© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Die Anwendung der Waage

auf

Probleme der Gravitation.

Von

Ph. v. Jolly.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Die Anwendung der Waage

auf

Probleme der Gravitation.

Von

Ph. v. Jolly.

Die Vervollkommnung der Waage in Construction und Ausführung gibt Veranlassung zu neuen Anwendungen der Waage. Die Leistungsfähigkeit dieses ältesten der Messinstrumente lässt sich dahin bezeichnen, dass in Vergleichung zweier Kilogrammstücke gleichen Materials mit einmaliger Wägung der unvermeidliche Fehler auf $\pm 0{,}05$ Milligramm, dass also in dem arithmetischen Mittel der Resultate wiederholter Wägungen der Fehler leicht auf $\pm 0{,}01$ Milligramm eingeengt erscheint. Um dies zu erreichen müssen einerseits in Construction und Ausführung der Waage gleich näher zu bezeichnende Bedingungen erfüllt sein, und müssen andererseits bei Aufstellung und Gebrauch der Waage bestimmte Vorschriften beachtet werden.

Die analytischen Waagen sind meist mit Balken und Schalen-Arretirungen versehen. Es reicht dies nicht aus um Gewichtsunterschiede zweier Kilogrammstücke bis auf Bruchtheile eines Milligramms festzustellen. Eine minimale Aenderung in den Auflagen der Achatplatten auf den Endschneiden des Waagebalkens hat eine Aenderung in der Länge der Hebelarme zum Erfolg. Beträgt diese auch nur den zehnmillionten Theil der Länge des Hebelarmes, so verschiebt sich dem entsprechend die Einstellung des Zeigers der Waage. Bei einer Belastung von 1 Kilo-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

gramm ändert sich in diesem Falle die Angabe der Waage schon um 0,1 Milligramm. Ist die Waage nur mit Balken und Schalen-Arretirung versehen, so erfolgt die Auflage des Gehänges beinahe nach jeder Auslösung auf einer andern Linie der Endschneiden. Die Schneide ist eben auch bei sorgfältigster Ausführung nicht eine mathematische Linie, und die Achatplatte des leicht beweglichen Gehänges legt sich mit der Lösung der Schalenarretirung bald auf eine der Drehungsachse der Waage näher bald entfernter liegende Linie der Endschneide auf. Das Einspielen der Zunge erfolgt daher nach jeder Lösung der Arretirung an einem andern Punkt der Scale. Die Angaben der Waage werden um so übereinstimmender ausfallen, je mehr die Unveränderlichkeit aller Auflagelinien gesichert wird. Durch Arretirung der Endschneiden und passende Führung des Gehänges wird dies wesentlich gefördert. Die Auslösung muss auf beiden Seiten möglichst gleichzeitig erfolgen und muss in der Art sanft eingeleitet werden, dass jede Erschütterung des Wagebalkens vermieden erscheint.

Ein zweiter Punkt, der in der Construction analytischer Waagen nicht selten unbeachtet bleibt, besteht in einer Vorrichtung zur Parallel-Stellung der Schneiden. Meist wird diese Parallel-Stellung vom Mechaniker nach dem Augenmaase ausgeführt. Methodisch kann sie durch passend zur Bewegung der Endprismen angebrachten Stellschrauben erreicht werden. Die Prüfung erfolgt am exactesten nach der schon von Gauss angegebenen Methode. Ist die Endschneide parallel mit der Mittelschneide, so beschreibt sie bei der Schwingung die Oberfläche eines Cylinders, in jeden andern Falle die eines Kegels. Ein kleiner mit dem Gehänge zu verbindender Planspiegel giebt nur in dem ersten Falle die mit einem Ablesefernrohr zu beobachtende Spiegelbilder in ungeändeter Lage. Die Correction lässt sich unter Anwendung der Stellschrauben mit grosser Exactheit ausführen.

Der geradlinige Verlauf der Schneiden, der Härtegrad des Stahles, und die Ebenheit der Achatplatten sind Punkte, auf welche der Mechaniker bei der Ausführung eine besondere Achtsamkeit zu verwenden hat. Zeigen die Schneiden unter der Maximalbelastung nach 24stündiger Belastung keine Verbreitung der überhaupt nur äusserst feinen Glanzlinie, so wird man darauf rechnen können, dass auch nach jahrelangem Gebrauche Empfindlichkeit und Richtigkeit der Waage ungeändert bleiben

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Die Ablesung der Stellung des Waagebalkens mit Zeiger am Gradbogen ist zur Bestimmung der Zehntel der Milligramme nicht mehr ausreichend. Erst unter Anwendung von Spiegelablösungen können kleine Differenzen in der Stellung des Balkens noch mit Exactheit verfolgt werden. Der Spiegel ist über der Mitte des Waagebalkens, senkrecht zur Längenrichtung des Balkens, befestigt, die Scale in einer Entfernung von beiläufig 3 Meter aufgestellt, und die Ablesung erfolgt mit einem Ablesefernrohr. An einer von mir gebrauchten Waage erzeugte bei einer Belastung von einem Kilogramm ein Uebergewicht von 2 Milligrammen einen Ausschlag von 17,9 Scalentheilen. Ein Scalentheil entspricht also einem Uebergewicht von 0,1173 Milligramm.

Sind vom Mechaniker die Bedingungen erfüllt, welche Empfindlichkeit und Richtigkeit der Waage sichern, so hat man zunächst ein brauchbares Messinstrument. Bei Erprobung der Leistungsfähigkeit des Instrumentes müssen selbstverständlich alle Ursachen, die eine Aenderung der Hebelarme oder eine Störung in der Ablesung zur Folge haben könnten, fern gehalten werden. Zunächst ist also für erschütterungsfreie Aufstellung der Waage, der Scale und des Ablesefernrohres zu sorgen, ebenso müssen die Auslösung der Arretirung und der Reiterverschiebung ohne Erschütterung der Waage erfolgen.

Man wird auch unter Beachtung dieser naheliegenden Vorsichtsmaassregeln bemerken, dass nicht selten bei zwei auf einander folgenden Versuchen das Einspielen der Waage nicht an exact gleicher Stelle der Scale eintritt. Der Grund hiervon liegt beinahe ausschliesslich an eingetretenen Temperatur-Aenderungen. Ein Oeffnen und Wiederschliessen des Waagekastens ist ausreichend Temperatur-Differenzen der Hebelarme herbeizuführen, welche eine geänderte Länge der Hebelarme, also auch eine geänderte Einstellung zur Folge haben. Es dauert je nach der Grösse dieser Temperatur-Differenz längere oder kürzere Zeit bis der Waagebalken nach Schliessung des Kastens in seiner ganzen Ausdehnung gleiche Temperatur besitzt.

Absichtlich zu diesem Zwecke ausgeführte Versuche lassen die Wirkungen solcher ausnehmend kleinen Temperatur-Differenzen nachweisen. Die Waage zeigt sich nach denselben als ein Thermoskop, welches an

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Empfindlichkeit mit der Thermosäule wetteifert. In der That beträgt die Temperatur-Differenz auch nur 0,01°C., so berechnet sich unter zu Grundlegung des bekannten Ausdehnungs-Coefficienten des Messings die eintretende Verlängerung zu 0,000000186. Das statische Moment des Kilogrammstückes nimmt also gerade so zu, wie dies bei ungeändeter Länge des Hebelarmes durch eine Gewichtszulage von 0,186 Milligramm eingetreten wäre, und bei der Waage von der oben angegebenen Empfindlichkeit wird die Aenderung des Ausschlages 1,6 Scalentheilen betragen.

Zweierlei Wege wurden, um dem Einfluss der Temperatur-Differenzen zu messen, eingeschlagen. Im ersten Falle wurde eine brennende Stearinkerze in der Entfernung von 1,5 Meter in der verlängerten Richtung des Waagebalkens ausserhalb des geschlossenen Waagekastens aufgestellt. Die von der Kerze ausgehenden Wärmestrahlen konnte also erst nach ihrem Durchgange durch die Glastafel, welche die Seitenwand des Waagekastens bildet, zum Waagebalken gelangen. Nach 7 Minuten zeigte sich im Ausschlag der Waage eine Aenderung von 10 Scalentheilen in dem Sinne einer Verlängerung des der Kerze zugewendeten Hebelarmes, während ein in der Nähe des Waagebalkens befestigtes Thermometer eine Temperaturzunahme von noch nicht 0,1°C. zeigte.

In einer zweiten Versuchsreihe war der Waagekasten mit einem zweiten Kasten überstülpt, der aussen und innen mit Silberpapier überzogen war. Die vordere Seite dieses athermanen Kastens bestand aus zwei beweglichen Hälften. Je nachdem rechts oder links einer dieser Hälften entfernt wurde, war der rechte oder der linke Hebelarm der im verschlossenen Glaskasten befindlichen Waage der Bestrahlung durch die gegenüber liegenden Objecte ausgesetzt. Bei den Versuchen bestanden diese Objecte einfach in der der Waage in einem Abstande von 3,5 Meter gegenüberstehenden Wand. Dieselbe ist beleuchtet durch den Reflex der dem Fenster des Waagezimmers gegenüberliegenden Gebäude, und sendet der Waage je nach der Bewölkung des Himmels mehr oder weniger Wärmestrahlen zu. Wurde nach dem Einspielen der Waage der athermane Schirm rechts entfernt, so wurde bespielsweise nach 20 Minuten eine Verschiebung von 2,8 Scalentheilen im Sinne einer Verlängerung des Balkens bemerkt. Wurde der Schirm wieder vergesetzt, so ver-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

minderte sich der Auschlag, aber erst nach einer Stunde war das Einspielen wieder nahezu an der Ausgangsstelle eingetreten. Wurde endlich der athermane Schirm links entfernt, so war noch wieder nach 20 Minuten eine Verschiebung und zwar in entgegengesetzter Richtung wie bei dem ersten Versuche und in beiläufig gleichem Betrage zu bemerken. Werden beide athermanen Schirme gleichzeitig entfernt, so bleibt das Einspielen der Waage selten ungeändert, ein Beweis, dass die Zustrahlung auf die beiden Hebelarme nicht vollkommen die gleiche ist. Man entgeht aber sofort diesen Ungleichheiten im Ausschlage, wenn man durch Vorsetzen der athermanen Schirme gleiche Zustrahlung sichert.

Ein besonderer Fall der Wirkung der Wärme ist noch ausdrücklich hervorzuheben. Es kann vorkommen, dass die Hebelarme rechts und links nicht absolut gleiche Verlängerung bei gleicher Temperaturerhöhung erfahren. Der Waagebalken ist durch Guss hergestellt, er wird mit der Feile bearbeitet, vielleicht auch mit dem Hammer gerichtet. Auf vollkommen gleiche Molecularanordnung beider Hälften und auf vollkommen gleiche Spannung wird man also nicht rechnen dürfen. Eine Differenz in den Ausdehnungs-Coefficienten der Hebelarme rechts und links wird hievon die Folge sein. Eine sehr kleine Differenz reicht aber hin, um mit geändeter Temperatur des Waagebalkens auch eine Aenderung im Ausschlage hervortretend zu machen. Folgende Versuche bestätigen dies, und geben zugleich Anhaltspunkte um die etwa vorhandene Verschiedenheit der Ausdehnungs-Coefficienten der beiden Hebelarme zu berechnen.

Der Waagekasten war bei allen Versuchen unter einem zweiten mit Silberpapier überzogenen zweiten Kasten aufgestellt. Die Versuche wurden in frühen Tagesstunden ausgeführt, in welchen der Wechsel der Temperatur ausnehmend klein sich zeigte, meist $0{,}1^0$ nicht erreichte. Die Wägungen wurden nach der Methode der Vertauschung der Gewichtsstücke rechts und links vollzogen. Die Gewichtstücke waren Kilogramme aus Messing galvanoplastisch mit Nickel überzogen. Sie waren vor der Vernickelung sorgfältig polirt, und wurden nach der Vernickelung mit dem Polirstahl geglättet. Unter den gewöhnlichen atmosphärischen Einflüssen zeigen sie sich nach bald einjähriger Dauer vollkommen ungeändert. In der folgenden Tabelle enthält die erste Kolumne die Temperaturen des Waagekastens, die zweite und dritte die Oerter der Gewichtsstücke sammt

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Zulagegewichte in Grammen, und die vierte Kolumne die an der Scale abgelesene Zahl. Die Kilogrammstücke sind mit K_1 und K_2 bezeichnet.

Temperatur	Schale links	Schale rechts	Scale
+ 5,1	$K_1 + 0{,}0056$	K_2	741,6
	$K_2 + 0{,}003$	K_1	741,2
+ 3,5	$K_1 + 0{,}0056$	K_2	739,0
	$K_2 + 0{,}003$	K_1	737,0
+ 0,6	$K_1 + 0{,}0056$	K_2	734,2
	$K_2 + 0{,}003$	K_1	735,2
+ 6,6	$K_1 + 0{,}0056$	K_2	743,1
	$K_2 + 0{,}003$	K_1	741,7

Da ein Zulagegewicht auf der Schale rechts von 0,1173 Milligramm eine Erhöhung der Scalenzahl um eine Einheit bewirkt, so können die bei gleichen Temperaturen erhaltenen Scalenzahlen auf gleiche Einspielungsstellen an der Scale umgerechnet werden. Man erhält:

+ 5,2	$K_1 + 0{,}0056$	K_2	741,6
	$K_2 + 0{,}0029531$	K_1	741,6
+ 3,5	$K_1 + 0{,}0056$	K_2	739,0
	$K_2 + 0{,}0027654$	K_1	739,0
— 0,6	$K_1 + 0{,}0056$	K_2	734,2
	$K_2 + 0{,}0028827$	K_1	734,2
+ 6,6	$K_1 + 0{,}0056$	K_2	743,1
	$K_2 + 0{,}0028358$	K_1	743,1

Diese vier, jeweils bei gleichen Temperaturen ausgeführten, Gewichtsvergleichungen von K_1 und K_2 geben nach der Reihe

$$\begin{aligned} K_2 &= K_1 + 0{,}0013234 \\ &= K_1 + 0{,}0014173 \\ &= K_1 + 0{,}0013586 \\ &= K_1 + 0{,}0013821 \\ \hline \text{Mittel} \quad K_2 &= K_1 + 0{,}0013703 \end{aligned}$$

Die Abweichungen der Einzelnversuche vom Mittel betragen noch nicht $\pm$ 0,05 mg, und bezeichnen hiermit die mit der benützten Waage erreichbare Genauigkeit. Zugleich geben die angeführten Beobachtungen unzweideutig zu erkennen, dass bei gleicher Belastung aber geänderter Temperatur des Waagebalkens das Einspielen der Waage an verschiedenen Stellen der Scale erfolgt, und zwar bei der gebrauchten Waage in der Art verschieden, dass eine Temperaturerhöhung auch eine Erhöhung der

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

abgelesenen Scalenzahl zur Folge hat. Der Hebelarm rechts wird also bei gleicher Temperaturzunahme stärker ausgedehnt als der links.

Die Differenz der Ausdehnungs-Coefficienten der beiden Hebelarme lässt sich, gestützt auf die Differenz im Ausschlag der Waage berechnen. Ich wähle hierzu die bei den weitest aus einander liegenden Temperaturen gemachten Beobachtungen.

Das Einspielen der Waage erfolgte in der Temperatur — 0,6°C an der Scale bei 734,2, und bei ungeändeter Belastung aber in der Temperatur 6,6°C. bei 743,1. Eine Temperatur-Differenz von 7,2° hatte also eine Erhöhung von 8,9 Scalentheilen zum Erfolg. Hätte man bei — 0,6° ein Einspielen bei 743,1 erzielen wollen, so hätte man auf der rechten Seite ein Gewicht von 0,1173. 8,9 = 1,0439 Milligramm zulegen, oder das Zulagegewicht auf der linken Seite um den gleichen Betrag vermindern müssen. Berücksichtiget man zugleich, dass $K_2 = K_1 + 0{,}0013703$, so hat man:

Temperatur	Schale links	Schale rechts	Scale
— 0,6	$K_1 + 0{,}0032091$	K_1	743,1
+ 6,6	$K_1 + 0{,}0042061$	K_1	743,1

Diese beiden Beobachtungen reichen aus um die Differenz der Ausdehnungs-Coefficienten α und β, des rechten und des linken Hebelarmes zu berechnen. Aus der ersten Beobachtung erhält man, wenn l und r die Längen der Hebelarme links und rechts bezeichnen:

$$l\ (K_1 + 0{,}0032091) = r\ K_1,$$

und aus der zweiten folgt

$$l\ (1 + \beta . 7{,}2)\ (K_1 + 0{,}0042061) = r\ (1 + \alpha . 7{,}2)\ K_1.$$

Durch Division der ersten durch die zweite Gleichung fallen l und r heraus, und man erhält unter Berücksichtigung dass $K_1 = 1000$:

$$\alpha - \beta = 0{,}000000138.$$

Nach Messungen von Lavoisier und Laplace ist der Ausdehnungs-Coefficient gegossenen Messings 0,000018667, und der gehämmerten Messings 0,000018897. Der Unterschied ist 0,00000023, also beträchtlich grösser als der für beide Hebelarme erhaltene. Die Ungleichheiten in den Molecularspannungen, die durch ungleich rasche Abkühlung nach dem Gusse und durch Bearbeitung eingetreten sind, erzeugten bei der geprüften Waage nur eine beiläufig halb so grosse Differenz der Aus-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

dehnunungs-Coefficienten, als dieser zwischen gegossenem und gehämmertem Messing auftritt.

Es war vorauszusehen, dass jede Waage individuell andere Werthe für die Differenz $\alpha - \beta$ zeigen werde. So fand ich mit einer andern Waage, mit derselben, mit welcher ich die später zu erwähnenden Untersuchungen ausführte,

Temperatur	Schale links	Schale rechts	Scale
5,0	K_1	$K_2 + 0{,}003$	260,1
	K_2	$K_1 + 0{,}005$	256,0
10,6	K_1	$K_2 + 0{,}003$	253,9
	K_2	$K_1 + 0{,}005$	250,6
11,0	K_1	$K_2 + 0{,}003$	252,2
	K_2	$K_1 + 0{,}005$	248,0
13,5	K_1	$K_2 + 0{,}003$	249,3
	K_2	$K_1 + 0{,}005$	245,0

Die Prüfung auf Empfindlichkeit der Waage ergab, dass ein Zulagegewicht von 0,182 mg. in der Schale rechts eine Erhöhung um einen Scalentheil im Ausschlag der Waage zur Folge hat. Für gleiche Temperatur und gleichen Ausschlag nach vertauschten Gewichten erhält man dennoch:

5,0	K_1	$K_2 + 0{,}003$	260,1
	K_2	$K_1 + 0{,}0057462$	260,1
10,6	K_1	$K_2 + 0{,}003$	263,9
	K_2	$K_1 + 0{,}0056006$	263,9
11,0	K_1	$K_2 + 0{,}003$	252,2
	K_2	$K_1 + 0{,}0057644$	252,2
13,5	K_1	$K_2 + 0{,}003$	249,3
	K_2	$K_1 + 0{,}0057826$	249,3

Diese vier Gewichtsvergleichungen ergeben nach der Reihe:

$$\begin{aligned} K_2 &= K_1 + 0{,}0013731 \\ &= K_1 + 0{,}0013003 \\ &= K_1 + 0{,}0013822 \\ &= K_1 + 0{,}0013913 \\ \hline \text{Mittel} \quad K_2 &= K_1 + 0{,}0013617 \end{aligned}$$

Die Differenz im Einspielen bei 5^0 und bei $13{,}5^0$ beträgt 10,8 Scalentheile. Da eine Erhöhung von einem Scalentheil ein Zulagegewicht rechts von 0,182 mg. erfordert, so ist, wenn bei der Temperatur 13,5 des Einspielen an der Scale bei 260,1 erfolgen soll, eine Zulage

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

von 0,182. 10,8 = 1,7656 Milligramm erforderlich. Berücksichtigt man zugleich, dass $K_1 = K_2 + 0{,}0013617$, so hat man

Temperatur	Schale links	Schale rechts	Scale
5,0	K_1	$K_1 + 0{,}0043617$	260,1
13,5	K_1	$K_1 + 0{,}0063273$	260,1.

Man findet hiernach

$$\alpha - \beta = -0{,}000000231.$$

Der Ausdehnungs-Coefficient des linken Hebelarmes ist also bei der Waage Nr. 2 grösser als der des rechten.

Hat man für eine Waage den Werth an $\alpha - \beta$ bestimmt und ebenso das Zulagewicht, welches bei einer Belastung von 1 Kilogramm eine Aenderung im Ausschlage von einem Scalentheil bewirkt, so können auch Wägungen, die in verschiedenen Temperaturen ausgeführt sind, in Vergleich gebracht werden. Für die Waage Nr. 1 ist für eine Temperatur-Aenderung von je 1^0 eine Aenderung im Ausschlage von $\frac{0{,}138}{0{,}117} = 1{,}18$, und für die Waage Nr. 2 von $\frac{0{,}231}{0{,}182} = 1{,}27$ Scalentheilen in Rechnung zu bringen. Es wird indess immer vorzuziehen sein die Gewichtsvergleichungen, sei dies unter Anwendung der Methode vertauschter Gewichte oder der mit Tara, bei möglichst ungeändeter Temperatur des Waagebalkens auszuführen. Der Werth von $\alpha - \beta$ ist eben eine gemessene Grösse, die also ihrerseits schon mit einem unvermeidlichen Fehler behaftet ist.

Die nur äusserst geringe Aenderung, welche in den Längen der Hebelarme mit der Temperaturzunahme eintritt, ist der Grund aus welchem der, eben hiervon abhängende, veränderte Ausschlag der Waage nur bei grösserer Belastung messbar hervortritt. In der That wächst bei der Waage Nr. 1 mit einer Temperaturzunahme von 1^0 das statische Moment auf der rechten Seite um 0,000000138 K_1 entspricht also für K = 1000 Gramm eine Gewichtszulage von 0,138 Milligramm, und ändert den Ausschlag um 1,18 Scalentheile. Ein Gewicht von nur 10 Gramm würde bei der gleichen Temperaturerhöhung des Balkens den Ausschlag nur um 0,018 Scalentheile, also um eine selbst mit dem Ablesefernrohr nicht mehr erkennbare Grösse ändern.

Die Ausführung exacter Messungen ist unvermeidlich mit Schwierig-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

keiten und mit nicht unbeträchtlichem Zeitaufwand verbunden. Kennt man aber die Bedingungen, unter welchen erst exacte Resultate gesichert erscheinen, so kann durch methodisch geordnete Beobachtungen rascher das Ziel erreicht werden. Gewichtsvergleichungen grösserer Gewichtsstücke erfordern eine Fernhaltung aller Temperaturstörungen. Ein zweiter Kasten mit athermanen Wandungen und mit keiner grösseren, als zum Anblick des Spiegels erforderlichen, Oeffnung sichert die gleichförmige Zustrahlung, und in frühen Morgenstunden zeigt sich die Temperatur in einem nach Norden gelegenen Waagezimmer ausreichend constant. Die Beobachtungenszeiten auf diese Stunden verlegt führen rasch zu vergleichbaren Resultaten. Die Auslösung der Waage lässt sich leicht in der Art vollziehen, dass der Schwingungsbogen kaum 20 Scalentheile umfasst; nach einer halben Stunde ist er auf 2 bis 3 Scalentheile vermindert. Zwei Ablesungen reichen dann aus den Ausschlag zu bestimmen.

Die Gewichtsvergleichungen zweier mit Nickel überzogener Kilogrammstücke, welche mit den Waagen Nr. 1 und Nr. 2 ausgeführt wurden, liegen der Zeit nach um 4 Monate auseinander. Die erhaltenen Resultate weichen nur um 0,0086 Milligramm von einander ab, und kennzeichnen damit einerseits die Leistungsfähigkeit der Waage und andererseits die Unveränderlichkeit der Nickelüberzüge. Man müsste denn lieber annehmen wollen, dass die Aenderungen beider Stücke in 4 Monaten sich in absolut gleicher Weise vollzogen hätten.

Gewichtsvergleichungen zweier Gewichtsstücke verschiedenen Materials, wie etwa aus Bergkrystall und aus Platin, können nicht mit gleicher Genauigkeit, wie jene der Gewichtsstücke gleichen Materiales ausgeführt werden. Es liegt dies nicht daran, dass die Erfahrungs-Constanten, die zur Berechnung der Luftgewichte zur Anwendung kommen, nicht mit genügender Genauigkeit bekannt wären, sondern in der nicht erreichbaren Gleichheit der Temperaturen der Gewichtsstücke. Die ungleiche Wärmecapacität bringt es mit sich, dass in einem Raume wechselnder Temperaturen, wie solche im Verlaufe von 24 Stunden eintreten, die Gewichtsstücke ungleichen Gang in den Temperaturen einhalten. Man kann sich aber leicht überzeugen, dass ein in Luft eingetauchter Körper, auch wenn seine Temperatur nur um Bruchtheile eines Grades die des umgebunden Mediums übertrifft oder dagegen zurückbleibt, scheinbar leichter

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

oder schwerer wird. Es wäre erst besonders zu untersuchen, welchen Antheil dabei sich geltend machende Luftströmungen oder die an der Oberfläche absorbirten Luftgewichte an der Erscheinung haben. Einige in dieser Richtung ausgeführten Versuche machen es wahrscheinlich, dass lediglich Luftströmungen, an wärmeren Körper nach aufwärts, am kälteren nach abwärts, die Ursache der Anomalien sind. Wie sich dies immer verhalten mag, sicher ist, dass Gewichtsvergleichungen von Gewichtsstücken ungleichen Materiales erst durch Wägungen im luftleeren Raume mit grösserer Exactheit sich vollziehen lassen.

Nachdem Aenderungen im Drucke eines Kilogramms, welche den zehnmillionten Theil des Gewichtsstückes betragen, messbar sind, liegt es nahe Probleme aufzusuchen, in welchen solche kleine Druckdifferenzen in Frage kommen.

Zunächst bietet die Wirkung der Schwere der Erde soche Fälle. Die Beschleunigung durch die Schwere nimmt nach dem Gravitationsgesetze mit dem Quadrat der Entfernung vom Erdmittelpunkte ab, in gleichem Verhältnisse nimmt also auch der Druck eines Körpers auf die Unterlage ab. Ein Körper vom Gewichte Q_1 in der Entfernung r vom Erdmittelpunkte hat in der Entfernung $r+h$ nur noch ein Gewicht $Q_2 = Q_1 \cdot \frac{r^2}{(r+h)^2}$. Ist r der Radius der Erde an der Meeresoberfläche und h eine Höhe von nur wenigen Metern, so können die höheren Potenzen von $\frac{h}{r}$ vernachlässiget werden, und man hat daher $Q_2 = Q_1 (1 - \frac{2h}{r})$. Für $h = 5$ m. würde, der mittlere Erdhalbmesser gleich 6366189 m gesetzt, die Gewichtsabnahme eines Kilogrammes sich schon zu 1,57 Milligramm berechnen.

Die experimentelle Bestimmung von $\frac{Q_1}{Q_2}$ unterliegt keiner Schwierigkeit. Die Waage Nr. 2, dieselbe welche bei einem Uebergewicht von 0,182 mg. eine Zunahme des Ausschlages von einem Scalentheil zeigte, wurde in einer Höhe von 5,5 Meter über dem Fussboden des Labaratoriums auf einem an der Wand befestigtem Tische aufgestellt. Der Boden des Waagekastens war durchbohrt und an Hacken der Schalen waren Drähte

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

aufgehangen, die an ihren unteren Enden Waagschaalen trugen. An jedem Hebelarm bestand also das Gehänge aus zwei Waagschalen einer oberen und einer unteren. Der Abstand beider Schalen betrug 5,29 Meter. Die herabhängenden Drähte waren gegen Bewegung durch Luftzug durch hölzerne Kanäle geschützt, die in verschliessbaren Kasten zur Aufnahme der unteren Waagschalen endeten.

Die Gewichtsvergleichungen wurden in der Art ausgeführt, dass zunächst die Kilogrammstücke in den oberen Schalen sich befanden, und dass in einem zweiten Versuche das eine Kilogrammstück in einer der oberen, das andere in einer der unteren Schalen aufgelegt wurde. Die Methode der Wägung war die der Vertauschung der Gewichtsstücke rechts und links. Nach einer jeden Wägung, in welcher ein Gewichtsstück sich oben das andere sich unten befand, wurden beide Gewichtsstücke in den oberen Schalen aufgelegt und verglichen, um in dieser Weise etwaige Aenderungen, welche die Kilogrammstücke durch atmosphärische Einflüsse erfahren haben könnten, zur Wahrnehmung zu bringen. Die Versuche wurden zehnmal wiederholt, und ebenso viele Gewichtsvergleichungen der Gewichtsstücke bei gleicher Entfernung vom Erdmittelpunkte wurden in der bezeichneten Ordnung ausgeführt. Die Messungen und Beobachtungen wurden sämmtlich in frühen Morgenstunden vollzogen, weil nur auf diese Weise eine genügende Unveränderlichkeit der Temperatur gesichert erschien. Die Gewichtsverluste der Gewichtsstücke in den oberen und unteren Schalen sind um so unerlässlicher in Rechnung zu ziehen, als die Temperaturen unten und oben, auch in nicht geheizten Zimmern, nicht unbedeutend von einander abweichen. Thermometer im oberen Waagekasten uud im Kasten, der die unteren Schalen einschloss, dienten zur Ablesung der Temperatur. Beide Thermometer waren vorausgehend nach dem Gange eines Lufttthermometers abgeeicht, und waren in Zehntel Grade getheilt. Die Resultate der Beobachtungen sind in folgenden Tabellen niedergelegt.

Erste Versuchsreihe.

I. Beide Kilogrammstücke K_1 und K_2 in den oberen Schalen.

Schale links	Schale rechts	Scale
K_1	$K_2 + 0{,}003$	255,1
K_2	$K_1 + 0{,}005$	251,1

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Unter Berücksichtigung, dass ein Zulagegewicht von 0,182 mg. in der Schale rechts den Ausschlag um einen Scalentheil erhöhet, erhält man:

$$K_2 = K_1 + 0{,}0013640.$$

II. K_1 unten, K_2 oben.

Schale links	Schale rechts	Thermometer unten	Thermometer oben	Barometer unten	Barometer oben	Scale
K_2	$K_1 + 0{,}005$	9,6	10,8	721,9	721,45	253,9
K_1	$K_2 + 0{,}003$	9,6	10,8	721,9	721,45	251,0

Man erhält hiernach;

$$K_1 = K_2 - 0{,}0007361.$$

Die Differenz der Gewichtsverluste von K_1 und K_2 berechnet sich, unter Zugrundelegung des specifischen Gewichts des Messings zu 8,4 in bekannter Weise zu 0,0006864. Die Hygrometerstände waren notirt, ihr Einfluss auf die Differenz der Gewichtsverluste macht sich aber erst in den Tausendeln der Milligramme geltend, und wurde daher in dieser wie in allen folgenden Berechnungen ausser Acht gelassen.

Da die Gewichtszunahme von K_1 in leeren Raume um 0,0006864 grösser ist als die von K_2, so hat man in leeren Raume

$$K_1 = K_2 - 0{,}0000497.$$

Die Differenz der Drucke von K_1 unten und K_1 oben ist demnach

$$-0{,}0000497 + 0{,}0013640 = 0{,}0013153.$$

Zweite Versuchsreihe.

I. K_1 und K_2 oben.

Schale links	Schale rechts	Scale
K_1	$K_2 + 0{,}003$	251,9
K_3	$K_1 + 0{,}005$	248,0

Man erhält hiernach

$$K_2 = K_1 + 0{,}0013549.$$

II. K_1 unten, K_2 oben.

Schale links	Schale rechts	Thermometer unten	Thermometer oben	Barometer unten	Barometer oben	Scale
K_1	$K_2 + 0{,}003$	9,5	10,8	721,9	721,45	250,2
K_2	$K_1 + 0{,}005$	9,5	10,8	721,9	721,45	252,5

Man erhält hienach:

$$K_1 = K_2 - 0{,}0006992.$$

Die Differenz der Gewichtsverluste von K_1 unten und K_2 oben ist

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

0,0007371. Da K_1 im leeren Raume um den gleichen Betrag mehr zunimmt als K_2, so hat man im leeren Raume

$$K_1 = K_2 - 0{,}0000379.$$

Der Unterschied der Gewichte von K_1 unten und K_1 oben ist daher:

$$-0{,}0000379 + 0{,}0013549 = 0{,}0013928.$$

Dritte Versuchsreihe.

I. K_1 und K_2 oben.

Schale links	Schale rechts	Scale
K_1	$K_2 + 0{,}003$	249,3
K_2	$K_1 + 0{,}005$	245,0

Man erhält hiernach

$$K_2 = K_1 + 0{,}0013913.$$

II. K_1 unten, K_2 oben.

Schale links	Schale rechts	Thermometer		Barometer		Scale
		unten	oben	unten	oben	
K_1	$K_2 + 0{,}003$	12,4	13,2	716,32	715,87	246,1
K_2	$K_1 + 0{,}005$	12,4	13,2	716,32	715,87	252,4

Man erhält hiernach:

$$K_1 = K_2 - 0{,}0004265.$$

Die Differenz der Gewichtsverluste von K_1 unten und K_2 oben ist 0,00048195. Im leeren Raume ist demnach:

$$K_1 = K_2 + 0{,}0000552.$$

Der Unterschied der Gewichte von K_1 unten und K_1 oben ist daher:

$$+0{,}0000552 + 0{,}0013913 = 0{,}0014465.$$

Vierte Versuchsreihe.

I. K_1 und K_2 oben.

Schale links	Schale rechts	Scale
K_1	$K_2 + 0{,}003$	255,1
K_2	$K_1 + 0{,}005$	251,3

Man erhält hiernach

$$K_2 = K_1 + 0{,}0013457.$$

II. K_1 unten, K_2 oben.

Schale links	Schale rechts	Thermometer		Barometer		Scale
		unten	oben	unten	oben	
K_1	$K_2 + 0{,}003$	11,3	12,1	723,38	722,73	245,5
K_2	$K_1 + 0{,}005$	11,3	12,1	723,38	722,73	252,8

Man erhält hiernach:

$$K_1 = K_2 - 0{,}0003357.$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Die Differenz der Gewichtsverluste von K_1 unten und K_2 oben berechnet sich zu 0,0005204. Im leeren Raume ist demnach:

$$K_1 = K_2 + 0{,}0001847.$$

Der Unterschied der Gewichte von K_1 unten und K_1 oben ist daher:

$$0{,}0001847 - 0{,}0013457 = 0{,}0015304$$

Fünfte Versuchsreihe.

I. K_1 und K_2 oben,

Schale links	Schale rechts	Scale
K_1	$K_2 + 0{,}003$	254,3
K_2	$K_1 + 0{,}005$	250,1

Man erhält hiernach:

$$K_2 = K_1 + 0{,}0013822.$$

II. K_1 unten, K_2 oben.

Schale links	Schale rechts	Thermometer		Barometer		Scale
		unten	oben	unten	oben	
K_1	$K_2 + 0{,}003$	6,8	8,6	724,6	724,15	253,1
K_2	$K_1 + 0{,}005$	6,8	8,6	724,6	724,15	254,2

Man erhält hiernach:

$$K_1 = K_2 - 0{,}0008998.$$

Die Differenz der Gewichtsverluste berechnet sich zu 0,0012008. Im leeren Raume ist demnach:

$$K_1 = K_2 + 0.0003010.$$

Der Unterschied der Gewichte von K_1 unten und K_1 oben ist daher

$$0{,}0003010 + 0{,}0013822 = 0{,}0016832.$$

Sechste Versuchsreihe.

I. K_1 und K_2 oben.

Schale links	Schale rechts	Scale
K_1	$K_2 + 0{,}003$	252,2
K_2	$K_1 + 0{,}005$	248,2

Man erhält hiernach:

$$K_2 = K_1 + 0{,}0013640.$$

II. K_1 oben, K_2 unten.

Schale links	Schale rechts	Thermometer		Barometer		Scale
		unten	oben	unten	oben	
K_1	$K_2 + 0{,}003$	7,8	9,4	725,4	724,95	257,5
K_2	$K_1 + 0{,}005$	7,8	9,4	725,4	724,95	246 4

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Man erhält hiernach:

$$K_2 = K_1 + 0{,}0020102.$$

Die Differenz der Gewichtsverluste berechnet sich zu 0,0008971. Im leeren Raume ist demnach:

$$K_2 = K_1 + 0{,}0029073.$$

Der Unterschied der Gewichte von K_2 unten und K_2 oben ist daher:

$$0{,}0029073 - 0{,}0013640 = 0{,}0015433.$$

Siebente Versuchsreihe.

I. K_1 und K_2 oben.

Schale links	Schale rechts	Scale
K_1	$K_2 + 0{,}003$	251,2
K_2	$K_1 + 0{,}005$	248,2

Man erhält hiernach:

$$K_2 = K_1 + 0{,}0012730.$$

II. K_1 oben, K_2 unten.

Schale links	Schale rechts	Thermometer		Barometer		Scale
		unten	oben	unten	oben	
K_1	$K_2 + 0{,}003$	7,8	9,2	724,5	724,15	258,0
K_2	$K_1 + 0{,}005$	7,8	9,2	724,5	724,15	247,0

Man erhält hiernach

$$K_2 = K_1 + 0{,}0020010.$$

Die Differenz der Gewichtsverluste berechnet sich zu 0,0007776. Im leeren Raume ist demnach:

$$K_2 = K_1 + 0{,}0027786.$$

Die Differenz der Gewichte von K_2 unten und K_1 oben ist daher

$$0{,}0027786 - 0{,}001273 = 0{,}0015056.$$

Achte Versuchsreihe.

I. K_1 und K_2 oben.

Schale links	Schale rechts	Scale
K_1	$K_2 + 0{,}003$	252,0
K_2	$K_1 + 0{,}005$	247,6

Man erhält hiernach:

$$K_2 + K_1 + 0{,}0014004.$$

II. K_1 oben, K_2 unten.

Schale links	Schale rechts	Thermometer		Barometer		Scale
		unten	oben	unten	oben	
K_1	$K_2 + 0{,}003$	8,2	9,6	724,5	724,05	259,2
K_2	$K_1 + 0{,}005$	8,2	9,6	724,5	724,05	248,0

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Man erhält hiernach:

$$K_2 = K_1 + 0{,}0020192.$$

Die Differenz der Gewichtsverluste berechnet sich zu 0,0007952. Im leeren Raume ist demnach

$$K_2 = K_1 + 0{,}0028150.$$

Die Differenz der Gewichte von K_2 unten und K_2 oben ist daher:

$$0{,}0028150 - 0{,}0014004 = 0{,}0014146.$$

Neunte Versuchsreihe.

I. K_1 und K_2 oben.

Schale links	Schale rechts	Scale
K_1	$K_2 + 0{,}003$	252,0
K_2	$K_1 + 0{,}005$	248,2

Man erhält hiernach:

$$K_2 = K_1 + 0{,}0013458.$$

II. K_1 oben, K_2 unten.

Schale links	Schale rechts	Thermometer		Barometer		Scale
		unten	oben	unten	oben	
K_1	$K_2 + 0{,}003$	8,0	10,0	706,3	705,85	257,9
K_2	$K_1 + 0{,}005$	8,0	10,0	706,3	705,85	248,0

Man erhält hiernach:

$$K_2 = K_1 + 0{,}0019009.$$

Die Differenz der Gewichtsverluste berechnet sich zu 0,0010449. Im leeren Raume ist demnach:

$$K_2 = K_1 + 0{,}0029458.$$

Die Differenz der Gewichte von K_2 unten und K_2 oben ist daher:

$$0{,}0029458 - 0{,}0013458 = 0{,}0016000.$$

Zehnte Versuchsreihe.

I. K_1 und K_2 oben.

Schale links	Schale rechts	Scale
K_1	$K_2 + 0{,}003$	254,2
K_2	$K_1 + 0{,}005$	250,7

Man erhält hiernach:

$$K_2 = K_1 + 0{,}0013185.$$

II. K_1 oben, K_2 unten.

Schale links	Schale rechts	Thermometer		Barometer		Scale
		unten	oben	unten	oben	
K_1	$K_2 + 0{,}003$	8,7	10,9	705,0	704,55	256,0
K_2	$K_1 + 0{,}005$	8,7	10,9	705,0	704,55	247,7

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Man erhält hiernach:

$$K_2 = K_1 + 0{,}0018463.$$

Die Differenz der Gewichtsverluste berechnet sich zu 0,0011400. Im leeren Raume ist demnach:

$$K_2 = K_1 + 0{,}0029863.$$

Die Differenz der Gewichte K_2 unten und K_2 oben ist daher:

$$0{,}0029863 - 0{,}0013185 = 0{,}0016678.$$

Die zehn Gewichtsvergleichungen der Gewichtsstücke in gleichem Abstande vom Erdmittelpunkte ergaben nach der Reihe

$$\begin{aligned}
K_2 &= K_1 + 0{,}0013640 \\
&= K_1 + 0{,}0013549 \\
&= K_1 + 0{,}0013913 \\
&= K_1 + 0{,}0013457 \\
&= K_1 + 0{,}0013822 \\
&= K_1 + 0{,}0013640 \\
&= K_1 + 0{,}0012730 \\
&= K_1 + 0{,}0014004 \\
&= K_1 + 0{,}0013458 \\
&= K_1 + 0{,}0013185 \\
\text{Mittel} \quad K_2 &= K_1 + 0{,}0013539
\end{aligned}$$

Die grösste Abweichung der einzelnen Versuche vom Mittel beträgt nur 0,08 Milligramm, und spricht dafür dass überhaupt die erhaltenen Abweichungen nur den unvermeidlichen Fehlern, nicht aber der Veränderlichkeit der Gewichtsstücke zuzuschreiben sind.

Die Gewichtsabnahmen, welche nach einer Zunahme der Entfernung von 5,29 Meter vom Erdmittelpunkte eintreten, zeigen nicht die gleiche Uebereinstimmung. In Milligrammen ausgedrückt ergab sich für diese Gewichtsabnahmen nach der Reihe:

	1,3153
	1,3928
	1,4465
	1,5304
	1,6822
	1,5433
	1,5056
	1,4146
	1,6000
	1,6675
Mittel	1,5099

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Die Abweichungen treten hier schon in den Zehntel der Milligramme auf. Da sie nicht auf eine Veränderlichkeit der Gewichtsstücke zurückzuführen sind, so liegt der Grund wohl ohne Zweifel nur darin, dass Gewichtsvergleichungen von Gewichtsstücken, die in Luft ungleicher Temperatur und ungleichen Druckes aufgehangen sind, mit grösseren unvermeidlichen Beobachtungsfehlern sich behaftet zeigen. In der That macht auch ein Fehler von 0,2°C. in der Temperatur Differenz der unteren und oberen Station sich schon in den Zehnteln der Milligramme geltend.

Nachdem die Versuche ergaben, dass am Ort München ein Gewichtsstück Q_1 von einem Kilogramm, von einer unteren Station in eine um 5,29 m höhere Station gebracht, um 1,5099 Milligramm abnimmt, so hat man

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{1000000 - 1,5099}{1000000}.$$

Nach dem Gravitationsgesetze ist:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{2 \cdot 5,29}{6366189} = \frac{1000000 - 1,662}{1000000}.$$

Man hätte also eine Abnahme von 1,662 mg. erwarten sollen. Der Unterschied ist allerdings klein und beträgt nur 0,152 mg., auch ist auf die Fehlerquellen, die in der Reduction der Gewichte auf den leeren Raum auftreten, aufmerhsam gemacht. Immerhin ist aber der Unterschied grösser, als man bei einer so ausgedehnten Versuchsreihe hätte erwarten sollen. Man könnte daher die Frage aufwerfen, ob die Art der Ausführung des Versuches auch vollkommen im Einklange stehet mit der unter Anwendung des Gravitationsgesetzes gemachten Veraussetzung. Das physikalische Institut liegt in einem der tieferen Stadttheile, ist massiv gebaut, und ist von massiven Gebäuden umgeben, oder denselben naheliegend, während in der Rechnung vorausgesetzt ist, dass keine störenden Ursachen einwirken. Versuche in einem isolirt stehenden Thurm würde durch die Lage selbst und würden dadurch, dass grössere Abstände der Waagschalen in Anwendung gebracht werden könnten, vielleicht auch durch mindere Veränderlichkeit der Temperaturen der unteren und oberen Stationen, exactere Resultate liefern. Ich werde nicht versäumen eine sich mir eben bietende Gelegenheit zur Wiederholung der Versuche zu benützen.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Günstige äussere Verhältnisse würden auch erlauben einen Versuch der Wägung der Erde auszuführen, d. h. zu bestimmen wie viel mal mehr materielle Punkte die Erde besitzt als ein Körper bekannter Grösse und bekannter Dichtigkeit. Bei gleicher Aufstellung der Waage und bei den eben erwähnten Versuchen würde eine unter der unteren Waagschale aufgestellte, aus Bleibarren gebildete Kugel eine entsprechende Vermehrung des Zuges, also Erhöhung des Gewichtes erzeugen. Unter zu Grundelegung der für die mittlere Dichtigkeit der Erde aufgefundenen Zahl lässt sich der Halbmesser einer Bleikugel bestimmen, welche eine Gewichtszunahme eines Kilogrammstückes von 1 Miligramm bewirken könnte. Es ist mir einige Aussicht zur Ausführung des Versuches gegeben, der dann rückwärts auf einem neuen Wege zur Bestimmung der mittleren Dichtigkeit der Erde benützt werden könnte.

BRITISH MUSEUM NATURAL HISTORY

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Abhandlungen der Bayerischen Akademie der Wissenschaften - Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse

Jahr/Year: 1878

Band/Volume: 13_1

Autor(en)/Author(s): Jolly Johann Philipp Gustav von

Artikel/Article: Die Anwendung der Waage auf Probleme der Gravitation. 155-176