

Über
**die Anwendung der magnetischen Induction
auf Messung der Inclination mit dem
Magnetometer.**

Von
Wilh. Ed. Weber.

Der Königlichen Societät vorgelegt am 1. Februar 1853.

Es ist bekannt, dass die Beobachtungen des Erdmagnetismus durch die vom Herrn Geheimen Hofrath Gauss in der Abhandlung „Intensitas“ aufgestellten Messungsprincipien und durch die zu ihrer Durchführung in Anwendung gebrachten Magnetometer von blossen Vergleichen zu wahren Maasbestimmungen erhoben worden sind, und zugleich einen Grad von Präcision erlangt haben, welcher dem der astronomischen Beobachtungen kaum etwas nachgiebt. Das hierauf begründete jetzt allgemein angenommene Messungssystem erstreckt sich unmittelbar nur auf die horizontalen Elemente des Erdmagnetismus, *Declination* und *horizontale Intensität*, wobei das Magnetometer in seiner doppelten Form als *Unifilar-* und *Bifilar-Magnetometer* Anwendung findet. Die von Gauss in der „Allgemeinen Theorie des Erdmagnetismus“ entwickelten Lehren beweisen nun zwar, dass diese horizontalen Elemente für sich allein schon ein in seiner Art abgeschlossenes Beobachtungssystem liefern können, auf welches sich eine vollständige Bestimmung des Erdmagnetismus gründen lässt, und dass es dazu der *Inclinationsbeobachtungen* nicht nothwendig bedarf; jedoch bleibt ein solches Beobachtungssystem mit Zuziehung der Inclinationsbeobachtungen leichter zu beschaffen, weshalb auf letztere nicht verzichtet werden kann. Es fehlt nun aber diesen letzteren Beobachtungen jene in der Beobachtung der horizontalen Elemente durch die Magnetometer erworbene Classicität, und dieser Mangel hat wesentlich einen doppelten Grund, *erstens* darin,

dass die Wirkung der verticalen magnetischen Kraft nicht für sich allein, sondern nur mit der Wirkung der Schwerkraft unsrer ponderablen Nadeln verbunden beobachtet wird. Durch Ummagnetisirung der Nadeln lassen sich zwar so verschiedene Verbindungen beider Kräfte darstellen, dass eine Scheidung des von jeder einzelnen Kraft herrührenden Antheils an der Wirkung möglich wird; die auf diese Weise von der verticalen magnetischen Kraft gewonnene Bestimmung kann aber nie den Grad der Präcision erreichen, wie die Bestimmung der horizontalen magnetischen Kraft, welche aus den Wirkungen, welche sie für sich allein und unvermischt mit andern Kräften hervorbringt, direct erforscht werden kann. Zweitens findet die *magnetometrische Einrichtung*, worauf die Möglichkeit *feinerer* Beobachtung beruht, auf die zur Inclinationsmessung gebrauchten Instrumente keine Anwendung, wegen des Einflusses der Reibung, dem diese Instrumente unterworfen sind, welcher die Anwendung feinerer Beobachtungsmittel illusorisch machen würde. Diese Mängel sind mit den Verhältnissen, unter welchen die Wirkung des verticalen Theils des Magnetismus der Erde auf den *Magnetismus* anderer Körper beobachtet werden muss, so verbunden, dass sie auf keine Weise vermieden werden können, und die kunstreichste Anordnung und Verbindung der Beobachtungen kann nur dazu dienen, die nachtheiligen Folgen dieser Mängel zu vermindern, aber nicht zu beseitigen.

Der Magnetismus der Erde wirkt aber nicht bloß auf den *Magnetismus*, sondern auch auf die *Electricität* anderer Körper, und es leuchtet ein, dass diese letztere Wirkung eben so wie jene erstere zu seiner Erforschung dienen kann. Mit dieser neuen Grundlage, auf deren Bedeutung ebenfalls von Gauss, gleich nach Faraday's Entdeckung der magnetischen Induction, aufmerksam gemacht worden ist, habe ich ein neues Instrument zur Messung der Inclination unter dem Namen *Inductions-Inclinatorium* (Resultate aus den Beob. des magn. Vereins im Jahre 1837. S. 81) dargestellt, welches von dem ersten der beiden angeführten Mängel aller andern Inclinatorien ganz frei war: es fand dabei nämlich keine Vermischung der Wirkung des verticalen Theils des Erdmagnetismus mit der Schwerkraft statt, und es war daher auch keine Ummagnetisirung erforderlich, um den Antheil des verticalen Theils des Erdmagnetismus an der Wirkung von dem der Schwerkraft zu scheiden. Es blieb

aber noch der zweite Mangel übrig, nämlich der, dass sich auch mit diesem Instrumente die magnetometrische Einrichtung zur feineren Beobachtung nicht verbinden liess, weshalb diese neue Methode praktisch erfolglos bleiben musste.

Es ist mir aber jetzt gelungen, auch diesen zweiten Mangel zu heben und Einrichtungen zu treffen, wo die *elektrische Wirkung* sowohl des verticalen als auch des horizontalen Theils des Erdmagnetismus mit dem *Magnetometer*, und zwar mit dem Unifilar-Magnetometer, mit derselben Präcision gemessen werden kann, welche bisher blos den magnetometrischen Bestimmungen der horizontalen Elemente eigen war. Diese „Anwendung der magnetischen Induction auf Messung der Inclination mit dem Magnetometer“ ist der Gegenstand gegenwärtiger Abhandlung. Es führt diese erweiterte Anwendung des Magnetometers auf die Ausführung von Inclinationsmessungen zu einer Gleichförmigkeit der Behandlung und zu einer Sicherheit und Genauigkeit in der Bestimmung aller magnetischen Elemente, welche für die praktische Lösung der Aufgabe einer genauen und vollständigen Erforschung des Erdmagnetismus nicht ohne Bedeutung ist.

Um von diesem Instrumente zunächst einen einfachen allgemeinen Begriff zu geben, erinnere ich an die bekannten Einrichtungen der jetzt gebräuchlichen *elektromagnetischen Telegraphen*, welche von doppelter Art sind, je nachdem nämlich die elektrischen Ströme, welche zum Zeichengeben benutzt werden, entweder von einer *galvanischen Säule* ausgehen, oder im elektrischen Leiter durch *magnetische Kräfte* inducirt werden. Ich habe nun einen Telegraphen der letzteren Art construirt, wo die *magnetische Kraft der Erde* zur Induction der elektrischen Ströme dient, und zwar so starker Ströme, dass sie zum Zeichengeben benutzt werden können. Dabei kann nach Belieben bald die *verticale* bald die *horizontale* Componente jener Kraft für die Induction in Anwendung gebracht werden. Ist nun dieser Telegraph ein sogenannter Nadel-Telegraph (wie in England gebräuchlich ist), wo der Strom das Zeichen dadurch giebt, dass er durch einen Multiplicator geht und eine in letzterem aufgehängene Boussole vom magnetischen Meridiane ablenkt; so übersieht man leicht, dass durch eine genaue Vergleichung der Grösse dieser Ablenkungen das *Verhältniss der Stärke* der von der *verticalen* und *horizontalen* Componente der erdmagnetischen Kraft inducirten elektrischen Ströme bestimmt wer-

den kann, d. i. die *Tangente der gesuchten Inclination*. Es kommt bei der Construction dieses Telegraphen nur darauf an, *fein messbare Ablenkungen* der Boussole darzustellen und dabei alle *störenden Einflüsse*, z. B. die mit einer *Commutation* der Drahtverbindungen verknüpften, auszuschliessen. Zu *ersterem* Zwecke muss, wie von selbst einleuchtet, die gemeine Boussole im Multiplicator mit einem *Magnetometer* vertauscht werden. Die damit in der Beobachtung der Ablenkungen erreichbare Feinheit würde aber von keinem Nutzen sein, wenn nicht zugleich alle auf diese Ablenkung störend einwirkenden fremdartigen Einflüsse vermieden werden könnten. Zur Erreichung dieses *andern* Zweckes kommt es wesentlich darauf an, 1, dass zur Vergrösserung der Ablenkung *keine Commutation* gebraucht, 2, dass die Grösse der Ablenkung *unabhängig von der Geschwindigkeit der Inductionsbewegung* gemacht werde. Denn die Kette muss erstens ganz *unverändert* bleiben, wenn die beobachteten Ablenkungen eine genaue Vergleichung der Kräfte, durch welche sie hervorgerufen wurden, gestatten sollen; und diese Kräfte dürfen zweitens selbst keinen Schwankungen unterworfen sein, wie es der Fall sein würde, wenn sie von der Geschwindigkeit der Inductionsbewegung und deren Messungen abhingen. Ich werde zeigen, dass beide Bedingungen auf das vollkommenste erfüllt werden können, wenn die ganze Inductionsbewegung auf einen einfachen momentan auszuführenden *Inductionsstoss* beschränkt wird, der stark genug ist, um eine mit dem Magnetometer auf das Feinste messbare Ablenkung hervorzubringen. Ein solcher einfacher Inductionsstoss besteht in einer halben Umdrehung des Inductors, bei welcher keine Commutation in der Verbindung des Inductordrahts mit dem des Multiplicators nöthig ist, weil während einer solchen halben Umdrehung kein Wechsel in der Richtung des inducirten Stroms statt findet.

Eine Abbildung und Erklärung des Instruments im Einzelnen wird am Schlusse dieser Abhandlung beigelegt werden; vor der Hand genügt es zu bemerken, dass ein einziger in sich zurücklaufender Kupferdraht sowohl den *Multiplicator* als auch den *Inductor* bildet, die beide in schicklicher Entfernung von einander (so dass die Magnetometernadel von der Mitte des Multiplicators aus am Orte des Inductors keinen merklichen Einfluss im Vergleich mit dem Erdmagnetismus ausübt) sich befinden und durch zwei parallele Stücke Kupferdraht mit einander zusammen hängen. Der Inductor ist stellbar, ent-

weder so, dass seine Drehungsaxe vertical steht, oder so, dass sie horizontal und dem magnetischen Meridiane parallel gerichtet ist. In beiden Stellungen kann der Inductor in jedem beliebigen Augenblicke plötzlich im Halbkreis herum gedreht werden, dort um die *verticale* Axe, hier um die *horizontale*. Eine solche rasch ausgeführte Drehung des Inductors um 180 Grad heisst ein *Inductionsstoss*. Den beiden angegebenen Stellungen des Inductors entsprechen dann zwei Arten von Inductionsstössen, welche sich wesentlich dadurch von einander unterscheiden, dass bei den ersteren nur der *horizontale*, bei den letzteren nur die *verticale* Componente der erdmagnetischen Kraft inducirend wirkt, vorausgesetzt, dass die beschriebenen Drehungen im ersteren Falle wirklich genau um eine *verticale*, im letzteren Falle genau um eine *horizontale* Axe geschehen. Über die Anwendung solcher *Inductionsstösse* zu feinen Messungen siehe die „Resultate aus den Beob. d. magn. Ver. im Jahre 1838“ (Leipzig 1839) und „Abhandlungen über elektrodynamische Maassbestimmungen“ (Leipzig, Weidmannsche Buchhandlung, 1852), 2te Abhandlung Beilage C S. 341 ff., wo auch die Regeln entwickelt sind, nach welchen die von den inducirten elektrischen Strömen hervorgebrachten Ablenkungen der Magnetometernadel im Multiplicator *multiplicirt* und die Beobachtungen derselben der Rechnung unterworfen werden. Es ist nicht nöthig, diese Regeln hier nochmals zu entwickeln, sondern es können sogleich die nach diesen Regeln ausgeführten Beobachtungen selbst angeführt werden, woraus sich am besten übersehen lässt, ob dieses Instrument für die Messung der Inclination die erforderliche Feinheit mit der beabsichtigten Vereinfachung der Arbeit wirklich verbinde, wie es der Fall sein muss, wenn es im Vergleich mit den Leistungen der besten vorhandenen Inclinatorien von wesentlichem Nutzen sein soll.

I.

Beobachtungen der magnetischen Inclination mit dem Inductions-Magnetometer.

Nach Aufstellung des Magnetometers und Multiplicators wurde die Stellung des Inductors so regulirt, dass 1, seine eigene Axe (d. h. die Axe der

Cylinderfläche, auf welche der Draht gewunden war) horizontal und dem magnetischen Meridiane parallel gerichtet war, 2, dass die Axe, um welche diese Rolle 180° vorwärts oder rückwärts gedreht werden konnte, genau *vertical* stand, was mit einer auf den obern Drehungszapfen gestellten Libelle auf wenige Bogen-Secunden genau geprüft werden konnte. Die Magnetometer-nadel im Multiplicator war beim Beginn der Versuche im magnetischen Meridiane ganz in Ruhe, was durch die Dämpfungskraft des Multiplicators bewirkt wurde, welche verstärkt worden war, indem die beiden Drahtstücke, durch welche Multiplicator und Inductor zusammen hingen, mit einander unmittelbar durch eine kupferne Klammer verbunden und der Multiplicator dadurch in sich selbst abgeschlossen wurde. Bei so verstärkter Dämpfung verhielten sich zwei auf einander folgende Schwingungsbögen der Nadel wie 100:71; folglich ward der Schwingungsbogen nach 30 Schwingungen, oder, da die Schwingungsdauer 18 Secunden betrug, in 9 Minuten, durch diese Dämpfung 29000 Mal verkleinert, d. h. die Nadel war ganz in Ruhe, so gross auch ihr anfänglicher Schwingungsbogen gewesen war. Die zu schnellerer Dämpfung gebrauchte Klemme wurde nun vor Anfang der Beobachtungen entfernt und darauf der *erste* (positive) Inductionsstoss mit dem Inductor gegeben. Dies konnte von dem am Fernrohr stehenden Beobachter selbst durch einen zu diesem Zwecke eingerichteten Fusstritt geschehen; bei den folgenden Beobachtungen geschah es aber durch einen Gehülfen mit einer an der Inductorrolle angebrachten Kurbel. Die durch diesen Inductionsstoss in Bewegung gesetzte Nadel entfernte sich vom magnetischen Meridiane und erreichte nach 9 Secunden (nach einer halben Schwingungsdauer) das Maximum ihrer östlichen oder westlichen Ablenkung, welches von dem Beobachter, nach vorher bemerktem Ruhestande der Nadel, aufgezeichnet wurde. Hierauf kehrte die Nadel um und ging nach ungefähr 9 Secunden wieder durch den magnetischen Meridian. In diesem Augenblicke erfolgte der *zweite* (negative) Inductionsstoss, indem der Inductor wieder 180° zurückgedreht wurde, wodurch die Nadel in ihrer Rückwärtsbewegung beschleunigt ward. Die so beschleunigte Nadel erreichte darauf nach 9 Secunden das Maximum ihrer westlichen oder östlichen Ablenkung, welches wiederum aufgezeichnet wurde u. s. f. Die folgende Tafel I giebt unter Nr. 0 den ursprünglichen Ruhestand und unter Nr. 1 — 16 die 16 dar-

auf folgenden auf die beschriebene Weise beobachteten Elongationen. Diese Beobachtungen dauerten kaum 5 Minuten lang.

Tafel I.

Göttingen 1852. Aug. 3. 0^h 20' — 0^h 25'.

Nr.	Stand der Nadel bei der beobachteten Elongation in Scalentheilen.
0.	1236,2
1.	1195,0
2.	1313,8
3.	1131,1
4.	1367,4
5.	1085,6
6.	1405,3
7.	1053,2
8.	1432,0
9.	1030,8
10.	1450,9
11.	1014,7
12.	1464,0
13.	1003,1
14.	1473,4
15.	996,9
16.	1479,8

Nach der letzten Beobachtung wurde sogleich die Klemme zur Verstärkung der Dämpfungskraft des Multiplicators wieder geschlossen und während der Beruhigung der Nadel der Inductor umgestellt und so regulirt, dass 1. seine eigene Axe vertical stand, 2. die Axe, um welche er 180° vorwärts oder rückwärts gedreht werden konnte, von nun an eine genau *horizontale* dem magnetischen Meridiane parallele Lage erhielt, was, wie bei einem Theodolithen, durch eine auf beide Drehungszapfen zugleich aufgestellte Libelle geprüft wurde. Nach Entfernung der zur Dämpfung gebrauchten Klemme wurde sodann die zweite Beobachtungsreihe, ebenso wie die erste, ausgeführt und dieselbe darauf noch 3 Mal wiederholt, in Zwischenzeiten von 10 Minuten, welche jedesmal zur Beruhigung der Nadel nöthig waren. Auf diese 4 bei gleicher Stellung des Inductors ausgeführten Beobachtungsreihen folgte die letzte, bei

welcher wieder dieselbe Stellung des Inductors wie bei der ersten hergestellt wurde. Die folgende Tafel II giebt die Übersicht von diesen 6 Beobachtungsreihen, welche mit Einschluss der zur Dämpfung und Einstellung des Inductors erforderlichen Zwischenzeiten in $1^h 20'$ ausgeführt wurden. Die einzelnen Reihen sind mit den Buchstaben A B C D E F bezeichnet worden.

Tafel II.

Göttingen, 1852. Aug. 3 $0^h 20'$ — $1^h 40'$.

Stand der Nadel bei der beobachteten Elongation.						
Nr.	A	B	C	D	E	F
0.	1236,2	1235,1	1234,4	1233,8	1233,7	1233,3
1.	1195,0	1335,2	1334,9	1334,9	1333,8	1192,2
2.	1313,8	1052,7	1052,0	1051,0	1050,1	1310,7
3.	1131,1	1488,9	1488,3	1488,0	1487,0	1128,4
4.	1367,4	922,8	921,9	920,9	920,1	1364,4
5.	1085,6	1596,8	1597,5	1597,1	1595,9	1083,0
6.	1405,3	830,4	829,7	828,7	827,9	1402,8
7.	1053,2	1674,6	1674,6	1673,8	1672,6	1050,9
8.	1432,0	764,9	764,0	762,9	762,0	1429,8
9.	1030,8	1728,8	1728,9	1728,0	1726,9	1028,1
10.	1450,9	717,9	717,0	715,9	715,2	1448,9
11.	1014,7	1767,8	1768,0	1767,0	1766,1	1012,1
12.	1464,0	684,3	684,0	683,0	682,1	1462,2
13.	1003,1	1795,4	1795,4	1794,6	1793,9	1000,6
14.	1473,4	661,0	660,6	659,8	659,0	1471,8
15.	996,9	1815,0	1814,9	1814,2	1813,6	993,2
16.	1479,8	644,3	644,2	643,0	642,4	1478,2

Zieht man nun den unter Nr. 0 angegebenen Ruhestand von den beobachteten Elongationen unter Nr. 1 — 16 in jeder Beobachtungsreihe ab, so erhält man die entsprechenden Elongationsweiten der Nadel, wie sie in der folgenden Tafel III zusammen gestellt sind. Die Vorzeichen, die immer abwechselnd positiv und negativ sind, sind weggelassen worden.

Tafel III.

Göttingen, 1852. Aug. 3 0^h 20' — 1^h 40'.

Elongationsweiten.						
Nr.	A	B	C	D	E	F
1.	41,2	100,1	100,5	101,1	100,1	41,1
2.	77,6	182,4	182,4	182,8	183,6	77,4
3.	105,1	253,8	253,9	254,2	253,3	104,9
4.	131,2	312,3	312,5	312,9	313,6	131,1
5.	150,6	361,7	363,1	363,3	362,2	150,3
6.	169,1	404,7	404,7	405,1	405,8	169,5
7.	183,0	439,5	440,2	440,0	438,9	182,4
8.	195,8	470,2	470,4	470,9	471,7	196,5
9.	205,4	493,7	494,5	494,2	493,2	205,2
10.	214,7	517,2	517,4	517,9	518,5	215,6
11.	221,5	532,7	533,6	533,2	532,4	221,2
12.	227,8	550,8	550,4	550,8	551,6	228,9
13.	233,1	560,3	561,0	560,8	560,2	232,7
14.	237,2	574,1	573,8	574,0	574,7	238,5
15.	239,3	579,9	580,5	580,4	579,9	240,1
16.	243,6	590,8	590,2	590,8	591,3	244,9

In jeder von diesen Reihen sieht man die Elongationsweite wachsen, aber nicht gleichförmig, sondern nach dem Gesetze der Dämpfung einem Grenzwerthe sich nähernd, woraus leicht die Stärke der Dämpfung oder das decrementum logarithmicum bestimmt werden kann. Bezeichnet man nämlich jenen Grenzwert mit a und das decrementum logarithmicum mit $\log \frac{1}{\theta}$; so wird die Elongationsweite Nr. $n = x_n$ ausgedrückt durch $a(1 - \theta^n) = x_n$, woraus folgt:

$$a = \frac{x_n x_n}{2x_n - x_{2n}}$$

$$\text{decrem. log.} = \log \frac{1}{\theta} = \frac{1}{n} \log \frac{x_n}{x_{2n} - x_n}.$$

Hiernach ergibt sich das decrementum logarithmicum aus den vorliegenden Beobachtungen nahe

$$\log \frac{1}{\theta} = 0,075$$

und näherungsweise der Grenzwert für die Beobachtungsreihen A, F = 261,7, für die Beobachtungsreihen B, C, D, E = 627.

An obigen Werthen der Elongationsweiten lassen sich nun noch folgende Correctionen anbringen, nämlich:

1. für den Einfluss, welchen die beim Beginn der Beobachtungen vorhandene Schwingung der Nadel hat.

Bezeichnet man die dem ersten Inductionsstosse vorausgegangene Elongation der Nadel mit $\pm e$, so ist der zunächst folgenden $\mp e\theta$, der zweiten $\pm e\theta\theta$, der dritten $\mp e\theta^3$ u. s. f. hinzuzufügen. Für obige Beobachtungen, wo $e=0$ war, fällt diese Correction weg;

2. diejenige Correction, durch welche die beobachteten, nach katoptrischen Gesetzen den Tangenten der doppelten Ablenkungswinkel proportionalen Elongationsweiten auf solche Werthe reducirt werden, welche dem Sinus des halben Elongationswinkels, d. i. der ablenkenden Kraft, proportional sind. Hierzu muss am Magnetometer der horizontale Abstand des Spiegels von der Skale in Skalentheilen gegeben sein, welcher bei unserem Magnetometer

$$r = 3685$$

Skalentheile war. Bezeichnet x die beobachtete Elongationsweite, so ist ihr reducirter Werth

$$= x - \frac{11}{32} \cdot \frac{x^3}{rr}$$

Nach dieser Reduction giebt jede in den Columnen B, C, D, E enthaltene Beobachtung eine Bestimmung der *Tangente der Inclination*, wenn man sie mit dem Mittel aus den beiden unter A, F enthaltenen Beobachtungen dividirt, wie Tafel IV zeigt.

Tafel IV.

Nr.	B			C			D			E		
1.	67°	40'	30"	67°	45'	27"	67°	52'	37"	67°	40'	39"
2.	66	57	26	66	57	26	67	0	9	67	5	33
3.	67	29	37	67	30	2	67	31	28	67	27	9
4.	67	10	31	67	11	19	67	12	53	67	15	38
5.	67	21	15	67	25	59	67	26	39	67	22	57
6.	67	14	13	67	14	13	67	15	26	67	17	33

Nr.	B			C			D			E		
7.	67	20	51	67	22	48	67	22	15	67	19	11
8.	67	15	30	67	16	2	67	17	20	67	19	26
9.	67	18	59	67	20	58	67	20	14	67	17	44
10.	67	17	55	67	18	24	67	19	35	67	21	0
11.	67	18	48	67	20	53	67	22	46	67	18	6
12.	67	21	28	67	20	34	67	21	28	67	23	15
13.	67	17	27	67	19	0	67	18	33	67	17	14
14.	67	21	18	67	20	40	67	21	6	67	22	36
15.	67	24	15	67	25	31	67	25	19	67	24	15
16.	67	23	18	67	22	3	67	23	18	67	24	21

Den genauesten Werth der Tangente der Inclination erhält man aus jeder von den Beobachtungsreihen B, C, D, E, wenn man ihre Summe mit dem Mittel aus den Summen der beiden Reihen A, F dividirt. Zu diesem Zwecke kann man die oben erwähnten Correctionen, statt an allen einzelnen Beobachtungen auch an ihrer Summe anbringen, nämlich

1. statt $\pm e \theta^n$ jeder einzelnen Beobachtung kann man der Summe aller 16 Beobachtungen $\pm e \frac{\theta(1-\theta^{16})}{1-\theta}$ hinzufügen, und

2. statt $\frac{11}{32} \cdot \frac{x^5}{rr}$ von jeder einzelnen Beobachtung x abzuziehen, kann man von ihrer Summe s , wenn $p = \frac{16 - 3\theta \frac{1-\theta^{16}}{1-\theta} + 30\theta \frac{1-\theta^{32}}{1-\theta} - \theta^5 \frac{1-\theta^{48}}{1-\theta^5}}{\left(16 - \theta \frac{1-\theta^{16}}{1-\theta}\right)^5}$

gesetzt wird, $\frac{11}{32} \cdot \frac{ps^5}{rr}$ abziehen, wodurch die Rechnung vereinfacht wird, weil

p immer denselben Werth behält. Bezeichnet man die Summen der Reihen A, B, C, D, E, F mit den nämlichen Buchstaben, so erhält man nach Ausführung dieser Correction

$$A = 2873,05 \quad B = 6881,27$$

$$F = 2877,15 \quad C = 6886,10$$

$$D = 6889,36$$

$$E = 6887,98$$

und hiernach ergeben sich aus den 4 Beobachtungsreihen B, C, D, E folgende 4 Bestimmungen der Inclination I

tang <i>I</i>	<i>I</i>
6881,27	67° 19' 26"
<u>2875,10</u>	
6886,10	67° 20' 18"
<u>2875,10</u>	
6889,36	67° 20' 53"
<u>2875,10</u>	
6887,98	67° 20' 38"
<u>2875,10</u>	

Auf dieselbe Weise sind nun alle in der folgenden Tafel V enthaltenen, vom 2ten bis 12ten August an 4 verschiedenen Tageszeiten, nämlich um 1^h, 7^h, 13^h, 19^h, gemachten Beobachtungen ausgeführt und berechnet worden, woran 4 Beobachter, nämlich ausser mir Hr. Dr. von Quintus Icilius, Hr. Eisenlohr und Hr. Hansen, Theil genommen haben, die mit Magnetometern zu beobachten gewohnt waren. Die Übereinstimmung aller von diesen verschiedenen Beobachtern erhaltenen Resultate beweist, dass diese Messungen keiner andern Vorübungen als alle übrigen Beobachtungen mit dem Magnetometer erfordern. Kürze halber ist in der folgenden Tafel von jeder oben mit A, B, C, D, E, F bezeichneten Beobachtungsreihe nur die Summe angegeben worden, an welcher auch schon die nöthigen Correctionen angebracht sind. Die in Parenthese beigefügten Zahlen geben, wenn man die Zahl 1200 hinzufügt, den Ruhestand der Nadel am Anfang jeder Reihe in Skalentheilen.

Tafel V.

Göttingen 1852.	1 ^h				7 ^h				13 ^h				19 ^h			
	A	F	B	C D E	A	F	B	C D E	A	F	B	C D E	A	F	B	C D E
Aug. 2.					2859,05		6869,63	(52,4)	—		6892,72	(53,8)	2883,44		6851,12	(68,4)
					(51,3)		6847,93	(52,5)	—		6889,06	(57,0)	(69,5)		6873,94	(66,4)
					2866,55		6857,69	(50,0)	—		6892,52	(54,1)	2869,87		6890,86	(66,2)
					(51,1)		6870,91	(50,8)	—		6887,39	(54,9)	(63,4)		6907,02	(63,9)
Aug. 3.	2873,05		6881,27	(35,1)	2870,15		6865,28	(47,9)	—		6887,09	(55,4)	2881,65		6917,05	(63,7)
	(36,2)		6886,10	(34,4)	(48,5)		6872,29	(50,5)	—		6884,43	(57,0)	(67,0)		6911,04	(63,4)
	2877,15		6889,36	(33,8)	2873,05		6878,31	(51,0)	—		6870,03	(57,1)	2869,87		6910,04	(62,5)
	(33,1)		6887,98	(33,7)	(50,0)		6879,09	(52,5)	—		6879,59	(58,0)	(63,4)		6897,72	(61,8)

Göttingen 1852.	1 ^h				7 ^h				13 ^h				19 ^h			
	A F	B C D E	A F	B C D E	A F	B C D E	A F	B C D E	A F	B C D E	A F	B C D E	A F	B C D E	A F	B C D E
Aug. 4.	2889,15	6908,49 (39,5)	2873,55	6878,11 (47,3)	2869,95	6854,53 (47,0)	2883,04	6911,06 (64,4)								
	(40,6)	6891,24 (38,3)	(47,9)	6888,28 (48,1)	(55,0)	6873,87 (50,5)	(63,9)	6905,52 (62,8)								
	2889,15	6908,20 (38,3)	2882,65	6890,05 (47,4)	2873,35	6886,69 (56,0)	2891,32	6906,40 (61,0)								
Aug. 5.	(35,0)	6910,37 (38,3)	(48,6)	6892,42 (47,3)	(57,0)	6901,39 (52,9)	(61,9)	6903,66 (62,1)								
	2875,05	6872,89 (34,0)	2882,55	6883,83 (41,9)	2861,75	6837,86 (61,2)	2889,95	6896,27 (53,3)								
	(35,0)	6880,18 (32,3)	(40,4)	6885,25 (40,5)	(57,0)	6857,09 (60,7)	(59,0)	6897,41 (57,5)								
Aug. 6.	2866,25	6885,90 (32,4)	2882,05	6872,89 (37,0)	2848,25	6834,60 (56,5)	2874,85	6895,91 (61,6)								
	(29,6)	6882,74 (30,8)	(41,5)	6871,41 (39,1)	(59,8)	6846,15 (55,0)	(39,2)	6894,92 (41,5)								
	2875,75	6873,48 (30,9)	2876,85	6874,76 (46,9)	2873,85	6848,12 (48,0)	2885,74	6912,61 (55,8)								
Aug. 7.	(31,0)	6871,01 (28,6)	(45,7)	6860,15 (45,0)	(46,0)	6879,09 (49,2)	(46,6)	6903,72 (51,4)								
	2859,45	6872,79 (28,5)	2889,85	6879,49 (45,8)	2871,75	6858,48 (48,5)	2883,94	6912,42 (50,9)								
	(27,5)	6872,79 (26,3)	(42,3)	6880,18 (42,1)	(48,7)	6857,29 (47,7)	(54,6)	6909,72 (52,2)								
Aug. 8.	2865,95	6879,59 (31,5)	2881,05	6872,69 (45,1)	2855,95	6876,52 (44,6)	2894,51	6889,94 (55,7)								
	(29,8)	6871,92 (28,6)	(43,6)	6876,33 (44,1)	(43,0)	6868,06 (46,5)	(57,0)	6900,22 (56,8)								
	2867,25	6871,60 (38,3)	2874,45	6870,62 (43,0)	2866,45	6880,08 (45,5)	2889,91	6895,53 (53,3)								
Aug. 9.	(34,7)	6876,44 (35,3)	(42,9)	6883,64 (42,4)	(48,3)	6870,62 (45,0)	(54,6)	6910,30 (57,2)								
	2885,45	6910,18 (29,0)	2885,65	6900,80 (37,5)	2878,85	6856,40 (50,3)	2882,05	6915,05 (53,3)								
	(30,0)	6915,90 (29,8)	(36,9)	6902,08 (39,7)	(53,0)	6890,75 (45,9)	(48,5)	6930,52 (57,4)								
Aug. 10.	2886,15	6909,27 (28,6)	2884,45	6901,29 (49,1)	2864,55	6857,99 (47,0)	2886,32	6930,71 (55,9)								
	(22,3)	6914,22 (22,7)	(46,7)	6901,88 (50,4)	(45,5)	6873,93 (46,9)	(58,0)	6920,52 (59,1)								
	2874,45	6862,25 (30,5)	2888,85	6905,33 (43,5)	2874,25	6874,04 (44,5)	2890,90	6930,73 (48,3)								
Aug. 11.	(30,4)	6865,71 (29,5)	(42,8)	6900,11 (45,4)	(44,5)	6891,66 (44,2)	(51,5)	6923,02 (49,5)								
	2861,75	6883,32 (28,6)	2881,65	6899,71 (44,9)	2877,45	6881,82 (44,5)	2902,09	6914,63 (51,5)								
	(28,0)	6871,05 (26,5)	(41,9)	6898,33 (44,3)	(43,7)	6897,62 (46,4)	(56,0)	6916,90 (53,0)								
Aug. 12.	2879,75	6895,38 (27,1)	2879,15	6894,39 (51,7)	2865,45	6875,01 (36,8)	2907,39	6911,46 (57,0)								
	(26,1)	6889,66 (24,2)	(57,3)	6896,55 (43,2)	(42,5)	6879,54 (37,8)	(55,5)	6916,06 (55,6)								
	2877,85	6897,24 (25,6)	2887,85	6896,85 (41,9)	2867,15	6862,16 (45,4)	2902,89	6938,96 (57,7)								
Aug. 13.	(27,0)	6892,62 (25,7)	(43,7)	6904,54 (41,3)	(44,4)	6868,31 (41,8)	(51,0)	6924,56 (54,0)								
	2869,25	6862,63 (25,4)	2887,05	6895,19 (40,6)	2874,85	6885,08 (42,3)	2880,73	6918,76 (49,0)								
	(26,6)	6874,39 (26,3)	(40,3)	6898,33 (40,0)	(40,4)	6882,94 (40,0)	(54,7)	6911,56 (50,0)								
Aug. 14.	2872,45	6893,91 (27,2)	2888,15	6893,60 (40,1)	2873,45	6882,70 (41,4)	2875,95	6913,82 (49,0)								
	(29,3)	6889,15 (28,1)	(39,5)	6877,82 (37,9)	(46,4)	6877,36 (42,5)	(48,5)	6919,26 (48,0)								
	2862,25	6877,47 (29,8)	2872,85	6881,37 (42,2)	2862,75	6878,65 (42,5)										
Aug. 15.	(29,6)	6878,94 (28,6)	(43,3)	6875,94 (43,0)	(42,0)	6881,60 (44,1)										
	2866,95	6846,20 (28,4)	2879,95	6874,27 (43,1)	2879,75	6894,09 (41,6)										
	(25,9)	6880,52 (27,3)	(43,1)	6881,86 (42,9)	(42,5)	6887,24 (39,9)										

Die in dieser Tafel zusammen gestellten Beobachtungen laufen von Aug. 2 7^h bis Aug. 12 13^h ununterbrochen fort und es fehlen nur für die beiden ersten Tage um 13^h die Beobachtungen A, F, welche sich auf die horizontale Componente der erdmagnetischen Kraft beziehen. Es war nämlich Anfangs die

Absicht, diese in der Nacht bei künstlicher Beleuchtung anzustellenden Beobachtungen auf die nothwendigsten zu beschränken, indem nur die auf die verticale Componente sich beziehenden ausgeführt würden; es ergab sich aber bald, dass auch bei künstlicher Beleuchtung die vollständige Ausführung der Beobachtungen keine Schwierigkeit findet. Um nun die für die beiden ersten Tage fehlenden Werthe von A, F zu ergänzen, ist der Werth 2868,9 angenommen worden, welcher das Mittel aus allen übrigen für dieselbe Tageszeit geltenden Bestimmungen ist. Hieraus sind nun die in der folgenden Tafel VI zusammengestellten Werthe der Inclination gefunden worden. Neben jeder Inclination ist der Unterschied vom Mittel aus allen für die nämliche Tageszeit geltenden Bestimmungen bemerkt worden.

Tafel VI.

Göttingen 1852.	1 ^h	7 ^h	13 ^h	19 ^h
Aug. 2.		67° 22' 36" + 4' 35"	67° 24' 6" + 3' 14"	67° 13' 24" — 5' 57"
		18 44 + 0 43	23 27 + 2 35	17 28 — 1 53
		20 29 + 2 28	24 3 + 3 11	20 28 + 1 7
		22 51 + 4 50	23 9 + 2 17	23 19 + 3 58
Aug. 3.	67° 19' 26" — 1' 11"	67 18 5 + 0 4	67 23 6 + 2 14	67 24 7 + 4 46
	20 18 — 0 19	19 20 + 1 19	22 38 + 1 46	23 12 + 3 51
	20 52 + 0 15	20 24 + 2 23	20 5 — 0 47	22 53 + 3 32
	20 38 + 0 1	20 32 + 2 31	21 46 + 0 54	20 42 + 1 21
Aug. 4.	67 18 17 — 2 20	67 17 35 — 0 26	67 16 9 — 4 43	67 19 44 + 0 23
	15 14 — 5 23	19 23 + 1 22	19 35 — 1 17	18 36 — 0 45
	18 14 — 2 23	19 42 + 1 41	21 52 + 1 0	18 45 — 0 36
	18 37 — 2 0	20 7 + 2 6	24 27 + 3 35	18 16 — 1 5
Aug. 5.	67 19 50 — 0 47	67 16 49 — 1 12	67 20 17 — 0 35	67 18 59 — 0 22
	21 8 + 0 31	17 5 — 0 56	23 43 + 2 51	19 11 — 0 10
	22 9 + 1 32	14 53 — 3 8	19 42 — 1 10	18 55 — 0 26
	21 35 + 0 58	14 37 — 3 24	21 46 + 0 54	18 45 — 0 36
Aug. 6.	67 21 14 + 0 37	67 14 46 — 3 15	67 14 30 — 6 22	67 20 50 + 1 29
	20 47 + 0 10	12 10 — 5 51	20 0 — 0 52	19 16 — 0 5
	21 6 + 0 29	15 36 — 2 25	16 21 — 4 31	20 49 + 1 28
	21 6 + 0 29	15 44 — 2 17	16 8 — 4 44	20 18 + 0 57
Aug. 7.	67 22 54 + 2 17	67 16 47 — 1 14	67 24 30 + 3 38	67 13 42 — 5 39
	21 32 + 0 55	17 26 — 0 35	23 0 + 2 8	15 32 — 3 49
	21 29 + 0 52	16 25 — 1 36	25 7 + 4 15	14 42 — 4 39
	22 20 + 1 43	18 43 + 0 42	23 27 + 2 35	17 19 — 2 2

Göttingen 1852.	1 ^h	7 ^h	13 ^h	19 ^h
Aug. 8.	67° 20' 0" — 0' 37"	67° 18' 40" + 0' 39"	67° 16' 27" — 4' 25"	67° 21' 32" + 2' 11"
	21 0 + 0 23	18 53 + 0 52	22 33 + 1 41	24 16 + 4 55
	19 50 — 0 47	18 45 + 0 44	16 44 — 4 8	28 18 + 4 57
	20 42 + 0 5	18 51 + 0 50	19 34 — 1 18	22 30 + 3 9
Aug. 9.	67 19 2 — 1 35	67 19 23 + 1 22	67 17 49 — 3 3	67 19 6 — 0 15
	19 39 — 0 58	18 27 + 0 26	20 56 + 0 4	17 45 — 1 36
	22 46 + 2 9	18 23 + 0 22	19 12 — 1 40	16 16 — 3 5
	20 36 — 0 1	18 8 + 0 7	19 11 — 1 41	16 40 — 2 41
Aug. 10.	67 20 21 — 0 16	67 18 11 + 0 10	67 22 4 + 1 12	67 12 4 — 7 17
	19 21 — 1 16	18 34 + 0 33	22 52 + 2 0	12 52 — 6 29
	20 41 + 0 4	18 37 + 0 36	19 47 — 1 5	16 55 — 2 26
	19 52 — 0 45	19 58 + 1 57	20 52 0 0	14 22 — 4 59
Aug. 11.	67 17 55 — 2 42	67 16 35 — 1 26	67 20 30 — 0 22	67 24 40 — 0 16
	20 0 — 0 37	17 8 — 0 53	20 7 — 0 45	23 24 + 0 16
	23 26 + 2 49	16 18 — 1 43	20 4 — 0 48	23 48 + 2 28
	22 37 + 2 0	13 31 — 4 30	19 8 — 1 44	24 45 + 1 15
Aug. 12.	67 22 13 + 2 36	67 18 54 + 0 53	67 20 36 — 0 16	
	23 29 + 2 52	17 56 — 0 5	21 8 + 0 16	
	17 39 — 2 58	17 39 — 0 22	23 20 + 2 28	
	23 46 + 3 9	19 0 + 0 59	22 7 + 1 15	

Es ergeben sich hieraus für die verschiedenen Tageszeiten, an welchen die Beobachtungen gemacht wurden, folgende Mittelwerthe:

1^h 67° 20' 37"

7^h 67 18 1

13^h 67 20 52

19^h 67 19 21

und also im Mittel für

1852 Aug. 7 . . 67° 19' 43".

Nimmt man die angeführten Mittelwerthe für die 4 Tageszeiten, für welche sie gelten, als die wahren Werthe an, so lässt sich aus den Differenzen der einzelnen Beobachtungswerthe die Unsicherheit bestimmen, womit die aus einer Beobachtungsreihe abgeleitete Inclination behaftet ist, nämlich

für 1^h mit $\pm 1' 48''$

— 7 — $\pm 2 7$

— 13 — $\pm 2 36$

— 19 — $\pm 3 12$.

Diese Unsicherheit entspringt aus zwei ganz verschiedenen Quellen, nämlich *erstens* aus den wirklich vorhandenen täglichen Schwankungen der Inclination, welche zu derselben Stunde an auf einanderfolgenden Tagen oft um mehrere Minuten verschieden ist, *zweitens* aus den Beobachtungsfehlern. Sucht man den Mittelwerth jener täglichen Schwankungen, welche auch bei der Declination statt finden, aus den Beobachtungen zu bestimmen und ihren Einfluss zu beseitigen, so erhält man den Mittelwerth des Bruchs, welcher die *Tangente der Inclination* ausdrückt, in folgender Form:

$$\frac{6887,86 \pm 9}{2877,18 \pm 4}$$

woraus sich der mittlere Beobachtungsfehler der Inclination = 2' 20" ergibt, und zugleich erhellt, dass wenn der Fehler des Nenners dieses Bruchs sehr verkleinert oder ganz beseitigt werden könnte, der mittlere Fehler einer solchen Inclinationsmessung sich auf 1' 36" reduciren würde, was auf folgende Weise erreicht werden zu können scheint.

Der wenig veränderliche Nenner jenes Bruchs kann nämlich als die Summe eines constanten Theils und einer durch gleichzeitige Beobachtungen am *Bifilarmagnetometer* genau bekannten Variation dargestellt werden, wovon der constante Theil aus einer grösseren Anzahl dazu besonders gemachter Beobachtungen mit grosser Genauigkeit im voraus bestimmt werden kann. Dies vorausgesetzt bedarf es zu einer Inclinationsbestimmung für irgend eine Zeit nur einer einzigen zu dieser Zeit gemachten Beobachtungsreihe, durch welche der Zähler jenes Bruchs bestimmt wird, nebst einer gleichzeitig gemachten Beobachtung am Bifilarmagnetometer. Eine solche zu einer Inclinationsmessung genügende Beobachtungsreihe wird in 5 Minuten ausgeführt und die daraus erhaltene Inclination ist dann nur mit einer etwa 1' 36" betragenden Unsicherheit behaftet. Vier Beobachtungsreihen, welche wie in Tafel V B, C, D, E in 50 Minuten gemacht werden können, geben dann zusammen eine Inclinationsbestimmung, welche bloß etwa auf 48" unsicher ist. Zugleich wird auf diese Weise der Vortheil erlangt, dass der Inductor, nachdem der constante Theil des Nenners ein für allemal genau bestimmt worden ist, seine Stellung mit horizontaler Drehungsaxe immer unverändert beibehält, was eine

vollkommnere und festere Einrichtung gestattet, wie wenn der Apparat immer verstellbar bleiben muss.

Es kommen dabei jedoch noch die Änderungen des *Widerstands* in Betracht, welche der Kupferdraht des Inductors und Multiplicators bei *veränderlicher Temperatur* erleidet. Diese Änderungen sind aber mit Variationen des *logarithmischen Decrements* verbunden, und es lassen sich aus einer Reihe genauer Bestimmungen des logarithmischen Decrements bei verschiedenen Temperaturen Regeln nicht bloß zur Bestimmung des Einflusses der Temperatur auf die Grösse des logarithmischen Decrements selbst, sondern auch auf die Grösse des Widerstands ableiten. Nur bedarf es dazu genauerer Bestimmungen des logarithmischen Decrements, als nach der S. 11 angegebenen Regel erhalten werden, wobei nur *zwei* beobachtete Elongationsweiten benutzt wurden. Man übersieht aber leicht, dass diese in vielen Beziehungen wichtige Bestimmung des logarithmischen Decrements eine viel grössere Präcision erlangen kann, wenn dabei eine grössere Anzahl der beobachteten Elongationsweiten zu Hülfe genommen wird, wozu als Beispiel die Tafel II B, C, D, E angeführten Reihen dienen mögen.

Man beginne nämlich damit, den Ruhestand der Nadel für die Zeit aller einzelnen Beobachtungen genau zu bestimmen, indem man die beobachtete Elongation x_n der vorhergegangenen Elongation x_{n-1} um

$$\frac{1 - \theta^n}{2 - \theta^{n-1} - \theta^n} \cdot (x_n - x_{n-1})$$

nähert, wobei es genügt, für θ einen Näherungswerth zu gebrauchen, z. B. den S. 11 angegebenen, wonach $\log \frac{1}{\theta} = 0,075$, also $\log \theta = 9,925$ war. Hiernach sind die in folgender Tafel VII angeführten Ruhestände erhalten und mit ihrer Hülfe die entsprechenden Elongationsweiten $x_1, x_2, x_3 \dots$ genauer bestimmt worden, welche in der letzten Columne so angeführt sind, wie sie erhalten werden, wenn man die S. 12 angegebene Reduction berücksichtigt.

Tafel VII.

Nr.	Ruhestände.				Elongationsweiten.			
	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>
1.	1235,1	1234,4	1233,8	1233,7	$x_1 = 100,1$	100,5	101,1	100,1
2.	1235,8	1235,3	1235,0	1233,9	$x_2 = 183,0$	183,2	183,9	183,7
3.	1235,6	1235,0	1234,3	1233,3	$x_3 = 252,9$	252,9	253,3	253,3
4.	1235,5	1234,7	1234,1	1233,2	$x_4 = 311,9$	312,0	312,4	312,3
5.	1234,9	1234,8	1234,0	1233,1	$x_5 = 360,7$	361,5	361,9	361,6
6.	1234,9	1234,6	1233,9	1232,9	$x_6 = 402,8$	403,2	403,5	403,3
7.	1234,8	1234,5	1233,6	1232,6	$x_7 = 437,7$	438,0	438,1	437,9
8.	1234,6	1234,2	1233,2	1232,2	$x_8 = 467,0$	467,5	467,6	467,5
9.	1234,3	1233,9	1232,9	1231,9	$x_9 = 491,4$	491,9	492,0	491,9
10.	1233,9	1233,5	1232,5	1231,6	$x_{10} = 512,5$	513,0	513,1	512,9
11.	1234,0	1233,7	1232,6	1231,8	$x_{11} = 529,9$	530,4	530,5	530,4
12.	1233,5	1233,5	1232,5	1231,6	$x_{12} = 545,0$	545,3	545,3	545,3
13.	1233,6	1233,4	1232,5	1231,8	$x_{13} = 557,3$	557,5	557,6	557,6
14.	1233,5	1233,3	1232,5	1231,7	$x_{14} = 567,7$	567,9	567,9	567,9
15.	1233,6	1233,3	1232,6	1231,9	$x_{15} = 576,4$	576,6	576,6	576,7
16.	1233,4	1233,3	1232,3	1231,7	$x_{16} = 583,9$	583,9	584,1	584,1

Aus diesen Elongationsweiten ergeben sich nun unmittelbar nach der S. 11 angeführten Formel $\frac{1}{n} \log \frac{x_n}{x_{2n} - x_n}$ für jede Reihe 8 Werthe des logarithmischen Decrements, nämlich

	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>
$n = 1$	0,08188	0,08466	0,08672	0,07822
2	0,07610	0,07650	0,07784	0,07743
3	0,07572	0,07533	0,07566	0,07585
4	0,07585	0,07560	0,07595	0,07592
5	0,07518	0,07554	0,07581	0,07568
6	0,07536	0,07549	0,07569	0,07556
7	0,07532	0,07541	0,07547	0,07535
8	0,07519	0,07548	0,07544	0,07538

Aus diesen verschiedenen Bestimmungen erhält man, mit Rücksicht auf das verschiedene Gewicht, welches ihnen zukommt, den Mittelwerth des logarithmischen Decrements nach folgender Formel:

$$= \sum \frac{\frac{1 - 2\theta^n + \theta^{2n}}{2 + 2\theta^n + \theta^{2n}} \cdot n\theta^{2n}}{\sum \frac{1 - 2\theta^n + \theta^{2n}}{2 + 2\theta^n + \theta^{2n}} \cdot nn\theta^{2n}} \cdot \log \frac{x_n}{x_{2n} - x_n}$$

Für n unter dem Summationszeichen sind alle ganzen Zahlen von 1 bis 8 zu setzen. Für θ genügt immer derselbe Näherungswerth, nämlich $\log \theta = 9,925$, womit zur Abkürzung der Rechnung folgende Tafel gebildet wird

n	$\log \frac{\frac{1 - 2\theta^n + \theta^{2n}}{2 + 2\theta^n + \theta^{2n}} \cdot n\theta^{2n}}{\sum \frac{1 - 2\theta^n + \theta^{2n}}{2 + 2\theta^n + \theta^{2n}} \cdot nn\theta^{2n}}$
1	7,084
2	7,815
3	8,167
4	8,362
5	8,469
6	8,521
7	8,534
8	8,519

Hiernach ergibt sich der genauere Werth des logarithmischen Decrements

für B . . . 0,07536

— C . . . 0,07552

— D . . . 0,07564

— E . . . 0,07558.

Die kleinen Differenzen, welche zwischen diesen aus den einzelnen Beobachtungsreihen berechneten Werthen statt finden, können als ein Zeugniß der Genauigkeit betrachtet werden, welche dem aus allen 4 Reihen abgeleiteten Mittelwerthe des logarithmischen Decrements

$$= 0,07552$$

zukommt. Berechnet man die beobachteten Elongationsweiten Tafel VII nach der Methode der kleinsten Quadrate, so erhält man für die Reihen B, C, D, E

$$x_n = 622,388 (1 - 0,840633^n)$$

$$x_n = 622,249 (1 - 0,840289^n)$$

$$x_n = 621,846 (1 - 0,839894^n)$$

$$x_n = 622,147 (1 - 0,840167^n).$$

folglich den Werth des logarithmischen Decrements

für B . . . 0,07539

— C . . . 0,07557

— D . . . 0,07577

— E . . . 0,07563

wovon das Mittel nur um 7 Einheiten in der letzten Decimale von dem oben gefundenen abweicht. Berechnet man nach diesen Formeln die Werthe aller einzelnen Elongationsweiten und zieht dieselben von den beobachteten Werthen Tafel VII ab, so erhält man folgende Tafel von Differenzen, welche als Beobachtungsfehler zu betrachten sind.

B	C	D	E
+ 0,9	+ 1,1	+ 1,5	+ 0,7
+ 0,4	+ 0,3	+ 0,7	+ 0,7
+ 0,2	— 0,1	— 0,1	+ 0,1
+ 0,3	0,0	0,0	+ 0,1
— 0,4	— 0,1	0,0	— 0,1
0,0	0,0	0,0	0,0
0,0	— 0,2	— 0,4	— 0,4
— 0,2	— 0,1	— 0,3	— 0,2
— 0,5	— 0,4	— 0,5	— 0,5
— 0,2	0,0	— 0,1	— 0,2
— 0,3	— 0,1	— 0,1	— 0,1
+ 0,1	+ 0,2	+ 0,1	+ 0,1
+ 0,1	0,0	+ 0,1	— 0,5
+ 0,1	+ 0,1	+ 0,1	+ 0,1
+ 0,1	+ 0,1	+ 0,1	+ 0,2
+ 0,2	+ 0,1	+ 0,4	+ 0,3

Endlich möge das aus obigen Beobachtungen gefundene Resultat mit den Resultaten der vor 10 und vor 46 Jahren von Gauss und Humboldt in Göttingen ausgeführten Inclinationsmessungen verglichen werden, wozu es aber vorher noch einer kleinen Correction bedarf, welche daher rührt, dass die erdmagnetische Kraft am Orte des Inductors während der Beobachtungen mit einem geringen Localeinflusse behaftet war, der von der *Magnetometernadel* ausging. Bei der Beschränktheit des Raumes nämlich, wo die Beobachtungen gemacht wurden, konnte der Multiplicator mit der Magnetometernadel von dem Orte des Inductors nicht so weit entfernt werden, als zur Beseitigung dieses

Einflusses nöthig gewesen wäre; es liessen sich aber alle Elemente zur Ermittlung dieses Einflusses leicht bestimmen, wobei auch die kleine Verrückung des Inductors, wenn seine Drehungsaxe bald horizontal bald vertical gestellt wurde, berücksichtigt worden ist. Es betrug nämlich

1) bei *horizontaler* Stellung der Drehungsaxe der Abstand von der Mitte des Inductors bis zur Mitte der Magnetometernadel

3618 Millimeter senkrecht auf den magnetischen Meridian nach Westen,

666 Millimeter parallel dem magnetischen Meridian nach Süden,

590 Millimeter senkrecht nach oben;

2) bei *verticaler* Stellung der Drehungsaxe waren dieselben Abstände

3618 Millimeter

968 Millimeter

293 Millimeter.

Fügt man hinzu, dass das magnetische Moment der Nadel nach absolutem Maasse (Millimeter, Milligramm und Secunde zu Grundmaassen der Länge, Masse und Zeit genommen)

101 Millionen

betrug, und dass die magnetische Axe der Nadel im magnetischen Meridian horizontal gerichtet war; so lässt sich der von der Nadel an den angegebenen Orten ausgeübte Localeinfluss nach den von Gauss in den „Resultaten aus den Beob. d. magn. V. im Jahre 1840“ S. 33 angegebenen Regeln bestimmen und es ergiebt sich daraus, dass die Inclination ohne diesen Einfluss, statt $67^{\circ} 19' 43''$, im Jahre

1852 Aug. 7 $67^{\circ} 18' 38''$

gefunden worden sein würde.

Hiermit können nun die von Gauss in den „Resultaten a. d. Beob. d. magn. Vereins“ bestimmten Inclinationen, nämlich

1841 Oct. 8 $67^{\circ} 42' 43''$

1842 Jun. 21 $67^{\circ} 39' 39''$

verglichen werden, woraus sich die mittlere jährliche Abnahme für den 10-jährigen Zeitraum von 1842 bis 1852 ergiebt

= $2' 9''$.

Dagegen hatte die schon von Gauss gegebene Zusammenstellung der von

Humboldt und Forbes gemachten Messungen nämlich:

1805 Dec.	69° 29'	} Humboldt
1826 Sept.	68° 29' 26"	
1837 Jul. 1	67° 47' 0"	} Forbes
— — —	67° 53' 30"	

mit den seinigen die mittlere jährliche Abnahme der Inclination in Göttingen für den 36jährigen Zeitraum von 1806 bis 1842

$$= 3' 2'' 3$$

ergeben. Die jährliche Abnahme der Inclination in Göttingen ist also, übereinstimmend mit Hansteen's Untersuchungen über die Beobachtungen an andern europäischen Orten, kleiner geworden. Bezeichnet man mit t die Jahreszahl und mit I die zugehörige Inclination, so kann man

$$I = 67^{\circ} 23' 43'' - 122'' 29 (t - 1850) + 1'' 337 (t - 1850)^2$$

setzen, woraus sich folgende Vergleichung beobachteter und berechneter Werthe ergibt:

	beobachtet	berechnet	Unterschied
1805 Dec.	69° 29'	69° 36' 43"	— 7' 43"
1826 Sept.	68 29 26"	68 23 17	+ 6' 9"
1837 Jul. 1	67 47 0	67 52 41	— 5' 41"
— — —	67 53 30	67 52 41	+ 0' 49"
1841 Oct. 8	67 42 43	67 42 0	+ 0' 43"
1842 Jun. 21	67 39 39	67 40 18	— 0' 39"
1852 Aug. 7	67 18 38	67 18 34	+ 0' 4"

Es wird hiernach die jährliche Abnahme der Inclination in Göttingen in 22 bis 23 Jahren um 1 Minute kleiner und beträgt etwa im Jahre

1828 . . . 3 Minuten

1850 . . . 2 —

1873 . . . 1 —

1895 . . . 0 —

Es würde hiernach also zu erwarten sein, dass die Inclination in Göttingen bis zum Jahre 1895 abnehme, wo sie das Minimum von

$$66^{\circ} 37' 7''$$

erreiche, und dass sie von da an wieder zunehmen werde.

Die vorhergehende Untersuchung lehrt

- 1) dass die durch Vermittelung der Induction mit dem Magnetometer gemachten Inclinationsbestimmungen an Präcision auch den durch die sorgfältigsten Beobachtungen mit den besten bisherigen Inclinatorien gewonnenen Resultaten nicht nachstehen;
- 2) dass dadurch eine grosse Erleichterung und Vereinfachung für die Ausführung der Messungen gewonnen wird;
- 3) endlich dass durch Combination einer grösseren Anzahl solcher zu allen Tages- und Nachtzeiten anstellbaren Beobachtungen die Bestimmung der Inclination von dem Einflusse der täglichen Variationen unabhängig erhalten werden kann, was für die Erforschung der Säcular-Variationen wichtig ist und mit den bisher gebrauchten Instrumenten nicht erreichbar war.

Es lässt sich hieraus die Anwendung ziehen, dass den bisherigen Inclinatorien ihre Vorzüge als transportable, und daher auf Reisen besonders brauchbare Instrumente, bleiben werden; dass aber in festen Observatorien, wo zu allen übrigen Messungen schon Magnetometer benutzt werden, die Vermittelung der Induction zu *magnetometrischen Inclinationsbestimmungen* durch Vereinfachung der Arbeit und Gleichförmigkeit in der Behandlung aller 3 Elemente des Erdmagnetismus grosse Vortheile bietet.

II.

Über die aus der Anwendung der elektromagnetischen und magnetelektrischen Gesetze auf das Inductions-Magnetometer entspringenden Relationen.

Die im vorigen Abschnitte erörterte Messung der Inclination kann zwar als eine sehr wichtige Anwendung des Inductions-Magnetometers betrachtet werden; es ist aber sein Gebrauch keineswegs darauf beschränkt. Eben so wichtig wie sein *magnetischer* Gebrauch ist nämlich auch sein *galvanischer*; nur bedarf letzterer einer näheren Entwicklung der aus der Anwendung der elektromagnetischen und magnetelektrischen Gesetze auf das Inductions-Magneto-

meter entspringenden Relationen. Bei obiger Inclinationsmessung sind nämlich bloß die am Inductions-Magnetometer beobachteten *Elongationsweiten* betrachtet worden und es konnte daraus die Inclination bestimmt werden, ohne dass es nöthig war, die Verhältnisse näher zu erörtern, von denen jene Elongationsweiten abhängig waren. Diese Verhältnisse blieben nämlich bei den verschiedenen Beobachtungen unverändert und eliminirten sich bei ihrer Vergleichung. Bei andern Anwendungen, namentlich den *galvanischen*, findet aber nicht dasselbe statt und es wird alsdann eine genaue Erörterung jener Verhältnisse nothwendig, welche um so mehr hier einen Platz verdient, als sie auch auf obige Inclinationsmessung eine Anwendung gestattet; denn es leuchtet ein, dass für letztere die bloße Kenntniss des Resultats, die ohnedem gewonnen werden kann, nicht genügt, sondern dass auch Einsicht und Rechenschaft von allen einzelnen Momenten, von welchen die Genauigkeit und Sicherheit des Resultats abhängt, verlangt werden muss, wozu eine nähere Untersuchung jener Verhältnisse erforderlich ist.

Wir beginnen mit der Betrachtung einiger allgemeinen Verhältnisse, von denen die Möglichkeit genauer Messungen mit dem Inductions-Magnetometer abhängt. Diese beruht hauptsächlich auf Erfüllung zweier Bedingungen, nämlich 1) der Unveränderlichkeit der Kette während aller Beobachtungen, 2) der Grösse der Wirkung, welche der inducirende Erdmagnetismus bei *einfachem* Inductionsstosse hervorbringt.

Das hier betrachtete *Inductions-Magnetometer* unterscheidet sich von dem in den „Resultaten aus den Beob. d. magn. V. im Jahre 1837“ beschriebenen *Inductions-Inclinatorium* wesentlich dadurch, dass Inductor und Multiplikator, welche dort in einem Ringe vereinigt waren, hier von einander getrennt sind und dass, statt dort eine *continuirliche* Drehung des vereinigten Inductors und Multiplikators um die von ihnen umschlossene Boussole statt fand, hier bloß eine *halbe Umdrehung* des Inductors nöthig ist, welche jedesmal dann, wenn die im Multiplikator schwingende Nadel durch den magnetischen Meridian geht, erfolgt. Beide Instrumente kommen also darin überein, dass die *erste* Bedingung, die Unveränderlichkeit der Kette bei allen Beobachtungen, erfüllt ist, bei dem *Inductions-Inclinatorium* dadurch, dass die Drehung des Multiplikators den Dienst eines in die Kette eingeschalteten Commutators vertritt; bei dem *Induc-*

tions-Magnetometer dadurch, dass schon die von einem *einfachen* Inductionsstoss hervorgebrachte Elongation zu feinen Messungen genügt und daher keine Verstärkung durch schnelle Wiederholung der Inductionsstösse, zwischen denen sonst eine Commutation statt finden müsste, bedarf. Bei dem letzteren ist es also die Erfüllung der *zweiten* Bedingung, nämlich der Grösse der Wirkung, welche der inducirende Erdmagnetismus bei *einfachem* Inductionsstosse hervorbringt, wodurch zugleich auch der ersten, nämlich der Unveränderlichkeit der Kette, mitgenügt wird. Die Anwendung solcher *einfachen* Inductionsstösse, wenn sie für die Messung stark genug sind, gewähren ausserdem aber bei dem Inductions-Magnetometer noch den besondern Nutzen, dass ihre Wirkung ein unmittelbares Maass des inducirenden Magnetismus giebt, *unabhängig von der Drehungsgeschwindigkeit des Inductors*.

Ausser dem Inductions-Inclinatorium und dem Inductions-Magnetometer ist noch eine *dritte* Einrichtung möglich, welche ich das *Inductions-Galvanometer* nennen will, die beiden vorzuziehen sein würde, wenn ihr gleiche Empfindlichkeit für *einfache* Inductionsstösse gegeben werden könnte, wie dem Inductions-Magnetometer, nämlich eine Einrichtung, bei welcher die Hülfe einer Magnetnadel und die mit ihrem Gebrauche verbundenen complicirten Relationen ihrer Wechselwirkung mit dem Multiplicator ganz beseitigt werden können. Man könnte nämlich, statt den inducirten Strom vom Multiplicator auf eine Magnetnadel wirken zu lassen und die Ablenkung der letztern zu beobachten, den Multiplicator selbst *bifilar* (auf ähnliche Weise wie beim Elektrodynamometer „Abhandlungen über elektrodynamische Maassbestimmungen.“ Leipzig 1852 I) an zwei Leitungsdrähten aufhängen, durch welche der inducirte Strom ein- und ausgeht, und die dann vom Erdmagnetismus hervorgebrachte Drehung des Multiplicators beobachten. Für dieses *Inductions-Galvanometer* sollen nun ebenso wie für das Inductions-Magnetometer die aus den elektromagnetischen und magnetelektrischen Gesetzen sich ergebenden Relationen entwickelt werden, woraus von selbst erhellen wird, warum das Inductions-Magnetometer den Vorzug verdient und das Inductions-Galvanometer nicht zur praktischen Anwendung bei Inclinationsmessungen gebracht werden könne.

Wir fassen von den Gesetzen des *Elektromagnetismus* und der *Magnetelektricität* dasjenige, was zu den folgenden Betrachtungen erforderlich ist,

kurz zusammen 1) in dem Gesetze der *elektromotorischen Kraft* eines Inductionsstosses; 2) in dem Gesetze der Drehungs-Geschwindigkeit, welche einem Ringe, während der durch einen Inductionsstoss inducirte Strom hindurchgeht, von dem Erdmagnetismus ertheilt wird, 3) in dem Gesetze der Drehungs-Geschwindigkeit, welche einer Magnetnadel vom Multiplicator, während der durch einen Inductionsstoss inducirte Strom durchgeht, ertheilt wird.

1.

Gesetz der elektromotorischen Kraft eines Inductionsstosses.

Die rechtwinklichte Projection jeder (als kreisförmig angenommenen) Umwindung des Inductors auf eine gegen die Richtung der erdmagnetischen Kraft senkrechte Ebene bildet eine geschlossene Linie und die Summe der von allen diesen Linien umschlossenen Flächenräume werde mit S bezeichnet, wo S in verschiedenen Augenblicken der Zeit t , während welcher der Inductor gedreht wird, verschiedene Werthe besitzt, also eine Function von t ist. Die Werthe von S , welche dem Anfang und Ende eines Inductionsstosses entsprechen, sollen mit S^0 und S' bezeichnet werden. Alsdann wird die elektromotorische Kraft, welche von der erdmagnetischen Kraft T am Ende des Zeitraums t auf den gedachten Inductor ausgeübt wird, durch

$$T \cdot \frac{dS}{dt}$$

dargestellt, und hieraus folgt das Gesetz der elektromotorischen Kraft eines ganzen Inductionsstosses E

$$E = T \int \frac{dS}{dt} dt = T (S' - S^0).$$

Bilden nun alle Umwindungen des Inductors parallele Kreise, deren Mittelpunkte in einer auf die Kreisebene senkrechten geraden Linie liegen, welche die *Axe des Inductors* heisst, so leuchtet ein, dass die von der Projection jeder Umwindung umschlossene Fläche ein Maximum oder Minimum ist, wenn das Perpendikel der Projectionsebene (d. i. die Richtung der erdmagnetischen Kraft) der *Axe des Inductors* parallel ist, und dass dieser Maximum- oder Minimumwerth $= \pm \pi r^2$ ist, wenn r den Halbmesser der Umwindung bezeichnet. Wenn aber die Richtung der erdmagnetischen Kraft mit der Inductoraxe einen

Winkel $= \varphi$ bildet, so ist die von der Projection jeder Umwindung umschlossene Fläche $= \pi r r \cos \varphi$. Bezeichnet man daher die Werthe von φ am Anfang und Ende eines Inductionsstosses mit φ^0 und φ' , so erhält man für die elektromotorische Kraft des ganzen Inductionsstosses

$$T (S' - S^0) = \pi T (\cos \varphi' - \cos \varphi^0) \cdot \Sigma r r.$$

Nun wird aber die Inductoraxe bei jedem Inductionsstosse um 180° gedreht, woraus sich $\cos \varphi' = -\cos \varphi^0$ ergibt, folglich

$$T (S' - S^0) = 2\pi T \cos \varphi' \cdot \Sigma r r.$$

Zerlegt man die erdmagnetische Kraft T in zwei Theile, nämlich nach der Richtung, welche die Inductoraxe am Ende des Inductionsstosses hat, und nach einer darauf senkrechten Richtung, und bezeichnet diese beiden Theile mit T' und T'' , so ist

$$\begin{aligned} T' &= T \cos \varphi' \\ T'' &= T \sin \varphi' \end{aligned}$$

folglich $T (S' - S^0) = 2\pi T' \cdot \Sigma r r$,

wo T' der *inducirende* Theil der erdmagnetischen Kraft heissen möge.

Nach dieser Bestimmung der elektromotorischen Kraft eines Inductionsstosses und nach dem Ohmschen Gesetze, lässt sich die Intensität des inducirten Stromes bestimmen; da nämlich die elektromotorische Kraft $= T \cdot \frac{dS}{dt}$ ist, so wird die Stromintensität i , wenn der Widerstand durch W bezeichnet wird, dargestellt durch

$$i = \frac{T}{W} \cdot \frac{dS}{dt}$$

folglich der Integralwerth des von einem Inductionsstosse hervorgebrachten Stroms durch

$$\int i dt = \frac{T}{W} \cdot \int \frac{dS}{dt} dt = \frac{T}{W} \cdot (S' - S^0) = \frac{2\pi T'}{W} \cdot \Sigma r r.$$

2.

Gesetz der Drehungsgeschwindigkeit, welche einem Ringe, während der durch einen Inductionstoss inducirte Strom hindurchgeht, von dem Erdmagnetismus ertheilt wird.

Wird der um seinen verticalen Durchmesser drehbare Ring, wie der Inductor, von parallelen Drahtwindungen gebildet, und haben diese Draht-

windungen im Augenblicke des Inductionsstosses eine dem magnetischen Meridiane parallele Lage; so übt der horizontale Theil der erdmagnetischen Kraft $= T_h$ auf den Ring ein Drehungsmoment aus, welches durch das Product dreier Factoren

$$T_h \cdot s \cdot i$$

ausgedrückt wird, wo i die Intensität des inducirten Stroms und s die Summe der Flächen, welche die rechtwinklichte Projection jeder Umwindung auf die Ebene des magnetischen Meridians umschliesst, bezeichnet. Der Quotient dieses Drehungsmoments, mit dem Trägheitsmoment des Rings K dividirt, giebt die *Beschleunigung der Drehungsgeschwindigkeit*

$$= \frac{T_h \cdot si}{K},$$

woraus die durch den ganzen Inductionsstoss hervorbrachte Änderung der Drehungsgeschwindigkeit

$$= \frac{T_h s}{K} \cdot \int i dt$$

erhalten wird, wenn die Integration auf die ganze Dauer des Inductionsstosses erstreckt wird. Substituirt man hierin für $\int i dt$ den am Ende des vorigen Artikels gefundenen Werth, so ist die von einem Inductionsstosse hervorbrachte Drehungsgeschwindigkeit des Rings

$$\frac{T_h s}{K} \cdot \int i dt = \frac{2\pi T_h T' s}{KW} \cdot \sum rr.$$

Setzt man hierin endlich

$$s = \pi \cdot \sum r' r'$$

wo r' den Halbmesser einer Windung des Rings bezeichnet, so erhält man für die gesuchte Drehungsgeschwindigkeit folgenden Werth:

$$\frac{2\pi\pi T_h T'}{KW} \cdot \sum rr \cdot \sum r' r'.$$

3.

Gesetz der Drehungsgeschwindigkeit,
welche einer Magnetnadel vom Multiplicator ertheilt wird, während der durch einen Inductionsstoss inducirte Strom durch den Multiplicator geht.

Wenn alle Umwindungen des Multiplicators parallele Kreise von einem gegen die Länge der Magnetnadel sehr grossen Halbmesser $= r''$ bilden, denen

die magnetische Axe der Nadel parallel gerichtet ist; so übt jedes Längenelement α einer solchen Umwindung auf die Nadel, deren Mittelpunkt mit dem der Umwindung in einer auf die Ebene der letztern senkrechten Linie liegt, während der Strom i durchgeht, ein Drehungsmoment aus

$$= i \frac{\alpha M \cos \theta^2}{r'' r''},$$

wo M das magnetische Moment der Nadel und θ den Winkel bezeichnet, welchen die beiden Richtungen, von α nach den Mittelpunkten der Windung und der Nadel, mit einander bilden. Hieraus folgt das von der ganzen Windung ausgeübte Drehungsmoment.

$$= 2\pi i \cdot \frac{M \cos \theta^2}{r''}$$

und das vom ganzen Multiplicator

$$= 2\pi i \cdot \sum \frac{M \cos \theta^2}{r''}.$$

Hiebei ist eine sehr kleine Nadel im Mittelpunkte des Multiplicators vorausgesetzt. Wird eine grössere Nadel angewendet, so muss für den Factor $\sum \frac{M \cos \theta^2}{r''}$ ein complicirterer, von der Vertheilung des Magnetismus in der

Nadel abhängiger, Ausdruck substituirt werden. Es ist jedoch nicht nöthig, diesen Ausdruck zu entwickeln, weil derselbe bei allen folgenden Anwendungen eliminirt wird.

Dieses Drehungsmoment, mit dem Trägheitsmoment der Nadel k dividirt, giebt die *Beschleunigung der Drehungsgeschwindigkeit*

$$= \frac{2\pi i}{k} \cdot \sum \frac{M \cos \theta^2}{r''},$$

woraus die vom ganzen Inductionsstoss hervorgebrachte *Änderung der Drehungsgeschwindigkeit der Nadel*

$$= \frac{2\pi}{k} \cdot \int i dt \cdot \sum \frac{M \cos \theta^2}{r''},$$

oder, weil $\int i dt = \frac{2\pi T'}{W} \cdot \sum rr$, nach Art. 1,

$$= \frac{4\pi\pi T'}{kW} \cdot \sum rr \cdot \sum \frac{M \cos \theta^2}{r''}.$$

Durch die in diesem und im vorigen Artikel angeführten Gesetze ist die unmittelbare Wirkung eines Inductionsstosses auf den Galvanometerring und die Magnetometernadel bestimmt worden, welche in der Hervorbringung einer bestimmten *Drehungsgeschwindigkeit* besteht. Diese Drehungsgeschwindigkeit kann aber nicht unmittelbar beobachtet und gemessen werden, sondern nur der dadurch hervorgebrachte *Ausschlag* oder die *Elongationsweite*, d. i. der in Folge der ertheilten Drehungsgeschwindigkeit in der halben Schwingungsdauer zurückgelegte Bogen, nämlich bis zu dem Augenblicke, wo jene Drehungsgeschwindigkeit durch die fortwirkende Directionskraft und Dämpfungskraft wieder aufgehoben worden ist. Um also die theoretische Betrachtung beider Instrumente mit den Beobachtungen zu verknüpfen, muss noch der Zusammenhang zwischen jener dem Ringe oder der Nadel ertheilten Drehungsgeschwindigkeit mit der darauf folgenden Elongationsweite entwickelt werden.

4.

Elongationsweite des Galvanometerrings in Folge der in der Ruhelage ihm ertheilten Drehungsgeschwindigkeit.

Die allgemeine Gleichung für die Schwingungsbewegung unter dem Einfluss einer Directionskraft D hat die Form

$$0 = \frac{ddx}{dt^2} + \frac{D}{K}(x - p),$$

wo x den den Stand des schwingenden Körpers für die Zeit t bezeichnenden Skalentheil, p den dem Ruhestande entsprechenden Skalentheil und K das Trägheitsmoment des schwingenden Körpers bedeuten. Diese allgemeine Gleichung findet nun bei einem bifilar aufgehängenen Galvanometerringe Anwendung, welcher nach Art. 2 durch einen Inductionsstoss eine bestimmte Drehungsgeschwindigkeit erhalten hat. Das vollständige Integral dieser Gleichung ist

$$x = p + A \sin \sqrt{\frac{D}{K}} \cdot (t - B),$$

wo A und B die beiden durch die Integration eingeführten arbiträren Constanten bedeuten. Der Ring macht also periodische Oscillationen um den Punkt p , dabei ist die grösste Abweichung von der Mitte oder die halbe

Amplitude constant $= A$, und das Argument der periodischen Function schreitet mit der Geschwindigkeit $= \sqrt{\frac{D}{K}}$ fort; folglich ist die Zeit, in welcher es um π fortschreitet, d. i. die Schwingungsdauer, $= \pi \sqrt{\frac{K}{D}}$. Bezeichnet man diese Schwingungsdauer mit τ , so ist

$$x = p + A \sin \frac{\pi}{\tau} (t - B)$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\pi}{\tau} A \cos \frac{\pi}{\tau} (t - B).$$

Der Augenblick, wo $x = p$ ist, d. i. wo der Stand des schwingenden Rings mit dem Ruhestande zusammenfällt, wird hiernach durch die Gleichung

$$\sin \frac{\pi}{\tau} (t - B) = 0 \text{ oder } \cos \frac{\pi}{\tau} (t - B) = \pm 1 \text{ gefunden, woraus folgt,}$$

dass in diesem Augenblicke die Drehungsgeschwindigkeit $\frac{dx}{dt} = \pm \frac{\pi}{\tau} A$ ist.

Wenn also dem Ringe in dem Augenblicke, wo er in Ruhe und der Stand $x = p$ war, durch einen Inductionstoss die Art. 2 bestimmte Drehungsgeschwindigkeit ertheilt worden ist; so wird für die darauf folgende Schwingungsbewegung

$$\frac{\pi}{\tau} A = 2\pi\pi \frac{T_h T'}{KW} \cdot \Sigma rr \cdot \Sigma r' r',$$

folglich

$$x = p + 2\pi\tau \frac{T_h T'}{KW} \cdot \Sigma rr \cdot \Sigma r' r' \cdot \sin \frac{\pi}{\tau} (t - B).$$

Die grösste Abweichung des Rings von dem Ruhestande p , d. i. die gesuchte *Elongationsweite*, findet dann in demjenigen Augenblicke statt, wo

$$\sin \frac{\pi}{\tau} (t - B) = \pm 1, \text{ und wird hieraus gefunden}$$

$$= 2\pi\tau \frac{T_h T'}{KW} \cdot \Sigma rr \cdot \Sigma r' r'.$$

In diesem Ausdruck der *Elongationsweite* des durch einen Inductionstoss in Schwingung gesetzten Rings kann nun zunächst für τ folgende nähere Bestimmung gegeben werden. Es ist nämlich die aus der bifilaren Aufhän-

gung eines Gewichts G (hier also des Rings) entspringende Directionskraft D , wie bekannt, durch die Formel gegeben

$$D = \frac{ff'G}{4h},$$

wo f den Abstand der Aufhängungsdrähte bei den untern, f' bei den obern Enden, h die Höhe der obern Befestigung über der untern bedeutet (vergl. „Resultate aus den Beob. d. magn. V. im Jahre 1840“ S. 6). Nun war aber die Schwingungsdauer τ durch die Gleichung gegeben

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{K}{D}},$$

folglich ist, wenn man für D obigen Werth setzt,

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{hK}{ff'G}},$$

also die *Elongationsweite*

$$= 4\pi\pi \frac{T_h T'}{W} \cdot \sqrt{\frac{h}{ff'GK}} \cdot \Sigma rr \cdot \Sigma r'r'.$$

Es geht hieraus hervor, dass die Elongationsweite bei demselben Drahte und gleichen Windungen desto grösser ist, je kleiner G und K sind. Es ist daher am günstigsten, wenn G und K blos aus dem Gewichte und dem Trägheitsmomente jenes Drahts bestehen, und jede Vergrösserung durch Rahmen, Spiegel u. s. w. möglichst vermieden wird. Ferner ist es günstig, wenn der Draht so gewunden wird, dass sämtliche Kreise einer durch die Drehungsaxe gelegten Ebene möglichst nahe liegen und fast gleiche Halbmesser r' haben. Bezeichnet n' die Zahl der Umwindungen, so wird dann

$$\Sigma r'r' = n'r'r'$$

$$G = 2n'\pi g \varrho s'r'$$

$$K = n'\pi \varrho s'r'^3,$$

wo g die Schwere, ϱ die Dichtigkeit des Kupfers und s' den Querschnitt des Drahts bezeichnet. Der Ausdruck der *Elongationsweite* wird dann

$$= \frac{2\pi T_h T'}{\varrho s' W} \sqrt{\frac{2h}{ff'g}} \cdot \Sigma rr.$$

Ferner kann der Widerstand W nach den Ohmschen Gesetzen näher bestimmt werden. Theilt man nämlich den Widerstand der ganzen Kette in 3 Theile,

wovon u dem Inductor, v dem Ringe und $2\pi ac$ den beiden Aufhängungs- und übrigen Verbindungsdrähten angehört, und bezeichnet c den specifischen Widerstand des Kupfers, so ist nach den Ohmschen Gesetzen

$$u = \frac{2n\pi rc}{s}, \quad v = \frac{2n'\pi r'c}{s'},$$

wo $2n\pi r$ die Länge und s den Querschnitt des Inductordrahts bezeichnet, folglich

$$W = 2\pi c \left(a + \frac{nr}{s} + \frac{n'r'}{s'} \right).$$

Durch diese Substitution erhält man die *Elongationsweite*

$$= \frac{T_h T' \cdot \Sigma rr}{gc} \sqrt{\frac{2h}{ff'g}} \cdot \frac{1}{s' \left(a + \frac{nr}{s} + \frac{n'r'}{s'} \right)}.$$

Für einen gegebenen *Inductordraht* hängt dieser Werth bloß von der Grösse

$$s' \left(a + \frac{nr}{s} \right) + n'r'$$

ab, welche ein Minimum sein muss, wenn die *Elongationsweite* ein Maximum sein soll, woraus für eine gegebene Masse des Rings (oder für einen gegebenen Werth von $n'r's'$) die Regel folgt

$$a + \frac{nr}{s} = \frac{n'r'}{s'},$$

d. h. der Widerstand des Ringdrahts soll der Summe der Widerstände des Inductordrahts, der beiden Aufhängungs- und übrigen Verbindungsdrähte gleich sein. Hiernach ist also bei einer für den Ring gegebenen Kupfermasse die Länge und Stärke des daraus zu bildenden Drahts zu bestimmen.

Vorausgesetzt, dass diese Bedingung erfüllt sei, so ist die *Elongationsweite*

$$= \frac{T_h T' \cdot \Sigma rr}{gc s' \left(a + \frac{nr}{s} \right)} \sqrt{\frac{h}{2ff'g}},$$

oder wenn die gegebene Masse des Rings mit $2\pi g P'$ bezeichnet wird,

$$= \frac{T_h T' \cdot \Sigma rr}{gc} \sqrt{\frac{h}{2ff'g \left(a + \frac{nr}{s} \right) P'}}.$$

woraus die Elongationsweite desto grösser erhalten wird, je kleiner die zum Ring verwandte Kupfermasse ist. Ist endlich diese Masse gegeben und daraus die Länge des Drahts bestimmt worden, so ist es für die Elongationsweite gleichgültig, ob aus diesem Drahte eine grössere Zahl von kleineren Umwindungen oder eine kleinere Zahl von grösseren Umwindungen gebildet wird.

5.

Elongationsweite der Magnetometernadel in Folge der in der Ruhelage ihr ertheilten Drehungsgeschwindigkeit.

Wenn eine in einem geschlossenen Multiplicator aufgehängene Magnetnadel schwingt, so werden nach magnetelektrischem Gesetze in dem Multiplicator Ströme inducirt, welche eine der Bewegung in jedem Augenblicke entgegen wirkende Kraft auf die Nadel ausüben. Die allgemeine Gleichung der Schwingungsbewegung hat alsdann folgende Form

$$0 = \frac{ddx}{dt^2} + \frac{D}{k} (x - p) + \frac{\Delta}{k} \cdot \frac{dx}{dt},$$

wo x den den Stand der Nadel für die Zeit t bezeichnenden, p den dem Ruhestand entsprechenden Skalentheil bedeuten, D und Δ hingegen die magnetische Directionskraft und jene retardirende Kraft, k endlich das Trägheitsmoment der Nadel. Diese allgemeine Gleichung findet nun auch bei einer solchen Nadel Anwendung, welche sich im Ruhestande befunden hatte und nach Art. 3 durch einen Inductionstoss die dort bestimmte Drehungsgeschwindigkeit erhalten hat. Das vollständige Integral dieser Gleichung ist

$$x = p + Ae^{-\frac{1}{2} \frac{\Delta}{k} t} \cdot \sin \sqrt{\left(\frac{D}{k} - \frac{1}{4} \frac{\Delta\Delta}{kk}\right)} (t - B),$$

wo e die Basis der natürlichen Logarithmen, A und B die beiden durch die Integration eingeführten arbiträren Constanten bedeuten. Die Nadel macht also periodische Oscillationen um den Punkt p , wobei aber die Elongationsweite in geometrischer Progression abnimmt. Die Geschwindigkeit, mit welcher das Argument der periodischen Function fortschreitet, ist $= \sqrt{\left(\frac{D}{k} - \frac{1}{4} \frac{\Delta\Delta}{kk}\right)}$,

folglich die Zeit, in welcher es um π fortschreitet, d. i. die Schwingungsdauer τ ,

$$\tau = \frac{\pi}{\sqrt{\left(\frac{D}{k} - \frac{1}{4} \frac{\Delta\Delta}{kk}\right)}}$$

Substituirt man diesen Werth und bezeichnet die der Schwingungsdauer entsprechende Abnahme des Exponenten der geometrischen Progression $= \frac{1}{2} \frac{D}{k} \tau$ mit λ , so ist

$$x = p + Ae^{-\frac{\lambda}{\tau} t} \cdot \sin \frac{\pi}{\tau} (t - B)$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\pi}{\tau} Ae^{-\frac{\lambda}{\tau} t} \cdot \cos \frac{\pi}{\tau} (t - B) - \frac{\lambda}{\tau} Ae^{-\frac{\lambda}{\tau} t} \cdot \sin \frac{\pi}{\tau} (t - B).$$

Der Augenblick, wo $x = p$ ist, d. i. wo der Stand der schwingenden Nadel mit dem Ruhestande zusammen fällt, wird durch $\sin \frac{\pi}{\tau} (t - B) = 0$ oder $\cos \frac{\pi}{\tau} (t - B) = \pm 1$ bestimmt, woraus folgt, dass die Drehungsgeschwindigkeit $\frac{dx}{dt}$ der Nadel in diesem Augenblicke, wenn n die ganze Zahl der verflossenen Schwingungen bedeutet

$$= \pm \frac{\pi}{\tau} Ae^{-\frac{\lambda}{\tau} (n\tau + B)}$$

ist. Wenn also der Nadel in einem Augenblicke, wo sie beim Stande $x = p$ in Ruhe war, durch einen Inductionsstoss die Art. 3 bestimmte Drehungsgeschwindigkeit ertheilt worden ist, so ist für die von diesem Augenblicke an beginnende Schwingungsbewegung

$$\frac{\pi}{\tau} Ae^{-\frac{\lambda}{\tau} B} = \frac{4\pi\pi T'}{kW} \cdot \sum rr \cdot \sum \frac{M \cos \theta^2}{r''}$$

also

$$x = p + \frac{4\pi\tau T'}{kW} \cdot \sum rr \cdot \sum \frac{M \cos \theta^2}{r''} \cdot e^{-\frac{\lambda}{\tau} (t - B)} \cdot \sin \frac{\pi}{\tau} (t - B).$$

Die grösste Abweichung der Nadel von dem Ruhestande p , d. i. die gesuchte

Elongationsweite, findet dann in demjenigen Augenblicke statt, für welchen $t - B$ den kleinsten positiven Werth hat, bei welchem

$$e^{-\frac{\lambda}{\tau}(t-B)} \cdot \sin \frac{\pi}{\tau}(t-B) = \text{Maximum}$$

ist, nämlich $t - B = \frac{\tau}{\pi} \arctan \frac{\pi}{\lambda}$; in diesem Augenblicke ist aber die *Elongationsweite*

$$= \frac{4\pi\pi e^{-\frac{\lambda}{\pi} \arctan \frac{\pi}{\lambda}}}{\sqrt{(\pi\pi + \lambda\lambda)}} \cdot \frac{\tau T'}{kW} \cdot \sum rr \cdot \sum \frac{M \cos \theta^2}{r''}.$$

Wenn nun nach der Art. 3. gemachten Voraussetzung der Halbmesser aller Umwindungen des Multiplicators gegen die Länge der Nadel sehr gross ist und ausserdem alle Umwindungen so dicht neben einander liegen, dass der Werth von r'' für alle gleich und $\theta = 0$ angenommen werden darf; so

ergiebt sich, dass $\frac{\pi e^{-\frac{\lambda}{\pi} \arctan \frac{\pi}{\lambda}}}{\sqrt{(\pi\pi + \lambda\lambda)}}$ wenig von 1 verschieden ist und

$\sum \frac{M \cos \theta^2}{r''} = \frac{n'' M}{r''}$ gesetzt werden kann, wo n'' die Zahl der Umwindungen des Multiplicators bedeutet. Man erhält dann, ebenso wie Art. 4, den Werth von

$$W = 2\pi c \left(a + \frac{nr}{s} + \frac{r''r''}{s''} \right),$$

wo s'' den Querschnitt des Multiplicatordrahts bedeutet.

Durch Einsetzung dieser Werthe erhält man die *Elongationsweite*

$$= \frac{2n''\tau MT' \cdot \sum rr}{ckr'' \left(a + \frac{nr}{s} + \frac{n''r''}{s''} \right)}.$$

Für gegebene Nadel und Inductor hängt dann die Grösse der *Elongation* blos vom Werthe

$$\frac{r''}{n''} \left(a + \frac{nr}{s} + \frac{n''r''}{s''} \right)$$

ab, welcher ein Minimum sein muss, wenn die *Elongationsweite* ein Maximum

sein soll, woraus für eine gegebene Masse des Drahts (oder für einen gegebenen Werth von $n''r''s''$) die Regel folgt

$$\frac{n''r''}{s''} = a + \frac{nr}{s},$$

nach welcher die Länge des aus der gegebenen Masse zu bildenden Drahts berechnet werden kann. Durch Erfüllung dieser Bedingung wird die *Elongationsweite*

$$= \frac{n''\tau MT' \cdot \Sigma rr}{ckr'' \left(a + \frac{nr}{s}\right)},$$

oder, wenn man die gegebene Masse des Multiplicatordrahts mit $2\pi\rho P''$ bezeichnet,

$$= \frac{\tau MT' \cdot \Sigma rr}{ck \cdot r''r''} \cdot \sqrt{\frac{P''}{a + \frac{nr}{s}}},$$

d. h. die *Elongationsweite* ist der Quadratwurzel der Masse des Multiplicators direct und dem Quadrate seines Halbmessers umgekehrt proportional.

6.

Bedingung, unter welcher die am Inductions-Galvanometer beobachtete Elongationsweite der am Inductions-Magnetometer beobachteten gleich ist.

Die mit dem *Inductions-Galvanometer* beobachtete Elongationsweite wird nach Art. 4 ausgedrückt durch

$$\frac{T_h T' \cdot \Sigma rr}{\rho^c} \cdot \sqrt{\frac{h}{2ff'g \left(a + \frac{nr}{s}\right) P'}},$$

die mit dem *Inductions-Magnetometer* dagegen nach Art. 5 durch

$$\frac{\tau MT' \cdot \Sigma rr}{ck \cdot r''r''} \cdot \sqrt{\frac{P''}{a + \frac{nr}{s}}}.$$

Beide Ausdrücke haben den Faktor $\frac{T' \cdot \Sigma rr}{c \sqrt{\left(a + \frac{nr}{s}\right)}}$ mit einander gemein,

und es bleibt nach Weglassung dieses Faktors folgende Gleichung als Bedingung der Gleichheit beider Elongationsweiten übrig

$$\frac{T_h}{g} \sqrt{\frac{h}{2ff'gP'}} = \frac{\tau M}{kr''r''} \sqrt{P''}$$

Setzt man nun hierin die für das Inductions-Magnetometer, mit welchem die Beobachtungen im ersten Abschnitt gemacht wurden, geltenden Werthe, $g=8,8$, $\tau=18$, $M=101000000$, $k=5968000000$, $P''=1488300$, $r''=230,8$ und ausserdem $T_h=1,8$; so erhält man folgende Bedingung gleicher Elongationsweite

$$h = \frac{1}{860} \cdot 2ff'gP'.$$

Wenn nun auch zur bifilaren Suspension die feinsten Metalldrähte genommen werden, so wird doch wenigstens ein Gewicht von 100 Gramm erforderlich sein, um ihnen die für einen solchen Messapparat nothwendige Spannung zu geben, also ist in Milligrammen die Masse

$$2\pi gP' = 100000.$$

Ferner kann man rechnen, dass die beiden Suspensionsdrähte wenigstens 5 Millimeter im Mittel von einander abstehen müssen, also

$$ff' = 25.$$

Da nun $g=8,8$ war und $g=9811$, folglich $2ff'gP'=887200000$, so ist die Bedingung gleicher Elongationsweite

$$h = 1032000.$$

Sollte also die am Inductions-Galvanometer beobachtete Elongationsweite der am Inductions-Magnetometer beobachteten gleich sein, so müsste die Höhe der obern Enden der Aufhängungsdrähte über den untern 1032 Meter betragen. Da nun eine so hohe Aufhängung nicht möglich ist, so ergibt sich hieraus von selbst, dass das Inductions-Galvanometer für solche Messungen nicht geeignet ist und das Inductions-Magnetometer keineswegs zu ersetzen vermag, wie schon oben erwähnt worden ist.

7.

Logarithmisches Decrement der schwingenden Magnetometernadel.

Die Art. 5 betrachtete *Elongationsweite* der Magnetometernadel in Folge

der durch einen Inductionstoss in der Ruhelage ihr ertheilten Drehungsgeschwindigkeit ist aber nicht die einzige Grösse, welche aus den am *Inductions-Magnetometer* gemachten Beobachtungen bestimmt werden kann, sondern es kann aus den nämlichen Beobachtungen zugleich auch eine genaue Bestimmung des *logarithmischen Decrements* für die Abnahme der Schwingungsbögen der schwingenden Magnetometernadel, oder eine Bestimmung der in jedem Augenblicke der Bewegung der Nadel entgegenwirkenden Dämpfungskraft, gewonnen werden, wie am Schlusse des ersten Abschnitts an den daselbst mitgetheilten Beobachtungen gezeigt worden ist. Diese Dämpfungskraft rührt aber von dem galvanischen Strome her, welcher in jedem Augenblicke von der schwingenden Nadel nach *magnetelektrischem* Gesetze im geschlossenen Multiplicator inducirt wird, indem dieser Strom auf die Nadel nach *elektromagnetischem* Gesetze zurückwirkt. Um also die theoretische Betrachtung des Inductions-Magnetometers auch mit diesem Beobachtungs-Resultate zu verknüpfen, muss noch die Formel für das logarithmische Decrement der schwingenden Magnetometernadel aus dem eben erwähnten magnetelektrischen und elektromagnetischen Gesetze abgeleitet werden.

Bezeichnet nun γ die Drehungsgeschwindigkeit der Nadel in irgend einem Augenblicke und haben M , r'' und θ die Art. 3 ihnen gegebene Bedeutung, so wird die *elektromotorische Kraft*, welche die schwingende Nadel in diesem Augenblicke auf den Multiplicator ausübt, auf ähnliche Weise aus dem *magnetelektrischen* Gesetze bestimmt, wie die elektromotorische Kraft, welche der Erdmagnetismus auf den in Drehung gesetzten Inductor ausübt, Art. 1 erhalten worden war, und wird daraus gefunden

$$= - 2\pi\gamma \sum \frac{M \cos \theta^2}{r''}.$$

Dividirt man diesen Ausdruck der elektromotorischen Kraft mit dem Widerstande W , so erhält man nach dem Ohmschen Gesetze den Ausdruck der Intensität i des von der Nadel in diesem Augenblicke inducirten Stroms

$$i = \frac{2\pi\gamma}{W} \cdot \sum \frac{M \cos \theta^2}{r''}.$$

Dieser Strom übt nun rückwärts auf die schwingende Nadel wieder ein Drehungsmoment aus, welches schon Art. 3 aus dem *elektromagnetischen*

Gesetze abgeleitet worden ist, nämlich

$$= 2\pi i \cdot \sum \frac{M \cos \theta^2}{r''},$$

oder, wenn man für i seinen Werth setzt,

$$= -4\pi\pi \frac{\gamma}{W} \cdot \left(\sum \frac{M \cos \theta^2}{r''} \right)^2$$

Der Werth dieses Moments für $\gamma = -1$ ist aber die Art. 5 mit Δ bezeichnete retardirende Kraft, wo

$$\frac{1}{2} \frac{\Delta}{k} \tau = \lambda$$

war, und wenn m den Modulus des Logarithmensystems bezeichnet, $m\lambda$ das logarithmische Decrement der schwingenden Magnetometernadel bedeutet, welches hierdurch bestimmt ist.

8. Bestimmung der Inclination aus beobachteten Elongationsweiten des Inductions-Magnetometers.

Stellt man *zuerst* die Drehungsaxe des Inductors so ein, dass die Drehung in verticalem Kreise geschieht, und ist die auf die Richtung der Drehungsaxe stets perpendiculäre Axe des Inductors am Anfang und Ende jedes Inductionsstosses vertical gerichtet; so bedeutet T' Art. 5 die *verticale* Componente der erdmagnetischen Kraft, welche mit T_v bezeichnet werden soll, also $T' = T_v$. Bezeichnet nun ferner α die alsdann nach dem ersten Inductionsstosse beobachtete Elongationsweite, so ist nach Art. 5

$$\alpha = \frac{4\pi\pi e^{-\frac{\lambda}{\pi} \arctan \frac{\pi}{\lambda}}}{\sqrt{(\pi\pi + \lambda\lambda)}} \cdot \frac{\tau}{kW} \cdot \sum rr \cdot \sum \frac{M \cos \theta^2}{r''} \cdot T_v.$$

Stellt man *sodann* die Drehungsaxe des Inductors so ein, dass die Drehung in horizontalem Kreise geschieht, und ist die auf der Richtung der Drehungsaxe stets perpendikuläre Axe des Inductors am Anfang und Ende jedes Inductionsstosses horizontal und dem magnetischen Meridiane parallel gerichtet; so bedeutet T' Art. 5 die *horizontale* Componente der erdmagnetischen Kraft, welche mit T_h bezeichnet wird, also $T' = T_h$. Bezeichnet nun ferner ξ die

alsdann nach dem ersten Inductionsstosse beobachtete Elongationsweite, so ist nach Art. 5

$$\xi = \frac{4\pi\pi e^{-\frac{\lambda}{\pi} \arctan \frac{\pi}{\lambda}}}{\sqrt{(\pi\pi + \lambda\lambda)}} \cdot \frac{\tau}{kW} \cdot \sum rr \cdot \sum \frac{M \cos \theta^2}{r''} \cdot T_h.$$

Hieraus folgt $\alpha : \xi = T_v : T_h$, oder

$$\frac{\alpha}{\xi} = \frac{T_v}{T_h} = \tan I,$$

wo I die Inclination bedeutet, welche auf diese Weise aus zwei Elongationsbeobachtungen bestimmt wird, ohne besondere Erforschung der Verhältnisse, von welchen die Grösse jede der beiden beobachteten Elongationen abhängt.

Wenn die durch den ersten Inductionsstoss in Schwingung gesetzte Nadel nach ihrer ersten Elongation α oder ξ auf ihrem Rückwege die Ruhelage wieder passirt, so erfolgt der zweite Inductionsstoss, welcher der Nadel eine entgegengesetzt gleiche Drehungsgeschwindigkeit ertheilt, wie der erste, also nach Art. 3

$$\text{für } T' = T_v \dots - \frac{4\pi\pi}{kW} \cdot \sum rr \cdot \sum \frac{M \cos \theta^2}{r''} \cdot T_v$$

$$\text{für } T' = T_h \dots - \frac{4\pi\pi}{kW} \cdot \sum rr \cdot \sum \frac{M \cos \theta^2}{r''} \cdot T_h.$$

Fügt man hiezu die in Folge des ersten Inductionsstosses in diesem Augenblicke noch vorhandene Drehungsgeschwindigkeit hinzu, nämlich

$$\text{im ersten Falle} \dots - \frac{4\pi\pi e^{-\lambda}}{kW} \cdot \sum rr \cdot \sum \frac{M \cos \theta^2}{r''} \cdot T_v$$

$$\text{im zweiten Falle} \dots - \frac{4\pi\pi e^{-\lambda}}{kW} \cdot \sum rr \cdot \sum \frac{M \cos \theta^2}{r''} \cdot T_h,$$

so kann man nach Art. 5 aus dieser neuen Drehungsgeschwindigkeit die auf den zweiten Inductionsstoss folgende Elongationsweite α' oder ξ' ableiten, nämlich

$$\alpha' = -\alpha (1 + e^{-\lambda})$$

$$\xi' = -\xi (1 + e^{-\lambda})$$

u. s. f. und kann die beobachteten Werthe aller dieser Elongationsweiten $\alpha, \alpha', \alpha'' \dots \xi, \xi', \xi'' \dots$ combiniren, um aus allen zusammen die ge-

suchte Inclination mit grösserer Präcision zu bestimmen. Man erhält nämlich alsdann

$$\frac{\alpha - \alpha' + \alpha'' \dots}{\xi - \xi' + \xi'' \dots} = \frac{T_v}{T_h} = \tan I.$$

Nach dieser Formel ist die Inclination im ersten Abschnitte aus denselben selbst mitgetheilten Beobachtungen der den 16 ersten Inductionstößen entsprechenden Elongationsweiten berechnet worden.

9.

Magnetische und galvanische Messungen mit dem Inductions-Magnetometer nach absoluten Maassen.

Die Tangente der Inclination ist darum einer so einfachen Bestimmung aus den Beobachtungen am Inductions-Magnetometer fähig, wie voriger Artikel zeigt, weil sie auf blosser relativer Messung beruht, nämlich auf blosser Vergleichung zweier Elongationen, wobei es gleichgültig ist, nach welchem Maasse diese Elongationen gemessen werden. Diese Einfachheit findet bei andern *magnetischen* oder *galvanischen* Anwendungen jener Beobachtungen, wo eine Messung nach einem bestimmten absoluten Maasse gefordert wird, nicht statt. So wie z. B. die *horizontale* Componente der erdmagnetischen Kraft nach dem von Gauss festgestellten absoluten Maasse mit dem Unifilar-Magnetometer gemessen werden kann; so könnte auch die *verticale* Componente nach demselben Maasse mit dem Inductions-Magnetometer unmittelbar gemessen werden, statt sie gewöhnlich mittelbar aus der horizontalen Componente und aus der Inclination berechnet zu werden pflegt, und es würde dazu die im vorigen Artikel angeführte Gleichung für die Elongationsweite α gegeben sein, nämlich

$$\alpha = \frac{4\pi\pi e^{-\frac{\lambda}{\pi} \arctan \frac{\pi}{\lambda}}}{\sqrt{(\pi\pi + \lambda\lambda)}} \cdot \frac{\tau}{kW} \cdot \sum rr \cdot \sum \frac{M \cos \theta^2}{r''} \cdot T_v$$

aus welcher die verticale Componente der erdmagnetischen Kraft

$$T_v = \frac{\sqrt{(\pi\pi + \lambda\lambda)}}{4\pi\pi e^{-\frac{\lambda}{\pi} \arctan \frac{\pi}{\lambda}}} \cdot \frac{kW\alpha}{\tau \cdot \sum rr \cdot \sum \frac{M \cos \theta^2}{r''}}$$

folgt, welche dadurch nach absolutem Maasse bestimmt wird, wenn alle

übrigen Grössen nach absoluten Maassen bekannt sind. Es würde dazu aber einer vollständigen Kenntniss der Elemente des gebrauchten Inductions-Magnetometers, nämlich für den Inductor des Werths der Summe $\sum rr$, für die Magnetometernadel des Trägheitsmoments k , für Inductor und Multiplicator des Widerstands W , für Magnetometernadel und Multiplicator der Summe $\sum \frac{M \cos \theta^2}{r''}$ bedürfen; ferner müsste aus den Beobachtungen am Inductions-Magnetometer selbst ausser der Elongationsweite α und der vom logarithmischen Decrement abhängigen Grösse λ die Schwingungsdauer τ bestimmt werden; endlich würde noch zu prüfen sein, ob jene Elemente des Instruments als constant betrachtet werden dürften, und wenn dies nicht der Fall wäre, würde ihre Variabilität und die zu deren Berücksichtigung nothwendigen Hilfsbeobachtungen näher zu bestimmen sein. Für die *magnetischen* Anwendungen des Inductions-Magnetometers ist es daher sehr wichtig, dass eine Messung nach absolutem Maasse, nämlich die der *horizontalen* Componente der erdmagnetischen Kraft mit dem Unifilar-Magnetometer, schon gegeben ist und dass es daher nur relativer Messungen oder Vergleichen bedarf, um auch die *verticale* Componente auf dasselbe Maass zurückzuführen.

Anders verhält es sich dagegen mit den *galvanischen* Anwendungen des Inductions-Magnetometers, für die wenigstens eine Messung nach absolutem Maasse vollständig auszuführen nothwendig ist, z. B. die Messung des Widerstands W , wozu die im vorigen Artikel angeführte Gleichung für die *Elongationsweite* ξ gegeben ist, nämlich

$$\xi = \frac{4\pi\pi e^{-\frac{\lambda}{\pi} \arctan \frac{\pi}{\lambda}}}{\sqrt{(\pi\pi + \lambda\lambda)}} \cdot \frac{\tau}{kW} \cdot \sum rr \cdot \sum \frac{M \cos \theta^2}{r''} \cdot T_h,$$

aus welcher der gesuchte Widerstand

$$W = \frac{4\pi\pi e^{-\frac{\lambda}{\pi} \arctan \frac{\pi}{\lambda}}}{\sqrt{(\pi\pi + \lambda\lambda)}} \cdot \frac{\tau}{k\xi} \cdot \sum rr \cdot \sum \frac{M \cos \theta^2}{r''} \cdot T_h$$

sich ergibt. Es wird aber diese Messung wesentlich vereinfacht, wenn die Art. 7 angeführte Gleichung für das *logarithmische Decrement* noch zu Hülfe genommen wird, wenn man beachtet, dass das logarithmische Decrement mit gleicher Präcision aus den nämlichen Beobachtungen wie die Elongationsweite

resultirt, nämlich die Gleichung

$$\lambda = 2\pi\pi \cdot \frac{\tau}{kW} \cdot \left(\sum \frac{M \cos \theta^2}{r''} \right)^2.$$

Aus der Verbindung dieser beiden Gleichungen ergiebt sich die dritte Gleichung

$$\frac{\xi\xi}{\lambda} = \frac{8\pi\pi e^{-\frac{2\lambda}{\pi} \arctan \frac{\pi}{\lambda}}}{\pi\pi + \lambda\lambda} \cdot \frac{\tau}{kW} \cdot (\sum rr)^2 \cdot T_h T_h$$

oder der gesuchte Widerstand

$$W = \frac{8\pi\pi e^{-\frac{2\lambda}{\pi} \arctan \frac{\pi}{\lambda}}}{\pi\pi + \lambda\lambda} \cdot \frac{\lambda\tau}{k\xi\xi} \cdot (\sum rr)^2 \cdot T_h T_h$$

wo die Grösse $\sum \frac{M \cos \theta^2}{r''}$ eliminirt ist, deren Bestimmung nach absolutem

Maasse die meisten Schwierigkeiten finden würde. Die Messung des Widerstands W ist hiedurch von der Messung folgender Grössen abhängig gemacht

$\xi, \lambda, \tau, k, \sum rr, T_h$.

Hievon werden ausser ξ und λ auch die Schwingungsdauer τ aus unmittelbaren Beobachtungen gefunden, ferner das Trägheitsmoment k nach der von Gauss in der „Intensitas“ gegebenen Vorschrift, $\sum rr$ nach unmittelbarer Zählung und Abmessung der Windungen des Inductors, und endlich ist die horizontale Componente der erdmagnetischen Kraft T_h aus der mit dem Unifilar-Magnetometer ausgeführten Messung bekannt.

Durch diese *galvanische* Anwendung gewinnt das Inductions-Magnetometer für die Lehre vom *Galvanismus* eine eben so grosse Wichtigkeit, wie das Unifilar-Magnetometer für die Lehre vom *Magnetismus* durch seine Anwendung auf die magnetische Intensitätsmessung nach absolutem Maasse. Ist nämlich der *Widerstand* nach absolutem Maasse gemessen, so bedarf es zu den übrigen galvanischen Messungen nur relativer Bestimmungen, um sie ebenfalls auf absolutes Maass zurückzuführen. Dazu kommt, dass alle oben angeführten Messungen, aus denen das absolute Maass des Widerstands resultirt, sich mit gleicher Einfachheit und Präcision ausführen lassen, wie die Messungen mit dem Unifilar-Magnetometer, aus welchen das absolute Maass des Erdmagnetismus resultirt.

Als Beispiel einer solchen mit dem Inductions-Magnetometer ausgeführten Widerstandsmessung kann die erste in dieser Abhandlung S. 9 Tafel I. mitgetheilte Beobachtungsreihe dienen. Die Summe der 16 ersten Elongationsweiten ist daraus S. 13

$s = 2873,05$ gefunden worden und das logarithmische Decrement ergibt sich, nach der S. 19 ff. gegebenen Vorschrift berechnet,

$$= \log \frac{1}{\theta} = 0,07625.$$

Hieraus folgt die erste Elongation

$$x_1 = \frac{(1 - \theta)^2 \cdot s}{16 - 17\theta + \theta^{17}} = 41,66$$

$$\xi = \frac{x_1}{2r} = \frac{41,66}{7370}$$

$$\lambda = \frac{1}{m} \log \frac{1}{\theta} = 0,17557,$$

wo m den Modulus des Briggischen Logarithmensystems bedeutet. Dieser Werth von λ besteht aber aus zwei Theilen, wovon der eine *durch Schliessung der Kette* hervorgebracht wurde, der andere auch bei *ungeschlossener Kette* vorhanden war. Der letztere Theil wurde auf bekannte Weise aus Beobachtungen über die Abnahme der Schwingungsbögen bei geöffneter Kette genau bestimmt und $= 0,00557$ gefunden *). Der andere Theil möge mit λ' bezeichnet werden, wo dann

$$\lambda' = 0,17000.$$

Hiernach ist zu setzen

$$W = \frac{8\pi\pi}{\pi\pi + \lambda\lambda} \cdot e^{-\frac{2\lambda}{\pi} \arctan \frac{\pi}{\lambda}} \cdot \frac{\lambda'\tau}{k\xi\xi} (\sum rr)^2 \cdot T_h T_h.$$

*) Die Beobachtungen ergaben nämlich

Nr.	Schwingungsbogen
0.	765,03
21.	678,16
47.	585,51
74.	504,59
109.	415,55
143.	344,73.

Aus der Zählung und Abmessung der Umwindungen des Inductors hat sich ergeben

$$\pi \cdot \Sigma rr = 39216930 \text{ Quadratmillimeter.}$$

Ferner war die Schwingungsdauer der Magnetometernadel, welche an einem Drahte aufgehängt, dessen Torsionskraft θ zur magnetischen Directionskraft MT_h sich wie 1 : 88,64 verhielt, unter dem Einfluss der Dämpfung

$$\tau = 17''9775.$$

Der horizontale Theil der erdmagnetischen Kraft war

$$T_h = 1,803.$$

Endlich wurde zur Bestimmung des Trägheitsmoments die Magnetometernadel mit zwei cylindrischen Gewichten, deren Masse 200276 Milligramm betrug und deren Durchmesser 18 Millimeter war, belastet; der Abstand der beiden Cylinderaxen von der Drehungsaxe der Magnetometernadel war = 177,7 Millimeter. Das Trägheitsmoment der Magnetometernadel wurde hierdurch um

$$a = 6332284000$$

vergrößert und die Schwingungsdauer

$$\tau' = 26''13493$$

gefunden, während sie ohne Belastung

$$\tau'' = 18''05034$$

war. Hieraus ergibt sich das Trägheitsmoment

$$k = \frac{a\tau''\tau''}{\tau'\tau' - \tau''\tau''} = 5944882000.$$

Mit diesen Werthen findet man endlich

$$W = \frac{8\pi\pi}{\pi\pi + \lambda\lambda} \cdot e^{-\frac{2\lambda}{\pi} \arctan \frac{\pi}{\lambda}} \cdot \frac{\lambda\tau}{k\zeta\zeta} \cdot (\Sigma rr)^2 \cdot T_h T_h = 54876000000,$$

welches der Widerstand eines Kupferdrahts, dessen Länge $L = 1057224$ Millimeter und dessen Masse $P = 40735500$ Milligramm war, nach absolutem Maasse ausgedrückt ist. Von dem nämlichen Kupfer würde ein Draht von 1 Millimeter Länge und 1 Milligramm Masse, nach den Ohmschen Gesetzen, den Widerstand

$$= 1999900$$

besitzen, welcher der *specifische* Widerstand dieses Kupfers genannt wird.

Das specifische Gewicht dieses Kupfers war bei 0° gegen Wasser bei 40,1 = 8,796.

Es ist schon bekannt, dass sehr beträchtliche Verschiedenheiten im specifischen Widerstande des Kupfers vorkommen; dennoch ist es interessant, die hier erhaltene Bestimmung mit denjenigen zu vergleichen, welche ich im 82sten Bande von Poggendorff's Annalen S. 363 zusammengestellt habe. Ich bezeichne die früher von mir gebrauchte Kupfersorte („Abhandlungen über Elektrodynamische Maassbestimmungen“ Leipzig 1852. II.) mit *A*, die jetzige mit *B*, die von Jacobi zu seinem Widerstands-Etalon und die von Kirchhoff zur Bestimmung der Inductions-Constante gebrauchte mit *I* und *K*; endlich mit *G* galvanoplastisch niedergeschlagenes Kupfer.

Kupfersorte	specifisches Gewicht	specifischer Widerstand
<i>G</i>	8,878	1684000
<i>A</i>	· · ·	1865600
<i>K</i>	· · ·	1916000
<i>B</i>	8,796	1999900
<i>I</i>	8,427	2310000.

10.

Inclinations-Bestimmungen aus gleichzeitigen Beobachtungen am Bifilar- und Inductions-Magnetometer.

Wenn nun auch die Art. 8 erörterte Methode, die Inclination aus beobachteten Elongationsweiten des Inductions-Magnetometers zu bestimmen, im Allgemeinen als die einfachste und genaueste betrachtet werden kann, weil dabei das Resultat von der geringsten Zahl von Messungen, und zwar solchen Messungen, welche sich mit der grössten Präcision ausführen lassen, abhängt; so kann doch eine andere Methode, die praktisch im Allgemeinen an Einfachheit nachsteht, unter besondern Verhältnissen den Vorzug verdienen. Ein solcher Fall tritt zum Beispiel dann ein, wenn das Inductions-Magnetometer nicht blos zu einmaliger Messung der Inclination, sondern zu einer längere Zeit fortgesetzten Reihe vieler Inclinationsmessungen gebraucht werden soll.

Es leuchtet nämlich ein, dass man unter diesen Verhältnissen sich zum Zwecke jeder einzelnen Inclinationsbestimmung auf die Messung der verticalen

Componente der erdmagnetischen Kraft beschränken kann, weil die horizontale Componente aus der nach der „Intensitas“ in absolutem Maasse ausgeführten Messung mit Zuziehung der am Bifilar-Magnetometer gemachten Variationsbeobachtungen für jeden Augenblick auf das Genaueste bekannt ist.

Bezeichnet man also mit T_h^0 die horizontale Componente der erdmagnetischen Kraft, wie sie nach der „Intensitas“ für irgend einen Augenblick gefunden worden ist, und mit n die am Bifilarmagnetometer zu irgend einer andern Zeit in Skalentheilen beobachtete Variation; so wird die horizontale Componente der erdmagnetischen Kraft für die letztere Zeit dargestellt durch

$$T_h = T_h^0 (1 + qn),$$

wo q einen aus den Elementen des Bifilarmagnetometers bekannten Faktor bedeutet. Alsdann kann die Inclination bloß aus der am Inductions-Magnetometer beobachteten Elongationsweite α und der am Bifilarmagnetometer beobachteten Variation des horizontalen Theils der erdmagnetischen Kraft, $= n$ Skalentheile, berechnet werden, vorausgesetzt, dass *kein Temperaturwechsel* statt gefunden hat, und dass also die Dimensionen des Inductions-Magnetometers, ferner der Widerstand seines Inductors und Multiplicators und endlich der Magnetismus seiner Nadel als *constant* betrachtet werden dürfen.

Es ergiebt sich nämlich nach dem vorigen Artikel für α folgende Gleichung

$$\alpha\alpha = \frac{8\pi\pi}{\pi\pi + \lambda\lambda} e^{-\frac{2\lambda}{\pi} \arctan \frac{\pi}{\lambda}} \cdot \frac{\lambda\tau}{kW} \cdot (\Sigma rr)^2 \cdot T_v T_v,$$

folglich

$$(\tan i)^2 = \frac{T_v T_v}{T_h T_h} = \frac{1}{8} \left(1 + \frac{\lambda\lambda}{\pi\pi}\right) e^{\frac{2\lambda}{\pi} \arctan \frac{\pi}{\lambda}} \cdot \frac{kW}{\lambda\tau} \cdot \frac{\alpha\alpha}{(\Sigma rr)^2} \cdot \frac{1}{T_h T_h},$$

worin k , W und Σrr als constant gegeben sind, ferner λ und τ nur mit T_h sich ändern, endlich die Änderung von T_h durch die Gleichung

$$T_h = T_h^0 (1 + qn)$$

gegeben ist. Bedeuten daher λ^0 und τ^0 die Werthe von λ und τ für $T_h = T_h^0$, so können λ und τ unter folgende Form gebracht werden

$$\lambda = \lambda^0 (1 + an)$$

$$\tau = \tau^0 (1 + bn).$$

Substituirt man diese Werthe in obiger Gleichung für die Tangente der Inclination, so erhält man

$$(\tan i)^2 = \frac{1}{8} \left(1 + \frac{\lambda^0 \lambda^0}{\pi \pi} \right) e^{\frac{2\lambda^0}{\pi} \arctan \frac{\pi}{\lambda^0}} \cdot \frac{kW}{\lambda^0 \tau^0} \cdot \frac{\alpha \alpha}{(\sum rr)^2} \cdot \frac{1 + \left(\frac{2a\lambda^0}{\pi} \arctan \frac{\pi}{\lambda^0} - 29 - a - b \right) n}{T_h^0 T_h^0},$$

oder, wenn i^0 die Inclination zu der Zeit bedeutet, wo die horizontale Componente gemessen und $= T_h^0$ gefunden worden ist, und α^0 den Werth von α für die nämliche Zeit,

$$\tan i = \frac{\alpha}{\alpha^0} \tan i^0 \cdot \left(1 + \left(\frac{a\lambda^0}{\pi} \arctan \frac{\pi}{\lambda^0} - q - \frac{a+b}{2} \right) n \right).$$

Nun ist aber nach dem vorigen Artikel

$$\lambda = \frac{2\pi\pi\tau}{kW} \cdot \left(\sum \frac{M \cos \theta^3}{r} \right)^2,$$

worin $2\pi\pi \frac{\left(\sum \frac{M \cos \theta^3}{r''} \right)^2}{kW} = \frac{\lambda^0}{\tau^0}$ constant ist, folglich

$$\lambda = \lambda^0 (1 + an) = \frac{\lambda^0}{\tau^0} \tau = \lambda^0 (1 + bn),$$

woraus $a = b$ sich ergibt. Ferner ist

$$\tau\tau = \frac{\pi\pi k}{MT_h} = \tau^0 \tau^0 (1 + 2bn) = \tau^0 \tau^0 (1 - qn),$$

folglich $b = -\frac{1}{2}q$. Hiernach erhält man

$$\tan i = \frac{\alpha}{\alpha^0} \tan i^0 \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\lambda^0}{\pi} \arctan \frac{\pi}{\lambda^0} \right) qn \right).$$

Für den Fall endlich, wo ein erheblicher *Temperaturwechsel* statt gefunden hat, leuchtet von selbst ein, dass die aus andern Versuchen bekannten Regeln zur Bestimmung des Temperatureinflusses auf die Dimensionen des Inductions-Magnetometers, ferner auf den Widerstand seines Inductors und Multiplicators und auf den Magnetismus seiner Nadel zu Hülfe genommen werden müssen. Bedeutet t die Temperaturänderung in Graden und sind k^0 , W^0 , $\sum r^0 r^0$, M^0 und r''^0 die Werthe von k , W , $\sum rr$, M und r'' für $t = 0$; so ist nach diesen Regeln

$$k = k^0 (1 + ct)$$

$$W = W^0 (1 + dt)$$

$$\Sigma rr = \Sigma r^0 r^0 \cdot (1 + ft)$$

$$M = M^0 \cdot (1 + gt)$$

$$r'' = r''^0 \cdot (1 + ht),$$

wo die Coëfficienten c, d, f, g, h aus andern Versuchen bekannt sind. Ferner ist

$$\tau^0 = \pi \sqrt{\frac{k}{MT_h^0}} = \pi \sqrt{\frac{k^0}{M^0 T_h^0}} \cdot (1 + \frac{1}{2}(c - g)t),$$

oder, wenn $\pi \sqrt{\frac{k^0}{M^0 T_h^0}} = \tau^{00}$ gesetzt wird,

$$\tau^0 = (1 + \frac{1}{2}(c - g)t) \tau^{00}.$$

Ebenso findet man

$$\lambda^0 = \frac{2\pi\pi\tau^0}{kW} \left(\Sigma \frac{M \cos \theta^3}{r''} \right)^2 = \frac{2\pi\pi\tau^{00}}{k^0 W^0} \left(\Sigma \frac{M^0 \cos \theta^3}{r''^0} \right)^2 \cdot (1 - \frac{1}{2}(c + 2d - 3g + 4h)t),$$

oder, wenn $\frac{2\pi\pi\tau^{00}}{k^0 W^0} \left(\Sigma \frac{M^0 \cos \theta^3}{r''^0} \right)^2 = \lambda^{00}$ gesetzt wird,

$$\lambda^0 = (1 - \frac{1}{2}(c + 2d - 3g + 4h)t) \lambda^{00}.$$

Substituirt man diese Werthe von $k, W, \Sigma rr, \tau^0$ und λ^0 in obiger Formel, so erhält man, wenn man zur Abkürzung

$$\zeta = \left(1 + \frac{\lambda^{00}}{\pi} \operatorname{arc tang} \frac{\pi}{\lambda^{00}} \right) q$$

$$\theta = c + 2d - 2f - g + 2h - (c + 2d - 3g + 4h) \frac{\lambda^{00}}{\pi} \operatorname{arc tang} \frac{\pi}{\lambda^{00}}$$

setzt, folgende Gleichung zur Bestimmung der Inclination aus den beiden gleichzeitigen Beobachtungen des Inductions-Magnetometers α und des Bifilar-Magnetometers n bei der Temperatur t , wenn alle constanten Elemente $\lambda^{00}, \tau^{00}, k^0, W^0, \Sigma r^0 r^0, T_h^0, \zeta$ und θ im voraus genau bestimmt sind, nämlich:

$$(\operatorname{tang} i)^2 = \frac{1}{8} \left(1 + \frac{\lambda^{00} \lambda^{00}}{\pi \pi} \right) e^{\frac{2\lambda^{00}}{\pi} \operatorname{arc tang} \frac{\pi}{\lambda^{00}}} \cdot \frac{k^0 W^0}{\lambda^{00} \tau^{00}} \cdot \frac{\alpha \alpha}{(\Sigma r^0 r^0)^2} \cdot \frac{1}{T_h^0 T_h^0} \cdot (1 - \zeta n + \theta t),$$

oder, wenn i^0 die Inclination zu der Zeit bedeutet, wo die horizontale Componente gemessen und $= T_h^0$ gefunden worden ist, und α^{00} den Werth von α , welcher zu der nämlichen Zeit bei der Temperatur $t = 0$ erhalten worden sein würde,

$$\operatorname{tang} i = \frac{\alpha}{\alpha^{00}} \operatorname{tang} i^0 \cdot (1 - \frac{1}{2} \zeta n + \frac{1}{2} \theta t).$$

III.

Beschreibung des Inductions-Magnetometers.

Die im ersten Abschnitte beschriebenen Beobachtungen sind mit einem Instrumente gemacht worden, welches auf der beigefügten Tafel in verkleinertem Maassstabe abgebildet ist.

Fig. I A stellt den Inductor im Querschnitte dar. Der Umfang der Cylinderfläche, auf welche der Draht aufgewickelt ist, deren Durchmesser $aa = a'a'$ ist, betrug 718,3 Millimeter, und die Breite $aa' = 120,05$ Millimeter. Hierauf war ein mit Baumwolle umspinnener und mit gutta percha überzogener Kupferdraht gewunden, von 542296 Millimeter Länge und 22435 Gramm Gewicht, wovon das Gewicht der Wolle und der gutta percha nahe 2615 Gramm betrug; das Gewicht des Kupfers also 19820 Gramm. Ein 1 Millimeter langes Stück des Drahtes wiegt hiernach 36,55 Milligramm. Das specifische Gewicht des Kupfers (bei 0° Temp.) gegen Wasser (bei 4°1 Temp.) war 8,8178, der Querschnitt des Drahts folglich im Mittel $= 4,145$ Quadratmillimeter. Dieser Draht bildete 605 Umwindungen in 18 Schichten über einander. Der Umfang einer die letzte Schicht umschliessenden Cylinderfläche war $= 1078,6$ Millimeter. Die Summe endlich der von den Projectionen aller dieser Windungen auf die Basis des Cylinders umschlossenen Kreisflächen war 39216930 Quadratmillimeter gross.

Diese Rolle war von einem starken hölzernen Rahmen $bbbb$ fest umschlossen, an dessen Ende eine hölzerne Rolle c mit zwei kreisförmigen Rinnen sich befand, in welchen die beiden Verbindungsdrähte des Inductors mit dem Multiplicator lagen. An diesem Rahmen waren zwei starke Messingzapfen d, d' angebracht. Die beiden Zapfen waren genau cylindrisch und von gleichem Durchmesser und lagen auf Y förmigen Pfannen e, e' , welche an den Balken des Gestells B, B' befestigt waren. Fig. I zeigt die Inductorrolle in der Stellung, wo sie um eine horizontale Axe gedreht werden kann. Zur Prüfung der Horizontalität der Drehungsaxe wurde eine Libelle C gebraucht, deren Fassung mit zwei Y förmigen Füßen versehen war, mit welchen sie auf die beiden Zapfen, welche die Drehungsaxe bildeten, aufgestellt werden konnte, wie es bei der Nivellirung eines Theodoliths geschieht. Am Ende des Zapfens

d' befindet sich eine Messingkugel mit einer bei Abdrehung des Zapfens zugleich eingedrehten conischen Vertiefung bei f . Diese Kugel dient dazu, die Umstellung der Inductorrolle, durch welche ihre Drehungsaxe aus der horizontalen in die verticale Lage gebracht wird, bequem auszuführen. Wird nämlich die Libelle C abgenommen, so kann die Inductorrolle A beim Zapfen d gehoben werden, und es senkt sich alsdann die Kugel am Zapfen d' in eine kugelförmige Pfanne, welche bei g im Balken B' angebracht ist. Ist die Drehungsaxe auf diese Weise in die verticale Stellung gebracht worden, wobei die Inductorrolle die in der Figur mit punktirten Linien angedeutete Stellung erhält, so legt sich der gehobene Zapfen d in eine Y förmige Pfanne h , welche am Balken des Gestells D angebracht ist, und wird durch den Druck einer Feder, welcher durch eine Schraube regulirt wird, darin festgehalten. In dieser Lage greift nun eine Schraubenspitze in die conische Vertiefung der Kugel am Zapfen d' ein, womit die Inductorrolle gehoben wird, so dass sie frei auf dieser Spitze zu stehen kommt. Es ist nämlich der Balken B' vertical durchbohrt und der Kopf der Schraube befindet sich bei k unter dem Balken, wo die Schraube gedreht werden kann. Darauf wird auf den Zapfen d der Libellen-Träger ll gestellt, auf welchen die Libelle gestellt werden kann, um die Verticalität der Drehungsaxe zu prüfen.

Fig. 2 stellt die Inductorrolle in horizontaler Lage von oben gesehen dar. Die Inductoraxe (siehe S. 7 f.) steht auf der Ebene der Figur senkrecht. Senkrecht gegen den Rahmen, an welchem die Zapfen d, d' sich befinden, ist ein zweiter Rahmen mm um die Inductorrolle gelegt, welcher bei n, n zwei starke Messingstifte trägt, welche bei der Drehung der Inductorrolle auf feste an den Balken des Gestells angebrachte Schrauben schlagen, und dadurch die Inductoraxe am Ende jedes Inductionsstosses in verticaler Lage festhalten. Der eine dieser beiden Stifte, welcher sich bei dieser Drehung im oberen Halbkreise bewegt, schlägt an diese Schrauben von oben an, der andere, welcher sich im untern Halbkreise bewegt, von unten. Diese Schrauben können in verticaler Richtung etwas verstellt und nach richtiger Stellung fest geklemmt werden. Die richtige Stellung dieser Schrauben wird dadurch gefunden, dass man einen solchen Bogen sucht, um welchen die Inductorrolle gedreht werden muss, damit die dadurch inducirten Ströme sich aufheben.

Die Stellung der Inductorrolle, welche der Mitte dieses Bogens entspricht, ist die Stellung, bei welcher die Messingstifte an ihre Unterlage schlagen sollen. Die beiden Enden des Inductordrahts sind von der Inductorrolle zu den Klemmen p, p geführt und daselbst befestigt. Von diesen Klemmen gehen die Verbindungsdrähte über die Rolle c zu dem Multiplicator.

Fig. 3 stellt die Multiplicatorrolle nebst Magnetnadel im Querschnitt dar. Der Umfang der Cylinderfläche, auf welche der Draht aufgewickelt ist, deren Durchmesser $aa = a'a'$ ist, betrug 1027,4 Millimeter, und die Breite $aa' = 225,6$ Millimeter. Hierauf waren neben einander zwei mit Baumwolle umspinnene und mit gutta percha überzogene Kupferdrähte, jeder von 992656 Millimeter Länge und beide zusammen von 80642 Gramm Gewicht gewunden, wovon das Gewicht der Wolle und der gutta percha nahe 9363 Gramm betrug; das Gewicht des Kupfers also 71279 Gramm. Ein 1 Millimeter langes Stück jedes Drahts wog also etwa 35,9 Milligramm. Das specifische Gewicht des Kupfers (bei 0° Temp.) gegen Wasser (bei $4^\circ,1$ Temp.) war 8,7908, wonach der Querschnitt beider Drähte zusammen genommen $= 8,1682$ Quadratmillimeter war. Jeder von diesen beiden Drähten bildete 779 Umwindungen in 25 Schichten übereinander. Der Umfang einer die letzte Schicht umschliessenden Cylinderfläche war $= 1523,4$ Millimeter. Setzt man

$$1027,4 = 2\pi a'$$

$$1523,4 = 2\pi a''$$

$$225,6 = 2b'',$$

so findet man

$$\frac{1}{a'' - a} \log \text{nat} \frac{a'' + \sqrt{(a''a'' + b'b')}}{a' + \sqrt{(a'a' + b'b')}} = \frac{1}{230,8},$$

wo man den Nenner $= 230,8$ Millimeter den mittlern Halbmesser der Multiplicatorwindungen nennen kann (siehe „Abhandlungen über elektrodynamische Maassbestimmungen“ (Leipzig 1852) II. Art. 16 und Beilage D.).

In der Mitte dieses Multiplicators hängt die Magnetnadel NS an einem prismatischen Stifte, welcher durch das Querstäbchen bb geschoben und darin festgeschraubt wird. Von den Enden dieses Querstäbchens, welche auf beiden Seiten der Multiplicatorrolle hervorragen, gehen zwei dünne Verbindungsstäbchen in die Höhe zu dem über dem Multiplicator an einem feinen Drahte hän-

genden Querstäbchen, an welchem Spiegel und Torsionskreis angebracht sind. Der vom Multiplicator umschlossene Raum, in welchem die Nadel schwebt, wird endlich von beiden Seiten mit Deckeln *cccc* verschlossen.

Fig. 4 stellt einen verticalen Durchschnitt des Galvanometers in der Richtung des magnetischen Meridians dar. Über dem Multiplicator schwebt das Querstäbchen *d*, welches, wie das durch den Multiplicator gehende Querstäbchen *b*, senkrecht gegen die Ebene der Figur gerichtet ist. Beide sind durch dünne verticale Stäbchen an ihren Enden vor und hinter dem Multiplicator verbunden. Mit dem Stäbchen *d* ist der Spiegel *e* durch einen Y förmigen Haken verbunden, und über dem Spiegel, ebenso verbunden, befindet sich der an einem dünnen Drahte aufgehängene Torsionskreis *f*. Der Raum, in welchem *d*, *e*, *f* sich befinden, ist mit einem Gehäuse umgeben, welches nach vorn und hinten über den Multiplicator hervorragt und auf beiden Seiten bis zu den Deckeln *cccc* Fig. 3 herabreicht, wodurch dieser mit dem vom Multiplicator umschlossenen zusammen hängende Raum bis auf die kleine Öffnung, durch welche der dünne Draht geht, ganz verschlossen wird. In diesem Gehäuse ist in der vor dem Spiegel liegenden Wand ein paralleles Planglas zur Beobachtung des Skalenbilds im Spiegel mit dem Fernrohr eingesetzt. Der Multiplicatorrahmen endlich hat eine 6eckige Gestalt und steht mit der nach unten gekehrten Seite dieses Sechsecks auf einem steinernen Postamente *A*.

Fig. 5 stellt endlich Inductor, Galvanometer, nebst Fernrohr und Skale in ihrer gegenseitigen Lage im Grundriss dar. *A* bezeichnet das Fernrohr nebst Skale, *B* das Galvanometer, *C* den Inductor, welcher auf drei Schraubenfüßen *a*, *b*, *c* steht, die zur Berichtigung der beiden Stellungen der Drehungsaxe der Inductorrolle, nämlich der verticalen und der horizontalen gebraucht werden.

Es würde endlich noch übrig bleiben, die Einrichtung zu beschreiben, welche getroffen war, damit der Beobachter am Fernrohr selbst während der Beobachtung die Drehung der Inductorrolle mit dem Fusse machen kann, sowohl die Drehung um die verticale als auch um die horizontale Axe; ferner die Einrichtung, welche getroffen war, dass die beiden Verbindungsdrähte zwischen Inductor und Multiplicator am Fernrohrstatife unmittelbar vor dem Beobachter vorbeigingen, wo dann mit Hülfe einer Klemme diese

beiden Verbindungsdrähte nach Belieben bald isolirt bald verbunden werden konnten, zu dem S. 8 angeführten Gebrauche. Da aber diese Einrichtungen nach Bequemlichkeit des Orts und Gewohnheit des Beobachters mannichfaltig abgeändert werden können, so scheint eine specielle Beschreibung derselben nicht nöthig zu sein.

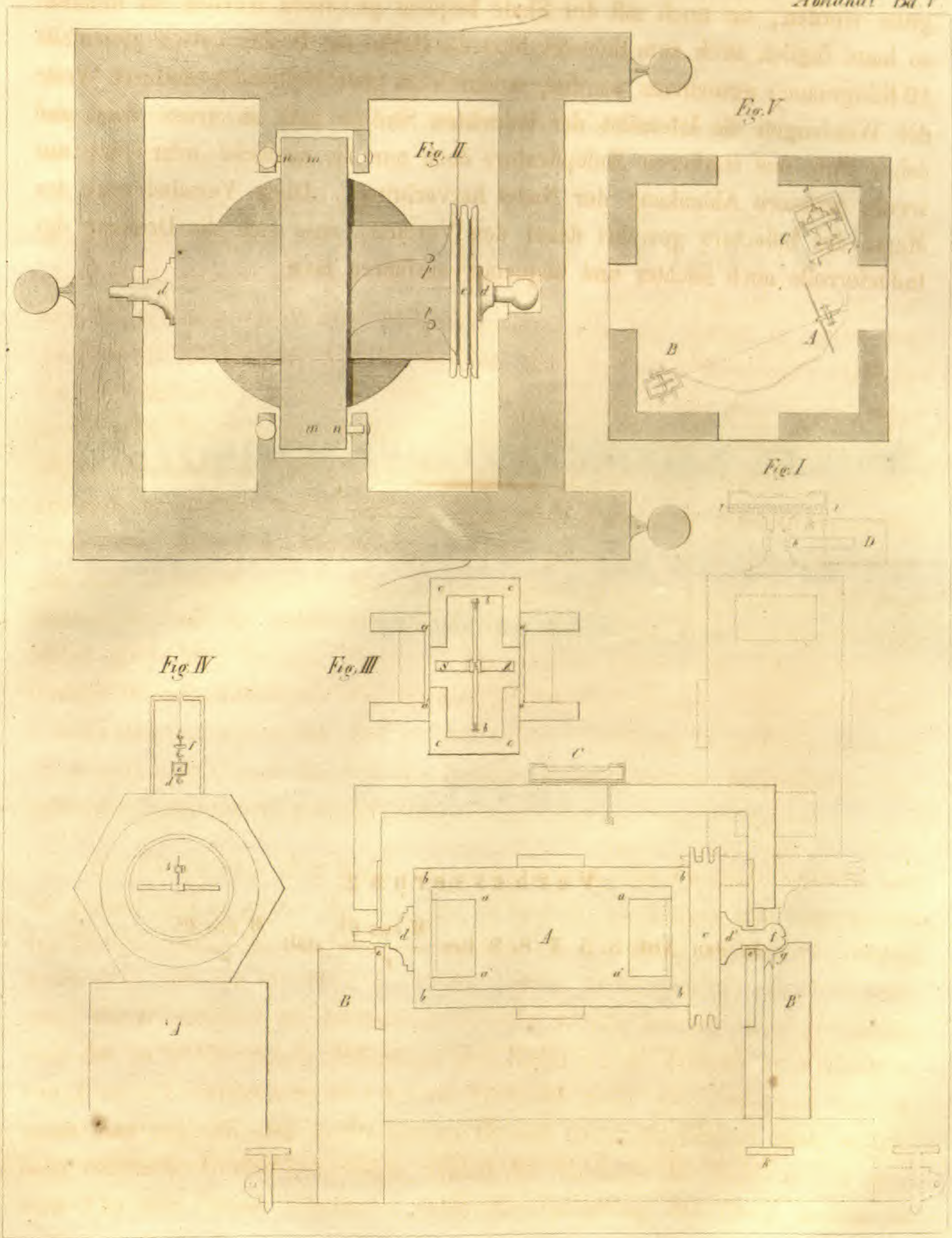
Statt dessen möge am Schlusse hier noch bemerkt werden, dass zu dem Zwecke der Inclinationsmessungen keineswegs ein Galvanometer mit so grossem Multiplicator, wie der eben beschriebene, nothwendig ist. Die zu diesem Multiplicator verwendete Kupfermasse musste nur darum so gross sein, nämlich 80 Kilogramm, weil der mittlere Halbmesser der Windungen nicht unter 230 Millimeter betragen sollte. Diese grosse Weite des Multiplicators, sowie seine kreisförmige Gestalt, ist gar nicht der damit auszuführenden Inclinationsmessungen wegen gewählt, sondern deshalb, weil dasselbe Instrument zugleich zu einem festen und unveränderlich bleibenden Normalwiderstandsmesser für galvanische Ketten dienen sollte, gleichwie das in den „Abhandlungen über elektrodynamische Maassbestimmungen“ (Leipzig 1852) II beschriebene Instrument, mit dem aber nur ein einziges Mal solche Widerstandsmessungen hatten ausgeführt werden können. Ein solcher fester zum Gebrauche stets fertiger Widerstandsmesser war ein wesentliches Bedürfniss für viele galvanische Untersuchungen geworden, und um demselben vollständig zu genügen erscheint die angegebene Grösse des mit dem Inductions-Inclinatoriums verbundenen Multiplicators vollkommen gerechtfertigt.

Handelt es sich aber nicht um solche galvanische Zwecke, sondern blos um genaue und bequeme Messung der Inclination, so können alle Dimensionen des Multiplicators ohne Nachtheil wenigstens um die Hälfte verkleinert werden, wozu dann nur der 8te Theil des Drahts (etwa 10 Kilogramm) erfordert werden. Die Genauigkeit der Inclinations-Messung würde dadurch sogar gewinnen; denn die zu beobachtende Ablenkung der Nadel würde dadurch im Verhältniss von 1 zu $\sqrt{2}$ vergrössert und könnte vielleicht mehr als verdoppelt werden, wenn man zugleich der kreisförmigen Gestalt des Multiplicators eine schickliche elliptische Gestalt substituirt, wobei die Nadelaxe die Richtung der grossen Axe der Ellipse erhielte. Sollte die Ablenkung der Nadel alsdann zu

gross werden, um noch mit der Skale bequem gemessen werden zu können; so kann füglich auch zum Inductor blos die Hälfte des Drahts (etwa gleichfalls 10 Kilogramm) genommen werden, wodurch bei gleichbleibender mittlerer Weite der Windungen die Intensität der inducirten Ströme halb so gross wird und daher trotz des stärkeren Multiplicators doch nur die nämliche oder eine nur wenig grössere Ablenkung der Nadel hervorbringt. Diese Verminderung der Masse des Inductors gewährt dabei den Vortheil, dass sich die Drehung der Inductorrolle noch leichter und bequemer ausführen lässt.

Verbesserung.

In den Artt. 3. 5. 7. 8. 9 lies $\frac{M \cos \theta^3}{r''}$ statt $\frac{M \cos \theta^2}{r''}$.



ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Abhandlungen der königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen](#)

Jahr/Year: 1851-1852

Band/Volume: [5](#)

Autor(en)/Author(s): Weber Wilhelm Ed.

Artikel/Article: [Über die Anwendung der magnetischen Induction auf Messung der Inclination mit dem Magnetometer. 3-58](#)