to R$ is a solution of the Monge—Ampère equation

$$z_{xx} z_{yy} - z_{xy^2} = 1 .$$

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Hence the surface $\Sigma: \Omega_{\alpha\beta\tau} \to A_3$ given by

$$\Sigma(x,y) = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z(x,y) \end{pmatrix}$$

defines an affine maximal surface.

We consider the case $\mu = 1$, $\delta = \sigma = -1$:

The function $f: (-1, 0) \to R$ is given by

$$f(t) = \tfrac{1}{2} \int_{-1}^{t} \sqrt{-1 - \frac{1}{\tau}}\, d\tau, \quad -1 < t < 0 .$$

$$\Gamma = \{(x,y) \in R^2 : -1 < x^2 - y^2 < 0\} ,$$

$$z: \Gamma \to R, \; z(x,y) = f(x^2 - y^2) .$$

The gradient of z vanishes on the hyperbola $x^2 - y^2 = -1$. Furthermore, we have

$$0 \leqslant f(t) = \tfrac{1}{2} \int_{-1}^{t} \sqrt{-1 - \frac{1}{\tau}}\, d\tau \leqslant \tfrac{1}{2} \int_{-1}^{t} \sqrt{-\frac{1}{\tau}}\, d\tau \leqslant \tfrac{1}{2} \int_{-t}^{1} \theta^{-1/2}\, d\theta \leqslant 1 ,$$

and it follows that $\lim_{t \to 0} f(t)$ exists. Thus the surface has a continuous extension to the boundary planes $y = \pm x$.

References

[CA] Calabi, E.: Hypersurfaces with maximal affinely invariant area. Amer. J. Math. *104*, 91—126 (1982).

[SI] Simon, U.: Zur Entwicklung der affinen Differentialgeometrie nach Blaschke. In W. Blaschke: Gesammelte Werke, vol. 4. Thales Verlag, Essen, 1985, p. 35—88.

Anschrift des Verfassers: Michael Kozlowski, Fachbereich Mathematik der Technischen Universität Berlin, Sekr. MA 8-3, Straße des 17. Juni 135, 1000 Berlin 12, Bundesrepublik Deutschland.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

In die Sitzungsberichte, Abteilung II, wird aufgenommen:

„Vertauschbare Polynome. An den Grenzen der Koeffizientenvergleichsmethode“ von w. M. Wilfried NÖBAUER

„On a method due to R. Bellman“ von D. S. MITRINOVIC und J. E. PECARIC (vorgelegt von w. M. Edmund HLAWKA)

„Beiträge zur Theorie der Gleichverteilung und ihren Anwendungen“ von w. M. Edmund HLAWKA.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Beobachtungen an der Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik, Wien, Hohe Warte (207·5 m),

16° 21·7′ E-Länge v. Gr. *im Monat Dezember 1987* 48° 14·9′ N-Breite.

Tag	Luftdruck[1] hpa					Lufttemperatur, °C in 1·85 m über dem Boden						Ausstrahlung °C[4]	Dampfdruck hpa					Relative Feuchtigkeit %				Verdunstung, mm	Tagesmittel der Bodentemperatur / °C in der Tiefe von ... m				
	7h	14h	21h	Mit.	Δ[2]	7h	14h	21h	Mit.	Max.[3]	Min.[3]	7h	7h	14h	21h	Mit.	7h	14h	21h	Mit.		0·02	0·1	0·5	1·0	2·0
1.	1001·3	1001·7	1003·4	1002·1	9·2	3·9	3·6	2·8	3·4	4·7	2·6	2·6	6·3	5·7	5·2	5·7	78	73	69	73	0·7	5·1	5·2	6·9	8·6	11·5
2.	1003·9	1004·6	1005·7	1004·7	11·8	1·2	1·8	2·2	1·7	2·8	0·8	–0·5	5·3	5·9	5·6	5·6	80	85	77	81	0·4	3·9	4·3	6·5	8·4	11·4
3.	1006·9	**1007·3**	1007·1	**1007·1**	**14·2**	1·8	2·5	1·3	1·9	2·6	–0·5	0·9	5·9	5·7	5·7	5·8	85	78	85	83	0·2	4·0	4·1	6·2	8·4	11·3
4.	1004·1	1001·1	999·0	1001·4	8·3	1·9	3·6	2·6	2·7	4·0	–0·6	–3·2	5·7	6·3	5·5	5·8	82	79	75	79	0·8	3·3	3·7	5·9	8·1	11·3
5.	995·0	992·6	990·1	992·6	–0·5	2·5	2·3	2·2	2·3	2·8	2·1	0·7	6·0	6·8	6·7	6·5	82	94	93	90	0·3	3·6	3·7	5·7	7·9	11·2
6.	983·5	**981·4**	**981·4**	**982·1**	**–11·0**	3·4	3·3	3·3	3·3	3·9	2·1	1·0	6·8	7·2	7·2	7·1	88	94	92	91	0·2	4·0	4·0	5·6	7·7	11·1
7.	984·3	989·1	993·9	989·1	–4·0	2·2	1·6	0·6	1·5	3·9	0·6	1·0	6·5	5·1	4·7	5·4	92	74	74	80	0·6	3·5	3·8	5·4	7·0	11·0
8.	996·7	997·1	999·1	997·6	4·4	–1·4	–1·9	–4·2	–2·5	0·6	–5·7	–2·7	3·6	**2·7**	2·9	**3·1**	66	51	65	61	0·9	1·7	2·3	5·2	7·5	10·9
9.	998·5	995·4	995·5	996·5	3·3	**–7·8**	–3·2	–6·2	**–5·7**	–2·5	**–7·9**	**–11·8**	**2·7**	3·3	3·3	**3·1**	80	70	85	78	0·2	0·4	1·0	4·6	7·2	10·8
10.	995·7	993·1	990·3	993·0	–0·2	–6·1	–3·0	–4·0	–4·4	–2·0	–7·3	–11·5	3·1	3·1	3·1	**3·1**	78	62	68	69	0·4	–0·1	0·6	3·9	6·8	10·7
11.	984·9	985·1	990·9	987·0	–6·3	–0·6	1·8	–0·3	0·3	1·8	–3·3	–6·2	3·7	4·9	4·7	4·4	63	71	79	71	0·7	0·1	0·4	3·5	6·5	10·6
12.	994·2	994·1	995·8	994·7	1·4	–0·6	2·6	–0·4	0·5	4·1	–1·3	–6·2	4·5	4·8	4·7	4·7	78	65	79	74	0·3	0·0	0·3	3·1	6·3	10·4
13.	995·9	994·2	993·3	994·5	1·2	–2·6	–1·5	–3·1	–2·4	–0·5	–3·3	–6·4	4·1	4·7	4·3	4·4	82	86	87	85	0·3	0·0	0·3	2·9	5·9	10·3
14.	986·9	984·2	985·5	985·5	–7·8	–3·2	–2·5	–2·4	–2·7	–2·2	–3·3	–3·7	4·0	4·4	4·3	4·2	83	86	84	84	0·2	–0·1	0·2	2·7	5·7	10·2
15.	987·7	989·8	991·7	989·7	–3·6	–2·6	–2·2	–2·9	–2·6	–2·2	–3·2	–3·4	4·4	4·1	3·9	4·1	88	79	80	82	0·2	–0·1	0·2	2·6	5·5	10·1
16.	992·2	990·9	990·7	991·3	–2·0	–2·5	–2·1	–0·4	–1·7	–0·2	–3·4	–4·1	4·8	4·7	5·3	4·9	94	88	91	91	0·1	0·1	0·2	2·5	5·4	9·9
17.	990·9	991·1	994·5	992·2	–1·3	0·5	1·6	1·5	1·2	2·3	–0·2	–1·3	5·7	6·4	6·4	6·2	91	93	95	93	0·0	0·2	0·2	2·4	5·1	9·8
18.	993·7	991·7	989·4	991·6	–1·9	1·2	1·7	2·5	1·8	2·9	1·0	–0·1	6·3	6·5	7·1	6·6	93	93	97	94	0·1	0·4	0·2	2·5	5·0	9·7
19.	984·9	987·9	993·5	988·8	–4·7	10·4	9·4	7·3	9·0	11·2	2·4	1·0	**11·6**	10·1	7·6	**9·8**	92	85	74	84	0·6	1·0	0·6	2·3	4·9	9·6
20.	996·6	997·9	995·4	996·6	3·1	7·1	8·6	8·2	8·0	9·0	6·6	3·7	8·4	8·3	9·6	8·8	83	74	89	82	0·8	2·7	2·0	2·4	4·8	9·5
21.	997·7	996·9	999·4	998·0	4·5	9·8	10·6	9·8	10·1	10·6	8·2	6·3	8·8	8·8	8·5	8·7	73	69	71	71	1·2	5·1	4·1	3·1	4·8	9·4
22.	1000·7	1000·5	1002·1	1001·1	7·5	9·0	9·6	9·5	9·4	10·0	8·4	5·8	8·9	10·0	7·2	8·7	78	83	60	74	1·3	5·7	4·9	4·0	5·1	9·3
23.	1003·8	1003·5	1004·2	1003·8	10·2	5·8	6·4	4·7	5·6	8·6	3·7	3·0	5·7	5·5	5·3	5·5	62	57	63	61	1·3	4·3	4·3	4·6	5·4	9·2
24.	1004·6	1004·1	1003·3	1004·0	10·4	2·4	4·6	–0·1	2·3	5·5	–1·0	–0·8	4·9	5·6	5·3	5·3	68	66	87	74	0·4	2·7	3·0	4·0	5·5	9·1
25.	1001·3	1000·2	1001·8	1001·1	7·5	–1·2	2·7	–0·1	0·5	2·8	–1·7	–6·3	5·1	5·6	5·7	5·5	90	76	95	87	0·2	1·4	1·8	4·1	5·6	9·0
26.	1004·7	1006·6	1007·0	1006·1	12·4	0·6	3·4	7·1	3·7	7·1	–0·3	–1·0	5·3	6·3	7·6	6·4	84	80	75	80	0·6	2·3	2·0	3·7	5·5	8·9
27.	1006·2	1003·4	1002·2	1003·9	10·2	7·2	10·4	10·2	9·3	10·9	6·2	3·6	7·9	7·3	6·8	7·3	78	58	55	64	2·0	4·3	3·7	3·7	5·4	8·8
28.	999·4	999·7	1003·1	1000·7	6·8	11·4	**13·2**	11·6	**12·1**	13·6	9·7	8·1	6·8	8·4	9·9	8·4	51	55	72	59	2·0	5·9	5·0	4·2	5·4	8·8
29.	1003·9	1003·5	1003·3	1003·6	9·7	11·4	12·6	10·8	11·6	13·7	10·6	7·7	8·9	8·3	6·5	7·9	66	56	51	**58**	**2·2**	6·5	5·9	4·8	5·6	8·7
30.	999·3	998·2	998·6	998·7	4·7	11·3	13·0	9·0	11·1	**14·0**	8·7	5·0	6·3	7·3	9·3	7·6	**46**	49	82	59	1·5	6·4	5·9	5·4	5·9	8·7
31.	994·7	989·0	987·5	990·4	–3·6	5·1	10·4	6·6	7·4	10·8	3·9	–0·8	8·1	8·5	7·7	8·1	93	68	80	80	0·6	5·5	5·3	5·5	6·1	8·6
Mittel	996·6	996·0	996·7	996·4	3·0	2·6	4·0	2·9	3·2	5·0	1·1	–0·6	6·0	6·2	6·1	6·1	79	74	78	77	21·3 Summe	2·7	2·7	4·2	6·2	10·0

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Tag	Bewölkung (Menge 0–10, Dichte$^{0-2}$) Witterung zum Termin 7h	14h	21h	Mit.	Sonnenschein[5]	Windrichtung und -stärke (0–12 Beaufort-Grade) 7h	14h	21h	Windgeschwindigkeit, m/sek Mit.[6]	Maximum[7]	Niederschlag in mm Wasserhöhe und Form 7h	14h	21h	Sum.[8]	Schneehöhe[9]	Bemerkungen zum Wetterverlauf *Intensität °,¹,²,= leicht, mäßig, stark*
1.	10^{1}	9^{1}	$10^{1}\ast$	9·7	0·0	N 3	N 3	NW 3	4·4	N 12·2	$0·0_{,}$	·	$0·0\ast$	$0·1\ast$	·	∞^{0-2}n–npi,$_{,}2^{34}$–4^{15}i,$\ast$Flabdi;
2.	$10^{2}\ast$	$10^{1}\ast$	$10^{1}\ast$	10·0	0·0	NW 3	NW 3	NNW 3	4·4	NNW 12·2	$0·1\ast$	$1·0\ast$	$0·4\ast\triangle$	$1·4\ast\triangle$	·	$\ast^{0}4^{07}$–$13\ast$Fl$\ast^{0}$–$14^{10}$$\ast^{0}$–$15^{15}\ast^{0}\triangle^{0}$–$19^{15}$i,$\ast^{0}2^{050}$–$22^{50}$i;
3.	10^{2}	8^{1}	10^{1}	9·3	0·0	N 1	N 1	E 1	1·9	N 6·1	$0·0\ast$	·	·	·	·	∞^{1-2}n–np;
4.	7^{1}	10^{1}	9^{1}	8·7	2·3	SE 4	SE 4	SE 4	6·4	SSE 17·2	·	·	·	·	·	$\llcorner^{1}$n–fr,∞^{0-2}n–abdi;
5.	9^{1}	10^{1}	10^{1}	9·7	0·0	SE 4	ESE 3	E 2	4·3	SE 14·4	·	·	·	$0·0\bullet\triangle$	·	∞^{2}fr–=np,$\bullet$Trnpi;
6.	10^{2}	$10^{2}\bullet$	$10^{2}\bullet$	10·0	0·0	ESE 3	SSE 2	W 1	2·9	SE 9·4	$0·0\bullet\triangle$	1·9	0·9	4·7	·	$\triangle^{0}$ni,=fr–a,abd,$\bullet^{0}9^{30}$–$10^{30}\bullet^{1}$–$12^{05}\bullet^{0}$–$20^{20}\bullet$Tr–mU–$\bullet^{0}$np;
7.	$10^{2}\bullet$	10^{1}	8^{1}	9·3	0·0	W 2	NNW 3	WNW 3	3·3	NNW 12·2	1·9	0·2	·	0·2	·	$\bullet^{0}$0–$6^{25}\bullet^{1}$–$\bullet$Tr$\bullet^{0}7^{15}$–35;
8.	7^{1}	3^{0}	0	3·3	3·3	NNW 3	N 2	NNW 2	3·0	NNW 9·7	·	$0·0\ast$	·	$0·0\ast$	·	$\ast$Fl$\ast^{0}$$10^{26}$–$11^{16}$i,$\llcorner^{0-1}$abd–np;
9.	0	2^{1}	0	0·7	7·0	W 2	NNE 2	N 1	1·3	NW 5·0	·	·	·	·	·	$\llcorner^{0-1}$n–np,∞^{0-1}fr–a,abd–npi;
10.	1^{1}	0	0	0·3	**7·4**	W 2	W 3	W 4	4·1	W 14·2	·	·	·	$0·0\ast$	·	$\llcorner^{0-2}$n–npi,∞^{0-1}n–pi;
11.	9^{1}	1^{1}	3^{1}	4·3	3·0	W 5	W 4	W 4	8·4	W 20·3	$0·0\ast$	$0·4\ast\triangle$	·	$0·4\ast\triangle$	·	$_{\text{ss}}$$^{0}4^{0}$–$7^{20}$i,a,$\ast^{0}3^{17}$–$30$i,$\ast$Flfr,$\ast^{0}$9–mU–$\triangle^{0}\ast^{0}9^{45}$–$11^{11}$i;
12.	1^{0}	4^{0}	9^{1}	4·7	6·8	W 3	NNE 2	NNE 1	2·5	W 9·2	·	·	·	·	·	$\llcorner^{0-2}$n–a,∞^{0-1}fr–a,∞^{0}abd–np;
13.	7^{1}	10^{1}	10^{1}	9·0	1·0	ESE 2	E 4	ESE 4	4·7	SE 13·6	·	·	·	·	·	$\llcorner^{0}$na–a,∞^{0}na–∞^{2}fr–np;
14.	10^{2}	$10^{2}\ast$	10^{2}	10·0	0·0	ESE 3	ESE 3	E 2	3·6	SE 14·2	·	$0·0\ast\triangle$	$0·0\triangle$	$0·0\ast\triangle$	·	∞^{1-2}n–np,$\triangle^{0}$fr,10^{55}–mU–$\ast$Fl13^{50}–14,$\triangle^{0}17^{05}$–15;
15.	10^{2}	10^{2}	10^{2}	10·0	0·0	WNW 1	N 1	E 1	1·6	N 5·3	·	$0·0\triangle$	$0·0\triangle$	$0·0\triangle_{,}$	·	∞^{1-2}n–np,$\triangle^{0}7^{15}$–8i,10^{37}–11^{05}i,p,abd;
16.	$10^{2}_{,}$	10^{2}	10^{2}	10·0	0·0	SSE 2	SSE 2	S 2	2·3	S 6·7	$0·0_{,}\triangle$	$0·0_{,}\triangle$	$0·9_{,}$	$3·5\bullet\triangle$	·	$\triangle^{0}$na–mU–$\bullet^{6}4^{5}$–$\triangle^{0}$fri,ai,m,$\equiv^{0}$8,$_{,}15^{01}$–19^{15}–mU–np,
17.	$10^{2}\bullet$	$10^{2}\bullet$	10^{2}	10·0	0·0	S 1	S 1	ENE 1	1·5	SSE 5·0	2·6	5·2	1·9	7·6	·	$\sim^{0-2}$n–fr,$_{,}$ni,na–$4^{09}\bullet^{0-1}$–10^{20},12^{03}–p$\bullet^{0}$–abdi; [$\sim^{0-2}$p–np;
18.	$10^{1}\bullet$	$10^{2}\bullet$	$10^{2}\bullet$	10·0	0·0	SE 2	SSE 1	S 1	1·8	SSE 6·1	0·5	6·7	6·2	**17·5**	·	$\bullet$Tr$\bullet^{0}$n–mU–$9^{22}\bullet^{0-2}$–23^{40};
19.	$10^{2}\bullet$	$10^{2}\bullet\triangle$	$6^{1}\bullet$	8·7	0·1	NW 4	W 4	WNW 4	5·7	W 20·8	4·6	$7·8\bullet\triangle$	$7·1\bullet\triangle$	$15·2\bullet\triangle$	·	$\bullet$Tr$\bullet^{0-2}$$1^{16}$–mU–$13^{50}\bullet^{2}\triangle^{0}$–$14^{35}\bullet^{0-2}$–$17^{45}$,$\text{ℝ}^{0}$p,$\bullet$Tr$\bullet^{0}$$_{\text{ss}}$npi;
20.	9^{1}	10^{1}	$10^{2}\bullet$	9·7	0·8	W 3	WSW 2	W 5	6·5	W 21·9	0·3	0·0	5·1	10·2	·	$\bullet^{0}$nai,$\bullet$Tr$\bullet^{0}5^{50}$–ai,pi,$\bullet^{0}17$–$17^{50}\bullet^{1-2}$–$23\bullet^{0-1}$–24,$_{\text{ss}}$npi;
21.	$10^{2}\bullet$	9^{1}	4^{1}	7·7	0·0	W 5	W 5	WNW 5	8·5	W **22·2**	5·1	0·0	·	0·0	·	$\bullet^{0-1}$0–1^{18},$_{\text{ss}}$0–nai,$\bullet$Tr$\bullet^{0}1^{33}$–4i,$\bullet^{0}4^{47}$–5^{48},$\bullet$Tr$\bullet^{0}$fr;
22.	$10^{1}\bullet$	$10^{2}\bullet$	2^{0}	7·3	0·0	W 3	W 3	NW 4	4·9	NNW 16·9	0·0	0·5	1·0	1·5	·	$\bullet$Tr$\bullet^{0}6^{49}$–14^{10},14^{17}–$\bullet^{0-1}5^{40}$–$\bullet^{0}17$–17^{35},$\bullet$Tr$\bullet^{0}$abdi;
23.	7^{1}	3^{0}	6^{1}	5·3	6·9	WNW 4	NW 4	NW 3	6·3	NW 19·2	·	·	·	·	·	$_{\text{ss}}$$12^{50}$–13;
24.	9^{1}	3^{1}	0	4·0	4·0	WNW 3	N 1	C 0	2·0	W 8·1	·	·	·	·	·	∞^{0}fr,$\llcorner^{0}$np;
25.	6^{1}	4^{0}	10^{0}	6·7	2·7	ESE 1	ESE 1	SE 1	1·5	ESE 5·6	·	·	·	·	·	$\llcorner^{0-1}$n–fr,∞^{0-2}na–np,$\llcorner^{0}$np;
26.	10^{0}	10^{1}	9^{1}	9·7	0·1	SSW 1	SE 1	W 3	2·2	W 15·3	·	·	0·0	0·0	·	$\llcorner^{0}$n–fr,∞^{1-2}n–abd,$\bullet$Trpi,$\bullet^{0}18^{33}$–19^{05};
27.	$8^{2}\bullet$	9^{1}	8^{1}	8·3	1·0	W 4	W 5	W 4	**8·7**	W 21·4	0·0	0·0	·	0·5	·	$_{\text{ss}}$nai,a,m–pi,abd,$\bullet$Trna–mU–$\bullet^{0}5^{35}$–7^{35};
28.	9^{2}	9^{1}	5^{1}	7·7	4·1	W 4	W 5	W 4	7·8	W 21·9	0·5	·	·	·	·	$\bullet$Tr$\bullet^{0}1^{16}$–nai,$\bullet^{0-1}4^{22}$–5^{25},$_{\text{ss}}$na–fri,ai,m;
29.	9^{1}	7^{0}	6^{0}	7·3	5·3	W 4	W 5	W 5	7·0	W 16·9	·	·	·	·	·	$_{\text{ss}}$$11^{05-25}$i,$13^{05-25}$i;
30.	6^{1}	10^{1}	1^{1}	5·7	0·2	W 5	W 4	W 4	6·6	W 18·3	·	0·0	·	0·0	·	$_{\text{ss}}$$6^{45-55}$,$10^{07-17}$,$\bullet$Tr$13^{15-37}$i;
31.	10^{1}	1^{0}	0	3·7	6·5	NE 1	SE 3	ESE 3	3·0	SE 11·4	·	·	·	·	·	$\triangle^{1-2}$n–a,∞^{1-2}fr–a,∞^{0-1}np;
Summe	–	–	–	–	62·5	–	–	–	–	–	15·6	23·7	23·5	62·8	–	Tage mit: $\bullet_{,}\ast\blacktriangle$ $\equiv^{0-2}$ ℝ (ℝ) ⊠ $_{\text{ss}}$ $_{\text{sss}}$
Mittel	8·2	7·5	6·6	7·4	2·0	2·8	2·8	2·7	4·3	13·3	–	–	–	–	–	12 1 1 0 1 9 0

Tagesmittel ($7^{h}+14^{h}+21^{h}$): 3. [1] Mit Schwerekorrektur und mit Instrumentenkorrektur. *Gc* = +0·25 hpa, *Bc* = 0·00 hpa. [2] △ = Abweichung vom langjährigen Mittel. [3] Aus der Registrierung von 0–24 Uhr. [4] Temperaturminimum in 6 *cm* über dem Boden. [5] Dauer in Stunden. [6] 24stündiges Mittel. [7] Augenblickswert. [8] Von 7^{h} bis 7^{h}. [9] Um 7^{h} in *cm*.

Verwendete Zeichen und Abkürzungen: • Regen, $_{,}$ Nieseln, ✳ Schnee, ▲ Hagel, △ Graupeln, ⧋ Eisregen, ≡ Nebel, = Nebeldunst, ≡⁝ Nebelreißen, ⌓ Tau, ⌊ Reif, ∨ Rauhreif, ~ Glatteis, ℝ Gewitter über Ort, (ℝ) Gewitter in Umgebung, ↯ Wetterleuchten, ∞ Dunst, •Tr Regentropfen, ✳Fl Schneeflocken, ⊠ Schneedecke, $_{\text{ss}}$ Windstärke 6 und mehr, $_{\text{sss}}$ Windstärke 8 und mehr, m oder i mit Unterbrechungen, na frühmorgens, fr früh, a vormittags, m mittags, p nachmittags, abd abends, np spätabends, n nachts (bezieht sich auf die vorangegangene Nacht, wenn n allein steht).

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Fünftägige Temperaturmittel[2]

1987	I*) Beobachtete Temperatur Gartenhütte	II*) Beobachtete Temperatur Hannhütte	III*) 200jähr. Mittel (1776 bis 1975)	Abweichung II–III	1987	I*) Beobachtete Temperatur Gartenhütte	II*) Beobachtete Temperatur Hannhütte	III*) 200jähr. Mittel (1776 bis 1975)	Abweichung II–III
1.— 5. Jänner	2·4	2·4	–1·6	4·0	30.— 4. Juli	23·6	23·2	19·2	4·0
6.—10.	–3·7	–3·5	–1·9	–1·6	5.— 9.	21·1	20·8	19·6	1·2
11.—15.	–12·9	–12·8	–2·0	–10·8	10.—14.	21·8	21·5	19·8	1·7
16.—20.	–5·1	–5·0	–1·6	–3·4	15.—19.	23·8	23·6	20·1	3·5
21.—25.	–2·2	–2·2	–1·5	–0·7	20.—24.	21·6	21·2	20·2	1·0
26.—30.	–3·0	–3·0	–1·2	–1·8	25.—29.	16·7	16·7	20·1	–3·4
31.— 4. Februar	–9·1	–8·9	–0·6	–8·3	30.— 3. August	17·7	17·7	20·2	–2·5
5.— 9.	0·8	0·6	–0·2	0·8	4.— 8.	15·4	15·3	20·0	–4·7
10.—14.	4·3	4·1	–0·2	4·3	9.—13.	16·7	16·7	19·6	–2·9
15.—19.	3·3	3·3	0·2	3·1	14.—18.	19·0	18·6	19·4	–0·8
20.—24.	2·2	2·2	1·1	1·1	19.—23.	20·4	20·2	18·8	1·4
					24.—28.	20·1	20·0	18·3	1·7
25.— 1. März	0·3	0·2	2·1	–1·9					
2.— 6.	–7·5	–7·5	2·5	–10·0	29.— 2. September	18·4	18·2	17·8	0·4
7.—11.	–4·5	–4·6	3·2	–7·8	3.— 7.	19·5	19·5	17·1	2·4
12.—16.	–2·4	–2·6	3·6	–6·2	8.—12.	17·5	17·4	16·2	1·2
17.—21.	2·9	2·5	4·7	–2·2	13.—17.	21·5	21·5	15·2	6·3
22.—26.	8·8	8·2	5·5	2·7	18.—22.	21·2	21·1	14·5	6·6
27.—31.	6·9	6·8	6·6	0·2	23.—27.	16·4	16·5	13·7	2·8
1.— 5. April	7·6	7·3	7·7	–0·4	28.— 2. Oktober	9·4	9·5	13·1	–3·6
6.—10.	12·9	12·7	8·5	4·2	3.— 7.	13·1	13·0	12·0	1·0
11.—15.	9·4	9·2	9·3	–0·1	8.—12.	15·4	15·4	10·9	4·5
16.—20.	13·0	12·7	10·1	2·6	13.—17.	13·2	13·2	9·9	3·3
21.—25.	11·4	10·9	11·0	–0·1	18.—22.	10·9	10·8	9·0	1·8
26.—30.	13·0	12·7	11·8	0·9	23.—27.	9·8	9·8	8·0	1·8
1.— 5. Mai	15·5	15·1	12·8	2·3	28.— 1. November	4·7	4·8	7·0	–2·2
6.—10.	13·3	12·9	13·7	–0·8	2.— 6.	6·4	6·4	6·3	0·1
11.—15.	11·9	11·7	14·5	–2·8	7.—11.	3·5	3·5	5·2	–1·7
16.—20.	13·9	13·8	15·2	–1·4	12.—16.	6·3	6·3	4·1	2·2
21.—25.	10·6	10·4	15·7	–5·3	17.—21.	7·8	7·6	3·3	4·3
26.—30.	15·4	15·1	16·6	–1·5	22.—26.	6·7	6·6	2·6	4·0
31.— 4. Juni	15·0	14·8	17·2	–2·4	27.— 1. Dezember	4·0	3·9	2·1	1·8
5.— 9.	18·0	17·6	17·8	–0·2	2.— 6.	2·4	2·3	1·5	0·8
10.—14.	21·5	21·0	17·9	3·1	7.—11.	–2·2	–2·1	0·9	–3·0
15.—19.	15·5	15·3	17·9	–2·6	12.—16.	–1·8	–1·8	0·3	–2·1
20.—24.	16·2	16·1	18·4	–2·3	17.—21.	6·0	5·8	–0·4	6·2
25.—29.	20·9	20·6	18·8	1·8	22.—26.	4·3	4·2	–0·8	5·0
					27.—31.	10·3	10·3	–1·0	11·3

*) Die Gartenhütte steht frei im Osten des Anstaltsgebäudes, die sogenannte „Hannhütte" befindet sich seit 1872 an dessen Nordseite.

Bemerkungen zur Jahresübersicht: [1] Mit Schwerekorrektur und Instrumentenkorrektur: $Gc = +0{\cdot}25$, $Bc = +0{\cdot}01$ (1984). [2] ($7^h + 14^h + 21^h$): 3. [3] ($7^h + 14^h + 21^h + 21^h$): 4. [4] Aus der Registrierung. [5] Millimeter. [6] Registrierperiode 1901–1950. [7] Maximum in einem Tag von 7^h bis 7^h. [8] Von 7^h bis 7^h. [9] Aus der Registrierung: Frosttage: Temperaturminimum $< 0^0$, Eistage: Temperaturmaximum $< 0^0$, warme Tage: Temperaturtagesmittel $\geqslant 20^0$. [10] Alle Tage, an denen Nebel (horizontale Sichtweite unter 1 km) beobachtet wurde. [11] Sturmtage: Mittel der Windregistrierung mindestens 10 Minuten lang $\geqslant$ 39 km/h. [12] Heitere Tage: Bewölkungsmittel $< 2{\cdot}0$. [13] Trübe Tage: Bewölkungsmittel $> 8{\cdot}0$.

Berichtigungen:

28. Februar 1987: Lufttemperatur Maximum 6·1
„ Minimum 0·3

Februar 1987: mittleres Minimum der Lufttemperatur: –2·2

Monat	Luftdruck[1] hpa			Lufttemperatur °C in 1·85 m über dem Boden												Relative Feuchtigkeit %					Dampfdruck-mittel[2] hpa	Verdunstungs-summe[3]	Bewölkungs-mittel[2]
	Mit.[2]	Max.[4]	Min.[4]	7h	14h	21h	Mit.[2]	Mit.[3]	Mit.[4]	mittl. Max.[4]	mittl. Min.[4]	absol. Max.[4]	Tag	absol. Min.[4]	Tag	7h	14h	21h	Mit.[2]	Min.[4]			
Jänner	992·6	1011·9	974·6	−5·4	−2·9	−4·6	−4·3	−4·4	−4·4	−1·9	−7·7	10·6	1.	−19·4	13.	82	71	79	77	48	3·7	10·0	7·3
Februar	990·6	1004·6	974·6	−1·4	2·6	1·0	0·7	0·8	0·6	3·6	−2·2	11·1	12.	−16·8	1.	84	70	79	78	31	5·3	11·4	6·8
März	992·9	1006·3	975·1	−2·0	3·5	0·6	0·7	0·7	0·6	4·5	−2·9	17·7	25.	−14·7	5.	77	57	68	67	31	4·7	18·6	6·1
April	993·0	1009·0	976·1	8·7	14·1	10·8	11·2	11·1	11·0	15·4	6·4	23·7	25.	1·2	1.	71	53	60	61	28	8·0	47·6	6·2
Mai	988·5	997·0	977·4	11·4	16·3	12·6	13·4	13·2	13·1	17·4	8·6	26·2	10.	4·9	22.	76	58	71	68	22	10·3	41·6	7·2
Juni	990·5	1003·0	974·6	16·5	21·1	17·2	18·3	18·0	17·8	22·4	13·2	29·4	30.	7·7	18.	76	59	71	69	34	14·3	45·5	6·3
Juli	991·3	1000·9	976·1	18·4	24·8	20·2	21·1	20·9	20·8	25·8	15·6	32·6	17.	10·3	27.	73	54	69	65	32	16·2	61·7	4·8
August	991·8	997·9	985·1	15·8	21·4	17·4	18·2	18·0	18·1	22·7	14·0	28·0	25.	9·4	6.	80	59	74	71	34	14·7	45·6	5·9
September	993·8	1004·1	978·3	15·5	21·8	17·2	18·2	17·9	18·0	22·7	13·9	31·1	14.	4·7	30.	81	58	75	71	34	14·8	39·6	5·0
Oktober	995·4	1008·7	977·9	8·7	14·0	11·0	11·2	11·2	11·1	14·5	7·7	22·8	16.	0·2	31.	84	66	76	75	40	10·2	30·1	6·5
November	991·8	1012·6	970·2	4·5	7·5	5·6	5·8	5·8	5·7	8·1	3·2	12·9	25.	−1·6	8.	85	72	81	79	50	7·3	16·2	8·0
Dezember	996·4	1007·8	981·3	2·6	4·0	2·9	3·2	3·1	3·0	5·0	1·1	14·0	30.	−7·9	9.	79	74	78	77	39	6·1	21·3	7·4
Jahr	992·4	1012·6	970·2	7·8	12·4	9·3	9·8	9·7	9·6	13·4	5·9	32·6	17.7.	−19·4	13.1.	79	63	73	72	22	9·6	389·2	6·5

Monat	Sonnenschein-dauer in		Niederschlag		Zahl der Tage mit Niederschlag[8] ⩾ … mm			Frosttage[9]	Eistage[9]	Warme Tage[9]	Zahl der Tage mit									Windverteilung								
	Stunden	% der mittleren Dauer[6]	Sum.[5]	Max.[7]	0·1	1·0	5·0				✳	✳ und ✳●	⩾ 0	⩾ 1	₹ und (₹)	≡[10]	≍[11]	h[12]	tr[13]	N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	Kal.
Jänner	57·9	104	86	17	20	12	6	29	18	0	14	19	29	27	2	6	6	2	16	16	11	7	4	1	3	35	15	1
Februar	79·2	98	68	17	14	11	5	13	5	0	0	6	15	14	1	8	2	4	14	6	8	14	16	7	2	20	9	2
März	140·8	104	53	16	14	7	5	20	9	0	8	11	22	22	0	3	0	5	13	17	2	3	10	5	5	24	27	0
April	165·8	96	17	5	10	5	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	5	13	10	7	13	5	6	2	27	19	1
Mai	157·4	66	108	24	16	10	5	0	0	0	0	0	0	0	4	0	3	1	13	7	4	6	4	7	2	39	24	0
Juni	193·7	79	119	45	15	12	7	0	0	9	0	0	0	0	7	0	0	3	12	2	5	9	13	5	2	48	5	1
Juli	280·2	105	75	28	12	10	5	0	0	19	0	0	0	0	7	0	2	5	3	15	9	11	9	6	2	30	11	0
August	193·3	80	44	8	16	13	1	0	0	7	0	0	0	0	7	1	1	3	7	6	2	7	12	9	6	37	12	2
September	169·1	92	37	12	8	7	2	0	0	10	0	0	0	0	2	0	1	5	4	8	1	11	9	5	3	42	10	1
Oktober	110·3	93	27	13	8	4	2	0	0	0	0	0	0	0	0	3	1	2	12	7	7	15	32	7	4	13	8	0
November	47·3	81	29	7	17	9	2	4	0	0	0	0	0	0	0	4	3	0	17	4	6	9	10	5	1	42	13	0
Dezember	62·5	150	63	18	12	8	4	15	6	0	2	4	1	0	1	1	9	2	17	13	2	10	16	6	0	35	10	1
Jahr	1657·5	90	726	45	162	108	45	81	38	45	24	41	67	63	32	26	29	37	141	111	64	115	140	69	32	392	163	9

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

D. Wahlen

Ergebnisse der Wahlsitzungen am Montag, dem 11. Mai, und Dienstag, dem 12. Mai 1987:

In das Präsidium der Akademie für die mit 1. Oktober 1987 beginnende Funktionsperiode wurden gewählt:

Otto Hittmair zum Präsidenten (bis 30. 9. 1988)

Werner Welzig zum Generalsekretär

Karl Schlögl zum Sekretär der math.-nat. Klasse.

In die mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse wurden folgende neue Mitglieder gewählt:

Zu wirklichen Mitgliedern: die bisherigen korrespondierenden Mitglieder Adolf Neckel, o. Prof. für Physikalische Chemie der Universität Wien, Hans Georg Schwarzacher, o. Prof. für Histologie und Embryologie der Universität Wien.

Zu korrespondierenden Mitgliedern im Inland: Hermann Hänsel, tit. a. o. Prof. der Pflanzengenetik und Pflanzenzüchtung der Universität für Bodenkultur Wien, Eugen F. Stumpfl, o. Prof. für Mineralogie und Petrologie an der Montanuniversität Leoben.

Zu korrespondierenden Mitgliedern im Ausland: Heinrich K. Eichhorn, Prof. für Astronomie an der Universität of Florida in Gainesville, USA, Rudolf Haag, Prof. für Theoretische Physik der Universität Hamburg, Wolf Dieter Heiss, Prof. für Neurologie der Universität Köln-Lindenthal, Herbert W. Roesky, Prof. für Anorganische Chemie der Universität Göttingen, Wolfgang Schmidt, Prof. für Mathematik der University of Colorado, USA, Ludwig F. Wilke, Prof. für Bergbaukunde der TU Berlin.

In die philosophisch-historische Klasse wurden folgende neue Mitglieder gewählt:

Zu wirklichen Mitgliedern: die bisherigen korrespondierenden Mitglieder Hans Hinterhäuser, o. Prof. der Romanischen Philologie der Universität Wien, Elisabeth Lichtenberger, o. Prof. der Geographie, Raumforschung und Raumordnung der Universität Wien, Ignaz Seidl-Hohenveldern, o. Prof. für Völkerrecht und Internationales Privatrecht der Universität Wien.

Zu korrespondierenden Mitgliedern im Inland: Johannes B. Bauer, o. Prof. für Patristik der Universität Graz, Sigrid Jalkotzy, o. Prof. für Alte Geschichte der Universität Salzburg, Josef Riedmann, o. Prof. für Geschichte des Mittelalters der Universität Innsbruck, Kurt Schubert, o. Prof. für Judaistik der Universität Wien, Gunther Tichy, o. Prof. der Volkswirtschaftslehre der Universität Graz.

Zu korrespondierenden Mitgliedern im Ausland: René König, o. Prof. für Soziologie der Universität Wien, Boris Uspenskij, Prof. für Semiotik und Slavistik der Universität Moskau.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

Zu Ehrenmitgliedern: Edgar Lehmann, emer. o. Prof. für Geographie, Institut für Geographie und Geoökologie der Akademie der Wissenschaften der DDR, Otto Neugebauer, emer. o. Prof. für Geschichte der Mathematik und Astronomie, Brown University, and Member of the Institute f. Advanced Studies, Princeton, USA, Ernst Risch, emer. Prof. für Indogermanistik der Universität Zürich.

E. Preisverleihungen

I. Wilhelm-Hartel-Preis

Der Wilhelm-Hartel-Preis wurde an emer. o. Prof. Dr. Gerold Stoll in Anerkennung seines wissenschaftlichen Gesamtwerkes verliehen.

II. Erwin-Schrödinger-Preis

Der Erwin-Schrödinger-Preis für das Jahr 1987 wurde zu gleichen Teilen verliehen an o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. Edwin Franz Hengge in Anerkennung seiner grundlegenden Arbeiten zur Synthese und Charakterisierung neuartiger Siliciumverbindungen, und an o. Prof. Dr. Franz Seitelberger in Anerkennung seiner besonderen Verdienste um die Aufklärung der degenerativen und entzündlichen Entmarkungserkrankungen.

III. Rudolf-Wegscheider-Preis

Der Rudolf-Wegscheider-Preis für das Jahr 1987 wurde an Doz. Dr. Peter Herzig in Anerkennung seiner grundlegenden Arbeiten zur Entwicklung neuer Methoden für die Berechnung von Gitterenergien und elektrische Feldgradienten verliehen.

IV. Erich-Schmid-Preis

Der Erich-Schmid-Preis für das Jahr 1987 wurde an Doz. Dr. Helmut Rumpf in Anerkennung seiner besonderen Beiträge zur Entwicklung der Allgemeinen Relativitätstheorie verliehen.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.zobodat.at

ISSN 0065-535 X