

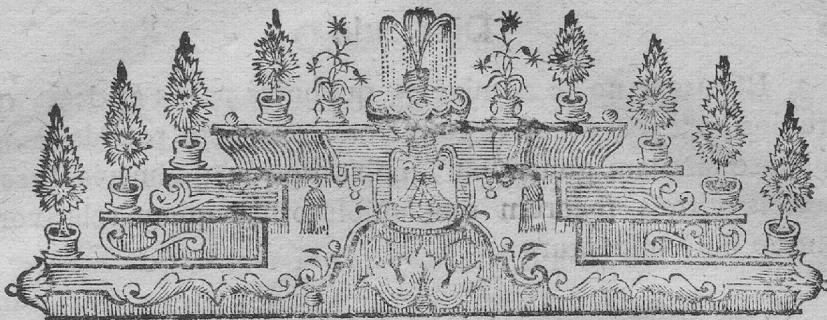
DISSERTATIO
CATADIOPTRICA ELABORATA

P E R

JOANNEM BAPTISTAM DE LASARRE,
HISTORIARUM ET GEOGRAPHIAE PROFESSOREM, ELECTORALIS SCIEN-
TIARUM ACADEMIAE BOICAE MEMBRUM ORDINARIUM.

САДОВНИК
АРХИТЕКТОР

САДОВНИЧЕСКАЯ КНИГА
ПОСВЯЩЕННАЯ ПРИРОДЕ
И МАСТЕРСТВУ САДОВНИКА
И АРХИТЕКТОРА



DE
CATADIOPTRICA SPHAERICA.

I.



Quæ ad nostra usque tempora de Catadioptrica sphærica dicta sunt & scripta, ad solas luminis radiorum proprietates pertinent, qui radii, in specula spærica cadentes, in suis superficiebus absque refractione reflectuntur: eorundem radiorum proprietates, qui, in lenticulas vitreas sphæricas cadentes, per ipsas transeunt, & transeundo refringuntur, quin reflectantur, hæ sunt Dioptricæ sphæricæ objectum.

2. Hi iidemque radii, in lenticulas vitreas sphæricas ex una parte stanno obductas cadentes, si considerentur, hos radios dico refrangi simul & reflecti; unde horum speculorum sphæricorum vitreorum proprietates ut accuratius dignoscantur, horum radiorum, in hæc specula cadentium, reflexionis simul & refractionis effectus considerandi sunt.

¶

3. Huc-

3. Hucusque nosco neminem, qui hujus partis opticæ, quoad radios reflexos simul & refractos, elementa tradiderit, aut regulam quamdam generalem, cuius ope in quibusvis speculis sphæricis vitreis focorum tam absolutorum quam relativorum distantiaæ determininentur.

4. Hæc pars tamen minime despicienda videtur. I^o enim speculorum sphæricorum vitreorum numerus major est, quam numerus speculorum lucem reflectentium, aut lenticularum lucem tantum refringentium. Numerus speculorum simpliciter reflectentium si multiplicetur per numerum lenticularum lucem tantum refringentium, productum tot speculorum vitreorum species diversas administrabit.

5. Horum speculorum proprietates non minus mirabiles sunt proprietatibus lenticularum vitrearum, speculisque sphæricis ex metallo: plures ipsis solis propriæ sunt, nec cœteris convenient: ipsorum usus extensior est speculis metallicis, suntque ad captum omnium; si quoad quasdam partes considerentur, perfections & utilitates continent, quæ in speculis metallicis difficile invenirentur. Deinde majorem luminis quantitatem reflectunt, ac proinde, cœteris utrinque paribus, majorem vim comburendi continent.

6. Aliunde ad specula metallica perfecte elaboranda quacunque methodo quis utatur, specula vitrea ad perfectionem facilius deducuntur; specula autem metallica etiam perfectissima non absque maxima sollicitudine conservantur, æruginem contrahunt, nitorque ipsorum facile hebetatur; hebetata semel aut ærugine exesa perfecte lævigari amplius non possunt, quin de primævo

niture multum perdant; specula autem vitrea facile mundantur & conservantur; immo novo stanno obduci & laevigari possunt, quin de prima perfectione aliquid deperdant.

7. Quapropter hac in dissertatione horum speculorum vitreorum sphæricorum præcipuas proprietates detegere satagam.

8. Scientiam, hæc specula tractantem, *Catadioptricam* dico & merito: scientia lucis tantum reflexæ dicitur *Catoptrica*, lucis autem refractæ *Dioptrica*; scientia ergo, cuius objectum est eadem lux reflexa simul & refracta, merito *catadioptrica* vocatur. Sequentibus in demonstrationibus suppono notitiam elementorum Dioptricæ simul & Catoptricæ; unde

PRINCIPIA.

9. 1° Angulus incidentiæ angulo reflexionis semper æqualis est.

10. 2° Lucis radio ex aere per vitrum transeunte, sinus anguli incidentiæ se habet ad angulum refractionis uti 3 ad 2. similis autem radius si per vitrum aerem petat, uti 2 ad 3.

11. 3° Radii Paralleli, in Speculum sphæricum cadentes, post reflectionem vel in uno puncto colliguntur, aut versus unicum idemque punctum diriguntur.

12. 4° Radii parallelî, in superficiem sphæricam vitream cadentes, post refractionem vel in unico puncto concurrunt vel versus idem punctum diriguntur.

12. 5°. Hoc punctum, in quo post reflexionem aut refractionem radii parallelī concurrunt aut diriguntur, dicitur focus radiorū parallelōrum, sive focus absolutus, aut simpliciter *focus*.

14. 6°. Radii, in superficiem speculi sphærici vel in superficiem sphæricam refrangentem cadentes, si proveniant ab unicō axeos puncto, aut si versus unicum idemque punctum dirigantur; post reflexionem aut refractionem in unicō puncto se colligunt, aut versus idem punctum diriguntur.

15. 7°. Hæc axeos puncta, a quibus radii incipiunt vel versus quæ diriguntur, *foci respectivi*, aut foci radiorū obliquorum vocantur.

16. 8°. Radii paralleli si in speculum sphæricum cedant, ipsorum collectionis punctum sive focus post reflexionem distat ab hujus speculi superficie pro quarta parte diametri ejus sphæræ, cuius pars est.

17. 9°. Radii paralleli si ex vitro in aërem per superficiem sphæricam concavam aut convexam transeunt, ipsorum focus distabit a centro speculi pro tribus semidiametris sphæræ, cuius pars est.

18. 10°. Hoc in casu superficies si sit convexa, focus erit ultra speculum vitreum; si concava, focus erit intra speculi crassitiem aut versus eamdem partem, a qua radii proveniunt.

19. 11°. In utroque hoc casu focus radiorū parallelorum distabit a superficie concava aut convexa pro diametro concavitatis aut convexitatis speculi.

20. 12°. Radii paralleli si ex aëre per superficiem sphæricam concavam aut convexam speculum vitreum transeunt, focus ab hac superficie distabit pro tribus semidiametris concavatis aut convexitatis.

21. 13°. Hoc in casu, superficies si sit concava, focus erit ultra vitrum, si autem sit convexa, focus erit in ipso vitro, id est, versus eamdem partem, per quam radii ingrediuntur.

22. His principiis innituntur omnia, quæ de speculorum virtutum proprietatibus dicturi sumus.

DEFINITIONES.

23. 1°. In speculis vitreis duæ superficies considerandæ sunt, una stanno obducta, quæ lucem reflectit; altera non obducta, per quam radii libere transeunt.

24. 2°. Superficiem stanno obductam dico superficiem reflectentem, superficiem autem refringentem voco eam, quæ non obducta radiis luminaribus liberum transitum permittit.

25. 3°. Diametrum, semidiametrum, aut centrum superficie reflectentis aut refringentis dico esse diametrum, semidiametrum aut centrum sphæræ, cuius pars est.

26. 4°. Speculi vitrei superficiem refringentem indifferenter dicturus sum superficiem primam aut superficiem refringentem.

27. 5°. Pariter per speculorum superficiem reflectentem intelligo secundam aut reflectentem superficiem.

28. 6°. Lenticulæ superficies convexa si sit stanno obducta, hanc voco superficiem concavam; hæc enim relative ad radios, in ipsam cadentes, fit vere concava.

29. 7°. Similiter superficies concava si sit stanno obducta, hanc voco superficiem convexam.

30. 8°. Axis speculi sphærici est linea, quæ per bina superficerum centra transit, vel linea, binis his superficiebus perpendicularis.

31. 9°. Lenticula vitrea, cujuscunque speciei fit, cum in qualibet superficie stanno obduci possit, duas speculorum species diversas administrat.

32. 10°. Pro majori claritate, & vitanda confusione notandum est, quod lineæ duplicitæ uti H M N designent superficiem reflectentem; lineæ autem simplices H S N superficiem refringentem. Fig. 2.

33. 11°. Spatum autem duas inter has lineas per punctuala designatum indicat speculi crassitatem.

34. 12°. Ad designandos luminis radios utor lineis nigris aut tantum punctuatis; per nigras designantur radii veri, id est, via, quam radii vere tenent, per lineas vero punctuatas designo prolongationem radiorum, id est, viam, quam tenerent radii, si per superficiem reflectentem non impedirentur, aut per superficiem refringentem avia recta non deturbarentur. His prænotatis.

PRO-

PROPOSITIO I.

LEMMA.

35. In triangulo, duo anguli si sint valde acuti, Summa duorum laterum, angulum obtusum formantium, æqualis est lateri, angulo obtuso opposito.

36. Similiter ex eodem puncto A duæ si ducantur lineæ AB & AC Fig. 1. ad circumferentiam concavam aut convexam circuli, ita ut forment angulum valde acutum BAC, & harum linearum una per centrum transeat, binæ hæ lineæ sunt sensibiliter æquales; idem etiam dico, licet nulla ex his lineis per centrum transeat, dummodo a se invicem non multum distent; differentia enim in his casibus tam modica est, ut nulla æstimari possit.

37. In pluribus Dioptricæ & Catoptricæ demonstrationibus hæc æqualitas supponitur. Äqualitas hæc integra est in angulis infinite parvis, in quibus lineæ infinite proximæ sunt; proinde demonstrationes, his principiis innixæ, uti vere geometricæ considerandæ sunt.

38. In Dioptrica sicut & in Catoptrica sæpius accidit, ut hæ lineæ, licet non infinite proximæ, uti æquales accipientur, unaque alteri substituatur absque errore sensibili in omnibus proportionibus, in quibus his utimur, uti experientia constat.

PROPOSITIO II.

39. In qualibet speculorum vitreorum sphæricorum axi datur punctum, cuius proprietas est, quod radii, ab hoc puncto in speculum cadentes, post reflexionem & refractionem ad

ad hoc punctum revertantur, vel quod omnes radii, in speculum cadentes, si versus hoc punctum dirigantur, post reflexionem & refractionem in hoc speculo, versus idem punctum iterum dirigantur; ita ut in omnibus speculis vitreis detur casus, in quo radii post reflexionem & refractionem in speculo factas, per eamdem lineam, qua venere, revertantur, radiusque incidens, radius refractus & reflexus sequantur directio-
nem ejusdem lineaæ in sensu contrario ante & post reflexionem refractionemque.

DEMONSTRATIO.

Sit radius incidens A S, (fig. 2. 3. 4. 5. 9. 10. 13.) qui cadens in superficiem refringentem H S N, per ipsam transit, ita ut post refractionem radius fractus S M sit superficie reflectenti H M N perpendicularis. Evidens est, radium S M post reflexionem eidem superficie adhuc esse perpendicularem, consequen-
ter egredietur ex speculo per idem superficie refringentis punctum S, per quod ingressus est; unde sequitur, quod post secundam refractionem, in hoc punto factam, radius retro-
grediendo sequetur eamdem lineam S A, quam antea specu-
lum ingrediendo sequebatur.

Evidens autem est, quod in omnibus speculis vitreis detur casus in quo radii incidentes, facta refractione, speculum vi-
treum per primam superficiem H S N ingrediendo, secundæ su-
perficie H M N sint perpendicularares; ergo in omnibus speculis
vitreis datur casus, in quo radii incidentes, refracti & reflexi
secundum eamdem lineam tendunt, vel versus idem punctum
diriguntur ante & post reflexionem & refractionem in super-
ficiebus factas. Q. E. D.

40. Coro-

40. *Corollarium I.* (2. 3. 4. 13. fig.) Sequitur, quod in hoc casu, in quo radius fractus in occursu primæ superficiei est perpendicularis secundæ, radii, si veniant ab axeos puncto I ante speculum, post reflexionem & refractionem ad idem punctum I revertantur.

41. Si radii in speculum convergentes cadant, diriganturque versus axeos punctum I retro speculum, post reflexionem & refractionem revertentur per eamdem directionem lineæ AS, qua venere, eodemque modo ac si emanarent ab eodem puncto I.

42. Demum radii in speculum cadentes, si sint axi paralleli, post reflexionem & refractionem ex speculo egredientes adhuc axi parallelii erunt; unde dici potest, punctum I a speculo infinite distare. (Fig. 6. 8.)

43. *Corollarium II.* 7. fig. Eodem in casu superficies reflectens H M N si sit sphærica, radius fractus S M prolongatus transibit per centrum ejusdem superficiei reflectentis; superficies autem reflectens H M N si sit plana, tunc radius fractus S M erit axi CI parallelus.

44. *Nota.* Quod de radiis in specula cadentibus hic dico & in sequentibus dicturus sum, de radiis in puncta ab axi non multum distantia intelligi volo.

45. *Definitio.* Per centrum reflexionis intelligo hoc punctum I in axi, habens proprietatem jam demonstratam; evi-dens enim est, quod in speculis concavis simpliciter reflecten-

tibus omnes radii post reflexionem ad idem centrum, a quo venere, revertantur; in convexis autem radiis, qui in ipsa cadunt, cum sint convergentes versus centrum, post reflexionem redeunt divergentes, ac si ab eodem centro provenirent. Merito ergo centrum reflexionis dico hoc punctum, quod in speculis sphæricis vitreis hanc habet proprietatem, licet ipsius figuræ centrum non sit: exceptis casibus, in quibus binæ superficies, reflectens nempe & refringens, sunt concentricæ.

PROPOSITIO III.

46. Dato qualicunque speculo sphærico vitro
invenire centrum reflexionis.

SOLUTIO.

Centrum reflexionis invenietur hac analogia.

Uti distantia centri superficie reflectentis ad quoddam punctum, quod a superficie refringente magis distat quam suum centrum, pro integro diametro sphæra, cuius haec superficies portio est, ad hunc eundem diametrum: Ita distantia centri superficie reflectentis ad superficiem refringentem.

Pro qualibet speculorum sphæricorum vitreorum specie figuram delineavi, ut singulis in casibus radiorum via clarius innotescat, utque pateat differentia ab uno ad alterum casum; pro omnibus his casibus sufficit demonstratio propositionis præcedentis.

PRAE-

P R A E P A R A T I O.

47. HS NM sit speculum vitreum, cuius axis sit IO, (2.
3. 4. 5. 9. 10. 13. fig.) SM sit radius superficie reflectenti HMN
perpendicularis, qui ex utraque parte infinite prolongatus
hujus superficie centrum transeat. Per punctum O, quatenus
centrum superficie refringentis HSN, ducatur recta OF rectae
CR parallela, haec erit radius fractus protensus SM; recta OF
designabit axim eorum radiorum, qui prodeentes a parte in-
terna a speculi S ei sunt paralleli.

Recta OF fiat æqualis tribus semidiametris superficie re-
fringentis HSN; punctum F designabit focum radiorum, qui
a speculi vitrei parte interna prodeentes, sunt paralleli lineæ
OF (17); ergo radius MS, rectæ OF parallelus, egrediendo
ex speculo per punctum S, habebit radius suum fractum SA,
qui transit per punctum F, secatque axim IO in punto I, & hoc
punctum ex præcedenti propositione erit reflexionis centrum.

Jam per punctum O quatenus centrum superficie refrin-
gentis HSN ducatur recta OR, lineæ SA parallela, quæve
producta fecet radius CR in punto R; unde evidenter fit pa-
rallelogrammum ROFS; consequenter OR erit = FS & SR
= FO.

Ex punto O & intervallo OF fiat arcus BF, & ex inter-
vallo OR fiat arcus RP; unde sequitur, quod OB = OF, &
OP = OR (36), radius autem MS A si supponatur axi IO
valde proximus, recta CR erit = CP, SF = BE, CS = CE,
& SI = IE; ergo absque errore sensibili quælibet ex his lineis
alteri substitui potest.

DEMONSTRATUR.

48. Propter lineas parallelas C R & O F, S F & O R tina triangula C R O, & C S I sunt similia: unde habetur hæc proportio; C R: R O :: C S: S I; jam si recta C P substituetur rectæ C R, & B e ponatur loco R O, C e loco C S, & I e loco S I, habebitur hæc altera proportio: C P: B e :: C e: I e; sed recta S F æqualis est diametro superficie refringentis H S N (19); ergo B e, R O & O P huic diametro etiam sunt æquales; ergo C P est distantia centri C superficie reflectentis H M N ad punctum P, quod a superficie refringente H S N pro toto diametro O P magis distat, quam centrum suum O; aliunde C e est distantia a C, centro superficie reflectentis H M N ad superficiem refringentem H S N; denique I e est distantia ab eadem hac superficie refringente ad punctum I, centrum reflexionis; ergo uti distantia centri superficie reflectentis ad punctum quodlibet &c. Q. E. D.

49. Corollarium I. Neglecta vitri crassitie & pro nulla reputata (quod absque sensibili errore fieri potest, nisi superficies sint portiones minimarum sphærarum, & inter se valde distantes) tertius proportionis terminus æqualis erit semidiametro superficie reflectentis; unde habebitur hæc proportio.

Uti distantia ab centro superficie reflectentis ad punctum, quod a superficie refringente magis distat, quam suum centrum pro toto diametro sphæræ, cuius hæc superficies portio est, se habet ad eundem hunc diametrum superficie refringentis; ita semidiameter superficie reflectentis se habet ad distantiam a speculo ad centrum reflexionis.

50. *Corollarium II.* Speculum si sit ex utraque parte concavum aut convexum, primus proportionis terminus æqualis erit summæ ex semidiametro superficiei reflectentis & tribus semidiametris superficiei refringentis; proinde in hoc casu, neglecta vitri crassitie, erit hæc proportio:

Uti summa, ex semidiametro superficiei reflectentis & tribus semidiametris superficiei refringentis, se habet ad diametrum superficiei refringentis; ita semidiameter superficiei reflectentis se habet ad distantiam a speculo ad centrum reflexionis.

51. *Corollarium III.* In eodem casu concavitas & convexitas lenticulæ speculum componentis si sint æquales, id est, si utraque sit ejusdem diametri, tunc primus proportionis terminus æqualis erit quatuor semidiametris unius superficiei; & proinde habetur hæc proportio:

Uti duo diametri unius superficiei ad unum ex his diametris: ita unus semidiameter ad distantiam a speculo ad centrum reflexionis.

Seu quod idem est;

Uti 2. ad 1 ita semidiameter unius superficiei ad distantiam a speculo ad centrum reflexionis.

Unde in hoc casu centrum reflexionis distabit a speculo pro dimidietate semidiametri concavitatis aut convexitatis.

52. *Corollarium IV.* Specula si sint Menisci, id est convexo-concava, ex una parte stanno obducta; tunc, neglecta vitri crassitie, primus proportionis terminus erit æqualis differentiae inter semidiametrum superficiei reflectentis, & tres semidiametros superficiei refringentis, terminusque tertius æqualis erit semidiametro superficiei reflectentis; unde sequitur hæc proportio:

Ut differentia inter semidiametrum superficiei reflectentis & tres semidiametros superficiei refringentis ad diametrum superficiei refringentis; ita semidiameter superficiei reflectentis ad distantiam a speculo ad centrum reflexionis.

53. *Corollarium V.* Hoc in casu binæ superficies si sunt concentricæ, tunc centrum reflexionis coincidet cum binarum superficierum centro communi; unde sequitur, quod speculum vitreum, cuius binæ superficies sunt concentricæ, a speculo ex metallo nullatenus differat, aut ab alia quacunque materia laevigata, cuius concavitas aut convexitas æqualis est concavitati aut convexitati superficie stanno obductæ.

54. *Corollarium VI.* In speculo menisco semidiameter superficiei reflectentis si sit æqualis tribus semidiametris superficiei refringentis, seu quod idem est, si centrum superficiei reflectentis pro tribus semidiametris superficiei refringentis ab hac superficie distet; tunc radii, in speculum cadentes, cum axi sint paralleli, post reflexionem e speculo egredientes eidem axi etiam paralleli erunt.

DEMONSTRATUR.

55. Radii, axi paralleli, per superficiem refringentem in speculum cadentes, ita se refringunt, ut ipsorum refractionis focus sit præcise in centro superficie reflectentis (20); hoc centrum ergo supponatur a superficie refringente præcise pro tribus semidiametris distare; tunc radii, axi paralleli, peracta refractione dirigentur ad centrum superficie reflectentis; proindeque huic superficie perpendiculares erunt; ergo post reflexionem per eamdem viam regredientur; proindeque axi manebunt paralleli. Q. E. D.

56. Corollarium VII Speculum si sit meniscus ex parte concava stanno obductus, superficie reflectentis semidiameter si sit minor tribus semidiametris superficie refringentis, aut centrum superficie reflectentis si sit superficie refringenti pro tribus hujus superficie semidiametris proximior; tunc radii, in speculum cadentes, si sint axi paralleli, post reflexionem æque ac refractionem erunt divergentes; eodem in casu superficie reflectentis semidiameter si sit major tribus semidiametris superficie refringentis; vel si centrum superficie reflectentis plus distet a superficie refringente pro tribus hujus superficie semidiametris, tunc radii, axi paralleli, in speculum cadentes post reflexionem & refractionem erunt convergentes.

57. Corollarium VIII. In menisco ex parte convexa stanno obducto semidiameter superficie reflectentis si sit tribus semidiametris superficie refringentis minor, tunc radii, axi paralleli, in hoc speculum cadentes, post reflexionem & refra-

ctio-

ctionem erunt convergentes; eodem in casu si superficie reflectentis semidiameter sit tribus superficie refringentis semidiametris major, tunc radii, axi paralleli, in hoc speculum cadentes, post reflexionem & refractionem divergentes erunt.

58. *Corollarium IX.* In omnibus casibus, in quibus radii axi paralleli, in speculum vitreum cadentes, post reflexionem & refractionem sunt convergentes, centrum reflexionis erit ante speculum; hi vero radii axi paralleli si post reflexionem & refractionem divergentes sunt, reflexionis centrum erit retro speculum; quod bene notandum est.

59. *Corollarium X.* Semidiameter superficie refringentis relative ad semidiametrum superficie reflectentis si fit infinite magnus, tunc superficies refringens erit portio sphæræ infinite magnæ, & proinde erit superficies plana, ergo radius M S 12. Fig. superficie reflectenti H M N perpendicularis, egrediendo per punctum S, refrangetur suam habens directionem versus punctum in axi I, ita ut distantia C S vel C E a centro ad superficiem planam refringentem H S N sit ad I S vel I E, quæ est distantia a puncto I ad eamdem superficiem, uti 3, ad 2. id est, quod in superficie refringentis planæ casu centrum reflexionis distabit ab hac superficie pro duabus tertiiis distantia ejusdem superficie ad centrum superficie reflectentis; neglectaque vitri crassitie, distantia centri reflexionis ad speculum æqualis erit duabus tertiiis semidiametri superficie reflectentis.

60. *Corollarium XI.* Semidiameter superficie reflectentis si relative ad semidiametrum superficie refringentis fit infinite magnus, tunc superficies reflectens erit portio sphæræ infinite magnæ,

consequenter plana; ergo radii perpendiculares uti S M, egrediendo ex speculo per punctum S in superficie refringente, secabunt axim in punto I, Fig. 7. 11. ita ut recta IE æqualis sit diametro superficie refringentis (18); ergo superficies reflectens si sit plana, centrum reflexionis a speculo distabit pro toto diametro superficie refringentis.

61. *Corollarium XII.* Binæ superficies, reflectens nempe & refringens, si sint portiones sphæræ infinite magnæ, tunc binæ planæ erunt, centrumque reflexionis erit in distantia infinita: unde sequitur, quod in hoc casu radii, in speculum parallele cadentes, post reflexionem parallelî manebunt.

62. *Corollarium XIII.* Bina duarum superficierum centra in speculo vitreo possunt esse versus eandem superficie partem, centrumque reflexionis versus partem oppositam; uti in fig. 4. & 10.

63. *Corollarium XIV.* Specula vitrea ad tres species revocari possunt; prima species eorum est, quorum reflexionis centrum est coram speculo: talia sunt Fig. 2. 1° omnia ea, quæ ex lenticulis convexo-concavis conficiuntur; 2° Fig. 7. 12. lenticulæ plano-convexæ, ex una parte stanno obductæ; 3° Fig. 3. 4. 13. menisci secundi casus corollariorum VII & VIII.

64. Secunda species est eorum, quorum reflexionis centrum est retro speculum; uti sunt 1° Fig. 5. omnes lenticulæ concavæ; 2° Fig. 11. 12. lenticulæ plano-concavæ, ex una parte stanno obductæ; 3° Fig. 9. 10. omnes menisci primi casus corollarii VII et secundi casus corollarii VIII.

65. Tertia denique species eorum est, quæ centro reflexionis proprie dicto carent, vel quorum centrum est in distantia infinita, uti sunt 1º omnia specula, quorum binæ facies planæ sunt; 2º omnes menisci, quorum in corollario VI, mentionem fecimus.

PROPOSITIO IV.

LEMMA.

66. Ex punto I, valde proximo axi TS in circulo HN Fig. 14. si ducantur tres lineæ IF, IG, IE ad tria puncta circumferentiæ F, G, E, axi etiam perproxima, arcusque FG & GE sint æquales; dico, hos angulos FIG & GIE, per tres has lineas in punto I formatos, absque errore sensibili pro angulis æqualibus accipi posse.

DEMONSTRATUR.

Protendatur GI usque ad circumferentiæ punctum O, ducantur rectæ FO & EO; evidens est, angulos FOG & GOE esse inter se æquales; etenim verticem suum habent in eodem circumferentiæ punto O, arcusque FG & EG ex constructione sunt æquales. Aliunde rectæ IE & IF, cum sint axi ST valde proximæ, faciantque angulum valde parvum EIE, quatenus æquales accipi possunt (36); eadem ratione rectæ OF & OE quatenus æquales possunt accipi; unde sequitur, bina triangula FIO & EIO uti æqualia accipi posse; ergo in triangulo FIO bini anguli F & O, collective sumpti, æquales sunt duobus angulis E & O in triangulo EIO; sed angulus FIG æqualis est duabus angulis OFI & IOF simul sumptis, & angulus GIE æqualis est duabus angulis OEI, & IOE etiam simul sumptis; ergo anguli FIG & GIE inter se æquales sunt. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO V.

67. Radius incidens per reflexionis centrum non transiens si cadat in speculum vitreum, inque idem reflectentis superficie punctum, uti radius per reflexionis centrum transiens, dico, angulum duos inter hos radios comprehensum aequalem esse angulo, comprehenso inter hunc radium reflexionis centrum transeuntem, & inter alterum radium, qui, post reflexionem in superficie reflectente, egreditur refringendo se per superficiem refringentem.

PRÆPARATIO.

Punctum C sit centrum reflexionis speculi H N, G I M fit radius incidens, per reflexionis centrum C transiens: Fig. 15. post refractionem in punto I refringentis superficie H I N hic radius cadet perpendiculariter in punctum M reflectentis superficie H M N; proindeque post reflexionem in punto M, regredietur per eamdem viam versus punctum C.

Jam supponamus hunc radium G I M ab hac directione deviare, & tendere versus aliam F P M, ita ut cadens in punctum P superficie refringentis H I N, post refractionem in hoc punto peractam cadit nihilominus in idem punctum M superficie reflectentis H M N.

Evidens est, quod radius refractus P M reflectetur in punto M, secabitque refringentem superficiem H I N in punto R, ita ut angulus P M I aequalis sit angulo I M R, (10), radiusque reflexus M R, egrediendo per hoc punctum R, refringetur, tendens versus aliam directionem R E.

His positis dico, quod, prolongatis tribus radiis, EP, GI
ER, versus punctum n, hi radii facient angulos æquales F n G
G n E.

DEMONSTRATUR.

Radii PM, MI, MR considerentur, ac si procederent a pun-
cto M, egredientes e speculo per refringentis superficiei HIN
puncta P, I, R; hi radii si eamdem viam prosequerentur, quin vi-
refractionis tendendo per rectas MPD, MIL, MRK declina-
rent, evidens est, hos radios angulos æquales DML & LMK
facturos esse: sed hi radii, egrediendo ex speculo per puncta
P, I, R, declinant a rectis PD, IL, RK; ad determinandam viam,
per quam, ab his lineis declinando, tendunt, sit O centrum su-
perficiei refringentis HIN: per hoc centrum O ducatur recta
OL, rectæ MD parallela, OK paralella rectæ ML, & OE paral-
lela linea MK.

Ex eodem punto O, tanquam centro, & intervallo, tri-
bus superficiei refringentis HIN semidiametris æquali, fiat arcus
DE, ita ut fecet tres parallelas OL, OK, OE in punctis F, G, E;
per puncta P & F ducatur recta PF, per puncta I & G ducatur
recta IG, & per puncta R & E ducatur recta RE; evidens est
(17) lineas PF, IG, & RE designare radios refractos radio-
rum MP, MI, & MR, viamque, per quam post eorum egressum
ex speculo tendunt; insuper evidens est, quod angulus DML
propter parallelas DM & LO sit æqualis angulo MLO, & prop-
ter parallelas ML & KO angulus MLO æqualis fit angulo LOK;
ergo angulus DML æqualis est angulo LOK.

Simi-

Simili modo propter parallelas LM, & KO angulus LMK æqualis est angulo MKO, & proptet parallelas MK & OE angulus MKO æqualis est angulo KOE; ergo angulus LMKæqualis est angulo KOE; sed angulus DMLæqualis est angulo KOE; ergo arcus FG & GE sunt æquales:

Sed punctum n supponebatur axi OD valde proximum, & puncta F, G, E ab eadem axi parum distant, ergo ex lemme præcedenti sequitur, angulos FnG & GnE esse æquales.
Q. E. D.

PROPOSITIO VI.

68. Dato speculo sphærico vitreo qualicunque, invenire focum radiorum parallelorum.

SOLUTIO.

Hunc focum dico semper esse dimidiani distantiam centri reflexionis ad speculum; unde hæc distantia cum in propositione III pro omnibus casibus determinata sit, focus radiorum parallelorum etiam erit determinatus.

DEMONSTRATUR.

Vti in speculo simpliciter sphærico, lucem tantummodo reflectente, radius incidens & radius reflexus faciunt cum linea a centro ad punctum incidentiæ ducta angulos æquales; ita jam in præcedenti propositione demonstratum est, quod in omnibus speculis vitreis radius incidens & radius reflexus faciant cum ra-

dio, per reflexionis centrum & punctum incidentiae transeunte, angulos aequales; ergo evidens est, quod uti per aequalitatem angulorum incidentiae & reflexionis demonstratur, in speculis sphæricis simpliciter reflectentibus distantiam foci absoluti ad speculum esse dimidium semidiametri, id est, dimidietatem distantiae centri ad speculi superficiem, ita & per aequalitatem angulorum, quos in speculis vitreis formant radius incidens & radius reflexus cum radio per reflexionis centrum & punctum incidentiae transeunte, demonstratur, quod dimidieta distan-
tia centri reflexionis ad speculum sphæricum vitreum sit distan-
tia foci absoluti ad hoc speculum. Q. E. D.

69. *Corollarium I.* Speculum sphæricum vitreum quodcumque, sive plano-sphæricum, sive sphærico-sphæricum considerari potest uti speculum sphæricum simpliciter reflectens, quod foret pars cuiusdam sphæræ, cuius distantia a reflexionis centro ad speculum esset semidiameter, & radii a reflexionis centro provenientes, & in superficiem reflectentem in punctis axi per proximis cadentes considerari possunt uti semidiametri ejusdem sphæræ.

70. *Corollarium II.* Evidens ergo est, quod omne, quod in Catoptrica sphærica de speculis sphæricis simpliciter reflecten-
tibus ratione focorum tam absolutorum quam relativorum radio-
rum in puncta axi valde proxima cadentium demonstratur, etiam speculis sphæricis vitreis applicetur, haec si considerentur uti unicam superficiem sphæricam reflectentem habentia, cuius superficie semidiameter esset distantia centri reflexionis ad spe-
culum: proinde in proportionibus ordinariis Catoptricæ sphæri-
cæ pro resolutione problematum speculorum sphæricorum sim-
plici-

pliciter reflectentium, si loco semidiametri ponatur distantia centri reflexionis ad speculum vitreum, habebitur solutio eorumdem problematum pro his speculis.

71. *Corollarium III.* Specula vitrea primæ supradictæ speciei (63) æquivalent speculis sphæricis ex metallo habentque focum absolutum coram speculo.

72. Specula secundæ speciei (64) æquivalent speculis sphæricis convexis ex metallo, habentque focum suum imaginarium retro speculum.

73. Denique specula tertiaræ speciei (65) licet sphærica, considerari possunt ut specula simpliciter plana.

74. *Corollarium IV.* Dantur specula plene concava, quorum superficies refringens sicut & reflectens concava est, hæc easdem habent proprietates eosdemque effectus, ac specula metallica convexa uti Fig: 10.

75. Dantur & alia totaliter convexa, quorum superficies reflectens & refringens convexa est, easdem proprietates eosdemque effectus habent ac specula ex metallo concava. Fig. 4.

76. Dantur denique specula, quæ cum sint concava aut convexa, plures speculorum planorum proprietates habent, uti Fig. 6. 8.

77. *Corollarium V.* In speculis vitreis plano - sphæricis, quorum superficies reflectens plana est, focus absolutus distat a super-

superficie sphærica pro semidiametro sphaeræ, cuius pars est; hic focus est ante speculum, si superficies sit sphærica, Fig. 7. imaginarius autem est & retro speculum, si superficies sphærica sit concava, Fig. 2.

78. *Corollarium VI.* In speculis vitreis plano-sphæricis, quorum superficies reflectens est sphærica, focus absolutus distat a speculo pro sexta parte diametri; hic focus realis est & coram speculo, si superficies reflectens sit concava Fig. 12. imaginarius autem & retro speculum, si superficies reflectens sit convexa.

79. *Corollarium VII.* Duobus ex his corollariis sequitur, quod ex duobus speculis vitreis plano-sphæricis similibus, quorum sphæricitas eadem est, unum si sit ex parte superficie planæ & alterum ex parte superficie sphæricæ stanno obductum, primum speculum focus suum absolutum habebit in distantia triplici speculi secundi.

80. *Corollarium VIII.* In speculis vitreis sphæricis, ex lenticulis concavo-concavis aut convexo-convexis in una superficiem stanno obductis, compositis, si ipsorum concavitas aut convexitas pertinent ad spheras æquales, tunc focus ipsorum absolutus distat a speculo pro octava parte diametri; hic focus est realis & coram speculo, si lenticula sit sphærico-sphærica Fig. 2. imaginarius autem & retro speculum, si lenticula sit concavo-concava. Fig. 5.

81. *Corollarium IX.* Specula vitrea si sint menisci, quorum superficies sunt concentricæ, focus ipsorum erit in distantia pro quarta parte diametri, ac si solam haberent superficiem reflectentem.

P R O-

PROPOSITIO VII.

82. Speculum vitreum si sit meniscus, cuius una superficies sit stanno obducta, cujusque superficie reflectentis semidiameter sit sexies major semidiametro superficie refringentis, neglecta vitri crassitie, focus radiorum axi parallelorum erit in puncto distante a speculo pro toto diametro superficie refringentis.

DEMONSTRATUR.

Radii, axi paralleli uti AS, cadentes in superficiem refringentem HeN, (Fig. 16. 17.) post refractionem in occursu factam, dirigentur versus punctum axeos C distans ab hac superficie pro tribus semidiametris Oe (20): ita ut Ce æquale fit tribus semidiametris Oe; ergo radius refractus SM radii AS cadet in superficiem reflectentem HDN, si dirigatur versus axeos punctum in concavitate hujus superficie HDN, & ab hac distans pro medietate sui semidiametri; hoc enim evidens est, quod, si lenticulæ crassities uti nulla aut insensibilis consideretur, recta Ce æqualis futura sit CD, consequenter CD æquale est tribus semidiametris superficie refringentis HeN, quod est dimidium semidiametri DP superficie reflectentis HDN, æquale sex semidiametris De superficie refringentis HeN per suppositionem.

Sed in Catoptrices elementis demonstratur, quod radii, in superficiem sphæricam reflectentem cadentes, si dirigantur versus punctum axeos ejusdem sphæræ, cuius portio est, in distantia dimidii diametri, hi radii post reflexionem sunt axi paralleli; ergo radius Mn uti radius reflexus radii MS retrogrediendo

per superficiem refringentem H e N, axi parallelus est; sed radii, axi paralleli, e lenticula per superficiem sphæricam in ærem egredientes, diriguntur versus punctum, quod pro toto diametro sphæræ, cuius portio est, ab hac distat (19); ergo punctum F, in quo radius protensus In post egressum e speculo axim fecat, ab eodem hoc speculo ita distat, ut DF æquale sit diametro superficie refringentis H e N; ergo speculum, si sit meniscus, &c. Q. E. D.

83. *Corollarium I.* Propositio hæc immediate deduci potuisset ex corollario quarto propositionis III. (52); semidiameter enim superficie reflectentis cum sit sexduplus semidiametri superficie refringentis, hujus corollarii proportio pro hoc casu in sequentem vertitur :

Uti tres superficie refringentis semidiametri ad duos hos semidiametros : ita sex hi semidiametri ad distantiam a speculo ad centrum reflexionis.

Proinde hoc reflexionis centrum distat a speculo pro qua-
tuor refringentis superficie semidiametris; unde sequitur (68)
quod horum radiorum parallelorum focus distat ab ipso pro toto
hujus superficie diametro. Q. E. D.

84. *Corollarium II.* Binæ superficies si sint concavæ, focus erit imaginarius; realis autem erit, si binæ sint convexæ.

PROPOSITIO VIII.

85. Construere specula vitrea, quorum binæ superficies sint concavæ, in quibus radiorum axi parallelorum focus sit in secundæ superficie centro.

SOLUTIO ET DEMONSTRATIO.

Sit C centrum superficie reflectentis QDT, Fig. 18. axis speculi DI, vitri crassities De, quæ minima sive nulla supponitur; recta Ce æqualiter dividatur in puncto O; ab hoc puncto, quasi centro & intervallo Oe fiat arcus HeN; his peractis dico, quod arcus HeN designet speculi vitrei HNQT superficiem refringentem, quodque hoc speculum habeat focum radiorum, axi parallelorum, in puncto C.

Fiat CI=Ce: ex puncto I ducatur recta IS, hæc designabit radium incidentem obliquum, cadentem in superficiem refringentem HeN in puncto S; per punctum O, quatenus hujusmet superficie centrum, ducatur recta R-n, parallela IS; per punctum C, superficie reflectentis centrum & per punctum S ducatur recta CS, ex utraque parte protensa, ita ut superficiem reflectentem QDT fecet in puncto M, lineamque Rn in puncto R.

His peractis demonstratur, quod recta Rn æqualis sit tribus semidiametris Oe superficie refringentis HeN; nam recta CS cum sit rectæ Ce valde proxima, ipsi æqualis est (36), proinde etiam æqualis rectæ CI; ergo triangulum ICS est isoceles; sed propter rectas parallelas Rn & IS, triangulum RCO simile est triangulo ICS; ergo pariter est isoceles; consequenter CO=CR; sed bini anguli O & R cum sint valde acuti, la-

tus OR æquale est duobus lateribus CO & CR simul sumptis (35); aliunde CO est semidiameter superficie refringentis H e N; ergo OR æquale est duobus hujus superficie semidiametris; sed ON est hujus superficie semidiameter; ergo RO + ON, hoc est R n æquale est tribus semidiametris superficie refringentis H e N.

His demonstratis sequitur, quod radius refractus radii incidentis IS indicetur per rectam MS, & protensus transeat per centrum superficie reflectentis Q D T; ergo radius refractus MS huic superficie perpendicularis est, & reflectens per eamdem viam, qua venerat, regreditur; ex vitro egreditur in puncto S, aximque fecat in puncto I, a quo venerat; ergo punctum I est centrum reflexionis speculi H N Q T' (45). Q. E. D.

86. *Corollarium I.* Evidens est, quod vitri crassities De si supponatur iusfinite parva, CD & CI æquales erunt semidiametro superficie reflectentis Q D T, & O e superficie refringentis semidiameter æqualis erit medietati semidiametri C D superficie reflectentis.

87. Unde sequitur, quod speculum vitreum, in quo semidiameter superficie reflectentis geminata erit semidiametri superficie refringentis, binis his superficiebus suppositis concavis, socum suum habet in centro superficie reflectentis, & in extremitate diametri superficie refringentis, suumque reflexionis centrum in extremitate diametri superficie reflectentis.

88. *Corollarium II.* Hoc corollarium, haecque demonstrata propositio ex corollario IV tertiae propositionis (52) immediate de-

deduci poterat, vitri crassitie supposita nulla; semidiameter enim superficie reflectentis cum sit geminata semidiametri superficie refringentis, evidens est, quod in hoc easu differentia semidiametrum superficie reflectentis inter & tres semidiametros superficie refringentis, æqualis sit semidiametro superficie refringentis; ergo proportio, in hoc corollario demonstrata, mutatur in sequentem.

Uti semidiameter superficie refringentis ad diametrum ejusdem superficie: ita semidiameter superficie reflectentis ad distantiam a speculo ad centrum reflexionis. Ergo hoc centrum reflexionis est in extremitate diametri superficie reflectentis; ac proinde focus radiorum, axi parallelorum, est in ejusdem superficie centro (68). Q. E. D.

PROPOSITIO IX.

89. Construere specula vitrea, quorum binæ superficies sint concavæ, & in quibus focus radiorum axi parallelorum sit in centro primæ superficie.

SOLUTIO ET DEMONSTRATIO.

H e N sit superficies refringens, cuius centrum sit O: Fig. 19. axis speculi sit DI; O I sit æquale O e semidiametro superficie refringentis H e N; O I dividatur in duas partes æquales in punto C; ex hoc punto quatenus centro fiat arcus Q D T, ita ut C D sit majus quam Ce pro quantitate D e tam parva, ut neglegi possit; his peractis, dico, quod arcus Q D T designabit superficiem reflectentem, speculumque H N Q T habebit suum radiorum, axi parallelorum, focus in punto O, centro superficie refringentis.

Ex puncto I ducatur IS, hæc recta indicabit radium incidentem, qui oblique cadet in superficiem refringentem H e N in puncto S. Per punctum O, ejusdem superficiei centrum ducatur recta R n, parallela ad IS; fiat RO æqualis duobus semidiametris O e superficiei refringentis H e N; per puncta R & S ducatur recta RS, protendaturque, usque dum secet superficiem reflectentem QDT in puncto M; evidens est, rectam MS representare radium refractum radii incidentis SI (17).

Jam demonstrandum est, quod recta MR, quæ nihil aliud est, quam radius protensus MS, secet axim DI in puncto C; recta enim IS cum sit rectæ I e valde proxima, ipsi æqualis est (36); consequenter etiam æqualis est rectæ OR. & propter parallelas IS & RU angulus ISC æqualis est angulo ORC, & angulus SCI æqualis est angulo ROC; ergo bina triangula SCI, & RCO similia sunt & in omnibus æqualia: ergo IC = CO.

Ergo evidens est, quod radius refractus MS, si prolongetur, transeat per punctum C, quod est centrum superficiei reflectentis QDT; proindeque huic superficiei perpendicularis; reflexus autem regredietur per eamdem lineam MS, & exequendo e speculo per punctum S secabit axim in eodem puncto I, a quo venerat; ergo punctum I est centrum reflexionis hujus speculi.

Demonstravimus autem (68), quod focus radiorum, axi parallelorum, in speculo vitreo sit in dimidia distantia centri reflexionis ad speculum; ergo punctum O, centrum superficiei refringentis H e N, quod est in dimidia distantia I e, est focus radiorum hujus speculi axi parallelorum. Q. E. D.

90. *Corollarium I.* Evidens est, quod, si vitri crassities De supponatur infinite parva, D O æqualis sit O e, quæ est semidiameter superficie refringentis H e N, consequenter recta DC æqualis erit semidiametro + dimidio semidiametri ejusdem superficie.

91. Unde sequitur, quod speculum vitreum, utrinque concavum, in quo semidiameter superficie reflectentis æqualis sit semidiametro + semidiametri dimidio superficie refringentis, habebit fockum suum radiorum, axi parallelorum, in centro superficie refringentis.

92. *Corollarium II.* Vitri crassitie supposita nulla, hoc corollarium sicut & propositio, ex qua deducitur, demonstrari possunt per corollarium III. propositionis (52); nam semidiameter superficie reflectentis cum sit æqualis semidiametro & dimidio semidiametri superficie refringentis, sequitur, quod differentia semidiametrum superficie reflectentis inter & tria semidiametra superficie refringentis æqualis sit semidiametro simul & dimidio semidiametri superficie refringentis; unde sequitur, quod proportio in hoc corollario demonstrata vertatur in sequentem:

Uti semidiameter & dimidium semidiametri superficie refringentis ad diametrum ejusdem superficie; ita semidiameter superficie reflectentis ad distantiam centri reflexionis ad speculum.

Hoc est, uti 3 ad 4, ita diameter superficie reflectentis ad distantiam centri reflexionis ad speculum; sequitur ergo, quod in hoc casu distantia centri reflexionis ad speculum major sit semidiametro superficie reflectentis pro tertia parte ejusdem

dem semidiametri; sed hujus semidiametri tertia pars æqualis est dimidio semidiametri superficie refringentis; ergo distantia centri reflexionis ad speculum æqualis est diametro superficie refringentis; ergo radiorum axi parallelorum focus est in hujus superficie centro, siquidem hoc centrum est in medio hujus distantiae. Q. E. D.

93. *Nota.* Vitri crassitatem hucusque supposuimus nullam; hæc autem crassities tanta esse potest, ut pro vitandis erroribus negligi non possit. Quod hucusque demonstravimus, verum est in omnibus casibus, in quibus vitri crassities valde parva est, radiisque cadunt in superficie puncta, ab axi non multum distantia.

94. Pluribus in casibus, vitri crassities sive magna sit sive parva, licet hoc æque verum sit, saepe tamen accedit, quod hoc, quod pro speculis vitreis minimæ crassitiei demonstratur, speculis majoris crassitiei convenire non possit.

95. Horum speculorum proprietates ergo examinandæ sunt, observata semper vitri crassitie, ex quo construēta sunt; hocque tentabo in sequentibus proportionibus, in quibus quasdam horum speculorum proprietates singulares demonstrandas mihi propono.

96. Observandum tamen est, quod, de radiis incidentibus loquendo, semper intelligo hos radios in puncta axi valde proxima cadentes; id autem nihil impedit, quominus hæc puncta sumantur in distantia sensibili, E. G. 15° , 20° aut plurius graduum, & hoc absque errore sensibili.

PROPOSITIO X.

97. **D**ata speculi vitrei superficie refringente, invenire superficiem reflectentem requisitam, ut hujus speculi centrum reflexionis sit in dato axeos puncto.

SOLUTIO ET DEMONSTRATIO.

HSN sit data superficies refringens, IC axis speculi, (Fig. 2. 3. 4. 9. 10. 13. 20. 21. 22. 23. 24.) I punctum axeos datum, in quo reflexionis centrum esse debet; ex hoc punto I ducatur recta IS, quæ superficiem refringentem fecet in puncto S, quæ recta cum axi IC faciat angulum valde parvum si e; per centrum O superficie refringentis HSN ducatur recta OR, parallela ad IS, æqualis duobus hujus superficie diametris Oe; per puncta S & R ducatur recta SR, protendaturque, usque dum fecet axim in puncto C.

Ex hoc punto C, veluti centro, & intervallo qualicumque (dummodo in quibusdam circumstantiis sit majus, in aliis minus distantia Ce, a punto C ad superficiem refringentem) fiat arcus HMN vel QMT; his peractis dico, quod hic arcus designet superficiem reflectentem desideratam. Fig. 22. 23. 24.

Evidens enim est, quod recta SC repræsentet radium refractum protensum radii incidentis IS (20); sed recta SC superficie reflectenti HMN vel QMT perpendicularis est, transit enim per hujus superficie centrum C; ergo tangens hanc superficiem in puncto M reflectitur, regrediturque per eamdem lineam MS; ergo exeundo e vitro per punctum S, sequetur

eamdem directionem si, quam in speculum cadens habebat, aximque secabit in eodem puncto I, a quo venerat; ergo punctum I est centrum reflexionis hujus speculi, & superficies H M N vel Q M T est superficies reflectens desiderata. Q. E. D.

98. *Corollarium I.* Datum punctum I si sit præcise in foco radiorum, qui, ex vitro per superficiem refringentem in aërem transeuntes, axi sunt paralleli, id est, paralleli distantiae duorum semidiametrorum ante superficiem refringentem datam, si sit convexa uti fig. 7. aut æquali distantiae retro superficiem datam, si sit concava uti fig. 11. hoc in casu superficies reflectens debet esse plana, vitriæ crassities major aut minor esse potest.

99. *Corollarium II.* Datum punctum si sit retro speculum duobusque semidiametris superficie refringenti proximus, superficies hæc si sit concava, dico, quod desiderata superficies reflectens concava aut convexa esse poterit.

Convexa erit, si ex punto C fiat arcus H M N ipsam designans, Fig. 5. ita ut hic arcus sit inter punctum C & superficiem refringentem H S N; hoc in casu intervallum C M, quo fit hic arcus, debet esse minus distantia C e a punto C ad superficiem refringentem H S N, tuncque vitri crassities minor esse potest distantia C e, nunquam autem ipsa major.

Superficies reflectens concava erit, si ex punto C fiat arcus Q M T, Fig. 24. ita ut hoc punctum C sit inter hunc arcum & superficiem refringentem datam H S N; hoc in casu intervallum C M, quo fit hic arcus, majus aut minus esse potest, vitri que

que crassities ad libitum, nunquam autem minor, quam distantia Ce a punto C ad superficiem refringentem.

100. *Corollarium III.* Punctum datum I si sit duobus semidiametris superficie refringenti proximius & coram speculo, si superficies sit convexa, uti Fig. 2. tunc dico 1°, quod desiderata superficies reflectens debet esse concava, 2°. quod intervallum CM, quo fit arcus H M N, hanc superficiem repræsentans majus esse debet, quam distantia Ce, a punto C ad superficiem refringentem datam, 3°. hoc intervallum pro nutu magnum esse potest, nunquam autem minus, quam distantia Ce, 4°. in hoc casu vitri crassities major aut minor esse potest.

101. *Corollarium IV.* Punctum I si ultra duos semidiametros distet a superficie refringente coram speculo, hæc superficies si sit convexa uti in Figuris 4 & 22. dico, hanc superficiem convexam aut concavam esse posse.

Convexa erit, si ex punto C fiat arcus H M N, ita ut sit inter punctum C & superficiem refringentem datam H S N; hoc in casu intervallum CM, Fig. 4. quo hic arcus formatus est, pro libitu minus esse potest, nunquam autem majus, quam distantia Ce, a punto C ad superficiem refringentem datam H S N, vitrique crassities pro libitu parva esse poterit, nunquam autem major, quam distantia Ce.

Superficies reflectens concava erit, si ex punto C fiat arcus Q M T, Fig. 22. ita ut hoc punctum C sit inter hunc arcum & superficiem refringentem datam H S N; hoc in casu intervallum CM, quo arcus constructus est, pro libitu majus aut minus

esse poterit, vitrique crassities major, nunquam vero minor distantia Ce.

102. *Corollarium V.* In superficie refringente concava datum punctum I si sit retro speculum, duobusque hujus superficie diametris remotius; Fig. 10. dico, superficiem reflectentem tunc necessario concavam esse; hoc in casu intervallum, quo haec superficies formata erat, majus esse poterit, sed nunquam minus, quam distantia Ce, a puncto C ad superficiem refringentem datam HSM, vitrique crassities major aut minor prohibitu.

103. *Corollarium VI.* Datum punctum I si sit retro speculum, superficiesque data sit convexa, uti in Figuris 9 & 23. dico, superficiem reflectentem concavam aut convexam posse.

Concava erit, si ex puncto C fiat arcus HMN, Fig. 9. ita, ut sit inter punctum C & superficiem refringentem HSN; hoc in casu intervallum CM, quo construvtus est, pro libitu minus, nunquam autem majus esse poterit, quam distantia Ce a puncto C ad superficiem refringentem datam HSN; vitrique crassities pro libitu parva esse poterit, at nunquam major distantia Ce.

Superficies reflectens concava erit, si ex puncto C fiat arcus QDT, Fig. 23. ita ut punctum C sit inter hunc arcum & superficiem refringentem datam HSN; in hoc casu intervallum CM, quo hic arcus formatus est, pro libitu majus aut minus esse potest, vitrique crassities pro libitu magna, nunquam autem minor distantia Ce.

104. *Corollarium VII.* Datum punctum I si sit coram speculo, Fig. 3. 13. superficies refringens data cum sit concava, dico, quod superficies reflectens debet esse concava; in hoc casu intervallum CM, quo haec superficies formata est, pro libitu majus esse potest, nunquam autem minus, quam distantia Ce a punto C ad superficiem refringentem datam HSN; vitri crassities major aut minor pro libitu esse poterit.

105. *Corollarium VIII.* Datum punctum I si sit præcise in centro superficie refringentis datae HSN, erit etiam centrum superficie reflectentis.

106. Hoc in casu superficies refringens si sit concava, Fig. 21. superficies reflectens necessario concava erit: intervallum C, quo formata est, pro libitu majus esse potest, at nunquam minus, quam distantia Ce a punto C ad superficiem refringentem datam HSN; vitri crassities ad libitum major aut minor esse potest.

107. Superficies refringens si sit convexa, dico, quod superficies reflectens convexa aut concava esse potest: convexa erit, si ex punto C fiat arcus QMT, Fig. 20 ita ut sit inter superficiem refringentem datam HSN & punctum C. Intervallum CM, quo constructus est arcus QMT, pro libitu majus aut minus esse potest, nunquam vero majus distantia Ce a punto C ad superficiem datam refringentem HSN; vitri crassities pro libitu minor esse potest, nunquam vero major semidiametro superficie refringentis datae HSN.

108. In eodem casu, superficies refringens si sit convexa, superficies reflectens concava erit, si fiat arcus QMT, Fig. 25.

ita ut punctum C sit inter superficiem refringentem datam HSN & hunc arcum : intervallum CM , quo hic arcus constructus est , pro libitu majus aut minus esse poterit ; vitri crassities etiam pro libitu major esse potest , nunquam vero minor semidiametro superficie refringentis datae HSN.

109. *Corollarium IX.* Speculum vitreum , si sit sphæra integra , cujus dimidia superficies stanno obducta sit , centrum suum reflexionis habebit in centro ipsiusmet sphæræ.

PROPOSITIO IX.

110. **D**ata speculi vitrei superficie refringente invenire superficiem reflectentem , ita ut hujus speculi radiorum axi parallelorum focus sit in puncto dato ejusdem axeos.

SOLUTIO ET DEMONSTRATIO.

In axi si accipiatur punctum , quod a data superficie refringente pro duplice hujus puncti mensura distet , evidens est , quod desiderata superficies reflectens per præcedentem proportionem invenietur , ita ut speculum suum reflexionis centrum in hoc puncto habeat , proindeque focum suum in dato puncto (68).

111. *Nota.* Hoc tantum verum est in casibus , in quibus sicut jam in præcedentibus corollariis demonstravimus , vitri crassities pro libitu minor esse potest ; cæteris enim in casibus , in quibus vitri crassities major esset , focus absolutus non amplius erit in dimidia distantia centri reflexionis ad speculum , sed in alio puncto , prout vitri crassities major aut minor fuerit.

112. Co-

112. *Corollarium.* Per ea, quæ hucusque in præcedentibus propositionibus demonstravimus, evidens est, quod, dato speculo sphærico ex metallo, inveniri possunt infinita specula vitrea, singula per concavitates aut convexitates suas inter se diversa, centrum suum reflexionis habentia in distantia superficie refringentis, quæ æqualis est semidiametro sphæræ, cuius speculum portio est; ergo horum speculorum vitreorum focus distabit ab ipsisorum superficie pro intervallo æquali distantiaæ a foco hujus speculi metallici dati ad suam superficiem.

113. Unde sequitur, quod, dato speculo metallico, cuius superficies sit determinatæ sphæræ portio, facilime invenientur infinita specula vitrea inter se diversa, quorum tamen idem effectus erit ac speculi metallici dati; ergo ope speculorum vitreorum idem effectus infinitis modis produci potest, qui per speculum metallicum semel tantum fieri poterit.

PROPOSITIO XII.

114. Speculum vitreum si sit sphæra integra, cuius dimidia superficies sit stanno obducta, radii axi paralleli superficiem stanno obductam penetrantes facta reflexione in cursu superficie stanno obductæ axim secabunt, antequam ex sphæra egrediuntur, in quodam puncto, quod distat a superficie stanno obducta pro sexta parte diametri.

SOLUTIO.

H N R D sit sphæra vitrea, cuius dimidia superficies H D N (26. Fig.) sit stanno obducta; R F sit axis hujus speculi; A S sit radius huic axi parallelus, cadens in punctum S superficie stanno non obductæ.

Evi-

Evidens est (17), quod radius refractus SM sequatur directionem lineæ rectæ, axim secantis in puncto F, ita ut recta RF æqualis sit tribus sphæræ semidiametris.

E centro C ad punctum M, in quo radius refractus SM occurrit superficie reflectenti, ducatur semidiameter CM.

Hic radius SM, reflectens in puncto M, formabit angulum CME, æqualem angulo CMS (9), radiusque reflectens ME axim secabit in puncto I; per centrum C ducatur recta GK, parallela rectæ SM.

His præparatis demonstrandum est, quod distantia DI a puncto I ad punctum D æqualis sit sextæ parti diametri RD.

DEMONSTRATUR.

Diameter GK cum sit parallelus rectæ SM, accipi potest pro axi radiorum parallelorum, in superficiem reflectentem HDN cadentium; ergo radius SM, rectæ GK parallelus, facta reflexione in puncto M, diametrum secabit in puncto E, ita ut recta GE æqualis sit quartæ parti hujus diametri (36); unde sequitur, GE = CE; GE & GM autem cum sint valde proximæ, inter se etiam æquales erunt; ergo CE = EM; ergo quælibet harum rectarum æqualis est quartæ parti diametri sphæræ.

Jam RF cum sit æqualis tribus ejusdem sphæræ semidiametris, sequitur, quod DF æqualis sit semidiametro DC; con sequenter CM & MF, cum sint rectæ CF valde proximæ, inter se æquales sunt; ergo triangulum CMF est isosceles, &

an-

anguli MCF & MFC sunt æquales; sed propter parallelas GK & SF angulus ECF æqualis est angulo MFC; ergo etiam æqualis est angulo MCF; ergo in triangulo CEM angulus ECM per rectam CI in duas partes æquales divisus est.

Ergo evidens est, quod duæ partes EI & IM lateris EM lateribus EC & CM sint proportionales, ita ut EC: CM:: EI: IM, & substituendo EM loco CE, quæ ipsi æqualis est, habebitur, EM: CM:: EI: IM; sed EM est dimidia pars rectæ CM: ergo EI est etiam dimidia pars rectæ IM; consequenter IM continet duas tertias rectæ ME vel æqualis est quartæ parti diametri, cui ME æqualis est; ergo æqualis est tertiaæ parti semidiametri, consequenter sextæ parti totius diametri; sed ID cum sit rectæ IM valde proxima, ipsi æqualis est; ergo ID æqualis est sextæ parti totius diametri. Q. E. D.

PROPOSITIO XIII.

115. In speculo vitreo centrum superficie reflectentis si sit in puncto, a superficie refringente pro tribus hujus superficie semidiametris distante, aliunde sit retro hanc superficiem refringentem, si sit convexa, vel coram speculo, si sit concava, dico, quod, quæcumque sit vitri crassitudo, radii axi paralleli in superficiem refringentem cadentes post reflexionem & refractionem in speculo etiam huic axi paralleli erunt.

DEMONSTRATUR.

Demonstratio, quam dedimus in corollario VI. propositionis III. (55) in qua vitri crassitudinem supponimus valde parvam, lenticulamque esse meniscum, hujus propositionis veritatem

¶

etiam

etiam probat, licet vitri crassities sit valde ampla, & lenticula non sit meniscus, sed valde crassa, utrinque convexa; figura 6 & 8 demonstrant meniscos; figura autem 27 lenticulas utrinque convexas.

Evidens enim est, quod, licet semidiameter CM superficie reflectentis major aut minor evadat pro libitu, proindeque lenticulæ crassities augeatur aut minuatur, radius AS, axi parallelus, refringendo se in puncto S, certe dirigetur versus punctum quoddam C, a superficie refringente pro tribus semidiametris distans (17), & hoc punctum C cum sit reflectentis superficie centrum, sequitur, quod radius refractus SC vel SM huic superficie perpendicularis erit, & revertetur per eamdem perpendicularem, egredieturque per punctum S, axi adhuc parallelum, uti antea exierat. Q. E. D.

116. Corollarium. Speculum HNPQ fig. 27 ex lenticula utrinque convexa, cuius superficies P Q D sit stanno obducta, pertinet ad tertiam speciem speculorum vitreorum, quorum mentionem fecimus in corollario 14º tertiae propositionis (65).

PROPOSITIO XIV.

117. Speculi vitrei superficies refringens si sit convexa, distetque a superficie reflectente pro tribus suis semidiametris, dico, quod radii, axi paralleli, in hoc speculum cadentes facta reflexione & refractione in his superficiebus, egrediendo ex speculo eidem axi adhuc paralleli maneant, sive superficies reflectens sit plana, sive concava aut convessa.

D E.

DEMONSTRATUR.

HN P Q sit speculum vitreum, cujus superficies refringens convexa sit H I N; F sit punctum in axi, distans a superficie H I N pro tribus suis semidiametris. P Q sit superficies reflectens plana fig. 28, convexa fig. 29. aut concava 30, transiensque per punctum F. His positis

Evidens est 1° quod A S si sit radius incidens in superficiem H I N, fig. 28. 29. 30. axique I F parallelus, radius suus refractus S F secabit hanc axim in puncto F (17); consequenter cadet in idem punctum superficie reflectentis, in quo axis ipsum tangit; ergo ab hoc puncto F reflectetur per rectam F H, ita ut angulus S F I = I F H (9); ergo radius F H egredietur per punctum H eadem inclinatione, qua radius A S, dum ingrediebatur; sed hic radius, ingrediendo per punctum S, erat axi parallelus; ergo egrediendo per punctum H eidem parallelus erit.

2° Evidens est etiam, hoc pariter verum esse, superficies reflectens P F Q sive sit plana, sive convexa aut concava; reflexio enim semper fit in puncto F eodem modo, ac si spectaret ad planum perpendicularē rectae F I. Q. E. D.

118. *Corollarium I.* Specula, de quibus in his ultimis propositionibus differuimus, licet etiam habeant proprietatem, radios axi parallelos in ipsa cadentes parallelos remittendi; inter haec tamen & specula propositionis praecedentis differentia essentialis est, nimirum quia primi radii per eamdem viam eamdemque lineam, quam superficiem reflectentem ingredientes percurrebant, regrediuntur; secundi autem per lineam oppositam,

tam, & versus axis partem oppositam percurrunt, sed eidem lineæ, quam ante reflexionem in secunda superficie percurrebant, similem.

119. *Corollarium II.* Radii, in superficiem refringentem convexam cadentes, si sint divergentes, non autem paralleli & ab unico puncto proveniant, vel si sint convergentes, dirigantur que versus unicum punctum retro superficiem refringentem convexam, ita ut in hujus superficie occursum radii refracti axim secent in quodam puncto, in quo eadem axis tangit superficiem reflectentem, sive hæc sit plana, convexa, aut concava, dico, quod post reflexionem in hoc puncto factam egredientur per superficiem refringentem eadem obliquitate, quam ingrediendo habebant, aximque secabunt in eodem puncto, a quo procedebant, si divergentes sint; vel dirigentur versus idem punctum retro superficiem refringentem, versus quod antea dirigerentur, si essent convergentes.

Hujus demonstratio eadem est ac ea, quam dedimus pro casibus radiorum axi parallelorum.

120. *Corollarium III.* Hoc in casu corollarii præcedentis, radii in speculum cadentes si supponantur divergentes, superficies refringens necessario convexa erit, radiisque a quodam axeos puncto, a superficie refringente ultra hujus superficie diametrum integrum distante, provenire debent; si autem convergentes sint, superficies concava erit aut convexa.

121. *Corollarium IV.* In secunda prepositione diximus, quod speculi vitrei centrum reflexionis sit quoddam punctum in axi;

axi, cuius proprietas est, quod radii ab hoc puncto in speculum cadentes, post reflexionem & refractionem in his superficiebus factas, ad illud revertuntur, ceu illud punctum, versus quod radii post & ante reflexionem refractionemque diriguntur; hoc in sensu dici potest, quod specula vitrea in casibus duorum collariorum præcedentium habeant duo reflexionis centra, inter se valde diversa.

Ast bene observandum est, quod in loco citato locuti sumus de radiis, qui speculum in & egrediendo non tantum versus unicum punctum diriguntur, sed eamdem lineam tenent in contrario sensu.

Sed radii in hoc easu, licet versus unicum idemque punctum dirigantur tam in quam egrediendo speculum, egrediendo alteram, quam ingrediendo, viam tenent; unde per centrum reflexionis intelligi debet hoc punctum, versus quod radii diriguntur tam in quam egrediendo, eamdem lineam in & egrediendo percurrentes.

PROPOSITIO XV.

122. Speculi vetrei densitas, cuius prima superficies concava, secunda autem plana est, si sit sextæ partis diametri convexitatis, dico, quod radii, in hoc speculum cadentes axi que paralleli, post refractionem in prima superficie factam, & reflexionem in occurso secundæ superficie, se colligent in punto axeos, primam superficiem tangente.



DEMONSTRATUR.

HN PQ sit speculum vitreum, cuius superficies refringens HIN sit convexa, fig. 31. superficiesque reflectens PQ plana; vitri densitas DI sit æqualis sextæ parti diametri superficiei refringentis HIN; AS sit radius axi IF parallelus. Evidens est, quod hic radius, refringendo se in puncto S, dirigetur versus axeos punctum F, ita ut IF æqualis sit tribus superficiei refringentis HIN semidiametris (17).

Jam per punctum M superficiei reflectentis planæ PQ, in quod cadit radius refractus SM, & per punctum I, in quo axis tangit superficiem refringentem HIN, ducatur linea IM; per idem punctum M ducatur recta EM, perpendicularis superficiei reflectenti PQ, consequenter parallela rectæ IF; hoc peracto

Evidens est, quod propter parallelas IF & EM angulus DIM æqualis est angulo I ME, angulusque DFM æqualis est angulo EMS; sed triangulum IMF isosceles est, nam DM perpendicularis est IF, & ID = DF, quælibet sextæ parti diametri superficiei refringentis HIN æqualis; ergo IM = MF, & angulus DIM = angulo DFM; consequenter angulus I ME etiam æqualis est angulo EMS. Evidens ergo est, quod MI est radius reflexus radii SM (9); ergo radius reflexus radii SM axim fecat in puncto I, superficiem refringentem HIN tangente. Q. E. D.

123. Corollarium. Superficies reflectens PQ si esset convexa, vitri densitate eadem semper manente, radius reflexus MI searet axim in majori distantia superficiei reflectentis PQ quam DI;

D I; consequenter ipsam tantum secaret post egressum per superficiem refringentem H I N. Econtra superficies reflectens P Q si foret concava, radius reflexus M I secaret axim in puncto a superficie reflectente P Q minus distante, quam D I; ergo ipsam secaret, antequam egredieretur ex lenticula per superficiem refringentem H I N.

Unde sequitur, quod in singulis speculis vitreis, in quibus superficies reflectens æque ac refringens convexæ sunt, radii, axi paralleli, post refractionem in occurso superficie refringentis factam, & reflexionem per superficiem reflectentem productam, axim secant in puncto superficiem refringentem tangente; vitri densitas major esse debet pro sexta parte diametri superficie refringentis.

Superficie refringente autem eadem manente, superficies reflectens si sit concava, vitri densitas major esse sexta parte diametri superficie refringentis, ut radii, axi paralleli, post refractionem in occurso primæ superficie factam, & reflexionem in secunda productam, secant eandem axim in puncto superficiem refringentem tangente.

PROPOSITIO XVI.

124. **D**ata prima speculi vitrei superficie sphærica, inventire secundam superficiem sphæricam, ipsarumque distantiam inter se, ita ut speculum, quod terminant, colligat radios axi parallelos in axeos puncto primam superficiem tangente.

SO-

SOLUTIO.

HIN sit superficies refringens data, cujus axis sit FI; fig. 32. 33. 34. O sit centrum: FI sit æqualis tribus semidiametris IO hujus superficie, AS sit radius, axi parallelus, cadens in punctum S superficie HIN; per hoc punctum S & per punctum F ducatur recta SF, ad libitum protensa; evidens est (17) quod radius fractus radii incidentis AS tendet secundum directionem SF. Ex puncto qualicumque M lineæ protensa S ducatur ad axeos punctum I, tangens superficiem refringentem HIN, recta MI, quæ cum recta MS formabit angulum IMS; hic angulus IMS dividatur in duas partes æquales per rectam ME, protendaturque, usquedum fecet axim FI in quodam puncto C; ex hoc puncto C, quatenus centro & intervallo CM fiat arcus PDQ; dico, quod CM sit semidiameter superficie reflectentis desideratae, quod PDQ representet hanc superficiem, & DI sit lenticulae densitas desiderata.

DEMONSTRATUR.

CM cum sit semidiameter reflectentis superficie PDQ, ei etiam perpendicularis est; sed angulus EMI factus est æqualis angulo SME; ergo MI est radius reflexus radii SM, cadentis in superficiem PDQ; ergo superficies hæc una cum superficie HIN terminat speculum HNPQ, colligens radios axi parallelos in puncto I superficiem refringentem tangente. Q. E. D.

PROPOSITIO XVII.

125. Data secunda speculi vitrei superficie sphærica, invenire primam superficiem, distantiamque duas inter has superficies, ita ut speculum ab ipsis terminatum colligat radios axi parallelos in puncto primam superficiem tangente.

S.O.

S O L U T I O.

P D Q sit data superficies reflectens, C ipsius centrum, DI axis speculi; per centrum C ducatur semidiameter CM, pretendaturque, ita ut cum axi faciat parvulum argulum M C D: evidens est, quod CM perpendicularis erit superficiei reflectenti P D Q.

Ex puncto M ducatur recta MS, faciens angulum SME, quæque protensa axim secet in puncto F. Ex eodem puncto M ducatur altera recta MI, ita ut faciat angulum E MI = SME, aximque secans in puncto I.

FI dividatur in tres partes æquales, quarum una sit IO; ex puncto O, quatenus centro, & intervallo IO fiat arcus HIN, axim secans in puncto I, rectamque MS in puncto S.

His peractis dico, quod arcus HIN designabit superficiem refringentem desideratam; & DI erit densitas speculi vitrei desiderati HNPQ.

DEMONSTRATUR.

Per punctum S ducatur SA, parallela rectæ FI; hæc designabit radium axi parallelum cadentem in punctum S superficiei refringentis HIN; evidens est (17), quod radius refractus radii protensi SA transeat per punctum F, distans ab hac superficie pro tribus semidiametris IO; ergo radius refractus radii AS coincidet cum recta SM; unde sequitur, quod angulus SME cum sit æqualis angulo E MI, radius reflexus in

puncto M coincidet cum recta MI; proindeque axim secabit in puncto I, superficiem refringentem HSN tangente; ergo speculum HNPQ est speculum desideratum. Q. E D.

136. *Corollarium.* Duabus in praecedentibus propositionibus tres casus ocurrere possunt 1º si binæ superficies desiderentur convexæ, 2º si binæ quærantur concavæ, 3º denique si prima superficies desideretur convexa & secunda concava.

In primo casu superficies refringens si data sit, punctum M in recta SF Fig. 34. sumi debet in majori distantia ab hac superficie, quam medietas rectæ FI; alias problema impossibile erit; quod per corollarium propositionis XV. evidens est (123).

In tertio casu punctum M sumi debet in minori distantia a superficie refringente data, quam medietas rectæ FI, quod per idem corollarium certum est.

In primo casu, superficies data si sit reflectens, recta MS fig. 34. axim secabit in puncto F, inter hanc superficiem datam PDQ & centrum suum C.

In tertio casu recta SM axim secabit in puncto F, ita ut superficies reflectens data PDQ sit inter centrum suum C & punctum F. (fig. 33).

In secundo casu superficies data si sit refringens, punctum F fig. 32. sumi potest in distantia majori aut minori ad arbitrium.

In eodem casu superficies data si sit reflectens, recta MS secabit axim in puncto F, ultra centrum C; si enim ipsum searet inter centrum & superficiem, problema foret impossibile.

PRO-

PROPOSITIO XVIII.

127. Speculum vitreum, radios axi parallelos colligens in eodem punto, in quo idem axis tangit primam superficiem, si constet ex duabus superficiebus concavis, fieri potest, ut duas hæ superficies sint concentricæ

DEMONSTRATUR.

O sit centrum superficie refringentis concavæ HIN, fig. 35. OI semidiameter; IF sit æqualis tribus semidiametris OI; ex punto F & per punctum S in superficie HIN ducatur recta SF, ad arbitrium protensa, faciensque cum axi paryulum angulum IFS; per puncta I & S ducatur corda IS.

Per centrum O ducatur recta OE, perpendicularis chordæ IS, & protendatur, usquedum secet rectam protensam FS in punto M; per puncta M & I ducatur recta MI. Ex punto O quatenus centro & intervallo OM fiat arcus PDQ; hic arcus designabit superficiem reflectentem. His peractis, evidens est:

1°. Superficiem refringentem HIN & superficiem reflectentem PDQ idem habere centrum O.

2°. OM cum sit perpendicularis chordæ IS, ipsam in duas partes æquales dividet in punto E; ergo bina triangula IEM & SEM in omnibus sunt æqualia: ergo angulus SEM = EMI.

3°. AS si sit radius axi parallelus cadens in punctum S, facta refractione in puncto S, dirigetur secundum lineam FM (17), cum punctum F distet a superficie refringente pro tribus semi-

diametris OI; ergo radius refractus SM, tangens punctum M secundæ superficiei, reflectetur, ita ut dirigatur secundum linéam MI, & cum ipsa coincidet; ergo axim secabit in puncto I, superficiem refringentem tangente; ergo HNPQ est speculum utrinque concavum, cujus binæ superficies sunt concentricæ, radiosque axi parallelos colligit in axeos puncto superficiem refringentem tangente. Q. E. D.

PROPOSITIO XIX.

128. Prima speculi vitrei superficies si sit plana, altera autem concava, binasque inter has superficies distantia sit æqualis quartæ parti diametri concavitatis, radii axi paralleli colligentur in puncto ejusdem axeos superficiem planam tangente.

DEMONSTRATUR.

Radii, axi paralleli, in hoc speculum eadentes, perpendiculares sunt primæ superficiei; ergo speculum ingredientur, quin refringantur; secundam in superficiem eadentes eidem axi adhuc paralleli erunt; ergo (16) colligentur in puncto ab hac superficie pro quarta diametri parte distante, & proinde in puncto primam superficiem tangente. Q. E. D.

129. *Corollarium I.* Distantia binas has inter superficies si quarta diametri concavitatis parte major sit, radii axi paralleli ipsum secabunt post reflexionem, antequam ex speculo egrediantur.

130 Co-

130. *Corollarium II.* Binarum superficierum distantia si quarta diametri concavitatis parte minor sit, radii axi paralleli ipsum tantum secabunt post egressum e speculo per superficiem planam, & post refractionem in hujus superficie occurſu factam.

131. *Corollarium III.* Radii in speculum cadentes si sint divergentes, procedantque ab ejusdem axeos puncto ante speculum: dico, quod hi radii ut colligantur in puncto superficiem planam tangente, necesse est, ut binarum superficierum distantia major sit quarta parte diametri concavitatis; si enim minor esset, radii axim tantum secarent post egressum e speculo, & post refractionem in superficie plana factam.

PROPOSITIO XX.

132. **D**uarum superficierum distantia si sit æqualis quartæ parti secundæ superficie, hæc si fit concava, prima autem convexa; dico, quod radii, procedentes ab axeos puncto, prota convexitatis diametro a prima superficie distante, post refractionem in occurſu hujus superficie factam, reflexionemque in occurſu secundæ, colligentur in axeos puncto primam superficiem tangente.

DEMONSTRATUR.

Evidens est, quod radii procedentes a puncto, toto convexitatis diametro a convexa vitri superficie distante, speculum ingrediendo, post refractionem fiant axi paralleli; ergo in præfenti casu radii, in superficiem reflectentem cadentes, sunt axi

paralleli; ergo (16) post reflexionem in hujus superficiei oc-
cursu factam colligentur in puncto, quarta sui diametri par-
te ab ipsa distante; ergo axim secabunt in puncto primam superfi-
ciem tangente. Q. E. D.

133. *Corollarium I.* In eodem casu, quod vitri densitas
æqualis sit quartæ parti diametri secundæ superficiei, prima su-
perficies si sit concava, radiique in hanc superficiem cadentes
sint convergentes, diriganturque versus axeos punctum retro
hanc superficiem, tota concavitatis suæ diametro ab hac super-
ficie distans, radii per secundam superficiem reflexi colligen-
tur in axeos puncto primam superficiem tangente.

134. *Corollarium II.* In eodem casu punctum, a quo ra-
dii procedunt, prima superficies si sit convexa, aut versus quod
diriguntur, si sit concava, ab hac superficie si ultra concavita-
tis aut convexitatis suæ diametrum distet, post reflexionem
radii colligentur in axeos puncto binas inter superficies.

Sed idem punctum, a quo radii procedunt, vel versus quod
diriguntur, si toto convexitatis aut concavitatis diametro primæ
superficiei proximus sit; reliquis manentibus, radii per 2^{am} su-
perficiem reflexi axim tantum secabunt, quando egressi per
primam superficiem refracti fuerint.

135. *Corollarium III.* Binarum superficierum distantia si
quarta secundæ superficiei concavæ diametri parte major sit,
radii procedentes a puncto, toto diametro a prima superficie
distant, si sit convexa, vel si dirigantur versus axeos punctum
retro hanc superficiem, si sit concava, quod punctum toto con-
ca-

eavitatis diametro ab hac distet; radii, per secundam superficiem reflexi, axim secabunt, antequam e speculo egrediantur.

Econtra binarum superficierum distantia si quarta superficie reflectentis diametri parte minor sit, reliquis manentibus radii per hanc superficiem reflexi axim tantum secabunt, quando e speculo egressi & per primam refracti fuerint.

136. *Corollarium IV.* Prima superficies si sit convexa, secunda autem plana, radiique procedant a puncto, toto convexitatis diametro a prima distante, radii post reflexionem revertentur eadem via, qua venere, quæcumque fuerit vitri densitas.

PROPOSITIO XXI.

137. **D**ata speculi vitrei superficie sphærica convexa, datoque axeos puncto, ab hac superficie ultra convexitatis suæ diametrum distante, invenire hujus speculi densitatem, ita ut, secunda superficie plana manente, radii ab hoc puncto procedentes axim secent post reflexionem in eodem puncto, in quo primam tangit.

SOLUTIO.

HIN sit data superficies convexa, AG axis speculi; fig. 37. A punctum datum in axi, a quo procedit radius obliquus AS: O sit centrum superficie HIN; per hoc punctum O ducatur recta VF, parallela rectæ AS, æqualisque tribus semidiametris OV. Per puncta S & F ducatur recta SF; evidens est (17),
quod

quod SF repræsentet radium fractum radii incidentis AS, & protensa secabit axim AG in puncto G.

His præmissis dico, quod si distantia GI a puncto G usque ad superficiem HIN dividatur in duas partes æquales in puncto D, distantia ID erit speculi densitas desiderata; rectaque PDQ perpendicularis rectæ AG, designabit secundam superficiem planam desideratam.

DEMONSTRATUR.

Per punctum M, in quo radius refractus SG fecat superficiem planam PDQ, ducatur recta ME, parallela rectæ AG; per idem punctum M & punctum I, in quo axis tangit primam superficiem HIN, ducatur recta MI. His positis demonstrandum est, quod IM sit radius reflexus radii refracti SM, in superficiem reflectentem planam PQD cadentis in eodem puncto M.

Evidens enim est, quod triangulum GMI fit isosceles, siquidem DM perpendicularis est rectæ IG, & ID = DG, ergo angulus GIM = IGM; sed propter parallellos AG & ME angulus GIM =IME, & angulus IGM = EMS; ergo anguli IME & EMS æquales sunt; ergo (9) MI est radius reflexus radii MS, axintque secat in puncto I, in quo idem axis tangit primam superficiem HIN. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO XXII.

138. **D**ata speculi vitrei prima superficie sphærica, dato que puncto in axi extra hanc superficiem, invenire secundam superficiem distantiamque, quam binæ hæ superficies inter se habere debent, ut radii, a puncto dato procedentes, post reflexionem axim secent in puncto, in quo idem axis primam superficiem tangit.

SOLUTIO.

HIN sit data superficies Sphærica, fig. 38. 39. 40. 41. 42. A punctum datum in axi AD: AS radius, procedens a puncto A, cadensque in punctum S superficiei HIN. Per punctum O, tanquam hujus superficiei centrum, ducatur IF, parallela rectæ AS, æqualisque tribus semidiametris OI; per puncta S & F ducatur recta SF, protendaturque, usquedum axim fecet in puncto G.

Evidens est, radium refractum radii AS dirigi secundum rectam SF; in hac linea protensa SF sumatur punctum quodcumque M; per hoc punctum ducatur ad punctum I, superficiem refringentem HIN tangens, recta MI.

Jam angulus IMS dividatur per rectam ME in duas partes æquales, hæc recta ME protensa secabit axim in puncto C; ab hoc puncto quatenus centro & intervallo CM fiat arcus PDQ.

ff

His

His peractis dico, quod hic arcus designet superficiem reflectentem desideratam, & recta DI sit distantia, quam binæ superficies HIN & PDQ inter se habere debent, ita ut radii, procedentes a puncto A, axim secant in primæ superficie HIN puncto I, & hoc post reflexionem in occurso secundæ superficie PDQ factam.

DEMONSTRATIO.

CM cum sit superficie PDQ semidiameter, ipsi perpendicularis est; sed radius refractus SM cadit in punctum M, & anguli SME, E MI per constructionem æquales sunt; ergo radius reflexus radii fracti SM coincidit cum recta (9); ergo axim secat in puncto I. Q. E. D.

139. *Nota.* Propositio hæc tres casus habere potest. Primus casus est, quod superficies data si sit convexa, desideratur superficies reflectens concava, uti in fig. 38. 40.

Secundus, si data superficies refringens sit convexa, desidereturque superficies reflectens convessa, uti in fig. 39.

Tertius denique, si data superficies refringens sit concava, uti in fig. 41. 42. in hoc casu superficies reflectens necessario concava erit.

Notandum insuper, quod in primo casu punctum M in quemque loco lineæ indefinite protensa SF sumi potest.

In secundo casu punctum M est necessario inter punctum G, ubi radius refractus SF axim fecat, & punctum X, rectam GS æqualiter dividens; sumendo enim hoc punctum extra lineam XG, problema erit impossibile.

Insuper in eodem casu punctum A a superficie refringente ultra hujus superficie diametrum distare debet, alias problema erit impossibile. In cæteris autem casibus hoc punctum A ad arbitrium sumi potest, proximius aut remotius; nam problema semper possibile manet.

PROPOSITIO XXIII.

140. Radii, a punto dato in axi ante speculum vitream procedentes, radii per secundam superficiem reflexi colliguntur in punto, in quo idem axis primam superficiem tangit, binæ hæ superficies si sint concavæ, etiam possunt esse concentricæ.

DEMONSTRATIO.

HIN sit superficies concava refringens. Fig. 41. O ipsius centrum, & AD axis speculi. A sit punctum, a quo radii procedunt. Ex hoc punto A ducatur radius AS, secans superficiem refringentem HIN in punto S; per centrum O ducatur FV, rectæ AS parallela, tribusque semidiametris OI vel OV æqualis.

Per puncta F & S ducatur recta FS, ad nutum protensa. Per puncta S & I, in quibus axis fecat superficiem HIN, ducatur corda IS. Ex centro O ducatur perpendicularis huic cordæ

Ff 2

IS.

IS. Protendetur O E usquædum fecet lineam protensam F S in puncto M; ex puncto O, velut centro, & intervallo O M fiat arcus P D Q; per puncta M & I ducatur recta MI; his peractis evidens est,

1°. SM esse radium refractum radii A S (17).

2°. Duos angulos SME, EMI esse æquales; recta ME cum sit cordæ IS perpendicularis, quæ proinde divisa est in duas partes æquales in puncto E.

3°. Recta OM cum sit etiam superficiei P D Q perpendicularis, sequitur (9) radium reflexum radii SM coincidere cum linea MI, & secare axim in puncto I.

4°. Duos arcus HIN, PDQ, duas superficies repræsentantes, idem habere centrum O; ergo speculum HNPQ binas suas superficies concentricas habet, radiosque, a puncto A ad primæ superficiei punctum I, in quo axis ipsam tangit, procedentes colligit. Q. E. D.

PROPOSITIO XXIV.

141. **D**ata distantia inter binas speculi vitrei superficies, invenire 1°. quæ hæ superficies esse debeant, ut radii, axi parallelī, ipsum secent post reflexionem secundæ superficieī, antequam ex vitro egrediantur, in puncto qualicumque dato binas inter has superficies.

2º. Quales hæ superficies esse debeant, ut radii, ab axeos puncto dato procedentes, ipsum secent, antequam vitrum egrediantur, in puncto qualicunque dato duas inter has superficies.

Horum problematum solutio nullam patitur difficultatem, quia ex præcedentium propositionum demonstrationibus per se ipsam evidens est. Unde

PROPOSITIO XXV.

142. Datis binis superficiebus, speculum vitreum terminantibus, dataque vitri densitate invenire, utrum radii, axi parallelī, ipsum secabunt post reflexionem, in occurso superficie reflectentis factam, in puncto inter has superficies, antequam ex vitro per primam superficiem egrediantur.

SOLUTIO ET DEMONSTRATIO.

HN P Q sit speculum vitreum, cujus superficies refringens sit HIN; fig. 32. 33. 34. P D Q sit superficies reflectens & DI vitri densitas. A S sit radius, axi parallelus; per punctum F, a superficie refringente HIN tribus semidiametris distans, & punctum S ducatur recta SF, protensa, usquedum fecet superficiem reflectentem P D Q in puncto M; S M repræsentabit ergo (17) radium refractum radii A S.

Ab hoc puncto M ducatur ad centrum C superficie reflectentis P D Q semidiameter CM, qui huic superficie perpendicularis erit, formabitque cum recta MS angulum CMS; per punctum M ducatur recta MI, formans angulum CMI = CMS.

Sf 3

His

His peractis evidens est, rectam MI repræsentare radium reflexum radii MS (9), siue protendatur, indicabit, utrum punctum I, in quo axim secat, sit intra vel ultra vitri densitatem.

PROPOSITIO XXVI.

143. Notis duabus superficiebus sphæricis speculum vitreum terminantibus, dataque vitri densitate, cum axeos puncto ante speculum, a quo radii obliqui in speculum cadentes procedunt, cognoscere, utram hi radii post reflexionem in cursu secundæ superficie factam, axim secturi sint in puncto binas inter has superficies, antequam per primam egrediantur.

SOLUTIO.

Speculum vitreum tale esse potest, fig. 38. 39. 40. 41. 42. ut radii, axi paralleli, in ipsum cadentes axim secant, antequam ex vitro egrediantur, in puncto binas inter superficies; attamen, hoc speculo eodem manente, radii, si frant eidem axi obliqui, procedantque a puncto dato ejusdem axis, ipsum secant mox ante mox post egressum e speculo, reflexi per secundam superficiem; quid in hoc casu accidat, hoc modo intonescet.

A sit punctum datum in axi, a quo radius, cadens in superficiem refringentem HIN, procedit; per punctum O, velut hujus superficie centrum dueatur VF, rectæ AS parallela, tribusque suis semidiametris æqualis; per puncta F & S ducatur recta FS, protendaturque, usquedum fecet superficiem reflectentem PDQ in puncto M, rectaque SM repræsentabit radium refractum radii SA (17). Per

Per punctum M & per punctum C, superficie reflectentis centrum ducatur semidiameter MC, & protendatur usque in E; consequenter ME huic superficie P D Q perpendicularis erit, facietque cum linea M S angulum SME; per punctum M duatur linea MI, quæ faciat angulum I M E = SME.

His peractis, evidens est (9) lineam MI repræsentare radius reflexum radii SM; proinde si protendatur, usquedum axim fecet, cognoscetur, utrum ipsum fecet ante vel post egressum per primam superficiem.

PROPOSITIO XXVII.

144. **C**onstrui possunt specula vitrea utrinque concava, vel utrinque convexa, aut convexo- concava, objecta repræsentantia, quin augeantur vel diminuantur.

Ea specula dico utrinque concava, quorum superficies refringens æque ac reflectens concavæ sunt, utrinque convexa autem ea, quorum binæ superficies convexæ sunt.

Hic bene notandum est, ne confundantur ideæ, convexumque accipiatur pro concavo, quod eadem vitri superficies, stanno non obducta, convexa est, obducta autem concava. Evidens enim est, quod stanni obductio reflexionem producens est concava; cum autem hanc superficiem consideremus tantum quatenus reflectentem, concava dici debet eodem modo vitri superficies, ante stanni obductionem concava, post stanni obductionem convexa est. Jam demonstretur propositio.

D E-

DEMONSTRATIO.

In propositione 13. (115) demonstravi, dari specula vitrea utrinque concava aut utrinque convexa, & alia convexo-concava, quæ parallelos remittunt radios, axi parallelos in ipsa cadentes; ergo hæc specula objecta non aliter repræsentant quam specula plana, consequenter ipsa repræsentant naturaliter nec majora, nec minora.

145. *Nota.* Hoc ut in praxi ad amissim fiat, horum speculorum superficies non debent esse portiones sphæræ nimium parvæ, ipsorumque densitas tam parva sit, ut fieri potest; horum speculorum latitudo etiam non sit majoris numeri graduum; alias objecta prope margines repræsentata deformata apparerent.

PROPOSITIO XXVIII.

146. Possibile est construere specula vitrea objecta inverse repræsentantia, quin appareant majora aut minora.

DEMONSTRATIO.

In propositione 11. demonstravi, dari specula vitrea, quæ parallelos remittunt radios, axi parallelos in ipsa cadentes, radiosque in specula versus unam axeos partem ingredientes versus partem oppositam egredi; ergo objectum si ab his speculis tantum distet, ut radii ab eodem puncto procedentes sint sensibiliter paralleli, dum in specula cadunt, ex iis etiam paralleli egredientur, radiisque, a puncto objecti ad partem dexteram procedentes, per partem sinistram egredientes;

tur; consequenter oculus hæc objecta per radios in his speculis reflexos percipiens, ipsa videbit inversa, quin majora aut minora appareant. Q. E. D.

147. *Nota.* Hoc in praxi difficile est 1° quia hæc specula horrendæ magnitudinis esse deberent, consequenter ad elaborandum difficillima, & elaboratorum usus difficilis foret.

2° quia vitri densitas si esset major aut minor, radiorum parallelismus multum turbaretur, consequenter non sequetur idem effectus; sed ut vitri densitas non fieret nimium major aut minor, in elaborandis his speculis maxima requiretur dexteritas, quæ in artificibus difficile invenitur. Sufficit ergo, horum speculorum possibilitatem demonstrasse.

148. Eos autem, quibus horum speculorum perfectio placet, monitos volo, quod hujus speciei speculum, tagaciter elaboratum, ut optimos habeat effectus, sit illud, cuius binæ superficies sunt portiones sphærarum, in quibus diameter unius sit triplus diametri alterius, cuiusque prima superficies sit convexa & portio sphæræ minoris, & secunda concava & portio sphæræ majoris, uti fig. 30.

PROPOSITIO XXIX.

149. **P**ossibile est construere specula vitrea, objecta perfecte repræsentantia, quin videantur majora aut minora, in quo cumque loco oculus collocatus sit, prope aut procul a speculo, quæ tamen focum habeant, in quo radii solares collecti maximum calorem producunt.

Dissertatio
SOLUTIO.

HNPQ sit speculum, fig. 27. cuius prima superficies HNS sit convexa & secunda PDQ concava, in quo aliunde vitri densitas major sit tribus semidiametris superficie HNS, centrumque superficie reflectentis PDQ sit in axeos puncto C, a superficie refringente HSN tribus hujus superficie semidiametris distante. Dico, hoc speculum producere effectum supra dictum.

DEMONSTRATIO.

Evidens est, quod radii inter se paralleli in primam superficiem HSN cadentes post refractionem colligentur in puncto C (17); consequenter radii, a sole procedentes, vi hujus collectionis maximum calorem producent in punto C.

Hi iidem radii, progredientes ultra C, in superficiem reflectentem PDQ cadent, hoc punctum C cum sit hujus superficie centrum: ergo reflexi per eamdem viam revertentur, & secundo colligentur in puncto C & primo productum calorem augebunt, proindeque in hoc puncto erit calor maximus.

Hi iidemque radii, in puncto C in transversum secti, egredientur per idem superficie HIN punctum, per quod ingressi erant; ergo paralleli egredientur, sicuti paralleli ingressi fuerant.

Evidens ergo est, quod, objectum quodcumque ante hoc speculum ponatur in tali distantia, ut radii, ab eodem puncto procedentes, sint sensibiliter paralleli, post reflexionem e speculo adhuc egredientur paralleli; ergo etiam evidens est, quod oculus ante speculum positus sive prope sive procul, per radios

dios parallelos hæc objecta semper percipiet; sed oculus non nisi extra speculum collocari potest; ergo hoc speculum objecta neque majora neque minora repræsentabit, attamen focium habebit, in quo maximum calorem præducet. Q. E. D.

PROPOSITIO XXX.

150. Construi possunt specula vitrea concava objecta minora semper repræsentantia. Fig. 10.

DEMONSTRATIO.

Pro secundo casu corollarii 8. tertiae propositionis (57) vidimus, dari specula vitrea concava, quæ omnes radios, in ipsa parallele cadentes, post reflexionem divergentes remittunt; ergo objecta, per horum speculorum reflexionem percepta, minora semper apparebunt. Q. E. D.

PROPOSITIO XXXI.

151. Construi possunt specula vitrea concava, quæ solis ardoribus exposita, in focus suis neque ignem, neque calorem sensibilem producere queunt.

DEMONSTRATIO.

Evidens est 1°. quod specula, de quibus in præcedenti propositione, calorem nunquam producant.

2°. In propositione 13^a (115) demonstravimus, fig. 8. dari specula vitrea concava, quæ radios, in ipsa parallele cadentes, remittunt parallelos; ergo hæc specula radiis solaribus exposita, calorem nunquam producent. Q. E. D.

PROPOSITIO XXXII.

152. **C**onstrui possunt specula vitrea convexa, quæ objecta majora repræsentare possunt, quæque, radiis solaribus exposita, in focus suis ignem producent.

DEMONSTRATIO.

Pro secundo casu corollarii 7. tertiae propositionis (55) vidimus, fig. 4. quod dentur specula vitrea convexa, quæ radios, in ipsa axi parallele cadentes, colligunt in puncto axeos ante primam superficiem; evidens ergo est, hæc specula objecta majora repræsentare posse, & soli opposita colligere radios in uno puncto, in quo ignem producere queunt. Q. E. D.

153. *Corollarium.* Erravit ergo P. Schottus affirmando (in Mag. univers. part. 1. lib. 7. prop. 6.) lenticulam ante convexam & retro concavam, in parte concava stanno obductam, soli expositam, ignem producere non posse.

PROPOSITIO XXXIII.

154. **C**onstrui possunt specula vitrea, in quibus objecta percipientur distantia præcise, ac si in prima superficie depicta essent.

DEMONSTRATIO.

Vidimus in propositionibus XV. XVI. XVII. XVIII. & XIX. fig. 32. 33. 34. 31. dari specula vitrea, quæ radios axi parallelos colligunt in puncto, primam superficiem tangente; evidens ergo est, quod objecta remota, quorum radii, ab unico puncto procedentes, in speculum cadunt, cum sint sensibiliter parallelis, imaginem suam in prima horum speculorum superficie proprictam

Etiam habebunt; consequenter oculus, extra speculum collocatus, ea in hac superficie semper percipiet. Q. E. D.

In hoc casu objecta percipientur inversa.

In praxi, speculum optimum effectum producturum, foret illud, cuius prima superficies convexa est, & secunda plana, cuius mentionem fecimus in propositione XV. (fig. 31.)

Speculum minoris densitatis, in hoc casu optimum effectum producens, est illud propositionis XVI. vel XIX. (fig. 33).

PROPOSITIO XXXIV.

155. **C**onstrui possunt specula vitrea, objecta ita remota repräsentantia, ac si essent in secunda superficie depicta.

DEMONSTRATIO.

Evidens est, quod omnia specula, quorum in propositione XIV. mentionem fecimus, radios axi parallelos in uno puncto secundam superficiem tangente præcise colligunt; ergo objecta remota, quorum radii, ab unico puncto procedentes, sunt sensibiliter paralleli, in secunda superficie percipientur. Q. E. D.

Hoc in casu objecta inversa percipientur.

Specula, quæ in hoc casu optimos præstant effectus, sunt ea, quorum prima superficies convexa est, secunda autem concava, ita ut semidiameter secundæ superficie sit triplus diametri primæ, centrumque secundæ superficie sit in axeos puncto primam superficiem tangente. Fig. 30.

PROPOSITIO XXXV.

156. Construi possunt specula vitrea, in quibus, si quis se aspiciat, faciem suam in prima superficie percipiet. Fig. 37.
38. 39. 40. 41. 36. 42.

DEMONSTRATIO.

In propositionibus XX. XXI. XXII. XXIII. jam vidimus, dari specula vitrea, quæ in axeos puncto, primam superficiem tangente, colligunt radios ab ejusdem axeos puncto extra speculum procedentes; ergo evidens est, quod homo, in hoc puncto collocatus, faciem suam in prima superficie percipiet.
Q. E. D.

Imago intuentis hisce in speculis inversa est.

PROPOSITIO XXXVI.

157. Possunt construi specula vitrea, in quibus prospiciens imaginem suam in intimo speculi super secundam superficiem percipiet.

DEMONSTRATIO.

Ex secundo corollario propositionis XIV. evidens est, dari specula vitrea, in quibus radii, ab axeos puncto extra speculum procedentes, colliguntur in puncto secundam superficiem tangente; ergo quidam coram speculo in hoc puncto collocatus in intimo speculi imaginem suam percipiet.

PROPOSITIO XXXVII.

158. Construi possunt specula vitrea, quæ objecta remota in qualicunque axeos puncto binas inter superficies in ipsamet vitri densitate repræsentant.

159.

159. Alia construi possunt, in quibus propria imago videri potest in qualicunque axeos puncto binas inter superficies.

Totum hoc per se evidens est, nullaque demonstratione indiget; de his sufficienter in propositione XXIV. locuti sumus.

PROPOSITIO XXXVIII.

160. Construi possunt specula vitrea, quæ extra speculum nullum calorem producunt, etiamsi radiis solaribus exponantur, licet ipsamet specula ita calefiant, ut ardentia evadant.

DEMONSTRATIO.

Evidens est, quod omnia specula vitrea, radios axi parallelos, antequam e speculo egrediantur, in ejusdem axeos puncto binas inter superficies colligentia, de quibus in pluribus præcedentibus propositionibus mentionem fecimus, hanc proprietatem habent.

PROPOSITIO XXXIX.

161. Possibile est construere specula sphærica concava, quæ radiis solaribus exposita in centro concavitatis suæ comburunt.

P. Casparus Schotti in magia sua universali part. I. lib. 7. post propositionem VIII. hanc quæstionem proponit: nempe, utrum possibile sit, ita construere speculum, ut punctum ardens in speculo concavo in centro inveniatur. P. Marinus Bettinus, ab ipso citatus hanc quæstionem affirmative solvit; imo pretendit, maximum calorem produci posse, si specula concava ita elahorentur, ut punctum ardens præcise in ipsorum centro inveniatur.

162. Hoc ut obtineatur, speculum ita confici debet, ut radii solares, antequam in speculum sphæricum concavum cadant, colligantur & se se in transversum secent in centro; unde necelfario sequetur, quod omnes radii in superficiem speculi sphærici concavi perpendiculariter cadant, seque reflectentes secundum vice in centro colligantur; consequenter per hanc duplicem collectionem, radii solares insolitam in centro comburendi vim obtinebunt.

163. Ut autem radii solares colligantur, seque in centro speculi sphærici concavi in inversum secent, P. Marinus Bettinus vult, ut construatur speculum parabolicum concavum, in medio perforatum, focusque ipsius sit retro hoc speculum, ut speculi parabolici concavi axis coincidat cum axi speculi sphærici concavi, utriusque focus, nempe speculi parabolici & speculi sphærici, sit in eodem puncto axis communis; his ita præparatis, evidens est, quod, duo hæc specula ita conjuncta si soli exponentur, radii se colligent in centro speculi sphærici concavi, antequam in suam superficiem cadant.

164. P. Schottus, allato hoc P. Bettini processu, quem ingeniosum sed parum solidum vocat, concludit, impossibile esse, construere speculum sphæricum concavum, ita ut in centro comburat; fatetur tamen, per hunc processum vim comburendi augeri; attamen negat, hoc medio effectum realiter comburendi obtineri posse.

165. Hujus rationem allegat, quod corpus combustibile, in centro collocatum, intercipiet omnes radios, qui in hoc puncto se se in inversum secare deberent, consequenter nullus radius in speculum sphæricum concavum caderet; unde demum concludit,

dit, impossibile esse, ut hoc medio speculum sphæricum concavum ullum effectum in centro producat.

166. Observandum est, tam quoad crism P. Schotti, quam quoad P. Bettini processum ipsum 1° dari corpora combustibilia transparentia; unde sequitur, hæc corpora, foco speculorum P. Bettini exposita non impedire, quin radii solares progrediantur, cadantque in speculum sphæricum concavum; proinde obiectio P. Schotti impossibilitatem absolutam effectus horum speculorum non probat.

167. 2° P. Bettinus facilius medium administrare potuisset, si loco speculi parabolici (quod in constructione impossibile puto) usus esset lenticula sphærica convexa ex vitro, cuius refractionis focus coincidisset cum centro speculi sphærici concavi.

168. Attamen fateri debemus, inconveniens a P. Schotto rationabiliter objectum per hoc non vitari in singulis easibus, ubi in foco collocarentur materiæ combustibiles opacæ.

169. 3° P. Bettini methodus plura exigit specula, cum idem unico speculo fieri possit; quod per propositionem XXIX. (149) evidens est; in hoc tamen inconveniens est, nempe quod nullum corpus combustibile in foco collocari possit; consequenter hoc medio nullus alius effectus obtineri potest, quam ut vitrum hoc speculum componens egregie calefiat, cum in foco maximus calor produceretur.

170. Concludendum ergo est, hoc problema nulla ex his methodis perfecte solutum esse. Attamen per specula vitrea facile solvetur.

SOLUTIO ET DEMONSTRATIO.

171. Sit speculum vitreum, cuius focus absolutus sit præcise in centro primæ superficiei, uti descripsimus in propositione IX. (89).

172. Evidens est, quod quodlibet horum speculorum omnis generis materias combustibiles, sive opacas, sive transparentes comburet; primum in centro secundæ superficiei, & secundum in centro primæ, & hoc eodem modo eademque facilitate, ac alia specula caustica. Q. E. D.

173. Hæc unica methodus est, qua speculum concavum in centro suæ concavitatis comburere possit. Hujus praxis facilis est, nullæque occurrent aliæ difficultates, quam quæ generales sunt in construendis cæteris speculis.

174. Erravit ergo P. Schottus, affirmando impossibile esse, ut speculum sphæricum concavum præcise in centro suo comburat; *combustio, inquit, non potest fieri in centro speculi concavi.*

175. Adhuc observandum est, non tantum fieri posse, ut speculum præcise in centro suæ concavitatis comburat, sed data etiam qualicumque concavitate sphærica vitrea speculum ex ea constructum comburit in qualicumque axeos puncto dato ante hanc concavitatem: quod per propositionem XI. (140) evidens est.



ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Abhandlungen der Bayerischen Akademie der Wissenschaften - Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse](#)

Jahr/Year: 1783

Band/Volume: [3-1783](#)

Autor(en)/Author(s): La Sarre Johann B.

Artikel/Article: [Dissertatio Catadioptrica Elaborata 167-242](#)