Bestimmung

der

Horizontal-Intensität des Erdmagnetismus

nach

absolutem Maase.

Von dem

Akademiker und Conservator Lamont.

Bestimmung
der
Horizontal-Intensität des Erdmagnetismus
nach
absolutem Maase.

Von

J. Lamont.

---

§. 1.

Den Magnetismus, wie er an Stahlstäben vorkommt, denken wir uns als bestehend aus zwei Flüssigkeiten, wovon die eine positiv, die andere negativ ist: die ungleichnamigen Flüssigkeiten ziehen sich an, die gleichnamigen stossen sich ab und zwar im geraden Verhältnisse ihrer Menge (oder Dichtigkeit) und im umgekehrten des Quadrats der Entfernung. Ein Stahlstab, der nicht magnetisirt ist, enthält eine gleiche Quantität von beiden; aber beide sind in dem Stabe so vertheilt, dass sie an jedem Punkte sich das Gleichgewicht halten.

Auch nach der Operation des Magnetisirens bleibt noch die gleiche Quantität, das Gleichgewicht aber wird aufgehoben, indem der positive Magnetismus gegen das eine der negative gegen das andere Ende sich zurückzieht, und daselbst — in einer bestimmten Weise vertheilt — den Elementen des Stabs inhärirt. Die Vertheilung des Magnetismus in beiden Enden des Stabs ist in jedem einzelnen Falle wieder eine andere, so zwar, dass weder im Allgemeinen ein Gesetz, noch in einzelnen Fällen ein analytischer Ausdruck, der die Vertheilung darstellte, wohl angegeben werden kann. Dieser Umstand trägt nicht wenig dazu bei, das Problem, womit wir uns in der gegenwärtigen Abhandlung beschäftigen, verwickelt zu machen; ich hielt es desshalb für zweckdienlich, von der gewöhnlichen Darstellungsweise etwas abzuweichen, und ungefähr denselben Weg einzuschlagen, den man bei der Lehre von der Pendelbewegung befolgt. Ich führe nämlich den Begriff eines *einfachen Magnets* — analog mit dem Begriffe eines *einfachen Pendels* — ein, um erst, wenn die Verhältnisse, so wie sie sich bei einfachen Magneten gestalten, entwickelt sind, auf die in der Wirklichkeit vorkommenden complizirtern Fälle überzugehen.

Ein einfacher Magnet besteht aus zwei gleich schweren Punkten a und b (Fig. 1) durch eine Linie ohne Schwere verbunden; der ganze positive Magnetismus ($+\mu$) ist in a der ganze negative Magnetismus ($-\mu$) ist in b vereinigt. Wenn übrigens gleich *zwei* Pole dem Begriffe eines Magnets wesentlich sind, und in der Wirklichkeit immer die *zwei* Pole berücksichtiget werden müssen, so scheint es dem Zwecke einfacher Entwickelung angemessen, anfangs nur den einen Pol in Betracht zu ziehen, von dem andern aber zu abstrahiren, d. h. den Fall zu nehmen, wo die Länge des Magnets gegen die übrigen vorkommenden Maasangaben als unendlich gross zu betrachten wäre. Unter Voraussetzung dieses Falles wollen wir für magnetische Anziehung ein Maas festsetzen.

Es sey (Fig. 2) der einfache Magnet ab horizontal und habe um den Mittelpunkt c freie verticale Bewegung. Man stelle den einfachen Magnet $a'b'$ vertical auf, so, dass die Pole a und b' senkrecht über einander stehen, so werden sich diese Pole im geraden Verhältnisse ihres Magnetismus und im umgekehrten Verhältnisse des Quadrats ihrer Entfernung anziehen, d. h. die Anziehung ist

$$= \frac{\mu\ \mu'}{(a\ b')^2}$$

Soll ein in a angehängtes Gewicht p dieser Anziehung das Gleichgewicht halten, so hat man

$$p = \frac{\mu\ \mu'}{(a\ b')^2}$$

und wenn μ und μ' gleich sind, ferner $p = 1$ *milligramme* und $a\ b' = 1$ *millimètre*, so werden auch $\mu = 1$ und $\mu' = 1$ seyn, d. h. in dem Pole a ebenso wie in dem Pole b' befindet sich eine Einheit magnetischer Kraft. Diese Einheit können wir mit Beziehung auf die angenommene Gewichtseinheit auch „ein *milligramme* Magnetismus" nennen. Lassen wir dem Pole a seinen Magnetismus unverändert $= 1$ *milligramme* und denken uns, dass der Pol b' 2, 3, 4, . . . *milligrammes* Magnetismus bekomme, so muss das Gewicht p in gleicher Weise auf 2, 3, 4 . . . *milligrammes* vermehrt werden, damit das Gleichgewicht bleibe.

Hiemit ist die Art und Weise festgesetzt, in welcher der Magnetismus eines einfachen Magnets zu messen wäre; man hätte nämlich den zu untersuchenden Pol über dem entgegengesetzten und vertical frei beweglichen Pole eines einfachen Magnets von 1 *milligramme* Magnetismus festzustellen, dann dem beweglichen Pole so viel Gewicht anzuhängen als nöthig wäre, um Gleichgewicht zu erhalten. Das angehängte Gewicht wäre das gesuchte Maas.

Hier haben wir eine bestimmte Entfernung, nämlich 1 *millimètre* angenommen; bisweilen kommt aber die Entfernung oder überhaupt die Lage des zu messenden Magnets gar nicht in Betracht, sondern es handelt sich nur um die Anziehung, welche *an einem bestimmten Punkte* des Raumes nach einer *gegebenen Richtung* ausgeübt wird von einem irgendwo festgemachten Magnet, über dessen Verhältnisse weiter keine Bestimmungen gegeben sind. Es sey z. B. die Aufgabe, die Anziehung X (Fig. 3) zu messen, welche in dem Punkte a und in der Richtung $\alpha\ \beta$ von einem irgendwo in b' befindlichen magnetischen Pole ausgeübt wird. Wir bringen nach a den Pol eines einfachen Magnets von 1 *milligramme* Magnetismus, dessen Länge senkrecht auf $\alpha\beta$ sey, und von dessen andern Pol wir vorläufig gänzlich abstrahiren; wir hängen dann das Gewicht p — der Anziehung X entgegen wirkend — an, und ist damit das Gleichgewicht hergestellt, so dass der um den Mittelpunkt c frei bewegliche Magnet in Ruhe verbleibe, so hat man $p = X$, d. h. das angehängte Gewicht ist das Maas der magnetischen Anziehung X.

Hiebei lassen wir sowohl die Lage, als auch die Stärke des magnetischen Poles b' gänzlich ausser Acht, es ist auch ganz gleichgültig, ob wir einen negativen Pol in b' oder einen positiven in a' wirkend denken, oder ob wir die Wirkung von einem oder mehreren Polen ausgehend uns vorstellen.

Dieser Fall tritt bei dem Erdmagnetismus ein, den wir an jedem Punkte der Erdoberfläche in bestimmter Stärke wirkend antreffen, ohne dabei weiter von seiner Quelle irgend eine Kenntniss unmittelbar zu erhalten. Das Maas dafür geben wir in obiger Weise an, so z. B. hat der horizontale Erdmagnetismus in München 1,933, in Göttingen 1,784, in Christiania 1,547 milligrammes, d. h. wenn der horizontale Erdmagnetismus in der Richtung $\alpha\ \beta$ anzieht, so muss man dem Pole eines einfachen Magnets von 1 milligramme

Magnetismus ein Gewicht p von der angegebenen Zahl *milligrammes* anhängen, um das Gleichgewicht zu halten.

Aus dem Vorhergehenden ergibt sich nicht blos die Weise, in welcher die Stärke des Erdmagnetismus ausgedrückt wird, sondern auch der directe Weg, ihn zu messen. Es ist wohl möglich, dass man mit der Zeit diesem directen Wege auch in der Praxis näher kommen wird, für jetzt aber ist davon keine Rede, und wir sind darauf beschränkt, die Untersuchung auf ganz indirectem Wege zu führen, indem wir nämlich complizirte Wirkungen des Erdmagnetismus beobachten und auf die Grösse der Kraft zurückschliessen, welche diese Wirkungen hervorzubringen vermochte.

Hier begegnen wir unterdessen gleich anfangs einer Hauptschwierigkeit, in so ferne als alle Wirkungen, die wir beobachten können, von den Magneten, die wir dabei gebrauchen, und von dem Erdmagnetismus *zugleich* abhängen, mithin jede Gleichung, auf welche wir gelangen, *zwei* unbekannte Grössen enthält. Magnete von *bestimmter* Stärke zu construiren oder ihre Stärke ohne den Erdmagnetismus zu messen, dazu ist kein Mittel vorhanden. Dem Scharfsinne des verdienstvollen ***Poisson*** verdanken wir die Angabe des Weges, auf welchem diese Schwierigkeit beseitiget werden kann; er zeigte nämlich, dass es Wirkungen gebe, welche von dem *Produkte* des Erdmagnetismus und der Stärke des Magnets . . . μX . . ., dann Wirkungen, die von dem *Verhältnisse* oder *Quotienten* dieser beiden Grössen . . . $\frac{\mu}{X}$ . . . abhängen. Leitet man den Werth beider Ausdrücke, des Produktes und des Quotienten, aus der Beobachtung ab, so gelangt man durch Elimination von μ zu dem Werthe des horizontalen Erdmagnetismus X.

Poisson hat selbst seine Methode nicht praktisch ausgeführt, und die Ergebnisse, welche später bei absoluten Intensitätsmessungen erlangt worden sind, liefern den Beweis, dass es keine leichte Aufgabe sey, die Erfahrungsdata, deren man dabei bedarf, mit der nöthigen Schärfe zu gewinnen. Es ist meine Absicht, in der gegenwärtigen Abhandlung, einen Weg anzugeben, auf welchem man mit grösserer Genauigkeit und Leichtigkeit, als bisher geschehen ist, die eben erwähnten Erfahrungsdata praktisch erlangen könne, und zwar werde ich das Produkt . . . μX . . . durch *Schwingungs-Beobachtungen*, den Quotienten dagegen . . $\frac{\mu}{X}$ . . durch *Ablenkungs-Beobachtungen* in eigenthümlicher Weise eingerichtet, darstellen.

§. 2.

Der einfache Magnet $a\ b$ (Fig. 4) sey an dem Faden $c\ d$ aufgehängt, so dass er in der horizontalen Ebene $A\ B$ um den Mittelpunkt c schwingen könne. Der Erdmagnetismus X wirke in der Richtung $\alpha\ \beta$, so wird der Erfolg seyn, dass der Pol b mit der Kraft μX parallel mit $\alpha\ \beta$ angezogen, der Pol a dagegen mit derselben Kraft abgestossen werden wird. Zerlegen wir diese Kräfte nach der Richtung des Magnets und senkrecht darauf, so erhalten wir (wenn wir den Winkel $b\ c\ \beta$ mit ϑ bezeichnen) erstens zwei Kräfte . . . $\mu X \cos \vartheta$ . . . wovon die eine nach $c\ b$, die andere nach $c\ a$ zieht, und deren Summe also gleich $= o$ ist, zweitens zwei auf $a\ b$ senkrechte Kräfte . . $\mu X \sin \vartheta$ . . die beide eine Bewegung gegen $\alpha\ \beta$ hervorzubringen trachten, und deren Summe $= 2\ \mu X \sin \vartheta$ ist. Dividiren wir diese Summen durch die Summe der Massen von a und b (die wir $2\ m$ nennen wollen), um diejenige Kraft zu finden, welche auf die Einheit der Masse wirkt, so erhalten wir diese Kraft $= \frac{\mu X \sin \vartheta}{m}$ und die Beschleunigung für das Zeittheilchen dt . . . $\frac{\mu X \sin \vartheta}{m}\ dt$. Setzen wir $b\ c = a\ c = r$, so ist die Geschwindigkeit dieser Punkte $= \frac{r\,d\vartheta}{dt}$ und da das Differential der Geschwindigkeit der Beschleunigung gleich seyn muss, so erhält man endlich

$$\frac{d\,(r\,d\vartheta)}{dt} = -\frac{\mu X \sin\vartheta}{m}\,dt\;.\;.\;(A)$$

Das zweite Glied ist negativ, weil die Kraft der Vergrösserung von ϑ entgegen wirkt.

Diese Gleichung bestimmt die Oscillations-Bewegung des Magnets. Leichter und richtiger wären wir übrigens dazu gelangt, durch Anwendung der allgemeinen, für die Bewegung geltenden Gleichung, welche, wenn m', m'', m'''. . . die bewegten Massen x', x'', x'''. . . y', y'', y''' . . . ihre Coordinaten und X', X'', X''' . . . Y', Y'', Y''' . . . die nach der Richtung dieser Coordinaten und gegen ihre Vergrösserung wirkenden Kräfte bedeuten, sich so gestaltet:

$$\left.\begin{array}{l} m'\left(\frac{d^2x'}{dt^2}-X'\right)\delta x'+m''\left(\frac{d^2x''}{dt^2}-X''\right)\delta x''+m'''\left(\frac{d^2x'''}{dt^2}-X'''\right)\delta x'''+\ldots \\ +m'\left(\frac{d^2y'}{dt^2}-Y'\right)\delta y'+m''\left(\frac{d^2y''}{dt^2}-Y''\right)\delta y''+m'''\left(\frac{d^2y'''}{dt^2}-Y'''\right)\delta y'''+\ldots \end{array}\right\} = o\ldots(B)$$

Für unsern Fall, wo nur zwei Punkte m und m' (a und b) vorhanden sind, und die nach x' ($c\beta$) wirkende Kraft für die Einheit der Masse $= -\frac{\mu X}{m'}$, die nach x'' ($c\alpha$) wirkende Kraft $= +\frac{\mu X}{m''}$ ferner $Y' = o$, $Y'' = o$ ist, verwandelt sich die Formel in

$$m'\left(\frac{d^2x'}{dt^2}+\frac{\mu X}{m'}\right)\delta x'+m''\left(\frac{d^2x''}{dt^2}-\frac{\mu X}{m''}\right)\delta x''+m'\frac{d^2y'}{dt^2}\delta y'+m''\frac{d^2y''}{dt^2}\delta y''=o$$

oder, da wir die Massen von a und b als gleich angenommen, und oben bereits mit m bezeichnet haben, auch nach den oben festgesetzten Bedingungen $x' = x$, $x'' = -x$ und $y' = y$, $y'' = -y$ seyn wird,

$$\left(\frac{d^2 x}{dt^2}+\frac{\mu X}{m}\right)\delta x+\frac{d^2 y}{dt^2}\delta y=o$$

Da $x^2+y^2=r^2$ und $\delta r=o$ ist, so hat man $\delta y=-\frac{x}{y}\delta x$ und somit

$$\frac{d^2 x}{dt^2}+\frac{\mu X}{m}-\frac{d^2 y}{dt^2}\frac{x}{y}=o \text{ oder } \frac{yd^2 x-xd^2 y}{dt^2}=-\frac{\mu X}{m}y$$

Nach der Substitution von $r\cos\vartheta$ für x und $r\sin\vartheta$ für y wird diese Gleichung mit der oben gefundenen . . *(A)* . . . identisch.

Setzt man in der Gleichung . . *(A)*. . anstatt des Sinus von ϑ den Bogen, so lässt sich die Integration ohne Schwierigkeit ausführen, und man hat:

$$\vartheta=A\sin\left(t\sqrt{\frac{\mu X}{mr}}+B\right)$$

wo A und B Constanten sind. Der äusserste positive und negative Werth von ϑ seyen $+\alpha$ und $-\alpha$ und die Zeit, welche der Magnet braucht, um von $+\alpha$ nach $-\alpha$ zu kommen, sey $=T$, d. h. T bedeute die Oscillations-Dauer, so hat man

$$+\alpha=A\sin\left(t\sqrt{\frac{\mu X}{rm}}+B\right) \text{ und } -\alpha=A\sin\left(t\sqrt{\frac{\mu X}{rm}}+T\sqrt{\frac{\mu X}{rm}}+B\right)$$

woraus folgt $T\sqrt{\frac{\mu X}{rm}}=\pi$ oder $\mu X=\frac{\pi^2 mr}{T^2}$ . . . . *(I)*.

Man erlangt also durch die Schwingungsdauer eines Magnets eine sehr einfache Bestimmung des Erdmagnetismus; allein die Formel enthält noch die unbekannte Grösse μ, welche durch eine zweite Gleichung eliminirt werden muss. Diese zweite Gleichung wird durch Ablenkungs-Versuche gewonnen. Wir legen nämlich den Magnet ab (Fig. 5), dessen Schwingungsdauer eben bestimmt worden, auf die horizontale Ebene AB, worin ein zweiter Magnet $a'b'$, an einem Faden $d'c'$ aufgehängt, sich frei bewegt. Dabei werden die Verhältnisse so gewählt, dass der Magnet ab gegen die Mitte

c' des freien Magnets gerichtet sey, während der letztere einerseits von dem Erdmagnetismus X gegen die Linie $\alpha\beta$, andererseits durch die Kraft des Magnets $a\,b$ gegen $a\,c'$ hingezogen, in einer Mittelrichtung verbleibt, welche *senkrecht* auf $a\,c'$ sey. Diese Bedingung ist immer leicht zu erfüllen, da man die Entfernung $b\,c'$ ändern, mithin die Kraft des Magnets $a\,b$ und die dadurch hervorgebrachte Ablenkung $b'\,c'\,\beta = \varphi$ nach Belieben grösser oder kleiner machen kann.

Betrachten wir nun die Kräfte, welche auf den Magnet $a'\,b'$ wirken. Der Erdmagnetismus X zieht den Pol b' mit der Kraft μX parallel mit der Richtung $c'\beta$ und stösst den Pol a' mit derselben Kraft ab, parallel mit der Richtung $c'\alpha$. Beide Kräfte suchen den Winkel φ zu vermindern, und wenn man sie in andere Kräfte *parallel* mit $a'\,b'$ und *senkrecht* darauf zerlegt, so heben sich die parallelen Kräfte auf, die senkrechten sind $= 2\mu' X \sin\varphi$ und üben ein Drehungs-Moment $= 2\mu' X r' \sin\varphi$ aus, wenn $c'b' = r'$ gesetzt wird.

Indem der Pol a den Pol b' anzieht, und den Pol a' abstösst, geht seine Einwirkung dahin, den Winkel φ zu vergrössern; die Kräfte nach $a\,b'$ und $a\,a'$ wirkend sind $+\frac{\mu\mu'}{ab'^2}$ und $+\frac{\mu\mu'}{aa'^2}$. Zerlegt man sie nach $a'\,b'$ und senkrecht auf diese Richtung, so heben sich die nach $a'\,b'$ wirkenden Kräfte auf, die senkrechten Kräfte geben aber

$$\frac{\mu\mu'}{aa'^2} \cdot \frac{ac'}{aa'} + \frac{\mu\mu'}{ab'^2}\,\frac{ac'}{ab'} \text{ oder } \frac{2\mu\mu'}{aa'^3}\,ac'.$$

Die Wirkung des Poles b ist der Wirkung des Poles a in so ferne entgegengesetzt, als sie den Winkel φ zu vermindern strebt. Führen wir die Rechnung in derselben Weise, wie für den Pol a, so erhalten wir als Resultat eine senkrecht auf $a'\,b'$ wirkende Kraft

$= -\frac{2\mu\mu'}{a'b^3}bc'$. Die vollständige Einwirkung des Ablenkungsmagnets auf den freien Magnet $a'b'$ ist demnach $2\mu\mu'\left(\frac{ac'}{aa'^3}-\frac{bc'}{a'b^3}\right)$ und das Drehungs-Moment $= 2\mu\mu'r'\left(\frac{ac'}{aa'^3}-\frac{bc'}{a'b^3}\right)$. Soll nun der freie Magnet $a'b'$ in Ruhe verbleiben, so hat man die Gleichung

$$2\mu\mu'r'\left(\frac{ac'}{aa'^3}-\frac{bc'}{a'b^3}\right) = 2\mu'Xr' \sin\varphi \text{ oder}$$

$$\frac{\mu}{X} = \frac{\sin\varphi}{\left(\frac{ac'}{aa'^3}-\frac{bc'}{a'b^3}\right)} \cdots\cdots (II).$$

Es ist zweckmässig, die Grösse $\frac{ac'}{aa'^3}-\frac{bc'}{a'b^3}$ durch r, r' und $cc' = e$ auszudrücken und in eine nach den negativen Potenzen von e geordnete Reihe aufzulösen, wobei vorausgesetzt wird, dass e gegen r und r' sehr gross sey. Wir haben demnach $ac = e - r$, $bc' = e + r$, $aa' = \sqrt{r'^2 + (e-r)^2}$, $a'b = \sqrt{r'^2+(e+r)^2}$ wornach

$$\frac{ac'}{aa'^3}-\frac{bc'}{a'b^3} = \frac{4r}{e^3}\left(1+\frac{2r^2-3r'^2}{e^2} - \ldots\right)$$

Die Gleichung (II) erhält zuletzt diese Form:

$$\frac{\mu}{X} = \frac{1}{4}\frac{e^3\sin\varphi}{r} \cdot \frac{1}{1+\frac{2r^2-3r'^2}{e^2} - \ldots}$$

Eliminiren wir μ vermittelst der Gleichung (I), so erhalten wir

$$X^2 = \frac{4\pi^2\, mr^2}{T^2 e^3 \sin\varphi}\left(1+\frac{2r^2-3r'^2}{e^2} - \ldots\right)$$

Wir können, um der gewöhnlichen Form näher zu kommen, das *Trägheits-Moment* des Magnets ab einführen, welches der Summe der Massentheile, multiplicirt mit dem Quadrate ihrer Entfernung vom Mittel gleich ist. Nennen wir das Trägheits-Moment K, so ist $K = 2mr^2$ und

$$X = \frac{\pi}{T\sqrt{\sin\varphi}}\sqrt{\frac{2K}{e^3}\left(1 + \frac{2r^2 - 3r'^2}{e^2} - \cdots\right)} \cdots (III).$$

Auf solche Weise sind wir im Stande, so bald die Schwingungsdauer eines Magnets und der Winkel, um welchen er einen andern Magnet vom Meridian ablenkt, aus der Beobachtung bekannt sind, die Intensität des horizontalen Erdmagnetismus zu berechnen; wir erhalten sie ausgedrückt durch die Zahl von *milligrammes*, die man dem einen Pole eines einfachen Magnets von einem *milligramme* Magnetismus anhängen müsste, um das Gleichgewicht mit dem Erdmagnetismus, wenn er nach entgegengesetzter Richtung zöge, zu halten. Dabei setzen wir voraus, dass die Zeit in Sekunden, die Längen in *millimètres* und das Gewicht in *milligrammes* ausgedrückt sey*).

---

*) Es ist sehr zu bedauern, dass man vom Anfange nicht darauf bedacht war, die magnetische Intensität durch andere in der Natur vorkommende Grössen auszudrücken und dadurch die Verschiedenheit der Bestimmungen und die Nothwendigkeit vielfacher Reduction zu beseitigen, welche ans dem Gebrauche willkürlicher Maaseinheiten hervorgeht, und welche wir in den übrigen Theilen der Physik mit Recht so sehr beklagen.

Bei den Intensitätsmessungen in Deutschland hat man bisher als Einheiten 1 millimètre, 1 milligramme und 1 Sekunde angenommen; in den englischen Observatorien werden als Einheiten 1 Grain, 1 englischer Fuss und 1 Sekunde gebraucht; andere Maase und Gewiebte werden bald anderwärts in Anwendung kommen. Wie nahe wäre es gelegen, als Maas der magnetischen Kraft ihr Verhältniss zu der Gravitation an der Oberfläche der Erde einzuführen? Nennen wir die Gravitation am Aequator $= g$, die Länge des Sekundenpendels daselbst λ, das Gewicht einer Kubikeinheit distillirten Wassers δ, und nehmen den Tag als Zeiteinheit an, wobei T in Sekunden ausgedrückt seyn soll, so haben wir

Indem wir die Methode, welche zur Messung der absoluten horizontalen Intensität dient, mit einfachen Magneten durchgeführt haben, war es die Absicht einerseits, eine deutliche Darstellung der wesentlichen Momente des Verfahrens zu geben, andererseits einfache und scharf begrenzte Begriffe aufzustellen, von denen man ohne Schwierigkeit auf die in der Natur vorkommenden Fälle übergehen kann. Dieser Uebergang wird darin bestehen, dass wir einen Magnetstab als aus unendlich vielen magnetischen Polen bestehend zu betrachten haben, wovon jeder einzelne wie der Pol eines einfachen Magnets wirkt, und deren Gesammtwirkung zu bestimmen, nun die Aufgabe ist. Es sey der Punkt o in dem Magnetstab AB (Fig. 6) durch die Coordinaten x, y, z bestimmt, und die magnetische Kraft in diesem Punkte sey eine Function der Coordinaten $f(x, y, z) = V$, so dass V die Kraft bedeute, welche der Einheit der Masse zukommt; denken wir uns dann den Magnetstab als aus unendlich vielen Elementen bestehend, und bezeichnen wir das Element, welchem die Coordinaten x, y, z zukommen, mit dm, so haben wir die magnetische Kraft dieses Elementes $= V dm$. Die Summe aller solcher Kräfte ist der Kraft des Magnets gleich. Wir werden nun mit Anwendung dieser Vorbegriffe für die Schwingungen und Ablenkungen der Magnetstäbe die Gesetze entwickeln, deren wir zur Intensitäts-Bestimmung bedürfen.

§. 3.

Es sey AB (Fig. 7) ein Magnetstab horizontal an dem Faden f hän-

---

$$\frac{X}{g} = \frac{86400''}{\pi\lambda\sqrt{\delta}} \cdot \frac{\sqrt{2K\left(1 + \frac{2r - 3r'}{e^2} - .\right)}}{T\sqrt{e^3 \sin\varphi}},$$

wobei es ganz gleichgültig ist, welche Maase und Gewichte gebraucht werden.

gend, und mit dem Spiegel s versehen. Bezeichnen wir die Coordinaten des Punktes o mit x, y, z, wobei wir die x als parallel mit dem magnetischen Meridian $\alpha\beta$ und den Anfangspunkt der Coordinaten in dem Mittelpunkte (durch welchen zugleich die Schwingungs-Axe geht) annehmen, so ist die Kraft, womit der Punkt o durch den Erdmagnetismus angezogen wird, nach der Richtung der $x = VX$, nach der Richtung der y und z aber $= o$; mithin erhält die Gleichung A für diesen Fall folgende Gestalt:

$$\Sigma\left[\left(\frac{d^2x}{dt^2} + VX\right) dm\,\delta x + \frac{d^2y}{dt^2}\,dm\,\delta y\right] = o$$

Die Summation Σ bezieht sich auf die Elemente des Magnets und des damit in Rechnung kommenden Aufhang-Apparates. Zuvörderst haben wir $x^2 + y^2 = r^2$, welche Grösse unter den Bedingungen, die bei oscillirenden Magnetstäben statt finden, in Beziehung auf die Zeit constant seyn wird. Daraus folgt $\delta y = -\frac{x\delta x}{y}$, dann erhält die obige Gleichung die Form:

$$\Sigma\,\frac{yd^2x - xd^2y}{dt^2}\,dm = \Sigma XVydm.$$

Wir müssen zuerst neue Coordinaten einführen, nämlich x', y', z', die mit dem Magnet verbunden sind; dabei nehmen wir an, dass der Anfangspunkt der Coordinaten unverändert bleibe: die Axe der x mit der magnetischen Axe des Stabs ab zusammenfalle, und der Winkel zwischen x und x' mit ϑ bezeichnet werde.

Hiernach haben wir

$$z = z'$$
$$y = x' \sin\vartheta + y' \cos\vartheta$$
$$x = x' \cos\vartheta - y' \sin\vartheta$$

daraus

$$\frac{yd^2x - xd^2y}{dt^2} = \frac{r^2d^2\vartheta}{dt^2}$$

und

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2}\,\Sigma r^2 dm = -\Sigma XV(x'\sin\vartheta + y'\cos\vartheta)$$
$$= -X\sin\vartheta\,\Sigma x'Vdm - X\cos\vartheta\,\Sigma y'Vdm.$$

Der Ausdruck $\Sigma r^2\,dm$ oder die Summe der Theilchen des Magnets und Aufhäng-Apparats multiplizirt mit dem Quadrate ihrer Entfernungen von der Schwingungs-Axe ist, was wir das Trägheits-Moment nennen. Wir haben es bereits oben mit K bezeichnet.

Der Ausdruck $\Sigma x'Vdm$ ist die Summe des in jedem Element enthaltenen Magnetismus, multiplizirt mit der Entfernung dieses Elements vom Drehungspunkte (Mittelpunkte); diese Summe heisst, analog mit dem ähnlichen Ausdrucke in der Statik, *magnetisches Moment* des Stabs und wird mit M bezeichnet. Was die Summe $\Sigma y'Vdm$ betrifft, so wird sie, wenn der Magnetismus symmetrisch in dem Stabe vertheilt ist $= o$ seyn: wir wollen sie allgemein $= N$ setzen. Da es, wie aus den weitern Entwicklungen hervorgehen wird, in jeder Hinsicht zweckmässig ist, die Schwingungsweite immer klein zu halten, so darf man $\sin\vartheta = \vartheta$ und $\cos\vartheta = 1$ setzen, hiernach ist

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2} = -\frac{M}{K}\left(\vartheta - \frac{N}{M}\right)$$

woraus durch Integration hervorgeht

$$\vartheta + \frac{N}{M} = A\sin\left(t\sqrt{\frac{MX}{K}} + B\right)$$

wo A und B Constanten sind. Wenn T die Schwingungsdauer ist, so haben wir hier analog mit Gleichung (I)

$$MX = \frac{K\pi^2}{T^2}\ \ldots\ (IV)$$

Dieser Ausdruck ist von N, also von der unsymmetrischen Vertheilung des Magnetismus im Stabe unabhängig.

Es wird hier nicht überflüssig seyn, die Aenderung der Schwingungszeit zu untersuchen, welche erfolgen würde, wenn man grössere Schwingungsbogen beobachten wollte, blos mit dem Zwecke zu bestimmen, wie weit man gehen dürfte, bis die Schwingungsweite merklichen Einfluss auf die Dauer der Schwingungen hat. Wir setzen dabei $N = o$ und haben dann

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2} = -\frac{MX}{K}\sin\vartheta$$

Das erste Integral ist

$$\left(\frac{d\vartheta}{dt}\right)^2 = 2\,\frac{MX}{K}(\cos\vartheta - \cos\alpha)$$

wobei die durch die Integration eingeführte Constante α die Schwingungsweite oder den grössten Werth von ϑ bedeutet. Entwickelt man die Sinusse nach Potenzen der Bogen, so ist

$$dt = \frac{d\vartheta}{\sqrt{\frac{MX}{K}}\sqrt{\alpha^2 - \vartheta^2 - \frac{1}{12}(\alpha^4 - \vartheta^4) - \ldots}} = \frac{d\vartheta\,(1 + \frac{1}{24}(\alpha^2 + \vartheta^2))}{\sqrt{\frac{MX}{K}}\sqrt{\alpha^2 - \vartheta^2}}$$

Daraus ergibt sich die dem Schwingungsbogen α zugehörige Schwingungsdauer, die wir t nennen

$$t = \pi\sqrt{\frac{K}{MX}}\left(1 + \frac{\alpha^2}{16}\right)$$

Man sieht, dass die Schwingungsdauer etwas grösser ausfällt, wenn man den Magnet weiter ausschwingen lässt, und zwar wird die Schwingungsdauer um den $\frac{1}{100000}$ten Theil vergrössert, wenn der Stab 44′ beiderseits von der Mittellinie ausschwingt, und um den $\frac{1}{1000000}$sten Theil, wenn der Ausschlag 14′ beträgt. Um die Beobachtung der Durchgänge gehörig vornehmen zu können, braucht man den Magnet nie mehr als 10′ ausschwingen zu lassen, so dass es bei gehöriger Einrichtung der Beobachtungen nie nothwendig seyn wird, den Einfluss der Schwingungsweite auf die Dauer der Schwingungen in Rechnung zu nehmen. Bei der Beobachtung selbst ist es aber nothwendige Bedingung, dass man den Magnet sorgfältig einschliesse und vor der sonst immer eintretenden Störung durch Luft-Oscillationen gehörig verwahre.

Die eben gefundene Gleichung . . (IV) . . gibt das Produkt des Erdmagnetismus in das magnetische Moment des Stabs. Wir haben nun durch Ablenkungs-Versuche den Quotienten beider Grössen darzustellen. Wenden wir unter analogen Verhältnissen, wie in §. 2. den Magnet ab (Fig. 8), nachdem seine Schwingungsdauer bestimmt worden, zur Ablenkung eines andern Magnets $a'b'$ an, und betrachten die Anziehung zweier Elemente in o und o' auf einander, so erhalten wir dafür, wenn die Elemente mit dm und dm' und der Magnetismus derselben mit Vdm und $V'dm'$, ferner ihre Entfernung mit ϱ bezeichnet wird, den Ausdruck $\frac{VV'dmdm'}{\rho^2}$. Setzen wir für beide Magnete den Anfang der Coordinaten in den Mittelpunkten c und c', und nennen die Coordinaten von o . . . x, y, z, jene von o' . . . x', y', z', so zwar, dass x, x' mit den magnetischen Axen parallel und horizontal, z, z vertical seyen, so haben wir, wenn $cc' = e$ gersetzt wird

$$\rho = \sqrt{(e + y' - x)^2 + (x' - y)^2 + (z' - z)^2}$$

Zerlegen wir die Kraft $\frac{VV'dm\,dm'}{\rho^2}$ in drei andere Kräfte, den Axen der x', y', z' parallel wirkend, so wird nur eine davon, nämlich diejenige, welche nach y' wirkt, auf die Drehung im horizontalen Sinne Einfluss haben; nur diese kommt im gegenwärtigen Falle in Betracht. Der Ausdruck dafür ist

$$\frac{VV'dmdm'}{\rho^2} \cdot \frac{e + y'}{\rho}$$

Das Moment dieser Kraft in Bezug auf die verticale durch c' gehende Axe ist $\frac{VV'dmdm'}{\rho^2} \frac{e + y'}{\rho} x'$ und das totale Drehungs-Moment, welches von dem Magnet ab auf $a'b'$ ausgeübt wird, erhalten wir, wenn wir diesen Ausdruck für die ganze Ausdehnung beider Magnete integriren, also

$$= \Sigma\Sigma \frac{VV' dm\, dm'}{\rho^3} (e + y') x'$$

Dieses Drehungs-Moment strebt den Winkel $b'c'\beta = \varphi$ zu vergrössern, der Erdmagnetismus dagegen sucht den Winkel φ zu vermindern, und zwar ist die Kraft für den Punkt $o' = XV' dm'$ und nach der Richtung der x' zerlegt $= X'V'dm \sin \varphi$. Diese letztere übt das Drehungsmoment $XV'dm' \sin \varphi \,.\, x'$, also für den ganzen Magnet $a'b'$ das Drehungsmoment

$$\Sigma X V' dm' x' \sin\varphi \text{ oder } X \sin\varphi \Sigma V' x' dm'$$

aus. Soll nun keine Bewegung statt finden, so müssen die beiden Drehungsmomente gleich seyn, also

$$\Sigma\Sigma \frac{V V' dm dm'}{\rho^3} (e + y') x' = X \sin \varphi \, \Sigma V x' dm'$$

Wir haben nun $\frac{1}{\rho^3}$ in eine Reihe von der Form

$$\frac{A}{e^3} + \frac{B}{e^4} + \frac{C}{e^5} + \cdots$$

zu entwickeln und die Integration auszuführen.

In Beziehung auf die letztere Operation ist aber Folgendes zu bemerken.

Wenn die Stäbe regelmässig gefertigt sind, und der Magnetismus in denselben symetrisch in Beziehung auf y, z, y', z', vertheilt ist, so werden

$$\Sigma y V dm,\ \Sigma y^2 V dm,\ \Sigma y^3 V dm \ \ldots.$$
$$\Sigma z V dm,\ \Sigma z^2 V dm,\ \Sigma z^3 V dm \ \ldots.$$
$$\Sigma y' V' dm',\ \Sigma y'^2 V' dm',\ \Sigma y'^3 V' dm' \ \ldots.$$
$$\Sigma z' V' dm',\ \Sigma z'^2 V' dm',\ \Sigma z'^3 V' dm' \ \ldots.$$

alle $= o$ seyn, weil es jedesmal vier Punkte gibt, denen dasselbe y und V entsprechen, und zwar $+ y$ und $- y$ bei $+ V$ und $+ y$ und $- y$ bei $- V$, und so auch für die übrigen.

Wäre aber auch die Gestalt der Magnete und die Vertheilung des Magnetismus nur näherungsweise symmetrisch, so würde durch die Annahme, dass die obigen Integrale verschwinden, kein erheblicher Fehler veranlasst werden, weil y, z, y', z' in Beziehung auf die Länge der Magnete und die Entfernung ihrer Mittelpunkte .. e .. immerhin kleine Grössen seyn werden.

Die Integrale $\Sigma Vx\,dm$, $\Sigma V'x'\,dm'$ sind die magnetischen Momente der beiden Magnete; wir werden sie dem Obigen gemäss M und M' nennen. Desgleichen wollen wir setzen

$$\Sigma Vx^3 dm = M_3,\ \Sigma Vx^5 dm = M_5 \ \ldots .$$
$$\Sigma V'x'^3 dm' = M'_3,\ \Sigma V'x'^5 dm' = M'_5 \ \ldots$$

Bei symmetrischer Vertheilung des Magnetismus werden

$$\Sigma Vx^2 dm,\ \Sigma Vx^4 dm \ \ldots .$$
$$\Sigma V'x'^2 dm',\ \Sigma V'x'^4 dm' \ \ldots .$$

$= o$ seyn. Wir werden diess auch bei den folgenden Entwicklungen voraussetzen, und bemerken zugleich, dass eine Abweichung von der symmetrischen Vertheilung, welche bedeutend genug wäre, um die Entwickelungen unrichtig zu machen, wohl niemals vorkomme, ausser wenn man absichtlich durch ein besonderes Verfahren beim Magnetisiren solche Abnormität hervorruft, dass übrigens ein Mittel später angegeben werden wird, um unsymmetrische Vertheilung des Magnetismus in den Stäben, wodurch sie überhaupt zu Intensitäts-Bestimmungen unbrauchbar werden, zu erkennen.

Nehmen wir nun mit Berücksichtigung dieser Bedingungen die Entwicklung und Integration der obigen Gleichung vor, so fallen alle Glieder, die y, y', z, z' enthalten, aus, und wir dürfen schon von vorneherein diese Grössen $= o$ setzen, alsdann haben wir

$$X \sin\varphi \Sigma V'x'dm' = \Sigma\Sigma VV'dmdm' \frac{(e-x)x'}{([e-x]^2+x'^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$= \Sigma\Sigma VV'dmdm' \frac{x'}{(e-x)^2}\left(1+\frac{x'^2}{(e-x)^2}\right)^{-\frac{3}{2}}$$

oder

$$XM' \sin\varphi = \frac{2MM'}{e^3} + \frac{4M_3M'-6MM'_3}{e^5} + \frac{6M_5M'-30M_3M'_3+\frac{45}{4}MM'_5}{e^7} + \ldots$$

Setzen wir zur Abkürzung

$$2\frac{M_3}{M} - 3\frac{M'_3}{M'} = p$$

$$3\frac{M_5}{M} - 15\frac{M_3M'_3}{MM'} + \frac{45}{8}\frac{M'_5}{M'} = q$$

so haben wir

$$\frac{M}{X} = \tfrac{1}{2} e^3 \sin\varphi \frac{1}{1+\frac{p}{e^2}+\frac{q}{e^4}+\ldots} \quad \ldots\ (V.)$$

Diess ist die Endgleichung, welche wir brauchen: eliminiren wir M vermittelst der Gleichung (IV), so ergibt sich

$$X^2 = \frac{2\pi^2 K}{T^2 e^3 \sin\varphi}\left(1+\frac{p}{e^2}+\frac{q}{e^4}+\ldots\right) \ldots (VI).$$

In dieser Gleichung kommen einige Grössen vor, welche näherer Bestimmung bedürfen.

§. 4.

Zuerst muss das Trägheits-Moment des Ablenkungs-Magnets . . $K = \Sigma r^2 dm$ mit grosser Sorgfalt bestimmt werden.

Diese Bestimmung kann auf zweierlei Weise geschehen, indem man entweder die angezeigte Integration durchführt, vorausgesetzt, dass der Magnet hinreichend homogen und regelmässig gearbeitet ist, oder indem man ihn in Verbindung mit einem Körper, dessen Moment bekannt ist, schwingen lässt. Setzt man die Dichtigkeit des Magnets, der in allen Theilen gleichmässig seyn soll, $= Q$ und die Coordinaten eines Punktes x, y, z vom Mittelpunkte aus gerechnet, so hat man

$$r^2 = x^2 + y^2,\ dm = Q dx dy dz$$

mithin

$$K = Q \iiint (x^2 + y^2) dx dy dz$$

Ist der Magnet ein Parallelipipedum, dessen Länge a, Breite b, Dicke c heisse, so hat man

$$K = \tfrac{1}{12}(a^2 + b^2) abcq = \tfrac{1}{12}(a^2 + b^2) P,$$

wenn man das Gewicht mit P bezeichnet.

Unterdessen reicht diese Methode bei kleinen Magneten wohl niemals aus, weil kleine Ungleichheiten der Form und innern Beschaffenheit schon bedeutenden Einfluss auf die Werthbestimmung haben; man muss desshalb bei genauen Messungen stets die zweite Methode anwenden.

Zwar kann man hiebei Körper von beliebiger Form gebrauchen, vorausgesetzt, dass man deren Trägheits-Moment aus den Dimensionen zu bestimmen im Stande sey; hiedurch wird aber die Wahl sehr beschränkt, so zwar, dass in der Praxis wohl nur eine einzige Form vortheilhafte Bestimmung gewährt, nämlich die eines Ringes (Fig. 9).

Keine andere Form kann so genau mechanisch hergestellt werden, auch bei keiner Form hat eine ungleiche innere Beschaffenheit so wenig Einfluss.

Ist die Schwingungsdauer des (Fig. 7) aufgehängten Magnets bestimmt und $= T$ gefunden worden, so hat man

$$MX = \frac{\pi^2 K}{T^2}$$

Legt man nun den Ring in der (Fig. 9) angezeigten Weise auf den Magnet und bestimmt wiederum die Schwingungsdauer, die wir T' nennen wollen, so hat man

$$MX = \frac{\pi^2 (K+R)}{T'^2},$$

wenn R das Trägheits-Moment des Ringes bedeutet.

Aus den zwei Gleichungen ergibt sich

$$K = \frac{R}{\frac{T'^2}{T^2} - 1}$$

Um R zu bestimmen, denke man sich eine horizontale Ebene, die den (horizontal liegenden) Ring in der Mitte durchschneidet, so dass die eine Hälfte oberhalb, die andere unterhalb der Ebene sich befinde. Der Anfangspunkt der Coordinaten liege da, wo die Schwingungsaxe (zugleich die Axe des Ringes) diese Ebene durchschneidet: die Coordinaten seyen x, y und z und man setze $x = r \cos \varphi$ $y = r \sin \varphi$ und die Dichtigkeit $= q$, so hat man

$$dm = q\,dz\,r\,dr\,d\varphi$$

mithin

$$R = \iiint r^3 q\,dr\,d\varphi\,dz$$

Eine nothwendige Bedingung ist, dass jeder verticale Durchschnitt des Rings durch vier *gerade* Linien begrenzt sey, und diese Bedingung lässt sich auch mechanisch erreichen.

Nimmt man zuvörderst q als constant an, und integrirt die Gleichung für K in Beziehung auf φ und r und zwar von $\varphi = 0$ bis

$\varphi = 2\pi$ und von $r = r_1$, bis $r = r_2$, wo r_1, und r_2 den der Ordinate z entsprechenden innern und äussern Halbmesser des Ringes bedeuten, so erhält man

$$R = \tfrac{1}{2}\pi q \int (r_2{}^4 - r_1{}^4)\, dz.$$

Wenn die äussere und innere Wand des Ringes nicht senkrecht und parallel sind, so kann man setzen

$$r_1 = \varrho + \alpha z, \quad r_2 = \varrho' + \alpha' z$$

wo ϱ und ϱ' die mittlern Halbmesser bedeuten, und α und α' jedenfalls (wenn der Ring nur mit mässiger Sorgfalt gefertiget ist) so klein seyn werden, dass man ihre Quadrate und höhern Potenzen vernachlässigen kann. Unter dieser Bedingung gelangt man endlich zur Gleichung

$$R = \tfrac{1}{2}\pi (\varrho'^4 - \varrho^4)\, qc$$

wo c die Dicke des Ringes bedeutet. Setzt man die Masse (das Gewicht) des Rings $= p$, so ist $p = \pi\ (\varrho'^2 - \varrho^2)\, qc$, mithin

$$R = \tfrac{1}{2}\ (\varrho'^2 + \varrho^2)\ p.$$

Wäre die obere und untere Fläche des Rings (die zwei auf der Drehungsaxe senkrechten Flächen) nicht genau parallel, so würde dieses, falls die Abweichung nicht bedeutend ist, auf das Trägheits-Moment keinen Einfluss haben. Es ist aber nothwendig, dafür Sorge zu tragen, dass die Abweichung nicht bedeutend werde, weil man sonst die Durchmesser unrichtig erhält.

Ist der Ring nicht homogen, also q eine veränderliche Grösse, so muss dieses bei der Integration des Ausdruckes für R berücksichtiget werden: unterdessen wird man gleich bemerken, dass unter den möglicher Weise zu erwartenden Gesetzen der Dichtigkeit die wenigsten auf das Trägheits-Moment einen merklichen Einfluss haben. Jedenfalls wird man für den Ring eine Materie wählen, bei welcher Unregelmässigkeiten am wenigsten zu erwarten sind; somit wird der gewöhnliche oder wahrscheinlichste Fall seyn, dass die Dichtigkeit nach der einen oder andern Richtung für die *ganze* Ausdehnung des Ringes zunimmt. Geht nun die Zunahme in verticalem oder horizontalem Sinne, so wird dadurch der Werth von R keine Aenderung erleiden; bloss für den auf keine Weise wahrscheinlichen Fall, wenn die Dichtigkeit eine Function von r wäre, würde die Vernachlässigung dieses Umstandes bei Berechnung des Trägheits-Moments einen Fehler zur Folge haben, dessen Betrag man auf folgende Weise schätzen kann. Setzt man

$$\varrho = 1,\ \varrho' = 1 + \delta\varrho,\ r = 1 + x,\ q = q'\,(1 + \alpha x + \beta x^2 + \gamma x^3 \ldots)$$
$$R' = \tfrac{1}{2}(\varrho'^2 + \varrho^2)\,p,$$

so hat man

$$R = R'\,(1 + \tfrac{1}{6}\alpha\delta\varrho^2 - \tfrac{1}{2}(\alpha - 2\beta + \alpha^2)\,\delta\varrho^3 - \tfrac{1}{60}(3\alpha - 10\alpha^2 - 15\alpha^3 + 50\alpha\beta - 24\beta - 54\gamma)\,\delta\varrho^4 \ldots)$$

Wählt man vortheilhafte Verhältnisse, so dass $\varrho' - \varrho$ nahe $= \frac{1}{10}\varrho$ und $\frac{T^2}{T'^2} - 1$ etwa 15 betrage, so erhält man auch, wenn die Dichtigkeit in der Breite des Ringes um $\frac{1}{10}$ sich ändert, gleichmässig von Innen nach Aussen zunehmend, den Werth von K nur um seinen 1000sten Theil unrichtig.

Man kann hieraus schliessen, dass Ringe von Glas, Messing und andern Materien, denen eine eben so gleichmässige innere Structur, wie man sie bei den eben genannten Körpern gewöhnlich findet, zukommt, als homogen angenommen werden dürfen. Uebrigens ist man immer im Stande, über die innere Beschaffenheit eines Ringes nähere Bestimmung zu erhalten, indem man ihn (Fig. 10), mit einem Spiegel *s* versehen, an einem Stahldrath *dd* vertical schwingen lässt, und die Schwingungsdauer bestimmt, wenn verschiedene Theile der Peripherie in die verticale Linie nach *a* gebracht werden. Praktisch ist jedoch das Bedürfniss solcher Untersuchung so wenig wesentlich, dass die weitere Entwickelung des eben angedeuteten Verfahrens füglich hier unterbleiben kann. Bei den Messungen selbst ist es aus andern Gründen immer nöthig *mehrere* Ringe zu haben, und die Resultate zu vergleichen, wobei ein unbrauchbarer Ring leicht erkannt werden kann.

Bei der oben entwickelten Methode zur Bestimmung der magnetischen Intensität wird, vorausgesetzt, dass zum Behufe der Ablenkungen, der Ablenkungs-Magnet senkrecht auf die Richtung des abgelenkten gestellt werde. Da dieser Bedingung wohl nie streng genügt wird, so haben wir den hieraus entstehenden Fehler zu bestimmen.

Es sey (Fig. 11) ab ein ablenkender, $a'b'$ ein abgelenkter Magnet, AB eine Linie, welche durch ihre Mittelpunkte geht, $\alpha\beta$ der magnetische Meridian. Die Nordpole der Magnete sollen mit der Linie AB die Winkel ψ und ψ' machen; der Ablenkungs-Winkel sey φ.

Die Anziehung der Elemente dm und dm', die sich in o und o' befinden, wird nach §. 2. seyn

$$-\frac{VV'\,dm\,dm'}{oo'^2}$$

und das Drehungs-Moment, welches diese Kraft auf den Magnet $a'b'$ ausübt, ist

$$-\frac{VV'\,dm\,dm'}{oo'^2}\,\frac{of}{oo'}\,o'c$$

Nun ist aber, wenn man $cc' = e$, $oc = r$, $o'c' = r'$ setzt $\varrho^2 = (e + r\cos\psi - r'\cos\psi')^2 + (r\sin\psi - r'\sin\psi')^2, of = e\sin\psi' + r\sin(\psi' - \psi)$ mithin das ganze Drehungs-Moment

$$= - \iint \frac{V V' \, dm \, dm' \, r' \, (e \sin \psi' + r \sin(\psi' - \psi))}{\left((e + r \cos\psi - r' \cos\psi')^2 + (r' \sin\psi' - r \sin\psi)^2)\right)^{\frac{5}{2}}},$$

und dieses wird dem von dem Erdmagnetismus ausgeübten Drehungs-Moment $M_1' X \sin \varphi$ gleich seyn.

Setzt man hier $\psi' = 90^\circ + \delta\psi'$ und $\psi = 0^\circ + \delta\psi$, so erhält man

$$M'_1 X \sin\varphi = - \iint \frac{V V' \, dm \, dm' \, r' \, (e + r)}{\left((e+r)^2 + r'^2\right)^{\frac{5}{2}}} - \frac{M_1 \, M'_1}{e^3} (4 \sin^2 \tfrac{1}{2} \delta\psi' + 4 \sin^2 \tfrac{1}{2} \delta\psi +$$
$$+ \sin\delta\psi \sin\delta\psi') + \ldots.$$

Demnach sind die anzubringenden Correctionen so gering, dass wohl nie ein Fall vorkommen wird, wo sie nicht vernachlässiget werden dürften.

Dagegen kann leicht in der Distanz e ein Fehler entstehen, weil man nicht die Distanz des *Mittelpunktes*, sondern die Distanz des *Endes* des Ablenkungs-Magnets von dem freien Magnet unmittelbar abliest. Ist l die Länge des Magnets und man stellt das Ende in der Entfernung $e - \frac{1}{2} l$, so ist die Entfernung der Mitte, wenn $\psi = 0^\circ + \delta\psi$ ist, nicht e, sondern

$$e - \tfrac{1}{2} l \, (1 - \cos \delta\psi) = e - l \sin^2 \tfrac{1}{2} \delta\psi.$$

Diese Entfernung in die Formel substituirt, gibt einen grössern Werth für X, und zwar um

$$3 X \frac{l}{e} \sin^2 \tfrac{1}{2} \delta\psi.$$

Man wird wohl nie den Ablenkungs-Magnet so nahe stellen, dass nicht e grösser als $2\,l$ wäre; für $e = 2\,l$ dürfte aber $\delta\psi$ nicht über $20'$ betragen, wenn der Werth von X bis auf den 10,000sten Theil richtig gefunden werden soll.

Bei den Ablenkungs-Versuchen ist es nöthig, um eine möglichst vortheilhafte Bestimmung von φ und e zu erhalten, eine vierfache Messung vorzunehmen. Man bringt nämlich den Ablenkungs-Magnet zuerst nach $a_1\ b_1$, dann nach $a_2\ b_2$, indem man das Ende auf den Theilstrich γ_1 und γ_2 einstellt, wobei der freie Magnet in der Lage $a'\ b'$ gehalten wird, und zwar nennen wir den Ablenkungs-Winkel $\beta\, c'\, b'$ für die erste Messung φ_1 für die zweite φ_2. Die Distanzen von der Mitte bezeichnen wir auf folgende Weise

$$c_1 c' = e + \Delta e + \delta e$$
$$c_2 c' = e + \Delta e - \delta e$$

so dass $\gamma_1 \gamma_2 = 2e + 2\Delta e$ sey. Setzen wir in der auf der vorhergehenden Seite vorgenommenen Entwickelung $\psi = o$, $\psi' = 90^\circ$ und substituiren die Werthe der Distanzen $c_1 c'$ und $c_2 c'$, so erhalten wir

$$M_1\, X . \sin\varphi_1 = -\iint \frac{VV'\, dm\, dm'\, r'\, (e + \Delta e + \delta e + r)}{\left((e + \Delta e + \delta e + r)^2 + r'^2\right)^{\frac{5}{2}}} \quad \ldots (A.)$$

$$M'_1\, X . \sin\varphi_2 = -\iint \frac{VV'\, dm\, dm'\, r'\, (e + \Delta e - \delta e + r)}{\left((e + \Delta e - \delta e + r)^2 + r'^2\right)^{\frac{2}{3}}}$$

Stellt man nun das Ende des Ablenkungs-Magnets auf die Theilstriche γ_3 und γ_4 ein, so dass er die Lage $a_3\ b_3$ und $a_4\ b_4$ erhalte, und nennt man die Ablenkungs-Winkel $-\varphi_3$ und $-\varphi_4$, und setzt die Entfernungen

$$c_3 c' = e - \Delta e + \delta e'$$
$$c_4 c' = e - \Delta e - \delta e'$$

so wird $\gamma_3\, \gamma_4 = 2e - 2\Delta e$. Substituiren wir nun diese Werthe in der obigen Entwickelung, wobei $\psi' = 90^\circ$ und $\psi = 180^\circ$ genommen werden müssen, so haben wir

$$M'_1 X \sin\varphi_3 = \iint \frac{VV'\, dm\, dm'\, r'\, (e - \Delta e + \delta e' - r)}{\left((e - \Delta e + \delta e' - r)^2 + r'^2\right)^{\frac{5}{2}}}$$

$$M'_1 X \sin\varphi_4 = \iint \frac{VV'\, dm\, dm'\, r'\, (e - \Delta e - \delta e' - r)}{\left((e - \Delta e - \delta e' - r)^2 + r'^2\right)^{\frac{5}{2}}}$$

Addirt man die vier Gleichungen und dividirt die Summe durch 4, so erhält man

$$M'_1\, X \tfrac{1}{4} (\sin\varphi_1 + \sin\varphi_2 + \sin\varphi_3 + \sin\varphi_4) = \iint VV'\, dm\, dm' \left[\frac{2rr'}{e^3} + \frac{4r'r^3 - 6r'^3 r}{e^5} + \frac{6r'r^5 - 30r^3 + \frac{45}{3} r'^5 r}{e^7} \ldots + 6\frac{rr'}{e^5} (\varDelta e^2 + \delta e^2 + \delta e'^2) + \ldots\right]$$

Im Falle das von $\varDelta e$, δe, $\delta e'$ abhängige Glied weniger als den 10000ten Theil des Werthes von X betragen soll, darf die Summe $\frac{\varDelta e^2 + \delta e^2 + \delta e'^2}{e^2}$ nicht über $\frac{1}{173}$ gehen. Was die Grösse $\varDelta e = \frac{1}{4} (\gamma_1 \gamma_2 - \gamma_3 \gamma_4)$ betrifft, so wird sie, wenn nur die Apparate mit mässiger Sorgfalt construirt sind, so klein ausfallen, dass man sie vernachlässigen darf. Der Werth von X wird also ohne Correction bis auf den 10000sten Theil richtig seyn, wenn $\frac{\delta e^2}{e^2}$ und $\frac{\delta e'^2}{e^2}$ kleiner als $\frac{1}{346}$ sind, d. h. wenn die Differenzen $\varphi_2 - \varphi_1$, $\varphi_4 - \varphi_3$ kleiner sind, als

21′ . . bei $\varphi = 20°$
34 . . bei $\varphi = 30$
49 . . bei $\varphi = 40$

Berücksichtiget man diese Grenzen und setzt $e = \frac{1}{4} (\gamma_1 \gamma_2 + \gamma_3 \gamma_4)$ und $\varphi = \frac{1}{4} (\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4)$, so hat die Gleichung (V.) ihre volle Gültigkeit, selbst wenn den §. 3. angenommenen Bedingungen $\int V dm = o$ $\int V' dm' = o$ $\int r^2 V dm = o$ $\int r'^2 V' dm' = o$ u. s. w. nicht streng genügt würde.

Um den Werth von $\frac{M}{X}$ zu erhalten, reicht es hin, die Ablenkung φ für eine einzige Distanz e zu kennen, vorausgesetzt, dass man den Werth von $1 + \frac{p}{e^2} + \frac{q}{e^4}$ bestimmt habe. Die Bestimmung dieser Grösse erfordert aber Ablenkungen in verschiedenen Entfernungen, wobei für jede Entfernung eine Gleichung von der Form (V.) erhalten wird. Sind nämlich die Distanzen e, e', e'' . . . und die entsprechenden Ablenkungen φ, φ', φ'' . . .

so hat man, wenn $\log\left(1+\frac{p}{e^2}+\frac{q}{e^4}\right)=-\frac{p'}{e^2}-\frac{q'}{e^4}\ldots$ gesetzt wird

$$\log\frac{M}{X}=\log\left(\tfrac{1}{2}\,e^3\sin\varphi\right)+\frac{p'}{e^2}+\frac{q'}{e^4}$$

$$\log\frac{M}{X}=\log\left(\tfrac{1}{2}\,e'^3\sin\varphi'\right)+\frac{p'}{e'^2}+\frac{q'}{e'^4}$$

$$\log\frac{M}{X}=\log\left(\tfrac{1}{2}\,e''^3\sin\varphi''\right)+\frac{p'}{e''^2}+\frac{q'}{e''^4}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

woraus $\log\frac{M}{X}$ eliminirt und durch die Methode der kleinsten Quadrate p' und q', mithin auch p und q abgeleitet werden können.

§. 5.

Drei Umstände haben wir noch zu berücksichtigen, welche bei Intensitäts-Messungen die Einführung entsprechender Correctionen nothwendig machen, nämlich die *Torsion* des Fadens bei Schwingungs-Versuchen, die *Temperatur* und die während der Messung vorgehenden *Aenderungen* der magnetischen Kraft.

Setzt man das Verhältniss der Torsions-Kraft des Fadens zu dem magnetischen Moment des Stabs $=\gamma$, so wird die Kraft, welche den Magnet beim Schwingen in die Lage des Gleichgewichts zurückzuführen sucht, in dem Verhältnisse $1+\gamma$ vermehrt. Wir erhalten demnach

$$MX\,(1+\gamma)=\frac{\pi^2 K}{T^2}$$

Uebrigens wird man die Dimensionen der Apparate (ausgenommen bei Bestimmung des Trägheits-Moments K) immer so einrichten können, dass $\gamma=o$ gesetzt werden darf.

Die Temperatur-Zunahme wirkt auf zweierlei Weise, indem sie die Dimensionen der Körper vergrössert und die magnetische Kraft vermindert; demnach werden K, e und M einer Correction wegen der Temperatur bedürfen.

Da K das Quadrat der Entfernung vom Mittelpunkte enthält, so wird man, wenn β' den Ausdehnungs-Coefficienten des Stahls für 1° bedeutet und die Temperatur $= t$ ist, haben

$$K = K_0 (1 + \beta' t)^2 = K_0 (1 + 2 \beta' t).$$

(K_0 bedeutet hier das Trägheits-Moment für 0° Temperatur.)

Die Distanz e wird auf Messingschienen gemessen; nimmt man demnach den Ausdehnungs-Coefficienten des Messings für $1^\circ = \beta$, und die Distanz für 0° Temperatur $= e_0$ an, so hat man

$$e = e_0 (1 + \beta t)$$

Setzt man den Verlust an magnetischer Kraft, der einem Grade Wärmezunahme entspricht, $= \alpha$ und die Temperatur wieder $= t$, so wird

$$M = M_0 (1 - \alpha t)$$

seyn, wenn M_0 das magnetische Moment für 0° Temperatur bedeutet.

Führen wir diese Correctionen in die Gleichung (VI.) ein und nehmen an, dass die Schwingungen bei der Temperatur t, die Ablenkungen aber bei der Temperatur t' gemessen worden, so erhalten wir

$$X^2 = \frac{\pi^2 K_0}{T^2} \frac{1 + \frac{p}{e^2} + \frac{q}{e^4}}{\frac{1}{2} e_0^3 \sin \varphi} (1 + 2\beta' t - 3\beta t - \alpha (t' - t) - \gamma)$$

Bei gehörig gewählten Verhältnissen der Messungs-Apparate wird der Factor $1 + \frac{p}{e^2} + \frac{p}{e^4}$ so klein seyn, dass eine Correction desselben wegen der Wärme unnöthig wäre.

Bisweilen ist es erforderlich, die bei einer Temperatur t beobachteten Schwingungszeiten und Ablenkungen auf diejenigen Werthe zurückzuführen, welche man erhalten hätte, wenn die Beobachtung bei der Temperatur τ vorgenommen worden wäre. Für diesen Fall gelten folgende Ausdrücke:

Correction der Schwingungsdauer $= - T(t - \tau)(\beta' + \frac{1}{2}\alpha)$
Correction der Ablenkung . . . . $= + \operatorname{tg}\varphi\,(t - \tau)(3\beta + \alpha)$

Eine Intensitäts-Messung nimmt immer einen längern Zeitraum in Anspruch, und da an der magnetischen Kraft unaufhörlich Aenderungen vorgehen, so müssen wir hier die Art angeben, wie solche berücksichtiget werden.

Bei der Schwingungsdauer ist nur die Aenderung der Intensität in Rechnung zu bringen. An den Variations-Instrumenten liest man am Anfange und am Ende den Stand ab, und nimmt an, dass der gemessenen Schwingungsdauer das Mittel der beiden Stände entspricht, was der Wahrheit um so näher kommen wird, je kürzer der Zeitraum ist, den man zum Messen der Schwingungsdauer anwendet. Es sey der auf solche Weise erhaltene Stand der Intensitäts-Variation $= n'$, der Werth eines Theilstriches $= i$ und X_0 die absolute Intensität, welche dem Nullpunkte der Variations-Scala entspricht, so hat man die wirkliche Intensität $= X_0\,(1 + n'i)$, demnach

$$M_0 X_0 (1 + n' i) = \frac{\pi^2 K_0}{T^2} (1 + (2\beta' + \alpha)\, t)$$

Bei den Ablenkungen hat man ausser den Variationen der Intensität auch jene der Declination in Rechnung zu bringen, was auf folgende Weise geschieht. Es seyen die Ablesungen des Kreises v, v' (bei Ablenkung westlich) und v'' v''' (bei Ablenkung östlich) und die gleichzeitig am Declinations-Instrumente abgelesenen Stände $\delta, \delta', \delta'', \delta'''$, so hat man die auf 0 des Declinations-Instruments reducirten Ablesungen $v - \delta$, $v' - \delta'$, $v'' - \delta''$, $v''' - \delta'''$ (vorausgesetzt, dass die v und δ in demselben Sinne gezählt werden, im entgegengesetzten Falle wäre das Zeichen $+$ zu nehmen), und die Ablenkung ergibt sich

$$\frac{\frac{1}{2}(v'' - \delta'' + v''' - \delta''') - \frac{1}{2}(v - \delta + v' - \delta')}{2}.$$

Hiebei ist angenommen, dass die Theilung des Kreises von Norden über Osten bis 360° gezählt wird. Setzen wir

$$\varphi = \tfrac{1}{4}\,(v''' + v'' - v' - v)$$
$$\text{und } \delta\varphi = \tfrac{1}{4}\,(\delta + \delta' - \delta'' - \delta''');$$

nehmen wir ferner an, dass gleichzeitig mit der Einstellung der Winkel v, v', v'', v''' die Intensitäts-Variationen aufgezeichnet worden, und dass das Mittel der aufgezeichneten Stände $= n''$ sey, so haben wir die Gleichung

$$\frac{M}{X_0(1+n''i)} = \tfrac{1}{2}\, e_0^3 \sin(\varphi + \delta\varphi)\,\frac{1}{1+\frac{p}{e^2}+\frac{q}{e^4}}\,(1 + (3\beta + \alpha)\, t)$$

Endlich verwandelt sich die Gleichung VI in folgende

$$X_0 = \frac{\pi\sqrt{K_0}}{T}\,\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2}e_0{}^3}}\,\frac{\sqrt{1+\frac{p}{e^2}+\frac{q}{e^4}}}{\sqrt{\sin(\varphi+\delta\varphi)}}\cdot(1+\beta' t - \tfrac{3}{2}\beta t' + \tfrac{1}{2}\alpha(t-t') - \tfrac{1}{2}(n'-n'')\, i)$$

Bisweilen ist es für die Zwecke der Rechnung nöthig, die Werthe von T und φ anzugeben, welche man erhalten haben würde, wenn eine bestimmte Intensität statt gefunden hätte, d. h. wenn die Variation einen bestimmten Stand, z. B. N'' gehabt hätte.

Die dessfalls nöthige Reduction ist

für die Schwingungszeit T . . . . $+ \frac{1}{2}(n' - N)\, i\, T$
für die Ablenkung φ . . . . $+ (n' - N)\, i \operatorname{tg}\varphi$

Um auf dem hier bezeichneten Wege zur Kenntniss des Werthes der Horizontal-Intensität zu gelangen, haben wir noch die Hülfsmittel anzugeben, wodurch man die Werthe von T und φ bestimmen kann.

§. 6.

Die Vorrichtungen zur Messung der Schwingungsdauer sind in Fig. 13. so ausführlich dargestellt, dass sie keiner weitläufigen Erklärung bedürfen. Der Magnet hat in der Mitte ein Loch, durch welches die Schraube der Spiegelfassung geht; durch eine von oben angeschraubte Mutter wird er fest gehalten. Die Schraube hat ein Häkchen, welches in die Schleife des Fadens eingehängt wird. Für die gewöhnlichen Schwingungen braucht man nur einen einfachen Coconfaden, dessen Torsion $= 0$ anzunehmen ist. Bei Bestimmung des Trägheits-Moments vermittelst des aufgelegten Ringes muss der Faden mehrfach genommen werden (für 200 grammes 6fach), alsdann wird er oben mit einer einfachen Torsions-Vorrichtung T verbunden, getragen von der Säule *aa*.

Ueber das Ganze stellt man die Glasglocke *ggg*. Sie muss sich unten an die Unterlage so dicht anschliessen, dass keine Luft hineinkommt, was leicht zu erreichen ist, wenn die Unterlage aus einer ebenen Stein- oder Glasplatte besteht und die Glocke sorgfältig geschliffen ist. Einfacher und noch vortheilhafter ist es, als Unterlage blos ein Brett zu gebrauchen, darauf einen Ring von Klebwachs festzumachen und die Glasglocke hineinzudrücken *).

Aus der Glasglocke ist das Stück *p* herausgeschliffen, und ein Planglas eingekittet, wodurch man auf den Spiegel *s* des Magnets hineinsehen kann.

Mit dem in einiger Entfernung (etwa 3 — 4 Fuss) aufgestellten Beleuchtungs-Spiegel *S* wirft man das von einem Fenster kommende Tageslicht auf den Magnet-Spiegel und erhält dasselbe wieder in dem kleinen Fernrohr *f* zurück. Vor dem Spiegel *S* stellt man noch die Glas-Scala *h* auf, deren Theilstriche durch das Fernrohr in sehr heller Beleuchtung gesehen werden. Rücksichtlich der Beobachtung der Durchgänge ist zu bemerken, dass, da sie sehr schnell aufeinander folgen, es nicht wohl möglich ist, sie alle aufzuzeichnen; desshalb lässt man eine bestimmte Anzahl Durchgänge zwischen den beobachteten aus; es muss aber eine gerade Anzahl seyn, damit unter den beobachteten Durchgängen eben so viele von der Linken zur Rechten, als von der Rechten zur Linken vorkommen, mithin der Einfluss einer während der Beobachtung vorgegangenen Aenderung der Declination eliminirt werde.

Wenn man eine Reihe von zehn Durchgängen beobachtet hat, so setzt man aus, fängt etwa bei dem zweihundersten Durchgang wie-

*) Es ist unbedingt nothwendig, den Magnet so einzuschliessen, dass die Oscillationen der äussern Luft nicht zu demselben gelangen. Selbst in einem wohl verschlossenen Zimmer ist die Luftströmung so gross, dass sie, wenn die Glasglocke nicht gehörig schliesst, die Oscillation des Magnets stören kann.

der an, und zeichnet noch einmal zehn Durchgangszeiten, der ersten Reihe correspondirend, auf; die Differenz der beiden Reihen, durch 200 dividirt, gibt den Werth einer Schwingung. Am Ende jeder Reihe wird die Intensität an dem Differential-Instrumente, desgleichen auch die Temperatur notirt.

Hier ein Beispiel:

Magnet Nro. VI.

April, 23. Morgens

	B.		*C.*		*D.*		*E.*	
1)	$8^h 54'$	44",8 . . .	$9^h 14'$	49",0 . .	$9^h 21'$	30",1 . .	$9^h 34'$	53",0
4)		56 ,6		0 ,8		42 ,1		5 ,9
7)		8 ,9		13 ,0		54 ,1		17 ,1
10)		20 ,4		25 ,0		6 ,2		29 ,9
13)		32 ,8		37 ,0		18 ,1		41 ,1
16)		44 ,7		49 ,0		30 ,3		54 ,0
19)		56 ,9		1 ,0		43 ,0		5 ,1
22)		8 ,8		12 ,9		54 ,7		18 ,0
25)		20 ,9		25 ,0		6 ,8		29 ,8
28)		32 ,9		36 ,9		18 ,9		42 ,0
Intensität		47 ,6		48 ,0		48 ,8		49 ,2
Temp.	+	5°,4		5°,9		6°,1		6°,3

Die Zusammenstellung ist, wie folgt

C — *B* = 20′ 4″,19 = 300 Schwingungen

1 Schwingung = 4,0140 . . „ 47,7 . . „ +5,6

D — *C* = 6 41 ,47 = 100 Schwingungen

1 Schwingung = 4,0147 . . „ 48,8 . . „ +6,0

E — *D* = 13 23 ,16 = 200 Schwingungen

1 Schwingung = 4,0158 . . „ 49,2 . . „ +6,2

Um die einzelnen Bestimmungen vergleichen zu können, muss man sie auf dieselbe Intensität und Temperatur reduziren; die zu diesem Zwecke entwickelten Formeln geben, wenn $i = 0{,}00011397$, $\beta' = 0{,}0000135$, $\alpha = 0{,}000539$ gesetzt werden, und wenn die Reduction auf 5° Temperatur und 40 Intensität geschehen soll

$$\text{Reduction} = -0'',00023\ (n' - 40) - 0'',00108\ (t - 5°)$$

Die Bestimmungen der Schwingungsdauer geben nach vorgenommener Reduction folgende Resultate:

4″,0116
4, 0116
4, 0124

Die Vorrichtung, wodurch man die Ablenkungen misst, stellt im Wesentlichen Fig. 14. dar. In dem Gehäuse *A B D E* hängt der freie Magnet *mm* an dem Coconfaden *ff* und trägt den Spiegel *s*, dessen Fläche parallel mit dem Magnet ist. Vor dem Spiegel *s* befindet sich das Objectiv *o*, in dem Gehäuse festgemacht; dazu gehört das Ocular *b*. Im Focus des Objectivs ist der Faden *FF* aufgespannt und hinter dem Faden steht der Beleuchtungs-Spiegel *aa*, der das Tageslicht gegen das Objectiv reflectirt. Das so reflectirte Tageslicht wird vom Spiegel *s* zurückgeworfen, und damit auch das Bild des beleuchteten Fadens *FF*. Bringt man den Faden selbst zur Coincidenz mit seinem Bilde, so ist die optische Axe des durch *o* und *b* gebildeten Fernrohrs senkrecht auf dem Spiegel *s*.

Wird diese Coincidenz hervorgebracht, wo noch kein Ablenkungs-Magnet in der Nähe ist, so zeigt der Vernier *V* die Ablesung an, die dem magnetischen Meridian entspricht; legt man alsdann den Ablenkungs-Magnet *MM* auf die Messingschiene *SS* in einer gewissen Distanz vom freien Magnet, und dreht die Schiene und den damit unveränderlich verbundenen Vernier V, bis wieder die Coincidenz des Fadens mit seinem Bilde statt findet, so hat man den der Distanz Cc entsprechenden Ablenkungs-Winkel.

Um die Distanzen zu messen, in welche der Ablenkungs-Magnet jedesmal gelegt wird, trägt die Messingschiene SS, deren horizontale Projection in $S'S'$ zu sehen ist, eine Theilung 1, 2, 3, 4 . . . 1′, 2′, 3′, 4′ . . .

Würde man das Ende des Magnets MM auf einen Theilstrich einstellen, so wäre dadurch, selbst wenn man sich einer Loupe bediente, die nöthige Genauigkeit nicht wohl erreichbar, desshalb gebraucht man den Schlitten NN. Derselbe besteht aus einem Messingstück, dessen Lage auf der Schiene erhalten wird durch zwei Lappen p, p', welche über die Schiene herabgehen, und einen beweglichen, conisch gespitzten Stift (oder Schraube) d, der in die beiderseits der Theilungslinien in gehöriger Entfernung gebohrten Löcher gestellt wird. Die Einrichtung des Stifts ist in Fig. 15. dargestellt. Fasst man den in der Hülse qq beweglichen Drath am Ende h an, so hat man eine micrometrische Bewegung des Schlittens, welche dazu benützt wird, den auf der schiefen Fläche k gezogenen feinen Strich zur Coincidenz mit den Theilstrichen der Messingschiene zu bringen, wobei man sich der vom Schlitten getragenen Loupe bedient. In dem Schlitten ist ein am obern Ende mit Schraubengang versehener Stift c, welcher durch das in der Mitte des Ablenkungs-Magnets befindliche Loch geht; die Schrauben-Mutter hält den Magnet auf dem Schlitten fest.

Um für eine bestimmte Distanz, z. B. Cc die Ablenkungen zu messen, stellt man den Strich k auf 3, dann auf 5′, dann, in umgekehrter Lage des Schlittens, auf 3′ und endlich auf 5 ein; für die Distanz Cc ist dann

$\frac{1}{4}(3 + 5 + 3' + 5')$ zu nehmen. Natürlich muss der Schlitten eine bestimmte, mit der Theilung correspondirende Länge haben.

Bei der Zeichnung habe ich nicht versucht, die Form des Gehäuses, worin der freie Magnet *mm* hängt, eben so wenig die Art und Weise der Verbindung mit der Alhidade oder dem Alhidaden-Kreise des Theodoliten näher darzustellen; die erstere ist im Grunde willkührlich, die letztere hängt von der Beschaffenheit des Theodoliten ab. Bei dem Apparate, den ich im magnetischen Observatorium gebrauche, besteht eine Verbindung der Messingschiene mit der Alhidade, welche im Allgemeinen mit der in der Zeichnung angedeuteten übereinstimmt.

Der Ablenkungs-Apparat, welcher zu unserm achtzölligen Theodoliten gehört, hat ungefähr die in Fig. 16. dargestellte Form. Eine Axe mit Zapfen, welche denen des Theodoliten-Fernrohres gleich sind, wird in die Lager gelegt; die Bewegung dieser Axe hindert das Stück *ff*, welches sich an dem hervorstehenden Zapfen *h* festhält.

In einem Gehäuse *ab* befindet sich der freie Magnet, der Spiegel ist im Cubus der Axe; beiderseits gehen vom Cubus Röhren hinaus, auf welchen die Theilung sich befindet, und auf welche der Schlitten gelegt wird.

Die Rohrhälfte *cd* bildet zugleich das Fernrohr, in *d* ist das Objectiv, hinter welchem sich der Spiegel des freien Magnets im Cubus der Axe befindet, *o* ist das Ocular.

Eine Hauptbedingung bei den Messungen ist, dass bei Hinübersetzung des Schlittens von der einen auf die andere Seite die horizontale Lage des Alhidaden-Kreises sich nicht ändere, weil sonst der Mittelpunkt des freihängenden Magnets in Beziehung auf die

Theilstriche sich ändert. Diess würde der Fall seyn, wenn die verticale Axe des Theodoliten, womit die Alhidade und die Messingschiene verbunden sind, Spielraum in der Büchse hätte. Man verhindert diess dadurch, dass man eine hinreichend starke Feder in der Büchse befestiget, durch welche die Axe beständig nach einer Seite gedrückt wird; oder man bringt eine Libelle an, welche bei jeder Beobachtung abgelesen wird, und deren Angaben dazu dienen, den Einfluss der veränderten Lage in Rechnung zu bringen. Das erstere Mittel ist ohne allen Zweifel das bequemere; man kann sogar die Feder entbehrlich machen, wenn man die Axe ziemlich streng in der Büchse gehen lässt, und den Aufhängungs-Faden sehr kurz macht, was hier keinen Nachtheil bringt, weil die Torsion ohnehin nicht berücksichtiget zu werden braucht.

Die Methode setzt voraus, dass, wenn nach Entfernung des Ablenkungs-Magnets, die Messingschiene so gestellt wird, dass der Faden mit seinem Bilde coincidirt, die Schiene auf die Richtung des freien Magnets, d. h. auf dem magnetischen Meridian senkrecht sey. Diese Bedingung wird dadurch erfüllt, dass man die auf den magnetischen Meridian senkrechte Richtung bestimmt vermittelst einer entfernten Mire; auf diese die Schiene richtet und bewirkt, dass zu gleicher Zeit der Faden, den man verschieben kann, mit seinem Bilde coincidire.

Die Gleichung S. 645 zeigt, dass eine besonders grosse Genauigkeit hiebei nicht erfordert werde.

In der Entwickelung des Ausdruckes S. 639 hängt der Coefficent des zweiten und der höhern Glieder von dem Verhältnisse des freien Magnets zu dem Ablenkungs-Magnete ab. Es ist nun zweckmässig, das Verhältniss so zu wählen, dass die erwähnten Coefficienten sehr klein werden oder gänzlich verschwinden; diess muss durch Versuche erzielt werden. Dabei berücksichtiget man anfangs, dass, wenn es sich um einfache Magnete handelte, das zweite Glied verschwinden würde, wenn die Quadrate der Längen des Ablenkungs-Magnets und freien Magnets sich verhielten wie 3 : 2. Lässt man nun anfangs den freien Magnet etwas länger, als durch dieses Verhältniss gegeben wird, und verkürzt ihn allmählig durch Abschleifen, so kann man das Verschwinden des zweiten Gliedes bewirken.

Die Torsion des Fadens *ff* hat zwar unter den gewöhnlich vorkommenden Verhältnissen auf die Endresultate keinen Einfluss; jedoch wird es der Sicherheit der Resultate zuträglich seyn, wenn man die Torsion gänzlich hebt oder auf einen sehr kleinen Betrag zurückführt. Ausser dem gewöhnlichen Verfahren kann man auch auf folgende Weise von dem Betrage der Torsion Kenntniss erhalten.

Nachdem man die vier Ablesungen $v\, v'\, v''\, v'''$ und die correspondirenden Declinationen $\delta\ \delta'\ \delta''\ \delta'''$ aufgezeichnet hat, entfernt man den Ablenkungs-Magnet und bringt wieder den Faden zur Coincidenz mit seinem Bilde, dadurch erhält man die Ablesung des Kreises, welche dem magnetischen Meridian entspricht; wir wollen diese V und die gleichzeitige Ablesung des Declinations-Apparates Δ nennen. Ist nun die Torsion $= o$, so hat man

$$V - \Delta = \tfrac{1}{4}\,(v + v' + v'' + v''') - \tfrac{1}{4}\,(\delta + \delta' + \delta'' + \delta''')$$

Die Abweichung von dieser Gleichheit lehrt den Betrag der Torsion kennen.

Bei dem Theodoliten muss man sämmtliche Stahl- und Eisentheile, in so ferne, sie an dem feststehenden Kreise und dem Gestelle vorkommen, entfernen, oder ihren Einfluss in Rechnung bringen.

Was die mit der Alhidade verbundenen magnetisch wirkenden Theile betrifft, so hebt sich ein etwaiger Einfluss derselben im Mittel aus vier Ablenkungs-Winkeln in eben derselben Weise, wie der oben berührte Einfluss der Torsion des Fadens auf. Wenn gleich demnach das Vorhandenseyn von Eisen- oder Stahltheilen in der Alhidade und der Messingschiene nicht zu beachten ist, so muss man sorgfältig darauf Rücksicht nehmen, dass keine Theile insbesondere an der Messingschiene vorkommen, welche durch das Hinlegen des Ablenkungs-Magnets *magnetisch werden*, und alsdann eine von der Stellung desselben abhängige, mithin veränderliche Ablenkung des freien Magnets hervorbringen.

Bei Anfertigung von Ablenkungs-Apparaten wird man darauf bedacht seyn müssen, ein vortheilhaftes Verhältniss der Theile einzuführen, wobei es zugleich darauf ankommt, die Dimensionen so klein zu machen, als mit der Erreichung der erforderlichen Genauigkeit vereinbar ist. Bei dem Apparate des hiesigen magnetischen Observatoriums hat die Messingschiene 1 mètre Länge, die Magnete 100 bis 110 milimètres; nach den angestellten Versuchen habe ich aber Ursache zu glauben, dass es hinreichend seyn würde, der Schiene eine Länge von $\frac{3}{4}$ mètre, und den Ablenkungs-Magneten eine Länge von 60 millimètres und ein Gewicht von 5 — 10 grammes zu geben.

In Beziehung auf die Ablenkungs-Magnete ist oben bemerkt worden, dass, wenn der Indifferenz-Punkt nicht nahe in die Mitte fällt, und in der einen Hälfte der südliche, in der andern der nördliche Magnetismus ungefähr symmetrisch vertheilt sind, sie nicht zu Intensitäts-Messungen gebraucht werden dürften.

Um zu erkennen, ob diesen Bedingungen genügt werde, bemerkt man zuerst die Ablesung des Kreises *V*, welche dem magnetischen Meridian entspricht; hierauf legt man den Ablenkungs-Magnet auf die Schiene, so dass das Nord-Ende desselben auf einen

Theilstrich falle und zeichnet die Ablesung des Kreises v auf; alsdann wird der Ablenkungs-Magnet um 180° gedreht, und das Süd-Ende auf *denselben* Theilstrich gebracht und die Ablesung v' aufgezeichnet. Ist der Magnetismus symmetrisch im Ablenkungs-Magnete vertheilt, so wird $v - V = V - v'$ seyn.

Ich werde nun einige Intensitäts-Messungen beifügen, theils um die Grenzen der Genauigkeit, die praktisch erreichbar ist, zu bezeichnen, theils um die Theorie zu erläutern und auf einige vorkommende Umstände aufmerksam zu machen.

Die Messungen sind angestellt im magnetischen Observatorium; dabei sind folgende Umstände zu berücksichtigen:

1) süd-westlich von der Mitte des Kreises unter einem Winkel von 138° (vom magnetischen Meridian über Westen) befindet sich eine Uhr mit einem Rostpendel, dessen oberes Ende einen Süd-Pol bildend, einen nicht unbedeutenden Einfluss auf den nahe in gleicher Höhe gestellten Magnet des Ablenkungs-Apparats hat. Setzt man den oben erwähnten Winkel $= u$, den gemessenen Ablenkungs-Winkel $= \varphi$, und das von dem Pendel ausgeübte Drehungs-Moment $= S$, so haben wir die Correction des Ablenkungs-Winkels φ bei Ablenkung westlich

$$- \frac{S}{X} \frac{\sin(180^\circ - u + \varphi)}{\cos \varphi}$$

bei Ablenkung östlich

$$+ \frac{S}{X} \frac{\sin(180^\circ - u - \varphi)}{\cos \varphi}$$

mithin Correction des Mittels

$$= + \frac{S}{X} \cos u \operatorname{tg} \varphi$$

Am 29. November 1841 wurde der Ablenkungs-Magnet so nahe gestellt, dass die Ablenkung westlich 42° betrug; das Pendel wurde abwechselnd entfernt und wieder zurückgebracht, wobei sich ergab, dass die Ablenkung um 2′ 30″ kleiner war, wenn das Pendel entfernt wurde. Hiernach hat man Correction des Ablenkungs-Winkels φ

$$= - 75'' \operatorname{tg} \varphi$$

2) Der Ablenkungs-Magnet hat auf die Differenzial-Instrumente einigen Einfluss. Die Differential-Instrumente befinden sich westlich in einer auf den magnetischen Meridian senkrechten Richtung; wenn demnach der Ablenkungs-Magnet des Intensitäts-Apparats um φ westlich ablenkt, so hält es zugleich die in der Entfernung E befindliche Declinations-Nadel um $2 \frac{M}{X E^3} \cos \varphi$ westlich vom Meridian; östlich findet ein analoger Einfluss statt. Will man diesen Einfluss bei den einzelnen Ablesungen des Declinations-Instruments nicht in Rechnung bringen, so kann man ihn dadurch berücksichtigen, dass man dem Winkel φ die Correction

$$+ 2 \frac{M}{E^3 X} \cos \varphi = 6'',0 \cos \varphi$$

hinzufügt.

Die Nadel des Differenzial-Apparats für Intensität befindet sich in derselben Entfernung und Richtung, wie die Declinations-Nadel und macht einen Winkel von 51° westlich mit dem Meridian. Nennt man diesen Winkel v, so hat man die Correction der Ablesung bei westlicher Ablenkung

$$= - \frac{M}{E^3 X} \frac{3 \cos \varphi \cos v - \cos (v - \varphi)}{\cos v}$$

$$= - \frac{M}{E^3 X} (2 \cos \varphi - \sin \varphi \operatorname{tg} v)$$

Die Intensität selbst (Differenz zwischen den beiden Instrumenten) erhält in diesem Falle die Correction

$$-\frac{M}{E^3 X}\sin\varphi\,\mathrm{tg}\,v$$

Bei östlicher Ablenkung ist das Zeichen entgegengesetzt, mithin fällt die Correction im End-Resultate weg.

Die ganze Correction, die man an die Ablenkungs-Winkel anzubringen hat, beträgt demnach

für φ =	38°,9 ...	— 56″
	21,3 ...	— 24
	13,2 ...	— 12
	8,8 ...	— 6

Diese Correctionen sind bei folgenden zur Bestimmung von $\frac{p}{e^2}+\frac{q}{e^4}$ gemachten Messungen bereits eingerechnet, die Winkel sind überdiess auf gleiche Temperatur und gleiche Intensität reducirt.

	Winkel.			Temperatur.		Winkel.			Temperatur.
φ =	38°	53′	10″	+ 9°,5	φ =	38°	39′	15″	+ 9°,5
φ' =	21	17	27	9,6	φ'	21	9	51	9,7
φ''	13	11	32	9,6	φ''	13	7	42	9,7
φ'''	8	47	11	9,6	φ'''	8	44	37	9,8
φ =	38	51	49	9,6	φ	38	37	8	9,5
φ'	21	16	17	9,6	φ'	21	9	9	9,4
φ''	13	11	16	9,5	φ''	13	7	17	9,3
φ'''	8	47	4	9,4	φ'''	8	44	16	9,3
φ	38	48	41	6,6	φ	38	36	20	8,9
φ'	21	15	0	9,4	φ'	21	8	38	9,0
φ''	13	9	50	8,9	φ''	13	6	59	9,1
φ'''	8	46	10	8,6	φ'''	8	44	9	9,1

	Winkel.			Temperatur.		Distanz für + 13° R.
φ	38°	55′	30″	6°,2	e	= 277,831 millimètres
φ'	21	16	43	6,6	e'	= 333,387 . . .
φ''	13	12	49	6,7	e''	= 388,950 . . .
φ'''	8	47	10	6,8	e'''	= 444,513 . . .

Bei der Berechnung kann man anfangs voraussetzen, dass $\frac{q}{e^4}$ sehr klein seyn wird, alsdann ist es leicht einen approximativen Werth von p' zu finden; man bilde nun die Gleichungen

$$\lg \frac{M}{X} = \lg \tfrac{1}{2} e^3 \sin\varphi + \frac{p' + \delta p}{e^2} + \frac{q'}{e^4}$$

$$\lg \frac{M}{X} = \lg \tfrac{1}{2} e' \sin\varphi + \frac{p' + \delta p}{e'^2} + \frac{q'}{e'^4}$$

u. s. w.

ziehe die letzte Gleichung von den übrigen ab und setze

$$\lg e^3 \sin\varphi + \frac{p'}{e^2} - \lg e'''^3 \sin\varphi''' - \frac{p'}{e'''^2} = \varDelta_1$$

$$\lg e'^3 \sin\varphi' + \frac{p'}{e^2} - \lg e'''^3 \sin\varphi''' - \frac{p'}{e'''^2} = \varDelta_2$$

u. s. w.

dann $\frac{\delta p}{e'''^2} = P$ und $\frac{q'}{e'''^4} = Q$, so hat man

$$\varDelta_1 + 1{,}560\, P + 5{,}554\, Q = 0$$
$$\varDelta_2 + 0{,}778\, P + 2{,}161\, Q = 0$$
$$\varDelta_3 + 0{,}306\, P + 0{,}706\, Q = 0$$

Jede von den obigen Reihen gibt drei analoge Gleichungen, worin nur die Werthe von $\varDelta_1$ $\varDelta_2$, $\varDelta_3$ verschieden sind. Sämmtliche Gleichungen nach der Methode der kleinsten Quadrate combinirt, geben, wenn das arithmetische Mittel der Werthe von $\varDelta_1$ mit $(\varDelta_1)$ u. s. w. bezeichnet wird

$$P = 1{,}92\, (\varDelta_1) - 4{,}05\, (\varDelta_2) - 2{,}77\, (\varDelta_3)$$
$$Q = 0{,}72\, (\varDelta_1) + 1{,}01\, (\varDelta_2) + 0{,}79\, (\varDelta_3)$$

hieraus ergibt sich

$$\frac{\delta p}{e^2} + \frac{q'}{e^4} = 0{,}98\ (\varDelta_1) - 3{,}64\ (\varDelta_2) - 2{,}16\ (\varDelta_3)$$

Nimmt man $\frac{p'}{e^2} = -0{,}00264$ an, so ergeben sich folgende Differenzen

$\varDelta_1 = -0{,}00003,\ -0{,}00031,\ +0{,}00027,\ -0{,}00005,\ -0{,}00007,\ -0{,}00023,\ -0{,}00027$
$\varDelta_2 = +0{,}00047,\ -0{,}00011,\ +0{,}00047,\ +0{,}00001,\ -0{,}00011,\ +0{,}00014,\ +0{,}00006$
$\varDelta_3 = +0{,}00016,\ -0{,}00008,\ +0{,}00022,\ -0{,}00018,\ -0{,}00010,\ +0{,}00016,\ +0{,}00007$

$$(\varDelta_1) = -0{,}00009{,}9$$
$$(\varDelta_2) = +0{,}00013{,}3$$
$$(\varDelta_3) = +0{,}00003{,}6$$

Hieraus folgt $\frac{\delta p'}{e^2} + \frac{q'}{e^4} = -0{,}00065$ und $\log. \frac{M}{X} = 7{,}02702 + \lg. \sin \varphi$ für 13° Temperatur. Da die Ausdehnung des Messings 0,00188 für 80° beträgt, so hat man von dem log e^3, um ihn auf 0° zu reduciren, 0,00039 abzuziehen *).

Zur Bestimmung des Trägheits-Moments K wurden folgende Versuche abwechselnd mit und ohne Ring gemacht:

1842.	Schwingungs-Dauer.	Zahl der Schwingungen.	Intensität.	Temperatur.
Apr. 23. Vormittag	12″,9618	50	45,4	+ 4°,6 mit Ring Nr. I.
	12 ,9622	50	46,2	4,7
	12 ,9712	50	46,5	4,7
	4 ,0147	100	47,2	5,4 ohne Ring.
	4 ,0140	300	47,7	5,6
	4 ,0157	100	48,8	6,0
	4 ,0158	200	49,2	6,2

*) Die Combination der Beobachtungen zu dem wahrscheinlichsten Resultate ist hier praktisch von geringer Bedeutung, weil man die Zahl der Beobachtungen leicht so weit vermehren kann, dass jede richtige Combination (wenn es auch nicht die vortheilhafteste wäre) nahe zu gleichem Resultate führt.

1842.	Schwingungs-Dauer.	Zahl der Schwingungen.	Intensität.	Temperatur.	
Apr. 24. Vormittag	12″,9582	300	42,3	4°,1	mit Ring Nr. I.
	12 ,9615	24	42,4	4,3	
	4 ,0128	100	43,3	4,8	ohne Ring.
	4 ,0133	500	45,0	4,9	
	4 ,0142	116	46,2	5,0	
	4 ,0143	116	46,0	5,1	
Nachmittag	4 ,0164	100	39,6	7,8	ohne Ring.
	4 ,0157	200	39,5	7,8	
	11 ,2927	30	38,4	7,8	mit Ring Nr. II.
	11 ,2915	230	37,6	7,9	
Apr. 25. Nachmit.	11 ,2945	100	36,8	9,6	mit Ring Nr. III.
	11 ,2956	50	37,3	9,4	
	11 ,2982	60	37,6	9,2	
	4 ,0154	50	36,7	9,6	ohne Ring.
	4 ,0177	200	36,4	9,4	
	4 ,0202	50	36,0	9,4	
	4 ,0184	250	35,6	9,4	
Apr. 26. Vormittag	4 ,0111	150	46,6	3,9	ohne Ring.
	4 ,0119	100	46,9	3,9	
	4 ,0128	400	46,8	4,1	
	13 ,0790	20	49,2	4,7	mit Ring Nr. II.
	13 ,0825	110	49,9	5,0	
	13 ,0827	100	51,8	5,5	
	11 ,2915	100	48,7	6,3	mit Ring Nr. III.
	11 ,2896	200	48,9	6,6	

Um diese Data gebrauchen zu können, müssen wir sie vorerst auf gleiche Temperatur und Intensität reduciren. Die hiezu nöthigen Constanten und Reductions-Formeln für die Schwingungen ohne Ring sind oben bereits gegeben; die analogen Reductions-Formeln für die Schwingungen mit Ring sind, wie folgt

mit Ring	I	— 0″,00074 (n' — 40)	— 0″,00349 (t — 5)
„ „	II	— 0 ,00074 (n' — 40)	— 0 ,00353 (t — 5)
„ „	III	— 0 ,00064 (n' — 40)	— 0 ,00304 (t — 5)

Führt man die Reduction durch und vereinigt die zu derselben Gruppe gehörenden Beobachtungen, so hat man

für Ring I . . .	4″,0120 . .	12″,9617	Temperatur 5°,1
	4,0124 . .	12 ,9600	 4,5
für Ring II . . .	4,0115 . .	13 ,0726	. . . . 4°,4
für Ring III . . .	4,0130 . .	11 ,2843	 7,8
*	4,0142 . .	11 ,2840	 9,5
	4,0115 . .	11 ,2802	 5,2

Die mit * bezeichnete Gruppe, der erste Versuch eines noch ungeübten Beobachters, muss ausgeschlossen werden; die übrigen vorkommenden Differenzen mögen zum Theile dem Umstande zugeschrieben werden, dass nicht die Temperatur der Glocke, unter welcher der Magnet sich befand, sondern nur die Temperatur des Observatoriums aufgeschrieben wurde.

Um das Trägheits-Moment des Magnets zu bestimmen, braucht man noch die Torsions-Kraft des Fadens, welche

bei Ring I und II . .	0,00194
bei Ring III . .	0,00183

betrug und das Trägheits-Moment der Ringe, wofür sich gefunden hat

$$\begin{array}{llcl} \text{Ring I} & \log. R & = & 8{,}58728 + 0{,}00002\,(t - 13^\circ) \\ \text{„} & \text{II} \;\; . \;\; . & = & 8{,}59595 \\ \text{„} & \text{III} \;\; . \;\; . & = & 8{,}45204 \end{array}$$

Mit diesen Elementen findet man folgende Werthe des Trägheits-Moments des Magnets

$$\begin{array}{rllr} K = & 7.61137 & \text{Ring I} \; . \; . & +\, 5{,}^\circ 1 \\ & 7.61154 & \; . \; . \; \text{I} \; . \; . & 4{,}5 \\ & 7.61161 & \; . \; . \; \text{II} \; . \; . & 4{,}4 \\ & 7.61172 & \; . \; . \; \text{III} \; . \; . & 7{,}8 \\ & 7.61169 & \; . \; . \; \text{III} \; . \; . & 5{,}2 \\ \hline \text{Mittel} & 7.61159 & \qquad \text{für} & 5{,}4 \end{array}$$

Da die Ausdehnung des Stahls 0,00108 für 80° beträgt, so hat man für den Eispunkt $K_0 = 7{,}61153$.

Wir können nun eine Formel für die absoluten Intensitäts-Messungen in folgender Weise berechnen: setzen wir

$$T = 4'',01 + \delta T \text{ (in Secunden)}$$
$$\varphi = 38^\circ 50' + \delta\varphi \text{ (in Minuten)}$$

so haben wir, wenn X_0 dem Theilstriche 40 des Differential-Apparats entspricht,

$$\begin{aligned} X_0 = 1{,}9400 & \\ & - 48{,}21 \times 100\,\delta T \\ & - \;\; 3{,}50\,\delta\varphi \\ & - \;\; 0{,}52\,t' \\ & + \;\; 5{,}40\,(t - t') \\ & - \;\; 2{,}21\,\tfrac{1}{2}\,(n'_0 + n'_1 - 80) \end{aligned}$$

Hier folgen einige Intensitäts-Messungen, die theils mit diesem Magnet (A), theils mit einem andern Magnet (B) für welchen log. $K_0 = 7{,}65771$, $\log \frac{1}{2} e^3 + \frac{p'}{e^2} + \frac{q'}{e^4} = 7{,}02818$ und der Temperatur-Coefficient $= 0{,}000426$ war, gemacht worden sind.

	Schwingungs-Dauer.	Intensität.	Temperatur.	Ablenkung.	Intensität.	Temperatur.	Absol. Intensität auf 40 reducirt.	
Mai 6	4″,0230	42,2	+8°,2	38°35′21″	39,8	+8°,8	1,9383	(*A*)
	4 ,4040	31,1	8,4	35,13 24	40,7	8,8	1,9374	(*B*)
7	4 ,4082	52,4	6,8	35,18 34	51,7	7,9	1,9377	(*B*)
	4 ,0253	44,3	9,8	38,40 15	47,3	9,5	1,9368	(*A*)
8	4 ,0238	43,0	9,1	38,36 33	39,2	9,5	1,9376	(*A*)

Ein mit diesen Messungen ganz übereinstimmendes Resultat erhielt ich am 5. Mai durch den Theodoliten-Apparat, wobei der freie Magnet 50 millimètres Länge hatte, der Ablenkungs-Magnet aber 60 millimètres lang, 9 millimètres breit war und 6 grammes wog. Man wird sich übrigens über die Präcision, welche die Beobachtung mit so kleinen Magneten gewährt, nicht wundern, wenn man bedenkt, dass die Präcision um so grösser seyn wird, je stärker die magnetische Kraft im Verhältnisse zu der Masse ist. Dieses Verhältniss gestaltet sich bei kleinen Magneten weit vortheilhafter als bei grossen. Unterdessen kommt man bei fortgesetzter Verkleinerung der Dimensionen bald auf eine Grenze, über welche es nicht vortheilhaft seyn würde, hinauszugehen, weil sonst die vorkommenden Längen- und Gewichts-Bestimmungen eine grössere Schärfe erfordern würden, als praktisch leicht zu erreichen ist.

Berichtigungen zu der vorhergehenden Abhandlung.

Seite 627 von Zeile 17 anfangend bis folgende Seite Zeile 4 müssen die vorkommenden X und Y die entgegengesetzten Zeichen erhalten.

„ 633 Zeile 9 von oben muss in der Formel $-VX$ anstatt $+VX$ gesetzt werden.

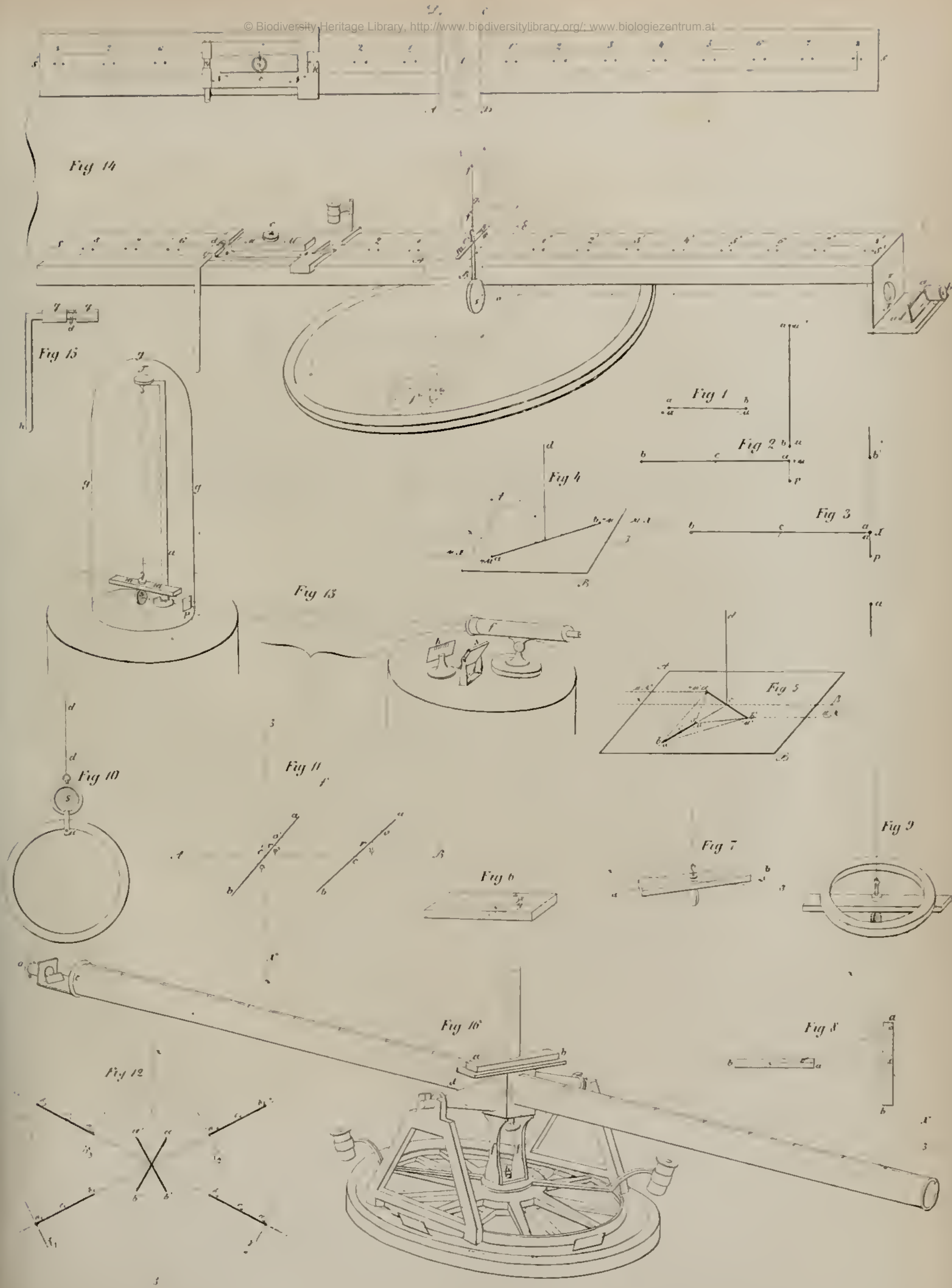
„ 633 vorletzte Zeile soll $-\frac{r^2 d^2 \vartheta}{dt^2}$ anstatt $\frac{r^2 d^2 \vartheta}{dt^2}$ stehen.

„ 636 Zeile 3 von unten anstatt $\frac{VV' dm dm'}{\rho^2} \frac{e + y'}{\rho}$ lese man $\frac{VV' dm dm'}{\rho^2}$ $\frac{e - x + y'}{\rho}$. Dieselbe Verbesserung ist in der letzten Zeile, dann in der 4. und 14. Zeile der folgenden Seite vorzunehmen.

„ 640 Zeile 13 von oben anstatt des in der Formel vorkommenden q sollte Q stehen.

„ 647 Zeile 4 von oben anstatt $\frac{6r'r^5 - 30r^3 + \frac{45}{4}r'^5 r}{e7}$ ist zu lesen $\frac{6r'r^5 - 30r^3 r'^3 + \frac{45}{4}r'^5 r}{e7}$

„ 651 Zeile 3 von unten am Ende der Formel kommt vor $\frac{1}{2}(n' - n'')i$ anstatt $\frac{1}{2}(n' + n'')i$.



Zu Lamont's Abhandlung über Bestimmung der Horizontal-Intensität des Erdmagnetismus.