

Ueber das Gesetz des Magnetismus, wie er sich bei der Tragkraft hufeisenförmiger Magnete und bei der Schwingungsdauer geradliniger Magnetstäbe zu erkennen giebt

von

Paul Wolfgang Haecker in Nürnberg.

1. Versuche über das Tragvermögen hufeisenförmiger Magnete.

Es würde ganz unmöglich seyn Untersuchungen über den Magnetismus mit gehöriger Sicherheit anzustellen, wenn man den Magneten nicht eine bleibende Anziehungskraft ertheilen könnte, so dass die Tragkraft eines Magnets immer dieselbe ist und constant bleibt, der Anker mag auch noch so oft von demselben abgerissen werden. Nur dieser constante Magnetismus ist immer darunter verstanden, wenn in Gegenwärtigem von der Tragkraft der Magnete die Rede ist, und nicht derjenige, welcher bedeutend schwächer wird, wenn man den Anker mehrere Male von dem Magnet abreisst. Durch diesen constanten Magnetismus, welchen ich erst durch Versuche auffinden und bestimmen musste, gelang es mir zuverlässige Versuche über die Tragkraft der Magnete anstellen zu können. Es würde zu weitläufig werden, alle Versuche, die einen Zeitraum von 18 Jahren umfassen, und wozu ohngefähr 1200 Pfund Stahl verwendet wurden, hier anzuführen; aber es wird hinreichen, wenn ich die Resultate angebe, die sich aus den Ver-

suchen von mehreren hundert Magneten von den verschiedensten Formen und Grössen ergaben. Um daher eine Uebersicht zu erhalten, bemerke ich hier die Tragkraft von 29 Magneten:

Gewicht Loth	$\frac{1}{120.}$	$\frac{1}{64.}$	$\frac{1}{32.}$	$\frac{1}{16.}$	$\frac{7}{48.}$	$\frac{9}{32.}$		
Tragkraft Loth	$\frac{50}{32.}$	$2\frac{1}{2}.$	4.	7.	13.	20.		
Gewicht Loth	$\frac{15}{32.}$	$\frac{11}{8.}$	$\frac{9}{8.}$	$\frac{7}{2.}$	$\frac{29}{4.}$	13.	24.	28.
Tragkraft Loth	28.	57.	70.	98.	160.	240.	344.	400.
Gewicht Pfd.	$1\frac{1}{8}.$	$1\frac{3}{4}.$	$2\frac{1}{2}.$	3.	$4\frac{1}{2}.$	$6\frac{1}{2}.$	$6\frac{1}{2}.$	8. $9\frac{3}{4}.$
Tragkraft Pfd.	$14\frac{1}{4}.$	20.	26.	29.	36.	48.	48.	56. 62.
Gewicht Pfund	12.	16.	20.	$24\frac{1}{2}.$	28.	$34\frac{3}{4}.$		40.
Tragkraft Pfd.	75.	84	100.	112.	120.	140.		150.

Hier ist zu bemerken, dass alle diese Magnete aus einem einzigen Stück Stahl und nicht aus mehreren Lamellen bestehen; auch versteht es sich von selbst, dass sämtliche Magnete so stark magnetisirt waren, dass eine Verstärkung ihrer Kraft nicht mehr möglich war.

Aus obiger Versuchsreihe ergibt sich klar, dass das Tragverhältniss der Magnete bei zunehmender Masse abnimmt, und bei genauer Untersuchung ob sich hier nicht ein Gesetz auffinden lasse, gelangte ich zu folgenden Resultaten:

Bezeichnet n das Verhältniss der Tragkraft zu dem Gewicht des Magnets

p die Masse oder das Gewicht des Magnets

so hat man stets $a = n \cdot \sqrt[3]{p}$ ^(I) oder in Logarithmen

$\log. a = \log. n + \frac{1}{3} \log. p$,

wobei a eine constante Grösse vorstellt, welche das Tragverhältniss eines Magnets von der Gewichtseinheit bedeutet.

Bezeichnet man das Tragvermögen durch z und setzt man

$\frac{z}{p}$ für n , so erhält man

$$z = a \cdot \sqrt[3]{p^2} \quad \text{(II)}$$

Nach dieser Formel wurden nun die folgenden Magnete berechnet, und als Einheit oder für den Werth von a das Tragverhältniss eines bayerischen Lothes angenommen.

Gewicht	Tragkraft	Verhältniss der Tragkraft	log. a
$\frac{1}{120}$ Loth	$\frac{50}{32}$ Loth	das 190fache	1,581
$\frac{1}{64}$ "	$2\frac{1}{2}$ "	" 160 "	1,602
$\frac{1}{32}$ "	4 "	" 128 "	1,605
$\frac{2}{16}$ "	7 "	" 112 "	1,648
$\frac{7}{48}$ "	13 "	" 89 "	1,647
$\frac{9}{32}$ "	20 "	" 71 "	1,667
$\frac{15}{32}$ "	28 "	" 60 "	1,668
$\frac{11}{8}$ "	57 "	" 41 "	1,658
$\frac{9}{4}$ "	70 "	" 31 "	1,608
$\frac{7}{2}$ "	98 "	" 28 "	1,625
$\frac{29}{4}$ "	160 "	" 22 "	1,634
13 "	240 "	" 18,46fache	1,638
24 "	344 "	" 14,33 "	1,616
28 "	400 "	" 14,30 "	1,636
$1\frac{1}{8}$ Pfund	$14\frac{1}{4}$ Pfund	" 12,66 "	1,621
$1\frac{3}{4}$ "	20 "	" 11,43 "	1,640
$2\frac{1}{2}$ "	26 "	" 10,40 "	1,652
3 "	29 "	" 9,66 "	1,642
$4\frac{1}{2}$ "	36 "	" 8,— "	1,623
$6\frac{1}{2}$ "	48 "	" 7,40 "	1,641
8 "	56 "	" 7,— "	1,647
$9\frac{3}{4}$ "	62 "	" 6,37 "	1,635
12 "	75 "	" 6,25 "	1,658
16 "	84 "	" 5,25 "	1,623
$20\frac{1}{2}$ "	100 "	" 5,— "	1,633
$24\frac{1}{2}$ "	112 "	" 4,57 "	1,626
28 "	120 "	" 4,28 "	1,616
$34\frac{3}{4}$ "	140 "	" 4,03 "	1,621
40 "	150 "	" 3,75 "	1,610

Diese Versuche haben einen solchen Umfang und die Werthe von log. a stimmen so nahe überein, dass daraus deutlich erkannt wird, dass das Tragverhältniss in dem umgekehrten Verhältniss zur Cubikwurzel der Masse steht, daher in ebendemselben Verhältniss abnimmt, als die Cubikwurzel der Masse zunimmt, woraus folgt, dass das Tragvermögen wie das Quadrat der Cubikwurzel der Masse ab- oder zunimmt. Es lässt sich daher an der Wahrheit des aufgefundenen Gesetzes nicht zweifeln.

Aus diesen Versuchen hat sich ferner ergeben, dass

innerhalb gewisser Gränzen die Tragkraft von der Form ganz unabhängig ist. So haben z. B. die zwei Magnete von $6\frac{1}{2}$ Pfd. Gewicht gleiche Tragkraft. Die Länge des einen beträgt in gerader Linie 18 Zoll und sein Querschnitt ist quadratisch, der andere ist flach geschmiedet, und seine Länge beträgt in gerader Linie 34 Zoll; auch hat die Entfernung der Pole keinen Einfluss, bei dem ersten sind sie 4 Zoll, bei dem andern 2 Zoll von einander entfernt.

Aus dem bisherigen wird es nun klar werden, wie sich die Tragkraft eines Magnets summirt, der aus mehreren Lamellen zusammengesetzt ist. Vereinigt man nämlich n Magnete von gleichem Gewicht und gleicher Tragkraft zu einem einzigen Magnet, so ist die Tragkraft desselben nicht n mal, sondern nur $\sqrt[n]{n^3}$ mal grösser. Dieses folgt schon aus dem aufgefundenen Gesetz und wird durch die Versuche bestätigt.

Von 5 Hufeisenmagneten, wo jeder $2\frac{3}{8}$ Pfd. wog und 25 Pfd. trug, wurden zuerst 3 Magnete zu einem Magnete vereinigt; die Tragkraft war alsdann 52 Pfd.

Als darauf die zwei andern noch hinzugefügt wurden, war die Tragkraft 73 Pfd. Es ist aber $25 \times \sqrt[3]{5^2} = 73$. Drei Magnete, wovon zwei $7\frac{1}{2}$ Pfd. wogen und jeder 52 Pfd. trug, der mittlere aber $8\frac{3}{4}$ Pfd. wog und 56 Pfd. trug, wurden zu einem Magnet vereinigt; ihre Tragkraft betrug alsdann 110 Pfd., welches genau mit der Formel übereinstimmt.

Von 5 Magneten wog jeder einzeln

Nr. 1	$9\frac{1}{2}$ Loth	und zog	4 Pfd.
" 2	10 "	" "	$3\frac{1}{2}$ "
" 3	11 "	" "	4 "
" 4	10 "	" "	$3\frac{1}{2}$ "
" 5	9 "	" "	$3\frac{1}{2}$ "
Summe der Gewichte . .		Summe der Tragkraft	$18\frac{1}{2}$ Pfd.
			$49\frac{1}{2}$ Loth

Hier ist log. a. oder das Tragverhältniss eines bayerischen Lothes = 1,4109.

Als Nr. 2. 3. 4. zu einem Magnet vereinigt wurden, so war die Tragkraft $7\frac{3}{4}$ Pfd.

Als man Nr. 1. und 5. noch hinzufügte, so betrug die Tragkraft $10\frac{1}{2}$ Pfd.

Alle diese Versuche stimmen mit der Formel

$$z = a \cdot \sqrt[3]{p^2}$$

genau überein.

Haben die Lamellen ungleiches Gewicht, so muss man für jede den Werth von a suchen, und wenn diese nicht sehr verschieden von einander sind, so kann ein mittlerer Werth für a genommen werden; sowie aber die Werthe von a sehr ungleich werden, so geht dieses nicht mehr an.

Man hat z. B. 3 Magnete,

Nr. 1 wiegt 2 Pfd. und trägt 18 Pfd.

" 2 " 3 " " " 30 "

" 3 " 2 " " " 24 "

nun ist die Frage, wie sich die Tragkräfte dieser 3 Magnete summiren, wenn sie zu einem Magnet vereinigt werden. Wenn man nun den Werth für a oder das Tragverhältniss eines Pfundes für jeden Magnet sucht,

so erhält man für Nr. 1 das 11,34fache,

" " 2 das 14,42fache,

" " 3 das 15,12fache.

Nun kann jeder dieser Werthe zur Bestimmung der Summe der Tragkraft dieser 3 Magnete gebraucht werden. Entweder man nimmt den Werth von a bei Nr. 1. und bestimmt, welche Masse Nr. 2 und 3 haben müssen, um bei diesem Werthe von a eine Tragkraft von 30 und 24 Pfd. zu erlangen, oder man nimmt den Werth von a bei Nr. 2 und bestimmt daraus die Masse für Nr. 1 und 3, oder man nimmt den Werth von a bei Nr. 3 und bestimmt daraus die Masse für Nr. 1 und 2; dadurch erhält man für jeden Werth von a drei Massen, welche gleiche Werthe von a haben, die man daher nach der Formel

$$z = a \cdot \sqrt[3]{p^2}$$

summiren kann.

Dieses giebt folgende Werthe:

Nr. 1 hat das Gewicht von 2 Pfd.

für Nr. 2 erhält man das Gewicht von 4,30

für Nr. 3 erhält man das Gewicht von 3,08

Summa der Gewichte . . 9,38

daher ist $z = 11,43. \sqrt[3]{9,38^2} = 50,43$ Pfd.

Nr. 2 hat das Gewicht von 3 Pfd.

für Nr. 1 erhält man das Gewicht von 1,39

für Nr. 2 erhält man das Gewicht von 2,15

Summa der Gewichte . . 6,54

daher ist $z = 14,42. \sqrt[3]{6,54^2} = 50,43$ Pfd.

Nr. 3 hat das Gewicht von 2 Pfd.

für Nr. 1 erhält man das Gewicht von 2,795

für Nr. 2 erhält man das Gewicht von 1,298

Summa der Gewichte . . 6,093

daher ist $z = 15,12. \sqrt[3]{6,093^2} = 50,43$ Pfd.

Da aber die 3 Magnete zusammen 7 Pfd. wiegen, so ist für diese Masse der mittlere Werth von $a = 13,81$; denn es ist

$$13,81. \sqrt[3]{7^2} = 50,43 \text{ Pfd.}$$

Man erhält aber bei Summirung der Tragkraft mehrerer Lamellen begreiflicher Weise nur dann ein genaues Resultat, wenn erstens dieselben ganz vollkommen magnetisirt und zweitens der Anker und die Magnete vollkommen genau gearbeitet sind, weil ohne dieses keine genaue Bestimmung der Tragkraft der einzelnen Lamellen, noch viel weniger der Tragkraft der ganzen Masse statt finden kann.

Weil die Stärke eines Magnets ausser der Art der Magnetisirung noch von der Auswahl des Stahls und dessen Bearbeitung abhängt, so habe ich Versuche angestellt, ob die Tragkraft der Magnete, wie ich sie anfangs befunden hatte, nicht noch vergrössert werden könne.

Ich erhielt dadurch folgende zwei Versuchsreihen

Gewicht	Tragkraft	Verhältniss der Tragkraft	log. a
$\frac{1}{8}$ Loth	16 Loth	das 128fache	1,80618
$\frac{1}{2}$ "	40 "	" 80 "	1,80203
$1\frac{1}{8}$ "	60 "	" 53,33fache	1,79520
$2\frac{1}{2}$ "	114 "	" 45,60 "	1,791626
$4\frac{1}{2}$ "	174 "	" 38,66 "	1,80509
8 "	240 "	" 30 "	1,77815
17 "	400 "	" 23,51 "	1,78176
$1\frac{1}{8}$ Pfd.	21 Pfd.	" 18,66 "	1,78985

Gewicht	Tragkraft	Verhältniss der Tragkraft	log. a
1½ Pfd.	26 Pfd.	das 17,33fache	1,79930
2 "	32 "	" 16,— "	1,80618
2½ "	35 "	" 14,— "	1,78054
3 "	41 "	" 13,66 "	1,78571

Gewicht	Tragkraft	Verhältniss der Tragkraft	log. a
⅙ Loth	4⅙ Loth	das 290fache	1,86968
⅛ "	18 "	" 144 "	1,85854
1 "	74 "	" 74 "	1,87923
4 "	188 "	" 47 "	1,87286
8 "	296 "	" 37 "	1,86923
16 "	472 "	" 29,50fache	1,87120
32 "	744 "	" 23,25 "	1,86812

Hier ist ebenfalls für den Werth von a das Tragverhältniss eines bayerischen Lothes gesetzt.

Vergleichen wir nun die erhaltenen Werthe in den 3 Versuchsreihen, so erhalten wir

für das Tragverhältniss von 1 Loth	von 1 Pfd.	für das Tragver- hältniss = 1
bei Nr. 1 das 41,79fache	das 13,16fache . .	2270 Pfd.
bei " 2 " 61,66 "	" 19,42 " . .	7325 "
bei " 3 " 74,— "	" 23,31 " . .	12666 "

Alle meine Bemühungen für constanten Magnetismus, den log. von a auf 2,00000 oder das Tragverhältniss eines bayerischen Lothes auf 100 Loth zu bringen, sind bisher vergeblich geblieben.

Magnetisirt man den Magnet mit vorgelegtem Anker und reisst man denselben nicht von dem Magnet ab, so ist die Tragkraft desselben viel grösser, dieselbe vermindert sich jedoch bedeutend, so wie der Anker ein oder mehremal von dem Magnet abgerissen wird. Ein Magnet aber, der durch das Abreissen des Ankers schwächer wird, hat überhaupt gar keinen Werth.

Wir wollen nun die Folgen, die sich aus dem aufgefundenen Gesetz des Magnetismus ergeben, in nähere Betrachtung ziehen.

In der Gleichung

$$a = n \cdot \sqrt[3]{p} \quad (I)$$

$$z = a \cdot \sqrt[3]{p}^2 \quad (II)$$

setzt man in (I) jederzeit das Gewicht der Masse $= 1$, während die Gleichung (II) die Summe der Kräfte, oder der Wirkung aller Massentheile, wovon jeder einzelne das Gewicht $= 1$ hat, ausdrückt.

In der Gleichung (I) kann n alle Werthe von ∞ bis 0 annehmen. Für den Werth $n = 1$ ist aber $a = \sqrt[3]{p}$. Da nun a eine constante Grösse ist, so wird die Grösse des Magnetismus einer Masse durch die Cubikwurzel aus derjenigen Masseneinheit ausgedrückt, welche das Tragverhältniss $= 1$ hat. Bei zwei Massen, deren Grösse und deren magnetische Kraft verschieden ist, verhält sich also die Grösse des Magnetismus wie die Cubikwurzel aus denjenigen Masseneinheiten, welche das Tragverhältniss 1 haben, mithin verhält sich die magnetische Kraft jedes einzelnen Theils dieser beiden Massen eben so. Diejenige Function also, welche von der Grösse des Magnetismus abhängt, ist daher als Einheit die Cubikwurzel aus einer Masseneinheit. Bezeichnet man daher diejenige Masseneinheit, wo n oder das Tragverhältniss $= 1$ ist durch P , so erhält man einen bestimmten Ausdruck für die Grösse des Magnetismus, nämlich

$$\sqrt[3]{P} = n \cdot \sqrt[3]{p} \quad \text{oder} \quad n = \frac{\sqrt[3]{P}}{\sqrt[3]{p}}$$

$$\text{daher } z = \sqrt[3]{P} \cdot \frac{p}{\sqrt[3]{p}}$$

wo p das Gewicht der Masse und $\sqrt[3]{P}$ die Grösse des Magnetismus bezeichnet. Hieraus ergibt sich, dass diejenige Function, welche bei dem Magnetismus von der Masse abhängt, im umgekehrten Verhältniss von $\sqrt[3]{p}$ oder der Cubikwurzel der Masse steht, dass aber diejenige Function, welche die Grösse des Magnetismus ausdrückt und bestimmt,

im geraden Verhältniss von $\sqrt[3]{P}$ steht und dass diese Function von der Grösse der Masse ganz unabhängig ist, weil

a^3 oder $\sqrt[3]{P^3}$ oder die Einheit P ,

welche das Tragverhältniss 1 hat, weder grösser noch kleiner wird, wie sich auch die Masse ändern mag. Jede Function der Grösse des Magnetismus ändert sich daher im

Verhältniss von $\sqrt[3]{P}$ oder im Verhältniss der Cubikwurzel einer Masseneinheit, welcher Begriff wegen der Folge deutlich aufzufassen ist; hieraus ergiebt sich ferner, dass wenn verschiedene Massen p, p', p'' deren Grösse verschieden ist, gleiches Tragverhältniss haben, die Grösse ihres Magnetismus oder die magnetische Kraft jedes einzelnen Theils dieser Massen sich wie die Cubikwurzeln aus diesen Massen verhält, weil diejenigen Masseneinheiten, welche das Tragverhältniss 1 haben, sich ebenso wie diese Massen verhalten. Weil

$$z = \sqrt[3]{P} \cdot \sqrt[3]{p^2} \text{ oder } z = a \cdot \sqrt[3]{p^2} \text{ so ist}$$

$$\frac{z^3}{P} = p^2 \text{ oder } \frac{z^3}{a^3} = p^2 \text{ daher ist}$$

$$\sqrt[3]{\frac{z^3}{P}} = p \text{ oder } \sqrt[3]{\frac{z^3}{a^3}} = p$$

und die Cubi der magnetischen Kräfte der Masse sind gleich dem Quadrat der Masse. Bezeichnen z, z'' die Tragkräfte zweier Massen bei gleichem Werthe von a oder $\sqrt[3]{P}$ und p, p'' die Gewichte oder Massen derselben, so verhält sich

$$z^3 : z''^3 = p^2 : p''^2$$

es verhalten sich daher gleichfalls die Cubi der magnetischen Kräfte wie die Quadrate der Massen.

Dieses Gesetz des Magnetismus ist weder aus Gründen der Geometrie zu begreifen, noch deren Nothwendigkeit aus denselben zu erklären; Zweifler wird es immer geben, vielleicht so lange bis ein Magnet von 1 Pfd. Gewicht 290 Pfd. trägt.

2. Versuche über die Schwingungsdauer geradliniger Magnetstäbe.

Um zu untersuchen, wie sich die magnetische Kraft bei der Schwingungsdauer verhält, wurden folgende Versuche gemacht. Es wurden 6 Magnetstäbe von gleicher Länge genommen; sie waren $16\frac{1}{2}$ französische Zoll lang, 11 Linien breit und 3 bis $3\frac{1}{2}$ Linien dick. Ihre Schwingungsdauer und ihr Gewicht war folgendes:

Nr. 1	wog	35	Loth	Schwingungsdauer	22,31	Secunden,
" 2	"	$33\frac{1}{2}$	"	"	20,77	"
" 3	"	$31\frac{1}{4}$	"	"	19,23	"
" 4	"	$35\frac{1}{4}$	"	"	19,20	"
" 5	"	$28\frac{3}{4}$	"	"	18,—	"
" 6	"	$31\frac{1}{4}$	"	"	18,46	"
		195	Loth.			

Als nun der Stab Nr. 2 auf Nr. 1 gelegt wurde, so war die Schwingungsdauer 26,66 Secunden, es nahm daher die Schwingungsdauer im Verhältniss von $\sqrt[3]{p}$ zu; diess war auch der Fall, als der dritte, vierte, fünfte und sechste Stab nach einander auf Nr. 2 gelegt wurden. Als alle 6 Stäbe aufeinander gelegt waren, so war die Schwingungsdauer 36,62 Secunden. Nimmt man, weil die Stäbe nicht alle gleich stark magnetisch sind, das mittlere Gewicht und die mittlere Schwingungsdauer, obgleich dieses Verfahren nicht ganz richtig ist, wir aber noch nicht so weit vorge-rückt sind, um jetzt beim Anfange ein genaueres angeben zu können, so erhält man die Schwingungsdauer der zwei vereinigten Stäbe durch die Proportion

$$\begin{array}{ccccc} \text{Loth} & & \text{Loth} & \text{Secunden} & \text{Secund.} \\ \sqrt[3]{34,25} & : & \sqrt[3]{68,50} & = & 21,04 : 26,96 \end{array}$$

und diejenige der 6 vereinigten Stäbe durch die Proportion

$$\begin{array}{ccccc} \text{Loth} & & \text{Loth} & \text{Secunden} & \text{Secund.} \\ \sqrt[3]{32,50} & : & \sqrt[3]{195} & = & 19,66 : 35,72 \end{array}$$

Die beobachteten und die berechneten Werthe stimmen so gut überein, als man es nur erwarten kann, wenn man erwägt, dass die Stäbe sich etwas verzogen hatten, daher keine vollkommen compacte Masse bildeten, und dass die Art der Berechnung kein vollkommen genaues Resultat lie-

fern konnte. Bezeichnet man mit t die Schwingungsdauer, so erhält man bei gleichem Werthe von a oder $\sqrt[3]{P}$ für die Schwingungsdauer der Stäbe von gleicher Länge, aber ungleichem Querschnitt die Proportion

$$\sqrt[3]{P} : \sqrt[3]{P''} = t : t''$$

und es ergibt sich daraus, dass bei der Schwingungsdauer die Function der Masse die nehmliche ist, wie bei der Tragkraft. Die Geschwindigkeit steht nämlich im umgekehrten Verhältniss von $\sqrt[3]{P}$; dieselbe wächst in ebendemselben Verhältniss, als die Cubikwurzel der Masse abnimmt, und nimmt in ebendemselben Verhältniss ab, als die Cubikwurzel der Masse zunimmt.

Es wurde nun untersucht, wie sich die Schwingungsdauer bei Stäben von gleichem Querschnitt, aber ungleicher Länge verhält, und zu diesem Endzwecke wurden 4 Stäbe, deren Gewicht in sechzehn Theilen eines bayerischen Lothes und deren Länge in französischen Zollen angegeben ist, verfertigt.

Gewicht . . .	16	33	47	64
Länge Zoll . .	3	6	9	12
Schwingungsdauer	3,26	4,62	5,60	6,90 Secunden.

Vergleicht man nun die Schwingungsdauer dieser Stäbe mit einander, so sieht man, dass dieselbe den Quadratwurzeln der Länge proportional ist, und wir erhalten für dieselben die Proportion

$$\sqrt{l} : \sqrt{L} = t : T$$

vermittelst dieser Proportion und derjenigen von

$$\sqrt[3]{P} : \sqrt[3]{P''} = t : t''$$

welche für Stäbe von gleicher Länge, aber ungleichem Querschnitt gültig ist, erhalten wir einen allgemeinen Ausdruck für die Schwingungsdauer der Stäbe von verschiedener Länge und von verschiedenem Querschnitt. Sind nämlich l und L die Längen zweier Magnetstäbe p und p'' , ihre Gewichte, ihre Schwingungsdauer t und t'' , und denkt man sich einen dritten Magnetstab, dessen Länge l und dessen Gewicht $\frac{lP''}{L}$ ist, so dass er mit dem, dessen Ge-

wicht p'' ist, einerlei Querschnitt hat, und dessen Schwingungsdauer t' ist, so erhält man

$$\sqrt[3]{p} : \sqrt[3]{\frac{lp''}{L}} = t : t'$$

und nach der vorhin gefundenen

$$\sqrt{l} : \sqrt{L} = t : T,$$

woraus sich ergibt

$$\sqrt{l} \cdot \sqrt[3]{\frac{p}{l}} : \sqrt{L} \cdot \sqrt[3]{\frac{p''}{L}} = t : T;$$

bringt man diesen Ausdruck auf eine einfachere Form, so ergibt sich die Gleichung

$$\sqrt[3]{\frac{p''}{p}} \times \sqrt[6]{\frac{L}{l}} \times t = T.$$

Nimmt man die Schwingungsdauer des Magnetstabes von 3 Zoll Länge und $\frac{16}{16}$ Loth Gewicht für die Schwingungsdauer der Einheit an, und bezeichnet man dieselbe durch c , so erhält man

$$t = c \cdot \sqrt[3]{p} \cdot \sqrt[6]{l} \quad (\text{III})$$

Nach dieser Formel wurde nun die Schwingungsdauer folgender 12 Magnetstäbe berechnet, wo ebenfalls das Gewicht in sechzehn Theilen eines bayerischen Lothes angegeben ist.

Länge	Gewicht	Schwingungsdauer beobachtet	Schwingungsdauer berechnet
3 Zoll	16	3,26 Sec.	3,26 Sec.
4 "	20	3,70 "	3,60 "
6 "	33	4,62 "	4,72 "
9 "	47	5,60 "	5,71 "
9 "	136	8,23 "	7,94 "
10 "	56	5,96 "	5,92 "
12 "	64	6,90 "	6,51 "
12 "	176	9,23 "	8,95 "
15 "	928	16,50 "	16,17 "
22½ "	1536	21,43 "	20,47 "
22½ "	1648	21,23 "	20,96 "

Diese Versuchsreihe stimmt sehr gut mit obiger Formel überein, wenn man berücksichtigt, dass man nicht allen Stäben einen vollkommen gleichmässigen Magnetismus ertheilen kann.

Die Gleichung (III) zeigt, dass zwei Stäbe von verschiedener Länge und ungleichem Gewicht doch gleiche Schwingungsdauer haben können; allein dieses findet nur innerhalb gewisser Gränzen statt, und wenn die Länge eine gewisse Gränze überschreitet, so findet man keine Uebereinstimmung mehr zwischen beobachteter und berechneter Schwingungsdauer, wie folgender Versuch zeigt:

Länge	Gewicht	Schwingungsdauer beobachtet	Schwingungsdauer berechnet
24 Zoll	8 Loth	14,51 Sec.	8,21 Sec.
24 "	21 "	17,78 "	11,35 "

Ob nun die Formel unrichtig, oder ob der Magnetismus dieser Stäbe sehr schwach, oder ob derselbe in ihnen anders vertheilt, und was sonst die Ursache dieser verzögerten Schwingungsdauer ist, diess sind Fragen von der grössten Wichtigkeit.

Es war mir sehr daran gelegen, zu wissen, in welchem Verhältniss Tragkraft und Schwingungsdauer zu einander stehen, und ich habe bei 9 Magnetstäben Versuche darüber angestellt und sie in Poggendorffs Annalen 1844 bekannt gemacht. Sie hatten jedoch bei weitem die Genauigkeit nicht, die ich verlangte und bedurfte, und als ich dieselben später noch einmal sorgfältig durchgieng, so fand ich, dass dieselben so ungenau sind, dass sie zu keinem sichern Resultat führen; daher ich dieselben ganz verwerfe, und ihrer hier als ganz unbrauchbar erwähne.

Um nun zu untersuchen, welchen Einfluss die Form auf die Schwingungsdauer hat, so wurden 51 Stahlplatten magnetisirt. Die Länge und Breite derselben betrug 22 Linien; sie bildeten daher ein Quadrat und waren von ziemlich gleicher Dicke. Die mittlere Schwingungsdauer der einzelnen Platten war, wenn man sie auf die Kante stellte, 2,66 Secunden; liess man sie aber der Fläche nach schwingen, 3,76 Secunden. Es verhält sich daher die erstere

Schwingungsdauer zu der letztern, wenn b die Breite bezeichnet, wie l zu $\sqrt{\frac{l^2 + b^2}{l^2}}$

Die Schwingungsdauer der einzelnen Platten varirte von $\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{4}$ Secunde. Als nun diese Platten aufeinandergelegt und fest zusammengebunden waren, so erhielt ich einen magnetischen Cubus, dessen eine Seite 22 Linien lang war, ein Gewicht von 42,73 Loth hatte und dessen Schwingungsdauer 15,30 Secunden betrug. Multipliziert man die Schwingungsdauer von 3,76 Secunden mit der Cubikwurzel von 51, so erhält man eine Schwingungsdauer von

13,95 Secunden.

Erwägt man die mancherlei Umstände, die hier störend einwirkten, so wird der Unterschied von 1,35 Secunden zwischen der beobachteten und berechneten Schwingungsdauer nicht auffallen, und man sieht, dass die Gleichung für den Cubus ihren richtigen Werth angiebt. Dieser Versuch ist auch so einfach, dass man sich leicht durch eigene Erfahrung von der Wahrheit des Gesetzes überzeugen kann.

Es wurde nun untersucht, welchen Einfluss bei ein und derselben Masse die Vergrößerung der Länge ausübt, wenn diese Dimensionen die bisher beobachteten Gränzen überschreiten. Zu diesem Endzwecke wurden vier Magnetstäbe, alle von einerlei Gewicht, aber von verschiedener Länge verfertigt; zugleich wurde die Tragkraft dieser 4 Stäbe so genau als möglich bestimmt. Es ist jedoch die genaue Bestimmung der Tragkraft geradliniger Stäbe mit vielen Schwierigkeiten verbunden, und es erfordert oft Wochen, bis es einem gelingt, dieselbe annähernd zu erhalten. Die Fehlergränze, innerhalb welcher die Tragkraft dieser Stäbe bestimmt ist, beträgt für die Tragkraft bei jedem Pol 1 bis 4 Loth, daher für die ganze Tragkraft eines jeden Stabes 1 bis 8 Loth, um welche dieselbe möglicher Weise grösser, aber nicht kleiner seyn kann. Jeder dieser 4 Stäbe wog $8\frac{1}{2}$ Loth.

	Länge	Schwingungsdauer	Tragkraft	log. c
Nr. 1	6 Zoll	7,50 Sec.	64 Loth	0,435
" 2	12 "	8,32 "	64 "	0,432

	Länge	Schwingungsdauer	Tragkraft	log. c
Nr. 3	18 Zoll	11,35 Sec.	68 Loth	0,536
" 4	18 "	11,10 "	68 "	0,526

Hier bedeutet c die Schwingungsdauer eines Magnetstabes von einem bayerischen Loth Gewicht und einem französischen Zoll Länge, ohne dass jedoch auf die Breite desselben Rücksicht genommen ist; die Tragkraft dieser Stäbe ist nur diejenige an einem Pole. Ob nun gleich der Magnetismus der Stäbe Nr. 3. und 4. etwas grösser ist, weil sie eine grössere Tragkraft als Nr. 1 und 2 besitzen, so ist doch ihre Schwingungsdauer viel länger, als sie seyn sollte; denn diese sollte 8,90 Secunden betragen; auch war der Magnetismus dieser Stäbe ebenso gleichförmig wie in Nr. 1 und 2 vertheilt, weil die Indifferenzlinie genau in der Mitte lag. Der Grund der verzögerten Schwingungsdauer konnte nur darin liegen, dass die Länge für die Masse zu gross war. Nun wurde ein Magnetstab

Nr. 5 von 33 Zoll Länge und 41 Loth Gewicht
verfertigt.

Die Schwingungsdauer desselben betrug:

19,88 Secunden, daher $\log. c = 0,507$;

allein die Schwingungsdauer desselben hätte bei $\log. c = 0,432$

16,70 Secunden

betragen sollen, und $\log. c$ ist hier abermals viel zu gross, obgleich dieser Stab beinahe fünfmal schwerer, und nicht ganz zweimal so lang war, als Nr. 3 und 4. Da nun seine Schwingungsdauer durch kein Mittel mehr vermindert werden konnte, so wurde er kürzer gemacht, ohne dass er jedoch in das Feuer gekommen wäre, weil sich sonst mit Gewissheit nichts hätte ermitteln lassen; dadurch erhielt ich zwei Stäbe

	Länge	Gewicht	Schwingungsdauer	log. c
Nr. 6	25 $\frac{3}{4}$ Zoll	31 $\frac{3}{4}$ Loth	15,22 Sec.	0,447
" 7	7 $\frac{1}{4}$ "	9 $\frac{1}{4}$ "	7,87 "	0,429

Durch dieses Verfahren wurde bei Nr. 6 eine grosse Verminderung in dem Werth von $\log. c$ erhalten, und zugleich ein Anhaltspunkt zur Bestimmung der Masse eines

längern Magnetstabes gewonnen. Es wurde daher ein Magnetstab

Nr. 8 von $49\frac{1}{2}$ Zoll Länge und $4\frac{3}{8}$ Pfd. Gewicht
verfertigt. Die Schwingungsdauer desselben war
28,10 Secunden;

dieses weicht von der berechneten nur 1,15 Secunde ab
und giebt für den Werth von $\log. c = 0,450$, welcher mit
demjenigen Werth bei dem Stab Nr. 6 übereinstimmt.
Diese Versuche zeigen klar, dass die Länge eine gewisse
Gränze nicht überschreiten darf, wenn $\sqrt[6]{l}$ eine Function
von $\sqrt[3]{p}$ bleiben soll, und dass der Stab Nr. 2 von 12 Zoll
Länge nicht weit von dieser Gränze entfernt ist. Denn
vergleicht man die Längen von

12 Zoll	$25\frac{3}{4}$ Zoll	$49\frac{3}{4}$ Zoll
mit ihren Massen von $8\frac{1}{2}$ Loth	$31\frac{3}{4}$ Loth	140 Loth,

so sieht man, dass diese Längen im Verhältniss der Qua-
drate der Massen stehen. Nun verhalten sich die Quadrate
der Massen wie die Cubi der magnetischen Kräfte, folglich
stehen auch die Cubi der magnetischen Kräfte obiger Stäbe
in dem Verhältniss zu obigen Längen. In Rücksicht des
Trägheits-Moments der Massa folgt nun ferner, dass wenn
die Länge nicht mehr in dem richtigen Verhältniss zu der
magnetischen Kraft der Masse steht, und z. B. m mal länger

wird, sich auch die Schwingungsdauer um $\sqrt[3]{m}$ $\sqrt[3]{m}$ ändert,
welches erst später bewiesen werden kann, was aber
aus den Versuchen hervorgeht. So hat der Stab Nr. 2 bei
12 Zoll Länge eine Schwingungsdauer von 8,32 Secunden;
erhält derselbe, ohne dass seine Masse vermehrt wird, eine
Länge von 18 Zoll, so ist dieselbe um die Hälfte zu lang,
multipliziert man nun die Schwingungsdauer von 8,32 Se-
cunden mit $\sqrt[3]{1\frac{1}{2}}$ und $\sqrt[3]{1\frac{1}{2}}$ gleich $\sqrt[6]{1\frac{1}{2}^5}$, so erhält man eine
Schwingungsdauer

von 11,62 Secunden;

die Versuche haben aber bei den Stäben Nr. 3 und 4 von
gleicher Masse und Länge, deren Tragkräfte aber um 8
Loth grösser war, eine Schwingungsdauer

von 11,35 Secunden und 11,10 Secunden

gegeben, welcher ziemlich genau übereinstimmt, und zugleich einen Beweis liefert, wie weit man sich durch die Versuche der Wahrheit nähern kann.

Es geht daraus, dass sich die Cubi der magnetischen Kräfte wie die Quadrate der Masse verhalten, noch eine andere sehr wichtige Thatsache hervor, wie folgende Versuche beweisen. Es wurden nämlich 4 Stäbe, jeder von 24 Zoll Länge, aber von verschiedenem Gewicht, gefertigt, nämlich:

	Länge	Gewicht	Secunden
Nr. 9	24 Zoll	$21\frac{3}{4}$ Loth	14,72
" 10	24 "	$12\frac{1}{8}$ "	15,12
" 11	24 "	7 "	14,92
" 12	24 "	$2\frac{9}{16}$ "	14,68

Weiter konnte ich mit Verminderung der Masse nicht fortfahren, da so lange und dünne Stäbe wie Nr. 12, wenn sie vollkommen magnetisirt und ihr Indifferenzpunkt genau in der Mitte liegen soll, schwierig zu verfertigen sind. Wenn man nun die Schwingungsdauer dieser 4 Stäbe miteinander vergleicht, so sind die Unterschiede derselben so unbedeutend, dass man sie ihrer materiellen Beschaffenheit und nicht der Verschiedenheit ihres Gewichts zuschreiben muss. Nun ist die Schwingungsdauer eines Magnetstabes von 24 Zoll Länge und 34 Loth Gewicht bei $\log. c = 0,432$ 14,88 Secunden,

und beinahe eben so gross ist die Schwingungsdauer der 4 Stäbe von $21\frac{3}{4}$ bis $2\frac{9}{16}$ Loth, woraus sich also ergibt, dass, wenn die Länge eines Magnetstabes eine bestimmte Gränze erreicht hat, durch Verminderung der Masse keine Aenderung in der Schwingungsdauer eintritt. Nun wurden die zwei Stäbe

Nr. 9 von $21\frac{3}{4}$ Loth	} $33\frac{7}{8}$ Loth
" 10 " $12\frac{1}{8}$ "	

aufeinandergelegt; so vereinigt hatten sie eine Schwingungsdauer von

15,64 Secunden.

Der dünnere dieser Stäbe hatte sich durch das Härten ziemlich stark verzogen, so dass sich die Stäbe bei dem Aufeinanderlegen nur unvollkommen berührten, so dass die

Schwingungsdauer dadurch etwas verlängert wurde, daher der Unterschied in der Schwingungsdauer zwischen den einzelnen und den vereinigten Stäben nur diesem Einfluss zuzuschreiben ist. Alle diese Versuche würden jedoch nichts beweisen, wenn diese Stäbe nicht so vollkommen magnetisirt worden wären, dass eine Verstärkung ihrer Kraft nicht mehr möglich war.

Aus dem vorigen haben wir gesehen, dass die Tragkraft eines Magnets von 2 Functionen abhängt, erstens von derjenigen, welche die Grösse des Magnetismus bestimmt und welche im directen Verhältniss zur Cubikwurzel einer Masseneinheit steht, und zweitens von derjenigen Function, welche von der Grösse der Masse abhängt, und welche im umgekehrten Verhältniss zur Cubikwurzel aus der Masse steht.

Für die Schwingungsdauer erhielten wir die Gleichung

$$t = c. \sqrt[3]{p}. \sqrt[6]{l}.$$

Von nun an werde ich aber nicht mehr das Gewicht, sondern das Volumen setzen, so dass nun die Gleichung

$$t = c. \sqrt[3]{v}. \sqrt[6]{l}$$

ist, wo c die Schwingungsdauer einer französischen Cubiklinie bedeutet. In dieser Gleichung enthält t 3 Functionen; diejenige, welche von der Grösse des Magnetismus, diejenige, welche von der Masse und noch diejenige, welche von der Länge abhängt. Um nun die Tragkraft eines Magnetstabes bestimmen zu können, so muss in der Gleichung

$$t^2 = c^2. \sqrt[3]{v^2}. \sqrt[3]{l}$$

die Function von $\sqrt[3]{l}$ bekannt seyn, damit t^2 durch dieselbe dividirt werden kann, weil sich die Tragkräfte zweier Magnete nicht wie

$$\sqrt[3]{v^2} \sqrt[3]{l} \text{ zu } \sqrt[3]{v^2} \sqrt[3]{l''},$$

sondern nur wie $\sqrt[3]{v^2}$ zu $\sqrt[3]{v''^2}$ verhalten. Um daher die

Function von $\sqrt[3]{l}$ bestimmen zu können, so muss man sie in eine Function der Masse verwandeln. Diess wird nur dadurch möglich, dass man die Schwingungsdauer eines Magnetstabes in diejenige verwandelt, welche er in der

Form des Cubus hat. Wir haben aber gesehen, dass dieses sehr wohl angeht, weil der Werth von c dadurch nicht verändert wird. Schwingt daher die magnetische Masse in Form eines Cubus, wofür die Gleichung eben so gültig ist, wie für einen langen Magnetstab, so wird $\sqrt[3]{l} = \sqrt[9]{v}$. Die Gleichung erhält daher die Form

$$t^2 = c^2 \sqrt[3]{v^2} \cdot \sqrt[9]{v};$$

allein in dieser Gleichung bedeutet c die Schwingungsdauer einer Cubiklinie, wo c^2 ebenfalls die Function von $\sqrt[3]{v^2} \cdot \sqrt[9]{v}$ enthält, so dass daraus weder die Function von der Grösse des Magnetismus, noch die Function der Masse bestimmt werden kann. Die letztere Function wird nun folgendermassen bestimmt. Es sey das Quadrat der Schwingungsdauer eines magnetischen Cubus von beliebiger Grösse $= t^2$; nun werde dieser Cubus m mal grösser, so wird eine Seite oder seine Länge um $\sqrt[3]{m}$ grösser. Wäre nun die magnetische Kraft der Masse proportional, so wäre die Function für $t^2 \sqrt[3]{m}$ und t^2 würde nun $t^2 \cdot \sqrt[3]{m}$. Nun steht bei dem Magnetismus die Function der Masse im umgekehrten Verhältniss zur Cubikwurzel derselben, folglich wirkt nun in jedem Theil der Masse eine Kraft, die $\sqrt[3]{m}$ mal kleiner ist, daher wächst t^2 ausser $\sqrt[3]{m}$ noch um $\sqrt[3]{m}$ und t^2 wird nun $= t^2 \cdot \sqrt[3]{m} \cdot \sqrt[3]{m}$; nun ist aber mit Vergrösserung der Masse eine Seite, oder die Länge des Cubus um $\sqrt[3]{m}$ grösser geworden, er hat daher auch einen $\sqrt[3]{m}$ mal grössern Raum zu durchlaufen, daher wird das Quadrat

der Zeit noch um $\sqrt[3]{\sqrt[3]{m}} = \sqrt[9]{m}$ länger. Daher wird die Gleichung $t^2 = c^2 \cdot \sqrt[3]{v} \cdot \sqrt[3]{v} \cdot \sqrt[9]{v}$.

Wäre nun die magnetische Kraft der Masse proportional, so wäre die Gleichung

$$t^2 = c^2 \cdot \sqrt[3]{v}.$$

Es wächst aber wegen der Function der Masse mit

der Masse t^2 ausser $\sqrt[3]{v}$ noch um $\sqrt[3]{v}$, und wegen der Trägheit der Masse noch um $\sqrt[9]{v}$, daher wird nun

$$t^2 = c^2 \cdot \sqrt[3]{v} \cdot \sqrt[3]{v} \cdot \sqrt[9]{v},$$

t^2 wächst daher um $\sqrt[4]{v^9}$, während die Function der Masse bei der Tragkraft nur $\sqrt[9]{v^3}$ ist. Um daher die Tragkraft eines magnetischen Cubus in einer Function der Zeit zu erhalten, muss diese Function $\sqrt[9]{v}$, oder dieses Trägheitsmoment weggeschafft und t^2 durch dieselbe dividirt werden. Hat man nun 2 Magnetstäbe von gleicher Länge und gleichem Gewicht, aber von verschiedener magnetischer Kraft, so erhält man die 2 Gleichungen

$$t^2 = c^2 \cdot \sqrt[3]{v} \cdot \sqrt[3]{v} \cdot \sqrt[3]{l}$$

$$t''^2 = c''^2 \cdot \sqrt[3]{v} \cdot \sqrt[3]{v} \cdot \sqrt[3]{l};$$

weil nun Gewicht und Länge beider Stäbe gleich sind, so verhält sich nach der Gleichung

$$t^2 : t''^2 = c''^2 : c^2;$$

weil nun c'' , c die Schwingungsdauer einer Cubiklinie bedeutet, so würden sich die Tragverhältnisse zweier Cubiklinien umgekehrt wie die Quadrate ihrer Schwingungsdauer verhalten, welches doch gar nicht möglich ist, da sich die Tragverhältnisse zweier Cubiklinien nicht wie $\sqrt[9]{v^4}$, sondern wie $\sqrt[9]{v^3}$ verhalten; es ist daher t^2 durch das Trägheitsmoment, oder durch den Factor $\sqrt[9]{v}$ zu dividiren, und dann verhält sich umgekehrt

$$\frac{t^2}{\sqrt[9]{v}} : \frac{t''^2}{\sqrt[9]{v}} = \sqrt[9]{v^3} : \sqrt[9]{v^3};$$

es verhält sich aber verkehrt

$$\frac{t^2}{\sqrt[4]{t^2}} : \frac{t''^2}{\sqrt[4]{t''^2}} = \sqrt[9]{v^3} : \sqrt[9]{v^3},$$

und daher verhält sich verkehrt

$$\sqrt{t^3} : \sqrt{t''^3} = \sqrt[3]{v''} : \sqrt[3]{v},$$

und wenn M, m die Grösse des Magnetismus ausdrückt, so verhält sich verkehrt

$$\sqrt{t^3} : \sqrt{t''^3} = M : m,$$

oder die Tragverhältnisse zweier Magnetstäbe von gleicher Länge und gleichem Gewicht verhalten sich umgekehrt wie die Quadratwurzeln aus den Cuben ihrer Schwingungsdauer.

Es bleibt nun noch übrig, die magnetische Kraft und die Grösse derjenigen Cubi zu bestimmen, wo das Verhältniss $t^2 : T^2$ im Verhältniss der magnetischen Kräfte steht. Bei der Tragkraft ist das Gewicht ein Maas für die Grösse des Magnetismus, und die Cubikwurzel aus derjenigen Volumeneinheit, welche das Tragverhältniss 1 hat, bestimmt die Grösse des Magnetismus. Bei der Schwingungsdauer bestimmt die Geschwindigkeit die Grösse des Magnetismus, und wenn wir die Geschwindigkeit eines magnetischen Cubus mit derjenigen vergleichen, welche seine Masse durch die beschleunigende Kraft der Schwere erlangt, so giebt dieses Verhältniss der Geschwindigkeiten ein Maas für die Grösse des Magnetismus der Masse ab. Die Schwingungsdauer eines Cubus, der, in der Mitte aufgehängt, um seinen Schwerpunkt durch die beschleunigende Kraft der Schwere oscillirt, wird durch die Gleichung bestimmt

$$t = \pi \sqrt{\frac{2l}{3g}} \cdot \sqrt{\frac{l^2 + b^2}{l^2}} \text{ oder } t = \pi \sqrt{\frac{2l}{3g}} \cdot \sqrt{2},$$

wo l die Länge oder die Seite des Würfels und b die Breite bedeutet, und wenn man statt der Länge die Masse in die Gleichung setzt durch

$$t = \pi \sqrt{\frac{2 \cdot \sqrt[3]{v}}{3g}} \cdot \sqrt{2}.$$

Es bezeichne nun t die Schwingungsdauer eines magnetischen Cubus, und t_0 die Schwingungsdauer desselben Cu-

bus durch die beschleunigende Kraft der Schwere. Da wir nun für t^2 die Function der Masse kennen, welche $\sqrt[9]{v^4}$ ist, so ist

$$\frac{t_0^2}{t^2} = \frac{1}{\sqrt[9]{v^4}} \quad \text{und} \quad \sqrt[4]{\left(\frac{t_0^2}{t^2}\right)^9} = \frac{1}{v} \quad \text{oder} \quad \sqrt[9]{\frac{t_0^9}{t^9}} = \frac{1}{v} \quad (\text{IV})$$

Setzt man daher das Volumen der magnetischen Masse $= 1$ und die Geschwindigkeit, welche dieselbe Masse durch die beschleunigende Kraft der Schwere erlangt $= 1$, so giebt v die Anzahl derjenigen Volumeneinheiten an, welche der magnetische Cubus enthält, wo die Schwingungsdauer von $\frac{1}{v} \frac{t_0}{t} = 1$ ist, oder wo die Schwingungsdauer eines magnetischen Cubus eben so gross ist, als die Schwingungsdauer desselben Cubus durch die beschleunigende Kraft der Schwere. Ich werde daher diejenigen magnetischen Volumeneinheiten, bei welchen $\frac{t_0}{t} = 1$ ist, Volumeneinheiten nennen, welche die Geschwindigkeiten $= 1$ haben. Je grösser daher die Volumeneinheit ist, welche die Geschwindigkeit 1 hat, um desto grösser ist die magnetische Kraft, und die Cubikwurzel aus dieser Volumeneinheit bestimmt dieselbe. Daher verhält sich hier directe

$$t^2 : T^2 = \sqrt[3]{v} : \sqrt[3]{V}.$$

Da nun bei allen Magneten von verschiedenem Volumen, welche gleiches Tragverhältniss haben, sich die Grösse ihres Magnetismus wie die Cubikwurzel aus ihrem Volumen verhält, so haben alle Volumeneinheiten von der Geschwindigkeit 1 das gleiche Tragverhältniss an ein und demselben Orte der Erde; denn soll eine grössere Volumeneinheit von dem Erdmagnetismus mit derselben Kraft wie eine kleinere angezogen werden, so muss die magnetische Kraft von jedem Theil der Masse wie die Cubikwurzel aus dem Volumen zunehmen, und die grössere Masse muss dasselbe Tragverhältniss wie die kleinere haben. Dieser Satz ist von grosser Wichtigkeit, weil durch die Volumeneinheit,

welche die Geschwindigkeit 1 hat, zugleich die Tragkraft, mithin die magnetische Kraft des Stabes gegeben ist, nämlich diese Volumeneinheit muss immer das 2350fache Tragverhältniss in Nürnberg haben, wie ich in Folgendem zeigen werde.

Durch die Versuche hatte ich die Tragkraft eines Magnetstabes von $8\frac{1}{2}$ Loth Gewicht und 12 Zoll Länge bei einer Schwingungsdauer von 8,32 Secunden zu 128 Loth bestimmt; das Tragverhältniss desselben war daher das 15,06fache, wovon der log. ist $= 1,17779$; drückt man die Schwingungsdauer in Quarten aus, so ist der log. derselben $= 4,47644$. Um nun das Gewicht in das Volumen zu verwandeln, so muss die Dichtigkeit oder das spezifische Gewicht des Stahls bekannt seyn. Dieses wird aber verschieden angegeben, und es differirt schon an und für sich bei den verschiedenen Stahlsorten; als Mittel habe ich den Werth 7,817 gesetzt, dieses giebt für den Logarithmus des Gewichts einer Cubiklinie 0,09011. Der Logarithmus des Volumens vom genannten Stabe in Cubiklinien ist daher $= 3,21952$, der Logarithmus der Länge von 12 Zoll oder 144 Linien ist $= 2,15836$; dieses giebt nach der Gleichung

$$c = \frac{t}{\sqrt[3]{v} \cdot \sqrt[6]{l}}$$

für den Logarithmus der Schwingungsdauer einer Cubiklinie in Quarten 3,04353; nun muss die Function der

Länge oder der Factor $\sqrt[6]{l}$ in eine Function der Masse verwandelt werden; dieses geschieht dadurch, dass man sucht, wie gross die Schwingungsdauer dieses Stabes wäre, wenn er die Form eines Cubus hätte nach der Gleichung

$$t = c \cdot \sqrt[3]{v} \cdot \sqrt[18]{v},$$

wobei man jedoch den Factor $\sqrt{\frac{l^2 + b^2}{l^2}}$ oder $\sqrt{2}$ nicht

in Rechnung bringt, weil, wenn man einen wirklichen magnetischen Cubus schwingen lässt, t durch diesen Factor, der von der Trägheit der Masse herrührt, dividirt werden muss, und eben so ist die Schwingungsdauer einer Cubiklinie ausgedrückt, als wenn sie keine Breite hätte, weil,

wenn der Stab 144 Linien lang ist, der Factor $\sqrt{\frac{l^2 + b^2}{l^2}}$ fast gar keinen Werth giebt. Nach obiger Gleichung ist also

der Logarithmus der Schwingungsdauer des Stabes von 12 Zoll Länge als Cubus in Quarten = 4,29556,

der Logarithmus der Schwingungsdauer desselben Cubus durch die beschleunigende Kraft der Schwere in Quarten ist = 2,83338;

dieses giebt nach der Gleichung

$$\sqrt{\frac{t_0^9}{t^9}} = \frac{1}{v}$$

den Logarithmus der Zahl für $v = 6,57981$, die Zahl selbst ist 3800000;

da nun der Logarithmus des Volumens des Stabes in Cubiklinien = 3,21952 ist,

so erhält man, wenn obiger Logarithmus davon abgezogen wird, 6,57981

den Logarithmus — 3,36029;

dieser Logarithmus giebt die Grösse der Volumeneinheit im Bruchtheil einer Cubiklinie, welche die Geschwindigkeit 1 hat, mithin ist die Grösse dieser Volumeneinheit gleich $\frac{1}{2291}$ Cubiklinie; der Logarithmus der Cubikwurzel dieser Zahl ist = — 1,12010, mithin ist die Seite oder Länge des magnetischen Würfels, der die Geschwindigkeit 1 hat, ohngefähr $\frac{1}{13}$ Linie; dieses giebt, wenn man die Länge des einfachen Secundenpendels, die in Nürnberg unbekannt ist, zu 440,50 französischen Linien annimmt, für die Volumeneinheit, welche die Geschwindigkeit 1 hat, eine Schwingungsdauer von 54,54 Quarten. Der Logarithmus des Tragverhältnisses des genannten Stabes ist 1,17779 addirt man hiezu $\frac{1}{3}$ log. 6,57981 2,19327

3,37106,

welcher Logarithmus das 2350fache Tragverhältniss für diejenige Volumeneinheit in Nürnberg giebt, welche die Geschwindigkeit 1 hat und welches Tragverhältniss alle Volumeneinheiten von der Geschwindigkeit 1 haben. Nimmt man die Schwingungsdauer einer Cubiklinie durch die Accelleration der

Schwere als Einheit an, so wird dadurch die Rechnung noch mehr abgekürzt.

Setzen wir nun in die Gleichung die Schwingungsdauer derjenigen Volumeneinheit, welche die Geschwindigkeit 1 hat und bezeichnen wir dieselbe durch c_0 das Volumen des Stabes in Cubiklinien durch V , die Volumeneinheit welche die Geschwindigkeit 1 hat, im Bruchtheil einer Cubiklinie durch $\frac{1}{v}$, so erhalten wir für die Schwingungsdauer eines magnetischen Cubus die Gleichung

$$t = c_0 \sqrt[6]{\frac{V}{\frac{1}{v}}} \cdot \sqrt[6]{\frac{V}{\frac{1}{v}}} \cdot \sqrt[18]{\frac{V}{\frac{1}{v}}}$$

$$t^2 = c_0^2 \sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{v}}} \cdot \sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{v}}} \cdot \sqrt[9]{\frac{V}{\frac{1}{v}}}$$

woraus sich alle Functionen deutlich erkennen lassen. Verwandelt sich nun dieser Cubus in einen langen Magnetstab, so kommt noch eine neue Function, nämlich die der Länge hinzu, und die Gleichung wird nun

$$t^2 = c_0^2 \sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{v}}} \cdot \sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{v}}} \cdot \sqrt[3]{l}$$

Hier ist $\sqrt[3]{l}$ eine veränderliche Grösse, die durch die Function $\sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{v}}}$, oder von der Grösse des Magnetismus be-

stimmt wird, und für welche es, wie wir aus den Versuchen gefunden haben, eine Gränze giebt. Diese Gränze ist nun

$$\text{da, wo } \frac{\sqrt[3]{l^2}}{\sqrt[9]{v^2}} = \sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{v}}} \text{ ist, weil } \sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{v}}} \text{ der Grösse}$$

des Magnetismus eines jeden Theils der Masse proportional

ist, woraus also deutlich erhellt, dass wenn $\sqrt[3]{\frac{l^2}{1}}$ oder $\sqrt[3]{\frac{V}{v^2}}$

$\frac{\sqrt[3]{l^2}}{\sqrt[9]{1}}$ grösser als $\sqrt[3]{\frac{V}{1}}$ wird, die Function $\sqrt[3]{l}$ bei t^2 in

eine andere übergehen muss. Da nun das Quadrat der Masse dem Cubus ihrer magnetischen Kraft gleich ist, so muss auch das Trägheitsmoment des Magnetstabes im Verhältniss des Trägheitsmoments der Masse bleiben, wenn die Function $\sqrt[3]{l}$ für t^2 statt finden soll. Nun ist das Trägheitsmoment der Masse dem Product $l^2 \cdot V$ proportional, das Trägheitsmoment des Magnetstabes ist aber dem Product

$\frac{\sqrt[3]{l^4}}{\sqrt[9]{1}}$ $\cdot \sqrt[3]{\frac{V^2}{1}}$ proportional, weil die Summe der Kräfte

des Magnetstabes $= \sqrt[3]{\frac{V^2}{1}}$ ist. Es darf daher $\frac{\sqrt[3]{l^4}}{\sqrt[9]{1}}$

nicht grösser als $\sqrt[3]{\frac{V^2}{1}}$ und $\frac{\sqrt[3]{l^4}}{\sqrt[9]{1}}$ nicht kleiner als

$\sqrt[9]{\frac{V^4}{1}}$ werden, wenn die Function $\sqrt[3]{l}$ in der Gleichung

$$t^2 = c^2 \cdot \sqrt[3]{\frac{V^2}{1}} \cdot \sqrt[3]{l}$$

statt finden soll.

Man sieht daher, dass obige Gleichung zwei Gränzen für die Function von $\sqrt[3]{l}$ hat. Erstens, dass sie da an-

fängt, wo $\frac{\sqrt[3]{l^4}}{\sqrt[9]{1}} = \sqrt[9]{\frac{V^4}{1}}$ ist, und zweitens, dass sie

ihre Gränze da erreicht, wo $\frac{\sqrt[3]{l^4}}{\sqrt[9]{v^4}} = \sqrt[3]{\frac{V^2}{\frac{1}{v^2}}}$ ist. Die-

jenige Function, wenn $\frac{\sqrt[3]{l^4}}{\sqrt[9]{v^4}}$ kleiner, als $\sqrt[9]{\frac{V^4}{\frac{1}{v^4}}}$ wird, las-

sen wir jetzt unberührt, und beschäftigen uns nur mit derjeni-

gen, wo $\frac{\sqrt[3]{l^4}}{\sqrt[9]{v^4}}$ grösser, als $\sqrt[3]{\frac{V^2}{\frac{1}{v^2}}}$ wird, und wo für

t^2 die Function $\sqrt[3]{l}$ in eine andere übergeht. Allein $\frac{\sqrt[3]{l^4}}{\sqrt[9]{v^4}}$

kann auf zweierlei Art grösser werden, als $\sqrt[3]{\frac{V^2}{\frac{1}{v^2}}}$; ent-

weder die Länge bleibt an dieser Gränze unverändert, und die Masse vermindert sich, oder die Länge vergrössert sich an dieser Gränze, und die Masse bleibt unverändert. Vermindert sich an dieser Gränze die Masse m mal, ohne dass sich die Länge verändert, so wird

$$\frac{\sqrt[3]{l^4}}{\sqrt[9]{v^4}} = \sqrt[3]{\frac{V^2}{\frac{1}{v^2}}} \quad (\text{VII})$$

$$\frac{\sqrt[3]{l^4}}{\sqrt[9]{m^2}} = \sqrt[3]{\frac{V^2}{\frac{1}{v^2}}}$$

und die Schwingungsdauer bleibt unverändert, weil sich hier das Trägheitsmoment des Magnetstabes im Verhältniss seiner Kräfte zur Masse ändert. Vergrössert sich aber an dieser Gränze die Länge m mal und die Masse bleibt unverändert, so wird nun die Function der Zeit eine andere, und

es wird nun das Trägheitsmoment des Magnetstabes

$$\frac{\sqrt[3]{l^4}}{\frac{1}{9}\sqrt[3]{v^4}} \cdot \sqrt[3]{m^4}$$

Zu dieser Vergrößerung des Trägheitsmoments durch die Länge m kommt noch die Function von $\sqrt[3]{m}$, und da sich die Summe der Kräfte nicht vermehrt hat, so wird nun die Function für $m = \sqrt[3]{m^4} \cdot \sqrt[3]{m} = \sqrt[5]{m^5}$ und die Gleichung wird nun

$$t^2 = c^2 \cdot \sqrt[3]{V^2} \cdot \sqrt[3]{l} \cdot \sqrt[5]{m^3} \quad (\text{VIII})$$

Die drei letzten Gleichungen (VI) (VII) (VIII) geben den Schlüssel zur Erklärung aller derjenigen räthselhaften Erscheinungen bei der Schwingungsdauer, welche man bisher in der Vertheilung des Magnetismus im Innern des Stabes vergebens gesucht hat.

Da diese Gleichungen sich auf die Versuche gründen, so bleibt mit aller Strenge zu untersuchen, ob auch die Versuche zuverlässig und sicher sind.

Bei der Vergleichung der Schwingungsdauer der 4 Magnetstäbe Nr. 1. und 4, welche alle gleiches Gewicht, aber verschiedene Länge von 6 bis 18 Zoll hatten, hat sich ergeben, dass alle viere so ziemlich gleiche Tragkraft hatten, dass aber Nr. 3 und 4, ob sie gleich ein wenig stärker magnetisch waren, doch eine längere Schwingungsdauer besaßen, als sie nach der Gleichung haben sollten. Die Versuche mit den 3 andern Stäben Nr. 5 à 7 wiesen auch deutlich nach, dass es eine Gränze für die Function $\sqrt[3]{l}$ bei t^2 giebt, und dass sich die Gewichte dieser Stäbe, da wo sich diese Gränze befindet, so ziemlich wie die Quadrate ihrer Längen verhalten; dadurch hat also bei diesen Stäben die Länge zu dem Querschnitt immer gleiches Verhältniss, und die Länge durch den Querschnitt dividirt, ist eine constante Grösse. Nun wurde bei dem Stab Nr. 2 von $8\frac{1}{2}$ Loth Gewicht und 12 Zoll Länge diese Länge als die Gränze angenommen und untersucht, warum diese constante Grösse bei gleicher magnetischer Kraft der Stäbe eigentlich vorhanden ist, und was es damit für eine Be-

wandtniss habe. Der Logarithmus des Volumens von dem Stab Nr. 2 von $8\frac{1}{2}$ Loth Gewicht und 12 Zoll Länge ist in Cubiklinien = 3,21952
hievon abgezogen den Logarithmus der Länge

von 144 Linien = 2,15836
bleibt Logarithmus des Querschnitts 1,06116

Daher ist $\log. l. - \log. w = 1,09720$, oder die Länge durch den Querschnitt dividirt, ist gleich $12\frac{1}{2}$. Lässt man nun die Länge und Masse dieses Stabes immer so abnehmen, dass die Länge durch den Querschnitt dividirt immer gleich $12\frac{1}{2}$ ist, so erhält man endlich einen kleinen magnetischen Cubus, dessen Länge $\frac{1}{12\frac{1}{2}}$ Linie und

dessen Querschnitt ohngefähr $\frac{1}{156}$ Linie beträgt. Das

Volumen dieses kleinen magnetischen Cubus ist = $\frac{1}{1957}$ Cubiklinie genauer in $\log. = - 3,29160$. Berechnet man nun die magnetische Schwingungsdauer dieses kleinen magnetischen Cubus, so ist dieselbe gleich 58 Quarten, und die Schwingungsdauer, welche die Masse des nämlichen Cubus durch die beschleunigende Kraft der Schwere erlangt, ist gleich 56 Quarten, woraus man also sieht, dass beide Cubi fast gleiche Geschwindigkeit haben. Nun wurde das Volumen dieses Stabes in Volumen-Einheiten von der Geschwindigkeit 1 verwandelt.

Der $\log.$ des Volumens des Stabes in Cubiklinien, oder V ist 3,21952

der $\log.$ der Volumeneinheit, welche die Ge-

schwindigkeit 1 hat, oder $\frac{1}{v}$, ist $- 3,29160$
6,51112

Dieser Log. giebt die Anzahl von 3244320 Volumeneinheiten, welche der Stab enthält und welche die Geschwindigkeit 1 haben. Weil nun die Länge des Stabes zu 144 Linien angenommen wurde, so muss die Länge in obigen Einheiten ausgedrückt und auf diese reduzirt werden.

$\log.$ von 144 Linien 2,15836,
 $\frac{1}{3} \log. - 3,29160$ $- 1,09720$,

$\log.$ der Länge in reducirten Einheiten von $\frac{1}{3v}$ 3,25556

Wenn man nun die durch die Versuche gefundenen, und die berechneten Werthe mit einander vergleicht, so erhält man folgende Resultate:

Durch die Versuche wurde gefunden:

log. der Anzahl aller Volumeneinheiten von der Geschwindigkeit 1, oder von $\frac{V}{1}$	6,51112
log. der Länge von 144 Linien in reduzirten Einheiten, oder von $\frac{1}{\frac{1}{3} \sqrt{V}}$	3,25556
log. von $\frac{1}{\sqrt{V}}$	— 3,29160
log. von $\frac{1}{\sqrt[3]{V}}$	— 1,09720
log. von 58 Quarten, oder der Schwingungsdauer von $\frac{1}{\sqrt{V}}$ als der Volumeneinheit von der Geschwindigkeit 1	1,76348

Durch die Rechnung wurde bestimmt:

log. der Anzahl aller Volumeneinheiten von der Geschwindigkeit 1, oder von $\frac{V}{1}$	6,57981
log. der Länge von 147,83 Linien in reduzirten Einheiten von $\frac{1}{\frac{1}{3} \sqrt{V}}$	3,28990
log. von $\frac{1}{\sqrt{V}}$	— 3,36029
log. von $\frac{1}{\sqrt[3]{V}}$	— 1,12010
log. von 54,55 Quarten, oder der Schwingungsdauer von $\frac{1}{\sqrt{V}}$ als der Volumeneinheit von der Geschwindigkeit 1	1,73675

Es zeigt sich hier, dass die Differenzen nur daher rühren, weil der Gränzwertb der Länge statt 147,83 Linien, nur zu 144 Linien, also um 3,83 Linien zu klein angenommen wurde, ein Unterschied, der so klein ist, dass man

kaum erwarten sollte, dass man sich durch die Versuche dem wahren Werthe so sehr nähern könnte. Untersucht man nun die gefundenen Werthe genauer, so findet man, dass der Gränzwert der Länge da statt findet, oder dass die Gränze für die Function von $\sqrt[3]{l}$ bei t^2 da eintritt, wo l , oder die Länge die Quadratwurzel aus der Anzahl derjenigen Volumeneinheiten ist, welche die Geschwindigkeit 1 haben, und dass also hier die Länge eben so viel solcher Einheiten von $\frac{1}{\sqrt[3]{v}}$ als der Querschnitt Quadrateinheiten von $\frac{1}{\sqrt{v}}$ enthält, und dieser erklärt hinreichend, warum die Function $\sqrt[3]{l}$ in eine andere übergeht, wenn $\frac{l}{\sqrt[3]{v}}$ grösser, als $\sqrt{\frac{v}{1}}$ oder wenn das Quadrat der Länge grösser, als die Anzahl aller Volumeneinheiten von der Geschwindigkeit 1 wird; denn in diesem Fall wird die Länge des Magnetstabes im Verhältniss seiner magnetischen Kraft zu gross, und sein Trägheitsmoment vergrössert sich. Dadurch erhält die Wahrheit der drei Gleichungen (VI) (VII) (VIII) ihre Bestätigung; denn nach denselben findet man, warum die Stäbe Nr. 3. 4. 5. 9. 10. 11. 12. eine längere Schwingungsdauer haben, als die Gleichung angiebt, und zugleich wie gross diejenige Volumeneinheit von der Geschwindigkeit 1 bei denselben ist, und warum die Stäbe Nr. 9. 10. 11. 12. bei verschiedenem Gewicht und gleicher Länge doch ein und dieselbe Schwingungsdauer haben. Aus allem Bisherigen ist klar, dass eine allgemeine Gleichung für die Schwingungsdauer gar nicht möglich ist, und dass in der Gleichung

$$t = c. \sqrt[3]{v}. \sqrt[6]{l}$$

nur dann der Werth von c bestimmt werden kann, wenn er im Verhältniss seiner Länge nicht zu leicht ist. Denn ist dieses der Fall, so muss man sein Gewicht mit dem Gewicht eines andern Magnetstabes, von dem die Schwingungsdauer bei dem Gränzwert der Länge bekannt ist, vergleichen. Diess kommt sehr häufig bei Compassnadeln

vor, die grösstentheils im Verhältniss zu ihrer Länge sehr leicht sind. Hat z. B. eine Magnetnadel von 1 Loth Gewicht und 9 Zoll Länge eine Schwingungsdauer von 6,12 Secunden, und man will ihre magnetische Kraft, oder die Volumeneinheit, welche die Geschwindigkeit 1 hat, bestimmen, so muss diese Schwingungsdauer mit derjenigen eines andern Stabes von bekannter Länge, dessen Gränzwertb der

Länge, oder wo $\sqrt[3]{\frac{l}{v}} = \sqrt[3]{\frac{V}{1}}$ genau bestimmt ist,

verglichen werden. Denn weil diese Magnetnadel zu leicht ist, so kann ihr Gewicht bis zu einer bestimmten Grösse zunehmen, ohne dass sie ihre Schwingungsdauer ändert. Da nun die Schwingungsdauer für den Gränzwertb der Länge bei dem angeführten Stabe von 147,83 Linien Länge und $8\frac{1}{2}$ Loth Gewicht genau bestimmt ist, so sucht man, welche Schwingungsdauer ein Stab von gleicher Kraft bei dem Gränzwertb der Länge von 9 Zoll oder 108 Linien haben würde, und diese Schwingungsdauer mit derjenigen von 6,12 Secunden verglichen, ist ein Maass zur Vergleichung der Kräfte beider Magnetnadeln. Allein um diese Schwingungsdauer bei 108 Linien Länge zu erfahren, muss die Masse des Stabes von 147,83 Linien Länge, wie das Quadrat der Länge abnehmen, damit die Länge durch den Querschnitt dividirt eine constante Grösse bleibt; dadurch nimmt also die Schwingungsdauer im Verhältniss von $\sqrt[6]{15}$ ab. Nun hat der Stab von 147,83 Linien Länge an dem Gränzwertb seiner Länge eine Schwingungsdauer von 8,357 Secunden; man erhält daher die Schwingungsdauer für den Gränzwertb der Länge von 108 Linien bei derselben magnetischen Kraft durch die Proportion

$$\sqrt[6]{147,83^5} : \sqrt[6]{108^5} = 8,357 : 6,432 \quad \text{Secund. Secund.}$$

Die Masse für den Stab von 108 Linien Länge und 6,432 Secunden Schwingungsdauer wird durch folgende Proportion erhalten:

$$\begin{array}{ccc} & \text{Cubiklinien} & \text{Cubiklinien} \\ 147,83^2 : 108^2 & = & 1657,9 : 884,8 \end{array}$$

Bei dieser Kraft ist also an dem Gränzwertb der Länge

von 108 Linien die Masse 884,8 Cubiklinien und die Schwingungsdauer 6,432 Secunden. Die Schwingungsdauer der Magnetnadel ist aber 6,12 Secunden, also kürzer, und sie ist daher stärker magnetisch. Um daher die Grösse ihres Magnetismus bestimmen zu können, so muss man, weil beide Magnetstäbe einerlei Länge haben, ihre Massen an dem Gränzwert der Länge mit einander vergleichen, und

da an dieser Gränze $\frac{l}{\sqrt[3]{Vv}} = \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{v}}}$ seyn muss, so

sind bei ihnen die Werthe von $\frac{1}{v}$ und V verschieden, während diejenige von l bei beiden derselbe ist; denn derjenige Stab, welcher eine kürzere Schwingungsdauer hat, besitzt bei gleicher Länge eine grössere Masse und enthält weniger, mithin grössere Volumeneinheiten von der Geschwindigkeit 1, als wie derjenige von einer längern Schwingungsdauer.

Damit nun bei beiden Stäben $\frac{l}{\sqrt[3]{Vv}} = \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{v}}}$

ist, so muss sich bei ihnen verhalten

$$\frac{\frac{l}{1}}{\sqrt[3]{Vv}} : \frac{\frac{l}{1}}{\sqrt[3]{Vv''}} = \sqrt[6]{\frac{V}{\frac{1}{v}}} : \sqrt[6]{\frac{V''}{\frac{1}{v''}}}$$

$$\frac{\frac{l}{1}}{\sqrt[3]{Vv}} : \frac{\frac{l}{1}}{\sqrt[3]{Vv''}} = \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{v}}} : \sqrt{\frac{V''}{\frac{1}{v''}}}$$

$$\frac{\frac{l}{1}}{\sqrt[3]{Vv^2}} : \frac{\frac{l}{1}}{\sqrt[3]{Vv''^2}} = \frac{\frac{V}{1}}{\frac{1}{v}} : \frac{\frac{V''}{1}}{\frac{1}{v''}}$$

$$\frac{\frac{l}{1}}{\frac{v^2}{V^2}} : \frac{\frac{l}{1}}{\frac{v''^2}{V''^2}} = \frac{\frac{V^3}{1}}{\frac{1}{v^3}} : \frac{\frac{V''^3}{1}}{\frac{1}{v''^3}}$$

$$\frac{\frac{l}{1}}{v} : \frac{\frac{l}{1}}{v''} = \sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{v^3}}} : \sqrt[3]{\frac{V''}{\frac{1}{v''^3}}}$$

daher verhält sich an dem Gränzwert der Länge, wo

$$\frac{l}{\sqrt[3]{V}} = \sqrt[3]{\frac{V}{1}} \text{ ist, } \sqrt[3]{\frac{V'}{1}} : \sqrt[3]{\frac{V''}{1}} = V' : V''$$

wo $\frac{V'}{1}$ die Anzahl der Volumeneinheiten von der Geschwindigkeit 1, mithin auch von der Kraft 1 bezeichnet, während

V die Masse, deren Kraft ihrem Volumen proportional ist, bezeichnet; es verhält sich daher hier

$$\text{oder } \frac{t'}{\sqrt[3]{V'}} : \frac{t''}{\sqrt[3]{V''}} \left. \vphantom{\frac{t'}{\sqrt[3]{V'}}} \right\} = \sqrt[6]{\frac{V''}{1}} : \sqrt[6]{\frac{V'}{1}}$$

$$\text{oder wie } \sqrt[3]{V''} : \sqrt[3]{V'}$$

$$\text{oder } \frac{t'^2}{\sqrt[3]{V'^2}} : \frac{t''^2}{\sqrt[3]{V''^2}} \left. \vphantom{\frac{t'^2}{\sqrt[3]{V'^2}}} \right\} = \sqrt[3]{\frac{V''}{1}} : \sqrt[3]{\frac{V'}{1}}$$

$$\text{oder wie } \sqrt[3]{V''^2} : \sqrt[3]{V'^2}$$

$$\text{oder } \frac{t'^3}{\sqrt[3]{V'}} : \frac{t''^3}{\sqrt[3]{V''}} \left. \vphantom{\frac{t'^3}{\sqrt[3]{V'}}} \right\} = \sqrt[3]{\frac{V''}{1}} : \sqrt[3]{\frac{V'}{1}}$$

$$\text{oder wie } V'' : V'$$

Die Masse, welche der Magnetnadel von 108 Linien Länge und 6,12 Secunden Schwingungsdauer an dem Gränzwert der Länge zugehört, wird durch folgende Proportion bestimmt:

Cubiklinien Cubiklinien

$$6,12^3 : 6,432^3 = 884,8 : 1027;$$

nun ergibt sich aus vorstehenden Proportionen, dass sich an dem Gränzwert der Länge die Cubi der Schwingungsdauer, wie die Cubikwurzeln aus denjenigen Volumeneinheiten, welche die Geschwindigkeit 1 und die Kraft 1 haben,

oder wie $\frac{1}{\sqrt[3]{V}}$ verhalten, und dass sich die Cubi der Schwin-

gungsdauer hier umgekehrt wie die Massen verhalten, daher verhält sich hier umgekehrt

$$\text{oder } \left. \begin{array}{l} t^3 : t''^3 \\ \frac{1}{\sqrt[3]{v}} : \frac{1}{\sqrt[3]{v''}} \end{array} \right\} = V'' : V,$$

folglich verhalten sich die magnetischen Kräfte der Massen an dem Gränzwertb ihrer Länge bei gleicher Länge, wie die Massen, oder umgekehrt wie die Cubi ihrer Schwingungsdauer.

Nun ist bei dem Stab von 6,432 Secunden Schwingungsdauer der log. der Cubikwurzel der Volumeneinheit von der Geschwindigkeit 1 und der Kraft 1 = — 1,12010, subtrahirt man hievon den log. von $\frac{6,12^3}{6,432^3}$ gleich — 0,06480, so erhält man den log. — 1,05530, welcher log. die Zahl von der Cubikwurzel derjenigen Volumeneinheit giebt, welche die Geschwindigkeit 1 hat. Giebt man beiden Stäben eine kürzere Länge, z. B. von 72 Linien, und giebt man ihnen gleiches Volumen von 884,8 Linien, so erhält man aus dem umgekehrten Verhältniss $\sqrt[3]{t^3} : \sqrt[3]{t'^3}$ den nämlichen Logarithmus, ebenso, wenn man nach der Formel berechnet, wie gross die Schwingungsdauer einer Cubiklinie bei den Stäben von 6,432 und 6,12 Secunden Schwingungsdauer ist. Denn der log. des Volumens des erstern Stabes ist in Cubiklinien = 2,94684, der log. des Volumens des zweiten Stabes = 3,01164; die Länge ist bei beiden 108 Linien, wovon der log. = 2,03342 ist. Diess giebt nach der Gleichung

$c = \frac{t}{\sqrt[3]{v}}$ für den log. der Schwingungsdauer

einer Cubiklinie in Quarten bei dem ersten Stabe 3,04347, für den log. der Schwingungsdauer desselben Volumens des zweiten Stabes 3,00027. Der log. der Schwingungsdauer einer Cubiklinie in Quarten durch die beschleunigende Kraft der Schwere, wenn man die Länge des einfachen Secundenpendels zu 440,50 Linien in Nürnberg annimmt, ist 2,29680; diess

giebt nach der Gleichung $\sqrt[3]{\frac{t_0^3}{t^3}}$ oder $\sqrt[3]{\frac{t_0^3}{t^3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{v}}$ für

beide Stäbe den log. der Cubikwurzel der Volumeneinheit für die Geschwindigkeit $1 = -1,12010$ und $-1,05530$.

Es ergibt sich bei näherer Betrachtung über den Gränzwert der Länge noch eine andere merkwürdige Thatsache. Soll nämlich ein Magnetstab, der den Gränzwert der Länge erreicht hat, wenn seine Masse wächst, ohne dass sich seine Länge ändert, den Gränzwert der Länge beibehalten, so muss seine magnetische Kraft im Verhältniss der Masse wachsen, nämlich die Cubikwurzel von der Volumeneinheit von der Geschwindigkeit 1 muss in denselben Verhältnissen wie die Masse zunehmen. Denn da sich an dem Gränzwert der Länge verhält

$$\frac{\frac{l}{1}}{\sqrt[3]{V_{v'}}} : \frac{\frac{l}{1}}{\sqrt[3]{V_{v''}}} = \sqrt[3]{\frac{V_{v'}}{\frac{1}{v'}}} : \sqrt[3]{\frac{V_{v''}}{\frac{1}{v''}}}$$

und sich verhält

$$\sqrt[3]{\frac{V_{v'}}{\frac{1}{v'}}} : \sqrt[3]{\frac{V_{v''}}{\frac{1}{v''}}} = V_{v'} : V_{v''}$$

so verhält sich auch

$$\frac{\frac{l}{1}}{\sqrt[3]{V_{v'}}} : \frac{\frac{l}{1}}{\sqrt[3]{V_{v''}}} = V_{v'} : V_{v''}$$

das heisst die Cubikwurzeln derjenigen Volumeneinheiten, welche die Geschwindigkeit 1 haben müssen wie die Massen, und diese Volumeneinheiten wie die Cubi der Massen wachsen.

Da $\frac{1}{\sqrt[3]{V}}$ die Kraft von $\frac{1}{V}$ oder von derjenigen Volumeneinheit ausdrückt, welche die Geschwindigkeit 1 hat, so haben alle Volumeneinheiten von der Geschwindigkeit 1 auch das Tragverhältniss 1, oder diese Volumeneinheiten besitzen alle ein und dasselbe, nämlich das 2350fache Tragverhältniss in Nürnberg.

Bei einem magnetischen Cubus, dessen Geschwindigkeit 1 ist, verwandelt sich die Gleichung für das magnetische Trägheitsmoment

$$\frac{\sqrt[3]{l^4}}{\sqrt[3]{v^4}} = \frac{\sqrt[3]{v^2}}{\sqrt[3]{v^2}}$$

weil die Nenner wegfallen in

$$\sqrt[3]{l^4} = \sqrt[3]{v^2}$$

weil hier $l = \sqrt[3]{v}$ ist. Wird nun die Masse eines solchen Cubus m mal vermindert, so wird nun die Gleichung für das magnetische Trägheitsmoment

$$\frac{\sqrt[3]{l^4}}{\sqrt[3]{m^2}} = \frac{\sqrt[3]{v^2}}{\sqrt[3]{m^2}}$$

woraus sich ergibt, dass sich das Trägheitsmoment des Magnetstabes in dem Verhältniss der Kräfte zur Massa ändert, daher bleibt auch die Schwingungsdauer, wenn die Länge dieselbe bleibt, unverändert; behält aber der Cubus seine Masse und man verwandelt ihn in einen Stab, dessen Länge m mal grösser ist, so wird nun das Trägheitsmoment

$$\sqrt[3]{l^4} \cdot \sqrt[3]{m^2} \cdot \sqrt[3]{m^2}$$

woraus klar wird, wie sich das Trägheitsmoment einer magnetischen Masse ändert, wenn die Masse l die Kraft 1 und die Länge 1 ist. Setzt man statt des Volumens die Länge und den Querschnitt, so ist an dem Gränzwert

der Länge, wo $\frac{l}{\sqrt[3]{v}} = \sqrt{\frac{v}{1}}$ ist,

$$\frac{l}{\sqrt[3]{v}} = \frac{w}{\sqrt[3]{v^2}} \text{ daher ist } \frac{l}{w} = \frac{1}{\sqrt[3]{v}}$$

welches die durch die Versuche aufgefundene constante Grösse ist. Hieraus sieht man, dass ein Magnetstab desto früher den Gränzwert der Länge erreicht, je grösser der Magnetismus der Masse ist. Aus dem Bisherigen ist klar, dass das Trägheitsmoment und die magnetische Kraft eines Stabes nur dann bestimmt werden kann, wenn man die

Schwingungsdauer desselben auf diejenige reduziert, welche er als Cubus hat, und die Schwingungsdauer eines Cubus als Einheit setzt; denn man hat hier eine Kraft, welche nicht der Masse proportional wirkt, und wo also jeder Theil der Masse eine Einheit ist, sondern man hat eine Kraft, deren Stärke aus der Grösse der Cubikwurzel einer Masseneinheit bestimmt wird, und wo die Summe aller dieser Masseneinheiten nicht der Masse selbst, sondern nur dem Quadrat der Cubikwurzel derselben proportional ist. Daher sind alle Gleichungen, welche man bisher aufstellte, um aus der Function der Zeit die magnetische Kraft zu bestimmen, nicht anwendbar, weil dabei angenommen wurde, dass die magnetische Kraft der Masse proportional wirke. Es ist aber einleuchtend, dass weder die Geschwindigkeit mit der Masse multipliziert, noch das Quadrat der Zeit bei der Schwingungsdauer der Stäbe von gleicher Masse und Länge im Verhältniss zu denjenigen Kräften stehen, die man sucht. Denn wenn man aus den Functionen der Zeit die magnetische Kraft dieser Stäbe miteinander vergleicht, vorausgesetzt dass sie nicht zu leicht sind, so verhält sich, wie schon früher bewiesen worden ist, umgekehrt

$$\sqrt{t^3} : \sqrt{t''^3} = \sqrt[3]{\frac{V''}{\frac{1}{v''}}} : \sqrt[3]{\frac{V'}{\frac{1}{v'}}}$$

oder die Quadratwurzeln aus den Cuben der Schwingungsdauer verhalten sich umgekehrt wie die Tragverhältnisse der Magnetstäbe, mithin wie die Grösse ihres Magnetismus, oder wie die Kraft, mit welcher jeder einzelne Theil der Masse vom Erdmagnetismus angezogen wird, daher verhält sich umgekehrt

$$t^3 : t''^3 = \sqrt{\frac{V''^2}{\frac{1}{\frac{3}{Vv''^2}}}} : \sqrt{\frac{V'^2}{\frac{1}{\frac{3}{Vv'^2}}}}$$

oder die Cubi der Schwingungsdauer verhalten sich umgekehrt wie die Tragkräfte, mithin wie die Summe der Kräfte aller Massentheile von der Grösse $\frac{1}{v}$.

Aus dem Bisherigen geht deutlich hervor, dass ohne die Einführung der Massenelemente von $\frac{1}{v}$ sich aus den Functionen der Zeit nichts über die Grösse des Magnetismus bestimmen lässt; denn lassen wir dieses Element hinweg, so bleibt nur das Verhältniss der Kräfte übrig, deren Wirkungen sich ohne eine Masseneinheit nicht vergleichen lassen, und dass dieselbe ein Cubus seyn muss, bedarf keines weitem Beweises. Da nun dieses Massenelement die Geschwindigkeit 1 und das Tragverhältniss 1, nämlich das 2350fache Tragverhältniss hat und die Cubikwurzel aus dieser Masseneinheit die Grösse des Magnetismus der Masse bestimmt, so ist die Kenntniss der Grösse von $\frac{1}{v}$ von grosser Wichtigkeit, wie aus folgendem Versuch hervorgeht.

Ueber die Pole zweier hufeisenförmiger Magnete von 75 Pfd. Tragkraft und 14 Pfd. Gewicht, wovon aber jeder aus einem einzigen Stück Stahl bestand, wurde eine glasharte Stahlplatte in einer Entfernung von 9 Zoll gelegt. Nach Verlauf einer Viertelstunde wurde dieselbe untersucht, aber ohne allen Magnetismus befunden; auf diese Art wurde mit der Annäherung an die Magnete von Zoll zu Zoll fortgefahren. Bei 6 Zoll Entfernung waren an ein Paar einzelnen Stellen schwache Andeutungen von Magnetismus bemerkbar, ohne dass jedoch Polarität vorhanden gewesen wäre; bei 5 Zoll Entfernung hatte jedoch die Platte Polarität erhalten, und die Indifferenzlinie lag in der Mitte. Die Platte wog $3\frac{13}{16}$ Loth, war 70 Linien lang und 24 Linien breit; der log. ihres Volumens ist daher 2,87131, und ihre Schwingungsdauer betrug auf der flachen Seite, wenn man die Schwingungen auf unendlich kleine reduzirte,

86,64 Secunden;

liess man sie aber auf der dünnen Seite schwingen, so war die Schwingungsdauer

81,88 Secunden;

es verhält sich daher die erstere Schwingungsdauer zu der letzteren, wie

$$l \cdot \sqrt{\frac{l^2 + b^2}{l^2}} \text{ zu } l;$$

man erhält daher nach der Gleichung

$$c = \frac{t}{\sqrt[3]{v} \cdot \sqrt[6]{l}}$$

für den log. der Schwingungsdauer einer Cubiklinie in Quarten 4,20486, wobei der Einfluss der Breite nicht in Rechnung gebracht ist; denn als Cubiklinie würde ihre

Schwingungsdauer um die Grösse $\sqrt{\frac{l^2 + b^2}{l^2}}$ länger

seyn; da aber dieser Werth bei einem langen Stabe grösstentheils wieder wegfällt, so muss derselbe weggelassen werden. Der log. der Schwingungsdauer einer Cubiklinie durch die beschleunigende Kraft der Schwere in Quarten ist 2,29680; daher erhält man nach der Gleichung

$$\sqrt{\frac{t_0^3}{t^3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{v}}$$

für den log. von $\frac{1}{\sqrt[3]{v}}$ — 2,86209

und für den log. von $\frac{1}{v}$ — 8,58627

welches für die Grösse dieses Massenelements den $\frac{1}{394652000}$ sten Theil einer Cubiklinie giebt. Hier reichte aber die magnetische Kraft gerade aus, um die Platte in Schwingungen zu versetzen; denn als ich dieselbe nach einigen Tagen wieder untersuchte, so hatte sie einen grossen Theil ihrer Kraft wieder verloren, wie viel aber der Verlust betrug, konnte nicht ermittelt werden, weil sie nicht mehr schwang.

Wir wollen nun dem Magnetstab, welcher bei 108 Linien Länge an dem Gränzwertb derselben ein Volumen von 1027 Cubiklinien und 6,12 Secunden Schwingungsdauer hat, obige magnetische Kraft geben, und untersuchen, bei welcher Länge hier der Gränzwertb derselben eintritt. Der log. des Volumens von 1027 Cubiklinien ist 3,01157

der log. von $\frac{1}{v}$ — 8,58627

11,59784

folglich ist diess der log. aller Volumeneinheiten von der Geschwindigkeit 1. Da nun an dem Gränzwertb der Länge

$$\frac{l}{\sqrt[3]{\frac{1}{v}}} = \sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{v}}} \text{ seyn muss, so ist der log. der Länge}$$

— 5,79892, welches für den log. der Länge in Linien 2,93683, daher 864,8 Linien giebt. Der log. der Schwingungsdauer in Quarten von $\frac{1}{v}$ ist 0,86575; bedeutet nun c_0 die Schwingungsdauer von $\frac{1}{v}$, so giebt die Gleichung

$$t = c_0 \sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{v}}} \cdot \frac{\sqrt[6]{1}}{\sqrt[18]{\frac{1}{v}}}$$

die Schwingungsdauer dieses Stabes in Quarten, deren log. 5,69816, mithin 138,5 Secunden ist. Man sieht daraus, wie sehr der Gränzwert der Länge mit Abnahme der Kraft zunimmt. Bestimmen wir nun wie gross die Masse und wie lang die Schwingungsdauer eines Magnetstabes von 864,8 Linien Länge an dem Gränzwert derselben ist, wenn er durch die magnetische Kraft bei dem Gränzwert der Länge von 108 Linien und einem Volumen von 1027 Cubiklinien eine Schwingungsdauer von 6,12 Secunden erhält.

Der log. der Länge von 864,8 Linien ist . . . 2,93683

der log. von $\frac{1}{\sqrt[3]{v}}$ — 1,05530

daher ist der log. von $\frac{l}{\sqrt[3]{\frac{1}{v}}}$ = 3,99213

Da nun an dem Gränzwert der Länge $\frac{l}{\sqrt[3]{\frac{1}{v}}} = \sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{v}}}$

ist, so ist 7,98426 der log. aller Volumeneinheiten von $\frac{1}{v}$.

Der log. von C_0 oder der Schwingungsdauer in Quarten von $\frac{1}{v}$ ist 1,76915. Daher ist die gesuchte Schwingungsdauer 34,64 Secunden, und das Volumen 65820 Cubiklinien; es verhalten sich daher hier die Cubi der Schwingungsdauer verkehrt wie die Massen, und die Massen wie die Grösse der magnetischen Kraft derselben. Es wird hier nämlich

eine 64mal grössere Masse nicht mit gleicher Geschwindigkeit, sondern mit einer Geschwindigkeit, die um $\sqrt[3]{64}$ oder um 4 grösser ist, bewegt, weil das magnetische Trägheitsmoment des schwerern Stabes von grösserer Kraft viermal geringer ist, als das des leichteren. Die Tragverhältnisse dieser 2 Stäbe sind ihren Massen proportional, folglich ist bei dem grössern Stab jeder einzelne Massentheil 64mal stärker magnetisch.

Es ist bewiesen worden, dass die Grösse des Magnetismus eines Stabes durch die Cubikwurzel derjenigen Volumeneinheit bestimmt wird, welche die Geschwindigkeit 1 hat. Nun ist bei dem Stabe von geringerer Kraft und kleinerem Volumen der log. von $\frac{1}{\sqrt[3]{v}}$. . . = — 2,86209 bei demjenigen von grösserer Kraft und

grösserem Volumen ist log. $\frac{1}{\sqrt[3]{v}}$. . . = — 1,05530

1,80679

dieser log. giebt die Zahl 64 und entspricht daher ihren Massen und der Grösse ihrer magnetischen Kraft.

An dem Gränzwertb der Länge verhalten sich daher bei allen Magnetstäben die Cubi der Schwingungsdauer verkehrt wie die Massen, und diese wie die Grösse ihres Magnetismus. Durch die genauere Untersuchung über den Gränzwertb der Länge wird das Studium des Magnetismus sehr erleichtert, auch hat derselbe eine besondere Wichtigkeit, weil ohne Kenntniss dieses Werthes sich die magnetische Kraft derjenigen Magnetnadeln oder Stäbe, welche zu leicht sind, nicht bestimmen lässt. Durch das Bisherige ist klar nachgewiesen worden, welche Veränderungen in den Functionen der Zeit durch die Unproportionalität der Kräfte in Verbindung mit dem Trägheitsmoment der Masse entstehen. Um diese Erscheinungen zu erklären, hat man früher der Natur allen möglichen Zwang angethan, und dem Magnetismus nach der Form eine andere Vertheilung im Innern des Stabes gegeben; es wird jetzt aber keines Beweises mehr bedürfen, um zu zeigen, dass der Magnetismus bei jeder Form innerhalb des Stabes gleich vertheilt bleibt, und jedes Massentheilchen seinen Magnetismus unverändert behält.

Ist die magnetische Masse ein Cubus, welcher die Geschwindigkeit 1 hat, so ist die Masse = 1, die Kraft = 1, die Länge = 1 und daher $l = \sqrt[3]{V}$. In der Gleichung für das Trägheitsmoment fallen daher die Nenner weg, und die Gleichung wird nun

$$\sqrt[3]{l^4} = \sqrt[3]{V^2};$$

verwandelt sich nun der Cubus von der Geschwindigkeit 1 bei unveränderter Masse in einen Stab, der m mal länger wird, so wird nun das Trägheitsmoment dieses Magnetstabes

$$\sqrt[3]{l^4} \cdot \sqrt[3]{m^4};$$

es wächst daher von dieser Gränze an das Quadrat der Schwingungsdauer nicht um $\sqrt[3]{m}$, sondern um $\sqrt[3]{m^4}$; daher im Verhältniss der Kräfte der Einheit, weil das Trägheitsmoment der Masse um m^2 grösser geworden ist, ohne dass sich die magnetische Kraft vergrößert hat. Behält aber der Cubus von der Geschwindigkeit 1 seine Länge und wird bloß seine Masse vermindert, so wird das Trägheitsmoment

$$\frac{\sqrt[3]{l^4}}{\sqrt[3]{m^2}} = \frac{\sqrt[3]{V^2}}{\sqrt[3]{m^2}}$$

und die Schwingungsdauer ändert sich durch Verminderung der Masse nicht, weil sich das Trägheitsmoment des Magnets in eben demselben Verhältniss wie das Trägheitsmoment der Masse ändert. Bei dem magnetischen Cubus von der Geschwindigkeit 1, wo also $l = \sqrt[3]{V}$ ist, ist daher diese Einheit selbst die Gränze, wo sich das Trägheitsmoment durch Vergrößerung der Länge oder Verminderung der Masse im Verhältniss der Kräfte der Einheit ändert.

Ueber das Verhältniss der erdmagnetischen Kräfte an den verschiedenen Orten der Erde.

Aus den vorigen Untersuchungen haben wir gesehen, dass bei der Schwingungsdauer der Magnetstäbe aus der Function der Zeit nur dann die magnetische Kraft der Masse bestimmt werden kann, wenn man die Grösse der-

jenigen Volumeneinheit kennt, welche die Geschwindigkeit 1 hat. Es wurde daher diese Volumeneinheit gleich 1 und ihre Cubikwurzel gleich der Kraft 1 gesetzt, daher ist auch die erdmagnetische Kraft $= 1$. Wir wollen nun untersuchen, wie sich bei der Schwingungsdauer aus der Function der Zeit an den verschiedenen Orten der Erde das Verhältniss der erdmagnetischen Kraft zu erkennen giebt.

Aus den Versuchen hat sich ergeben, dass bei Stäben von gleicher Kraft und Länge, aber verschiedenem Gewicht, sich verhält

$$t : T = \sqrt[3]{v} : \sqrt[3]{V}$$

$$t^2 : T^2 = \sqrt[3]{v^2} : \sqrt[3]{V^2}$$

$$t^3 : T^3 = v : V;$$

es verhält sich daher hier die Schwingungsdauer wie die Cubikwurzel aus der Masse, und die Schwingungsdauer verhält sich hier umgekehrt, wie das Tragverhältniss, die Quadrate der Schwingungsdauer verhalten sich aber directe wie die Summe der Kräfte der einzelnen Massentheile beider Magnetstäbe; es wird daher auch jeder einzelne Massentheil von ihnen mit gleicher Kraft vom Erdmagnetismus angezogen, und wir mögen die Masse dieser beiden Magnetstäbe vermehren, oder vermindern, so wird doch die Kraft, womit jeder einzelne Massentheil vom Erdmagnetismus angezogen wird, nicht verändert, und die Volumeneinheit von der Geschwindigkeit 1 bleibt stets unverändert. Ebenso haben die Versuche gezeigt, dass die Form der Masse keine Aenderung in dem Tragverhältniss hervorbringt, und sich dadurch weder die Grösse des Magnetismus, noch die Summe der Kräfte ändert. Es werden daher bei gleicher magnetischer Kraft der Masse die einzelnen Massentheile sowohl bei den grössern wie bei den kleinern Massen, in jeder Form, weil diese die magnetische Kraft nicht verändert, vom Erdmagnetismus, so lange derselbe unverändert bleibt, mit gleicher Kraft angezogen. Daher stehen hier die Quadrate der Zeiten im Verhältniss zu der Summe ihrer Kräfte, nämlich im Verhältniss von $\sqrt[3]{v^2} : \sqrt[3]{V^2}$.

Da das Gesetz des Magnetismus nur aus seinen Wirkungen, aber nicht nach den Gesetzen der Dynamick, wo die Kraft eine andere ist, und wo die Kräfte der Masse proportional wirken, nachgewiesen werden kann, so werde ich an einem Beispiel nachweisen, wie sich das Verhältniss der erdmagnetischen Kräfte in der Function der Zeit zu erkennen giebt.

Von zwei Magnetstäben, jeder von 100 Linien Länge und von gleichem Volumen, dessen $\log. = 3,19492$ ist, ist die Schwingungsdauer des einen in Nürnberg 7,643 Secunden und des andern 10,808 „

nach den Gesetzen der Dynamick hat man bisher geschlossen, dass sich die Grösse des Magnetismus oder das Tragverhältniss beider Magnetstäbe umgekehrt wie das Quadrat der Schwingungsdauer beider Magnetstäbe verhalte. Nun haben die Versuche nachgewiesen, dass sich die Grösse des Magnetismus oder das Tragverhältniss bei unveränderter Masse immer im Verhältniss der Cubikwurzel einer Masseneinheit, das ist im Verhältniss von $\sqrt[3]{v}$ ändert, und dass bei der Schwingungsdauer, wenn sich bei unveränderter Masse die Kraft ändert, sich auch das Trägheitsmoment

der Masse um $\sqrt[3]{V}$ oder um $\sqrt[9]{v}$ ändert; daher das Tragverhältniss beider Magnetstäbe nicht im umgekehrten Verhältniss von t^2 zu T^2 , sondern in dem umgekehrten Verhältniss von $\frac{t^2}{\sqrt[9]{v}}$ zu $\frac{T^2}{\sqrt[9]{v}}$ steht, und wo das Verhältniss

$\sqrt[9]{v}$ zu $\sqrt[9]{v}$ das Verhältniss der Trägheitsmomente beider Massen angiebt, durch welche das Quadrat der Schwingungsdauer beider Magnetstäbe dividirt werden muss. Dadurch erhält man daher das Verhältniss von $\sqrt{t^3}$ zu $\sqrt{T^3}$, und die Grösse des Magnetismus beider Stäbe verhält sich daher nicht umgekehrt wie

t^2 zu T^2 , oder hier wie 2 zu 1,

sondern umgekehrt wie

$\sqrt{t^3}$ zu $\sqrt{T^3}$, das ist wie 1,681 zu 1.

Weil bei Betrachtung der Rechnungsoperation das Ganze

an Klarheit und Deutlichkeit gewinnt, so werde ich dieselbe hieher setzen.

Die Schwingungsdauer des Stabes von stärkerer magnetischer Kraft ist 7,643 Secunden, diejenige des Stabes von schwächerer Kraft 10,808 Secunden; man erhält daher nach der Gleichung

$$c = \frac{t}{\sqrt[3]{v} \cdot \sqrt[6]{l}}$$

für die Schwingungsdauer einer Cubiklinie in Quarten bei beiden Stäben

die log. 3,04127.

und 3,19176.

Der log. der Schwingungsdauer einer französischen Cubiklinie in Quarten durch die beschleunigende Kraft der Schwere ist = 2,29680; diess giebt nach der Gleichung

$$\sqrt[9]{\frac{t_0^9}{t^9}} = \frac{1}{v}$$

bei dem stärker magnetischen Stabe für den log. der Volumeneinheit von der Geschwindigkeit 1 . . . — 3,35011
und bei dem schwächer magnetischen für den
log. derselben Volumeneinheit — 4,02732
und nach der Gleichung

$$\sqrt[9]{\frac{t_0^9}{t^9}} = \frac{1}{\sqrt[3]{v}}$$

für das Verhältniss der magnetischen Kraft dieser Volumeneinheiten die log. — 1,11670
und die log. — 1,34244

Der log. der Schwingungsdauer dieser Einheiten in Quarten ist

bei dem grössern Volumen = 1,73845

und bei dem kleinern Volumen = 1,62564

setzen wir nun die Schwingungsdauer dieser Volumeneinheiten von der Geschwindigkeit 1 in die Gleichung

$$t = c_0 \sqrt[3]{\frac{v}{1}} \cdot \frac{\sqrt[6]{l}}{\sqrt[18]{v}}$$

so erhält man Folgendes:

Bei den stärker magnetischen Stäbe ist

$\frac{1}{3}$ log. von V 3,19492	1,06497
$\frac{1}{3}$ log. von $\frac{1}{v} - 3,35011$	1,11670
$\frac{1}{6}$ log. der Länge von 100 Linien = 2,0000	0,33333
$\frac{1}{18}$ log. von $\frac{1}{v}$	0,18612
log. von C_0	1,73845
log. t	4,43957
log. t^2	8,87914

bei dem schwächer magnetischen Stäbe ist

$\frac{1}{3}$ log. von V 3,19492	1,06497
$\frac{1}{3}$ log. von $\frac{1}{v} - 4,02732$	1,34244
$\frac{1}{6}$ log. von 100 Linien = 2,00000	0,33333
$\frac{1}{18}$ log. von $\frac{1}{v}$	0,22374
log. von C_0	— 1,62564
log. t	4,59012
log. t^2	9,18024

Man sieht daraus, dass wenn in der Gleichung der Factor $\frac{1}{\sqrt{v}}$ nicht vorkommen würde, sich die Grösse des Magnetismus oder das Tragverhältniss beider Stäbe umgekehrt wie die Quadrate der Schwingungsdauer verhalten würden, weil aber diese durch das Trägheitsmoment von $\frac{1}{\sqrt{v}}$ dividirt werden müssen, so verhält sich umgekehrt

$$\sqrt{t^3} : \sqrt{T^3} = \sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{v''}}} : \sqrt[3]{\frac{V}{\frac{1}{v}}}$$

oder wie die Tragverhältnisse, und es verhält sich ferner umgekehrt

$$\sqrt{t^3} : \sqrt{T^3} = \frac{1}{\sqrt{v''}} : \frac{1}{\sqrt{v}}$$

ferner verhält sich auch umgekehrt

$$\sqrt{t^3} : \sqrt{T^3} = c_{0''}^2 : c_0^2$$

und es ergibt sich daraus, dass durch diese Function der Zeit die Grösse des Magnetismus der Stäbe bestimmt wird. Es verhält sich ferner umgekehr

$$t^3 : T^3 = \sqrt[3]{\frac{V^2}{v^2}} : \sqrt[3]{\frac{V^2}{v^2}}$$

ferner verhält sich auch umgekehrt

$$t^3 : T^3 = \frac{1}{\sqrt[3]{v^2}} : \frac{1}{\sqrt[3]{v^2}}$$

und es verhält sich ferner umgekehrt

$$t^3 : T^3 = c_0^4 : c_0^4$$

welcher alles für sich klar ist.

Bringe ich nun denjenigen Magnetstab, welcher in Nürnberg eine Schwingungsdauer von 10.808 Secunden hat, an einen andern Ort der Erde, wo nun seine Schwingungsdauer 7,643 Secunden ist, also gerade so gross, als wie die Schwingungsdauer des stärker magnetischen Stabes in Nürnberg, so werden sich die erdmagnetischen Kräfte nicht umgekehrt wie $7,643^2 : 10,808^2$ verhalten, sondern sie verhalten sich umgekehrt wie

$$\sqrt[3]{7,643^3} : \sqrt[3]{10,808^3}$$

denn indem an diesem Ort der Erdmagnetismus um die Cubikwurzel von $\frac{v''}{v}$ grösser ist, so ist auch der Trägheits-

moment des Magnets um $\sqrt[3]{\frac{v''}{v}}$ also um $\frac{1}{\sqrt[3]{v}}$

kleiner und das Quadrat der Zeit muss durch diese Function dividirt werden, wodurch also das umgekehrte Verhältniss von $\sqrt[3]{7,643^3} : \sqrt[3]{10,808^3}$ erhalten wird, dieses folgt ganz einfach aus dem Gesetz des Magnetismus, und aus der gegenseitigen Wirkung der Kräfte; denn derjenige Magnetstab, welcher in Nürnberg 10,808 Secunden hat, wird an dem Ort, wo seine Schwingungsdauer 7,648 Secunden ist, gerade so viel Volumeneinheiten von der Geschwindigkeit 1 enthalten, als wie derjenige Stab, welcher in Nürn-

berg eine Schwingungsdauer von 7,648 Secunden besitzt, und die Function der Zeit ist daselbst um die Grösse

$$\sqrt[3]{\frac{T^3}{t^3}} = \sqrt[3]{\frac{v''}{v}}$$

kürzer, und hiemit ist hinlänglich bewiesen, dass sich die erdmagnetischen Kräfte nicht verkehrt wie t^2 zu T^2 verhalten können, sondern sich verkehrt wie $\sqrt[3]{t^3} : \sqrt[3]{T^3}$ verhalten.

Das Verhältniss der erdmagnetischen Kräfte wird daher durch das Verhältniss der Grösse der Cubikwurzel aus denjenigen Volumeneinheiten, welche bei gleicher magnetischer Kraft der Masse an den verschiedenen Orten der Erde die Geschwindigkeit 1 haben, bestimmt, denn wo der Erdmagnetismus stärker ist, wird er in demselben Verhältniss eine grössere magnetische Masse von derselben Kraft, mit der Kraft 1 anziehen, als da, wo der schwächere Erdmagnetismus eine kleinere Masse von derselben magnetischen Kraft mit der Kraft 1 anzieht. An dem Ort, wo die Schwingungsdauer einer Magnetnadel 7,648 Secunden ist, während dieselbe in Nürnberg 10,808 Secunden beträgt, ist das Volumen von der Geschwindigkeit 1 in dem umgekehrten Verhältniss

$$\text{von } \sqrt[3]{7,643^3} : \sqrt[3]{10,808^3} \text{ grösser,}$$

und weil die magnetische Kraft der Masse dieselbe ist, so hat ein grösseres Volumen auch ein geringeres Tragverhältniss, daher stehen die Tragverhältnisse der Volumeneinheiten von der Geschwindigkeit 1 an beiden Orten im directen Verhältniss von

$$\sqrt[3]{7,643^3} : \sqrt[3]{10,808^3} = 1 : 1,681,$$

während die erdmagnetischen Kräfte in dem umgekehrten Verhältniss zu dieser Function der Zeit stehen. Nun ist in Nürnberg das Tragverhältniss der Volumeneinheit von der Geschwindigkeit 1 das 2350fache; an dem andern Orte, wo der Erdmagnetismus im obigen Verhältniss grösser ist, ist aber das Tragverhältniss dieser Volumeneinheit

$$\frac{2350}{1,681} \text{ das 1392fache.}$$

Die erdmagnetischen Kräfte stehen daher in dem um-

gekehrten Verhältnisse zu dem Tragverhältnisse der Volumeneinheiten von der Geschwindigkeit 1. Durch das Tragverhältniss dieser Volumeneinheiten wird daher die erdmagnetische Kraft an den verschiedenen Orten bestimmt.

Aus den bisherigen Untersuchungen ergibt sich daher, dass alle bisherigen Angaben über das Verhältniss der erdmagnetischen Kräfte an den verschiedenen Orten der Erde einen unrichtigen Werth haben, und eben so unrichtig sind die Werthe, welche man aus der Ablenkung einer Magnetnadel durch einen Magnetstab mit aller mathematischen Schärfe und Genauigkeit berechnete. Denn hiebei wurde angenommen, dass die magnetische Kraft der Masse proportional wirke, und dass das Trägheitsmoment des Magnetstabes im gleichen Verhältniss zum Trägheitsmoment der Masse bleibe. In der Gleichung

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{Cg}}$$

bedeutet K die Summe der Trägheitsmomente der Masse, C die jener der statischen Momente, allein da die Quadrate der Kräfte der Masse immer den Cuben der magnetischen Kräfte gleich, daher heterogen sind, und dieses Verhältniss der Kräfte in jedem Theil der Masse und auch in der Volumeneinheit von der Geschwindigkeit 1 statt findet, so lassen sich die magnetischen Kräfte nicht so summiren und auf einerlei Coefficienten mit den Massenkräften bringen, und die angeführte Gleichung ist daher hier nicht anwendbar. Die Versuche haben uns jedoch einen Weg gezeigt, um aus den Verhältnissen der Einheiten, als der Geschwindigkeit = 1, der Masse = 1, der magnetischen Kraft der Masse = 1 und der erdmagnetischen Kraft = 1 die Grösse der Wirkungen der Kräfte bestimmen zu können. Die Versuche haben hinlänglich nachgewiesen, dass die Functionen der Zeit bei der Schwingungsdauer so verschieden sind, dass, wenn man die mechanische Kraft der Magnetstäbe von verschiedener Länge und Masse auf der Drehwage einer Messung unterwirft, man eine Kraft, oder vielmehr eine Wirkung erhält, aus der sich weder die Grösse des Magnetismus der Masse, noch die Grösse des Erdmagnetismus bestimmen lässt.

Ueber die Schwingungsdauer magnetischer Platten, wenn dieselben transversal magnetisirt sind.

Eine Stahlplatte, ja sogar ein Magnetstab, der im Verhältniss zu seiner Länge eine beträchtliche Breite hat, kann auf zweierlei Art magnetisirt werden. Entweder halbirt die Indifferenzlinie die Länge, wie es bei allen gewöhnlichen Magneten der Fall ist, oder wenn man ihn transversal magnetisirt, so halbirt die Indifferenzlinie die Breite. Im ersten Fall schwingt der Magnet in horizontaler Lage, im zweiten muss aber der Magnet, wenn er im magnetischen Meridian schwingen soll, in verticaler Richtung stehen. Nach dem Gesetz, welches der Magnetismus befolgt, liess sich erwarten, dass sich die magnetische Kraft der Masse auch aus der Schwingungsdauer von Magneten, welche transversal magnetisirt sind, bestimmen lasse. Es wurden daher 6 Stahlplatten und ein Magnetstab zuerst auf die gewöhnliche Art, hernach transversal, magnetisirt, und jedesmal ihre Schwingungsdauer in horizontaler Lage, hernach ihre Schwingungsdauer in vertikaler Stellung untersucht. Um den Einfluss, welchen die Breite auf das Drehungsmoment ausübt, nicht in Rechnung bringen zu dürfen, so liess ich die Platten, welche ohngefähr $\frac{1}{2}$ Linie dick waren, immer auf der dünnen Seite schwingen. Zur Bestimmung einer constanten Einheit für die Schwingungsdauer bediente ich mich der Formel

$$c = \frac{t}{\sqrt{v} \cdot \sqrt{l}}$$

wo c die Schwingungsdauer einer französischen Cubiklinie in Quarten bedeutet, in einem Werth, als wenn die Cubiklinie keine Breite hätte.

Gewicht und Volumen von sechs Platten und einem Magnetstab.

Nr.	Gewicht		Volumen		Länge		Breite	
		Loth	log.			Linien		Linien
1	$2\frac{3}{4}$			2,72943	66		$28\frac{1}{2}$	
2	$3\frac{1}{16}$	"	"	2,77618	68	"	$28\frac{1}{2}$	"
3	$3\frac{3}{16}$	"	"	2,79355	70	"	28	"
4	$3\frac{13}{16}$	"	"	2,87131	70	"	24	"
5	$3\frac{1}{4}$	"	"	2,80198	71	"	24	"
6	$1\frac{3}{4}$	"	"	2,53312	70	"	11	"
7	$8\frac{13}{16}$	"	"	3,23520	70	"	$8\frac{1}{2}$	"

		Schwingungsdauer			
		log. c.	in horizontaler Lage	in verticaler Stellung	berechnet
Nr.	1	2,88730	3,50 Sec.	2,80 Sec.	2,65 Sec.
"	2	2,94563	4,17 "	3,17 "	3,12 "
"	3	2,97178	4,51 "	3,33 "	3,32 "
"	4	2,94489	4,50 "	3,06 "	3,15 "
"	5	2,99047	4,75 "	3,25 "	3,31 "
"	6		4,06 "	1,98 "	
"	7	3,05461	7,66 "	3,89 "	4,— "

Bei der Berechnung der Schwingungsdauer in vertikaler Stellung des Stabes Nr. 7. muss hier die Dicke in Rechnung gebracht werden.

Bezeichnen wir die Länge, welche der Magnet bei den Schwingungen in horizontaler Lage hat, mit L , die Breite, welche bei den Schwingungen in vertikaler Stellung zur Länge wird mit l , so zeigen diese Versuche, dass die Schwingungsdauer der transversal magnetisirten Magnete um

$\sqrt[3]{\frac{L}{l}}$ kürzer ist, als die Schwingungsdauer der andern Magnete. Dadurch, dass der Magnet in vertikaler Richtung schwingt, wird sein Drehungsmoment bedeutend vermindert und seine Schwingungsdauer daher kürzer, und nebig Versuche zeigen, nach welchem Gesetze sich die Schwingungsdauer der transversal magnetisirten Magnetstäbe richtet. Um dieses Gesetz genauer kennen zu lernen, so wollen wir die Schwingungsdauer einer magnetischen Platte in Form eines Quadrats betrachten und untersuchen, welche Schwingungsdauer der Magnetstab Nr. 7. haben würde, wenn er eine quadratische Platte wäre.

Der log. seines Volumens in Cubiklinien ist 3,23520, der log. seiner Länge von 71 Linien ist 1,84510, der log. seiner Breite von $8\frac{1}{2}$ Linien ist 0,92942, seine Schwingungsdauer ist 7,66 Secunden, und seine magnetische Kraft oder der log. der Schwingungsdauer einer Cubiklinie in Quarten ist 3,05461.

Verwandeln wir nun diesen Stab in eine quadratische

Platte, so ist der log. der Länge einer Seite = 1,38726, oder 24,39 Linie, und wir erhalten nach der Gleichung

$$t = c. \sqrt[3]{v.} \sqrt[6]{l}$$

für die Schwingungsdauer dieses Quadrats 6,42 Secunden,

wobei wir wieder den Werth $\sqrt{\frac{l^2 + b^2}{l^2}}$ weglassen. Weil

nun die Länge dieses Quadrats 24,39 Linien ist und die Länge des Stabes 71 Linien beträgt, so ist die Schwin-

gungsdauer des Quadrats um $\sqrt[6]{\frac{71}{24,39}}$ kürzer. Nun ist

aber die Schwingungsdauer des Stabes von 71 Linien Länge in vertikaler Stellung 3,794 Secunden genauer in log. 0,57900.

Der log. der vertikalen Höhe des Stabes ist

1,84510
hievon ab log. der Höhe oder einer Seite des Qua-

drats 1,38726

0,45784

$\frac{1}{2}$ log. 0,22892

nun ist der log. der Schwingungsdauer des Quadrats 6,42

Secunden = 0,80793

zieht man obigen $\frac{1}{2}$ log. von 0,22892 ab,

so erhält man log. 0,57901,

welcher log. für die Schwingungsdauer des Stabes in vertikaler Richtung die Zahl 3,794 Secunden wie oben giebt, und wie es die Versuche auch anzeigen.

Hieraus ergibt sich Folgendes: Wenn ein magnetisches Quadrat seine Form verändert und sich in einen langen Stab verwandelt, und dieser schwingt in horizontaler Lage, so wächst von dieser Gränze an die Schwingungs-

dauer um $\sqrt[6]{l}$; wird er aber transversal magnetisirt und er schwingt in vertikaler Stellung, so nimmt die Schwingungsdauer von dieser Gränze an ab, im Verhältniss von $\sqrt[6]{l}$, nämlich die Schwingungsdauer nimmt ab, in dem Verhältniss als die Quadratwurzel der vertikalen Höhe grösser ist, als eine Seite des Quadrats. Die Schwingungsdauer transversal magnetisirter Stäbe von gleicher Masse und gleicher

Kraft verhält sich daher umgekehrt wie die Quadratwurzel aus ihren vertikalen Höhen, und die Quadrate ihrer Schwingungsdauer umgekehrt wie ihre vertikale Höhen. Das Drehungsmoment des Magnetstabes nimmt hier in dem Verhältniss ab, als die vertikale Höhe zunimmt.

Um dieses auf eine andere Art zu beweisen und klar darzustellen, und die Wahrheit des Gesetzes des Magnetismus, wie sich dasselbe aus den Versuchen ergeben hat, näher zu beleuchten, so wollen wir den Magnetstab von $8\frac{13}{16}$ Loth Gewicht, 70 Linien Länge, $8\frac{1}{2}$ Linien Breite und ohngefähr 3 Linien Dicke so betrachten, als ob er aus einem System von Quadratplatten von 3 Linien Dicke und $8\frac{1}{2}$ Linien Breite, welche vertikal aufeinander gestellt sind, bestünde, und daraus seine Schwingungsdauer in vertikaler Stellung bestimmen. Die Länge durch die Breite dividirt, und das Volumen durch diesen Quotienten dividirt, giebt das Volumen der Quadrateinheit.

Der log. dieses Volumens ist	= 2,31952
der log. der Seite oder der Länge des Quadrats ist	= 0,92942
log. der Anzahl der Quadrateinheiten . . .	= 0,91568
log. der Länge	= 1,84510
der log. seiner magnetischen Kraft, oder der Schwingungsdauer einer Cubiklinie in Quarten ist	= 3,05461.

Dieses giebt daher nach der Gleichung

$$t = c. \sqrt[3]{v.} \sqrt[6]{l}$$

für die Schwingungsdauer dieses Quadrat-Volumens folgende Werthe, nämlich

$$\log. \text{ von } \sqrt[3]{v.} = 0,77317$$

$$\log. \text{ von } \sqrt[6]{l} = 0,15491$$

$$\log. c. = 3,05461$$

$$\hline 3,98269$$

$$\text{ab log. von 3600 Quarten } 3,55630$$

$$\hline 0,42639$$

$$\text{hiezum } \sqrt[6]{l} \log. \text{ von } 0,91568 \quad 0,15261$$

$$\hline 0,57900 = 3,794 \text{ Secunden;}$$

wir sehen also, dass wenn die Schwingungsdauer dieses Quadrats mit der sechsten Wurzel der Höhe des Stabes — weil dieses Quadrats Höhe hier die Längeneinheit abgiebt — multipliziert wird, die Schwingungsdauer des transversal magnetisirten Stabes herauskommt. Die Schwingungsdauer der transversal magnetisirten Stäbe in vertikaler Stellung wächst daher, wenn Masse und Höhe in gleichem Verhältniss zunimmt wie $\sqrt[6]{l}$, während die Schwingungsdauer der Magnetstäbe, welche in horizontaler Lage schwingen, wie $\sqrt[3]{v} \cdot \sqrt[6]{l}$ wächst. Diese Uebereinstimmung der Versuche könnten nicht erfolgen, wenn der Magnetismus in den Stäben nicht gleich vertheilt wäre. Aus dem Bisherigen lassen sich noch viele andere Wahrheiten entwickeln, welche Untersuchungen aber zu weitläufig werden würden.

In dem Verzeichniss über die Schwingungsdauer der Platten habe ich den Werth von $\log. c$ bei dem Magnet Nr. 6 nicht ausgesetzt, weil derselbe im Verhältniss seiner Länge zu leicht ist, daher die Gleichung den richtigen Werth für c nicht angiebt. Es werden aber die bisherigen Versuche nicht wenig erläutert und das Gesetz des Magnetismus näher bestätigt, wenn wir zeigen, wie auch aus der Schwingungsdauer transversal magnetisirter Stäbe die magnetische Kraft derselben bestimmt werden kann.

Die Schwingungsdauer des transversal magnetisirten Magnets Nr. 6. ist nach den Versuchen 1,98 Secunden, wovon der $\log.$ ist = 0,29667
 der $\log.$ seines Volumens ist = 2,53312
 der $\log.$ seiner Länge = 1,84510
 der $\log.$ seiner Breite = 1,04139
 wird dieser Magnet in ein Quadrat verwandelt, so ist der $\log.$ der Länge oder einer Seite desselben = 1,44320.

Da nun, wenn sich ein transversal magnetisirter Magnet in ein Quadrat verwandelt, seine Schwingungsdauer in eben demselben zunimmt, wie die Quadratwurzel aus seiner vertikalen Höhe abnimmt, so darf, um die Schwingungsdauer des Quadrats zu erhalten, zu dem $\log.$ der Schwin-

gungsdauer in vertikaler Stellung, als	0,29667
nur folgender log. addirt werden als log. der ver-	
tikalen Höhe	1,84510
ab log. der Höhe des Quadrats	1,44320
	0,40190

$\frac{1}{2}$ log	0,20095	0,20095
		0,49762

hiez u log. von 3600 Quarten	3,55630
--	---------

log. der Schwingungsdauer des Quadrats	4,05392
--	---------

hievon ab log. $\sqrt[3]{v}$	0,84437
--	---------

log. $\sqrt[6]{l}$	0,24053
------------------------------	---------

	1,08490
--	---------------

log. von c	2,96902
----------------------	---------

oder der Schwingungsdauer einer Cubiklinie in Quarten. Nun ist aber noch zu bestimmen, wie nahe dieser Werth der Wahrheit kommt. Weil der Magnet Nr. 6. bei der Schwingungsdauer in horizontaler Lage für seine Länge zu leicht ist, daher an dem Gränzwert h seiner Länge durch Verminderung der Masse seine Schwingungsdauer nicht mehr ändert, so muss, wenn wir ihm seine gesetzliche Masse geben, die Schwingungsdauer von 4,06 Secunden herauskommen. Diese Masse wird nun folgendermassen bestimmt: Die magnetische Kraft der Masse, oder der log. der Schwingungsdauer einer Cubiklinie ist 2,96902
 der log. der Schwingungsdauer einer Cubiklinie durch die beschleunigende Kraft der Schwere ist 2,29680

wir erhalten daher nach der Gleichung

$$\sqrt{\frac{t_0^3}{t^3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{v}}$$

für die magnetische Kraft der Volumeneinheit von $\frac{1}{v}$ den

log.	— 1,00833
--------------	-----------

und hiemit ist also die magnetische Kraft der Masse bestimmt. Der log. der Schwingungsdauer von $\frac{1}{v}$ in Quarten ist = 1,79263

da nun an dem Gränzwertb der Länge

$$\frac{l}{\sqrt[3]{V}} = \sqrt{\frac{V}{1}} \text{ ist,}$$

$$\text{so ist } \frac{1}{3} \log. \text{ von } 5,70686 \text{ von } \frac{1}{\sqrt{V}} = 1,90229$$

$$\frac{1}{6} \log. \text{ von } 1,84510 \text{ von } l = 0,30752$$

$$\frac{1}{18} \log. \text{ von } 3,02499 \text{ von } \frac{1}{V} = 0,16805$$

$$\log. \text{ der Schwingungsdauer von } \frac{1}{V} = 1,79263$$

$$4,17049$$

$$\text{ab log. von } 3600 \text{ Quarten} = 3,55630$$

$$0,61419$$

$$= 4,113 \text{ Sec.}$$

die Differenz ist daher 0,053 Secunden, da 4,06 Secunden herauskommen sollten. Dieser Unterschied ist hinlänglich klein, um sowohl die Wahrheit des magnetischen Gesetzes, als die Richtigkeit der Formel zu beweisen. Zugleich ersehen wir daraus, dass bei dieser Kraft der Magnet bei dem Volumen von 480,7 Cubiklinien bei 70 Linien Länge an dem Gränzwertb seiner Länge war, und dass durch die Verminderung seines Volumens um 139,4 Cubiklinien sich seine Schwingungsdauer nicht verändert hatte, wodurch die frühern Versuche hier abermals auf das Schönste bestätigt werden.

Sollen die Versuche mit dem Transversalmagnetismus gelingen, so müssen die Platten und Stäbe glashart seyn, und dürfen keine weichen Stellen haben, auch darf das Verhältniss der Breite zur Länge nicht allzuklein, und dasjenige der Dicke zur Breite nicht allzugross, oder der Querschnitt quadratisch seyn. Die Form, welche der Magnetstab Nr. 7 hat, möchte wohl nicht weit von der Gränze entfernt seyn, wo sich die Magnete noch transversal magnetisiren lassen. Beim Magnetisiren der Platten muss man sich breiter Magnete, die nicht viel schmaler als die Platten sind, und auch kräftiger Magnete bedienen. Die angeführten Platten wurden mittelst zweier Magnete von 100 Pfd. Tragkraft, wo jeder aus einem einzigen Stück bestand,

magnetisirt. Bei Anwendung eines Magnets von 25 Pfd. Tragkraft wird man nie die von mir angezeigte Uebereinstimmung in den Versuchen erhalten. Um überhaupt übereinstimmende und harmonirende magnetische Versuche zu erhalten, ist viele practische Uebung und eine genaue Kenntniss in Auswahl, Bearbeitung des Stahls und dessen Magnetisirung erforderlich, und diess mag auch die Ursache seyn, warum das von mir entdeckte Gesetz nicht besser benützt und meine Versuche wiederholt worden sind.

Ueber das gegenseitige Verhalten der Magnete zueinander und über die Permanenz der magnetischen Kraft im Stahle.

Die gleichnamigen Pole zweier Magnete von gleicher Form und gleicher materieller Beschaffenheit stossen sich in der Entfernung ab. Sind ihre Kräfte ungleich, so stossen sich wohl in der Entfernung die gleichnamigen Pole ab, bei grösserer Annäherung gelangt man jedoch zu einem Abstand derselben, wo sie sich weder anziehen, noch abstossen, und bei noch grösserer Annäherung ziehen sich dieselben fortwährend an. Es tritt hier also eine Entfernung auf, wo sich die Magnete weder anziehen, noch abstossen. Aber die Lage dieser Ebene, welche wir als Indifferenzebene zwischen Anziehung und Abstossung bezeichnen können, hängt nicht allein von dem Unterschied der Kräfte, sondern auch von dem Qualitäts- oder Fähigkeits-Coeffizienten der Magnete ab. Dies erhellt aus folgenden Versuchen: Es wurde ein Hufeisenmagnet von 14 Loth Gewicht aus einer sehr harten und wilden Stahlart, welche nur wenig Magnetismus annimmt, verfertigt; als derselbe vollständig magnetisirt worden war, so war seine Tragkraft $3\frac{1}{2}$ Pfund. Nun wurde ihm ein anderer Magnet von derselben Form und demselben Gewicht mit einer Tragkraft von $7\frac{1}{2}$ Pfund mit dem gleichnamigen Polen genähert; beide Magnete stiessen sich sowohl in der Entfernung, als bei der Berührung ab. Als nun die Tragkraft desjenigen von $7\frac{1}{2}$ Pfund bis auf 4 Pfund vermindert wurde, so stiessen sich die Magnete in der Entfernung ab; bei grosser Annäherung zogen sich jedoch die gleichnamigen Pole an.

Nun wurden ferner zwei Magnete in Hufeisenform, deren Schenkel $2\frac{3}{4}$ Zoll von einander abstanden, jeder 33 Loth schwer, gefertigt. Die Tragkraft des einen betrug $15\frac{3}{4}$ Pfund, die Tragkraft des andern 15 Pfund; in diesem Zustand fand bei der Berührung mit den gleichnamigen Polen eine ganz kleine Anziehung statt. Nun suchte ich die Kräfte dieser beiden Magnete in ein vollkommenes Gleichgewicht zu bringen, welches mir jedoch lange nicht gelingen wollte, so dass ich aus Unmuth darüber im Begriff war, den ganzen Versuch aufzugeben; als mir dieses endlich doch gelang, so stiessen sich die gleichnamigen Pole beider Magnete in jeder, auch in der kleinsten Entfernung ab, und die Indifferenzebene fiel in die Berührungsebenen der beiden Magnete.

Es wurden zwei kleine Hufeisenmagnete genommen, wovon jeder $1\frac{1}{8}$ Loth wog. Die Tragkraft eines jeden betrug $1\frac{1}{4}$ Pfund. Allein die Tragkraft dieser Magnete würde sich sehr verschieden äussern, je nachdem man einen andern Anker, nämlich von hartem Eisen, oder Gusseisen, oder Stahl anlegt. Will man nun die absolute Kraft eines Magnets bestimmen, so befindet man sich allerdings in einiger Verlegenheit. Aus der Erfahrung weiss man, dass der Magnet auf reines und weiches Eisen am stärksten einwirkt, ob aber bei den hier zum Gebrauch angewandten Ankern die Grösse der Anziehung ihre Gränze erreicht hat, so wie die absolute Kraft des Magnets bleibt dabei unbestimmt. Nun wurde untersucht, mit welcher Kraft sich die beiden Magnete anziehen, und es zeigte sich, wenn man sie mit ihren ungleichnamigen Polen verband, dass sie weder mehr, noch weniger als $1\frac{1}{4}$ Pfund trugen. Nun sind die Massen und die Kräfte beider Magnete gleich, und ihre Gesamtwirkung ist die Summe ihrer Kräfte, folglich ist die absolute Kraft eines jeden Magnets die halbe Summe der Tragkraft beider Magnete, oder $\frac{5}{8}$ Pfund. Es ergiebt sich daraus, dass der Magnet dem weichen Eisen eben so viel Kraft mittheilt, als er selbst besitzt, und umgekehrt, dass weiches Eisen die ganze Kraft des Magnets in sich aufnimmt. Mit vieler Wahrscheinlichkeit lässt sich auch annehmen, dass es keinen Körper, wenn er nicht selbst ein

Magnet ist, giebt, der stärker als reines und weiches Eisen vom Magnet angezogen würde.

Es ist bisher fast allgemein angenommen worden, dass ein Magnet in Hufeisenform an seiner Kraft verliere, wenn an demselben kein Anker vorliegt. Man gieng hiebei — verleitet durch die Erscheinungen, welche sich bei Bildung der magnetischen Figuren darbieten — von der Ansicht aus, dass sich, wenn der Magnet nicht durch einen Anker geschlossen ist, die getrennten polarischen Kräfte in beiden Schenkeln miteinander zu verbinden streben, und sich in den früher neutralen Zustand wieder zu versetzen suchen. Es wurde daher ein Hufeisenmagnet von 24 Loth Gewicht und $12\frac{1}{2}$ Pfund Tragkraft, ohne dass er mit einem Anker versehen war; $4\frac{1}{2}$ Jahre aufbewahrt. Nach Verlauf dieser Zeit wurde seine Tragkraft wieder untersucht, und dieselbe wurde genau, so wie früher, befunden. Ob es nun gleich nicht nöthig ist, dass man an den Magnet einen Anker vorlegt, so ist es doch, vorzüglich wenn man mehrere Magnete hat, rathsam, an den Magnet einen Anker anzulegen.

Um zu ermitteln, ob der Magnet durch Rost an seiner Kraft verliert, so legte ich ein Magnetstäbchen von 37 Linien Länge und 256 Gran Gewicht, welches eine Schwingungsdauer von 3,32 Secunden hatte, in Wasser, welches mit Schwefelsäure verdünnt war. Nach 6 Monaten, wo die Flüssigkeit verdunstet war, wurde dieses Stäbchen wieder untersucht; dasselbe war mit einer dicken Oxydrinde überzogen, und hatte 15 Gran an Gewicht verloren; es hatte jedoch noch seine vorige Schwingungsdauer, und da der Gewichtsverlust die Schwingungsdauer nur um 0,03 Secunden vermindert, so war dieser Unterschied zu klein, als dass er mit Zuverlässigkeit hätte nachgewiesen werden können.

Bei meinen Versuchen hat sich gezeigt, dass auch ungehärteter Stahl, wenn er die nöthigen Eigenschaften besitzt und gehörig behandelt wird, eine bedeutende magnetische Kraft annimmt. Ob dieselbe jedoch bleibend sey, darüber konnte ich nur durch die Zeit Aufschluss erhalten. Ich verfertigte daher einen Magnetstab von ungehärtetem Stahl, welcher $7\frac{3}{4}$ Loth wog, $16\frac{2}{3}$ Zoll lang, 5 Linien

breit und $1\frac{1}{10}$ Linie dick war. Die Schwingungsdauer desselben betrug 11,92 Secunden.

Vergleicht man diese Schwingungsdauer mit derjenigen, welche Stäbe von gehärtetem Stahl bei gleicher Länge und Masse besitzen, so ergibt sich daraus eine nicht unbedeutliche magnetische Kraft. Innerhalb des Zeitraums von dreizehn Monaten wurde die Schwingungsdauer desselben achtmal untersucht und folgendermassen befunden:

11,92 Secund.	11,88 Sec.	11,96 Sec.	11,90 Sec.
11,86 "	11,98 "	11,84 "	11,88 "

Hiebei wurde auf die Temperaturveränderung nicht Rücksicht genommen, die Beobachtungen zeigen aber hinlänglich, dass die Kraft des Stabes unveränderlich geblieben ist.

Von dieser Eigenschaft des Stahls kann nun mit grossem Nutzen Gebrauch gemacht werden. Denn bei manchen Versuchen ist es vortheilhaft, sich langer Stäbe von geringer Masse zu bedienen; wenn nun diese mehrere Fuss lang sind, so lassen sie sich nicht mehr gleichmässig härten und verziehen sich stark, welcher Uebelstand bei ungehärteten nicht statt findet, und man ist dadurch in den Stand gesetzt, ihnen eine vollkommen genaue Form zu geben. Will man sich aber eines Magnetstabes sowohl von gehärtetem, als ungehärtetem Stahl zu genauen Messungen bedienen, so muss man sich vorher von seiner unveränderlichen und bleibenden Kraft überzeugen, wobei man folgendermassen verfahren kann. Ist der Stab magnetisirt, so lege man an die beiden Polenden Eisenstäbe an und reisse sie ein paar Mal ab, wie man es bei Hufeisenmagneten zu thun pflegt; hernach lasse man ihn einige Stunden ruhig liegen, darauf untersuche man seine Schwingungsdauer. Hat nun dieselbe nach Verfluss von 24 Stunden zugenommen, so ist sich nicht auf denselben zu verlassen, und er ist zu genauen Messungen nicht zu gebrauchen; findet man aber, dass derselbe noch seine frühere Schwingungsdauer hat, so kann man versichert seyn, dass er später nichts mehr an seiner Kraft verliert.

Um zu erfahren, wie weit sich die Wirkungen der magnetischen Kraft erstrecken, um noch gemessen werden

zu können, wurden in der hiesigen Katharinenkirche folgende Versuche angestellt: Es wurde der Magnetstab Nr. 2 von 12 Zoll Länge und 8,32 Secunden Schwingungsdauer, mit einem Spiegelhalter versehen, und in einem bedeckten Kasten, welcher mit einem Glasfenster versehen war, aufgehängt. In einer Entfernung von 45 Fuss vom Mittelpunkt des Magnetstabes wurde ein Frauenhoferischer Theodolith mit 60maliger Vergrößerung nebst der Scala, welche in Pariser Viertelzoll getheilt war, aufgestellt. Nun wurde der Stab Nr. 8. von $49\frac{3}{4}$ Zoll Länge und 28,10 Secunden Schwingungsdauer, weil es das Local nicht anders erlaubte, gegen Osten so gelegt, dass der Nordpol des Stabes in dem Kasten auf seine Mitte gerichtet war. Nachdem die Pole des Stabes mehremal gewechselt, die Ablenkungen rechts und links vom Nullpunkt abgelesen, ihr Werth halbt und immer aus vier Versuchen das Mittel genommen war, erhielt ich folgende Ablenkungen: bei

30 Fuss Entfernung	171 Secunden
40 " "	72 "
66 " "	16 "

Nach diesem begab ich mich ausserhalb der Kirche, legte aber den Stab nun so, dass sein Pol auf das Centrum des Stabes im Kasten gerichtet war, wodurch eine doppelt so starke Ablenkung als in der fñhern Richtung erhalten wurde; das Mittel aus vier Versuchen ergab eine Ablenkung bei 100 Fuss Entfernung von 10 Secunden;

es ergibt sich daruus, dass die Ablenkungen den Cuben der Entfernung proportional sind, was mit den Versuchen, welche von andern Physikern frñher schon darñber gemacht wurden, ùbereinstimmt.

Die Versuche haben gezeigt, dass eine glasharte Stahlplatte in einer Entfernung von 5 Zoll vom Magnet Polari-tät erhalten hatte, wodurch also die Thatsache bewiesen ist, dass der Magnetismus auch in der Entfernung in die Masse einwirkt. Nehmen wir nun 2 glasharte Stahlstäbe von ohngefähr 6 Zoll Länge, wovon der eine vollkommen, der andere aber gar nicht magnetisirt ist, und einen vollkommen magnetisirten Ablenkungsstab von 4 Pfund Ge-

wicht und 3 Fuss Länge, und begeben uns in eine Entfernung, in welcher der magnetisirte Stahlstab um 6 Minuten abgelenkt wird, so wird in dieser Entfernung der nicht magnetische keine Ablenkung erhalten; nähern wir uns nun demselben so weit, dass er ebenfalls 6 Minuten abgelenkt wird, so wird er nun einen schwachen Grad von Magnetismus besitzen. In derselben Entfernung erlangt aber begreiflicher Weise der magnetisirte Stahlstab eine weit stärkere Ablenkung, als im Verhältniss des Cubus der Annäherung; aus dem einfachen Grunde, weil in dieser Entfernung der Ablenkungsstab in die Masse des 6zölligen Stabes einwirkt, seinen Magnetismus verstärkt, und ihn daher bei dieser Entfernung mit einer grössern Kraft anzieht, welche nicht mehr im Verhältniss zu seiner ursprünglichen Kraft steht.

Um zu erforschen, nach welchem Gesetz die magnetische Anziehung in der Entfernung wirkt, liess man eine kleine Magnetnadel in bestimmten Entfernungen, als von 12, 8, 4 Zoll vor einem kräftigen Magnet schwingen, und bestimmte aus dem Quadrat der Schwingungsdauer das Gesetz der magnetischen Anziehung in der Ferne. Man ist aber durch diese Wirkungen zu ganz falschen Schlüssen verleitet worden, die bis heute noch in allen Lehrbüchern der Physik als Wahrheiten angegeben werden. Bei solcher Nähe an den Magnet wird nämlich der Magnetismus der Nadel durch denselben verstärkt, sie wird daher von dem Magnet und vom Erdmagnetismus mit einer grössern Kraft angezogen, wodurch ihre Schwingungsdauer auf zweierlei Art mehr beschleuniget wird, als es bei ihrer wahren Kraft in dieser Entfernung der Fall seyn würde. Man erhält dadurch eine Wirkung, die ganz verschieden von derjenigen ist, welche man suchte, weil sie von andern Kräften bedingt wird. Nun ist es allerdings möglich, diese Kräfte zu bestimmen; da hiebei aber alles von den magnetischen Kräften, von der Form, der Grösse und der materiellen Beschaffenheit der Magnete abhängt, so finden hier keine allgemeinen Bestimmungen statt, und sie müssen für jeden einzelnen Fall durch die Versuche bestimmt werden. Wenn man daher durch Ablenkungen der Magnetnadeln ein zuverlässiges Resultat erhalten will, so ist es nothwen-

dig, dieselben immer in der gehörigen Entfernung zu bewerkstelligen.

Die Versuche haben gezeigt, dass eine magnetische Masse, mithin jeder einzelne Theil derselben, dieselbe magnetische Kraft hat, es mag nun in Form eines Cubus, eines Stabes, oder einer Platte seyn; aber es ist begreiflich, dass die magnetischen Wirkungen auch von den verschiedenen Formen abhängen. Ein magnetischer Cubus, obgleich jeder einzelne Theil der Masse eben so stark magnetisch ist, als wie bei einem Stab, wird doch nicht die Tragkraft des letzteren besitzen; denn die Nähe des entgegengesetzten Pols wirkt in den Anker, welcher die Last trägt, ein und schwächt dadurch die Wirkung des andern Pols; ebenso wird ein Stab, welcher allzulange ist, nicht die Last tragen, welche er bei einer kürzeren Form trägt, weil er zu wenig Berührungspunkte hat.

Wenn man eine vollkommen magnetisirte Stahlplatte in Eisenfeilspäne legt und man entfernt sie wieder davon, so bleiben nur an der Kante die Eisenspäne hängen, und die Fläche der Platte bleibt ganz rein. Man ist dadurch zu dem falschen Schlusse verleitet worden, als sey der Magnetismus an den Kanten besonders stark. Nach dem Augenschein ist diess freilich der Fall; untersuchen wir aber die Sache genauer, so werden wir den wahren Grund davon finden. Bei einer dünnen Platte ist der Magnetismus der Masse über einen sehr grossen Raum verbreitet, derjenige Punkt, welcher das Eisenspäncchen an sich ziehen soll, wirkt daher nur mit sehr geringer Kraft. Lege ich nun z. B. die Platte mit dem Nordpol auf Eisenfeilspäne, so müssen dieselben, um angezogen werden zu können, polarisch werden; an der der Platte zugekehrten Seite des Eisenspäncchens muss der Südpol, an dem entgegengesetzten Ende desselben der Nordpol seyn, allein der Nordpolarismus, welcher über die Platte verbreitet ist, erregt auf derjenigen Seite, wo Nordpolarismus seyn soll, einen eben so starken Südpolarismus, als die einzelnen Punkte der Platte Nordpolarismus erregen, mithin werden hier die Eisenspäncchen gar nicht, sondern nur an den Kanten, wo sich die Wirkungen der Kräfte nicht aufheben, angezogen. Es ist gerade dasselbe, als ob ich einen Eisenstab auf die gleich-

namigen Pole zweier gleich starker Magnete legte. Wir sehen hier, dass oft Kräfte da wirksam sind, wo wir an nichts weniger, als an deren Vorhandenseyn denken.

Wenn man den ungleichnamigen Pol eines kleinen Magnetstabs in grosse Nähe eines starken Magnets bringt, so verrückt sich die Indifferenzlinie, oder die Gleichgewichtslage seiner polarischen Kräfte, und je mehr man den ersteren dem starken Magnet nähert, um desto kürzer wird diejenige Seite, welche die ungleichnamige Polarität besitzt, und um desto länger wird dagegen diejenige, welche den gleichnamigen Magnetismus des Stabes enthält. Kommt der kleine Magnet mit dem grossen in Berührung, so erhält beinahe die ganze Länge desselben die Polarität des Stabes, weil der ungleichnamige Pol in die Nähe des grossen Magnets zu liegen kommt. Da hiebei Alles von der Grösse und Stärke der Magnete, von ihrer Form und auch von ihrer materiellen Beschaffenheit abhängt, so findet hier eine so grosse Mannigfaltigkeit in den Erscheinungen statt, dass sich dieselben nicht allgemein bestimmen lassen. Wird z. B. ein vollkommen magnetisirter Magnetstab von 6 Zoll Länge und $8\frac{1}{2}$ Loth Gewicht mit dem ungleichnamigen Pol eines Magnets von 18 Pfund Tragkraft in Berührung gebracht, so fällt der ungleichnamige Pol des ersteren in die Nähe des grösseren, während bei 12 Zoll Länge bei derselben Masse und Kraft sich die Indifferenzlinie nur um $1\frac{1}{2}$ Zoll verrückt. Diese Versuche müssen aber mit Stäben und nicht mit Hufeisen gemacht werden, weil bei letzteren die Nähe des andern Pols störend einwirkt.

Ehe man sich eines Magnetstabes, oder einer Magnetnadel bedient, ist es nothwendig, dass man mit einer kleinen Magnetnadel, die ohngefähr 4 bis 5 Linien lang ist, untersucht, ob der Magnetismus des Stabes gleichförmig vertheilt ist und die Indifferenzlinie genau in der Mitte liegt. Ist dieses der Fall, so wird, wenn man die Nadel sehr nahe an dem Magnet vorbeiführt, dieselbe in der Mitte von dem Magnet in paralleler Richtung angezogen, so wie man aber über die Indifferenzlinie mit derselben ein wenig hinausrückt, so nimmt sie eine Neigung gegen den Magnetstab an, die, jemehr man sich von der Indifferenzlinie entfernt und bevor man noch das Ende des Stabes erreicht,

in eine senkrechte Stellung übergeht. Dieser Ort der senkrechten Richtung der Nadel liegt nach Verhältniss der Form, der Masse und der Kraft der Magnete in verschiedenen Entfernungen vom Ende des Stabes. Man hat diese Stellen, wo die Magnetnadel eine senkrechte Richtung annimmt, die Pole des Magnets genannt, und sich dabei vorgestellt, als ob hier ein grosser Theil des Magnetismus des Stabes concentrirt wäre, so dass bei der Schwingungsdauer das Drehungsmoment von der Lage dieser Pole abhängt. Allein genaue Untersuchungen weisen nach, dass diese Pole im Innern des Stabes gar nicht vorhanden sind; denn während man die Nadel von der Indifferenzlinie entfernt und sie successive dem Ende des Stabes nähert, so wächst die Wirkung des Magnetismus des Stabes auf die Nadel, die Gleichgewichtslage ihrer polarischen Kräfte wird immer mehr verändert, ihre beiden Polaritäten werden daher anders vertheilt, und es wird ihr Magnetismus bis zu einem gewissen Maass vergrössert; sie wird daher auch in diesem Verhältniss von dem Magnetstab mit immer grösserer Kraft angezogen, so dass sie schon eine senkrechte Richtung annimmt, ehe sie noch das Ende des Stabes erreicht, wo der Magnetismus desselben am Stärksten wirkt. Durch diese Untersuchungen erlangt man daher nicht die gewünschte Aufklärung über die Vertheilung des Magnetismus im Innern des Stabes, weil die Richtung der Untersuchungs-nadel nach einem andern Gesetz erfolgt, als dasjenige ist, nach welchem die magnetische Kraft des Magnetstabes von der Mitte an bis zum Ende zunimmt. Die Erscheinungen verändern sich auch, so wie man längere und grössere Untersuchungs-nadeln anwendet.

Die Versuche bei der Schwingungsdauer weisen hinlänglich nach, dass der Magnetismus eines Stabes seiner ganzen Länge nach gleichmässig vertheilt ist; nämlich dass jeder einzelne Massentheil desselben gleich starken Magnetismus besitzt. Diess kann aber auch noch durch andere Versuche nachgewiesen werden. Ich verfertigte mir nämlich zwei Magnetstäbe von quadratischem Querschnitte; jeder hatte $4\frac{3}{4}$ Loth im Gewicht und war 45 Linien lang. Vollkommen magnetisirt hatte der eine Stab eine Schwingungsdauer von 5,52 und der andere 5,48 Secunden; sie

waren daher beide von gleicher Kraft, Form und materiel-
 ler Beschaffenheit. Als ich nun den einen auf den Tisch
 legte, den andern an einem Coconsfaden aufhing und seine
 Stellung gegen den ersten untersuchte, so zeigte sich, dass
 er genau an dem Ende des Stabes die Richtung unter ei-
 nem rechten Winkel annahm, so dass beide Stäbe an ihren
 äussersten Enden einen rechten Winkel bildeten. Die ge-
 ringste Verrückung in der Lage des festliegenden Stabes
 hatte eine entsprechende Veränderung in der Stellung des
 beweglichen Stabes zur Folge. Hierauf legte ich den einen
 quer mit der Mitte auf die Mitte des andern, so dass ihre
 Indifferenzlinien sich unter einem rechten Winkel durch-
 schnitten und die beiden Stäbe ein Kreuz bildeten; beide
 Stäbe zogen sich hier mit einer Kraft an, dass sie sich
 nicht nur allein selbst trugen, sondern dass auch noch eine
 Kraft von 1 bis 2 Loth nöthig war, um sie zu trennen.
 Da jedes Stäbchen $4\frac{1}{4}$ Linien breit war, so enthielt die
 Fläche, mit welcher sie sich in der Mitte berührten, $20\frac{1}{4}$
 Quadratlinien. Bei solchen Versuchen müssen jedoch die
 Magnetstäbe sehr genau gearbeitet und ihr Querschnitt muss
 quadratisch seyn, auch müssen sie eine bedeutende Kraft
 haben und gleiche Form besitzen.

Es ist vorzüglich die Schwingungsdauer, welche uns
 die wichtigsten Aufschlüsse über den Magnetismus giebt,
 und den Beweis liefert, dass sich die Quadrate der Massen-
 Kräfte wie die Cubi der magnetischen Kräfte verhalten.
 Weil nun der Beweis für das Trägheitsmoment des Magnet-
 stabes, wenn man die Länge und Masse in die Gleichung
 setzt, etwas schwierig aufzufassen ist, so werde ich der
 Gleichung

$$t^2 = c^2 \cdot \sqrt[3]{\frac{V^2}{1}} \cdot \frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{V}}$$

eine andere Form geben, nach welcher sich dieser Beweis
 noch deutlicher und klarer ergibt. Setzt man nämlich
 statt der Masse oder des Volumens die Länge und den
 Querschnitt in die Gleichung, so erhält man die Gleichung

$$t^2 = c^2 \cdot \frac{\sqrt[3]{l^2}}{\frac{1}{9} \sqrt[3]{v^2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{w^2}}{\frac{1}{9} \sqrt[3]{v^4}} \cdot \frac{\sqrt[3]{l}}{\frac{1}{9} \sqrt[3]{v}}$$

nun haben die Versuche nachgewiesen, dass die Gränze für diese Gleichung oder für die Function von $\frac{\sqrt[3]{l}}{\frac{1}{9} \sqrt[3]{v}}$

$$\text{da statt findet, wo } \frac{l}{\frac{1}{3} \sqrt[3]{v}} = \sqrt{\frac{v}{\frac{1}{v}}} \text{ oder wo } \frac{l}{\frac{1}{3} \sqrt[3]{v}} = \frac{w}{\frac{1}{3} \sqrt[3]{v^2}}$$

ist; nun ist die Summe der Kräfte des Magnetstabes $= \sqrt[3]{\frac{v^2}{\frac{1}{v^2}}}$ oder $= \frac{\sqrt[3]{l^2}}{\frac{1}{9} \sqrt[3]{v^2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{w^2}}{\frac{1}{9} \sqrt[3]{v^4}}$. Der Gränzwert für

obige Gleichung oder für die Function von $\frac{\sqrt[3]{l}}{\frac{1}{9} \sqrt[3]{v}}$ findet

$$\text{daher da statt, wo } \frac{\sqrt[3]{l^2}}{\frac{1}{9} \sqrt[3]{v^2}} = \frac{\sqrt[3]{w^2}}{\frac{1}{9} \sqrt[3]{v^4}} \text{ ist, oder wo das Pro-}$$

duct $\sqrt[3]{l^2} \cdot \frac{1}{9} \sqrt[3]{v^2} = \text{dem Product } \sqrt[3]{w^2} \cdot \frac{1}{9} \sqrt[3]{v^4}$ ist; die Kräfte, von welchen das Drehungsmoment abhängt und welche hier auf die Länge wirken, sind hier den Kräften, welche in den Querschnitt wirken, gleich. Damit jedoch dieses statt finden könne, so muss die Kraft, welche die Geschwindigkeit 1 von $\frac{1}{v}$ bestimmt, in dem Querschnitt das Quadrat von derjenigen seyn, welche auf die Länge wirkt. Man sieht also, dass hier die Massen-Kräfte und die magnetischen Kräfte in Hinsicht des Drehungsmomentes des Magnetstabes einander das Gleichgewicht halten. Wird nun an dieser Gränze bei unveränderter Masse die Länge vergrößert, so wird dieses Gleichgewicht auf eine doppelte Art aufgehoben, und es muss in der Schwingungsdauer ein plötzlicher Sprung statt finden, wie es auch durch die

früher angegebenen Versuche gefunden worden ist. Denn wird hier bei unveränderter Masse die Länge m mal vergrössert, so wird der Querschnitt m mal kleiner, das Trägheitsmoment des Magnetstabes wird daher auf eine doppelte Art vergrössert; erstens wirkt in den Querschnitt eine Kraft, die $\sqrt[3]{m^2}$ mal geringer ist, und zweitens wird durch Vergrösserung der Länge das Trägheitsmoment der Masse um m^2 , mithin das Trägheitsmoment des Magnetstabes noch $\sqrt[3]{m^2}$ mal vergrössert, wodurch also das ganze Trägheitsmoment des Magnetstabes ausser der gewöhnlichen Function von $\sqrt[3]{m}$ $\sqrt[4]{m^3}$ mal grösser wird. Denn wenn man hier die Kräfte, welche in den Querschnitt und auf die Länge wirken, miteinander vergleicht, und man dividirt die letzteren durch die ersteren, so ist ausser der Function $\sqrt[3]{m}$ der Quotient $\sqrt[4]{m^3}$. Die Gleichung wird daher bei Ueberschreitung dieser Gränze

$$t^2 = c^2 \cdot \frac{\sqrt[3]{l^2}}{\sqrt[9]{v^2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{w^2}}{\sqrt[9]{v^4}} \cdot \frac{\sqrt[3]{l}}{\sqrt[9]{v}} \cdot \sqrt[3]{m} \cdot \sqrt[4]{m^3}$$

wie es auch die Versuche angegeben haben.

Daraus wird nun der Beweiss leicht erkannt, warum sich die Schwingungsdauer nicht ändert, wenn an dieser Gränze bei unveränderter Länge die Masse vermindert wird. Wird hier nämlich die Masse, daher der Querschnitt m mal kleiner, so wirkt in denselben eine Kraft, die $\sqrt[3]{m^2}$ mal kleiner ist; es ist aber durch Verminderung der Masse auch das Trägheitsmoment der Masse m mal, mithin das Trägheitsmoment des Magnetstabes $\sqrt[3]{m^2}$ mal kleiner geworden, mithin bleiben die Kräfte, von welchen das Drehungsmoment des Magnetstabes abhängt, im Gleichgewicht und die Schwingungsdauer bleibt unverändert.

Aus dem Frühern ist bewiesen worden, dass wenn P die Masseneinheit bezeichnet, welche das Tragverhältniss $= 1$ hat, $\sqrt[3]{P}$ die Grösse des Magnetismus, oder das Tragverhältniss jeder Masse ausdrückt, welche kleiner als diese

Einheit ist. Ist aber eine Masse, welche wir mit p bezeichnen wollen, grösser als die Einheit P , so drückt $\sqrt[3]{\frac{P}{p}}$ das Tragverhältniss dieser Masse aus.

Das Gewicht unserer Erde beträgt ohngefähr $13\frac{1}{2}$ Quadrillionen Pfunde. Wäre nun dieselbe ein Magnet, der aus Magneten zusammengesetzt wäre, wo 1 Loth 76 Loth tragen, oder 12666 Pfund ihr eigenes Gewicht tragen würden, so wäre

$\sqrt[3]{\frac{12666 \text{ Pfund}}{13\frac{1}{2} \text{ Quadrillionen Pfund}}}$ das Tragverhältniss unserer Erde; dieser Bruch ist ohngefähr $\frac{1}{10,000,000}$ stel, das heisst unsere Erde würde nur den zehnmillionsten Theil von dem tragen, was sie selbst im Gewicht hat. Da nun ihr Gewicht $13\frac{1}{2}$ Quadrillionen Pfund beträgt, so wäre die Tragkraft unserer Erde 1 Trillion und 350,000 Billionen Pfunde.

Es ist bewiesen worden, dass jede Volumeneinheit von der Geschwindigkeit 1 an jedem Ort der Erde ein bestimmtes Tragverhältniss haben muss; dass dieses Tragverhältniss nach Verschiedenheit der erdmagnetischen Kraft verschieden, aber für jeden Ort der Erde eine constante Grösse ist. Bezeichnen wir nun das Tragverhältniss dieser Volumeneinheit oder von $\frac{1}{V}$ mit n_0 , so giebt n_0^3 die Anzahl derjenigen Volumeneinheiten, welche das Tragverhältniss 1 haben. Bezeichnen wir das Volumen der Masseneinheit, welche das Tragverhältniss 1 hat mit V_0 , so ist $n_0^3 = \frac{V_0}{\frac{1}{V}}$

das heisst nichts anders, als an ein und demselben Ort der Erde enthält jede Masse, welche das Tragverhältniss 1 hat, gleichviel Volumeneinheiten von der Geschwindigkeit 1. Bei allen Volumeneinheiten vom Tragverhältniss 1 verhält sich daher, wie schon früher bewiesen worden ist, die Grösse ihres Magnetismus wie die Cubikwurzel aus ihren Massen.

Lassen wir daher solche magnetische Cubi schwingen, so verhält sich bei ihnen

$$t : T = \sqrt[6]{V_0_1} : \sqrt[6]{V_0_2}$$

$$t^2 : T^2 = \sqrt[3]{V_0_1} : \sqrt[3]{V_0_2}$$

oder die Quadrate der Schwingungsdauer verhalten sich bei denselben directe wie die Cubikwurzeln aus ihren Massen, oder wie die Grösse ihres Magnetismus, daher wie die Kraft, welche jeder ihrer einzelnen Massentheile besitzt.

In Nürnberg hat jede Volumeneinheit von der Geschwindigkeit 1 das 2350fache Tragverhältniss, folglich giebt 2350^3 die Anzahl derjenigen Volumeneinheiten von der Geschwindigkeit 1, welche das Volumen vom Tragverhältniss 1 enthält; ein jedes solches Volumen, es mag gross oder klein seyn, enthält daher 12978000000 solcher Einheiten. Wir wollen nun das Volumen von dem Tragverhältniss 1 aus der Schwingungsdauer folgender zwei Magnete bestimmen. Der eine hat bei einem Gewicht von $8\frac{1}{2}$ Loth Gewicht und 12 Zoll Länge eine Schwingungsdauer von 8,32 Secunden, und der andere hat bei einem Gewicht von $3\frac{13}{16}$ Loth und einer Länge von 70 Linien eine Schwingungsdauer von 81,88 Secunden. Bei dem ersteren ist, wie schon früher bemerkt wurde, der log. der Volumeneinheit von der Geschwindigkeit 1 oder von $\frac{1}{v} = -3,36030$, bei dem zweiten $= -8,58627$; dieses giebt nach der Gleichung

$$n_0^3 = \frac{V_0}{1} \text{ oder } \frac{n_0^3}{v} = V_0 \text{ für das Volumen oder für die}$$

Masse vom Tragverhältniss 1 für beide Magnete bei der stärkeren Kraft 907 Pfd. und bei der schwächeren 41,38 Gran oder ohngefähr $\frac{1}{6}$ Loth; die Volumeneinheiten vom Tragverhältniss 1 verhalten sich daher eben so, als wie diejenigen von der Geschwindigkeit 1; daher verhält sich bei beiden die Grösse ihres Magnetismus wie die Cubikwurzel aus ihren Massen.

Ueber die Form der Magnetnadeln und der Magnetstäbe.

Weil an dem Gränzwertb der Länge durch Verminderung der Masse die Schwingungsdauer einer Magnetnadel nicht mehr verändert wird, so ist es vortbeilhaft, denjenigen Magnetnadeln, welche sich auf Spitzen drehen, nicht mehr Masse zu geben, als nöthig ist. Denn weil durch Verminderung der Masse die Friction vermindert wird, so gewinnt

die Nadel dadurch an Empfindlichkeit, und ihre Richtungskraft wird dadurch verstärkt. Um eine Uebersicht über die Schwingungsdauer einiger Magnetnadeln, welche dieselben bei einer ziemlich bedeutenden Kraft besitzen, zu erlangen, so füge ich hier eine kleine Tabelle bei, welche die Schwingungsdauer von 8 Magnetnadeln bei gleicher Kraft und bei dem Gränzwertb ihrer Länge angiebt, nämlich

Länge	Gewicht	Schwingungsdauer
24 Zoll	34 Loth	14,68 Secunden
21 "	26 "	13,14 "
18 "	19 $\frac{1}{8}$ "	11,56 "
15 "	13 $\frac{1}{4}$ "	9,92 "
12 "	8 $\frac{1}{2}$ "	8,24 "
9 "	4 $\frac{3}{4}$ "	6,48 "
6 "	2 $\frac{1}{8}$ "	4,62 "
3 "	1 $\frac{7}{32}$ "	2,60 "
1 "	14 Gran	1,04 "

Die Gewichte dieser Magnete stehen im Verhältniss zu den Quadraten ihrer Länge, daher verhält sich ihre Schwingungsdauer wie $\sqrt[3]{p} \cdot \sqrt[6]{l}$ oder wie $\sqrt[3]{l} \cdot \sqrt[6]{w}$, und wenn man dieses auf die Länge reduzirt, wie $\sqrt[6]{l^5}$. Wenn sich daher diese Magnetnadeln auf Spitzen drehen, so ist es vortheilhaft, ihnen nur die Hälfte oder $\frac{3}{8}$ ihres gesetzlichen Gewichts zu geben; zu wenig Masse darf man ihnen jedoch auch nicht geben, weil sie sich alsdann nicht mehr verhältnissmässig stark magnetisiren lassen und auch Wendepunkte entstehen, wodurch sie unbrauchbar werden. Wenn daher die Länge der genannten Magnete vergrössert wird, so nimmt ihre Schwingungsdauer bei derselben Masse in eben demselben Verhältniss zu, als wenn die Masse wie das Quadrat der Länge wächst, weil in beiden Fällen die Schwingungsdauer wie $\sqrt[6]{l^5}$ zunimmt. Dagegen ist es vortheilhaft, wenn man denjenigen Stäben, welche man aufhängt und schwingen lässt, für ihre Länge ihre gesetzliche Masse giebt, nämlich wenn man $\frac{l}{\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{V}{\frac{1}{v}}}$ oder $\frac{l}{\frac{1}{3}} = \frac{w}{\frac{1}{3v^2}}$ macht, weil hier das Trägheitsmoment des Magnetstabes

ein kleinstes ist, oder weil er im Verhältniss zu seiner Länge und Masse die möglichst kürzeste Schwingungsdauer hat. Denn vermindert man seine gesetzliche Masse, so bleibt seine Schwingungsdauer unverändert; das Trägheitsmoment der Masse wird aber dadurch vermindert, und er leistet daher den Einwirkungen derjenigen Kräfte, welche blos die Masse afficiren, weniger Widerstand.

Man ist bisher im Zweifel gewesen, ob man zur genauen Bestimmung der erdmagnetischen Kräfte kleine oder grosse Magnetstäbe wählen soll. Allein aus den angezeigten Versuchen geht hervor, dass man durch lange und schwere Stäbe ein genaueres Resultat erhält, als durch leichte und kurze, wenn beide gleich stark magnetisch sind. Ein Magnetstab von 3 Zoll Länge wiegt $17\frac{1}{32}$ Loth, und seine Schwingungsdauer ist 3,26 Secunden; ein Magnetstab von 60 Zoll Länge wiegt 6 Pfund 20 Loth, und seine Schwingungsdauer ist 39,67 Secunden, wenn beide gleiche Kraft und ihre gesetzliche Masse haben. Durch den Erdmagnetismus wird daher die 400mal grössere Masse durch einen 20mal grössern Raum 12mal langsamer bewegt, als die kleinere, und der grössere Magnetstab giebt daher ein genaueres Resultat, als der kleinere. Der Unterschied liegt hier blos an der Zeit, aber nicht an der Kraft, da jeder einzelne Theil beider Magnete vom Erdmagnetismus mit gleicher Kraft angezogen wird. Die Beobachtungen in den magnetischen Observatorien würden noch genauere und wichtigere Resultate liefern, wenn man sich längerer Stäbe bedienen würde. Ein Magnet von 10 Fuss Länge wiegt nur $26\frac{1}{2}$ Pfund, und hat eine Schwingungsdauer von 70,68 Secunden; ja, ich würde sogar Stäbe von 16 Fuss Länge, die bei einem Gewicht von 68 Pfund eine Schwingungsdauer von 105 Secunden haben, vorschlagen. Solchen schweren Stäben könnte man alsdann weniger als ihre gesetzliche Masse geben.

Ueber den Unterschied der magnetischen Kraft bei verschiedenen Massen.

Die Versuche haben gezeigt, dass die Grösse des Magnetismus verschiedener Massen verschieden ist. Bei der

Tragkraft fanden wir für das Tragverhältniss = 1 die Massen von

2270 Pfund 7325 Pfund 12666 Pfund;

die Grösse des Magnetismus dieser Massen verhält sich daher wie die Cubikwurzel aus diesen Einheiten, nämlich wie

13,14 19,42 23,21;

allein wir haben immer nur den constanten Magnetismus untersucht, nämlich diejenige Kraft, welche der Magnet behält, und wovon er nichts verliert, wenn auch der Anker noch so oft abgerissen wird. Bei 19,42 und 23,21 wollte sich der Magnetismus jedoch nicht so permanent zeigen, als wie bei 13,14. Es ist aber immer besser, ein Magnet zieht etwas weniger und behält seine Kraft, als er ist im Anfang stärker und verliert durch Abreissen des Ankers successive an derselben. Bei den Stäben wurde bei einer Schwingungsdauer von 18,42 Tertien für die Cubiklinie, die Masse für das Tragverhältniss 1 zu 907 Pfund befunden, wovon die Cubikwurzel = 9,67 ist; zugleich wurde aber dabei bemerkt, dass der Stab von $8\frac{1}{2}$ Loth Gewicht statt 128 Loth wahrscheinlich 136 Loth tragen möchte, wodurch also die Masse für das Tragverhältniss 1 gleich 1085 Pfund und ihre Cubikwurzel = 10,28 wäre. Um aber einen ganz sichern und zuverlässigen Werth für die Tragkraft einer Cubiklinie bei der Schwingungsdauer von 18,42 Tertien zu haben, so wurde für die Tragkraft lieber etwas zu wenig, als zu viel genommen. Denn wie schon erwähnt, ist die genaue Bestimmung der Tragkraft gerader Stäbe sehr mühsam und vielen Schwierigkeiten unterworfen, und es ist daher von Wichtigkeit, dass man einen zuverlässigen Werth hat, von dem man sicher überzeugt seyn kann, dass er eher zu klein, als zu gross ist. Die Richtigkeit dieses Werths lässt sich durch die Tragkraft der Stäbe von verschiedener Schwingungsdauer bei einem Gewicht von 1 bis 16 Loth genau nachweisen, wobei jedoch eine gewisse Uebung erforderlich ist; für Stäbe von 1 bis 2 Pfund im Gewicht wird es schon schwieriger, und bei grossen Stäben von 8 bis 10 Pfund im Gewicht ist es ganz unmöglich.

Ueber die Wirkungen des Magnetismus, wenn sich die Schwere ändert.

Wenn in der Gleichung $a = n \cdot \sqrt[3]{Vp}$ a eine constante Grösse ist, so ist n eine Function von $\sqrt[3]{Vp}$. Für $n = 1$ ist daher $a = \sqrt[3]{Vp}$. Soll aber $n = 1$ constant bleiben, so ist a eine Function von $\sqrt[3]{Vp}$. Wächst nämlich die Masse, oder nimmt sie ab und sie soll immer das gleiche Tragverhältniss behalten, so ist die Grösse des Magnetismus eine Function von $\sqrt[3]{Vp}$. Bleibt die magnetische Kraft der Masse und die Masse selbst unverändert, und es ändert sich die Schwere, so wird sich auch die Wirkung des Magnetismus ändern. Bringt man einen Magnet, der an einem Ort das Tragverhältniss $= 1$ hat, an einen andern Ort, wo die Schwere m mal grösser ist, so ist sein Tragverhältniss daselbst $\frac{1}{m}$. Hat z. B. in Nürnberg ein Magnet bei einem Gewicht von 1000 Pfund das Tragverhältniss $= 1$, und man brächte ihn an einem Ort, wo die Schwere doppelt so gross ist, so hat er nun nicht mehr das Tragverhältniss 1, sondern das Tragverhältniss $\frac{1}{2}$, denn der Magnet wiegt nun 2000 Pfund, enthält daher 2000 solcher Volumeneinheiten, deren jede 1 Pfund wiegt, und von welchen er nur 1000 trägt, daher ist sein Tragverhältniss $\frac{1000}{2000} = \frac{1}{2}$. Um nun die Functionen des Magnetismus in jeden einzelnen Theil der Masse bei diesen beiden an Schwere verschiedenen Massen bestimmen zu können, so muss man die Tragverhältnisse zweier gleicher Volumen an beiden Orten bestimmen. In Nürnberg ist bei dem Gewicht von 1000 Pfund bei dem Tragverhältniss $= 1$ das Tragverhältniss eines Pfundes oder $a = \sqrt[3]{1000}$ gleich dem 10fachen, daher ist nach der Gleichung $z = a \cdot \sqrt[3]{Vp^2}$ oder $1000 \text{ Pfund} = 10 \times \sqrt[3]{1000^2}$ oder $1000 \text{ Pfd.} = 10 \times 100$. Da aber in Nürnberg die Schwere nur halb so gross ist, so enthält die Masse 2000 Volumeneinheiten zu $\frac{1}{2}$ Pfund Gewicht, während sie an dem andern Ort 2000 Volumen-

einheiten zu 1 Pfund Gewicht enthält. Das Tragverhältniss eines halben Pfundes in Nürnberg ist aber $\sqrt[3]{2}$ mal grösser, als das eines Pfundes in Nürnberg; ist nun die Einheit statt 1 Pfund ein halb Pfund, so ist in Nürnberg

$$z \text{ oder } 2000 \text{ halbe Pfund} = 10 \times \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{2000^2} \text{ oder} \\ 2000 \text{ halbe Pfund} = 12,60 \times 158,7;$$

nun haben aber an dem Ort, wo die Schwere doppelt so gross ist, 2000 Pfund die Tragkraft von 1000 Pfund, oder das Tragverhältniss $\frac{1}{2}$. Daher ist nach der Gleichung

$$z = a \cdot \sqrt[3]{p^2}$$

$z = 1000$ Pfd. $p = 2000$ Pfd. daher $\sqrt[3]{p^2} = 158,7$ und es ist das Tragverhältniss eines Pfundes oder $a = 6,30$ daher ist z oder 1000 Pfund $= 6,30 \times 158,7$;

wo also die Schwere doppelt so gross ist, hat 1 Pfund oder auch 1 Loth, mithin jeder einzelne Theil der Masse das halbe Tragverhältniss, oder die Functionen des Magnetismus sind den Schweren umgekehrt proportional, welches auch sehr leicht begreiflich ist, da die Schwere weder das Volumen, noch die magnetische Kraft der Masse ändert. Es ergiebt sich daraus, dass an dem Ort, wo die Schwere doppelt so gross und das Tragverhältniss von 1000 Pfund statt 1 nur $\frac{1}{2}$ ist bei derselben magnetischen Kraft, nur

$$250 \text{ Pfund das Tragverhältniss} = 1$$

haben, dass also bei gleicher magnetischen Kraft der Masse die Volumeneinheiten vom Tragverhältniss 1 in dem umgekehrten Verhältniss zu den Quadraten der Schwere stehen. Denn es ist da, wo die Schwere doppelt so gross ist,

$$z \text{ od. } 1000 \text{ Pfd. Tragkraft} = 6,30 \times \sqrt[3]{2000^2} \text{ oder} \\ 1000 \text{ „ „} = 6,30 \times 158,7 \text{ daher ist}$$

$$250 \text{ „ „} = 6,30 \times \sqrt[3]{250^2} \text{ und es ist} \\ 250 \text{ „ „} = 6,30 \times 39,69$$

so wie auch ist $6,30^3 = 250$ Pfund, weil der Cubus des Tragverhältnisses eines Massentheils immer die Massen- oder Volumeneinheit vom Tragverhältniss $= 1$ giebt.

Diess kann noch auf eine andere Art bewiesen werden. Hat z. B. in Nürnberg 1 Pfund das 10fache Tragverhält-

niss, so hat daselbst ein halbes Pfund das 12,60fache Tragverhältniss; wo nun die Schwere doppelt so gross ist, da wiegt ein halbes Pfund, wenn es von Nürnberg dahin gebracht wird, ein Pfund, der Magnet wiegt daher an diesem Ort 2 Pfund, trägt aber nur 10 Pfund, hat mithin nur das 5fache Tragverhältniss, dagegen hat aber 1 Pfund das 6,30fache Tragverhältniss. Es verhalten sich nun die Schweren bei gleichem Druck oder bei gleichem Gewicht der Masse umgekehrt wie die Volumen derselben, und die Quadrate der Massen verhalten sich wie die Cubi der magnetischen Kräfte, folglich verhalten sich die Quadrate der Schweren umgekehrt wie die Cubi der magnetischen Kräfte, oder umgekehrt wie die magnetischen Massen vom Tragverhältniss = 1. Bezeichnet nun g die kleinere, G die grössere Schwere und p die kleinere, P die grössere Masse vom Tragverhältniss = 1, so verhält sich verkehrt

$$g^2 : G^2 = P : p;$$

denn es verhält sich, wie wir gefunden haben,

$$1^2 : 2^2 = 1000 \text{ Pfund} : 250 \text{ Pfund.}$$

Der Magnet erhält erst seinen Werth durch die Permanenz seiner Kraft. Um die constante Kraft der Magnete zu prüfen, wurde bei vielen der Anker ein paar hundertmale von denselben abgerissen, und ihre Tragkraft immer unveränderlich befunden. Bei magneto-elektrischen Maschinen, wo der Anker viel öfter abgerissen wird, sollte man untersuchen, ob man in gleichen Zeiten auch gleiche Mengen Gas erhält; so einfach dieser Versuch ist, so ist mir doch nicht bekannt worden, dass er gemacht wurde.

Bei Magnetstäben, welche man zur Vergleichung des Verhältnisses der erdmagnetischen Kräfte anwendet, ist die constante und unveränderliche Kraft ein Hauptforderniss. Wenn nun ein Magnetstab magnetisirt worden ist, so erhält er gebundenen und ungebundenen Magnetismus; weil nun letzterer successive wieder entweicht, so muss man denselben gleich anfangs hinwegzuschaffen suchen. Dieses geschieht dadurch, dass man an seine beiden Polenden Eisenstäbe anhängt und sie mehreremale abreisst. Ist diess ge-

schehen, so lässt man ihn einen Tag ruhig liegen, und untersucht alsdann seine Schwingungsdauer; hierauf lässt man ihn abermals einen Tag ruhig liegen und untersucht abermals seine Schwingungsdauer; hat nun dieselbe zugenommen, so ist er für zuverlässige Messungen nicht zu gebrauchen.

Hat man mehrere Magnete, so ist die grösste Aufmerksamkeit nothwendig, dass sie immer hinlänglich weit von einander entfernt sind. Die Unterlassung dieser Vorsicht schwächt öfters die Kraft der Magnete, und man hält daher, weil man nicht daran denkt, andere Ursachen für die Quelle dieser Störungen.

Dass die Wärme einen Einfluss auf die Schwingungsdauer hat, ergiebt sich schon daraus, weil der Magnetismus von der Molecular-Beschaffenheit der Masse abhängt und die Wärme den Zustand derselben verändert. Die Versuche, die bisher über den Einfluss der Wärme auf den Magnetismus angestellt und welche mir bekannt wurden, sind aber mit so kleinen Stäben gemacht, dass dieselben kein sicheres Resultat geben. Stäbe, die nur 3 Zoll lang und 1 Linie dick, oder noch kleiner sind, sind zu leicht und so vielen zufälligen Störungen unterworfen, dass man daraus die Wahrheit nicht mit zuverlässiger Gewissheit ermitteln kann. Diese Versuche sollten mit Stäben von 1 Pfd. Gewicht und 20 Zoll Länge, oder wenigstens nicht unter $\frac{1}{2}$ Pfund Gewicht und 14 Zoll Länge angestellt werden. Hiebei ist es aber nicht rathsam, die Stäbe in heisses und in kaltes Wasser, oder gar in siedendes Oel zu tauchen, weil hiedurch die materielle Beschaffenheit der Magnete verändert wird und sich mit der qualitativen Beschaffenheit des Stahls auch dessen Magnetismus ändert. Um daher die Correctionen für die Temperatur bei der Schwingungsdauer anbringen zu können, muss man die Magnete nur dem Einfluss der niedrigsten und höchsten Temperatur, welcher dieselben möglicher Weise unterworfen seyn können, also einer Lufttemperatur von -20° bis $+36^{\circ}$ Reaumur aussetzen und beobachten, welchen Einfluss diese verschiedenen Grade der Temperatur auf die Schwingungsdauer haben. Bei einer Temperatur von $+36^{\circ}$ erleidet der Stahl, wenn er gut gehärtet ist, keine wesentliche Verände-

rung, ob er gleich bei -20° und $+36^\circ$ andere Eigenschaften, die nur durch die Temperatur bedingt werden, besitzt. Bei -20° ist der Stahl viel spröder, als bei $+36^\circ$, und es lässt sich daher auch erwarten, dass die Temperatur nicht ohne einen Einfluss auf die Schwingungsdauer ist. Diese Correctionen für die Temperatur gehören jedoch zu den feinsten und schwierigsten Untersuchungen, weil eine grosse Reihe von Versuchen über Stäbe von verschiedener Form und Grösse bei gleicher magnetischer Kraft angestellt werden muss. Leider habe ich kein Locale, welches geeignet wäre, zuverlässige Versuche darüber anstellen zu können.

Weil die Summe der Wirkungen bei dem Magnetismus gleich $\sqrt[3]{p^2}$ ist, so wurde untersucht, ob sich die Ablenkungen einer Magnetnadel ebenso verhalten. Zu diesem Zwecke verfertigte ich mir zwei Magnetstäbe von gleicher Kraft und gleicher Form, jeder wog 62 Loth und war 14 Zoll lang. Die Schwingungsdauer des einen betrug 17,30 Sekunden, diejenige des andern 17,25 Sekunden; eine Magnetnadel von $4\frac{1}{2}$ Zoll Länge und $\frac{1}{4}$ Loth Gewicht wurde von dem einen Stab in einer Entfernung von 6 Fuss um $1^\circ,40$ Minuten abgelenkt; als die 2 Stäbe aufeinander gelegt und zu einem Stabe vereinigt waren, so betrug die Ablenkung $2^\circ,45$ Minuten, die Tangenten dieser Winkel verhalten sich aber wie 1 zu $\sqrt[3]{2^2}$.

Es wäre sehr wichtig, wenn man auch grössere Neigungsstäbe verfertigen könnte, um Versuche über die Schwingungsdauer der Inclinationsstäbe von verschiedener Länge anstellen zu können, um dadurch zu ermitteln, ob die Schwingungen der Inclinationsstäbe denselben Gesetzen unterworfen sind, als wie die Schwingungen der Declinationsstäbe.

Die bisherigen Untersuchungen haben gezeigt, dass bei Bestimmung der Intensität des Erdmagnetismus die Aenderung der Schwere nicht vernachlässigt werden darf. Da aber aus den gegebenen Gleichungen der Einfluss der Schwere auf die Schwingungsdauer gefunden werden kann

und die Untersuchungen darüber sehr weitläufig werden, so können sie hier übergangen werden.

Bei der Berechnung der Schwingungsdauer habe ich den Einfluss der Breite auf die Schwingungsdauer oder

den Factor $\sqrt{\frac{l^2 + b^2}{l^2}}$ ganz ausser Acht gelassen, weil

dieser von der magnetischen Kraft der Masse ganz unabhängig und sein Werth bei langen Stäben sehr gering ist, die Rechnungen dadurch aber unnöthigerweise viel weitläufiger geworden wären. Aus der Gleichung

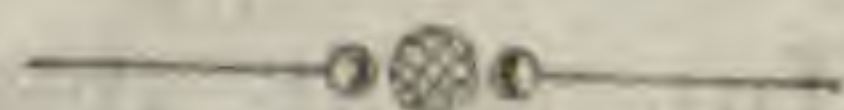
$$t = c. \sqrt[3]{p.} \sqrt[6]{l} \sqrt{\frac{l^2 + b^2}{l^2}}$$

ergiebt sich, dass wenn ein magnetischer Cubus bei unveränderter Masse sich in einen Stab verwandelt, dessen Länge achtmal grösser, als die des Cubus ist, dieser Stab beinahe dieselbe Schwingungsdauer als wie der Cubus hat.

Ist in Nürnberg die Länge des einfachen Secunden-Pendels 440,50 französische Linien, so ist die Länge eines Secunden-Pendels, der, ohne Breite zu besitzen, seiner ganzen Länge nach schwer ist $\frac{3l}{2}$ oder 660,75 französische Linien. Man findet daher die Schwingungsdauer einer Cubiklinie, die um ihren Schwerpunkt durch die beschleunigende Kraft der Schwere oscillirt, durch die Proportion

$$\sqrt{660,75} : \sqrt{l} = 3600 \text{ Quarten} : 140 \text{ Quarten};$$

dieser Werth muss noch mit $\sqrt{\frac{l^2 + b^2}{l^2}}$ hier mit $\sqrt{2}$ multiplicirt werden, welches für die Schwingungsdauer einer französischen Cubiklinie in Nürnberg 198 Quarten giebt, wovon der genauere $\log. = 2,29680$ ist.



ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Abhandlungen der Naturhistorischen Gesellschaft Nürnberg](#)

Jahr/Year: 1858

Band/Volume: [1](#)

Autor(en)/Author(s): Haecker Paul Wolfgang

Artikel/Article: [Über das Gesetz des Magnetismus, wie er sich bei der Tragkraft hufeisenförmiger Magnete und bei der Schwingungsdauer geradliniger Magnetstäbe zu erkennen gibt. 1-80](#)