

Skizzen

zu einem speciellen Fall des Problems
der drei Körper.

Von

Dr. E. Frhr. von Haerdtl.

(Mit 4 Tafeln.)

V o r r e d e.

Die vorliegende Abhandlung fällt ihrem Inhalt nach nahezu völlig mit jener Untersuchung zusammen, welche ich als Manuscript zur Concurrenz um den von der kgl. dänischen Gesellschaft der Wissenschaften gewidmeten Preis eingereicht hatte und welcher am 20. Februar 1891 die goldene Medaille zuerkannt worden ist.

Eine merkliche Erweiterung hat nur der fünfte Abschnitt durch Aufnahme jener Resultate erfahren, welche die wiederholte genaue Störungsrechnung mich hat finden lassen. Der Schluss des Termins hatte mich hier noch mitten in den diesbezüglichen Rechnungen überrascht.

Die übrigen Abschnitte haben nur Aenderungen formaler Natur erfahren. Es schien mir nämlich wegen des negativen Charakters der Resultate gerathen, an manchen Stellen die Darlegung noch zu kürzen und mich hier bloss auf die Wiedergabe der Hauptpunkte zu beschränken, während ich in dem oben erwähnten Manuscript, namentlich bezüglich der numerischen Werthe, detaillirtere Angaben gemacht hatte.

Schliesslich erlaube ich mir noch an dieser Stelle Herrn Professor Thiele meinen ergebensten Dank zu sagen. Mehreren werthvollen Bemerkungen, welche er die Güte hatte, mir nach Durchsicht des Manuscripts mitzutheilen, habe ich thunlichst Rechnung getragen.

Einleitung.

Dass wir uns heute von den Bewegungserscheinungen in einem System von mehr als zwei Körper keine oder eine nur höchst unvollkommene Vorstellung zu machen im Stande sind, glaube ich, kann nicht geläugnet werden, und ich erblicke mit Gylden¹⁾ hierin die Hauptursache, wesshalb uns die Lösung des Problems der drei Körper so schwierig erscheint. Von Gylden ist auch meines Wissens zuerst auf einen Weg hingewiesen worden, auf dem diesem Uebelstand möglicherweise abgeholfen und die Erweiterung unseres Vorstellungsgebietes erreicht werden könnte, nämlich die Untersuchung einer Reihe von Specialfällen dieses Problems, denn es lässt sich erwarten, dass man durch eine grössere Zahl derartiger Untersuchungen — wenngleich jede an sich, uns nur ein Bild der Bewegung im speciellen Fall zu geben, im Stande ist — schliesslich doch aus deren Zusammenstellung zu zureichenden Vorstellungen der Bewegung im allgemeinen Fall gelangen oder doch wenigstens dieselben so weit ausbilden wird können, dass wir nicht mehr, wie heute, gezwungen sind, auf die Bewegungserscheinungen in einem System von nur zwei Körpern zurückzugreifen. Wie weit auf diesem — gewiss naturgemässen — Weg ein Beitrag zur Lösung des allgemeinsten Falles in Aussicht steht, lässt sich allerdings im Voraus auch nur näherungsweise nicht beurtheilen, doch, glaube ich, wird man diesen Weg schon desshalb als einen wissenschaftlich berechtigten ansehen müssen, als er uns dazu führt, uns mit den einfacheren Fällen eingehender zu befassen, deren Lösung zu ver-

1) H. Gylden, Eine Annäherungsmethode im Probleme der drei Körper. Acta Mathematica I u. a. O.

suchen und zu zeigen, ob und wie weit wir heute schon im Stande sind, der auch hier schon auftretenden Schwierigkeiten Herr zu werden.

In der vorliegenden Arbeit erscheint zum erstenmal die numerische Rechnung in den Dienst des Problems gestellt. Nach meiner Meinung handelt es sich nicht nur darum, die Existenz einfach periodischer Bewegungen zu beweisen, sondern in den einzelnen Fällen auch die geometrischen und mechanischen Bedingungen aufzusuchen, denn es steht zu erwarten, dass man hiebei zu brauchbaren Annäherungsformeln gelangen wird. Das nöthige Material zu solchen Untersuchungen zu liefern, sind aber numerische Rechnungen vorzugsweise geeignet.

In unserem Planetensystem ist die Massenvertheilung eine derartige, dass während eines mässigen Zeitraumes der Einfluss der Planeten auf einander im Vergleich zu jenen der Sonne sehr gering bleibt. Die Bewegungserscheinungen sind demnach auch nahezu dieselben, wie jene in einem System von nur zwei Körpern. Dieser Umstand setzt uns umgekehrt aber auch wieder in Stand für einen beliebigen, nur nicht zu weit entfernten Zeitmoment von den in unserem System stattfindenden Bewegungserscheinungen sofort wenigstens ein genähertes Bild zu entwerfen.

Verlassen wir aber unser Planetensystem und nehmen wir an, es liege uns z. B. ein mehrfaches Sternsystem vor, so gestalten sich die Verhältnisse wesentlich ungünstiger und schon auf die einfachsten Fragen über die in demselben stattfindende Bewegung werden wir die Antwort schuldig bleiben müssen.

Die vorliegende Untersuchung behandelt einen der einfachsten Fälle in einem derartigen System. Um den Leser mit demselben vertraut zu machen, gebe ich in Uebersetzung das von der königlich dänischen Gesellschaft der Wissenschaften gestellte Problem hier wieder:

„In einem Doppelstern, bestehend aus zwei gleichnamigen Körpern A und B , sind die beschriebenen Bahnen Kreise. Ein dritter Punkt C , mit unendlich kleiner Masse, bewegt sich so in der Bahnebene der A und B , dass er zu Beginn der Bewegung auf der Verlängerung der Linie AB steht und zwar in einem Abstand von A , welcher halb so gross ist, wie der Abstand von B bis A und ferner, dass er um A eine Kreisbahn beschreiben würde, sofern B nicht vorhanden wäre. Bei Beginn sind alle Bewegungen nach derselben Seite gerichtet.“

1.

Nehmen wir die Linie BAC als X -Axe eines rechtwinkligen fixen Coordinatensystems, dessen Ursprung in A liege, an, und bezeichnen ferner mit $x_1 y_1$ die Coordinaten, mit m die Masse des Körpers B , mit $x_0 y_0$ die Coordinaten des Körpers C und zwar in der ungestörten (Kreis) Bahn, die Störungen in den einzelnen Coordinaten mit $\xi \eta$, so sind die thatsächlich stattfindenden, also gestörten Coordinaten $x y$ desselben Körpers C , dargestellt durch $x = x_0 + \xi$, $y = y_0 + \eta$, und mit Berücksichtigung der obigen Festsetzungen über die Massen ($C=0$, $A=B=m$), gehen die bekannten Differentialgleichungen zur Berechnung der Störungen in den rechtwinkligen Coordinaten über in:

$$\frac{d^2 \xi}{dt^2} = k^2 m \left\{ \frac{x_1 - x}{\varrho^3} - \frac{x_1}{r_1^3} \right\} + k^2 m \left\{ \frac{x_0}{r_0^3} - \frac{x}{r^3} \right\}$$

$$\frac{d^2 \eta}{dt^2} = k^2 m \left\{ \frac{y_1 - y}{\varrho^3} - \frac{y_1}{r_1^3} \right\} + k^2 m \left\{ \frac{y_0}{r_0^3} - \frac{y}{r^3} \right\}$$

Die Einheit der Distanz und der Masse können wir nach Belieben wählen, nur darf nicht übersehen werden, dass jede Verfügung hierüber zugleich eine bestimmte Zeiteinheit bedingt.

Ich habe $r_0 = \frac{1}{2} r_1 = 1$ genommen, und ferner m so gewählt, dass es das Product $k^2 m$, wo k die Gauss'sche Constante bedeutet, gleich der Einheit macht. Die obigen Gleichungen vereinfachen sich demnach noch weiter und zwar wird:

$$\frac{d^2 \xi}{dt^2} = \left\{ \frac{x_1 - x}{\varrho^3} - \frac{x}{r^3} \right\} - \left\{ \frac{x_1}{8} - x_0 \right\}$$

$$\frac{d^2 \eta}{dt^2} = \left\{ \frac{y_1 - y}{\varrho^3} - \frac{y}{r^3} \right\} - \left\{ \frac{y_1}{8} - y_0 \right\}$$

Die Berechnung der zweiten Glieder rechts vom Gleichheitszeichen bietet absolut keine Schwierigkeit. In den ersten Gliedern sind aber die Störungswerthe $\xi \eta$, also jene Werthe enthalten, die wir zu bestimmen suchen. Dieser Umstand erschwert zwar deren Berechnung, doch gestaltete sich dieselbe hier trotzdem sehr einfach, da hier nicht die äusserste Genauigkeit erreicht werden musste. Einige Worte dürften genügen, die Art der Berechnung derselben klar zu machen.

Dass ich überhaupt mich entschlossen habe, die Störungen in den rechtwinkligen Coordinaten zu ermitteln, findet seine Erklärung in dem Umstand, dass es bei dieser Art der Berechnung sofort möglich ist, sich vom Lauf des gestörten Körpers ein Bild zu machen. Indem ich die gestörten Coordinaten von Intervall zu Intervall auf einem graduirten Blatt eintrug und deren Schnittpunkte durch eine Curve verband, gestattete mir schon der Verlauf der Curve einen beiläufigen Schluss auf den Werth der gestörten Coordinaten des nächstfolgenden Intervalls zu ziehen. Der Differenzengang der Störungsincremente ermöglichte aber stets einen noch genaueren Werth voraus zu extrapoliren, so dass der direct berechnete Werth meist völlig mit dem angenommenen zusammenfiel und eine Wiederholung der Rechnung — von wenigen Fällen abgesehen — überflüssig wurde.

$$\begin{array}{lll} \text{Da:} & x_0 = \cos v_0 & x = x_0 + \xi = r \cos v & x_1 = r_1 \cos v_1 \\ & y_0 = \sin v_0 & y = y_0 + \eta = r \sin v & y_1 = r_1 \sin v_1 \end{array}$$

$$\text{ferner:} \quad \varrho^2 = (x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2$$

endlich zu Beginn der Bewegung der obigen Festsetzungen gemäss:

$$v_0 = 0^\circ \quad v_1 = 180^\circ$$

zu nehmen ist, so glaube ich, ist durch die Ueberschrift die Bedeutung der Zahlen in nachfolgender Tafel genügend klar gethan. Wie man aus derselben ersieht, wurde der speciellen Störungsrechnung jenes Intervall zu Grunde gelegt, welches einer Bewegung des störenden Körpers *B* im Betrag von $1^\circ 15'$ in seiner Kreisbahn entspricht und die Rechnung so weit geführt, bis *B* zwei volle Umläufe beschrieben hatte.

v_0	v_1	x	Diff.	y	Diff.	z	Diff.	r	Diff.	v	Diff.
0.0	180.00	+ 1.00000	— 83	+ 0.00000	+ 4362	+ 3.0000	— 1	+ 1.0000	+ 1	0 0.0	+ 2 30.0
2.5	181.25	+ 0.99917	— 246	+ 0.04362	+ 4354	+ 2.9999	— 1	+ 1.0001	+ 4	2 30.0	+ 2 29.9
5.0	182.50	+ 0.99671	— 408	+ 0.08716	+ 4338	+ 2.9998	— 1	+ 1.0005	+ 7	4 59.9	+ 2 29.6
7.5	183.75	+ 0.99263	— 569	+ 0.13054	+ 4314	+ 2.9997	— 2	+ 1.0012	+ 9	7 29.5	+ 2 29.3
10.0	185.00	+ 0.98694	— 729	+ 0.17368	+ 4283	+ 2.9995	— 2	+ 1.0021	+ 12	9 58.8	+ 2 28.9
12.5	186.25	+ 0.97965	— 888	+ 0.21651	+ 4244	+ 2.9993	— 2	+ 1.0033	+ 14	12 27.7	+ 2 28.4
15.0	187.50	+ 0.97077	— 1044	+ 0.25895	+ 4198	+ 2.9991	— 3	+ 1.0047	+ 17	14 56.1	+ 2 27.8
17.5	188.75	+ 0.96033	— 1197	+ 0.30093	+ 4145	+ 2.9988	— 4	+ 1.0064	+ 19	17 23.9	+ 2 27.1
20.0	190.00	+ 0.94836	— 1348	+ 0.34238	+ 4086	+ 2.9984	— 4	+ 1.0083	+ 21	19 51.0	+ 2 26.4
22.5	191.25	+ 0.93488	— 1494	+ 0.38324	+ 4019	+ 2.9980	— 5	+ 1.0104	+ 23	22 17.4	+ 2 25.5
25.0	192.50	+ 0.91994	— 1636	+ 0.42343	+ 3944	+ 2.9975	— 6	+ 1.0127	+ 25	24 42.9	+ 2 24.6
27.5	193.75	+ 0.90358	— 1775	+ 0.46287	+ 3865	+ 2.9969	— 6	+ 1.0152	+ 27	27 7.5	+ 2 23.5
30.0	195.00	+ 0.88583	— 1908	+ 0.50152	+ 3780	+ 2.9963	— 6	+ 1.0179	+ 29	29 31.0	+ 2 22.5
32.5	196.25	+ 0.86675	— 2037	+ 0.53932	+ 3688	+ 2.9957	— 7	+ 1.0208	+ 31	31 53.5	+ 2 21.3
35.0	197.50	+ 0.84638	— 2161	+ 0.57620	+ 3593	+ 2.9950	— 7	+ 1.0239	+ 32	34 14.8	+ 2 20.1
37.5	198.75	+ 0.82477	— 2280	+ 0.61213	+ 3493	+ 2.9943	— 7	+ 1.0271	+ 34	36 34.9	+ 2 18.9
40.0	200.00	+ 0.80197	— 2394	+ 0.64706	+ 3387	+ 2.9936	— 8	+ 1.0305	+ 34	38 53.8	+ 2 17.7
42.5	201.25	+ 0.77803	— 2502	+ 0.68093	+ 3276	+ 2.9928	— 8	+ 1.0339	+ 36	41 11.5	+ 2 16.4
45.0	202.50	+ 0.75301	— 2605	+ 0.71369	+ 3161	+ 2.9920	— 9	+ 1.0375	+ 36	43 27.9	+ 2 14.9
47.5	203.75	+ 0.72696	— 2703	+ 0.74530	+ 3044	+ 2.9911	— 10	+ 1.0411	+ 37	45 42.8	+ 2 13.6
50.0	205.00	+ 0.69993	— 2795	+ 0.77574	+ 2924	+ 2.9901	— 10	+ 1.0448	+ 38	47 56.4	+ 2 12.3
52.5	206.25	+ 0.67198	— 2881	+ 0.80498	+ 2800	+ 2.9891	— 11	+ 1.0486	+ 38	50 8.7	+ 2 10.9
55.0	207.50	+ 0.64317	— 2961	+ 0.83298	+ 2673	+ 2.9880	— 11	+ 1.0524	+ 38	52 19.6	+ 2 9.5
57.5	208.75	+ 0.61356	— 3034	+ 0.85971	+ 2545	+ 2.9869	— 12	+ 1.0562	+ 38	54 29.1	+ 2 8.1
60.0	210.00	+ 0.58322	— 3103	+ 0.88516	+ 2414	+ 2.9857	— 12	+ 1.0600	+ 38	56 37.2	+ 2 6.6
62.5	211.25	+ 0.55219	— 3166	+ 0.90930	+ 2280	+ 2.9845	— 13	+ 1.0638	+ 38	58 43.8	+ 2 5.3
65.0	212.50	+ 0.52053	— 3224	+ 0.93210	+ 2146	+ 2.9832	— 14	+ 1.0676	+ 37	60 49.1	+ 2 4.0
67.5	213.75	+ 0.48829	— 3274	+ 0.95356	+ 2011	+ 2.9818	— 15	+ 1.0713	+ 37	62 53.1	+ 2 2.5
70.0	215.00	+ 0.45555	— 3320	+ 0.97367	+ 1872	+ 2.9803	— 16	+ 1.0750	+ 37	64 55.6	+ 2 1.1
72.5	216.25	+ 0.42235	— 3362	+ 0.99239	+ 1734	+ 2.9787	— 16	+ 1.0785	+ 35	66 56.7	+ 1 59.9
75.0	217.50	+ 0.38873	— 3397	+ 1.00973	+ 1595	+ 2.9771	— 17	+ 1.0820	+ 33	68 56.6	+ 1 58.6
77.5	218.75	+ 0.35476	— 3426	+ 1.02568	+ 1456	+ 2.9754	— 19	+ 1.0853	+ 32	70 55.2	+ 1 57.3
80.0	220.00	+ 0.32050	— 3449	+ 1.04024	+ 1316	+ 2.9735	— 20	+ 1.0885	+ 30	72 52.5	+ 1 56.1
82.5	221.25	+ 0.28601	— 3469	+ 1.05340	+ 1177	+ 2.9715	— 21	+ 1.0915	+ 29	74 48.6	+ 1 54.9
85.0	222.50	+ 0.25132	— 3483	+ 1.06517	+ 1037	+ 2.9694	— 23	+ 1.0944	+ 27	76 43.5	+ 1 53.6
87.5	223.75	+ 0.21649	— 3492	+ 1.07554	+ 897	+ 2.9671	— 24	+ 1.0971	+ 25	78 37.1	+ 1 52.6
90.0	225.00	+ 0.18157	— 3496	+ 1.08451	+ 757	+ 2.9647	— 26	+ 1.0996	+ 23	80 29.7	+ 1 51.5
92.5	226.25	+ 0.14661	— 3495	+ 1.09208	+ 617	+ 2.9621	— 27	+ 1.1019	+ 21	82 21.2	+ 1 50.5
95.0	227.50	+ 0.11166	— 3490	+ 1.09825	+ 478	+ 2.9594	— 28	+ 1.1040	+ 17	84 11.7	+ 1 49.4
97.5	228.75	+ 0.07676	— 3479	+ 1.10303	+ 340	+ 2.9566	— 30	+ 1.1057	+ 15	86 1.1	+ 1 48.5
100.0	230.00	+ 0.04197	— 3464	+ 1.10643	+ 201	+ 2.9536	— 32	+ 1.1072	+ 13	87 49.6	+ 1 47.6
102.5	231.25	+ 0.00733	— 3445	+ 1.10844	+ 63	+ 2.9504	— 35	+ 1.1085	+ 9	89 37.2	+ 1 46.8
105.0	232.50	— 0.02712	— 3422	+ 1.10907	— 74	+ 2.9469	— 37	+ 1.1094	+ 6	91 24.0	+ 1 46.0
107.5	233.75	— 0.06134	— 3393	+ 1.10833	— 210	+ 2.9432	— 40	+ 1.1100	+ 3	93 10.0	+ 1 45.3
110.0	235.00	— 0.09527	— 3360	+ 1.10623	— 345	+ 2.9392	— 43	+ 1.1103	— 0	94 55.3	+ 1 44.6
112.5	236.25	— 0.12887	— 3324	+ 1.10278	— 479	+ 2.9349	— 45	+ 1.1103	— 4	96 39.9	+ 1 44.0
115.0	237.50	— 0.16211	— 3282	+ 1.09799	— 614	+ 2.9304	— 48	+ 1.1099	— 8	98 23.9	+ 1 43.4
117.5	238.75	— 0.19493	— 3237	+ 1.09185	— 747	+ 2.9256	— 51	+ 1.1091	— 12	100 7.3	+ 1 43.0
120.0	240.00	— 0.22730	— 3187	+ 1.08438	— 879	+ 2.9205	— 54	+ 1.1079	— 15	101 50.3	+ 1 42.5
122.5	241.25	— 0.25917	— 3133	+ 1.07559	— 1011	+ 2.9151	— 58	+ 1.1064	— 20	103 32.8	+ 1 42.2
125.0	242.50	— 0.29050	— 3075	+ 1.06548	— 1141	+ 2.9093	— 62	+ 1.1044	— 25	105 15.0	+ 1 42.0
127.5	243.75	— 0.32125	— 3013	+ 1.05407	— 1270	+ 2.9031	— 66	+ 1.1019	— 29	106 57.0	+ 1 41.7
130.0	245.00	— 0.35138	— 2946	+ 1.04137	— 1398	+ 2.8965	— 70	+ 1.0990	— 33	108 38.7	+ 1 41.6
132.5	246.25	— 0.38084	— 2875	+ 1.02739	— 1526	+ 2.8895	— 75	+ 1.0957	— 38	110 20.3	+ 1 41.6
135.0	247.50	— 0.40959	— 2860	+ 1.01213	— 1653	+ 2.8820	— 80	+ 1.0919	— 44	112 1.9	+ 1 41.7

v_0	v_1	x	Diff.	y	Diff.	z	Diff.	r	Diff.	v	Diff.
137.5	248.75	-0.43759	-2719	+0.99560	-1779	+2.8740	-84	+1.0875	-49	113 43.6	+1 41.8
140.0	250.00	-0.46478	-2636	+0.97781	-1905	+2.8656	-90	+1.0826	-54	115 25.4	+1 42.1
142.5	251.25	-0.49114	-2547	+0.95876	-2029	+2.8566	-95	+1.0772	-59	117 7.5	+1 42.4
145.0	252.50	-0.51661	-2453	+0.93847	-2152	+2.8471	-101	+1.0713	-66	118 49.9	+1 42.9
147.5	253.75	-0.54114	-2355	+0.91695	-2275	+2.8370	-106	+1.0647	-71	120 32.8	+1 43.5
150.0	255.00	-0.56469	-2251	+0.89420	-2396	+2.8264	-113	+1.0576	-78	122 16.3	+1 44.3
152.5	256.25	-0.58720	-2141	+0.87024	-2517	+2.8151	-119	+1.0498	-84	124 0.6	+1 45.1
155.0	257.50	-0.60861	-2026	+0.84507	-2637	+2.8032	-127	+1.0414	-91	125 45.7	+1 46.0
157.5	258.75	-0.62887	-1907	+0.81870	-2757	+2.7905	-134	+1.0323	-97	127 31.7	+1 47.3
160.0	260.00	-0.64794	-1780	+0.79113	-2875	+2.7771	-143	+1.0226	-105	129 19.0	+1 48.7
162.5	261.25	-0.66571	-1647	+0.76238	-2993	+2.7628	-151	+1.0121	-112	131 7.7	+1 50.3
165.0	262.50	-0.68221	-1508	+0.73245	-3111	+2.7477	-159	+1.0009	-119	132 58.0	+1 52.0
167.5	263.75	-0.69729	-1360	+0.70134	-3225	+2.7318	-168	+0.9890	-128	134 50.0	+1 54.1
170.0	265.00	-0.71089	-1206	+0.66909	-3341	+2.7150	-178	+0.9762	-135	136 44.1	+1 56.4
172.5	266.25	-0.72295	-1043	+0.63568	-3455	+2.6972	-188	+0.9627	-141	138 40.5	+1 59.1
175.0	267.50	-0.73338	-871	+0.60113	-3566	+2.6784	-200	+0.9483	-153	140 39.6	+2 2.0
177.5	268.75	-0.74209	-687	+0.56547	-3677	+2.6584	-211	+0.9330	-162	142 11.6	+2 5.3
180.0	270.00	-0.74896	-495	+0.52870	-3787	+2.6373	-224	+0.9168	-172	144 46.9	+2 9.1
182.5	271.25	-0.75391	-291	+0.49083	-3894	+2.6149	-236	+0.8996	-181	146 56.0	+2 13.5
185.0	272.50	-0.75682	-74	+0.45189	-3999	+2.5913	-251	+0.8815	-191	149 9.5	+2 18.5
187.5	273.75	-0.75756	+159	+0.41190	-4101	+2.5662	-265	+0.8624	-203	151 28.0	+2 24.0
190.0	275.00	-0.75597	+407	+0.37089	-4198	+2.5397	-280	+0.8421	-214	153 52.0	+2 30.4
192.5	276.25	-0.75190	+673	+0.32891	-4293	+2.5117	-297	+0.8207	-225	156 22.4	+2 37.8
195.0	277.50	-0.74517	+958	+0.28598	-4380	+2.4820	-316	+0.7982	-238	159 0.2	+2 46.4
197.5	278.75	-0.73559	+1266	+0.24218	-4459	+2.4504	-334	+0.7744	-250	161 46.6	+2 56.2
200.0	280.00	-0.72293	+1599	+0.19759	-4531	+2.4170	-355	+0.7494	-263	164 42.8	+3 7.8
202.5	281.25	-0.70694	+1961	+0.15228	-4590	+2.3815	-376	+0.7231	-276	167 50.6	+3 21.5
205.0	282.50	-0.68733	+2356	+0.10638	-4634	+2.3439	-400	+0.6955	-290	171 12.1	+3 37.8
207.5	283.75	-0.66377	+2788	+0.06004	-4656	+2.3039	-424	+0.6665	-305	174 49.9	+3 57.2
210.0	285.00	-0.63589	+3267	+0.01348	-4650	+2.2615	-450	+0.6360	-319	178 47.1	+4 20.9
212.5	286.25	-0.60322	+3798	-0.03302	-4609	+2.2165	-477	+0.6041	-334	183 8.0	+4 50.0
215.0	287.50	-0.56524	+4383	-0.07911	-4513	+2.1688	-505	+0.5707	-347	187 58.0	+5 26.1
217.5	288.75	-0.52141	+5035	-0.12424	-4350	+2.1183	-534	+0.5360	-360	193 24.1	+6 11.9
220.0	290.00	-0.47106	+5761	-0.16774	-4081	+2.0649	-559	+0.5000	-369	199 36.0	+7 10.0
222.5	291.25	-0.41345	+6562	-0.20855	-3672	+2.0090	-579	+0.4631	-375	206 46.0	+8 25.4
225.0	292.50	-0.34783	+7429	-0.24527	-3055	+1.9511	-586	+0.4256	-371	215 11.4	+10 2.9
227.5	293.75	-0.27354	+8318	-0.27582	-2151	+1.8925	-572	+0.3885	-355	225 14.3	+12 8.0
230.0	295.00	-0.19036	+9138	-0.29733	-863	+1.8353	-522	+0.3530	-314	237 22.3	+14 42.1
232.5	296.25	-0.09898	+9690	-0.30596	+875	+1.7831	-405	+0.3216	-244	252 4.4	+17 31.6
235.0	297.50	-0.00208	+9695	-0.29721	+2992	+1.7426	-221	+0.2972	-136	269 36.0	+19 56.5
237.5	298.75	+0.09487	+8917	-0.26729	+5168	+1.7205	+19	+0.2836	-1	289 32.5	+20 56.5
240.0	300.00	+0.18404	+7420	-0.21561	+6932	+1.7224	+246	+0.2835	+133	310 29.0	+19 59.1
242.5	301.25	+0.25824	+5579	-0.14629	+7985	+1.7470	+429	+0.2968	+242	330 28.1	+17 35.1
245.0	302.50	+0.31403	+3789	-0.06644	+8373	+1.7899	+540	+0.3210	+313	348 3.2	+14 45.6
247.5	303.75	+0.35192	+2255	+0.01729	+8303	+1.8439	+587	+0.3523	+354	362 48.8	+12 11.0
250.0	305.00	+0.37447	+1022	+0.10032	+7976	+1.9026	+598	+0.3877	+371	374 59.8	+10 5.3
252.5	306.25	+0.38469	+54	+0.18008	+7528	+1.9624	+589	+0.4218	+374	385 5.1	+8 27.3
255.0	307.50	+0.38523	-702	+0.25536	+7035	+2.0213	+567	+0.4622	+369	393 32.4	+7 11.7
257.5	308.75	+0.37821	-1297	+0.32571	+6535	+2.0780	+540	+0.4991	+360	400 44.1	+6 13.2
260.0	310.00	+0.36524	-1764	+0.39106	+6049	+2.1320	+511	+0.5351	+347	406 57.3	+5 27.4
262.5	311.25	+0.34760	-2137	+0.45155	+5584	+2.1831	+482	+0.5698	+334	412 24.7	+4 50.9
265.0	312.50	+0.32623	-2436	+0.50739	+5145	+2.2313	+454	+0.6032	+320	417 15.6	+4 21.8
267.5	313.75	+0.30187	-2676	+0.55884	+4731	+2.2767	+427	+0.6352	+305	421 37.4	+3 57.9
270.0	315.00	+0.27511	-2871	+0.60615	+4343	+2.3194	+402	+0.6657	+290	425 35.3	+3 38.3
272.5	316.25	+0.24640	-3029	+0.64958	+3977	+2.3596	+378	+0.6947	+277	429 13.6	+3 22.0

r_0	r_1	x	Diff.	y	Diff.	q	Diff.	r	Diff.	v	Diff.
275.0	317.50	+ 0.21611	- 3156	+ 0.68935	+ 3633	+ 2.3974	+ 356	+ 0.7224	+ 264	432 35.6	+ 3 8.3
277.5	318.75	+ 0.18455	- 3259	+ 0.72568	+ 3308	+ 2.4330	+ 336	+ 0.7488	+ 250	435 43.9	+ 2 56.6
280.0	320.00	+ 0.15196	- 3340	+ 0.75876	+ 3000	+ 2.4666	+ 316	+ 0.7738	+ 238	438 40.5	+ 2 46.6
282.5	321.25	+ 0.11856	- 3404	+ 0.78876	+ 2710	+ 2.4982	+ 299	+ 0.7976	+ 226	441 27.1	+ 2 38.0
285.0	322.50	+ 0.08452	- 3453	+ 0.81586	+ 2433	+ 2.5281	+ 282	+ 0.8202	+ 215	444 5.1	+ 2 30.6
287.5	323.75	+ 0.04999	- 3491	+ 0.84019	+ 2170	+ 2.5563	+ 266	+ 0.8417	+ 203	446 35.7	+ 2 24.1
290.0	325.00	+ 0.01508	- 3515	+ 0.86189	+ 1918	+ 2.5829	+ 251	+ 0.8620	+ 193	448 59.8	+ 2 18.5
292.5	326.25	- 0.02007	- 3531	+ 0.88107	+ 1679	+ 2.6080	+ 237	+ 0.8813	+ 183	451 18.3	+ 2 13.5
295.0	327.50	- 0.05538	- 3539	+ 0.89786	+ 1449	+ 2.6317	+ 224	+ 0.8996	+ 173	453 31.8	+ 2 9.1
297.5	328.75	- 0.09077	- 3538	+ 0.91235	+ 1228	+ 2.6541	+ 212	+ 0.9169	+ 163	455 40.9	+ 2 5.2
300.0	330.00	- 0.12615	- 3532	+ 0.92463	+ 1017	+ 2.6753	+ 200	+ 0.9332	+ 154	457 46.1	+ 2 1.8
302.5	331.25	- 0.16147	- 3519	+ 0.93480	+ 812	+ 2.6953	+ 190	+ 0.9486	+ 146	459 47.9	+ 1 58.9
305.0	332.50	- 0.19666	- 3501	+ 0.94292	+ 615	+ 2.7143	+ 179	+ 0.9632	+ 137	461 46.8	+ 1 56.3
307.5	333.75	- 0.23167	- 3477	+ 0.94907	+ 425	+ 2.7322	+ 169	+ 0.9769	+ 129	463 43.1	+ 1 53.8
310.0	335.00	- 0.26644	- 3448	+ 0.95332	+ 241	+ 2.7491	+ 159	+ 0.9898	+ 121	465 36.9	+ 1 51.7
312.5	336.25	- 0.30092	- 3415	+ 0.95573	+ 63	+ 2.7650	+ 151	+ 1.0019	+ 114	467 28.6	+ 1 49.9
315.0	337.50	- 0.33507	- 3379	+ 0.95636	+ 108	+ 2.7801	+ 142	+ 1.0133	+ 107	469 18.5	+ 1 48.3
317.5	338.75	- 0.36886	- 3339	+ 0.95528	+ 274	+ 2.7943	+ 135	+ 1.0240	+ 100	471 6.8	+ 1 46.9
320.0	340.00	- 0.40225	- 3296	+ 0.95254	+ 137	+ 2.8078	+ 128	+ 1.0340	+ 93	472 53.7	+ 1 45.6
322.5	341.25	- 0.43521	- 3248	+ 0.94817	+ 594	+ 2.8206	+ 120	+ 1.0433	+ 86	474 39.3	+ 1 44.6
325.0	342.50	- 0.46769	- 3196	+ 0.94223	+ 746	+ 2.8326	+ 114	+ 1.0519	+ 80	476 23.9	+ 1 43.6
327.5	343.75	- 0.49965	- 3141	+ 0.93477	+ 895	+ 2.8440	+ 108	+ 1.0599	+ 74	478 7.5	+ 1 42.8
330.0	345.00	- 0.53106	- 3085	+ 0.92582	+ 1040	+ 2.8548	+ 101	+ 1.0673	+ 68	479 50.3	+ 1 42.3
332.5	346.25	- 0.56191	- 3025	+ 0.91542	+ 1181	+ 2.8649	+ 95	+ 1.0741	+ 63	481 32.6	+ 1 41.7
335.0	347.50	- 0.59216	- 2962	+ 0.90361	+ 1317	+ 2.8744	+ 90	+ 1.0804	+ 57	483 11.3	+ 1 41.3
337.5	348.75	- 0.62178	- 2895	+ 0.89044	+ 1451	+ 2.8834	+ 85	+ 1.0861	+ 51	484 55.6	+ 1 40.9
340.0	350.00	- 0.65073	- 2826	+ 0.87593	+ 1581	+ 2.8919	+ 79	+ 1.0912	+ 46	486 36.5	+ 1 40.8
342.5	351.25	- 0.67899	- 2753	+ 0.86012	+ 1707	+ 2.8998	+ 74	+ 1.0958	+ 42	488 17.3	+ 1 40.6
345.0	352.50	- 0.70652	- 2679	+ 0.84305	+ 1830	+ 2.9072	+ 71	+ 1.1000	+ 36	489 57.9	+ 1 40.6
347.5	353.75	- 0.73331	- 2602	+ 0.82475	+ 1950	+ 2.9143	+ 66	+ 1.1036	+ 32	491 38.5	+ 1 40.6
350.0	355.00	- 0.75933	- 2521	+ 0.80525	+ 2067	+ 2.9209	+ 62	+ 1.1068	+ 27	493 19.1	+ 1 40.8
352.5	356.25	- 0.78454	- 2438	+ 0.78458	+ 2181	+ 2.9271	+ 58	+ 1.1095	+ 23	494 59.9	+ 1 41.0
355.0	357.50	- 0.80892	- 2352	+ 0.76277	+ 2290	+ 2.9329	+ 55	+ 1.1118	+ 19	496 40.9	+ 1 41.3
357.5	358.75	- 0.83244	- 2264	+ 0.73987	+ 2397	+ 2.9384	+ 51	+ 1.1137	+ 15	498 22.2	+ 1 41.6
360.0	360.00	- 0.85508	- 2173	+ 0.71590	+ 2501	+ 2.9435	+ 48	+ 1.1152	+ 11	500 3.8	+ 1 42.0
362.5	361.25	- 0.87681	- 2078	+ 0.69089	+ 2601	+ 2.9483	+ 45	+ 1.1163	+ 7	501 45.8	+ 1 42.5
365.0	362.50	- 0.89759	- 1981	+ 0.66488	+ 2699	+ 2.9528	+ 42	+ 1.1170	+ 4	503 28.3	+ 1 43.0
367.5	363.75	- 0.91740	- 1882	+ 0.63789	+ 2793	+ 2.9570	+ 39	+ 1.1174	+ 0	505 11.3	+ 1 43.6
370.0	365.00	- 0.93622	- 1781	+ 0.60996	+ 2884	+ 2.9609	+ 36	+ 1.1174	+ 3	506 54.9	+ 1 44.3
372.5	366.25	- 0.95403	- 1677	+ 0.58112	+ 2971	+ 2.9645	+ 34	+ 1.1171	+ 6	508 39.2	+ 1 45.0
375.0	367.50	- 0.97080	- 1570	+ 0.55141	+ 3055	+ 2.9679	+ 32	+ 1.1165	+ 9	510 24.2	+ 1 45.8
377.5	368.75	- 0.98650	- 1461	+ 0.52086	+ 3136	+ 2.9711	+ 30	+ 1.1156	+ 12	512 10.0	+ 1 46.6
380.0	370.00	- 1.00111	- 1348	+ 0.48950	+ 3213	+ 2.9741	+ 28	+ 1.1144	+ 15	513 56.6	+ 1 47.5
382.5	371.25	- 1.01459	- 1233	+ 0.45737	+ 3285	+ 2.9769	+ 26	+ 1.1129	+ 17	515 44.1	+ 1 48.3
385.0	372.50	- 1.02692	- 1116	+ 0.42452	+ 3355	+ 2.9795	+ 24	+ 1.1112	+ 19	517 32.4	+ 1 49.3
387.5	373.75	- 1.03508	- 995	+ 0.39097	+ 3420	+ 2.9819	+ 23	+ 1.1093	+ 22	519 21.7	+ 1 50.3
390.0	375.00	- 1.04803	- 874	+ 0.35677	+ 3481	+ 2.9842	+ 21	+ 1.1071	+ 24	521 12.0	+ 1 51.3
392.5	376.25	- 1.05677	- 749	+ 0.32196	+ 3538	+ 2.9863	+ 20	+ 1.1047	+ 25	523 3.3	+ 1 52.4
395.0	377.50	- 1.06426	- 623	+ 0.28658	+ 3592	+ 2.9883	+ 19	+ 1.1022	+ 27	524 55.7	+ 1 53.6
397.5	378.75	- 1.07049	- 493	+ 0.25066	+ 3641	+ 2.9902	+ 17	+ 1.0995	+ 29	526 49.3	+ 1 54.7
400.0	380.00	- 1.07542	- 361	+ 0.21425	+ 3685	+ 2.9919	+ 16	+ 1.0966	+ 30	528 44.0	+ 1 55.8
402.5	381.25	- 1.07903	- 228	+ 0.17740	+ 3724	+ 2.9935	+ 15	+ 1.0936	+ 32	530 39.8	+ 1 57.0
405.0	382.50	- 1.08131	- 94	+ 0.14016	+ 3759	+ 2.9950	+ 14	+ 1.0904	+ 33	532 36.8	+ 1 58.3
407.5	383.75	- 1.08225	+ 44	+ 0.10257	+ 3789	+ 2.9964	+ 14	+ 1.0871	+ 34	534 35.1	+ 1 59.6
410.0	385.00	- 1.08181	+ 184	+ 0.06468	+ 3812	+ 2.9978	+ 13	+ 1.0837	+ 34	536 34.7	+ 2 0.8

r_0	r_1	x	Diff.	y	Diff.	z	Diff.	r	Diff.	v	Diff.
0	0									0	0
412.5	386.25	-1.07997	+ 325	+0.02656	- 3831	+ 2.9991	+ 12	+ 1.0803	- 35	538 35.5	+ 2 2.0
415.0	387.50	-1.07672	+ 467	-0.01175	- 3845	+ 3.0003	+ 11	+ 1.0768	- 36	540 37.5	+ 2 3.4
417.5	388.75	-1.07205	+ 610	-0.05020	- 3854	+ 3.0014	+ 10	+ 1.0732	- 36	542 40.9	+ 2 4.6
420.0	390.00	-1.06595	+ 753	-0.08874	3857	+ 3.0024	+ 10	+ 1.0696	- 36	544 45.5	+ 2 6.0
422.5	391.25	-1.05842	+ 898	-0.12731	- 3853	+ 3.0034	+ 10	+ 1.0660	- 35	546 51.5	+ 2 7.3
425.0	392.50	-1.04944	+ 1044	-0.16584	- 3844	+ 3.0044	+ 9	+ 1.0625	- 36	548 58.8	+ 2 8.6
427.5	393.75	-1.03900	+ 1190	-0.20428	- 3829	+ 3.0053	+ 8	+ 1.0589	- 35	551 7.4	+ 2 9.9
430.0	395.00	-1.02710	+ 1337	-0.24257	- 3807	+ 3.0061	+ 7	+ 1.0554	- 35	553 17.3	+ 2 11.2
432.5	396.25	-1.01373	+ 1482	-0.28064	- 3778	+ 3.0068	+ 7	+ 1.0519	- 35	555 28.5	+ 2 12.3
435.0	397.50	-0.99891	+ 1627	-0.31842	- 3743	+ 3.0075	+ 6	+ 1.0484	- 33	557 40.8	+ 2 13.6
437.5	398.75	-0.98264	+ 1772	-0.35585	- 3703	+ 3.0081	+ 6	+ 1.0451	- 33	559 54.4	+ 2 14.8
440.0	400.00	-0.96492	+ 1916	-0.39288	- 3655	+ 3.0087	+ 6	+ 1.0418	- 31	562 9.2	+ 2 16.0
442.5	401.25	-0.94576	+ 2058	-0.42943	- 3600	+ 3.0093	+ 5	+ 1.0387	- 30	564 25.2	+ 2 17.1
445.0	402.50	-0.92518	+ 2198	-0.46543	- 3540	+ 3.0098	+ 5	+ 1.0357	- 29	566 42.3	+ 2 18.2
447.5	403.75	-0.90320	+ 2336	-0.50083	- 3473	+ 3.0103	+ 4	+ 1.0328	- 28	569 0.5	+ 2 19.2
450.0	405.00	-0.87984	+ 2471	-0.53556	- 3400	+ 3.0107	+ 4	+ 1.0300	- 26	571 19.7	+ 2 20.2
452.5	406.25	-0.85513	+ 2603	-0.56956	- 3320	+ 3.0111	+ 4	+ 1.0274	- 24	573 39.9	+ 2 21.1
455.0	407.50	-0.82910	+ 2733	-0.60276	- 3233	+ 3.0115	+ 3	+ 1.0250	- 22	576 1.0	+ 2 22.0
457.5	408.75	-0.80177	+ 2859	-0.63509	- 3141	+ 3.0118	+ 3	+ 1.0228	- 20	578 23.0	+ 2 22.7
460.0	410.00	-0.77318	+ 2981	-0.66650	- 3043	+ 3.0121	+ 2	+ 1.0208	- 18	580 45.7	+ 2 23.5
462.5	411.25	-0.74337	+ 3199	-0.69693	- 2938	+ 3.0123	+ 2	+ 1.0190	- 16	583 9.2	+ 2 24.1
465.0	412.50	-0.71238	+ 3212	-0.72631	- 2827	+ 3.0125	+ 1	+ 1.0174	- 15	585 33.3	+ 2 24.7
467.5	413.75	-0.68026	+ 3321	-0.75460	- 2714	+ 3.0126	+ 1	+ 1.0159	- 11	587 58.0	+ 2 25.1
470.0	415.00	-0.64705	+ 3424	-0.78161	- 2593	+ 3.0127	+ 0	+ 1.0148	- 10	590 23.1	+ 2 25.5
472.5	416.25	-0.61281	+ 3521	-0.80767	- 2468	+ 3.0127	- 1	+ 1.0138	- 7	592 48.6	+ 2 25.9
475.0	417.50	-0.57760	+ 3613	-0.83235	- 2339	+ 3.0126	- 1	+ 1.0131	- 4	595 14.5	+ 2 26.1
477.5	418.75	-0.54147	+ 3699	-0.85574	- 2205	+ 3.0125	- 1	+ 1.0127	- 3	597 40.6	+ 2 26.2
480.0	420.00	-0.50448	+ 3778	-0.87779	- 2066	+ 3.0124	- 1	+ 1.0124	- 0	600 6.8	+ 2 26.2
482.5	421.25	-0.46670	+ 3850	-0.89845	- 1925	+ 3.0123	- 1	+ 1.0124	+ 3	602 33.0	+ 2 26.2
485.0	422.50	-0.42820	+ 3916	-0.91770	- 1780	+ 3.0121	- 3	+ 1.0127	+ 5	604 59.2	+ 2 26.0
487.5	423.75	-0.38904	+ 3975	-0.93550	- 1632	+ 3.0118	- 3	+ 1.0132	+ 7	607 25.2	+ 2 25.7
490.0	425.00	-0.34929	+ 4028	-0.95182	- 1482	+ 3.0115	- 4	+ 1.0139	+ 9	609 50.9	+ 2 25.4
492.5	426.25	-0.30901	+ 4072	-0.96664	- 1330	+ 3.0111	- 4	+ 1.0148	+ 12	612 16.3	+ 2 25.0
495.0	427.50	-0.26829	+ 4110	-0.97994	- 1177	+ 3.0107	- 5	+ 1.0160	+ 14	614 41.3	+ 2 24.5
497.5	428.75	-0.22719	+ 4141	-0.99171	- 1023	+ 3.0102	- 5	+ 1.0174	+ 16	617 5.8	+ 2 23.9
500.0	430.00	-0.18578	+ 4163	-1.00194	- 867	+ 3.0097	- 5	+ 1.0190	+ 18	619 29.7	+ 2 23.2
502.5	431.25	-0.14415	+ 4179	-1.01061	- 711	+ 3.0092	- 6	+ 1.0208	+ 21	621 52.9	+ 2 22.5
505.0	432.50	-0.10236	+ 4188	-1.01772	- 555	+ 3.0086	- 6	+ 1.0229	+ 22	624 15.4	+ 2 21.6
507.5	433.75	-0.06048	+ 4189	-1.02327	- 400	+ 3.0080	- 7	+ 1.0251	+ 24	626 37.0	+ 2 20.8
510.0	435.00	-0.01859	+ 4185	-1.02727	- 245	+ 3.0073	- 7	+ 1.0275	+ 25	628 57.8	+ 2 19.8
512.5	436.25	+0.02326	+ 4172	-1.02972	- 91	+ 3.0066	- 8	+ 1.0300	+ 27	631 17.6	+ 2 18.8
515.0	437.50	+0.06498	+ 4153	-1.03063	+ 62	+ 3.0058	- 8	+ 1.0327	+ 28	633 36.4	+ 2 17.8
517.5	438.75	+0.10651	+ 4127	-1.03001	+ 213	+ 3.0050	- 9	+ 1.0355	+ 29	635 54.2	+ 2 16.7
520.0	440.00	+0.14778	+ 4095	-1.02788	+ 362	+ 3.0041	- 9	+ 1.0384	+ 31	638 10.9	+ 2 15.5
522.5	441.25	+0.18873	+ 4056	-1.02426	+ 508	+ 3.0032	- 9	+ 1.0415	+ 32	640 26.4	+ 2 14.3
525.0	442.50	+0.22929	+ 4012	-1.01918	+ 653	+ 3.0023	- 10	+ 1.0447	+ 32	642 40.7	+ 2 13.1
527.5	443.75	+0.26941	+ 3963	-1.01265	+ 795	+ 3.0013	- 11	+ 1.0479	+ 33	644 53.8	+ 2 12.0
530.0	445.00	+0.30904	+ 3907	-1.00470	+ 934	+ 3.0002	- 12	+ 1.0512	+ 33	647 5.8	+ 2 10.8
532.5	446.25	+0.34811	+ 3846	-0.99536	+ 1069	+ 2.9990	- 12	+ 1.0545	+ 33	649 16.6	+ 2 9.5
535.0	447.50	+0.38657	+ 3779	-0.98467	+ 1200	+ 2.9978	- 13	+ 1.0578	+ 34	651 26.1	+ 2 8.2
537.5	448.75	+0.42436	+ 3707	-0.97267	+ 1329	+ 2.9965	- 13	+ 1.0612	+ 34	653 34.8	+ 2 6.9
540.0	450.00	+0.46143	+ 3630	-0.95938	+ 1454	+ 2.9952	- 14	+ 1.0646	+ 33	655 41.2	+ 2 5.6
542.5	451.25	+0.49773	+ 3551	-0.94484	+ 1575	+ 2.9938	- 15	+ 1.0679	+ 33	657 46.8	+ 2 4.4
545.0	452.50	+0.53324	+ 3465	-0.92909	+ 1693	+ 2.9923	- 17	+ 1.0712	+ 33	659 51.2	+ 2 3.1
547.5	453.75	+0.56789	+ 3375	-0.91216	+ 1806	+ 2.9906	- 17	+ 1.0745	+ 32	661 54.3	+ 2 1.9

v_0	v_1	x	Diff.	y	Diff.	q	Diff.	r	Diff.	v	Diff.
550.0	455.00	+ 0.60164	+ 3283	- 0.89410	+ 1915	+ 2.9889	- 17	+ 1.0777	+ 31	663 56.2	+ 2 0.6
552.5	456.25	+ 0.63447	+ 3186	- 0.87495	+ 2020	+ 2.9872	- 18	+ 1.0808	+ 30	665 56.8	+ 1 59.5
555.0	457.50	+ 0.66633	+ 3087	- 0.85475	+ 2121	+ 2.9854	- 20	+ 1.0838	+ 28	667 56.3	+ 1 58.3
557.5	458.75	+ 0.69720	+ 2984	- 0.83354	+ 2219	+ 2.9834	- 21	+ 1.0866	+ 28	669 54.6	+ 1 57.2
560.0	460.00	+ 0.72704	+ 2877	- 0.81135	+ 2312	+ 2.9813	- 23	+ 1.0894	+ 26	671 51.8	+ 1 56.0
562.5	461.25	+ 0.75581	+ 2768	- 0.78823	+ 2400	+ 2.9790	- 24	+ 1.0920	+ 25	673 47.8	+ 1 55.0
565.0	462.50	+ 0.78349	+ 2656	- 0.76423	+ 2485	+ 2.9766	- 25	+ 1.0945	+ 23	675 42.8	+ 1 53.9
567.5	463.75	+ 0.81005	+ 2541	- 0.73938	+ 2565	+ 2.9741	- 26	+ 1.0968	+ 20	677 36.7	+ 1 52.9
570.0	465.00	+ 0.83546	+ 2424	- 0.71373	+ 2640	+ 2.9715	- 28	+ 1.0988	+ 19	679 29.6	+ 1 51.9
572.5	466.25	+ 0.85970	+ 2304	- 0.68733	+ 2712	+ 2.9687	- 30	+ 1.1007	+ 16	681 21.5	+ 1 50.9
575.0	467.50	+ 0.88274	+ 2182	- 0.66021	+ 2779	+ 2.9657	- 32	+ 1.1023	+ 14	683 12.4	+ 1 50.0
577.5	468.75	+ 0.90456	+ 2058	- 0.63242	+ 2841	+ 2.9625	- 34	+ 1.1037	+ 12	685 2.4	+ 1 49.2
580.0	470.00	+ 0.92514	+ 1932	- 0.60401	+ 2900	+ 2.9591	- 35	+ 1.1049	+ 8	688 51.6	+ 1 48.3
582.5	471.25	+ 0.94446	+ 1804	- 0.57501	+ 2954	+ 2.9556	- 38	+ 1.1057	+ 6	688 39.9	+ 1 47.6
585.0	472.50	+ 0.96250	+ 1675	- 0.54547	+ 3005	+ 2.9518	- 41	+ 1.1063	+ 3	690 27.5	+ 1 46.9
587.5	473.75	+ 0.97925	+ 1544	- 0.51542	+ 3052	+ 2.9477	- 43	+ 1.1066	- 0	692 14.4	+ 1 46.3
590.0	475.00	+ 0.99469	+ 1410	- 0.48490	+ 3094	+ 2.9434	- 45	+ 1.1066	- 4	694 0.7	+ 1 45.6
592.5	476.25	+ 1.00879	+ 1275	- 0.45396	+ 3131	+ 2.9389	- 48	+ 1.1062	- 7	695 46.3	+ 1 45.1
595.0	477.50	+ 1.02154	+ 1138	- 0.42265	+ 3165	+ 2.9341	- 52	+ 1.1055	- 10	697 31.4	+ 1 44.6
597.5	478.75	+ 1.03292	+ 999	- 0.39100	+ 3195	+ 2.9289	- 55	+ 1.1045	- 15	699 16.0	+ 1 44.1
600.0	480.00	+ 1.04291	+ 860	- 0.35905	+ 3221	+ 2.9234	- 58	+ 1.1030	- 19	701 0.1	+ 1 43.8
602.5	481.25	+ 1.05151	+ 719	- 0.32684	+ 3242	+ 2.9176	- 62	+ 1.1011	- 22	702 43.9	+ 1 43.6
605.0	482.50	+ 1.05870	+ 576	- 0.29442	+ 3260	+ 2.9114	- 66	+ 1.0989	- 27	704 27.5	+ 1 43.4
607.5	483.75	+ 1.06446	+ 431	- 0.26182	+ 3274	+ 2.9048	- 70	+ 1.0962	- 32	706 10.9	+ 1 43.2
610.0	485.00	+ 1.06877	+ 285	- 0.22908	+ 3282	+ 2.8978	- 73	+ 1.0930	- 36	707 54.1	+ 1 43.2
612.5	486.25	+ 1.07162	+ 139	- 0.19626	+ 3286	+ 2.8905	- 78	+ 1.0894	- 40	709 37.3	+ 1 43.2
615.0	487.50	+ 1.07301	- 10	- 0.16340	+ 3287	+ 2.8827	- 83	+ 1.0854	- 46	711 20.5	+ 1 43.3
617.5	488.75	+ 1.07291	- 161	- 0.13054	+ 3286	+ 2.8744	- 89	+ 1.0808	- 51	713 3.8	+ 1 43.5
620.0	490.00	+ 1.07130	- 314	- 0.09771	+ 3283	+ 2.8655	- 94	+ 1.0757	- 56	714 47.3	+ 1 43.8
622.5	491.25	+ 1.06816	- 468	- 0.06497	+ 3274	+ 2.8561	- 99	+ 1.0701	- 61	716 31.1	+ 1 44.3
625.0	492.50	+ 1.06348	- 622	- 0.03236	+ 3261	+ 2.8462	- 104	+ 1.0640	- 67	718 15.4	+ 1 44.8
627.5	493.75	+ 1.05726	- 780	+ 0.00007	+ 3243	+ 2.8358	- 110	+ 1.0573	- 73	720 0.2	+ 1 45.5
630.0	495.00	+ 1.04946	- 940	+ 0.03227	+ 3220	+ 2.8248	- 117	+ 1.0500	- 80	721 45.7	+ 1 46.2
632.5	496.25	+ 1.04006	- 1103	+ 0.06420	+ 3193	+ 2.8131	- 124	+ 1.0420	- 85	723 31.9	+ 1 47.2
635.0	497.50	+ 1.02903	- 1268	+ 0.09580	+ 3160	+ 2.8007	- 131	+ 1.0335	- 92	725 19.1	+ 1 48.3
637.5	498.75	+ 1.01635	- 1435	+ 0.12702	+ 3122	+ 2.7876	- 139	+ 1.0243	- 99	727 7.4	+ 1 49.6
640.0	500.00	+ 1.00200	- 1603	+ 0.15780	+ 3078	+ 2.7737	- 147	+ 1.0144	- 107	728 57.0	+ 1 51.0
642.5	501.25	+ 0.98597	- 1774	+ 0.18808	+ 3028	+ 2.7590	- 155	+ 1.0037	- 113	730 48.0	+ 1 52.6
645.0	502.50	+ 0.96823	- 1948	+ 0.21780	+ 2972	+ 2.7435	- 164	+ 0.9924	- 120	732 40.6	+ 1 54.6
647.5	503.75	+ 0.94875	- 2127	+ 0.24691	+ 2911	+ 2.7271	- 173	+ 0.9804	- 129	734 35.2	+ 1 56.8
650.0	505.00	+ 0.92748	- 2307	+ 0.27533	+ 2842	+ 2.7098	- 183	+ 0.9675	- 137	736 32.0	+ 1 59.2
652.5	506.25	+ 0.90441	- 2490	+ 0.30297	+ 2764	+ 2.6915	- 193	+ 0.9538	- 145	738 31.2	+ 2 1.9
655.0	507.50	+ 0.87951	- 2678	+ 0.32975	+ 2678	+ 2.6722	- 204	+ 0.9393	- 154	740 33.1	+ 2 5.1
657.5	508.75	+ 0.85273	- 2868	+ 0.35559	+ 2584	+ 2.6518	- 216	+ 0.9239	- 163	742 38.2	+ 2 8.6
660.0	510.00	+ 0.82105	- 3064	+ 0.38039	+ 2480	+ 2.6302	- 229	+ 0.9076	- 173	744 46.8	+ 2 12.5
662.5	511.25	+ 0.79341	- 3263	+ 0.40405	+ 2366	+ 2.6073	- 242	+ 0.8903	- 182	746 59.3	+ 2 17.0
665.0	512.50	+ 0.76078	- 3468	+ 0.42645	+ 2240	+ 2.5831	- 256	+ 0.8721	- 192	749 16.3	+ 2 22.2
667.5	513.75	+ 0.72610	- 3676	+ 0.44745	+ 2100	+ 2.5575	- 271	+ 0.8529	- 203	751 38.5	+ 2 28.1
670.0	515.00	+ 0.68934	- 3889	+ 0.46691	+ 1946	+ 2.5304	- 287	+ 0.8326	- 214	754 6.6	+ 2 34.8
672.5	516.25	+ 0.65045	- 4108	+ 0.48466	+ 1775	+ 2.5017	- 304	+ 0.8112	- 226	756 41.4	+ 2 42.5
675.0	517.50	+ 0.60937	- 4332	+ 0.50053	+ 1587	+ 2.4713	- 322	+ 0.7886	- 238	759 23.9	+ 2 51.5
677.5	518.75	+ 0.56605	- 4561	+ 0.51430	+ 1377	+ 2.4391	- 341	+ 0.7648	- 250	762 15.4	+ 3 2.0
680.0	520.00	+ 0.52044	- 4793	+ 0.52573	+ 1143	+ 2.4050	- 362	+ 0.7398	- 264	765 17.4	+ 3 14.2
682.5	521.25	+ 0.47251	- 5030	+ 0.53454	+ 881	+ 2.3688	- 384	+ 0.7134	- 276	768 31.6	+ 3 28.5
685.0	522.50	+ 0.42221	- 5269	+ 0.54041	+ 254	+ 2.3304	- 407	+ 0.6858	- 290	772 0.1	+ 3 45.6

r_0	r_1	x	Diff.	y	Diff.	z	Diff.	r	Diff.	v	Diff.
687.5	523.75	+0.36952	-5506	+0.54295	-126	+2.2897	-432	+0.6568	-304	775 45.7	0
690.0	525.00	+0.31446	-5741	+0.54169	-560	+2.2465	-459	+0.6264	-319	779 51.8	+4 6.1
692.5	526.25	+0.25705	-5967	+0.53609	-1059	+2.2006	-486	+0.5945	-332	784 23.0	+4 31.2
695.0	527.50	+0.19738	-6173	+0.52550	-1638	+2.1520	-514	+0.5613	-344	789 24.8	+5 1.8
697.5	528.75	+0.13565	-6344	+0.50912	-2315	+2.1006	-541	+0.5269	-356	795 4.8	+5 40.0
700.0	530.00	+0.07221	-6454	+0.48597	-3109	+2.0465	-565	+0.4913	-364	801 32.9	+6 28.1
702.5	531.25	+0.00767	-6465	+0.45488	-4040	+1.9900	-580	+0.4549	-365	809 2.0	+7 29.1
705.0	532.50	-0.05698	-6313	+0.41448	-5128	+1.9320	-582	+0.4184	-359	817 49.5	+8 47.5
707.5	533.75	-0.12011	-5900	+0.36320	-6370	+1.8738	-561	+0.3825	-335	828 17.9	+10 28.4
710.0	535.00	-0.17911	-5097	+0.29950	-7707	+1.8177	-496	+0.3490	-290	840 52.8	+12 34.9
712.5	536.25	-0.23008	-3769	+0.22243	-8981	+1.7681	-370	+0.3200	-212	855 58.1	+15 5.3
715.0	537.50	-0.26777	-1894	+0.13262	-9901	+1.7311	-182	+0.2988	-101	873 39.1	+17 41.0
717.5	538.75	-0.28671	+321	+0.03361	-1015	+1.7129	+49	+0.2887	+28	893 18.8	+19 39.7
720.0	540.00	-0.28350	+2451	-0.06796	-9656	+1.7178	+269	+0.2915	+153	913 28.8	+20 10.0
722.5	541.25	-0.25899	+4133	-0.16432	-8591	+1.7447	+432	+0.3068	+250	932 25.5	+18 56.7
725.0	542.50	-0.21766	+5266	-0.25043	-7299	+1.7879	+529	+0.3318	+313	949 0.3	+16 34.8
727.5	543.75	-0.16500	+5926	-0.32342	-6013	+1.8408	+574	+0.3631	+348	962 58.2	+13 57.9
730.0	545.00	-0.10574	+6250	-0.38355	-4845	+1.8982	+585	+0.3979	+363	974 35.2	+11 37.0
732.5	546.25	-0.04324	+6354	-0.43200	-3828	+1.9567	+575	+0.4342	+365	984 17.0	+9 41.8
735.0	547.50	+0.02030	+6322	-0.47028	-2957	+2.0142	+553	+0.4707	+361	992 28.3	+8 11.3
737.5	548.75	+0.08352	+6205	-0.49985	-2213	+2.0695	+528	+0.5068	+351	999 29.1	+7 0.8
740.0	550.00	+0.14557	+6038	-0.52198	-1576	+2.1223	+502	+0.5419	+339	1005 35.0	+6 5.9
742.5	551.25	+0.20595	+5840	-0.53774	-1026	+2.1725	+474	+0.5758	+326	1010 57.4	+5 22.4
745.0	552.50	+0.26435	+5625	-0.54800	-549	+2.2199	+447	+0.6084	+312	1015 45.1	+4 47.7
747.5	553.75	+0.32060	+5402	-0.55349	-134	+2.2646	+421	+0.6396	+299	1020 4.8	+4 19.7
750.0	555.00	+0.37462	+5174	-0.55483	+232	+2.3067	+397	+0.6695	+284	1024 1.6	+3 56.8
752.5	556.25	+0.42636	+4947	-0.55251	+556	+2.3464	+374	+0.6979	+271	1027 39.4	+3 37.8
755.0	557.50	+0.47583	+4721	-0.54695	+843	+2.3838	+353	+0.7250	+257	1031 1.3	+3 21.9
757.5	558.75	+0.52304	+4498	-0.53852	+1100	+2.4191	+333	+0.7507	+245	1034 9.9	+3 8.6
760.0	560.00	+0.56802	+4280	-0.52752	+1330	+2.4524	+314	+0.7752	+232	1037 7.0	+2 57.1
762.5	561.25	+0.61082	+4065	-0.51422	+1538	+2.4838	+296	+0.7984	+221	1039 54.4	+2 47.4
765.0	562.50	+0.65147	+3854	-0.49884	+1725	+2.5134	+279	+0.8205	+210	1042 33.4	+2 39.0
767.5	563.75	+0.69001	+3648	-0.48159	+1894	+2.5413	+264	+0.8415	+198	1045 5.2	+2 31.8
770.0	565.00	+0.72649	+3447	-0.46265	+2049	+2.5677	+250	+0.8613	+188	1047 30.6	+2 25.4
772.5	566.25	+0.76096	+3249	-0.44216	+2190	+2.5927	+237	+0.8801	+178	1049 50.5	+2 19.9
775.0	567.50	+0.79345	+3055	-0.42026	+2317	+2.6164	+223	+0.8979	+168	1052 5.5	+2 15.0
777.5	568.75	+0.82400	+2865	-0.39709	+2432	+2.6387	+211	+0.9147	+159	1054 16.2	+2 10.7
780.0	570.00	+0.85265	+2679	-0.37277	+2537	+2.6598	+200	+0.9306	+150	1056 23.1	+2 6.9
782.5	571.25	+0.87944	+2496	-0.34740	+2633	+2.6798	+190	+0.9456	+141	1058 26.7	+2 3.6
785.0	572.50	+0.90440	+2316	-0.32107	+2721	+2.6988	+179	+0.9597	+133	1060 27.3	+2 0.6
787.5	573.75	+0.92756	+2140	-0.29386	+2801	+2.7167	+169	+0.9730	+125	1062 25.3	+1 58.0
790.0	575.00	+0.94896	+1967	-0.26585	+2871	+2.7336	+159	+0.9855	+117	1064 21.0	+1 55.7
792.5	576.25	+0.96863	+1797	-0.23711	+2939	+2.7495	+150	+0.9972	+110	1066 14.7	+1 53.7
795.0	577.50	+0.98660	+1629	-0.20772	+2998	+2.7645	+142	+1.0082	+103	1068 6.6	+1 51.9
797.5	578.75	+1.00289	+1463	-0.17774	+3050	+2.7787	+135	+1.0185	+96	1069 57.0	+1 50.4
800.0	580.00	+1.01752	+1298	-0.14724	+3096	+2.7922	+128	+1.0281	+89	1071 46.0	+1 49.0
802.5	581.25	+1.03050	+1136	-0.11628	+3136	+2.8050	+121	+1.0370	+83	1073 33.7	+1 47.7
805.0	582.50	+1.04186	+976	-0.08492	+3171	+2.8171	+114	+1.0453	+77	1075 20.4	+1 46.7
807.5	583.75	+1.05162	+818	-0.05321	+3201	+2.8285	+107	+1.0530	+70	1077 6.2	+1 45.8
810.0	585.00	+1.05980	+663	-0.02120	+3225	+2.8392	+102	+1.0600	+65	1078 51.2	+1 45.0
812.5	586.25	+1.06643	+508	+0.01105	+3245	+2.8494	+97	+1.0665	+59	1080 35.6	+1 44.4
815.0	587.50	+1.07151	+353	+0.04350	+3261	+2.8591	+91	+1.0724	+53	1082 19.5	+1 43.9
817.5	588.75	+1.07504	+199	+0.07611	+3272	+2.8682	+86	+1.0777	+48	1084 3.0	+1 43.5
820.0	590.00	+1.07703	+45	+0.10883	+3278	+2.8768	+80	+1.0825	+42	1085 46.2	+1 43.2
822.5	591.25	+1.07718	-111	+0.14161	+3281	+2.8848	+74	+1.0867	+37	1087 29.2	+1 43.0

r_0	r_1	x	Diff.	y	Diff.	q	Diff.	r	Diff.	v	Diff.
825.0	592.50	+1.07637	-265	+0.17442	+3279	+2.8922	+69	+1.0904	+31	1089 12.3	+1 43.1
827.5	593.75	+1.07372	-417	+0.20721	+3273	+2.8991	+64	+1.0935	+26	1090 55.4	+1 43.2
830.0	595.00	+1.06955	-568	+0.23994	+3263	+2.8955	+60	+1.0961	+21	1092 38.6	+1 43.6
832.5	596.25	+1.06387	-718	+0.27257	+3249	+2.9015	+56	+1.0982	+16	1094 22.2	+1 44.0
835.0	597.50	+1.05669	-866	+0.30506	+3231	+2.9171	+53	+1.0998	+12	1096 6.2	+1 44.4
837.5	598.75	+1.04803	-1011	+0.33737	+3207	+2.9224	+49	+1.1010	+7	1097 50.6	+1 45.0
840.0	600.00	+1.03792	-1152	+0.36944	+3180	+2.9273	+46	+1.1017	+3	1099 35.6	+1 45.5
842.5	601.25	+1.02640	-1289	+0.40124	+3148	+2.9319	+43	+1.1020	0	1101 21.1	+1 46.1
845.0	602.50	+1.01351	-1426	+0.43272	+3112	+2.9362	+41	+1.1020	-4	1103 7.2	+1 46.8
847.5	603.75	+0.99925	-1561	+0.46384	+3073	+2.9403	+38	+1.1016	-6	1104 54.0	+1 47.6
850.0	605.00	+0.98364	-1695	+0.49457	+3028	+2.9441	+36	+1.1010	-10	1106 41.6	+1 48.3
852.5	606.25	+0.96669	-1827	+0.52485	+2978	+2.9477	+33	+1.1000	-13	1108 29.9	+1 49.2
855.0	607.50	+0.94842	-1957	+0.55463	+2924	+2.9510	+31	+1.0987	-16	1110 19.1	+1 50.1
857.5	608.75	+0.92885	-2086	+0.58387	+2867	+2.9541	+29	+1.0971	-18	1112 9.2	+1 51.1
860.0	610.00	+0.90799	-2213	+0.61254	+2804	+2.9570	+27	+1.0953	-21	1114 0.3	+1 52.0
862.5	611.25	+0.88586	-2338	+0.64058	+2738	+2.9597	+26	+1.0932	-23	1115 52.3	+1 53.1
865.0	612.50	+0.86248	-2462	+0.66796	+2666	+2.9623	+24	+1.0909	-26	1117 45.4	+1 54.2
867.5	613.75	+0.83786	-2582	+0.69462	+2590	+2.9647	+22	+1.0883	-27	1119 39.6	+1 55.3
870.0	615.00	+0.81204	-2699	+0.72052	+2510	+2.9669	+21	+1.0856	-29	1121 34.9	+1 46.6
872.5	616.25	+0.78505	-2815	+0.74562	+2425	+2.9690	+20	+1.0827	-31	1123 31.5	+1 57.7
875.0	617.50	+0.75690	-2927	+0.76987	+2335	+2.9710	+19	+1.0796	-32	1125 29.2	+1 59.0
877.5	618.75	+0.72763	-3037	+0.79322	+2241	+2.9729	+18	+1.0764	-34	1127 28.2	+2 0.2
880.0	620.00	+0.69726	-3145	+0.81563	+2142	+2.9747	+16	+1.0730	-34	1129 28.4	+2 1.6
882.5	621.25	+0.66581	-3248	+0.83705	+2038	+2.9763	+15	+1.0696	-37	1131 30.0	+2 2.9
885.0	622.50	+0.63333	-3348	+0.85743	+1930	+2.9778	+14	+1.0659	-36	1133 32.9	+2 4.3
887.5	623.75	+0.59985	-3443	+0.87673	+1818	+2.9792	+13	+1.0623	-37	1135 37.2	+2 5.7
890.0	625.00	+0.56542	-3535	+0.89491	+1701	+2.9805	+12	+1.0586	-38	1137 42.9	+2 7.0
892.5	626.25	+0.53007	-3623	+0.91192	+1579	+2.9817	+12	+1.0548	-38	1139 49.9	+2 8.4
895.0	627.50	+0.49384	-3706	+0.92771	+1453	+2.9829	+11	+1.0510	-39	1141 58.3	+2 9.9
897.5	628.75	+0.45678	-3785	+0.94224	+1323	+2.9840	+10	+1.0471	-38	1144 8.2	+2 11.3
900.0	630.00	+0.41893	-3859	+0.95547	+1189	+2.9850	+9	+1.0433	-39	1146 19.5	+2 12.7
902.5	631.25	+0.38034	-3925	+0.96736	+1051	+2.9859	+9	+1.0394	-37	1148 32.2	+2 14.0
905.0	632.50	+0.34109	-3988	+0.97787	+910	+2.9868	+8	+1.0357	-37	1150 46.2	+2 15.5
907.5	633.75	+0.30121	-4046	+0.98697	+765	+2.9876	+7	+1.0320	-37	1153 1.7	+2 16.9
910.0	635.00	+0.26075	-4095	+0.99462	+617	+2.9883	+7	+1.0283	-37	1155 18.6	+2 18.2
912.5	636.25	+0.21980	-4139	+1.00079	+466	+2.9890	+5	+1.0246	-35	1157 36.8	+2 19.5
915.0	637.50	+0.17841	-4177	+1.00545	+312	+2.9895	+5	+1.0211	-33	1159 56.3	+2 20.8
917.5	638.75	+0.13664	-4206	+1.00857	+156	+2.9900	+4	+1.0178	-32	1162 17.1	+2 22.0
920.0	640.00	+0.09458	-4230	+1.01013	3	+2.9904	+4	+1.0146	-31	1164 39.1	+2 23.1
922.5	641.25	+0.05228	-4246	+1.01010	163	+2.9908	+3	+1.0115	-30	1167 2.2	+2 24.3
925.0	642.50	+0.00982	-4254	+1.00847	325	+2.9911	+2	+1.0085	-28	1169 26.5	+2 25.4
927.5	643.75	-0.03272	-4256	+1.00522	488	+2.9913	+2	+1.0057	-25	1171 51.9	+2 26.3
930.0	645.00	-0.07528	-4249	+1.00034	651	+2.9915	+1	+1.0032	-24	1174 18.2	+2 27.3
932.5	646.25	-0.11777	-4236	+0.99383	815	+2.9916	0	+1.0008	-22	1176 45.5	+2 28.2
935.0	647.50	-0.16013	-4214	+0.98568	979	+2.9916	0	+0.9986	-20	1179 13.7	+2 28.9
937.5	648.75	-0.20227	-4184	+0.97589	1142	+2.9916	-1	+0.9966	-17	1181 42.6	+2 29.6
940.0	650.00	-0.24411	-4149	+0.96447	1304	+2.9915	-2	+0.9949	-15	1184 12.2	+2 30.3
942.5	651.25	-0.28558	-4101	+0.95143	1464	+2.9913	-3	+0.9934	-13	1186 42.5	+2 30.7
945.0	652.50	-0.32659	-4048	+0.93679	1623	+2.9910	-4	+0.9921	-11	1189 13.2	+2 31.2
947.5	653.75	-0.36707	-3988	+0.92056	1777	+2.9906	-4	+0.9910	-8	1191 44.4	+2 31.4
950.0	655.00	-0.40695	-3918	+0.90279	1931	+2.9902	-5	+0.9902	-5	1194 15.8	+2 31.7
952.5	656.25	-0.44613	-3844	+0.88348	2081	+2.9897	-6	+0.9897	-3	1196 47.5	+2 31.9
955.0	657.50	-0.48457	-3760	+0.86267	2227	+2.9891	-7	+0.9894	0	1199 19.4	+2 31.8
957.5	658.75	-0.52217	-3670	+0.84040	2369	+2.9884	-7	+0.9894	+2	1201 51.2	+2 31.8
960.0	660.00	-0.55887	-3573	+0.81671	2505	+2.9877	-8	+0.9896	+5	1204 23.0	+2 31.5

r_0	r_1	x	Diff.	y	Diff.	q	Diff.	r	Diff.	v	Diff.
962.5	661.25	-0.591400	-3469	+0.79166	-2638	+2.9869	-10	+0.9901	+7	1206 54.5	+2 31.3
965.0	662.50	-0.62929	-3357	+0.76528	-2765	+2.9859	-10	+0.9908	+9	1209 25.8	+2 30.8
967.5	663.75	-0.66286	-3243	+0.73763	-2887	+2.9849	-11	+0.9917	+12	1211 56.6	+2 30.4
970.0	665.00	-0.69529	-3122	+0.70876	-3004	+2.9838	-12	+0.9929	+14	1214 27.0	+2 29.9
972.5	666.25	-0.72631	-2995	+0.67872	-3112	+2.9826	-12	+0.9943	+15	1216 56.9	+2 29.1
975.0	667.50	-0.75646	-2864	+0.64760	-3216	+2.9814	-14	+0.9958	+18	1219 26.0	+2 28.3
977.5	668.75	-0.78510	-2729	+0.61544	-3311	+2.9800	-14	+0.9976	+20	1221 54.3	+2 27.6
980.0	670.00	-0.81239	-2590	+0.58233	-3400	+2.9786	-15	+0.9996	+21	1224 21.9	+2 26.8
982.5	671.25	-0.83829	-2447	+0.54833	-3485	+2.9771	-15	+1.0017	+23	1226 48.7	+2 25.8
985.0	672.50	-0.86276	-2300	+0.51348	-3562	+2.9756	-17	+1.0040	+24	1229 14.5	+2 24.7
987.5	673.75	-0.88576	-2151	+0.47786	-3629	+2.9739	-18	+1.0064	+26	1231 39.2	+2 23.6
990.0	675.00	-0.90727	-1999	+0.44157	-3692	+2.9721	-19	+1.0090	+27	1234 2.8	+2 22.6
992.5	676.25	-0.92726	-1846	+0.40465	-3745	+2.9702	-20	+1.0117	+28	1236 25.4	+2 21.4
995.0	677.50	-0.94572	-1690	+0.36720	-3793	+2.9682	-21	+1.0145	+29	1238 46.8	+2 20.2
997.5	678.75	-0.96262	-1534	+0.32927	-3834	+2.9661	-21	+1.0174	+29	1241 7.0	+2 19.0
1000.0	680.00	-0.97796	-1377	+0.29093	-3868	+2.9640	-22	+1.0203	+29	1243 26.0	+2 17.7
1002.5	681.25	-0.99173	-1220	+0.25225	-3893	+2.9618	-23	+1.0232	+31	1245 43.7	+2 16.5
1005.0	682.50	-1.00393	-1061	+0.21332	-3912	+2.9595	-24	+1.0263	+31	1248 0.2	+2 15.2
1007.5	683.75	-1.01454	-904	+0.17420	-3924	+2.9571	-25	+1.0294	+30	1250 15.4	+2 13.9
1010.0	685.00	-1.02358	-746	+0.13496	-3931	+2.9546	-26	+1.0324	+31	1252 29.3	+2 12.7
1012.5	686.25	-1.03104	-589	+0.09565	-3929	+2.9520	-28	+1.0355	+30	1254 42.0	+2 11.3
1015.0	687.50	-1.03693	-433	+0.05636	-3921	+2.9492	-29	+1.0385	+29	1256 53.3	+2 10.1
1017.0	688.75	-1.04126	-277	+0.01715	-3908	+2.9463	-30	+1.0414	+29	1259 3.4	+2 8.8
1020.0	690.00	-1.04403	-123	-0.02193	-3887	+2.9433	-31	+1.0443	+27	1261 12.2	+2 7.5
1022.5	691.25	-1.04526	+29	-0.06080	-3861	+2.9402	-32	+1.0470	+27	1263 19.7	+2 6.4
1025.0	692.50	-1.04497	+180	-0.09941	-3829	+2.9370	-34	+1.0497	+25	1265 26.1	+2 5.1
1027.5	693.75	-1.04317	+329	-0.13770	-3792	+2.9336	-36	+1.0522	+24	1267 31.2	+2 4.0
1030.0	695.00	-1.03988	+476	-0.17562	-3748	+2.9300	-37	+1.0546	+22	1269 35.2	+2 2.8
1032.5	696.25	-1.03512	+622	-0.21310	-3698	+2.9263	-38	+1.0568	+20	1271 38.0	+2 1.7
1035.0	697.50	-1.02890	+765	-0.25008	-3643	+2.9225	-41	+1.0588	+19	1273 39.7	+2 0.6
1037.5	698.75	-1.02125	+906	-0.28651	-3584	+2.9184	-43	+1.0607	+16	1275 40.3	+1 59.6
1040.0	700.00	-1.01219	+1044	-0.32235	-3519	+2.9141	-45	+1.0623	+14	1277 39.9	+1 58.6
1042.5	701.25	-1.00175	+1180	-0.35754	-3450	+2.9096	-47	+1.0637	+11	1279 38.5	+1 57.7
1045.0	702.50	-0.98995	+1313	-0.39204	-3375	+2.9049	-49	+1.0648	+8	1281 36.2	+1 56.9
1047.5	703.75	-0.97682	+1444	-0.42579	-3296	+2.9000	-52	+1.0656	+5	1283 33.1	+1 56.1
1050.0	705.00	-0.96238	+1572	-0.45875	-3212	+2.8948	-55	+1.0661	+2	1285 29.2	+1 55.3
1052.5	706.25	-0.94666	+1697	-0.49087	-3123	+2.8893	-57	+1.0663	-0	1287 24.5	+1 54.6
1055.0	707.50	-0.92969	+1819	-0.52210	-3029	+2.8836	-60	+1.0663	-5	1289 19.1	+1 53.9
1057.5	708.75	-0.91150	+1938	-0.55239	-2932	+2.8776	-63	+1.0658	-8	1291 13.0	+1 53.4
1060.0	710.00	-0.89212	+2055	-0.58171	-2830	+2.8713	-66	+1.0650	-11	1293 6.4	+1 52.9
1062.5	711.25	-0.87157	+2169	-0.61001	-2723	+2.8647	-70	+1.0639	-16	1294 59.3	+1 52.5
1065.0	712.50	-0.84988	+2280	-0.63724	-2613	+2.8577	-74	+1.0623	-21	1296 51.8	+1 52.1
1067.5	713.75	-0.82708	+2388	-0.66337	-2498	+2.8503	-78	+1.0602	-24	1298 43.9	+1 51.9
1070.0	715.00	-0.80320	+2493	-0.68835	-2379	+2.8425	-82	+1.0578	-29	1300 35.8	+1 51.7
1072.5	716.25	-0.77827	+2595	-0.71214	-2255	+2.8343	-87	+1.0549	-34	1302 27.5	+1 51.7
1075.0	717.50	-0.75232	+2695	-0.73469	-2127	+2.8256	-91	+1.0515	-38	1304 19.2	+1 51.8
1077.5	718.75	-0.72537	+2790	-0.75596	-1995	+2.8165	-96	+1.0477	-44	1306 11.0	+1 51.9
1080.0	720.00	-0.69747	+2882	-0.77591	-1858	+2.8069	-102	+1.0433	-49	1308 2.9	+1 52.1
1082.5	721.25	-0.66865	+2972	-0.79449	-1715	+2.7967	-107	+1.0384	-55	1309 55.0	+1 52.4
1085.0	722.50	-0.63893	+3059	-0.81164	-1570	+2.7860	-113	+1.0329	-60	1311 47.4	+1 53.0
1087.5	723.75	-0.60834	+3142	-0.82734	-1419	+2.7747	-119	+1.0269	-66	1313 40.4	+1 53.6
1090.0	725.00	-0.57692	+3222	-0.84153	-1263	+2.7628	-125	+1.0203	-73	1315 34.0	+1 54.5
1092.5	726.25	-0.54470	+3297	-0.85416	-1102	+2.7503	-132	+1.0130	-78	1317 28.5	+1 55.3
1095.0	727.50	-0.51173	+3369	-0.86518	-935	+2.7371	-139	+1.0052	-85	1319 23.8	+1 56.4
1097.5	728.75	-0.47804	+3437	-0.87453	-764	+2.7232	-147	+0.9967	-92	1321 20.2	+1 57.8

v_0	v_1	x	Diff.	y	Diff.	z	Diff.	r	Diff.	v	Diff.
0	0									0	0
1100.0	730.00	-0.44367	+3502	-0.88217	-586	+2.7085	-155	+0.9875	-100	1323 18.0	+1 59.3
1102.5	731.25	-0.40865	+3561	-0.88803	-401	+2.6930	-164	+0.9775	-106	1325 17.3	+2 1.0
1105.0	732.50	-0.37304	+3616	-0.89204	-210	+2.6766	-173	+0.9669	-114	1327 18.3	+2 3.0
1107.5	733.75	-0.33688	+3667	-0.89414	-12	+2.6593	-182	+0.9555	-122	1329 21.3	+2 5.3
1110.0	735.00	-0.30021	+3712	-0.89426	+192	+2.6411	-192	+0.9433	-130	1331 26.6	+2 7.8
1112.5	736.25	-0.26309	+3751	-0.89234	+405	+2.6219	-202	+0.9303	-138	1333 34.4	+2 10.7
1115.0	737.50	-0.22558	+3785	-0.88829	+626	+2.6017	-213	+0.9165	-147	1335 45.1	+2 14.0
1117.5	738.75	-0.18773	+3812	-0.88203	+858	+2.5804	-225	+0.9018	-156	1337 59.1	+2 17.7
1120.0	740.00	-0.14961	+3832	-0.87345	+1099	+2.5579	-238	+0.8862	-166	1340 16.8	+2 22.0
1122.5	741.25	-0.11129	+3841	-0.86246	+1350	+2.5341	-251	+0.8696	-175	1342 38.8	+2 26.8
1125.0	742.50	-0.07288	+3843	-0.84896	+1612	+2.5090	-265	+0.8521	-186	1345 5.6	+2 32.3
1127.5	743.75	-0.03445	+3835	-0.83284	+1888	+2.4825	-280	+0.8335	-195	1347 37.9	+2 38.6
1130.0	745.00	+0.00390	+3813	-0.81396	+2178	+2.4545	-296	+0.8140	-207	1350 16.5	+2 45.7
1132.5	746.25	+0.04203	+3779	-0.79218	+2482	+2.4249	-313	+0.7933	-218	1353 2.2	+2 54.0
1135.0	747.50	+0.07982	+3726	-0.76736	+2802	+2.3936	-331	+0.7715	-230	1355 56.2	+2 3.7
1137.5	748.75	+0.11708	+3654	-0.73934	+3140	+2.3605	-350	+0.7485	-241	1358 59.9	+3 14.7
1140.0	750.00	+0.15362	+3560	-0.70794	+3496	+2.3255	-369	+0.7244	-253	1362 14.6	+3 27.7
1142.5	751.25	+0.18922	+3438	-0.67298	+3875	+2.2886	-390	+0.6991	-266	1365 42.3	+3 43.0
1145.0	752.50	+0.22360	+3281	-0.63423	+4275	+2.2496	-412	+0.6725	-278	1369 25.3	+4 0.9
1147.5	753.75	+0.25641	+3084	-0.59148	+4699	+2.2084	-435	+0.6447	-291	1373 26.2	+4 22.7
1150.0	755.00	+0.28725	+2835	-0.54449	+5150	+2.1649	-458	+0.6156	-302	1377 48.9	+4 48.7
1152.5	756.25	+0.31560	+2520	-0.49299	+5622	+2.1191	-481	+0.5854	-314	1382 37.6	+5 20.2
1155.0	757.50	+0.34080	+2126	-0.43677	+6117	+2.0710	-503	+0.5540	-323	1387 57.8	+5 59.1
1157.5	758.75	+0.36206	+1629	-0.37560	+6627	+2.0207	-522	+0.5217	-330	1393 56.9	+6 47.0
1160.0	760.00	+0.37835	+1000	-0.30933	+7139	+1.9685	-535	+0.4887	-333	1400 43.9	+7 46.3
1162.5	761.25	+0.38835	+210	-0.23794	+7625	+1.9150	-538	+0.4554	-328	1408 30.2	+9 0.1
1165.0	762.50	+0.39045	-778	-0.16169	+8039	+1.8612	-523	+0.4226	-314	1417 30.3	+10 30.0
1167.5	763.75	+0.38267	-1991	-0.08130	+8300	+1.8089	-480	+0.3912	-284	1428 0.3	+12 15.8
1170.0	765.00	+0.36276	-3414	+0.00170	+8297	+1.7609	-400	+0.3628	-234	1440 16.1	+14 10.8
1172.5	766.25	+0.32862	-4963	+0.08467	+7904	+1.7209	-274	+0.3394	-159	1454 26.9	+15 57.4
1175.0	767.50	+0.27899	-6455	+0.16371	+7059	+1.6935	-110	+0.3235	-59	1470 24.3	+17 7.8
1177.5	768.75	+0.21444	-7649	+0.23430	+5757	+1.6825	+72	+0.3176	+52	1487 32.1	+17 10.1
1180.0	770.00	+0.13795	-8378	+0.29187	+4213	+1.6897	+240	+0.3228	+156	1504 42.2	+16 5.1
1182.5	771.25	+0.05417	-8628	+0.33400	+2663	+1.7137	+370	+0.3384	+237	1520 47.3	+14 18.0
1185.0	772.50	-0.03211	-8500	+0.36063	+1276	+1.7507	+453	+0.3621	+292	1535 5.3	+12 19.5
1187.5	773.75	-0.11711	-8132	+0.37339	+121	+1.7960	+500	+0.3913	+326	1547 24.8	+10 29.8
1190.0	775.00	-0.19843	-7637	+0.37460	-800	+1.8460	+518	+0.4239	+343	1557 54.6	+8 56.7
1192.5	776.25	-0.27480	-7093	+0.36660	-1523	+1.8978	+517	+0.4582	+317	1566 51.3	+7 40.9
1195.0	777.50	-0.34573	-6540	+0.35137	-2085	+1.9495	+507	+0.4929	+346	1574 32.2	+6 40.0
1197.5	778.75	-0.41113	-6001	+0.33052	-2520	+2.0002	+491	+0.5275	+339	1581 12.2	+5 51.1
1200.0	780.00	-0.47114	-5490	+0.30532	-2859	+2.0493	+471	+0.5614	+330	1587 3.3	+5 11.9
1202.5	781.25	-0.52604	-5007	+0.27673	-3121	+2.0964	+449	+0.5944	+319	1592 15.2	+4 39.9
1205.0	782.50	-0.57611	-4554	+0.24552	-3324	+2.1413	+427	+0.6263	+306	1596 55.1	+4 13.6
1207.5	783.75	-0.62165	-4132	+0.21228	-3480	+2.1840	+405	+0.6569	+294	1601 8.7	+3 52.1
1210.0	785.00	-0.66297	-3736	+0.17748	-3599	+2.2245	+384	+0.6863	+282	1605 0.8	+3 33.9
1212.5	786.25	-0.70033	-3365	+0.14149	-3689	+2.2629	+364	+0.7145	+269	1608 34.7	+3 18.7
1215.0	787.50	-0.73398	-3017	+0.10460	-3755	+2.2993	+345	+0.7414	+257	1611 53.4	+3 5.7
1217.5	788.75	-0.76413	-2689	+0.06705	-3802	+2.3338	+326	+0.7671	+245	1614 59.1	+2 54.8
1220.0	790.00	-0.79104	-2381	+0.02903	-3832	+2.3664	+309	+0.7916	+233	1617 53.9	+2 45.3
1222.5	791.25	-0.81485	-2090	+0.00929	-3847	+2.3973	+293	+0.8149	+222	1620 39.2	+2 37.1
1225.0	792.50	-0.83575	-1814	+0.04776	-3851	+2.4266	+277	+0.8371	+211	1623 16.3	+2 29.8
1227.5	793.75	-0.85389	-1552	-0.08627	-3846	+2.4543	+263	+0.8582	+201	1625 46.1	+2 23.7
1230.0	795.00	-0.86941	-1302	-0.12473	-3831	+2.4806	+249	+0.8783	+191	1628 9.8	+2 18.3
1232.5	796.25	-0.88243	-1065	-0.16304	-3809	+2.5055	+236	+0.8974	+181	1630 28.1	+2 13.4
1235.0	797.50	-0.89308	-839	-0.20113	-3781	+2.5291	+224	+0.9155	+171	1632 41.5	+2 9.2

v_0	v_1	x	Diff.	y	Diff.	z	Diff.	r	Diff.	r	Diff.
1237.5	798.75	-0.90147	- 621	-0.23894	- 3746	+ 2.5515	+ 213	+ 0.9326	+ 162	1634 50.7	+ 2 5.5
1240.0	800.00	-0.90768	- 413	-0.27640	- 3706	+ 2.5728	+ 202	+ 0.9488	+ 154	1636 56.2	+ 2 2.1
1242.5	801.25	-0.91181	- 214	-0.31346	- 3662	+ 2.5930	+ 191	+ 0.9642	+ 145	1638 58.3	+ 1 59.2
1245.0	802.50	-0.91395	- 22	-0.35008	- 3614	+ 2.6121	+ 181	+ 0.9787	+ 137	1640 57.5	+ 1 56.7
1247.5	803.75	-0.91417	+ 163	-0.38622	- 3561	+ 2.6302	+ 172	+ 0.9924	+ 129	1642 54.2	+ 1 54.4
1250.0	805.00	-0.91254	+ 342	-0.42183	- 3503	+ 2.6474	+ 164	+ 1.0053	+ 121	1644 48.6	+ 1 52.3
1252.5	806.25	-0.90912	+ 514	-0.45686	- 3443	+ 2.6638	+ 156	+ 1.0174	+ 114	1646 40.9	+ 1 50.9
1255.0	807.50	-0.90398	+ 679	-0.49129	- 3380	+ 2.6794	+ 148	+ 1.0288	+ 107	1648 31.4	+ 1 48.9
1257.5	808.75	-0.89719	+ 839	-0.52509	- 3314	+ 2.6942	+ 140	+ 1.0395	+ 101	1650 20.3	+ 1 47.6
1260.0	810.00	-0.88880	+ 995	-0.55823	- 3245	+ 2.7082	+ 133	+ 1.0496	+ 93	1652 7.9	+ 1 46.4
1262.5	811.25	-0.87885	+ 1145	-0.59068	- 3173	+ 2.7215	+ 126	+ 1.0589	+ 87	1653 54.3	+ 1 45.4
1265.0	812.50	-0.86740	+ 1291	-0.62241	- 3099	+ 2.7341	+ 120	+ 1.0676	+ 80	1655 39.7	+ 1 44.6
1267.5	813.75	-0.85449	+ 1431	-0.65340	- 3023	+ 2.7461	+ 115	+ 1.0756	+ 75	1657 24.3	+ 1 43.8
1270.0	815.00	-0.84018	+ 1567	-0.68363	- 2944	+ 2.7576	+ 109	+ 1.0831	+ 70	1659 8.1	+ 1 43.2
1272.5	816.25	-0.82451	+ 1700	-0.71307	- 2862	+ 2.7685	+ 103	+ 1.0901	+ 64	1660 51.3	+ 1 42.7
1275.0	817.50	-0.80751	+ 1828	-0.74169	- 2777	+ 2.7788	+ 98	+ 1.0965	+ 58	1662 34.0	+ 1 42.4
1277.5	818.75	-0.78923	+ 1952	-0.76946	- 2690	+ 2.7886	+ 94	+ 1.1023	+ 53	1664 16.4	+ 1 42.1
1280.0	820.00	-0.76971	+ 2071	-0.79636	- 2601	+ 2.7980	+ 90	+ 1.1076	+ 48	1665 58.5	+ 1 41.9
1282.5	821.25	-0.74900	+ 2187	-0.82237	- 2511	+ 2.8070	+ 86	+ 1.1124	+ 43	1667 40.4	+ 1 41.9
1285.0	822.50	-0.72713	+ 2300	-0.84748	- 2418	+ 2.8156	+ 81	+ 1.1167	+ 38	1669 22.3	+ 1 41.9
1287.5	823.75	-0.70413	+ 2409	-0.87166	- 2323	+ 2.8237	+ 77	+ 1.1205	+ 34	1671 4.2	+ 1 41.9
1290.0	825.00	-0.68004	+ 2513	-0.89489	- 2225	+ 2.8314	+ 74	+ 1.1239	+ 30	1672 46.1	+ 1 42.1
1292.5	826.25	-0.65491	+ 2614	-0.91714	- 2125	+ 2.8388	+ 71	+ 1.1269	+ 27	1674 28.2	+ 1 42.3
1295.0	827.50	-0.62877	+ 2711	-0.93839	- 2023	+ 2.8459	+ 68	+ 1.1296	+ 22	1676 10.5	+ 1 42.7
1297.5	828.75	-0.60166	+ 2804	-0.95862	- 1919	+ 2.8527	+ 65	+ 1.1318	+ 18	1677 53.2	+ 1 43.0
1300.0	830.00	-0.57362	+ 2894	-0.97781	- 1813	+ 2.8592	+ 63	+ 1.1336	+ 15	1679 36.2	+ 1 43.4
1302.5	831.25	-0.54468	+ 2980	-0.99594	- 1704	+ 2.8655	+ 61	+ 1.1351	+ 12	1681 19.6	+ 1 43.9
1305.0	832.50	-0.51488	+ 3063	-1.01298	- 1593	+ 2.8716	+ 59	+ 1.1363	+ 9	1683 3.5	+ 1 44.3
1307.5	833.75	-0.48425	+ 3141	-1.02891	- 1481	+ 2.8775	+ 57	+ 1.1372	+ 5	1684 47.8	+ 1 44.9
1310.0	835.00	-0.45284	+ 3217	-1.04372	- 1366	+ 2.8832	+ 54	+ 1.1377	+ 3	1686 32.7	+ 1 45.6
1312.5	836.25	-0.42067	+ 3289	-1.05738	- 1249	+ 2.8886	+ 53	+ 1.1380	+ 0	1688 18.3	+ 1 46.3
1315.0	837.50	-0.38778	+ 3357	-1.06987	- 1130	+ 2.8939	+ 51	+ 1.1377	+ 3	1690 4.6	+ 1 47.0
1317.5	838.75	-0.35421	+ 3421	-1.08117	- 1010	+ 2.8990	+ 50	+ 1.1372	+ 5	1691 51.6	+ 1 47.8
1320.0	840.00	-0.32000	+ 3481	-1.09127	- 888	+ 2.9040	+ 49	+ 1.1365	+ 7	1693 39.4	+ 1 48.6
1322.5	841.25	-0.28519	+ 3538	-1.10015	- 764	+ 2.9089	+ 48	+ 1.1356	+ 9	1695 28.0	+ 1 49.5
1325.0	842.50	-0.24981	+ 3589	-1.10779	- 638	+ 2.9137	+ 47	+ 1.1345	+ 11	1697 17.5	+ 1 50.4
1327.5	843.75	-0.21392	+ 3635	-1.11417	- 511	+ 2.9184	+ 47	+ 1.1333	+ 12	1699 7.9	+ 1 51.2
1330.0	845.00	-0.17757	+ 3678	-1.11928	- 384	+ 2.9231	+ 46	+ 1.1319	+ 14	1700 59.1	+ 1 52.2
1332.5	846.25	-0.14079	+ 3717	-1.12312	- 254	+ 2.9277	+ 45	+ 1.1304	+ 15	1702 51.3	+ 1 53.1
1335.0	847.50	-0.10362	+ 3751	-1.12566	- 123	+ 2.9322	+ 44	+ 1.1289	+ 15	1704 44.4	+ 1 54.1
1337.5	848.75	-0.06611	+ 3781	-1.12689	+ 9	+ 2.9366	+ 44	+ 1.1272	+ 17	1706 38.5	+ 1 55.2
1340.0	850.00	-0.02830	+ 3806	-1.12680	+ 143	+ 2.9410	+ 45	+ 1.1254	+ 18	1708 33.7	+ 1 56.2
1342.5	851.25	+0.00976	+ 3826	-1.12537	+ 276	+ 2.9455	+ 45	+ 1.1236	+ 18	1710 29.9	+ 1 57.1
1345.0	852.50	+0.04802	+ 3842	-1.12261	+ 411	+ 2.9500	+ 45	+ 1.1218	+ 18	1712 27.0	+ 1 58.1
1347.5	853.75	+0.08644	+ 3852	-1.11850	+ 547	+ 2.9545	+ 45	+ 1.1200	+ 18	1714 25.1	+ 1 59.2
1350.0	855.00	+0.12496	+ 3858	-1.11303	+ 683	+ 2.9590	+ 45	+ 1.1182	+ 17	1716 24.3	+ 2 0.3
1352.5	856.25	+0.16354	+ 3858	-1.10620	+ 819	+ 2.9635	+ 46	+ 1.1165	+ 17	1718 24.6	+ 2 1.2
1355.0	857.50	+0.20212	+ 3853	-1.09801	+ 954	+ 2.9681	+ 46	+ 1.1148	+ 17	1720 25.8	+ 2 2.2
1357.5	858.75	+0.24065	+ 3843	-1.08847	+ 1089	+ 2.9727	+ 47	+ 1.1131	+ 17	1722 28.0	+ 2 3.2
1360.0	860.00	+0.27908	+ 3828	-1.07758	+ 1225	+ 2.9774	+ 47	+ 1.1116	+ 15	1724 31.2	+ 2 4.1
1362.5	861.25	+0.31736	+ 3809	-1.06533	+ 1360	+ 2.9821	+ 48	+ 1.1102	+ 14	1726 35.3	+ 2 5.0
1365.0	862.50	+0.35545	+ 3783	-1.05173	+ 1494	+ 2.9869	+ 49	+ 1.1089	+ 13	1728 40.3	+ 2 5.9
1367.5	863.75	+0.39328	+ 3752	-1.03679	+ 1627	+ 2.9918	+ 49	+ 1.1077	+ 12	1730 46.2	+ 2 6.8
1370.0	865.00	+0.43080	+ 3715	-1.02052	+ 1757	+ 2.9967	+ 50	+ 1.1067	+ 10	1732 53.0	+ 2 7.7
1372.5	866.25	+0.46795	+ 3675	-1.00295	+ 1886	+ 3.0017	+ 51		+ 8	1735 0.7	+ 2 8.4

v_0	v_1	x	Diff.	y	Diff.	q	Diff.	r	Diff.	v	Diff.
⁰ 1375.0	⁰ 867.50	+ 0.50470	+ 3628	- 0.98409	+ 2013	+ 3.0068	+ 52	+ 1.1059	- 5	⁰ 1737 9.1	+ 2 9.0
1377.5	868.75	+ 0.54098	+ 3576	- 0.96396	+ 2138	+ 3.0120	+ 53	+ 1.1054	- 4	1739 18.1	+ 2 9.6
1380.0	870.00	+ 0.57674	+ 3520	- 0.94258	+ 2261	+ 3.0173	+ 54	+ 1.1050	- 1	1741 27.7	+ 2 10.7
1382.5	871.25	+ 0.61194	+ 3459	- 0.91997	+ 2380	+ 3.0227	+ 55	+ 1.1049	+ 2	1743 37.9	+ 2 10.6
1385.0	872.50	+ 0.64653	+ 3394	- 0.89617	+ 2497	+ 3.0282	+ 57	+ 1.1051	+ 4	1745 48.5	+ 2 11.0
1387.5	873.75	+ 0.68047	+ 3324	- 0.87120	+ 2611	+ 3.0339	+ 58	+ 1.1055	+ 7	1747 59.5	+ 2 11.4
1390.0	875.00	+ 0.71371	+ 3249	- 0.84509	+ 2720	+ 3.0397	+ 59	+ 1.1062	+ 9	1750 10.9	+ 2 11.7
1392.5	876.25	+ 0.74620	+ 3171	- 0.81789	+ 2827	+ 3.0456	+ 60	+ 1.1071	+ 13	1752 22.6	+ 2 11.8
1395.0	877.50	+ 0.77791	+ 3088	- 0.78962	+ 2930	+ 3.0516	+ 61	+ 1.1084	+ 17	1754 34.4	+ 2 11.8
1397.5	878.75	+ 0.80879	+ 3002	- 0.76032	+ 3029	+ 3.0577	+ 63	+ 1.1101	+ 19	1756 46.2	+ 2 11.8
1400.0	880.00	+ 0.83881	+ 2912	- 0.73003	+ 3123	+ 3.0640	+ 64	+ 1.1120	+ 23	1758 58.0	+ 2 11.7
1402.5	881.25	+ 0.86793	+ 2819	- 0.69880	+ 3212	+ 3.0704	+ 65	+ 1.1143	+ 26	1761 9.7	+ 2 11.5
1405.0	882.50	+ 0.89612	+ 2724	- 0.66668	+ 3298	+ 3.0769	+ 67	+ 1.1169	+ 30	1763 21.2	+ 2 11.1
1407.5	883.75	+ 0.92336	+ 2627	- 0.63370	+ 3378	+ 3.0836	+ 69	+ 1.1199	+ 34	1765 32.3	+ 2 10.7
1410.0	885.00	+ 0.94963	+ 2527	- 0.59992	+ 3454	+ 3.0905	+ 71	+ 1.1233	+ 37	1767 43.0	+ 2 10.2
1412.5	886.25	+ 0.97490	+ 2425	- 0.56538	+ 3524	+ 3.0976	+ 72	+ 1.1270	+ 41	1769 53.2	+ 2 9.7
1415.0	887.50	+ 0.99915	+ 2321	- 0.53014	+ 3590	+ 3.1048	+ 74	+ 1.1311	+ 44	1772 2.9	+ 2 9.0
1417.5	888.75	+ 1.02236	+ 2216	- 0.49424	+ 3649	+ 3.1122	+ 75	+ 1.1355	+ 49	1774 11.9	+ 2 8.2
1420.0	890.00	+ 1.04452	+ 2111	- 0.45775	+ 3704	+ 3.1197	+ 77	+ 1.1404	+ 53	1776 20.1	+ 2 7.3
1422.5	891.25	+ 1.06563	+ 2004	- 0.42071	+ 3756	+ 3.1274	+ 80	+ 1.1457	+ 56	1778 27.4	+ 2 6.3
1425.0	892.50	+ 1.08567	+ 1898	- 0.38315	+ 3800	+ 3.1354	+ 81	+ 1.1513	+ 60	1780 33.7	+ 2 5.2
1427.5	893.75	+ 1.10465	+ 1790	- 0.34515	+ 3840	+ 3.1435	+ 83	+ 1.1573	+ 64	1782 38.9	+ 2 4.1
1430.0	895.00	+ 1.12255	+ 1682	- 0.30675	+ 3877	+ 3.1518	+ 85	+ 1.1637	+ 68	1784 43.0	+ 2 2.9
1432.5	896.25	+ 1.13937	+ 1576	- 0.26798	+ 3907	+ 3.1603	+ 87	+ 1.1705	+ 71	1786 45.9	+ 2 1.6
1435.0	897.50	+ 1.15513	+ 1471	- 0.22891	+ 3934	+ 3.1690	+ 89	+ 1.1776	+ 75	1788 47.5	+ 2 0.2
1437.5	898.75	+ 1.16984	+ 1365	- 0.18957	+ 3957	+ 3.1779	+ 91	+ 1.1851	+ 78	1790 47.7	+ 1 58.9
1440.0	900.00	+ 1.18349		- 0.15000		+ 3.1870		+ 1.1929		1792 46.6	

Einen besseren Ueberblick über die Bahn und die Bewegung des Punktes C , als durch Vergleich obiger Zahlen möglich wäre, gewinnt man auf graphischem Wege. Bevor ich jedoch hiezu die nöthigen Erläuterungen gebe, will ich nur noch einige Bemerkungen, die Genauigkeit der obigen Zahlen betreffend, machen.

Obwohl bei Berechnung obiger Zahlen, welche durchwegs fünfstellig geführt wurde, mit möglichster Sorgfalt vorgegangen wurde, unterliegt es wohl keinem Zweifel, dass die Ungenauigkeit der Resultate, namentlich der späteren, eine wesentlich grössere sei und zwar aus folgenden Gründen: Erstlich ist für unsern Fall, wo die Störungen sehr grosse Beträge erreichten, die Berechnung der Störungen in den rechtwinkligen Coordinaten an sich nicht sehr geeignet, da die Zerlegung der Störungen nach den beiden Axen dieselben noch grösser erscheinen lässt, wie sie in der That sind. Auch war der Betrag der einzelnen Störungsincremente

manchmal so gross, dass es nöthig gewesen wäre, um die letzten Einheiten sicherzustellen, wenigstens sechsstellige Tafeln anzuwenden. In Folge der doppelten Summation, welche nun über diese Incremente auszuführen ist, addiren sich aber nicht nur diese Fehler der einzelnen Incremente, sondern deren Unsicherheit geht wesentlich vergrössert auf die späteren Resultate über. Ist aber in solcher directer Weise der Fehler einmal bis zu einem merkbaren Betrag gestiegen, so beeinflusst er auch weiter in indirecter Weise die Genauigkeit der Resultate, denn aus der Zugrundelegung eines fehlerhaften Werthes der gestörten Coordinaten resultirt nothwendig wieder ein fehlerhafter Werth des hiemit berechneten Störungsincrements.

Warum ich demungeachtet die Störungen der rechtwinkligen Coordinaten ermittelte, ist bereits früher motivirt worden und dass ich hier auch auf die Erreichung einer grösseren Genauigkeit kein besonderes Gewicht legte, findet seine Erklärung in dem Umstand, dass ich vorerst nur ein beiläufiges Bild von der Bewegung des Körpers *C* gewinnen wollte, was durch die obige Rechnung auch in denkbar kürzester Zeit erreicht wurde.

Wirft der Leser einen Blick auf die Tafel I, so bemerkt er im Centrum einen grösseren Punkt *A*, der die Lage des Centralkörpers markirt, ferner zwei concentrische Kreise, wovon der kleinere (---) die Bahn des Punktes *C* darstellt, welche derselben beschrieben würde, wenn der Körper *B* keinen störenden Einfluss auf ihn ausüben würde, während der grössere uns die Bahn des störenden Körpers *B* versinnlichen soll. Dieser letztere Kreis wurde statt mit dem Radius 2 bloss mit dem Radius 1.5 beschrieben, damit sich das Format der Zeichnung nicht allzu gross gestalte. Von den Punkten (1) beginnend, hat man sich die Bewegung in der Richtung der Pfeile vor sich gehend zu denken. Die gleiche Nummer führenden Punkte theils in der Bahn des störenden Körpers *B*, theils in der wahren (gestörten) Bahn des gestörten Körpers *C* markiren den jeweiligen gleichzeitigen Stand dieser zwei Körper. Die dritte schlingenförmige Linie gibt uns also ein Bild von der relativen Bewegung des Körpers *C* um den Punkt *A*.

Die Hauptmomente lassen sich in folgende Sätze zusammenfassen:

1) Innerhalb einer Zeit, welche der doppelten Umlaufszeit des störenden Körpers B entspricht, bleibt der Körper C bei dem Körper A , also jenem Körper, den er auch in der ungestörten Bahn hätte umkreisen müssen.

2) Eine Wiederholung des Anfangszustandes, d. h. dass die drei Körper sowohl in einer Linie stehen, als dass auch die Entfernung AC nahe gleich der Einheit wird, tritt innerhalb dieser Zeit dreimal ein, sohin entspricht diese Periode einer Zunahme der Länge des störenden Körpers von rund 240° , aber erst nach $3 \times 240^\circ$ ist auch die Position der Verbindungslinie der drei Körper nahezu dieselbe wie zu Beginn der Bewegung.

3) Innerhalb jeder Periode beschreibt der Körper C eine m -förmige Schlinge um den Körper A , nähert sich hiebei demselben einmal bis auf eine Distanz von rund $\frac{1}{4}$ der anfänglichen Distanz, und zwar fällt der Moment des Periheldurchgangs nahezu zusammen mit dem Zeitpunkt, in welchem der Körper C die Verbindungslinie der Körper AB schneidet. Die drei Körper stehen sohin wieder nahe in einer Geraden, doch nimmt der Körper C nun seinen Platz zwischen A und B ein.

Bisher haben wir das rechtwinklige Axensystem als fix angenommen und zwar fiel der Ursprung mit dem Punkt A zusammen und die $+X$ -Axe war durch jenen Punkt gelegt worden, welchen der Körper C bei Beginn der Bewegung einnahm. Eine bessere Vorstellung darüber, wie nahe die in den einzelnen Perioden beschriebenen Bahnen zusammenfallen, gewinnt man aber aus dem Anblick der Tafel II, welche die relative Bewegung des Punktes C um A bezogen auf ein bewegliches Coordinatensystem wiedergibt.

Das bewegliche System wurde derart gewählt:

Von der Anfangslage XAY ausgehend, drehe sich das rechtwinklige Axensystem mit gleichförmiger Geschwindigkeit um den Punkt A in derselben Richtung wie die Bewegung der Körper B und C stattfindet und ferner führe es gerade eine volle Umdrehung in jener Zeit aus, welche der störende Körper B benöthigt, um einmal seine Bahn zu durchlaufen. Die Coordinaten des Punktes C bezogen auf das neue bewegliche System sind dann definirt durch:

$$x = r \cos(v - n_1 t)$$

$$y = r \sin(v - n_1 t)$$

Da die obige Tafel uns sofort: $v_1 = v_{01} + n_1 t = 180 + n_1 t$ gibt, so berechnen sich leicht die neuen Coordinaten nach:

$$\begin{aligned} x &= -r \cos(v - v_1) \\ y &= -r \sin(v - v_1) \end{aligned}$$

Durch Construction der solcherweise berechneten Coordinaten gelangte ich zu der auf Tafel II wiedergegebenen Figur, welche näher zu erläutern wohl nicht nöthig sein dürfte.

Während der zwei ersten Umläufe fallen, wie man bemerkt, die Bahnen nahezu zusammen. Der dritte Umlauf weist stärkere Differenzen auf.

Ich habe bereits früher auf die Ungenauigkeit der obigen, der Construction zu Grunde liegenden Zahlen hingewiesen. Die Frage liegt demnach nahe: sind die Differenzen zwischen den einzelnen Umläufen nicht etwa bloss scheinbare d. h. durch die Ungenauigkeit der Rechnung bedingte? Wäre dieses der Fall, so hätten wir es hier mit einer rein periodischen Bewegung zu thun, sind aber diese Differenzen reell, so belehrt uns sofort ein Blick auf Tafel II, dass nicht nur die Differenzen sehr rasch anwachsen, sondern dass auch die Bewegung in verhältnissmässig ausserordentlich kurzer Zeit einen völlig andern Charakter annehmen müsste. Die Frage nach dem periodischen oder nicht periodischen Charakter der Bewegung einer Entscheidung näher zu bringen oder zuzuführen, war das nächste Ziel, dem ich zustrebte, und ich glaube, auch zustreben musste.

Dass die bisherigen Resultate uns hierauf aber noch keine definitive Antwort zu geben erlauben, bedarf wohl nach den obigen Bemerkungen über deren mögliche Unsicherheit keiner weiteren Begründung.

2.

Wenn man auf numerischen Weg eine Entscheidung der im Vorangehenden definirten Frage erreichen will, kann man in zweifacher Weise vorgehen. Man wird nämlich entweder auf allgemeine Störungen übergehen oder aber nochmals, jedoch mit grösserer Genauigkeit, specielle Störungen berechnen, wobei es aber klar ist, dass man sich hier auf die Wiederholung des ersten Sechstels der vorangehenden Rechnungen wird

beschränken können, denn wie man aus Tafel II ersieht, ist eine Periodicität nur dann möglich, wenn zwischen den beiden Bahnhälften (1 — 5) und (5 — 9) Identität und Symmetrie herrscht, was wieder zur Bedingung hat, dass das Perihel auf die verlängerte Linie CA zu liegen kommt. Letzteres müsste bei $v_0 = 240^\circ$ stattfinden.

Ich habe, — was, wie ich mir hier selbst zu bemerken erlaube, nicht sehr praktisch war, — zuerst den ersterwähnten weiteren Weg eingeschlagen, doch hatte mich hiezu einerseits die nahe Uebereinstimmung der einzelnen Umläufe verleitet, andererseits erhoffte ich auf diesem Weg zu einem weit allgemeineren Resultat zu gelangen.

Es sollen nun erst jene Ausdrücke abgeleitet werden, welche der Berechnung der allgemeinen Störungen zu Grunde gelegt wurden.

Interpolirt man aus der früher gegebenen Tafel der gestörten Coordinaten für jene Momente, wo $v - v_1$ beziehungsweise $= -180^\circ 0'$; $= -157^\circ 30'$; $= -135^\circ 0'$ ist, also für je $22\frac{1}{2}^\circ$ die entsprechenden Werthe von r und v , so erhält man die in folgendem Täfelchen wiedergegebenen Werthe:

$(v - v_1)$	r	Diff.	r	Diff.
$-180^\circ 0'$	+ 1.0000		$0^\circ 0.0$	
$-157^\circ 30'$	+ 1.0431	+ 431	46 56.2	+ 46 56.2
$-135^\circ 0'$	+ 1.0872	+ 441	113 48.9	+ 66 52.7
$-112^\circ 30'$	+ 0.7110	- 3762	169 18.4	+ 55 29.5
$-90^\circ 0'$	+ 0.4973	- 2137	200 7.3	+ 30 48.9
$-67^\circ 30'$	+ 0.3845	- 1128	226 28.3	+ 26 21.0
$-45^\circ 0'$	+ 0.3238	- 607	251 4.2	+ 24 35.9
$-22^\circ 30'$	+ 0.2918	- 320	275 28.4	+ 24 24.2
$0^\circ 0'$	+ 0.2835	- 83	299 12.6	+ 23 44.2
$+22^\circ 30'$	+ 0.2906	+ 71	323 0.3	+ 23 47.7
$+45^\circ 0'$	+ 0.3204	+ 298	347 30.0	+ 24 29.7
$+67^\circ 30'$	+ 0.3811	+ 607	372 33.5	+ 25 3.5
$+90^\circ 0'$	+ 0.4891	+ 1080	398 48.0	+ 26 14.5
$+112^\circ 30'$	+ 0.6895	+ 2004	428 33.3	+ 29 45.3
$+135^\circ 0'$	+ 1.0697	+ 3802	480 26.6	+ 51 53.3
$+157^\circ 30'$	+ 1.0584	- 113	551 25.4	+ 70 58.8

$(v-v_1)$	r	Diff.	v	Diff.
$+180^0 0'$	$+1.0124$	$+ 402$	$599^0 52.8$	$+ 48 9.3$
$+202 30$	$+1.0526$	$+ 207$	$648 2.1$	$+ 67 30.4$
$+225 0$	$+1.0733$	-3627	$715 32.5$	$+ 53 21.3$
$+247 30$	$+0.7106$	-2079	$768 53.8$	$+ 30 31.1$
$+270 0$	$+0.5027$	-1111	$799 24.9$	$+ 26 15.5$
$+292 30$	$+0.3916$	$- 591$	$825 40.4$	$+ 24 24.6$
$+315 0$	$+0.3325$	$- 348$	$850 5.0$	$+ 25 1.6$
$+337 30$	$+0.2977$	$- 95$	$875 6.6$	$+ 23 52.2$
$+360 0$	$+0.2882$	$+ 97$	$898 58.8$	$+ 23 51.0$
$+382 30$	$+0.2979$	$+ 321$	$922 49.8$	$+ 24 40.5$
$+405 0$	$+0.3300$	$+ 621$	$947 30.3$	$+ 25 1.1$
$+427 30$	$+0.3921$	$+1105$	$972 31.4$	$+ 26 9.6$
$+450 0$	$+0.5026$	$+2091$	$998 41.0$	$+ 30 40.0$
$+472 30$	$+0.7117$	$+3627$	$1029 21.0$	$+ 53 37.1$
$+495 0$	$+1.0744$	$- 358$	$1082 58.1$	$+ 66 3.4$
$+517 30$	$+1.0386$		$1149 1.5$	

Schon bei dem Anblick der vorliegenden Zahlen drängte sich mir die Ueberzeugung auf, dass sich r und v als Reihen nach Vielfachen von $(v-v_1)$ numerisch genähert darstellen lassen. Das Interesse, welches dieser Umstand an sich beansprucht, erhöht sich aber noch wesentlich dadurch, dass, wie wir sehen werden, die Darstellung eine über Erwarten gute wird.

Schreiben wir den Radiusvector in der Form:

$$r = c_0 + c_1 \cos(v-v_1) + c_2 \cos 2(v-v_1) + \dots + c_8 \cos 8(v-v_1) \\ + s_1 \sin(v-v_1) + s_2 \sin 2(v-v_1) + \dots + s_7 \sin 7(v-v_1)$$

so lassen sich bekanntlich die Entwicklungscoefficienten c_v und s_v nach bekannten Formeln sofort berechnen. Indem ich zuerst die 15 speciellen Werthe von r , welche für: $v-v_1 = -180^0 0'$ bis: $v-v_1 = +157^0 30'$, hierauf jene, welche von $v-v_1 = +180^0 0'$ bis $v-v_1 = 517^0 30'$ gelten, zu Grunde legte, erhielt ich die nachfolgenden numerischen Coefficienten in der Entwicklung des Radiusvectors.

I	II
$r = + 0.62006$	$r = + 0.62555$
$- 0.42907 \cos (v - v_1)$	$- 0.42907 \cos (v - v_1)$
$+ 0.08290 \cos 2 (v - v_1)$	$+ 0.07941 \cos 2 (v - v_1)$
$+ 0.04480 \cos 3 (v - v_1)$	$+ 0.04480 \cos 3 (v - v_1)$
$- 0.06640 \cos 4 (v - v_1)$	$- 0.06304 \cos 4 (v - v_1)$
$+ 0.04347 \cos 5 (v - v_1)$	$+ 0.04347 \cos 5 (v - v_1)$
$- 0.00862 \cos 6 (v - v_1)$	$- 0.00559 \cos 6 (v - v_1)$
$- 0.01745 \cos 7 (v - v_1)$	$- 0.01745 \cos 7 (v - v_1)$
$+ 0.01381 \cos 8 (v - v_1)$	$+ 0.01396 \cos 8 (v - v_1)$
$- 0.00507 \sin (v - v_1)$	$- 0.00507 \sin (v - v_1)$
$+ 0.00190 \sin 2 (v - v_1)$	$+ 0.00075 \sin 2 (v - v_1)$
$+ 0.00200 \sin 3 (v - v_1)$	$+ 0.00199 \sin 3 (v - v_1)$
$- 0.00432 \sin 4 (v - v_1)$	$+ 0.00185 \sin 4 (v - v_1)$
$+ 0.00365 \sin 5 (v - v_1)$	$+ 0.00364 \sin 5 (v - v_1)$
$- 0.00162 \sin 6 (v - v_1)$	$+ 0.00165 \sin 6 (v - v_1)$
$+ 0.00067 \sin 7 (v - v_1)$	$+ 0.00067 \sin 7 (v - v_1)$

Sowohl die Differenzen der Cosinusglieder, wie sämtliche Coefficienten der Sinusglieder liegen unter der Grenze der Unsicherheit der zu Grunde gelegten Werthe des Radiusvectors. Vernachlässigt man letztere ganz und nimmt das Mittel der Cosinus-Coefficienten, so resultirt:

$$\begin{aligned}
 (r) = & + 0.62280 \\
 & - 0.42907 \cos (v - v_1) \\
 & + 0.08115 \cos 2 (v - v_1) \\
 & + 0.04480 \cos 3 (v - v_1) \\
 & - 0.06472 \cos 4 (v - v_1) \\
 & + 0.04347 \cos 5 (v - v_1) \\
 & - 0.00710 \cos 6 (v - v_1) \\
 & - 0.01745 \cos 7 (v - v_1) \\
 & + 0.01388 \cos 8 (v - v_1)
 \end{aligned}$$

Diesen Ausdruck für den gestörten Radiusvector habe ich für eine grosse Zahl beliebig gewählter Werthe von $(v - v_1)$ mit jenen Werthen verglichen, welche uns die Haupttafel der gestörten Coordinaten für r gibt. Die grösste Differenz erreichte den Betrag von $- 0.016$, doch wurden die meisten Werthe des Radiusvectors fast völlig durch obigen Ausdruck (r) dargestellt. Die Behauptung, dass obiger Ausdruck (r) als

eine erste Näherung an den wahren Werth anzusehen sei, erscheint demnach zur Genüge gerechtfertigt.

Die numerischen Werthe der Coefficienten in der Entwicklung für die Länge, wenn

$$v = nt + C_0 + C_1 \cos(v - v_1) + C_2 \cos 2(v - v_1) + \dots C_8 \cos 8(v - v_1) \\ + S_1 \sin(v - v_1) + S_2 \sin 2(v - v_1) + \dots S_7 \sin 7(v - v_1)$$

angenommen wird, berechnen sich ebenfalls leicht durch mechanische Quadratur, nur muss vorher von den speciellen Werthen von v , welche in obigem Täfelchen angesetzt sind, das Glied nt in Abzug gebracht werden.

Da mit Rücksicht auf die oben getroffene Wahl über die Einheit der Masse und der Entfernung die mittlere Bewegung des störenden Körpers B mit $n_1 = \frac{1}{2} \cdot 57^\circ 29' 578$ anzunehmen ist, und sich ferner — von einer kleinen Correction, deren Betrag die Unsicherheitsgrenze der v nicht überschreitet, abgesehen — $n:n_1 = 5:2$ verhält, resultirt für n der Werth $n = \frac{5}{4} \cdot 57^\circ 29' 578 = 71^\circ 61' 9725$. Es mag hier noch beigefügt werden, dass die Dauer der Periode: 8.37758 Zeittheile beträgt, und dass als Zeiteinheit jene Zeit anzunehmen ist, welche der störende Körper B benöthigt, um 28.64789 Grade in seiner Bahn zurückzulegen.

Auch hier zeigte es sich wieder, dass bei Zugrundelegung der Werthe von v zwischen $v - v_1 = -180^\circ 0'$ bis $v - v_1 = +157^\circ 30'$ einerseits, und $v - v_1 = 180^\circ 0'$ bis $v - v_1 = 517^\circ 30'$ andererseits, für die Coefficienten C und S nahezu dieselben Werthe resultirten, ich lasse daher gleich die Mittelwerthe folgen. Es ist:

$$(v) = + 71.619725 \overset{0}{t} \\ - 48.71580 \sin(v - v_1) \\ + 6.18601 \sin 2(v - v_1) \\ + 4.35290 \sin 3(v - v_1) \\ - 5.36889 \sin 4(v - v_1) \\ + 3.03586 \sin 5(v - v_1) \\ - 1.02105 \sin 6(v - v_1) \\ - 0.05451 \sin 7(v - v_1) \\ + 1.11975 \overset{0}{t} \\ + 0.24527 \cos(v - v_1) \\ - 0.12121 \cos 2(v - v_1)$$

$$\begin{aligned}
 (v) = & - 0.16946 \cos^0 3 (v - v_1) \\
 & + 0.25104 \cos 4 (v - v_1) \\
 & - 0.07391 \cos 5 (v - v_1) \\
 & - 0.01504 \cos 6 (v - v_1) \\
 & + 0.11061 \cos 7 (v - v_1) \\
 & - 0.11205 \cos 8 (v - v_1)
 \end{aligned}$$

Beschränkt man sich hier auf die Mitnahme der ersten acht Glieder und vergleicht die hieraus folgenden Werthe von v mit den Tafelwerthen, so überzeugt man sich leicht, dass letztere durchwegs bis auf einige Grade dargestellt werden. Wir werden demnach auch hier die ersten acht Glieder in obiger Entwicklung von (v) als erste Näherung ansehen können.

Durch die bisherige Entwicklung erscheint der Radiusvector und die Länge in der gestörten Bahn näherungsweise durch Reihen dargestellt, welche nach Vielfachen der Differenzen der Längen des gestörten und störenden Körpers fortschreiten. Wir werden aber in der Folge auch von Reihen Gebrauch machen, welche nach Vielfachen von $(n - n_1)t$ fortschreiten, ich will daher deren Entwicklung gleich hier anschliessen.

Mit Zugrundelegung des obigen Werthes von $n - n_1 = 42^0 971835$ lassen sich sofort die Momente bestimmen, wo $(n - n_1)t$ beziehungsweise $= 0$, $= 22^0 30'$, $= 45^0 0'$ etc. wird. Interpolirt man nun weiter für diese Momente aus der Tafel der gestörten Coordinaten die zugehörigen Werthe von r und v und benützt dieselben zur Bestimmung der numerischen Werthe der Coefficienten, so gelangt man zu den folgenden Entwicklungen:

$$\begin{aligned}
 (r) = & + 0.9474 \\
 & + 0.2070 \cos (n - n_1) t \\
 & - 0.2040 \cos 2 (n - n_1) t \\
 & + 0.0898 \cos 3 (n - n_1) t \\
 & - 0.0590 \cos 4 (n - n_1) t \\
 & + 0.0378 \cos 5 (n - n_1) t \\
 & - 0.0305 \cos 6 (n - n_1) t \\
 & + 0.0236 \cos 7 (n - n_1) t \\
 & - 0.0121 \cos 8 (n - n_1) t \\
 (v) = & 71.619725 t \\
 & - 61.4030 \sin (n - n_1) t \\
 & + 35.1430 \sin 2 (n - n_1) t \\
 & - 17.3200 \sin 3 (n - n_1) t \\
 & + 11.1070 \sin 4 (n - n_1) t \\
 & - 6.8690 \sin 5 (n - n_1) t \\
 & + 4.3150 \sin 6 (n - n_1) t \\
 & - 2.0240 \sin 7 (n - n_1) t
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (r) = & -0.0017 \sin (n-n_1) t \\
 & -0.0081 \sin 2 (n-n_1) t \\
 & +0.0004 \sin 3 (n-n_1) t \\
 & -0.0032 \sin 4 (n-n_1) t \\
 & \quad 0 \sin 5 (n-n_1) t \\
 & -0.0013 \sin 6 (n-n_1) t \\
 & +0.0003 \sin 7 (n-n_1) t \\
 (v) = & -0.3520 \\
 & +0.7750 \cos (n-n_1) t \\
 & -1.2200 \cos 2 (n-n_1) t \\
 & +0.7330 \cos 3 (n-n_1) t \\
 & -0.5030 \cos 4 (n-n_1) t \\
 & +0.6540 \cos 5 (n-n_1) t \\
 & -0.6420 \cos 6 (n-n_1) t \\
 & +0.9940 \cos 7 (n-n_1) t \\
 & -0.4400 \cos 8 (n-n_1) t
 \end{aligned}$$

Der Vergleich dieser Entwicklungen für (r) und (v) mit den Tafelwerthen ergab wieder nur geringe Differenzen, ja durch eine Correction von $+0.0214967$ des mit der Zeit multiplicirten Coefficienten lässt es sich erreichen, dass die obigen Ausdrücke während des ersten Umlaufs fast völlig die gestörten Coordinaten darstellen. Aus diesem Grund habe ich auch bei Berechnung der allgemeinen Störungen mit Zugrundelegung der vorstehenden Reihen statt $71^{\circ}6197250$ den Werth $71^{\circ}6412217$ angenommen.

Stellt man diese Entwicklungen von v der vorangehenden gegenüber, so bemerkt man wohl eine geringere Convergenz der Coefficienten. Besonders auffällig ist aber der Umstand, dass hier sowohl in der Reihe für den Radiusvector als für die Länge ein regelmässiger Zeichenwechsel eintritt, welcher Umstand mir dafür zu sprechen scheint, dass die Entwicklung nach Vielfachen von $(n-n_1)t$ die naturgemässere sei.

Da das Verfahren, welches uns zu den vorstehenden Entwicklungen für den gestörten Radiusvector und die Länge geführt hat, rein interpolatorischen Charakter hat, ist es selbstverständlich nicht erlaubt, hieraus etwa auf die Form der Integrale der Differentialgleichungen unseres Problems oder auf den periodischen Charakter der Bewegung zu schliessen. Von der Erwägung ausgehend, dass die vorstehenden Ausdrücke (r) und (v) aber wenigstens zu Beginn der Bewegung als eine Näherung anzusehen sind, können wir dieselben der Berechnung der allgemeinen Störungen zu Grunde legen.

Denken wir uns zu diesem Zweck: $r=(r)+\varrho$ und $v=(v)+\chi$ gesetzt, ferner die Differentialgleichungen für ϱ und χ aufgestellt und integrirt, so wird ϱ und χ klein resultiren müssen, wenn die Bewegung eine

rein periodische ist, oder wenigstens innerhalb eines längeren Zeitraumes sich nahe wiederholt. Ergibt sich aber ϱ und χ gross, so gestattet uns dieses sofort einen gegentheiligen Schluss.

3.

Bevor ich an die Darlegung der Berechnung der allgemeinen Störungen schreite, welche ich erstlich mit Zugrundelegung der Reihen nach Vielfachen von $(v - v_1)$ führte, will ich gleich vorausschicken, dass dieser Weg das Ziel nicht habe erreichen lassen und ich diese Rechnungen als aussichtslos habe abbrechen müssen. Ich gebe aber trotzdem in Kürze die Hauptmomente hier wieder, da aus denselben auch der Grund hiefür erhellt.

Bezeichnet man mit ϱ und χ beziehungsweise jene Beträge, um welche (r) und (v) zu verbessern sind, damit diese Näherungen den wahren Radiusvector und die Länge in der gestörten Bahn völlig darstellen und bezeichnen wir letztere mit r und v , so ist ja

$$r = (r) + \varrho, \quad v = (v) + \chi.$$

Werden nun weiter diese Ausdrücke in die bekannten Differentialgleichungen:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\left(r^2 \frac{dv}{dt}\right)}{dt} &= \frac{\partial \Omega}{\partial v} \\ \frac{d^2 r}{dt^2} - r \left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \frac{\mu_1}{r} (1 + F) &= \frac{\partial \Omega}{\partial r} \end{aligned} \right\} 1$$

in welchen für unseren Fall: $\mu_1 = 1$, $F = 0$ zu setzen ist, substituiert und wird durchwegs nach Potenzen der kleinen Grössen ϱ und χ entwickelt, so werden wir zu zwei Differentialgleichungen zweiter Ordnung in ϱ und χ gelangen, deren Integration uns ϱ und χ zu liefern hat.

Da das Verhältniss $\left[\frac{r}{r_1}\right]$ rund den Werth $\frac{1}{2}$ behält, ist eine Entwicklung der Störungsfunktion¹⁾ nach steigenden Potenzen von $\left[\frac{r}{r_1}\right]$ möglich und zwar gilt:

1) Ich war bei der Entwicklung und numerischen Rechnung von Ω bis $\left[\frac{r}{r_1}\right]^{10}$ gegangen, doch beschränke ich mich hier auf die Angabe der Anfangsglieder.

$$\Omega = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{4r_1} \left(\frac{r}{r_1} \right)^2 + \dots \\ + \left[\frac{3}{8r_1} \left(\frac{r}{r_1} \right)^3 + \dots \right] \cos(v - v_1) \text{ u. s. w.}$$

Denkt man sich einstweilen auf der rechten Seite statt $\left[\frac{r}{r_1} \right]$ unseren obigen Werth des gestörten Radiusvectors $\left[\frac{(r)}{r_1} \right]$ substituiert, so möge der Werth, den die linke Seite annimmt, mit Ω_0 bezeichnet werden. Man hat nun durchwegs für $\left[\frac{r}{r_1} \right]^i \dots \left[\frac{(r) + \varrho}{r_1} \right]^i$ zu substituieren. Entwickelt man diese Posten erst nach steigenden Potenzen der kleinen Grösse ϱ , vernachlässigt ferner alle Glieder mit ϱ^3 und denkt sich nach Substitution derselben auf der rechten Seite alle Glieder, welche beziehungsweise ϱ und ϱ^2 als Factor haben, zusammengefasst, so nimmt die rechte Seite die Form an:

$$\Omega = \Omega_0 + \varrho \Omega_1 + \varrho^2 \Omega_2 \quad 2$$

und die Entwicklung ergab für Ω_1 und Ω_2 beziehungsweise:

$$\Omega_1 = \frac{1}{2r_1^2} \left(\frac{r}{r_1} \right) + \frac{9}{16r_1^2} \left(\frac{r}{r_1} \right)^3 + \dots \\ + \left[\frac{9}{8r_1^2} \left(\frac{r}{r_1} \right)^2 + \dots \right] \cos(v - v_1) \text{ u. s. w.} \\ \Omega_2 = \frac{1}{4r_1^3} + \frac{27}{32r_1^3} \left(\frac{r}{r_1} \right)^2 + \dots \\ + \left[\frac{9}{8r_1^3} \left(\frac{r}{r_1} \right) + \dots \right] \cos(v - v_1) \text{ u. s. w.}$$

Auf der rechten Seite der vorstehenden Ausdrücke hat man sich durchwegs (r) statt r geschrieben zu denken, doch liess ich der kürzeren Schreibweise wegen die Klammer weg.

Durch Differentiation des obigen Ausdrucks (2) für Ω nach ϱ gewinnt man sofort:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \varrho} = \Omega_1 + 2\varrho \Omega_2$$

und nach v differenzirt, wird:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial v} = \left[\frac{\partial \Omega_0}{\partial v} \right] + \varrho \left[\frac{\partial \Omega_1}{\partial v} \right]$$

wenn man sich bloss auf die Mitnahme der Glieder erster Ordnung in Bezug auf ϱ beschränkt.

Ω_0 und Ω_1 haben die Form:

$$\Omega_i = f_0\left(\frac{r}{r_1}\right) + f_1\left(\frac{r}{r_1}\right) \cos(v - v_1) + \dots$$

Die $f_i\left(\frac{r}{r_1}\right)$ enthalten ebenfalls die $(v - v_1)$. Die hierin vorkommenden v sind aber bekanntlich bei der Differentiation als constant anzusehen, wir haben daher:

$$\left[\frac{\partial \Omega_0}{\partial v}\right] = -\varphi_1\left(\frac{r}{r_1}\right) \sin(v - v_1) - 2\varphi_2\left(\frac{r}{r_1}\right) \sin 2(v - v_1) - \dots$$

$$\varrho \left[\frac{\partial \Omega_1}{\partial v}\right] = \left[-\psi_1\left(\frac{r}{r_1}\right) \sin(v - v_1) - 2\psi_2\left(\frac{r}{r_1}\right) \sin 2(v - v_1) - \dots\right] \varrho$$

wo:

$$\varphi_1\left(\frac{r}{r_1}\right) = \frac{9}{8r_1^2} \left(\frac{r}{r_1}\right)^2 + \frac{75}{64r_1^2} \left(\frac{r}{r_1}\right)^4 + \dots$$

$$\psi_1\left(\frac{r}{r_1}\right) = \frac{9}{8r_1^3} \left(\frac{r}{r_1}\right) + \frac{75}{32r_1^3} \left(\frac{r}{r_1}\right)^3 + \dots \text{ u. s. w.}$$

Die Entwicklung der auf der rechten Seite der Differentialgleichungen (1) vorkommenden Grössen erscheint hiemit erledigt und durch Substitution des Werthes von $r_1 = 2$ und der numerischen Beträge von $\left[\frac{(r)}{r_1}\right]^i$ ergaben sich sofort auch die numerischen Beträge der Coefficienten in der Entwicklung der partiellen Ableitungen der Störungsfuction.

$\frac{\mu_1}{r^2}(1 + F)$ ist für unseren Fall und wenn wir uns auf die Mitnahme der Glieder erster Ordnung in Bezug auf ϱ beschränken, unmittelbar hinzuschreiben:

$$\frac{\mu_1}{r^2}(1 + F) = \frac{1}{r^2} = \frac{1}{(r^2)} + \frac{2\varrho}{(r)^3}$$

und erforderte dessen Berechnung nur die negativen Potenzen von (r) , welche sich durch mechanische Quadratur leicht berechnen liessen.

Durch Differentiation von $(v) = \alpha_0 t + \alpha_1 \sin(v - v_1) + \alpha_2 \sin 2(v - v_1) + \dots$ wo: $v_1 = v_{01} + n_1 t$, $v = (v) + \chi$ ist, überzeugt man sich leicht, dass:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d\chi}{dt} + \frac{d(v)}{dt} = \frac{-\alpha_0 + n_1 I}{-1 + I} - \frac{1}{-1 + I} \frac{d\chi}{dt}$$

wird, wo $I = \alpha_1 \cos(v - v_1) + 2\alpha_2 \cos 2(v - v_1) + \dots$ geschrieben wurde.

Einige sehr einfache Entwicklungen lassen sofort auch erkennen, dass mit Vernachlässigung aller Glieder zweiter oder höherer Ordnung in Bezug auf ϱ und χ , so wie deren Producte die folgende Form für $\frac{d^2 v}{dt^2}$, $\frac{dr}{dt}$ wie $\frac{d^2 r}{dt^2}$ resultirt:

$$\begin{aligned}\frac{d^2 v}{dt^2} &= \sum h_i \sin i(v - v_1) + \sum j_i \sin i(v - v_1) \frac{d\chi}{dt} + \sum k_i \cos i(v - v_1) \frac{d^2 \chi}{dt^2} \\ \frac{dr}{dt} &= \frac{d\varrho}{dt} + \sum m_i \sin i(v - v_1) + \sum n_i \sin i(v - v_1) \frac{d\chi}{dt} \\ \frac{d^2 r}{dt^2} &= \frac{d^2 \varrho}{dt^2} + \sum o_i \cos i(v - v_1) + \sum p_i \cos i(v - v_1) \frac{d\chi}{dt} + \sum q_i \cos i(v - v_1) \frac{d^2 \chi}{dt^2}\end{aligned}$$

Substituirt man nun diese entsprechenden Werthe in die zwei obigen Differentialgleichungen, so resultirt folgende Schlussform für die zweite derselben:

$$\begin{aligned}\frac{d^2 \varrho}{dt^2} + \sum C_i \cos i(v - v_1) \varrho + \sum D_i \sin i(v - v_1) \frac{d^2 \chi}{dt^2} + \sum E_i \cos i(v - v_1) \frac{d\chi}{dt} \\ = \sum F_i \cos i(v - v_1)\end{aligned}$$

während die erste übergeht in:

$$\begin{aligned}\sum G_i \cos i(v - v_1) \frac{d^2 \chi}{dt^2} + \sum H_i \sin i(v - v_1) \frac{d\chi}{dt} + \sum J_i \cos i(v - v_1) \frac{d\varrho}{dt} \\ + \sum K_i \sin i(v - v_1) \varrho = \sum L_i \sin i(v - v_1)\end{aligned}$$

Aus den vorliegenden kurzen Bemerkungen erhellt die Bedeutung der Coefficienten C_i D_i etc. Für dieselbe ergab eine näherungsweise geführte Rechnung folgende Werthe (in Theilen des Radius):

$$\begin{array}{llll} C_0 = -30.98.. & D_1 = +0.43.. & E_0 = +1.10.. & F_0 = -4.46.. \\ C_1 = -41.00.. & D_2 = -0.17.. & E_1 = -2.13.. & F_1 = -7.21.. \\ C_2 = -15.00.. & D_3 = -0.14.. & E_2 = +1.12.. & F_2 = -0.78.. \end{array}$$

und durchwegs zeigte sich bei den Coefficienten mit höheren Indices eine so ausserordentlich langsame Convergenz, dass man bis $i=20$ gehen müsste, um die erforderliche Genauigkeit in der Entwicklung zu erreichen.

Schon hieraus erhellt, dass eine genauere Entwicklung ganz bedeutende Zeit und Mühe erfordern würde. Nicht dieser Umstand war es aber, der mich bewog, in der Fortsetzung der Rechnungen einzuhalten, sondern die Erwägung, dass mir auf keinem Weg eine, wenn auch

nur näherungsweise Integration der so beschaffenen Differentialgleichungen erreichbar scheint. Von der Erwägung geleitet, dass vielleicht die Methode der unbestimmten Coefficienten uns dem Ziel näher brächte, bin ich von dem Versuch der Berechnung allgemeiner Störungen jedoch noch nicht abgestanden und habe die Differentialgleichung nochmals mit Zugrundelegung von (r) und (v) als Reihen nach Vielfachen der mittleren Anomalien entwickelt.

Die Methode der unbestimmten Coefficienten lässt sich hier schon aus dem Grund nicht anwenden, da sich wegen der auftretenden Factoren $\left(\frac{dv}{dt}\right)$ und $\left(\frac{d^2v}{dt^2}\right)$ die linke Seite übermässig complicirt.

Den Ausgangspunkt für die weiteren Rechnungen bilden demnach die obigen Reihen von (r) und (v) nach Vielfachen von $(n - n_1)t$ wo: $n = 71^0 6412217$; $n_1 = 28^0 6478900$, und wir setzen wieder:

$$r = (r) + \varrho; \quad v = (v) + \chi.$$

Die Entwicklung der Differentialgleichungen für ϱ und χ gestaltet sich hier viel kürzer und einfacher wie früher, da sich die auftretenden Ableitungen von (r) und (v) nach t unmittelbar durch Differentiation obiger Reihen ergeben.

Legen wir wieder die obigen Differentialgleichungen zu Grunde und berücksichtigen wir, dass:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 r}{dt^2} &= \frac{d^2 (r)}{dt^2} + \frac{d^2 \varrho}{dt^2} \\ r \left(\frac{dv}{dt} \right)^2 &= (r) \left[\frac{d(v)}{dt} \right]^2 + \varrho \left[\frac{d(v)}{dt} \right]^2 + 2(r) \frac{d(v)}{dt} \frac{d\chi}{dt} \\ \frac{1}{r^2} &= \frac{1}{(r)^2} + \frac{2}{(r)^3} \varrho \end{aligned}$$

so sieht man sofort, dass sich die numerische Entwicklung der linken Seite der ersten Differentialgleichung ohne nennenswerthe Mühe ergibt.

$$\begin{aligned} \text{Da: } \frac{d\left(r^2 \frac{dv}{dt}\right)}{dt} &= \left[\frac{d(r)}{dt} \frac{d(v)}{dt} + \frac{1}{2}(r) \frac{d^2 v}{dt^2} \right] 2(r) + \left[\frac{d(r)}{dt} \frac{d(v)}{dt} + (r) \frac{d^2(v)}{dt^2} \right] 2\varrho \\ &\quad + 2(r) \frac{d(v)}{dt} \frac{d\varrho}{dt} + 2(r) \frac{d(r)}{dt} \frac{d\chi}{dt} + (r)^2 \frac{d^2 \chi}{dt^2} \end{aligned}$$

gilt dasselbe auch für die linke Seite der zweiten Differentialgleichung.

Es erübrigte demnach nur mehr die Berechnung der partiellen Ableitungen der Störungfunction.

Eine analytische Entwicklung der Störungfunction gestaltet sich hier ziemlich weitläufig, ich habe es daher vorgezogen, die partiellen Ableitungen derselben direct durch mechanische Quadratur zu berechnen.

Es ist bekanntlich:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial v} = - \left[\frac{1}{\mathcal{A}^3} - \frac{1}{r_1^3} \right] r r_1 \sin(v - v_1)$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial r} = \left[\frac{1}{\mathcal{A}^3} - \frac{1}{r_1^3} \right] r_1 \cos(v - v_1) - \frac{r}{\mathcal{A}^3}$$

und mit Beschränkung auf die ersten Potenzen von ϱ und χ weiter:

$$r r_1 \sin(v - v_1) = (r) r_1 \sin[(v) - v_1] + \varrho \cdot r_1 \sin[(v) - v_1] + \chi(r) \cdot r_1 \cos[(v) - v_1]$$

$$\text{endlich: } r_1 \cos(v - v_1) = r_1 \cos[(v) - v_1] - \chi r_1 \sin[(v) - v_1]$$

$$\frac{1}{\mathcal{A}^3} = \mathcal{A}_0^{-3} - 3 \left((r) - r_1 \cos[(v) - v_1] \right) \varrho \cdot \mathcal{A}_1^{-5} - 3 (r) r_1 \sin[(v) - v_1] \chi \mathcal{A}_0^{-5}$$

$$\text{wo: } \mathcal{A}_0^2 = (r) + r_1^2 - 2 (r) r_1 \cos[(v) - v_1].$$

Substituiren wir diese Werthe in (2) und schreiben der Kürze halber für:

$$r_1 \sin[(v) - v_1] = 2 \sin[(v) - v_1] = i$$

$$r_1 \cos[(v) - v_1] = 2 \cos[(v) - v_1] = j$$

$$\text{ferner: } J = \frac{1}{8} - \frac{1}{\mathcal{A}_0^3}$$

$$K = J \cdot i + \frac{3i}{\mathcal{A}_0^3} [(r)^2 - (r)j]$$

$$L = J \cdot j \cdot (r) + \frac{3j^2}{\mathcal{A}_0^3} (r)^2$$

$$M = \frac{2}{\mathcal{A}_0^3} - \frac{3i^2}{\mathcal{A}_0^3}$$

so gehen die obigen Ausdrücke über in:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial v} = J \cdot i(r) + \varrho K + \chi L$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial r} = - \left[J \cdot j + \frac{(r)}{\mathcal{A}_0^3} \right] + \varrho M + \chi K$$

Nachdem für aequidistanze Werthe von $(n - n_1)t$ erst (v) und (r) mit Hülfe der obigen Reihen berechnet worden war, wurden hiemit weiter für jedes Intervall die zugehörigen i, j, J, K, L und M bestimmt. Die Anwendung der mechanischen Quadratur auf diese speciellen Werthe lieferte schliesslich die nöthigen numerischen Coefficienten der ϱ und χ freien, wie der mit ϱ und χ multiplicirten Posten in den partiellen Ableitungen der Störungfunction.

Die Entwicklung der einzelnen Posten der obigen Differentialgleichungen erschien hiemit vollendet und resultirten aus deren zeichengemässen Zusammenfassung die folgenden zwei Differentialgleichungen für ϱ und χ , in welchen ich nur der Kürze halber statt $(n - n_1)t$ durchwegs N schreibe:

$$\begin{aligned}
 \frac{d^2 \varrho}{dt^2} = & 9.64945 \cdot \varrho & - 1.88780 \frac{d\chi}{dt} \\
 & + 14.05545 \cos N \cdot \varrho & + 0.24663 \cos N \frac{d\chi}{dt} & + 0.18565 \sin N \cdot \chi \\
 & - 13.75896 \cos 2 N \cdot \varrho & - 0.55587 \cos 2 N & - 0.03257 \sin 2 N \\
 & + 12.06121 \cos 3 N & + 0.33447 \cos 3 N & + 0.01903 \sin 3 N \\
 & - 11.42242 \cos 4 N & - 0.29355 \cos 4 N & + 0.00216 \sin 4 N \\
 & + 9.51468 \cos 5 N & + 0.20586 \cos 5 N & - 0.01150 \sin 5 N \\
 & - 8.27227 \cos 6 N & - 0.14005 \cos 6 N & + 0.01869 \sin 6 N \\
 & + 7.00402 \cos 7 N & - 0.03083 \cos 7 N & - 0.02139 \sin 7 N \\
 & - 5.72964 \cos 8 N & + 0.28534 \cos 8 N & + 0.02032 \sin 8 N \\
 & + 4.83951 \cos 9 N & - 0.16904 \cos 9 N & - 0.02246 \sin 9 N \\
 & - 4.10690 \cos 10 N & + 0.09861 \cos 10 N & + 0.02138 \sin 10 N \\
 & + 3.52423 \cos 11 N & - 0.05945 \cos 11 N & - 0.01909 \sin 11 N \\
 & - 2.83496 \cos 12 N & + 0.03501 \cos 12 N & + 0.01590 \sin 12 N \\
 & + 2.73417 \cos 13 N & - 0.01910 \cos 13 N & - 0.01226 \sin 13 N \\
 & - 2.50539 \cos 14 N & + 0.00848 \cos 14 N & + 0.00834 \sin 14 N \\
 & + 2.37805 \cos 15 N & - 0.00224 \cos 15 N & - 0.00424 \sin 15 N \\
 & - 1.17063 \cos 16 N \\
 \\
 = & + 0.38220 \\
 & - 0.80031 \cos N \\
 & + 0.71255 \cos 2 N \\
 & - 0.46877 \cos 3 N \\
 & + 0.28023 \cos 4 N \\
 & - 0.07189 \cos 5 N \\
 & - 0.20821 \cos 6 N
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= + 0.49252 \cos 7 N \\
&\quad - 0.58193 \cos 8 N \\
&\quad + 0.13299 \cos 9 N \\
&\quad - 0.15318 \cos 10 N \\
&\quad + 0.15018 \cos 11 N \\
&\quad - 0.14261 \cos 12 N \\
&\quad + 0.12697 \cos 13 N \\
&\quad - 0.10594 \cos 14 N \\
&\quad + 0.07798 \cos 15 N \\
&\quad - 0.04191 \cos 16 N
\end{aligned}$$

$+ 0.94710 \frac{d^2 \chi}{dt^2}$	$- 0.24161 \sin N \frac{d\chi}{dt}$	$+ 0.08969 \chi$
$+ 0.32199 \cos N \frac{d^2 \chi}{dt^2}$	$+ 0.49230 \sin 2 N$	$- 0.10243 \cos N \cdot \chi$
$- 0.32803 \cos 2 N$	$- 0.23279 \sin 3 N$	$- 0.02378 \cos 2 N$
$+ 0.10341 \cos 3 N$	$+ 0.16663 \sin 4 N$	$+ 0.00758 \cos 3 N$
$- 0.05552 \cos 4 N$	$- 0.10834 \sin 5 N$	$+ 0.00361 \cos 4 N$
$+ 0.02888 \cos 5 N$	$+ 0.11951 \sin 6 N$	$- 0.00659 \cos 5 N$
$- 0.02655 \cos 6 N$	$- 0.12023 \sin 7 N$	$+ 0.00591 \cos 6 N$
$+ 0.02289 \cos 7 N$	$+ 0.04013 \sin 8 N$	$- 0.00441 \cos 7 N$
$- 0.00669 \cos 8 N$	$+ 0.08296 \sin 9 N$	$+ 0.00850 \cos 8 N$
$- 0.01229 \cos 9 N$	$- 0.05329 \sin 10 N$	$- 0.01297 \cos 9 N$
$+ 0.00710 \cos 10 N$	$+ 0.02998 \sin 11 N$	$+ 0.01099 \cos 10 N$
$- 0.00363 \cos 11 N$	$- 0.01866 \sin 12 N$	$- 0.00905 \cos 11 N$
$+ 0.00207 \cos 12 N$	$+ 0.01148 \sin 13 N$	$+ 0.00720 \cos 12 N$
$- 0.00118 \cos 13 N$	$- 0.00680 \sin 14 N$	$- 0.00571 \cos 13 N$
$+ 0.00065 \cos 14 N$	$+ 0.00321 \sin 15 N$	$+ 0.00461 \cos 14 N$
$- 0.00029 \cos 15 N$	$- 0.00088 \sin 16 N$	$- 0.00395 \cos 15 N$
$+ 0.00007 \cos 16 N$		$+ 0.00187 \cos 16 N$

$+ 1.88780 \frac{d\varrho}{dt}$	$+ 0.37071 \sin N \cdot \varrho$	$= - 0.00146 \sin N$
$- 0.24663 \cos N \frac{d\varrho}{dt}$	$- 0.86679 \sin 2 N$	$+ 0.01085 \sin 2 N$
$+ 0.55587 \cos 2 N$	$+ 0.77197 \sin 3 N$	$+ 0.01098 \sin 3 N$
$- 0.33447 \cos 3 N$	$- 0.87901 \sin 4 N$	$+ 0.03264 \sin 4 N$
$+ 0.29355 \cos 4 N$	$+ 0.76085 \sin 5 N$	$- 0.03936 \sin 5 N$
$- 0.20586 \cos 5 N$	$- 0.61184 \sin 6 N$	$+ 0.05167 \sin 6 N$
$+ 0.14005 \cos 6 N$	$- 0.18334 \sin 7 N$	$+ 0.25490 \sin 7 N$
$+ 0.03083 \cos 7 N$	$+ 1.73320 \sin 8 N$	$- 0.93139 \sin 8 N$
$- 0.28534 \cos 8 N$	$- 1.16407 \sin 9 N$	$+ 0.47927 \sin 9 N$

$$\begin{array}{lll}
+ 0.16904 \cos 9 N \frac{dq}{dt} & + 0.76136 \sin 10 N \cdot q & = - 0.20897 \sin 10 N \\
- 0.09861 \cos 10 N & - 0.50979 \sin 11 N & + 0.08805 \sin 11 N \\
+ 0.05945 \cos 11 N & + 0.33116 \sin 12 N & - 0.01976 \sin 12 N \\
- 0.03501 \cos 12 N & - 0.19862 \sin 13 N & - 0.02277 \sin 13 N \\
+ 0.01910 \cos 13 N & + 0.09744 \sin 14 N & + 0.05327 \sin 14 N \\
- 0.00848 \cos 14 N & - 0.02951 \sin 15 N & - 0.06698 \sin 15 N \\
+ 0.00224 \cos 15 N & & + 0.05605 \sin 16 N
\end{array}$$

Eine erste Näherung der vorliegenden Differentialgleichungen als bekannt voraussetzend, ist es nicht schwer ein geeignetes Näherungsverfahren für die Integration anzugeben, das uns dem Ziel näher brächte. Gerade in der Gewinnung einer ersten Näherung liegt aber die grosse Schwierigkeit. Und ist es mir nicht gelungen, dieselbe zu überwinden, denn wenngleich einige Versuche einer genäherten Integration, welche ich mit Vernachlässigung der mit kleineren Coefficienten behafteten Glieder, also unter Annahme vereinfachter Gestalt der obigen Differentialgleichungen versuchte, auch zu numerischen Resultaten führten, so erkannte ich jedesmal das Unzulängliche derselben.

Dass die hier als Ausgangspunkt dienenden Reihen für (r) und (v) rein interpolatorischen Charakter haben, habe ich bereits früher bemerkt. Da wir aber sahen, dass die Sinusglieder in (r) gleichwie die Cosinusglieder in (v) im Vergleich zu den übrigen sehr klein sind und die Möglichkeit nicht ausgeschlossen erschien, dass dieselben vielleicht bloss ihren Bestand der Unsicherheit der zu Grunde gelegten, aus der speciellen Störungsrechnung resultirenden, Zahlen verdankten, hiez zu aber noch ferner das Moment kommt, dass unter Annahme von (r) und (v) in der Form: $(r) = \sum C_i \cos i(n - n_1)t$, $(v) = \sum S_i \sin i(n - n_1)t$, also als Reihen nach Vielfachen von nur einem Argument, die Darstellung der Bewegung eine sehr befriedigende wird, habe ich unter der selbstverständlich nur beschränkt zulässigen Annahme derselben Form auch für φ und χ versucht, ob sich nicht etwa doch aus den obigen Gleichungen irgend ein Nutzen ziehen lässt.

Unter dieser Annahme über die Form von φ und χ , durch deren directe Differentiation man sofort $\frac{d\varphi}{dt}$, $\frac{d^2\varphi}{dt^2}$, $\frac{d\chi}{dt}$ wie $\frac{d^2\chi}{dt^2}$ gewinnt, wird ja die Methode der unbestimmten Coefficienten anwendbar. Bezeichnen

wir mit C_i die gesuchten Coefficienten in φ , mit S_i jene in χ , so erhält man bekanntlich φ und χ , wie deren Ableitungen als Function von C_i und S_i in obige Differentialgleichungen substituierend, hierauf die Coefficienten derselben Cos- und Sin-Functionen rechts und links gleichsetzend, so viel Bedingungsgleichungen als gesuchte Coefficienten, aus deren Auflösung sich schliesslich die C_i und S_i ergeben.

Denken wir uns für einen Augenblick, dass die C_i mit Hülfe von i Gleichungen eliminirt wären. Mit Hülfe der restirenden Gleichungen kann man sich dann jeden S Coefficienten als Function aller übrigen dargestellt denken, also wäre z. B.:

$$S_1 = \alpha_1 + \alpha_2 S_2 + \alpha_3 S_3 + \dots \alpha_i S_i$$

Nun ist sofort klar, dass wenn die Bestimmung von S_1 überhaupt einen Sinn haben soll, die Producte $\alpha_n S_n$ mit wachsendem n abnehmen müssen und der letzt mitgenommene Posten so klein sein müsste, dass wir ihn gegen die ersteren vernachlässigen dürfen, denn ist das nicht der Fall, so wird jedesmal bei Hinzunahme eines weiteren Postens (z. B. $\alpha_{n+1} S_{n+1}$) der Werth von S_1 ein anderer. Die Zahl der anfänglich zu Grunde gelegten unbestimmten Coefficienten darf also nicht nach Belieben angenommen werden, sondern muss mindestens so gross gewählt werden, dass die Vernachlässigung der nicht mehr mitgenommenen die letzt erhaltenen Resultate nur mehr um Bruchtheile ihrer Werthe anders ergeben würde.

Die Rechnung hat mir nun gezeigt, dass man für i [$i = 10$, welche Annahme bereits eine Auflösung von 21 Gleichungen mit 21 Unbekannten erforderlich machen würde, ist noch zu klein] eine so grosse Zahl nehmen müsste, dass die numerischen Operationen die Grenze der Ausführbarkeit übersteigen.

4.

Neben der Beantwortung der Frage über die Bewegung des Körpers C in unserem Problem wurde von der k. dänischen Gesellschaft der Wissenschaften auch gefordert, dass für den Anfangs- und Schlussmoment eine intermediäre Bahn mit einem Contact dritter oder höherer Ordnung gegeben werde.

Obwohl durch die im Vorausgehenden wiedergegebenen Versuche einer allgemeineren Lösung mehr Zeit in Anspruch genommen worden war, als ich erwartet hatte, so hätte die mir noch zu Gebot stehende Frist doch ausgereicht, um wenigstens dieser Forderung zu genügen, denn die Berechnung einer intermediären Bahn auf dem gewöhnlichen Weg ist eine Arbeit, die sich in wenigen Stunden erledigen lässt. Wie wir aber gleich sehen werden, tritt uns hier eine Schwierigkeit entgegen, die es erforderlich macht, einen von dem gewöhnlichen wesentlich verschiedenen und weitläufigeren Weg einzuschlagen.

Die Bestimmung einer intermediären Bahn mit einem Contact dritter Ordnung für irgend einen Moment besteht bekanntlich darin, dass man von einer Gleichung, deren Integration vollständig gelingt, ausgehend, den in dieser Gleichung auftretenden Parametern solche Werthe gibt, dass sich sowohl die resultirende Bahn der wirklichen möglichst nahe anschliesst, als auch der Bedingung genügt wird, dass in dem bestimmten Punkt die Coordinaten, wie die Geschwindigkeiten als auch die nachfolgenden Ableitungen mit jenen, welche in der wahren Bahn Geltung haben, zusammenfallen.

Denkt man sich die Störungsfunction in zwei Theile zerlegt:

$$\Omega = (\Omega) + f(r)$$

wo $f(r)$ eine Function bloss von r darstellt und berücksichtigt, dass das Verhältniss $\frac{r}{r_1}$ hier stets kleiner als die Einheit bleibt, mithin die Entwicklung gilt:

$$\frac{1}{\mu_1}(\Omega) = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{4} \frac{r^2}{r_1^2} + \frac{3}{4} \frac{r^2}{r_1^3} \cos 2(v - v_1) + \dots$$

so ergibt sich sofort die Zulässigkeit, die Function $f(r)$ proportional mit r^2 anzunehmen. Wir wollen aber vorderhand über $F(v)$ und $f(r)$ noch keine bestimmte Festsetzung treffen, sondern nur annehmen, dass sie zwei ganz beliebige Functionen seien, die erstere bloss abhängig von v , die zweite bloss von r und dass sie den Gleichungen genügen:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left\{ r^2 \frac{dv}{dt} \right\} &= \frac{1}{r^2} F'(v) \\ \frac{d^2 r}{dt^2} - r \left(\frac{dv}{dt} \right)^2 + \frac{\mu_1}{r^2} &= -\frac{2}{r^3} F(v) + f'(r) \end{aligned}$$

Es lässt sich leicht zeigen, dass die vorliegenden Gleichungen auf Quadraturen zurückgeführt werden können. Führt man nämlich statt der Zeit eine neue unabhängige Variable w ein, welche durch die Gleichung:

$$\frac{dw}{dt} = \frac{\sqrt{c}}{r^2}$$

definiert sein soll, wobei $\sqrt{c}$ eine Constante bedeutet, so wird mit dv multiplicirt:

$$r^2 \frac{dv}{dt} = \sqrt{c} \frac{dv}{dw}$$

ferner:
$$\frac{d}{dt} \left\{ r^2 \frac{dv}{dt} \right\} = \sqrt{c} \frac{d^2 v}{dw^2} \frac{dw}{dt} = \frac{c}{r^2} \frac{d^2 v}{dw^2} = \frac{1}{r^2} F'(v)$$

und mit r^2 gekürzt und integrirt, hat man schliesslich:

$$\left(\frac{dv}{dw} \right)^2 = C + \frac{2}{c} F(v)$$

wo C die Integrationsconstante bedeutet.

Ebenso lässt sich auch für die zweite Gleichung das Integral sofort geben. Die letzte Gleichung geht nämlich in Verbindung mit:

$$r^2 \frac{dv}{dt} = \sqrt{c} \frac{dv}{dw}$$

über in:
$$\left(\frac{dv}{dt} \right)^2 = \frac{c}{r^4} \left(\frac{dv}{dw} \right)^2 = \frac{cC}{r^4} + \frac{2}{r^4} F(v)$$

und durch Substitution in die zweite der obigen Differentialgleichungen wird:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} - \frac{cC}{r^3} + \frac{\mu_1}{r^2} = f'(r)$$

Bezeichnet man mit $-h$ die Integrationsconstante, so überzeugt man sich durch Differentiation sofort, dass die folgende Gleichung:

$$\left(\frac{dr}{dt} \right)^2 = -\frac{cC}{r^2} + \frac{2\mu_1}{r} + 2f(r) - h$$

gerade das Integral der obigen ist.

Schreiben wir die obigen Ausdrücke etwas anders:

$$dt^2 = \frac{dr^2}{-\frac{cC}{r^2} + \frac{2\mu_1}{r} + 2f(r) - h}$$

$$dw^2 = \frac{dv^2}{C + \frac{2}{c} F(v)} = \frac{c}{r^4} \cdot \frac{dr^2}{-\frac{cC}{r^2} + \frac{2\mu_1}{r} + 2f(r) - h}$$

so wird integrirt:

$$t - t_0 = \int \frac{dr}{\sqrt{\frac{-cC}{r^2} + \frac{2\mu_1}{r} + 2f(r) - h}}$$

$$w - w_0 = \int \frac{dv}{C + \frac{2}{c}F(v)} = - \int \frac{\sqrt{c} d\left(\frac{1}{r}\right)}{\sqrt{\frac{-cC}{r^2} + \frac{2\mu_1}{r} + 2f(r) - h}}$$

und hiemit erscheint die Integration vollständig durchgeführt.

In den „Undersökningar af Theorien“ etc. I geht Gylden bekanntlich von den beiden folgenden einfachen Annahmen aus:

$$F(v) = -\alpha \sin(\lambda v - L)^2$$

$$f(r) = \frac{1}{2} \mu_2 r^2$$

wobei die 4 Grössen α , λ , L und μ_2 Constante bezeichnen, welche so bestimmt werden müssen, dass die zweiten und dritten Differentialquotienten in der wirklichen und scheinbaren Bahn dieselben werden, und die weitere Entwicklung der Quadraturen gestaltet sich sehr einfach, da man durch geeignete Substitution die obige Gleichung für r auf die Normalform der elliptischen Integrale zurückführen kann. Da sich in der eben erwähnten Abhandlung auch das hier einzuschlagende Verfahren eingehend dargelegt findet, glaube ich mich auf einen Hinweis darauf beschränken zu können.

Für unsern Fall reicht man aber, wie mir die einschlägigen Rechnungen gezeigt haben, mit der Annahme der obigen einfachen Formen nicht aus, denn die berechnete Bahn gab nicht nur die charakteristische Form der wirklichen Bahn kaum näherungsweise wieder, sondern es resultirt auch ein völlig anderer Werth für die Periode.

Durch eine andere Annahme über $f(r)$, insbesondere durch Mitnahme noch eines weiteren Gliedes mit r^3 , wodurch man allerdings schon auf hyperelliptische Functionen geführt würde, zweifle ich nicht, dass man dem Ziel näher kommen könnte, doch complicirt sich nicht nur die fernere Entwicklung der Quadraturen sehr, sondern ich halte es für wahrscheinlich, dass auch dann noch die Uebereinstimmung keine befriedigende werden wird.

Die einzig sicher zum Ziel führende Methode scheint darin zu bestehen, dass man die Zeit durch eine partielle Anomalie ausdrückt und zwar so, dass die Substitution während nur eines kurzen Zeitraumes gültig bleibt. Setzt man z. B.:

$$\sin(n - n_1)t = k \operatorname{sn} \frac{2K}{\pi} \omega$$

wo k beliebig ist, so kann dieses Modul so gewählt werden, dass die Substitution gültig bleibt, während $(n - n_1)t$ sich von -30° bis $+30^\circ$ ändert und dass sämtliche Entwicklungen äusserst convergent werden. Man hätte so:

$$\cos(n - n_1)t = \operatorname{dn} \frac{2K}{\pi} \omega$$

$$-(n - n_1) \sin(n - n_1)t \, d\omega = -k^2 \frac{2K}{\pi} \operatorname{sn} \frac{2K}{\pi} \omega \cdot \operatorname{cn} \frac{2K}{\pi} \omega \, d\omega$$

also:

$$(n - n_1) d\omega = k \frac{2K}{\pi} \operatorname{cn} \frac{2K}{\pi} \omega \, d\omega$$

$$k = \frac{1}{2}$$

Es wäre nun leicht, die $\sin r(n - n_1)t$ und $\cos r(n - n_1)t$, wo r eine ganze Zahl bedeutet, zu bilden und nachher die Entwicklungen von (r) und (v) nach Vielfachen von ω herzustellen. Durch ähnliche Reihen müssten auch $\frac{\partial \Omega}{\partial r}$ und $\frac{\partial \Omega}{\partial v}$ dargestellt werden und man würde schliesslich also auch χ und φ durch entsprechende Reihen erhalten, wobei man sich wieder auf die Mitnahme der ersten Potenzen derselben wird beschränken können.

Wiederholte Annäherungen zu machen, wäre übrigens hier leicht und so zu bewerkstelligen, dass $\frac{d^2 r}{dt^2}$, $\frac{d^3 r}{dt^3}$ $\frac{d^2 v}{dt^2}$ und $\frac{d^3 v}{dt^3}$ genau für den Zeitpunkt $t = 0$ dargestellt würden.

5.

Wie ich bereits früher erwähnte, steht uns noch ein zweiter Weg zur Verfügung, um die Frage nach der Periodicität zur Entscheidung bringen zu können und zwar besteht er in der Wiederholung der speciellen Störungsrechnung. Da ich zu Beginn der vorliegenden Arbeit

hauptsächlich darauf Gewicht gelegt hatte, rasch zu einem, wenn auch nur beiläufigen Bild der Bewegung zu gelangen, was das erst eingeschlagene Verfahren wegen seiner grossen Einfachheit auch in der kürzesten Zeit hatte erreichen lassen, hier in erster Linie es aber auf eine grössere Genauigkeit ankommt, habe ich von einer Wiederholung der speciellen Störungsrechnung nach obigem Verfahren abgesehen.

Indem ich nun die zur Anwendung gebrachten Formeln hier wiedergebe, will ich gleich vorausschicken, dass dieselben sich auf ein fixes rechtwinkliges Coordinatensystem beziehen, dessen Ursprung jedoch mit dem Schwerpunkt des Systems zusammenfällt.

Bezeichnet man mit r_2, r_1, r die Distanzen des gestörten Körpers C ($m_0 = 0$) beziehungsweise von dem Körper B (Masse m^1), A (Masse m) und dem Schwerpunkt S des Systems AB , ferner mit x_0, y_0 die rechtwinkligen Coordinaten von C , mit x_0^1, y_0^1 jene von B und zwar bezogen auf jenes Coordinatensystem, dessen wir eben erwähnten, so gelten bekanntlich für die Bewegung von C um S die folgenden Differentialgleichungen:

$$\begin{aligned}\frac{d^2 x_0}{d\tau^2} &= m^1 k^2 \left(\frac{x_0^1 - x_0}{r_2^3} \right) - k^2 \left(\frac{m^1 x_0^1 + m x_0}{r_1^3} \right) \\ \frac{d^2 y_0}{d\tau^2} &= m^1 k^2 \left(\frac{y_0^1 - y_0}{r_2^3} \right) - k^2 \left(\frac{m^1 y_0^1 + m y_0}{r_1^3} \right)\end{aligned}$$

Führt man die polaren Coordinaten ein durch die Relationen:

$$\begin{aligned}x_0 &= r \cos v & x_0^1 &= r^1 \cos v^1 \\ y_0 &= r \sin v & y_0^1 &= r^1 \sin v^1\end{aligned}$$

und ersetzt, nachdem man die obigen Gleichungen mit $-y_0$ und x_0 oder beziehungsweise mit x_0 und y_0 multiplicirt und addirt hat, die rechtwinkligen Differentiale durch die polaren, so erhält man:

$$\begin{aligned}\frac{d}{d\tau} \left\{ r^2 \frac{dv}{d\tau} \right\} &= -m^1 k^2 r r^1 \sin(v - v^1) \left\{ \frac{1}{r_2^3} - \frac{1}{r_1^3} \right\} \\ \frac{d^2 r}{d\tau^2} - r \left(\frac{dv}{d\tau} \right)^2 &= m^1 k^2 r^1 \cos(v - v^1) \left\{ \frac{1}{r_2^3} - \frac{1}{r_1^3} \right\} - k^2 r \left\{ \frac{m^1}{r_2^3} + \frac{m}{r_1^3} \right\}\end{aligned}$$

Trifft man hier dieselbe Wahl über die Einheiten wie früher, so ist ja:

$$\begin{aligned}
 m k^2 &= m^1 k^2 = 1 \\
 A S &= S B = r^1 = 1 \\
 v^1 &= v_0^1 + n^1 \tau = 180 + \frac{1}{2} \tau
 \end{aligned}$$

und indem wir zugleich für τ und r die neuen Variablen t und q einführen, welche den folgenden Relationen genügen sollen:

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{\tau}{2} \\
 q &= r^2
 \end{aligned}$$

so gehen die obigen Differentialgleichungen in Polar-Coordinationen für unsern Fall über in:

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \left\{ q \frac{dv}{dt} \right\} &= + 4 \sqrt{q} \sin(v-t) \left\{ \frac{1}{r_2^3} - \frac{1}{r_1^3} \right\} \\
 \frac{d^2 q}{dt^2} - \frac{1}{2q} \left(\frac{dq}{dt} \right)^2 - 2q \left(\frac{dv}{dt} \right)^2 &= - 8 \left[\sqrt{q} \cos(v-t) \left\{ \frac{1}{r_2^3} - \frac{1}{r_1^3} \right\} \right. \\
 &\quad \left. + q \left\{ \frac{1}{r_2^3} + \frac{1}{r_1^3} \right\} \right]
 \end{aligned}$$

Aus den Dreiecken BSC und CSA findet sich aber leicht:

$$\begin{aligned}
 r_1^2 &= 1 + r^2 + 2r \cos(v-v_1) = 1 + q - 2\sqrt{q} \cos(v-t) \\
 r_2^2 &= 1 + r^2 - 2r \cos(v-v_1) = 1 + q + 2\sqrt{q} \cos(v-t)
 \end{aligned}$$

mithin wird:

$$\cos(v-t) = \frac{r_2^2 - r_1^2}{4\sqrt{q}}$$

welchen Werth wir in die zweite der obigen Differentialgleichungen substituiren wollen. Es resultirt hienach:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} - \frac{1}{2q} \left(\frac{dq}{dt} \right)^2 - 2q \left(\frac{dv}{dt} \right)^2 = - 2(r_2^2 - r_1^2)(r_2^{-3} - r_1^{-3}) - 8q(r_2^{-3} + r_1^{-3})$$

Die rechte Seite lässt sich noch etwas vereinfachen, wie man sofort erkennt, wenn man dieselbe so schreibt:

$$\begin{aligned}
 &- 2(r_2^2 - r_1^2)(r_2^{-3} - r_1^{-3}) - 8q(r_2^{-3} + r_1^{-3}) \\
 &= 2(r_2^2 + r_1^2)(r_2^{-3} + r_1^{-3}) - 4(r_2^{-1} + r_1^{-1}) - 8q(r_2^{-3} + r_1^{-3}) \\
 &= - 4\{(r_2^{-1} + r_1^{-1}) - (1 - q)(r_2^{-3} + r_1^{-3})\}
 \end{aligned}$$

Schreiben wir endlich der Kürze halber noch:

$$p = r^2 \frac{dv}{dt} = q v'$$

$$p' = \frac{dp}{dt}$$

so gehen die obigen Differentialgleichungen über in:

$$p' = + 4 \sqrt{q} \sin(v - t) [r_2^{-3} - r_1^{-3}]$$

$$q'' - \frac{1}{2q} q'^2 - \frac{2}{q} p^2 = - 4 \{ (r_2^{-1} + r_1^{-1}) - (1 - q)(r_2^{-3} + r_1^{-3}) \}$$

Letztere Gleichung lässt sich aber integrieren. Bezeichnen wir mit c die Integrationsconstante, so repräsentirt der folgende Ausdruck das exacte Integral unseres Problems.

$$\frac{1}{8q} q'^2 + \frac{1}{2q} p^2 - p - 4(r_2^{-1} + r_1^{-1}) = c$$

Die anfängliche Winkelgeschwindigkeit von C um den Schwerpunkt S beträgt in unserm Fall: $v'_0 = 1.5$, ferner ist $\frac{dr_0}{dt} = 0$, $r_0 = 2$, mithin wird: $p_0 = 4v'_0 = 6$ und:

$$c = 2(v'_0 - 1)^2 - \frac{22}{3} = - 6.833333$$

Mit Hilfe der mechanischen Quadratur lässt sich aus der vorhergehenden Gleichung:

$$q'^2 = 8q \{ 4(r_1^{-1} + r_2^{-1}) + p + c \} - 4p^2$$

q zwar durch einfache Integration erhalten, doch entspringt hieraus für die Rechnung kein Vortheil, da sich hiebei, namentlich zu Beginn der Rechnung, wo die q' noch klein sind, diese nicht mit der erforderlichen Genauigkeit ergeben.

Man kann die Integralgleichung — abgesehen von ihrer Verwendung als Controllformel — aber dazu verwerthen, um in der zweiten der obigen Differentialgleichungen q' zu eliminiren und erhält so:

$$q'' = 4 \{ (1 - q)(r_2^{-3} + r_1^{-3}) + 3(r_1^{-1} + r_2^{-1}) + p + c \}$$

Die Bestimmung der Anfangsconstanten für die summirten Reihen

unterliegt keiner Schwierigkeit, wenn man beachtet, dass für $t=0$ die Relationen erfüllt sein müssen:

$$p_0=6 \quad q'_0=0 \quad q_0=4.$$

Sobald nun p und q mit Hülfe obiger Gleichungen bestimmt erscheinen, resultirt v' nach:

$$v' = \frac{p}{q}$$

und ist hiebei die Integration so zu bewerkstelligen, dass für $t=0$, $v_0=0$ wird.

Die folgende Tafel gibt die Resultate der in solcher Weise (7 stellig) geführten Rechnung, doch setze ich gleich statt der polaren Coordinaten, die mit ihnen nach:

$$x_0 = r \cos v$$

$$y_0 = r \sin v$$

berechneten rechtwinkligen an und beschränke mich ferner auf die Wiedergabe der Werthe für das Intervall $t=5^0$.

Die mit x und y überschriebenen Verticalreihen enthalten die rechtwinkligen Coordinaten von C , jedoch bezogen auf das Coordinatensystem, dessen Ursprung in A liegt, sind mithin direct mit den oben gegebenen Werthen vergleichbar, während endlich Δx und Δy in Einheiten der fünften Decimale die Differenzen der neuen Werthe gegen die erst erhaltenen darstellen:

t	v_0	x_0	y_0	x	Δx	y	Δy
0°	0	+ 2.000 0000	0.000 0000	+ 1.000 0000	0	+ 0.000 0000	0
5	10	+ 1.983 1281	+ 0.260 8504	+ 0.986 9334	— 1	+ 0.173 6947	+ 1
10	20	+ 1.933 1143	+ 0.516 0796	+ 0.948 3063	— 5	+ 0.342 4316	+ 5
15	30	+ 1.851 6976	+ 0.760 4042	+ 0.885 7719	— 6	+ 0.501 5851	+ 7
20	40	+ 1.741 5672	+ 0.989 1552	+ 0.801 8746	— 10	+ 0.647 1350	+ 7
25	50	+ 1.606 1005	+ 1.198 4483	+ 0.699 7929	— 14	+ 0.775 8300	+ 9
30	60	+ 1.449 0951	+ 1.385 2406	+ 0.583 0697	— 15	+ 0.885 2406	+ 8
35	70	+ 1.274 5265	+ 1.547 2937	+ 0.455 3745	— 18	+ 0.973 7173	+ 5
40	80	+ 1.086 3703	+ 1.683 0741	+ 0.320 3258	— 17	+ 1.040 2865	+ 5
45	90	+ 0.888 4865	+ 1.791 6240	+ 0.181 3797	— 19	+ 1.084 5172	+ 1
50	100	+ 0.684 5667	+ 1.872 4310	+ 0.041 7791	— 19	+ 1.106 3865	— 4

t	r_0	x_0		y_0	x	Δx	y		Δy
55	110	+ 0.478	1278	+ 1.925 3041	— 0.095 4486	— 18	+ 1.106	1521	— 8
60	120	+ 0.272	5447	+ 1.950 2761	— 0.227 4553	— 16	+ 1.084	2507	— 13
65	130	+ 0.071	1130	+ 1.947 5193	— 0.351 5053	— 13	+ 1.041	2117	— 16
70	140	— 0.122	8590	+ 1.917 2894	— 0.464 8792	— 10	+ 0.977	5968	— 21
75	150	— 0.305	9260	+ 1.859 8861	— 0.564 7451	— 6	+ 0.893	9604	— 24
80	160	— 0.474	3336	+ 1.775 6409	— 0.647 9818	— 4	+ 0.790	8329	— 30
85	170	— 0.623	7678	+ 1.664 9364	— 0.710 9235	— 3	+ 0.668	7417	— 35
90	180	— 0.748	9653	+ 1.528 2990	— 0.748 9653	— 1	+ 0.528	2990	— 40
95	190	— 0.843	0672	+ 1.366 6334	— 0.755 9115	+ 6	+ 0.370	4387	— 45
100	200	— 0.896	4391	+ 1.181 8576	— 0.722 7909	+ 14	+ 0.197	0496	— 54
105	210	— 0.894	3730	+ 0.978 7413	— 0.635 5539	+ 34	+ 0.012	8156	— 66
110	220	— 0.812	4686	+ 0.771 1961	— 0.470 4484	+ 61	— 0.168	4965	— 76
115	230	— 0.611	9725	+ 0.608 3794	— 0.189 3542	+ 101	— 0.297	9282	— 60
120	240	— 0.315	0910	+ 0.650 1424	+ 0.184 9090	+ 87	— 0.215	8830	— 27

Wie man sich durch einen Blick auf die Δx und Δy überzeugt, findet hiemit die oben ausgesprochene Vermuthung, dass die Resultate der ersten Rechnung möglicherweise ungenauere seien, allerdings ihre Bestätigung, doch erreichte die Ungenauigkeit lange nicht jenen Betrag, um welchen die Coordinaten zu corrigiren wären, damit das Perihel symmetrisch zu liegen komme. Da letzteres schon bei $v_0 = 238^\circ 45'$ stattfindet, bestätigen beide Rechnungen in gleicher Weise die **Nicht-Periodicität** der Bewegung.

Es scheint mir sehr wahrscheinlich, dass man durch eine, von der hier gemachten, nur äusserst wenig abweichende Annahme über die Anfangsgeschwindigkeit es erreichen könnte, dass die nahezu periodische Bewegung zu einer rein periodischen wird, und dass man dann mit mehr Erfolg auf dem erst eingeschlagenen Weg wird weiterschreiten können, der uns das Ziel hier schon wegen der Unzulänglichkeit der Ausgangswerthe für r und v nicht hat erreichen lassen.

Dass bei äusserst geringer Modification, wie dem Einwirken eines weiteren Körpers sich die Bewegung unseres Körpers sofort wesentlich anders gestalte, was sich aus den obigen Differentialgleichungen erkennen lässt, war aber a priori nicht zu ersehen.

A n h a n g.

Im Anschluss an die obigen Rechnungen erlaube ich mir hier noch eine Reihe von Resultaten mitzutheilen, welche sich auf einen ähnlichen speciellen Fall des Problems der Drei Körper beziehen, wie dem im Vorangehenden behandelten. Die hier mitgetheilten Rechnungen wurden gleichzeitig mit der Berechnung der speciellen Störungen für unser obiges Problem geführt. Mir vorbehaltend, gelegentlich darauf näher zurückzukommen, theile ich die Arbeiten jedoch auch bereits heute mit, da dieser zweite Fall, wenngleich er zu keiner so auffälligen Bewegung wie die erste führte, mir doch nicht ohne Interesse erscheint und unsere Vorstellung über die Bewegung eines dritten Körpers in einem, dem obigen analogen System nicht unwesentlich erweitert, also sich enge an das Vorausgehende anschliesst.

Die folgenden Rechnungen beziehen sich auf das nachfolgende Problem:

„In einem Doppelsternsystem, bestehend aus zwei gleichnamigen Körpern A und B , sind die beschriebenen Bahnen Kreise. Ein dritter Punkt C , mit unendlich kleiner Masse, bewegt sich so in der Bahnebene der A und B , dass er zu Beginn der Bewegung auf der Verbindungslinie AB steht und zwar in gleichem Abstand von A und B und ferner, dass er um A eine Kreisbahn beschreiben würde, sofern B nicht vorhanden wäre. Bei Beginn sind alle Bewegungen nach derselben Seite gerichtet.“

Dieses Problem unterscheidet sich also, wie man hieraus ersieht, nur in Bezug auf den Anfangszustand von dem obigen.

Was die Art der Berechnung und die Genauigkeit der Schluss-Resultate betrifft, glaube ich mich hier mit einem Hinweis auf die diesbezüglichen Bemerkungen zu dem ersten Fall beschränken zu können.

Bezieht man die Coordinaten auf ein fixes rechtwinkliges Axensystem, dessen Ursprung in A liegt und dessen X Axe mit der Verbindungslinie der drei Körper im Moment des Beginns der Bewegung zusammenfällt und bezeichnet mit $x y$ die rechtwinkligen gestörten Coordinaten des massenlosen Körpers C , mit $x' y'$ die Coordinaten des störenden Körpers B , nimmt ferner $AC = 1$, so wird $AB = 2 = r'$. Indem ich noch ergänze, dass auch hier die Massen so gewählt wurden, dass $mk^2 = 1$ wurde, erübrigt wohl zum Verständniss der nachfolgenden Tafelwerthe in den ersten Verticalcolumnen nichts mehr.

Wie man sich leicht durch einen Blick auf die nachfolgenden Werthe von ϱ überzeugt, nähert sich hier der gestörte Körper beträchtlich dem störenden. Aus diesem Grund wurde es nothwendig, das der Störungsrechnung zu Grunde liegende Intervall im Laufe der Rechnung mehrmals abzuändern. Das grösste Intervall, das zur Anwendung kam, entspricht einer Bewegung des störenden Körpers von $1^0 25$, das kleinste von $0^0 0521$.

Die in den letzten Verticalcolumnen angesetzten Werthe (x_1, y_1) haben die Bedeutung:

$$x_1 = x - x'$$

$$y_1 = y - y'$$

und die Construction derselben liefert uns demnach ein Bild von der relativen Bewegung des Körpers C um B .

v_0	v^1	x	Diff.	y	Diff.	ϱ	Diff.	x_1	Diff.	y_1	Diff.
0.0	0.0	+ 1.00000		0.00000		+ 1.0000		- 1.00000		- 0.00000	
0.0	0.00	+ 0.99977	- 23	+ 0.04362	+ 4362	+ 0.9998	- 2	- 0.99976	+ 24	- 0.00001	- 1
2.5	1.25	+ 0.99906	- 71	+ 0.08715	+ 4353	+ 0.9991	- 7	- 0.99904	+ 72	- 0.00009	- 8
5.0	2.50	+ 0.99790	- 116	+ 0.13049	+ 4334	+ 0.9978	- 13	- 0.99782	+ 122	- 0.00032	- 23
7.5	3.75	+ 0.99632	- 158	+ 0.17355	+ 4306	+ 0.9960	- 18	- 0.99607	+ 175	- 0.00076	- 44
10.0	5.00	+ 0.99436	- 196	+ 0.21625	+ 4270	+ 0.9937	- 23	- 0.99375	+ 232	- 0.00148	- 72
12.5	6.25	+ 0.99205	- 231	+ 0.25851	+ 4226	+ 0.9908	- 29	- 0.99083	+ 292	- 0.00254	- 106
15.0	7.50	+ 0.98945	- 260	+ 0.30026	+ 4175	+ 0.9872	- 36	- 0.98726	+ 357	- 0.00399	- 145
17.5	8.75	+ 0.98663	- 282	+ 0.34142	+ 4116	+ 0.9829	- 43	- 0.98298	+ 428	- 0.00588	- 189
20.0	10.00	+ 0.98366	- 297	+ 0.38194	+ 4052	+ 0.9779	- 50	- 0.97791	+ 507	- 0.00824	- 236
22.5	11.25	+ 0.98062	- 304	+ 0.42177	+ 3983	+ 0.9720	- 59	- 0.97198	+ 593	- 0.01111	- 287
25.0	12.50	+ 0.97760	- 302	+ 0.46086	+ 3909	+ 0.9652	- 68	- 0.96509	+ 689	- 0.01451	- 340
27.5	13.75	+ 0.97469	- 291	+ 0.49916	+ 3830	+ 0.9573	- 79	- 0.95716	+ 793	- 0.01847	- 396
30.0	15.00	+ 0.97198	- 271	+ 0.53665	+ 3749	+ 0.9483	- 90	- 0.94812	+ 904	- 0.02300	- 453
32.5	16.25		- 241		+ 3667		- 101		+ 1025		- 509

v_0	v^1	x	Diff.	y	Diff.	q	Diff.	x_1	Diff.	y_1	Diff.
0	0										
35.0	17.50	+ 0.96957	- 199	+ 0.57332	+ 3582	+ 0.9382	- 113	- 0.93787	+ 1158	- 0.02809	- 565
37.5	18.75	+ 0.96758	- 145	+ 0.60914	+ 3497	+ 0.9269	- 128	- 0.92629	+ 1303	- 0.03374	- 618
40.0	21.00	+ 0.96613	- 79	+ 0.64411	+ 3413	+ 0.9141	- 143	- 0.91326	+ 1458	- 0.03992	- 670
42.5	21.25	+ 0.96534	- 1	+ 0.67824	+ 3330	+ 0.8998	- 158	- 0.89868	+ 1625	- 0.04662	- 720
45.0	22.50	+ 0.96533	+ 91	+ 0.71154	+ 3247	+ 0.8840	- 175	- 0.88243	+ 1805	- 0.05382	- 766
47.5	23.75	+ 0.96624	+ 200	+ 0.74401	+ 3168	+ 0.8665	- 193	- 0.86438	+ 2000	- 0.06148	- 807
50.0	25.00	+ 0.96824	+ 324	+ 0.77569	+ 3093	+ 0.8472	- 212	- 0.84438	+ 2211	- 0.06955	- 841
52.5	26.25	+ 0.97148	+ 467	+ 0.80662	+ 3022	+ 0.8260	- 234	- 0.82227	+ 2410	- 0.07796	- 870
55.0	27.50	+ 0.97615	+ 632	+ 0.83684	+ 2957	+ 0.8026	- 257	- 0.79787	+ 2689	- 0.08666	- 891
57.5	28.75	+ 0.98247	+ 821	+ 0.86641	+ 2900	+ 0.7769	- 282	- 0.77098	+ 2961	- 0.09557	- 902
60.0	30.00	+ 0.99068	+ 1036	+ 0.89541	+ 2852	+ 0.7487	- 309	- 0.74137	+ 3259	- 0.10459	- 903
62.5	31.25	+ 1.00104	+ 1285	+ 0.92393	+ 2816	+ 0.7178	- 339	- 0.70878	+ 3589	- 0.11362	- 889
65.0	32.50	+ 1.01389	+ 1574	+ 0.95209	+ 2796	+ 0.6839	- 372	- 0.67289	+ 3958	- 0.12251	- 858
67.5	33.75	+ 1.02963	+ 1914	+ 0.98005	+ 2797	+ 0.6467	- 410	- 0.63331	+ 4377	- 0.13109	- 804
70.0	35.00	+ 1.04877	+ 2317	+ 1.00502	+ 2828	+ 0.6057	- 453	- 0.58954	+ 4859	- 0.13913	- 719
72.5	36.25	+ 1.07194	+ 2805	+ 1.03630	+ 2901	+ 0.5644	- 504	- 0.54095	+ 5423	- 0.14632	- 589
75.0	37.50	+ 1.09999	+ 3413	+ 1.06531	+ 3038	+ 0.5100	- 566	- 0.48672	+ 6107	- 0.15221	- 395
77.5	38.75	+ 1.13412	+ 4199	+ 1.09569	+ 3279	+ 0.4534	- 643	- 0.42565	+ 6969	- 0.15616	- 96
80.0	40.00	+ 1.17611	+ 1203	+ 1.12848	+ 3578	+ 0.3891	- 175	- 0.35596	+ 1905	- 0.15712	- 47
80.625	40.3125	+ 1.18814	+ 1275	+ 1.13726	+ 909	+ 0.3716	- 183	- 0.33691	+ 1983	- 0.15665	- 79
81.250	40.6250	+ 1.20089	+ 1356	+ 1.14635	+ 947	+ 0.3533	- 190	- 0.31708	+ 2068	- 0.15586	- 121
81.875	40.9375	+ 1.21445	+ 1446	+ 1.15582	+ 992	+ 0.3343	- 198	- 0.29640	+ 2163	- 0.15465	- 170
82.500	41.2500	+ 1.22891	+ 1544	+ 1.16574	+ 1045	+ 0.3145	- 208	- 0.27477	+ 2265	- 0.15295	- 227
83.125	41.5625	+ 1.24435	+ 1658	+ 1.17619	+ 1112	+ 0.2937	- 218	- 0.25212	+ 2384	- 0.15068	- 297
83.750	41.8750	+ 1.26093	+ 1788	+ 1.18731	+ 1195	+ 0.2719	- 230	- 0.22828	+ 2519	- 0.14771	- 385
84.375	42.1875	+ 1.27881	+ 1940	+ 1.19926	+ 1304	+ 0.2489	- 244	- 0.20309	+ 2674	- 0.14386	- 498
85.000	42.5000	+ 1.29821	+ 2121	+ 1.21230	+ 1447	+ 0.2245	- 261	- 0.17635	+ 2860	- 0.13888	- 645
85.625	42.8125	+ 1.31942	+ 2344	+ 1.22677	+ 1647	+ 0.1984	- 280	- 0.14775	+ 3088	- 0.13243	- 849
86.250	43.1250	+ 1.34286	+ 416	+ 1.24324	+ 299	+ 0.1704	- 49	- 0.11687	+ 540	- 0.12394	- 166
86.3542	43.1771	+ 1.34702	+ 423	+ 1.24623	+ 297	+ 0.1655	- 50	- 0.11147	+ 548	- 0.12228	- 174
86.4583	43.2291	+ 1.35125	+ 432	+ 1.24930	+ 317	+ 0.1605	- 50	- 0.10599	+ 557	- 0.12054	- 185
86.5625	43.2812	+ 1.35557	+ 440	+ 1.25247	+ 328	+ 0.1555	- 51	- 0.10042	+ 564	- 0.11869	- 196
86.6666	43.3333	+ 1.35997	+ 449	+ 1.25575	+ 339	+ 0.1504	- 52	- 0.09478	+ 574	- 0.11673	- 207
86.7708	43.3854	+ 1.36446	+ 459	+ 1.25914	+ 352	+ 0.1452	- 53	- 0.08904	+ 584	- 0.11466	- 219
86.8749	43.4374	+ 1.36905	+ 468	+ 1.26266	+ 366	+ 0.1399	- 54	- 0.08320	+ 593	- 0.11247	- 234
86.9791	43.4895	+ 1.37373	+ 479	+ 1.26632	+ 381	+ 0.1345	- 54	- 0.07727	+ 604	- 0.11013	- 249
87.0832	43.5416	+ 1.37852	+ 490	+ 1.27013	+ 397	+ 0.1291	- 56	- 0.07123	+ 616	- 0.10764	- 266
87.1874	43.5937	+ 1.38342	+ 501	+ 1.27410	+ 416	+ 0.1235	- 56	- 0.06507	+ 626	- 0.10498	- 284
87.2916	43.6458	+ 1.38843	+ 512	+ 1.27826	+ 437	+ 0.1179	- 58	- 0.05881	+ 637	- 0.10214	- 306
87.3958	43.6979	+ 1.39355	+ 524	+ 1.28263	+ 460	+ 0.1121	- 59	- 0.05244	+ 650	- 0.09908	- 329
87.5000	43.7500	+ 1.39879	+ 537	+ 1.28723	+ 486	+ 0.1062	- 59	- 0.04594	+ 663	- 0.09579	- 354
87.6041	43.8020	+ 1.40416	+ 551	+ 1.29209	+ 515	+ 0.1003	- 61	- 0.03931	+ 677	- 0.09225	- 384
87.7083	43.8541	+ 1.40967	+ 563	+ 1.29724	+ 551	+ 0.0942	- 62	- 0.03254	+ 689	- 0.08841	- 420
87.8125	43.9062	+ 1.41530	+ 575	+ 1.30275	+ 593	+ 0.0880	- 63	- 0.02565	+ 701	- 0.08421	- 462
87.9167	43.9583	+ 1.42105	+ 586	+ 1.30868	+ 641	+ 0.0817	- 63	- 0.01864	+ 712	- 0.07959	- 510
88.0208	44.0104	+ 1.42691	+ 595	+ 1.31509	+ 698	+ 0.0754	- 64	- 0.01152	+ 722	- 0.07449	- 568
88.1250	44.0625	+ 1.43286	+ 599	+ 1.32207	+ 768	+ 0.0690	- 65	- 0.00430	+ 725	- 0.06881	- 637
88.2292	44.1146	+ 1.43885	+ 593	+ 1.32975	+ 853	+ 0.0625	- 64	+ 0.00295	+ 720	- 0.06244	- 723
88.3333	44.1666	+ 1.44478	+ 575	+ 1.33828	+ 956	+ 0.0561	- 61	+ 0.01015	+ 701	- 0.05521	- 825
88.4375	44.2187	+ 1.45053	+ 526	+ 1.34784	+ 1079	+ 0.0500	- 57	+ 0.01716	+ 653	- 0.04696	- 949
88.5417	44.2708	+ 1.45579	+ 434	+ 1.35863	+ 1220	+ 0.0444	- 48	+ 0.02369	+ 561	- 0.03747	- 1090
88.6459	44.3229	+ 1.46013	+ 276	+ 1.37083	+ 1357	+ 0.0396	- 33	+ 0.02930	+ 404	- 0.02657	- 1227
88.7500	44.3750	+ 1.46289	+ 49	+ 1.38440	+ 1453	+ 0.0363	- 12	+ 0.03334	+ 176	- 0.01430	- 1323
88.8542	44.4271	+ 1.46338	- 215	+ 1.39893	+ 1459	+ 0.0351	+ 12	+ 0.03510	- 88	- 0.00107	- 1329
88.9584	44.4792	+ 1.46123	- 447	+ 1.41352	+ 1382	+ 0.0363	+ 34	+ 0.03422	- 320	+ 0.01222	- 1253

v_0	v^1	x	Diff.	y	Diff.	ϱ	Diff.	x_1	Diff.	y^1	Diff.
0	0										
89.0625	44.5312	+ 1.45676	- 611	+ 1.42734	+ 1253	+ 0.0397	+ 48	+ 0.03102	- 486	+ 0.02475	+ 1123
89.1666	44.5833	+ 1.45065	- 710	+ 1.43987	+ 1121	+ 0.0445	+ 57	+ 0.02616	- 579	+ 0.03598	+ 991
89.2708	44.6354	+ 1.44355	- 766	+ 1.45108	+ 1001	+ 0.0502	+ 62	+ 0.02037	- 639	+ 0.01589	+ 872
89.3750	44.6875	+ 1.43589	- 793	+ 1.46109	+ 901	+ 0.0564	+ 64	+ 0.01398	- 665	+ 0.05461	+ 772
89.4791	44.7395	+ 1.42796	- 803	+ 1.47010	+ 818	+ 0.0628	+ 64	+ 0.00733	- 675	+ 0.06233	+ 689
89.5832	44.7916	+ 1.41993	- 805	+ 1.47828	+ 748	+ 0.0692	+ 65	+ 0.00058	- 676	+ 0.06922	+ 619
89.6874	44.8437	+ 1.41188	- 800	+ 1.48576	+ 691	+ 0.0757	+ 64	+ 0.00618	- 672	+ 0.07541	+ 562
89.7916	44.8958	+ 1.40398	- 793	+ 1.49267	+ 643	+ 0.0821	+ 63	+ 0.01290	- 665	+ 0.08103	+ 514
89.8958	44.9479	+ 1.39595	- 785	+ 1.49916	+ 601	+ 0.0884	+ 62	+ 0.01955	- 656	+ 0.08617	+ 473
90.0000	45.0000	+ 1.38810	- 775	+ 1.50511	+ 565	+ 0.0946	+ 61	+ 0.02611	- 647	+ 0.09090	+ 436
90.1042	45.0521	+ 1.38035	- 765	+ 1.51076	+ 534	+ 0.1007	+ 60	+ 0.03258	- 636	+ 0.09526	+ 406
90.2084	45.1042	+ 1.37270	- 754	+ 1.51610	+ 507	+ 0.1067	+ 59	+ 0.03894	- 625	+ 0.09932	+ 378
90.3125	45.1562	+ 1.36516	- 744	+ 1.52117	+ 483	+ 0.1126	+ 58	+ 0.04519	- 615	+ 0.10310	+ 355
90.4167	45.2083	+ 1.35772	- 735	+ 1.52600	+ 462	+ 0.1184	+ 57	+ 0.05134	- 606	+ 0.10665	+ 334
90.5208	45.2604	+ 1.35037	- 725	+ 1.53062	+ 443	+ 0.1241	+ 56	+ 0.05740	- 596	+ 0.10999	+ 315
90.6250	45.3125	+ 1.34312	- 716	+ 1.53505	+ 425	+ 0.1297	+ 55	+ 0.06336	- 587	+ 0.11314	+ 298
90.7292	45.3646	+ 1.33596	- 706	+ 1.53930	+ 409	+ 0.1352	+ 54	+ 0.06923	- 576	+ 0.11612	+ 281
90.8334	45.4167	+ 1.32890	- 696	+ 1.54339	+ 395	+ 0.1406	+ 53	+ 0.07499	- 566	+ 0.11893	+ 267
90.9375	45.4687	+ 1.32194	- 688	+ 1.54734	+ 382	+ 0.1459	+ 53	+ 0.08065	- 559	+ 0.12160	+ 255
91.0417	45.5208	+ 1.31506	- 680	+ 1.55116	+ 370	+ 0.1512	+ 51	+ 0.08624	- 550	+ 0.12415	+ 243
91.1458	45.5729	+ 1.30826	- 672	+ 1.55486	+ 358	+ 0.1563	+ 51	+ 0.09174	- 542	+ 0.12658	+ 231
91.2500	45.6250	+ 1.30154	- 664	+ 1.55844	+ 348	+ 0.1614	+ 50	+ 0.09716	- 534	+ 0.12889	+ 220
91.3542	45.6771	+ 1.29490	- 657	+ 1.56192	+ 338	+ 0.1664	+ 49	+ 0.10250	- 527	+ 0.13109	+ 211
91.4584	45.7292	+ 1.28833	- 651	+ 1.56530	+ 330	+ 0.1713	+ 49	+ 0.10777	- 521	+ 0.13320	+ 203
91.5625	45.7812	+ 1.28182	- 644	+ 1.56860	+ 321	+ 0.1762	+ 49	+ 0.11298	- 513	+ 0.13523	+ 195
91.6667	45.8333	+ 1.27538	- 638	+ 1.57181	+ 313	+ 0.1810	+ 48	+ 0.11811	- 508	+ 0.13718	+ 186
91.7709	45.8854	+ 1.26900	- 632	+ 1.57494	+ 306	+ 0.1858	+ 47	+ 0.12319	- 501	+ 0.13904	+ 180
91.8751	45.9375	+ 1.26268	- 626	+ 1.57800	+ 299	+ 0.1905	+ 46	+ 0.12820	- 496	+ 0.14084	+ 173
91.9792	45.9896	+ 1.25642	- 620	+ 1.58099	+ 293	+ 0.1951	+ 46	+ 0.13316	- 489	+ 0.14257	+ 166
92.0834	46.0417	+ 1.25022	- 614	+ 1.58392	+ 287	+ 0.1997	+ 45	+ 0.13805	- 483	+ 0.14423	+ 161
92.1876	46.0938	+ 1.24408	- 609	+ 1.58679	+ 281	+ 0.2042	+ 44	+ 0.14288	- 478	+ 0.14584	+ 155
92.2917	46.1458	+ 1.23799	- 603	+ 1.58960	+ 275	+ 0.2086	+ 44	+ 0.14766	- 472	+ 0.14739	+ 149
92.3958	46.1979	+ 1.23196	- 599	+ 1.59235	+ 271	+ 0.2130	+ 44	+ 0.15238	- 467	+ 0.14888	+ 145
92.5000	46.2500	+ 1.22597	- 3493	+ 1.59506	+ 1525	+ 0.2174	+ 252	+ 0.15705	- 2704	+ 0.15033	+ 773
93.125	46.5625	+ 1.19104	- 3342	+ 1.61031	+ 1386	+ 0.2426	+ 238	+ 0.18409	- 2547	+ 0.15806	+ 638
93.750	46.8750	+ 1.15762	- 3214	+ 1.62417	+ 1279	+ 0.2664	+ 225	+ 0.20956	- 2417	+ 0.16444	+ 536
94.375	47.1875	+ 1.12548	- 3102	+ 1.63696	+ 1189	+ 0.2889	+ 214	+ 0.23373	- 2299	+ 0.16980	+ 449
95.000	47.5000	+ 1.09446	- 3002	+ 1.64885	+ 1114	+ 0.3103	+ 204	+ 0.25672	- 2196	+ 0.17429	+ 380
95.625	47.8125	+ 1.06444	- 2914	+ 1.65999	+ 1052	+ 0.3307	+ 196	+ 0.27868	- 2104	+ 0.17809	+ 321
96.250	48.1250	+ 1.03530	- 2834	+ 1.67051	+ 997	+ 0.3503	+ 188	+ 0.29972	- 2020	+ 0.18130	+ 272
96.875	48.4375	+ 1.00696	- 2762	+ 1.68048	+ 949	+ 0.3691	+ 180	+ 0.31992	- 1943	+ 0.18402	+ 226
97.500	48.7500	+ 0.97934	- 2695	+ 1.68996	+ 905	+ 0.3871	+ 174	+ 0.33935	- 1873	+ 0.18628	+ 189
98.125	49.0625	+ 0.95239	- 2634	+ 1.69901	+ 866	+ 0.4045	+ 168	+ 0.35808	- 1803	+ 0.18816	+ 154
98.750	49.3750	+ 0.92605	- 2577	+ 1.70767	+ 830	+ 0.4213	+ 162	+ 0.37616	- 1747	+ 0.18970	+ 122
99.375	49.6875	+ 0.90028	- 2524	+ 2.71597	+ 798	+ 0.4375	+ 156	+ 0.39363	- 1690	+ 0.19092	+ 94
100.000	50.0000	+ 0.87504	- 2476	+ 1.72395	+ 768	+ 0.4531	+ 152	+ 0.41053	- 1639	+ 0.19186	+ 70
100.625	50.3125	+ 0.85028	- 2430	+ 1.73163	+ 741	+ 0.4683	+ 148	+ 0.42692	- 1589	+ 0.19256	+ 46
101.250	50.6250	+ 0.82598	- 2386	+ 1.73904	+ 715	+ 0.4831	+ 142	+ 0.44281	- 1541	+ 0.19302	+ 26
101.875	50.9375	+ 0.80212	- 2344	+ 1.74619	+ 690	+ 0.4973	+ 138	+ 0.45822	- 1497	+ 0.19328	+ 4
102.500	51.2500	+ 0.77868	- 2305	+ 1.75309	+ 668	+ 0.5111	+ 134	+ 0.47319	- 1451	+ 0.19332	+ 12
103.125	51.5625	+ 0.75562	- 2269	+ 1.75977	+ 646	+ 0.5245	+ 131	+ 0.48770	- 1413	+ 0.19320	+ 30
103.750	51.8750	+ 0.73293	- 2234	+ 1.76623	+ 626	+ 0.5376	+ 127	+ 0.50183	- 1374	+ 0.19290	+ 45
104.375	52.1875	+ 0.71059	- 2201	+ 1.77249	+ 607	+ 0.5503	+ 123	+ 0.51557	- 1337	+ 0.19245	+ 60
105.000	52.5000	+ 0.68858	- 2168	+ 1.77856	+ 588	+ 0.5626	+ 120	+ 0.52894	- 1301	+ 0.19185	+ 73
105.625	52.8125	+ 0.66690	- 2137	+ 1.78444	+ 571	+ 0.5746	+ 117	+ 0.54195	- 1266	+ 0.19112	+ 86

r_0	r^1	x	Diff.	y	Diff.	q	Diff.	x_1	Diff.	y_1	Diff.
106.250	53.1250	+ 0.64553	- 2107	+ 1.79015	+ 554	+ 0.5863	+ 114	- 0.55461	- 1233	+ 0.19026	- 99
106.875	53.4375	+ 0.62446	- 2080	+ 1.79569	+ 539	+ 0.5977	+ 111	- 0.56694	- 1202	+ 0.18927	- 108
107.500	53.7500	+ 0.60376	- 8045	+ 1.80108	+ 2002	+ 0.6088	+ 114	- 0.57896	- 4498	+ 0.18819	- 540
110.0	55.00	+ 0.52321	- 7654	+ 1.82110	+ 1786	+ 0.6502	+ 372	- 0.62394	- 4053	+ 0.18279	- 677
112.5	56.25	+ 0.44667	- 7303	+ 1.83896	+ 1590	+ 0.6871	+ 334	- 0.66447	- 3349	+ 0.17602	- 794
115.0	57.50	+ 0.37364	- 6982	+ 1.85486	+ 1411	+ 0.7208	+ 300	- 0.70096	- 3277	+ 0.16808	- 893
117.5	58.75	+ 0.30382	- 6684	+ 1.86897	+ 1246	+ 0.7508	+ 267	- 0.73373	- 2929	+ 0.15915	- 977
120.0	60.00	+ 0.23698	- 6406	+ 1.88143	+ 1091	+ 0.7775	+ 237	- 0.76302	- 2604	+ 0.14938	- 1049
122.5	61.25	+ 0.17292	- 6141	+ 1.89234	+ 946	+ 0.8012	+ 208	- 0.78906	- 2293	+ 0.13889	- 1111
125.0	62.50	+ 0.11151	- 5887	+ 1.90180	+ 808	+ 0.8220	+ 180	- 0.81199	- 1995	+ 0.12778	- 1165
127.5	63.75	+ 0.05264	- 5642	+ 1.90988	+ 676	+ 0.8400	+ 154	- 0.83194	- 1708	+ 0.11613	- 1211
130.0	65.00	- 0.00378	- 5404	+ 1.91664	+ 549	+ 0.8554	+ 128	- 0.84902	- 1428	+ 0.10402	- 1251
132.5	66.25	- 0.05782	- 5171	+ 1.92213	+ 427	+ 0.8682	+ 103	- 0.86330	- 1160	+ 0.09151	- 1281
135.0	67.50	- 0.10953	- 4940	+ 1.92640	+ 311	+ 0.8785	+ 73	- 0.87490	- 890	+ 0.07864	- 1315
137.5	68.75	- 0.15893	- 4711	+ 1.92951	+ 199	+ 0.8863	+ 53	- 0.88880	- 627	+ 0.06549	- 1338
140.0	70.00	- 0.20604	- 4483	+ 1.93150	+ 90	+ 0.8916	+ 30	- 0.89007	- 368	+ 0.05211	- 1357
142.5	71.25	- 0.25087	- 4254	+ 1.93240	+ 15	+ 0.8946	+ 6	- 0.89375	- 107	+ 0.03854	- 1373
145.0	72.50	- 0.29341	- 4024	+ 1.93225	- 116	+ 0.8952	+ 19	- 0.89482	+ 152	+ 0.02481	- 1382
147.5	73.75	- 0.33365	- 3790	+ 1.93109	- 213	+ 0.8933	- 42	- 0.89330	+ 411	+ 0.01099	- 1388
150.0	75.00	- 0.37155	- 3551	+ 1.92896	- 307	+ 0.8891	- 65	- 0.88919	+ 676	+ 0.00289	- 1390
152.5	76.25	- 0.40706	- 3307	+ 1.92589	- 397	+ 0.8826	- 90	- 0.88243	+ 942	+ 0.01679	- 1389
155.0	77.50	- 0.44013	- 3057	+ 1.92192	- 483	+ 0.8736	- 115	- 0.87301	+ 1213	+ 0.03068	- 1380
157.5	78.75	- 0.47070	- 2798	+ 1.91709	- 564	+ 0.8621	- 141	- 0.86088	+ 1490	+ 0.04448	- 1368
160.0	80.00	- 0.49868	- 2530	+ 1.91144	- 640	+ 0.8480	- 167	- 0.84598	+ 1775	+ 0.05816	- 1351
162.5	81.25	- 0.52398	- 2250	+ 1.90505	- 709	+ 0.8313	- 193	- 0.82823	+ 2070	+ 0.07167	- 1326
165.0	82.50	- 0.54648	- 1955	+ 1.89796	- 773	+ 0.8120	- 221	- 0.80753	+ 2377	+ 0.08493	- 1295
167.5	83.75	- 0.56603	- 1643	+ 1.89023	- 829	+ 0.7899	- 251	- 0.78376	+ 2699	+ 0.09788	- 1257
170.0	85.00	- 0.58246	- 1311	+ 1.88194	- 876	+ 0.7648	- 282	- 0.75677	+ 3039	+ 0.11045	- 1209
172.5	86.25	- 0.59557	- 952	+ 1.87318	- 912	+ 0.7366	- 315	- 0.72638	+ 3405	+ 0.12254	- 1149
175.0	87.50	- 0.69509	- 563	+ 1.86406	- 933	+ 0.7051	- 350	- 0.69233	+ 3798	+ 0.13403	- 1077
177.5	88.75	- 0.61072	- 132	+ 1.85473	- 935	+ 0.6701	- 389	- 0.65435	+ 4231	+ 0.14480	- 982
180.0	90.00	- 0.61204	+ 348	+ 1.84538	- 913	+ 0.6312	- 432	- 0.61204	+ 4711	+ 0.15462	- 866
182.5	91.25	- 0.60856	+ 898	+ 1.83625	- 854	+ 0.5880	- 480	- 0.56493	+ 5259	+ 0.16328	- 710
185.0	92.50	- 0.59958	+ 1538	+ 1.82771	- 742	+ 0.5400	- 538	- 0.51234	+ 5895	+ 0.17088	- 505
187.5	93.75	- 0.58420	+ 499	+ 1.82029	- 158	+ 0.4862	- 145	- 0.45339	+ 1587	+ 0.17543	- 84
188.125	94.0625	- 0.57921	+ 550	+ 1.81871	- 145	+ 0.4717	- 149	- 0.43752	+ 1638	+ 0.17627	- 64
188.750	94.3750	- 0.57371	+ 604	+ 1.81726	- 130	+ 0.4568	- 154	- 0.42114	+ 1691	+ 0.17691	- 44
189.375	94.6875	- 0.59767	+ 661	+ 1.81596	- 110	+ 0.4414	- 159	- 0.40423	+ 1748	+ 0.17735	- 18
190.000	95.0000	- 0.56106	+ 722	+ 1.81486	- 90	+ 0.4255	- 161	- 0.38675	+ 1809	+ 0.17753	+ 8
190.625	95.3125	- 0.55384	+ 788	+ 1.81396	- 65	+ 0.4091	- 169	- 0.36866	+ 1873	+ 0.17745	+ 39
191.250	95.6250	- 0.54596	+ 858	+ 1.81331	- 36	+ 0.3922	- 176	- 0.34993	+ 1944	+ 0.17706	+ 74
191.875	95.9375	- 0.53738	+ 933	+ 1.81295	- 3	+ 0.3746	- 183	- 0.33049	+ 2017	+ 0.17632	+ 113
192.500	96.2500	- 0.52805	+ 1016	+ 1.81292	+ 37	+ 0.3563	- 189	- 0.31032	+ 2100	+ 0.17519	+ 158
193.125	96.5625	- 0.51789	+ 1108	+ 1.81329	+ 85	+ 0.3374	- 197	- 0.28932	+ 2192	+ 0.17361	+ 213
193.750	96.8750	- 0.50681	+ 1208	+ 1.81414	+ 143	+ 0.3177	- 206	- 0.26740	+ 2290	+ 0.17148	+ 276
194.375	97.1875	- 0.49473	+ 1321	+ 1.81557	+ 213	+ 0.2971	- 216	- 0.24450	+ 2403	+ 0.16872	+ 353
195.000	97.5000	- 0.48152	+ 1448	+ 1.81770	+ 302	+ 0.2755	- 226	- 0.22047	+ 2529	+ 0.16519	+ 447
195.625	97.8125	- 0.46704	+ 1592	+ 1.82072	+ 415	+ 0.2529	- 239	- 0.19518	+ 2673	+ 0.16072	+ 566
196.250	98.1250	- 0.45112	+ 1761	+ 1.82487	+ 565	+ 0.2290	- 255	- 0.16845	+ 2829	+ 0.15506	+ 723
196.875	98.4375	- 0.43351	+ 1959	+ 1.83052	+ 768	+ 0.2037	- 270	- 0.14016	+ 3049	+ 0.14783	+ 931
197.500	98.7500	- 0.41392	+ 2199	+ 1.83820	+ 1069	+ 0.1767	- 289	- 0.10967	+ 3276	+ 0.13852	+ 1237
198.125	99.0625	- 0.39193	+ 2482	+ 1.84889	+ 1540	+ 0.1478	- 312	- 0.07691	+ 3559	+ 0.12615	+ 1715
198.750	99.3750	- 0.36711	+ 444	+ 1.86429	+ 322	+ 0.1166	- 54	- 0.04132	+ 633	+ 0.10900	+ 352
198.8542	99.4271	- 0.36267	+ 453	+ 1.86751	+ 347	+ 0.1112	- 55	- 0.03509	+ 641	+ 0.10548	+ 377
198.9584	99.4792	- 0.35814	+ 461	+ 1.87098	+ 375	+ 0.1057	- 55	- 0.02876	+ 640	+ 0.10171	+ 405

r_0	r^1	x	Diff.	y	Diff.	q	Diff.	x_1	Diff.	y_1	Diff.
0	0										
199.0625	99.5312	-0.35353	+ 468	+ 1.87473	+ 408	+ 0.1002	- 56	- 0.02236	+ 617	- 0.09766	+ 438
199.1696	99.5833	-0.34885	+ 475	+ 1.87881	+ 444	+ 0.0946	- 56	- 0.01589	+ 655	- 0.09328	+ 474
199.2708	99.6354	-0.34410	+ 479	+ 1.88325	+ 485	+ 0.0890	- 56	- 0.00934	+ 658	- 0.08854	+ 516
199.3750	99.6875	-0.33931	+ 481	+ 1.88810	+ 532	+ 0.0834	- 56	- 0.00276	+ 660	- 0.08338	+ 563
199.4791	99.7395	-0.33450	+ 478	+ 1.89342	+ 587	+ 0.0778	- 55	+ 0.00384	+ 637	- 0.07775	+ 618
199.5832	99.7916	-0.32972	+ 468	+ 1.89929	+ 649	+ 0.0723	- 53	+ 0.01041	+ 645	- 0.07157	+ 679
199.6874	99.8437	-0.32504	+ 448	+ 1.90578	+ 719	+ 0.0670	- 52	+ 0.01686	+ 629	- 0.06478	+ 750
199.7916	99.8958	-0.32056	+ 416	+ 1.91297	+ 799	+ 0.0618	- 49	+ 0.02315	+ 596	- 0.05728	+ 831
199.8958	99.9479	-0.31640	+ 364	+ 1.92096	+ 887	+ 0.0569	- 43	+ 0.02911	+ 543	- 0.04897	+ 919
200.0000	100.000	-0.31276	+ 285	+ 1.92983	+ 975	+ 0.0526	- 34	+ 0.03454	+ 464	- 0.03978	+ 1006
200.1042	100.0521	-0.30991	+ 176	+ 1.93958	+ 1056	+ 0.0492	- 25	+ 0.03918	+ 351	- 0.02972	+ 1088
200.2084	100.1042	-0.30815	+ 39	+ 1.95014	+ 1117	+ 0.0467	- 12	+ 0.04272	+ 219	- 0.01884	+ 1149
200.3125	100.1562	-0.30776	+ 118	+ 1.96131	+ 1143	+ 0.0455	+ 2	+ 0.04491	+ 61	- 0.00735	+ 1175
200.4167	100.2083	-0.30894	+ 275	+ 1.97274	+ 1126	+ 0.0457	+ 16	+ 0.04552	+ 97	+ 0.00440	+ 1158
200.5208	100.2604	-0.31169	+ 411	+ 1.98400	+ 1078	+ 0.0473	+ 29	+ 0.04455	+ 232	+ 0.01598	+ 1111
200.6250	100.3125	-0.31580	+ 521	+ 1.99478	+ 1008	+ 0.0502	+ 38	+ 0.04223	+ 342	+ 0.02709	+ 1041
200.7292	100.3646	-0.32101	+ 603	+ 2.00486	+ 930	+ 0.0540	+ 44	+ 0.03881	+ 424	+ 0.03750	+ 962
200.8334	100.4167	-0.32704	+ 662	+ 2.01416	+ 853	+ 0.0584	+ 50	+ 0.03457	+ 483	+ 0.04712	+ 886
200.9375	100.4687	-0.33366	+ 701	+ 2.02269	+ 780	+ 0.0634	+ 53	+ 0.02974	+ 522	+ 0.05598	+ 813
201.0417	100.5208	-0.34067	+ 726	+ 2.03049	+ 714	+ 0.0687	+ 54	+ 0.02452	+ 548	+ 0.06411	+ 748
201.1458	100.5729	-0.34793	+ 742	+ 2.03763	+ 655	+ 0.0741	+ 55	+ 0.01904	+ 563	+ 0.07159	+ 688
201.2500	100.6250	-0.35535	+ 750	+ 2.04418	+ 603	+ 0.0796	+ 56	+ 0.01341	+ 571	+ 0.07847	+ 637
201.3542	100.6771	-0.36285	+ 754	+ 2.05021	+ 557	+ 0.0852	+ 56	+ 0.00770	+ 576	+ 0.08484	+ 590
201.4584	100.7292	-0.37039	+ 754	+ 2.05578	+ 517	+ 0.0908	+ 56	+ 0.00194	+ 575	+ 0.09074	+ 551
201.5625	100.7812	-0.37793	+ 752	+ 2.06095	+ 482	+ 0.0964	+ 55	- 0.00381	+ 573	+ 0.09625	+ 517
201.6667	100.8333	-0.38545	+ 749	+ 2.06577	+ 450	+ 0.1019	+ 54	- 0.00954	+ 571	+ 0.10142	+ 484
201.7709	100.8854	-0.39294	+ 745	+ 2.07027	+ 420	+ 0.1073	+ 54	- 0.01525	+ 566	+ 0.10626	+ 454
201.8751	100.9375	-0.40039	+ 739	+ 2.07447	+ 394	+ 0.1127	+ 53	- 0.02091	+ 561	+ 0.11080	+ 429
201.9792	100.9896	-0.40778	+ 734	+ 2.07841	+ 371	+ 0.1180	+ 54	- 0.02652	+ 555	+ 0.11509	+ 405
202.0834	101.0417	-0.41512	+ 728	+ 2.08212	+ 351	+ 0.1234	+ 54	- 0.03207	+ 550	+ 0.11914	+ 386
202.1876	101.0938	-0.42240	+ 723	+ 2.08563	+ 332	+ 0.1286	+ 52	- 0.03757	+ 545	+ 0.12300	+ 367
202.2917	101.1458	-0.42963	+ 717	+ 2.08895	+ 315	+ 0.1338	+ 51	- 0.04302	+ 540	+ 0.12667	+ 350
202.3958	101.1979	-0.43680	+ 711	+ 2.09210	+ 298	+ 0.1389	+ 50	- 0.04842	+ 535	+ 0.13017	+ 334
202.5000	101.2500	-0.44391	+ 4140	+ 2.09508	+ 1509	+ 0.1439	+ 288	- 0.05377	+ 3067	+ 0.13351	+ 1725
203.125	101.5625	-0.48531	+ 3944	+ 2.11017	+ 1149	+ 0.1727	+ 269	- 0.08444	+ 2876	+ 0.15076	+ 1370
203.750	101.8750	-0.52475	+ 3774	+ 2.12166	+ 894	+ 0.1996	+ 252	- 0.11320	+ 2707	+ 0.16446	+ 1122
204.375	102.1875	-0.56249	+ 3626	+ 2.13060	+ 703	+ 0.2248	+ 237	- 0.14027	+ 2560	+ 0.17568	+ 936
205.000	102.5000	-0.59875	+ 3495	+ 2.13763	+ 553	+ 0.2485	+ 224	- 0.16587	+ 2431	+ 0.18504	+ 792
205.625	102.8125	-0.63370	+ 3381	+ 2.14316	+ 432	+ 0.2709	+ 213	- 0.19018	+ 2318	+ 0.19296	+ 677
206.250	103.1250	-0.66751	+ 3278	+ 2.14748	+ 332	+ 0.2922	+ 204	- 0.21336	+ 2216	+ 0.19973	+ 582
206.875	103.4375	-0.70029	+ 3186	+ 2.15080	+ 246	+ 0.3126	+ 195	- 0.23552	+ 2126	+ 0.20555	+ 503
207.500	103.7500	-0.73215	+ 3101	+ 2.15326	+ 173	+ 0.3321	+ 187	- 0.25678	+ 2042	+ 0.21058	+ 435
208.125	104.0625	-0.76316	+ 3023	+ 2.15499	+ 109	+ 0.3508	+ 179	- 0.27720	+ 1966	+ 0.21493	+ 376
208.750	104.3750	-0.79339	+ 2952	+ 2.15608	+ 52	+ 0.3687	+ 173	- 0.29686	+ 1896	+ 0.21869	+ 326
209.375	104.6875	-0.82291	+ 2885	+ 2.15660	+ 1	+ 0.3860	+ 167	- 0.31582	+ 1830	+ 0.22195	+ 281
210.000	105.0000	-0.85176	+ 2822	+ 2.15661	+ 44	+ 0.4027	+ 161	- 0.33412	+ 1769	+ 0.22476	+ 241
210.625	105.3125	-0.87998	+ 2764	+ 2.15617	+ 86	+ 0.4188	+ 156	- 0.35181	+ 1713	+ 0.22717	+ 205
211.250	105.6250	-0.90762	+ 2709	+ 2.15531	+ 124	+ 0.4344	+ 150	- 0.36894	+ 1659	+ 0.22922	+ 173
211.875	105.9375	-0.93471	+ 2658	+ 2.15407	+ 159	+ 0.4494	+ 146	- 0.38553	+ 1610	+ 0.23095	+ 143
212.500	106.2500	-0.96129	+ 2608	+ 2.15248	+ 192	+ 0.4640	+ 142	- 0.40163	+ 1562	+ 0.23238	+ 116
213.125	106.5625	-0.98737	+ 2561	+ 2.15056	+ 222	+ 0.4782	+ 137	- 0.41725	+ 1516	+ 0.23354	+ 92
213.750	106.8750	-1.01298	+ 2516	+ 2.14834	+ 251	+ 0.4919	+ 133	- 0.43241	+ 1473	+ 0.23446	+ 68
214.375	107.1875	-1.03814	+ 2473	+ 2.14583	+ 277	+ 0.5052	+ 129	- 0.44714	+ 1432	+ 0.23514	+ 49
215.000	107.5000	-1.06287	+ 2432	+ 2.14306	+ 301	+ 0.5181	+ 126	- 0.46146	+ 1392	+ 0.23563	+ 30
215.625	107.8125	-1.08719	+ 2392	+ 2.14005	+ 325	+ 0.5307	+ 122	- 0.47538	+ 1355	+ 0.23593	+ 11

r_0	v^1	x	Diff.	y	Diff.	g	Diff.	x_1	Diff.	y_1	Diff.
0	0										
216.250	108.1250	-1.11111	-2354	+2.13680	-347	+0.5429	+119	-0.48893	-1318	+0.23604	-5
216.875	108.4375	-1.13465	-2316	+2.13333	-368	+0.5548	+115	-0.50211	-1282	+0.23599	-20
217.500	108.7500	-1.15781	-2281	+2.12965	-388	+0.5663	+112	-0.51493	-1249	+0.23579	-34
218.125	109.0625	-1.18062	-2247	+2.12577	-406	+0.5776	+109	-0.52742	-1217	+0.23545	-47
218.750	109.3750	-1.20309	-2214	+2.12171	-425	+0.5885	+107	-0.53959	-1186	+0.23498	-61
219.375	109.6875	-1.22523	-2181	+2.11746	-443	+0.5992	+105	-0.55145	-1159	+0.23437	-73
220.000	110.0000	-1.24704	-2147	+2.11303	-462	+0.6097	+102	-0.56300	-1137	+0.23364	-89
222.5	111.25	-1.33124	-7960	+2.09374	-1929	+0.6185	+388	-0.60637	-4337	+0.22972	-392
225.0	112.50	-1.41084	-7534	+2.07213	-2161	+0.6834	+349	-0.64547	-3910	+0.22437	-535
227.5	113.75	-1.48623	-7147	+2.04847	-2366	+0.7148	+314	-0.68075	-3528	+0.21785	-652
230.0	115.00	-1.55770	-6778	+2.02300	-2547	+0.7429	+281	-0.71246	-3171	+0.21038	-747
232.5	116.25	-1.62548	-6428	+1.99588	-2712	+0.7680	+251	-0.74090	-2844	+0.20213	-825
235.0	117.50	-1.68976	-6091	+1.96726	-2862	+0.7903	+223	-0.76626	-2536	+0.19324	-889
237.5	118.75	-1.75067	-5766	+1.93725	-3001	+0.8093	+195	-0.78869	-2243	+0.18380	-944
240.0	120.00	-1.80833	-5451	+1.90595	-3130	+0.8268	+170	-0.80833	-1964	+0.17390	-990
242.5	121.25	-1.86284	-5143	+1.87346	-3249	+0.8413	+145	-0.82529	-1696	+0.16364	-1026
245.0	122.50	-1.91427	-4840	+1.83985	-3361	+0.8535	+12	-0.83967	-1438	+0.15307	-1057
247.5	123.75	-1.96267	-4542	+1.80518	-3467	+0.8634	+99	-0.85153	-1186	+0.14224	-1083
250.0	125.00	-2.00809	-4247	+1.76951	-3567	+0.8709	+75	-0.86094	-941	+0.13120	-1104
252.5	126.25	-2.05056	-3954	+1.73289	-3662	+0.8762	+53	-0.86794	-700	+0.12000	-1120
255.0	127.50	-2.09010	-3660	+1.69538	-3751	+0.8793	+31	-0.87258	-464	+0.10867	-1133
257.5	128.75	-2.12670	-3366	+1.65703	-3835	+0.8802	+9	-0.87485	-227	+0.09726	-1141
260.0	130.00	-2.16039	-3070	+1.61787	-3916	+0.8789	+13	-0.87479	-6	+0.08578	-1148
262.5	131.25	-2.19106	-2770	+1.57795	-3992	+0.8754	+35	-0.87237	+242	+0.07427	-1151
265.0	132.50	-2.21876	-2465	+1.53730	-4065	+0.8698	+56	-0.86758	+479	+0.06274	-1153
267.5	133.75	-2.24341	-2155	+1.49597	-4133	+0.8619	+79	-0.86039	+719	+0.05124	-1150
270.0	135.00	-2.26496	-1836	+1.45400	-4197	+0.8517	+102	-0.85075	+964	+0.03979	-1145
272.5	136.25	-2.28332	-1509	+1.41144	-4256	+0.8391	+126	-0.83859	+1216	+0.02842	-1137
275.0	137.50	-2.29841	-1172	+1.36832	-4312	+0.8240	+151	-0.82385	+1474	+0.01714	-1128
277.5	138.75	-2.31013	-819	+1.32468	-4364	+0.8064	+176	-0.80645	+1740	+0.00599	-1115
280.0	140.00	-2.31832	-450	+1.28057	-4411	+0.7862	+202	-0.78623	+2022	+0.00500	-1099
282.5	141.25	-2.32282	-62	+1.23604	-4453	+0.7632	+230	-0.76305	+2318	+0.01581	-1081
285.0	142.50	-2.32344	+351	+1.19116	-4488	+0.7372	+260	-0.73673	+2632	+0.02636	-1055
287.5	143.75	-2.31993	+794	+1.14599	-4517	+0.7080	+292	-0.70704	+2969	+0.03663	-1027
290.0	145.00	-2.31199	+1276	+1.10061	-4538	+0.6753	+327	-0.67368	+3336	+0.04654	-991
292.5	146.25	-2.29923	+1810	+1.05511	-4550	+0.6387	+366	-0.63629	+3739	+0.05603	-949
295.0	147.50	-2.28113	+2410	+1.00964	-4547	+0.5979	+409	-0.59435	+4194	+0.06496	-893
297.5	148.75	-2.25703	+3101	+0.96438	-4526	+0.5521	+458	-0.54721	+4714	+0.07317	-821
300.0	150.00	-2.22692	+3929	+0.91957	-4481	+0.5005	+516	-0.49397	+5324	+0.08043	-726
302.5	151.25	-2.18673	+4972	+0.87566	-4391	+0.4418	+587	-0.43328	+6069	+0.08632	-589
305.0	152.50	-2.13701	+1445	+0.83335	-4231	+0.3740	+678	-0.36299	+7029	+0.09015	-383
305.625	152.8125	-2.12256	+1541	+0.82316	-1019	+0.3553	+187	-0.34353	+1946	+0.09065	-50
306.250	153.1250	-2.10715	+1648	+0.81319	-997	+0.3357	+196	-0.32316	+2037	+0.09090	-25
306.875	153.4375	-2.09067	+1768	+0.80350	-969	+0.3152	+205	-0.30178	+2138	+0.09085	-5
307.500	153.7500	-2.07299	+1905	+0.79414	-936	+0.2936	+216	-0.27924	+2254	+0.09044	-41
308.125	154.0625	-2.05394	+2065	+0.78518	-896	+0.2707	+229	-0.25540	+2384	+0.08960	-84
308.750	154.3750	-2.03329	+2255	+0.77673	-845	+0.2463	+244	-0.23004	+2536	+0.08823	-137
309.375	154.6875	-2.01074	+2487	+0.76897	-776	+0.2203	+260	-0.20276	+2728	+0.08614	-209
310.000	155.0000	-1.98587	+2785	+0.76217	-680	+0.1922	+281	-0.17325	+2951	+0.08307	-307
310.625	155.3125	-1.95802	+3199	+0.75676	-541	+0.1613	+309	-0.14083	+3242	+0.07855	-452
311.250	155.6250	-1.92603	+586	+0.75364	-312	+0.1266	+347	-0.10431	+3652	+0.07177	-678
311.3542	155.6771	-1.92017	+604	+0.75345	-19	+0.1204	+62	-0.09770	+661	+0.07031	-146
311.4584	155.7292	-1.91413	+626	+0.75340	5	+0.1140	+64	-0.09091	+679	+0.06870	-161
311.5625	155.7812	-1.90787	+648	+0.75350	10	+0.1074	+66	-0.08390	+701	+0.06694	-176
311.6667	155.8333	-1.90139	+672	+0.75378	28	+0.1006	+68	-0.07667	+723	+0.06500	-194
					49		71		746		214

r_0	v^1	x	Diff.	y	Diff.	z	Diff.	x_1	Diff.	y_1	Diff.
0	0										
311.7709	155.8854	-1.89467	+	701	+	75	+	73	-	775	-
311.8751	155.9375	-1.88766	+	733	+	105	+	76	-	807	-
311.9792	155.9896	-1.88033	+	770	+	146	+	79	-	844	-
312.0834	156.0417	-1.87263	+	811	+	198	+	82	-	885	-
312.1876	156.0938	-1.86452	+	860	+	267	+	87	-	933	-
312.2917	156.1458	-1.85592	+	917	+	370	+	92	-	991	-
312.3958	156.1979	-1.84675	+	978	+	527	+	97	-	1051	-
312.5000	156.2500	-1.83697	+	253	+	169	+	25	-	271	-
312.526	156.263	-1.83444	+	255	+	188	+	24	-	274	-
312.552	156.276	-1.83189	+	255	+	211	+	24	-	273	-
312.578	156.289	-1.82934	+	252	+	238	+	24	-	270	-
312.604	146.302	-1.82682	+	246	+	270	+	24	-	265	-
212.630	156.315	-1.82436	+	233	+	309	+	23	-	251	-
312.656	156.328	-1.82203	+	209	+	352	+	20	-	227	-
312.682	156.341	-1.81994	+	170	+	396	+	16	-	188	-
312.708	156.354	-1.81824	+	111	+	439	+	10	-	130	-
312.734	156.367	-1.81713	+	33	+	463	+	3	-	51	-
312.760	156.380	-1.81680	+	48	+	462	+	6	-	30	-
312.786	156.393	-1.81728	+	123	+	438	+	12	-	105	-
312.812	156.406	-1.81851	+	178	+	400	+	18	-	159	-
312.838	156.419	-1.82029	+	215	+	358	+	21	-	197	-
312.864	156.432	-1.82244	+	239	+	319	+	23	-	221	-
312.890	156.445	-1.82483	+	253	+	285	+	24	-	235	-
312.916	126.458	-1.82736	+	259	+	254	+	25	-	241	-
312.942	156.471	-1.82995	+	262	+	228	+	25	-	244	-
312.968	156.484	-1.83257	+	263	+	208	+	25	-	244	-
312.994	156.497	-1.83520	+	264	+	192	+	25	-	246	-
313.021	156.510	-1.83784	+	1026	+	621	+	96	-	954	-
313.1250	156.5625	-1.84810	+	981	+	465	+	91	-	909	-
313.2292	156.6146	-1.85791	+	937	+	362	+	86	-	865	-
313.3333	156.6666	-1.86728	+	896	+	289	+	82	-	824	-
313.4375	156.7187	-1.87624	+	860	+	234	+	78	-	788	-
313.5417	156.7708	-1.88184	+	829	+	191	+	75	-	757	-
313.6459	156.8229	-1.89313	+	801	+	157	+	71	-	730	-
313.7500	156.8750	-1.90114	+	776	+	127	+	69	-	705	-
313.8542	156.9271	-1.90890	+	753	+	103	+	67	-	682	-
313.9584	156.9792	-1.91643	+	732	+	12	+	64	-	661	-
314.0625	157.0312	-1.92375	+	714	+	65	+	63	-	642	-
314.1666	157.0833	-1.93089	+	697	+	49	+	61	-	627	-
314.2708	157.1354	-1.93786	+	681	+	35	+	60	-	611	-
314.3750	157.1875	-1.94467	+	3814	+	0	+	330	-	3393	-
315.000	157.5000	-1.98281	+	3449	+	260	+	294	-	3035	-
315.625	157.8125	-2.01730	+	3174	+	431	+	268	-	2764	-
316.250	158.1250	-2.04904	+	2956	+	553	+	247	-	2553	-
316.875	158.4375	-2.07860	+	2776	+	617	+	229	-	2377	-
317.500	158.7500	-2.10636	+	2622	+	720	+	214	-	2230	-
318.125	159.0625	-2.13258	+	2488	+	780	+	202	-	2101	-
318.750	159.3750	-2.15746	+	2370	+	829	+	191	-	1988	-
319.375	159.6875	-2.18116	+	2264	+	873	+	181	-	1888	-
320.000	160.000	-2.20380	+	2167	+	910	+	172	-	1797	-
320.625	160.3125	-2.22547	+	2072	+	943	+	164	-	1715	-
321.250	160.6250	-2.24626	+	1997	+	972	+	157	-	1638	-
321.875	160.9375	-2.26623	+	1920	+	997	+	150	-	1566	-
322.500	161.2500	-2.28543	+	1847	+	1019	+	143	-	1500	-
323.125	161.5625	-2.30390	+	1780	+	1041	+	137	-	1437	-

v_0	v^1	x	Diff.	y	Diff.	z	Diff.	x_1	Diff.	y_1	Diff.
0	0										
323.750	161.8750	-2.32170	-1717	+0.75099	-1060	+0.4402	+132	-0.42094	-1381	+0.12881	-23
324.375	162.1875	-2.33887	-1657	+0.74039	-1078	+0.4534	+126	-0.43475	-1326	+0.12858	-39
325.000	162.5000	-2.35544	-1600	+0.72961	-1094	+0.4660	+121	-0.44801	-1275	+0.12819	-53
325.625	162.8125	-2.37144	-1544	+0.71867	-1109	+0.4781	+116	-0.46076	-1224	+0.12766	-65
326.250	163.1250	-2.38688	-1492	+0.70758	-1124	+0.4897	+112	-0.47300	-1178	+0.12701	-79
326.875	163.4375	-2.40180	-1442	+0.69634	-1137	+0.5009	+108	-0.48478	-1134	+0.12622	-91
327.500	163.7500	-2.41622	-1393	+0.68497	-1149	+0.5117	+104	-0.49612	-1091	+0.12531	-101
328.125	164.0625	-2.43015	-1346	+0.67348	-1161	+0.5221	+99	-0.50703	-1049	+0.12430	-111
328.750	164.3750	-2.44361	-1300	+0.66187	-1172	+0.5320	+95	-0.51752	-1009	+0.12319	-121
329.375	164.6875	-2.45661	-1257	+0.65015	-1184	+0.5415	+92	-0.52761	-972	+0.12198	-131
330.000	165.0000	-2.46918	-1207	+0.63831	-1194	+0.5507	+89	-0.53733	-936	+0.12067	-141
332.5	166.25	-2.51527	-1157	+0.59004	-1207	+0.5840	+86	-0.57259	-900	+0.11467	-151
335.0	167.50	-2.55513	-1107	+0.54050	-1219	+0.6121	+81	-0.60253	-864	+0.10762	-161
337.5	168.75	-2.58924	-1057	+0.48990	-1230	+0.6356	+76	-0.62767	-828	+0.09972	-171
340.0	170.00	-2.61796	-1007	+0.43841	-1240	+0.6548	+71	-0.64835	-792	+0.09111	-181
342.5	171.25	-2.64153	-957	+0.38616	-1249	+0.6699	+66	-0.66481	-756	+0.08191	-191
345.0	172.50	-2.66016	-907	+0.33328	-1258	+0.6811	+61	-0.67727	-720	+0.07223	-201
347.5	173.75	-2.67398	-857	+0.27987	-1267	+0.6887	+56	-0.68587	-684	+0.06214	-211
350.0	175.00	-2.68306	-807	+0.22600	-1276	+0.6926	+51	-0.69067	-648	+0.05169	-221
352.5	176.25	-2.68745	-757	+0.17176	-1285	+0.6929	+46	-0.69173	-612	+0.04095	-231
350.0	177.50	-2.68714	-707	+0.11724	-1294	+0.6896	+41	-0.68905	-576	+0.03000	-241
357.5	178.75	-2.68208	-657	+0.06250	-1303	+0.6827	+36	-0.68255	-540	+0.01887	-251
360.0	180.00	-2.67220	-607	+0.00763	-1312	+0.6721	+31	-0.67220	-504	+0.00763	-261

Damit man sich leichter ein Bild von der Bewegung des Körpers C in dem vorliegenden Fall machen könne, habe ich wieder zur graphischen Darstellung gegriffen. Wirft der Leser einen Blick auf Tafel III, so bemerkt er im Centrum der zwei concentrischen Halbkreise einen Punkt, welcher die Lage des Körpers A angiebt. Der kleinere der zwei Halbkreise markirt die ungestörte Bahn des Körpers C , die anfänglich hackenförmig, dann epicyklisch gekrümmte Linie dessen wahre (gestörte) Bahn, während der grössere Halbkreis die Bahn des störenden Körpers B versinnlicht. Die Richtung der Bewegung wurde auch hier durch Pfeile markirt und bezeichnen die fortlaufenden gleichen Nummern in der Bahn von B und C die jeweilige gleichzeitige Lage dieser zwei Körper in ihrer Bahn.

Während im früher behandelten Fall der gestörte Körper wenigstens für einen längeren Zeitraum bei dem Centralkörper, den er auch in der ungestörten Bahn hätte umkreisen sollen, blieb, entfernt sich hier der gestörte Körper sofort von demselben, um bald ganz zu dem störenden Körper überzugehen, den er schliesslich als Trabant und zwar in einer lang gestreckten und sehr excentrischen Ellipse umkreist.

Die relative Bahn von C um B gibt Tafel IV wieder. Wie man bemerkt, fallen die ersten zwei Umläufe wieder weit näher zusammen als der dritte mit den vorhergehenden, doch berücksichtigt man auch die grosse Unsicherheit der obigen Werthe, welche hier schon durch die ausserordentliche Annäherung des gestörten an den störenden Körper bedingt wird, so erscheint doch die Möglichkeit ausgeschlossen, als ob wir es hier bloss mit einer scheinbaren Differenz zu thun hätten.

Grösseres Interesse bietet nur der erste Theil der Bahn bis zur Annäherung an den Körper B dar. Die Anfangsgeschwindigkeit so zu ändern, dass die Körper B und C zusammenstossen, ist hier ein Leichtes.













