© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Ueber das

Bergkrystall - Kilogramm,

auf welchem die

Feststellung des bayerischen Pfundes

nach der

Allerhöchsten Verordnung vom 28. Februar 1809

beruht.

Von

Dr. C. A. Steinheil.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Inhalt.

Einleitung 165
Entwicklung der Vorschrift zur Reduction der Wägungen . . 174
Beschreibung des Platinakilogrammes der Archive zu Paris . . 185
Bestimmung seines spezifischen Gewichtes 187
Beschreibung des Bergkrystallkilogrammes 194
Bestimmung seines spezifischen Gewichtes 197
Abwägungen des B^k in Wasser 204
Reduction der Barometerbeobachtungen 210
Werthe der bei den Wägungen benützten kleinen Gewichte . . 215
Vergleichung der Thermometer 217
Vergleichung des Bergkrystallkilogramms mit dem Archivkilogr. . 219
Reduction der Abwägungen 221
Zusammenstellung der Beobachtungen 232
Endergebniss 234
Vergleichung des A^k mit dem Platinakilogr. der Sternwarte zu Paris 235
Bestimmung des spec. Gewichtes des letztern 237
Tafel zur Reduction der Wägungen auf den luftleeren Raum . . 238
Beispiele der Anwendung 242

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Ueber das

Bergkrystall - Kilogramm,

auf welchem die

Feststellung des bayerischen Pfundes nach der Allerh. Verordnung vom 28. Februar 1809 beruht.

Einleitung.

Alle Maasseinheiten sind, streng genommen, willkührlich; denn auch die Naturmaasse sind es in so fern, als sie auf Operationen beruhen, die stets mit einem gewissen Fehler behaftet bleiben. Von der Ordnung dieses Fehlers ist also auch bei ihnen die Annahme willkührlich. Diese Willkühr wird nicht entfernt dadurch, dass man der Definition von dem, was Maasseinheit seyn soll, gesetzliche Kraft gibt. Die Durchführung des metrischen Systems in Frankreich liefert den Beleg hiezu. Denn sollte z. B. das Kilogramm nach der Definition gelten, so würde jede neue Darstellung und Ausführung desselben ein anderes Resultat liefern, verschieden je nach dem Grade der Sicherheit in den dabei angewandten Mitteln. Man hätte also statt Einer Gewichtseinheit, beliebig viele, von welchen nicht leicht zu bestimmen wäre, welcher der Vorzug gebührt. Diese Viel-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

deutigkeit in den Maasseinheiten kann nur entfernt werden, indem man irgend Eine der nach der Definition vorgenommenen Ausführungen als die allein gesetzlich giltige Einheit erklärt, also damit die ursprüngliche Definition aufgibt und jetzt eine willkührlich gewählte Einheit, welche etwa der Definition sehr nahe kommen kann, als die allein giltige annimmt. Diess ist auch in Frankreich geschehen, indem man im Jahre 7 der Republik am 4. Messidor das durch Fortin in Platin ausgeführte Kilogramm als entsprechend dem Gesetze vom 18. Germinal an 3 erklärte und auf den Archiven des Reiches deponirte. Von da an ist also die Definition von Kilogramm als das Gewicht eines Kubikdecimeters destillirten Wassers von der grössten Dichtigkeit im luftleeren Raume und gemessen bei der Normaltemperatur des Meters 0°, aufgegeben und das auf den Archiven niedergelegte Platinagewicht, im luftleeren Raume gewogen, als allein giltige Gewichtseinheit mit dem innerhalb gewisser Grenzen willkührlichen Namen Kilogramm bezeichnet, zu betrachten.

Auch in andern Ländern hat man dieses Beispiel befolgt und die bestehenden Maass- und Gewichtseinheiten durch Theile der neufranzösischen Einheiten ausgedrückt und diesen Definitionen gesetzliche Giltigkeit verschafft. Aber dadurch sind die beabsichtigten Maasse noch nicht gegeben, bis ein nach der Definition ausgeführter Etalon als richtig erklärt wird. So ist in Bayern durch die Allerh. Verordnung vom 28. Februar 1809 Regbltt. p. 473 bestimmt, dass der bayerische Fuss bei + 13° R. 129,38 Pariserlinien messe, das bayerische Handelspfund 0,56 Kilogramme, das Apothekerpfund 0,36 Kilogramme wäge. Aber seit diesen Verordnungen ist bei uns keine neuere erschienen, welche irgend einer bestimmten Herstellung dieses Pfundes aus Theilen des Kilogramms gesetzliche Giltigkeit ertheilt hätte. Wir haben daher in Bayern streng genommen kein eigenes Gewicht, sondern das französiche Kilogramm-Gewicht, dessen 0,56ten Theil wir Pfund nennen, aber durchaus nicht genauer besitzen,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

als das Kilogramm war, welches von der Commission zur Auswägung benutzt wurde, also nicht genauer als ähnliche Copieen in Frankreich käuflich abgegeben werden.

Die Genauigkeit dieser käuflichen Kilogramme ist aber aus doppelten Gründen nur sehr gering; denn Erstens ist bei keiner Copie auf das spezifische Gewicht des Metallstückes Rücksicht genommen, aus welchem sie besteht. Die Dichtigkeit des Messings ist aber so variabel, dass 2 Kilogramme auf der Waage im Gleichgewicht seyn können, während sie im leeren Raume 7 Milligramme differiren, wenn nämlich das Messing des Einen 8.4; das des andern 8.0 spezifische Schwere hat. Zweitens aber sind alle käuflich abgegebenen Kilogramme Copieen des 2ten Platinakilogrammes, welches auf der Sternwarte zu Paris für diesen Zweck niedergelegt ist. Dieses Kilogramm der Sternwarte wurde für identisch mit dem gesetzlichen Kilogramm der Archive erklärt. Siehe: Base du système metrique, Tome III. p. 695. „Les étalons déposés nouvellement à l'Observatoire peuvent donc tenir lieu de ceux, qui sont aux Archives, et méritent la même confiance.“ Dieses ist aber durchaus nicht der Fall, sondern das Kilogramm der Sternwarte ist, wie ich später zeigen werde, um 4.7 Milligrammen *schwerer* als das gesetzlich giltige. Copieen können daher nicht wohl auf mehr als 10 Milligramme sicher seyn, welche Unsicherheit mehr als 100 mal grösser ist, als die unvermeidliche.

Man wird es auffallend finden, dass ich von einer Unsicherheit spreche, welche über das Gewicht des Platina-Archiv-Kilogrammes statt finden soll. Diese Unsicherheit geht aber daraus hervor, dass man erstens das spezifische Gewicht des Archivkilogrammes nicht durch Abwägungen in destillirtem Wasser bestimmt hat; zweitens für die Längenausdehnung den allgemeinen Coëfficienten für Platina überhaupt annehmen muss, während die wirkliche Ausdehnung bedeutend davon abweichen kann, drittens und hauptsächlich aber ist

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

diese Unsicherheit gegeben durch die Erklärung der französischen Gelehrten, dass man das Archivkilogramm nicht in destillirtes Wasser bringen dürfe, weil sich dadurch leicht sein Gewicht vermindern könnte. Diese Besorgniss ist allerdings begründet, und ich werde als Beleg sogleich einen ähnlichen Fall anführen: Conferenzrath Schumacher erhielt eine Platina-Copie des Archivkilogrammes, welche, zufolge sorgfältiger Abwägungen des Professor Olufsen aus Koppenhagen im April 1835 (siehe Jahrbuch für 1836 von Schumacher p. 250) leichter war als das Archivkilogramm um 0.41 Milligrammen. Aus Unvorsichtigkeit eines Mechanikus wurde diese Copie später abgewaschen und hatte dadurch, wie Conferenzrath Schumacher sogleich erkannte, an Gewicht verloren. Um zu bestimmen, wieviel dieser Verlust betrug, wiederholte ich im Jahr 1837 die Vergleichung der Schumacher'schen Copie mit dem Normalkilogramm der Archive und es ergab sich, dass es nun 1.59 Milligrammen leichter war, also 1.09 Milligrammen an Gewicht durch die Operation des Abwaschens verloren hatte. Diess erklärte sich aus der Natur des Platina's, welches bekanntlich sehr weich ist, und daher bei der Bearbeitung des Schleifens mit Schmirgel feine Körner des letzteren eingedrückt erhielt, die dann beim spätern sorgfältigen Abwaschen sich lösten, wodurch natürlich eine Gewichtsverminderung entstehen musste.

Eine sorgfältige Betrachtung des Archivkilogrammes durch die Loupe hat mich aber erkennen lassen, dass auch in diesem sehr viele feine Schmirgelkörner eingedrückt sind. Es würde also unfehlbar auch an Gewicht verlieren durch Abwaschen, weshalb diess natürlich nicht geschehen darf. Dadurch tritt aber ein anderer Uebelstand ein, nämlich der, dass das Archivkilogramm durch Festsetzen von Staub nothwendig an Gewicht mit der Zeit *zunehmen* muss. Die Differenz zwischen dem Archivkilogramm und dem Kilogramm der Sternwarte zu Paris, die nach dem Procès-verbal des 18. nivose an XIII. (s. Base du sy-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

stème metrique T. III. p. 6 6) weniger als 1 Milligramm betragen hat und die jetzt nach den Vergleichungen im Jahre 1837 durch Arago, Gambey und mich (siehe Beilage) ohne allen Zweifel in der Luft 4.9 Milligrammen beträgt, um welche das im häufigen Gebrauch befindliche Kilogramm der Sternwarte zu Paris *schwerer* ist, als das Kilogramm der Archive, kann nur darin eine Erklärung finden, indem sich bei dem, weniger vor Staub geschützten Körper im Verlaufe der Zeit mehr Staub angesetzt hat.

Aus diesen Erfahrungen folgt aber nun, dass das auf den Archiven deponirte Kilogramm innerhalb gewisser Grenzen variabel ist, weil es durch den Staub an Gewicht mit der Zeit gewinnt, aber nicht abgewaschen werden darf, weil es sonst noch mehr verlieren würde. Das Kilogramm ist daher kein absolut gegebenes Gewicht, sondern eine Grösse, die innerhalb einiger Theile eines Milligrammes mit der Zeit wohl sicherlich Aenderungen erfährt.

Damit ist aber wohl auch die Grenze bezeichnet, bis zu welcher es von Interesse ist, dieses Gewicht zu copiren; denn gesetzt, es wäre möglich eine Copie herzustellen, die auf $\frac{1}{100}$ Milligramm gegen das Original erkannt wäre, so würde diess nur für eine gewisse Zeit stattfinden, da das Original mit der Zeit schwerer wird. Spätere Beobachtungen würden wieder ein anderes Resultat liefern. Welches wäre nun das richtige? Man sieht also, eine solche Genauigkeit wäre rein illusorisch und daher ohne Werth. — Wenn man folglich das Kilogramm bis auf die Unsicherheit von $\frac{1}{2}$ Zehntel eines Milligramms kopirt, so ist schon diese Genauigkeit insoferne illusorisch, als das Original unvermeidlich um mehr mit der Zeit sich ändern wird. Kann daher eine Copie gemacht werden, welche solcher Veränderlichkeit *nicht* ausgesetzt ist, und bis auf $\pm$ 0.05 Milligrammen verglichen ist, so kann sie als identisch mit dem Originale für die Zeit der Vergleichung betrachtet werden und folglich

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

besser, als das Original zu Paris selbst, zur Conservanz des wahren Werthes des Kilogrammes beitragen.

Aus diesen Erfahrungen und Betrachtungen geht zugleich die Belehrung hervor, dass man bei Feststellung von Gewichtseinheiten, um grössere Invariabilität zu erlangen, jene Mängel vermeiden müsse, welche die französischen Einheiten innerhalb der bezeichneten Grenze unsicher machen.

Offenbar umgeht man die in Erfahrung gebrachten Nachtheile, wenn man den Stoff, woraus das Urgewicht gemacht wird, so wählt, dass er durch seine Härte dem Abnützen widersteht, hohe Politur annimmt, also keine Poren auf den Flächen hat, und chemisch unangreifbar ist für Wasser und für alle Säuren. Ein solcher Stoff ist die krystallisirte Kieselsäure, der sogenannte Bergkrystall, der bekanntlich nur von Fluorwasserstoffsäure (die in der Natur nicht als solche vorkommt) angegriffen wird. Ein Gewicht aus Bergkrystall ist daher als in allen Zeiten unveränderlich zu betrachten für die Umstände, in welche es kömmt. Der Körper ist so hart, dass man ihn ohne alle Besorgniss der Abnützung beliebig oft abreiben kann; er kann in Wasser, Weingeist, Oelen und Quecksilber, sogar in alle Säuren mit der einzigen Ausnahme gebracht werden, ohne sich im Geringsten zu ändern. Nur vor dem Zerspringen durch mechanische Stösse oder durch Hitze ist er zu wahren. In der Wahl der Form muss daher jede spitzwinkliche Kante vermieden werden, weil diese sonst Schaden leiden könnte.

Obigen Betrachtungen zufolge habe ich mich entschlossen, das Kilogramm in Bergkrystall zu copiren und desshalb ein solches Kilogramm in der rühmlichst bekannten mechanischen Werkstätte von Repsold in Hamburg ausführen lassen, und zwar in der Form eines Cylinders, dessen Kanten gebrochen sind durch eine Kugelfläche,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

so dass die Kanten nur sehr stumpfe Winkel bilden, die nochmals abgerundet sind. Alle Flächen sind hoch polirt, und von Gestalt so genau, dass aus diesem Körper das Kilogramm der Definition abgeleitet werden könnte. In dieser Art scheint für die Unveränderlichkeit, also für die Unzweideutigkeit der Gewichtscopie gesorgt, um so mehr, als wir durch die Uebereinstimmung der Beobachtungsreihen unter einander factisch verneinend antworten können auf die geäusserten Bedenken, als besitze der Bergkrystall hygroskopische Eigenschaft, welche sein Gewicht von dem Feuchtigkeitszustande der Luft abhängig mache. Ein solcher hygroskopischer Körper müsste verschiedene Gewichte geben für verschiedene Zustände der Atmosphäre. Unsere Beobachtungen umfassen aber hohen und niedern Barometerstand, folglich auch feuchte und trockene Luftzustände. Dennoch stimmen die reduzirten Beobachtungen eines Tages immer auf einige Zehntel eines Milligrammes und zwar nahe so, wie es der aus den einzelnen Beobachtungen abgeleitete Fehler erwarten lässt. Der Bergkrystall kann folglich nicht hygroskopisch seyn.

Indessen tritt dafür eine Schwierigkeit anderer Art auf, welche die Vergleichungen *mühevoller* macht. Das spezifische Gewicht des Bergkrystalls ist nämlich 2.65; das des Platina 21.2. Das Volumen eines Kilogramms von Bergkrystall ist daher 8mal grösser, als das eines Platinakilogrammes, oder seine Längendimensionen werden in Bergkrystall die doppelten von Platina. Das Gewicht der verdrängten Luft ist daher bei Bergkrystall auch 8mal grösser als bei Platina, also sehr beträchtlich, so dass die Vergleichung der beiden Kilogramme sich nicht wie die Abwägung zweier Körper von gleicher Dichtigkeit auf die Bestimmung eines constanten Unterschiedes reduzirt, sondern eine variable Grösse von circa 400 Milligrammen ausmacht, die mit dem Barometerstand und der Temperatur der Luft im Kasten der Waage um 10 Milligrammen und mehr variirt. Wir werden später sehen, dass mit dem Steigen des Barometers um

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

eine Pariser Linie, eine Vermehrung des Luftgewichtsunterschiedes gegen das Platinakilogramm von 1,2 Milligrammen eintritt, und dass für eine Vermehrung der Lufttemperatur von 1° Centigr. der Luftgewichtsunterschied um 1,4 Milligrammen wächst, dass man also die Temperatur auf weniger als 0°.1 erkennen muss, um auf 0.1 Milligramm im Wägen sicher zu seyn. Die Operation der Vergleichungen ist folglich viel complizirter als bei Körpern von gleicher Dichtigkeit. Nichts destoweniger werden wir aber auch zeigen, dass dessen ungeachtet die wahren Gewichte durch Rechnung mit derselben Sicherheit erkannt werden können, als wie für gleiche Dichtigkeiten. Wir werden Ausdrücke geben, welche auf Einen Blick erkennen lassen, wie gross der von der Waage gemessene Luftgewichtsunterschied seyn muss, welches auch der Barometerstand und die Lufttemperatur sei, je nachdem man mit dem Bergkrystallkilogramm ein Kilogramm von Eisen, Messing, Silber, Gold, Platina etc. vergleichen will, und haben folglich dadurch diese Schwierigkeit ganz eliminirt.

Zugleich aber ist im Allgemeinen für die Benützung der Gewichtseinheit ein wesentlicher Vortheil erlangt. Gewichte bedarf man doch eigentlich blos, um die Masse anderer Körper damit zu bestimmen. Diese Bestimmung bleibt aber wegen der Luft immer abhängig von der Dichtigkeit dieser Körper und es ist folglich ein Gewicht wünschenswerth, bei welchem durchschnittlich die Luftgewichtsunterschiede möglichst klein sind. Nun ist der Luftgewichtsunterschied zwischen Gewicht und Körper um so grösser, je mehr beide im spezifischen Gewichte differiren. Es ist daher klar, dass Platinagewichte für andere leichtere Körper grössere Unterschiede geben müssen, als Gewichte, die selbst die mittlere Dichtigkeit der Körper besitzen. Dieser mittleren Dichtigkeit kommt aber der Bergkrystall sehr nahe. Man wird daher mehr Körper finden, bei welchen, gegen Bergkrystall, der Luftgewichtsunterschied kleiner

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

ist, als gegen Platina und folglich ist auch in dieser Beziehung gegen Bergkrystall zur Herstellung der Gewichtseinheit nichts einzuwenden, sondern eher noch dadurch ein Vortheil erreicht.

Indem wir hiemit festgestellt haben, was unsere Gewichtseinheit sei, wie diese dem Gesetze entsprechend herzustellen ist, was die Grenzen der Sicherheit der französischen Urgewichte sind und wie man durch die Wahl anderer Stoffe eine grössere Unveränderlichkeit erlangen kann, schliessen wir diese einleitenden Betrachtungen und gehen zu der Arbeit selbst über, welche die Copie in Bergkrystall des Platina-Archivkilogrammes zu Paris hervorgerufen hat.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Entwicklung

der Vorschrift zur Reduction der Abwägungen

auf den luftleeren Raum.

Es ist bekannt, dass bei der Bestimmung der Masse eines Körpers durch die Waage Berücksichtigung des Mediums eintreten müsse, im welchem sich die der Masse nach zu vergleichenden Körper befinden. Für alle unsere Abwägungen bildet die atmosphärische Luft dieses Medium und in diesem verliert jeder Körper soviel an Schwere als die Luft schwer ist, welche er, vermöge seiner Raumerfüllung verdrängt. Wäre nun das Medium unter allen Umständen von gleicher Dichtigkeit, so könnte man ohne alles Bedenken die scheinbaren Gewichte statt der wirklichen in den meisten Fällen gelten lassen. Aber die Dichtigkeit unseres Mediums, der Luft, ist nicht constant, sondern variirt mit der Temperatur, welche bei gleicher Spannung das Volumen vergrössert und mit der Menge der drückenden Luftschichten, welche das Volumen vermindern, indem sie den Ex-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

pansionskräften entgegen wirken. Daher sind zwei Körper von gleicher Masse aber von ungleichem Volumen auf der Waage mit einander verglichen, nicht blos ungleich schwer, sondern dieser Unterschied der Schwere ist noch veränderlich je nach der Temperatur und Schwere der Luft. Um daher ein invariables Zahlenverhältniss über die Gravitation beider Körper herzustellen, müssen die Einflüsse der Luftgewichte auf die Gewichte der Körper entfernt werden.

Wenn es daher hier unsere Aufgabe ist, ein Gewicht von Bergkrystall mit einem Gewichte von Platina zu vergleichen, so müssen wir vorerst sehen, welches die verschiedenen Elemente sind, die auf diese Bestimmung Einfluss üben und dann aber, wie gross der Einfluss jedes dieser Elemente auf die Vergleichung ist, um darnach die Genauigkeit in der Bestimmung des Elementes zu regeln. Es ist also vor Allem erforderlich, die Theorie zu entwickeln, welche uns die Elemente und die Grösse ihres Einflusses kennen lehren wird.

Wir beziehen uns hier auf den Aufsatz des Geheimerathes *Bessel* in den astronomischen Nachrichten Nro. 163.

Es bezeichne:

M die Masse des Bergkrystallkilogramms B^k; diese und die folgenden in Milligrammen

MJ die Masse Luft, welche es verdrängt,

m die Masse des Platina-Archivkilogrammes $A^k = 1000000$ Mg.

mi die Masse Luft, welche es verdrängt,

m' die Masse des Gewichtes, welches dem B^k auf der Waage zugelegt werden muss, um gleich schwer mit A^k zu erscheinen.

$m'i'$ die Masse der Luft, welche dieses Gewicht verdrängt,

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

so ist offenbar für das Gleichgewicht auf der Waage nach dem Gesagten:

(I) $$(M - MJ) + (m' - m'i') = m - mi$$

Daraus soll M die Masse des B^k bestimmt werden. m ist bekannt = 1000000 Milligr., m' wird bekannt durch die Abwägung. Wir haben also blos J, i' und i, das ist die Verhältnisse der Dichtigkeit unserer 3 Körper zur Dichtigkeit der Luft, welche sie verdrängen, auszudrücken.

Sei nun ferner

Δ = dem spezifischen Gewichte des Bergkrystallkilogramms
δ = „ „ „ „ Platina-Archivkilogr.
q = „ „ „ der Luft,

so wird $$J = \frac{q}{\Delta}$$

und da das kleine Gewicht m' von Platina vorausgesetzt wird, ist:

$$i' = i$$

und $$i = \frac{q}{\delta}$$

Aber q, das spezifische Gewicht der Luft, ist abhängig von der Ausdehnung derselben durch die Wärme und ändert sich offenbar im umgekehrten Verhältniss der Raumerfüllung für gleich schwere Luft.

Nennen wir also r die Volumvergrösserung der Luft für 1° Centigr., so wird

$$i = \frac{q}{\delta\,(1 + rt)}$$

Dagegen aber wächst q noch im directen Verhältniss mit dem Raume, welchen der Körper einnimmt, wenn wir der Luft Dichtig-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

keit als constant betrachten. Ist nun die Längendimension des Körpers von Platina für $0^\circ = 1$, und der Zuwachs an Länge wieder für 1° C $= k$, so ist sein Volum bei der Temperatur von t Graden $= (1 + kt)^3$. Wir haben daher

$$i = \frac{q\,(1 + kt)^3}{\delta\,(1 + vt)}$$

d. i. das Verhältniss des spezifischen Gewichtes der Luft zu Platina für jede Temperatur. Wir wollen es jetzt auch ausdrücken für jede Schwere der Luft oder für die ihr proportionale Angabe des Barometers.

q gilt analog mit den festen Körpern für den normalen Barometerstand von 0.76 Mètre reduzirt auf die Temperatur 0 des Quecksilbers und der Luft. Wir haben daher auch für den reduzirten Barometerstand b

$$q = \frac{b}{0.76} \cdot \mu'$$

wo μ' die spezifische Schwere der Luft ist. Setzen wir die spezifische Schwere des Quecksilbers $= \gamma$, das Verhältniss der Dichtigkeit der Luft zu Quecksilber $= \frac{\gamma'}{\mu'} = \varepsilon$, so wird

$$q = \frac{b}{0.76}\,\frac{\gamma}{\varepsilon}$$

und wenn wir den Barometer in Pariser Linien ausdrücken und uns erinnern, dass 1 Mèter $= 443.296$ Pariser Linien ist, aber $443.296 \times 0.76 = \mu$ nennen

$$q = \frac{b\,\gamma}{\mu\,\varepsilon}$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Dieser Werth in den von i gesetzt, gibt

$$i = \frac{b\,(1 + t\,k)^3 .\ \gamma}{\mu\,\delta\,\varepsilon\,(1 + v\,t)}$$

und ebenso für Bergkrystall, wenn wir seine Längenausdehnung für 1° C. $= x$ nennen:

$$\mathrm{J} = \frac{b\,(1 + t\,x)^3 .\ \gamma}{\mu\,\Delta\,\varepsilon\,(1 + v\,t)}$$

Da aber k und x nur sehr kleine Grössen sind im Verhältniss zur ganzen Länge 1, so können wir setzen

$$\text{(II)}\left\{\begin{aligned} i &= \frac{b\,\gamma\,(1 + 3\,k\,t)}{\mu\,\delta\,\varepsilon\,(1 + v\,t)} \\ \mathrm{J} &= \frac{b\,\gamma\,(1 + 3\,x\,t)}{\mu\,\Delta\,\varepsilon\,(1 + v\,t)} \end{aligned}\right.$$

Substituiren wir nun die Werthe (II) in die Gleichung (I) und beachten, dass $i' = i$, so wird

$$\text{(III)}\left\{\ \mathrm{M} = (m - m') + \frac{\mathrm{M}\,\gamma\,b\,(1 + 3\,x\,t)}{\mu\,\Delta\,\varepsilon\,(1 + v\,t)} - (m - m')\,\frac{\gamma\,b\,(1 + 3\,k\,t)}{\mu\,\delta\,\varepsilon\,(1 + v\,t)}\right.$$

woraus sich M durch Annäherung ergibt, indem man blos für das zweite Glied rechts die Rechnung wiederholt.

Dieser Ausdruck (III) lehrt uns nun alle Elemente kennen, welche auf die Bestimmung der Masse des B^k influenziren. Diese sind

b der Barometerstand
t die Temperatur der Luft
Δ die spezifische Schwere des B^k
δ „ „ „ „ A^k
μ' „ „ „ der Luft, $\mu' = \frac{\gamma}{\varepsilon}$
γ „ „ „ des Quecksilbers

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

v die Volumänderung der Luft für 1° C
x „ Längenausdehnung des Bergkrystalls für 1° C
k „ „ „ Platina für 1° C
m' der durch die Waage gegebene Gewichtsunterschied von B^k und A^k

Um nun zu erkennen, *wie gross* der Einfluss ist, den jedes dieser 10 Elemente auf m' übt, wollen wir alle als veränderlich betrachten, und den Ausdruck (III) differenziren. Diess gibt:

$$
\text{(IV)}\quad
\begin{aligned}
0 = {} & dm'.[\mu\varepsilon\delta\Delta(1+vt) - \Delta\gamma b(1+3tk)] \\
& \left\{
\begin{aligned}
& - db.[M\delta\gamma(1+3tx) - \Delta\gamma(m-m')(1+3tk)] \\
& + dt.[v\delta\Delta\varepsilon\mu(M-m+m') - 3\gamma b(M\delta x - k\Delta(m-m'))] \\
& + d\Delta.[\delta\varepsilon\mu(M-m+m')(1+vt) + \gamma b(m-m')(1+3tk)] \\
& - d\delta.[M\gamma b(1+3tx) - \Delta\varepsilon\mu(1+vt)(M-m+m')] \\
& - d\gamma.[M\delta b(1+3tx) - \Delta b(m-m')(1+3tk)] \\
& + d\varepsilon.\Delta\delta\mu(1+vt)(M-m+m') \\
& + dv.t\delta\Delta\varepsilon\mu(M-m+m') \\
& + dk.3t\Delta\gamma b(m-m') \\
& - dx.3Mt\delta\gamma b
\end{aligned}
\right.
\end{aligned}
$$

Substituiren wir nun in die Ausdrücke (III) und (IV) die Zahlenwerthe, wie sie zur Ermittelung der Masse des B^k aus den nachfolgenden Untersuchungen hervorgegangen sind oder dabei angenommen wurden, so findet sich

γ . das spezifische Gewicht des Quecksilbers für die Temperatur $= 0$ verglichen mit Wasser der grössten Dichtigkeit nach *Brissons* Versuchen, berechnet von *Hällström*. (Astr. Nachr. Nro. 163)

$$\gamma = 13.59606$$

$\varepsilon = \frac{\gamma}{\mu'} = (13.59606)(770.488)$ das Verhältniss der Dich-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

tigkeit der Luft und des Quecksilbers bei der Temp. 0 und bei dem Druck von 0.76 Mèters red. Quecksilbersäule nach den Versuchen von *Biot* und *Arago* (Astr. Nachr. Nr. 163)

$$\varepsilon = 10475.6$$

v die Volumvergrösserung der Luft für 1° der hundertth. Scala nach *Gay-Lussac* und nach *Dulong* und *Petit*. (Annales de Chim. et de Phys. VII. 120)

$$v = 0.00375$$

Δ das spezifische Gewicht des B^k nach meiner Bestimmung, siehe Beilage

$$\Delta = 2.6509622 \pm 0.0000034$$

x die Längenausdehnung des Bergkrystall für 1° C nach meinen Messungen, ebenda

$$x = 0.00001085 \pm 0.00000027$$

δ das spezifische Gewicht des A^k nach den Messungen von *Olufsen*, *Gambey* und mir, durch das spezifische Gewicht des K. Dänischen Platinakilogramms nach den Bestimmungen von *Schumacher*. Siehe Beilage

$$\delta = 20.548 + 0.002$$

k die Längenausdehnung des Platina nach *Borda's* Versuchen. (Base du Système mètr.)

$$k = 0.0000085655$$

und wenn wir nun die Temperatur $t^c = 13.534$, den auf $0°$ reduzirten Barometer $b^n = 334.57$ setzen, wie sie sich nahezu im Mittel aus allen Vergleichungsreihen ergeben, diese sämmtlichen Zahlenwerthe aber in die Ausdrücke (III) und (IV) substituiren, so wird:

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

$$M = 1000000 - m' + 403.228 + dU \text{ oder}$$

$$\left.\begin{aligned} B^k = M = 1000403.228 - m' \\ + 1.2056\ (b^n - 334.57) \\ - 1.4261\ (t_c^n - 13.534) \\ - 174.63\ (\Delta - 2.650962) \\ + 2.8910\ (\delta - 20.548) \\ + 18786\ (x - 0.00001085) \\ - 2416.8\ (k - 0.000008565) \\ - 5195.6\ (v - 0.00375) \\ + 29.670\ (\gamma - 13.59606) \\ - 0.03851\ (\varepsilon - 10475.6) \end{aligned}\right\} (V)$$

Ist daher m′ durch Abwägungen bestimmt, so ergibt sich M oder das Gewicht des B^k im luftleeren Raume, sobald b^n und t_c^n beobachtet sind, einfach durch die Berechnung der ersten zwei Differenzialquotienten.

Um diess noch mehr zu erleichtern, fügen wir hier eine kleine Tafel bei, welche für die beobachteten Abweichungen des Barometers und Thermometers von den oben angenommenen (Arg.) die Verbesserungen des Werthes von B^k in Milligr. gibt:

Arg.	+ *db*	+ *dt*
+ 0.1	+ 0.1206	− 0.1426
0.2	0.2411	0.2852
0.3	0.3617	0.4278
0.4	0.4822	0.5704
0.5	0.6028	0.7130
0.6	0.7234	0.8557
0.7	0.8439	0.9983
0.8	0.9645	1.1409
+ 0.9	+ 1.0850	− 1.2835

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Um nun ferner zu sehen, wie genau die Grössen Δ, δ, x, k, v, γ, ε, bestimmt, die Grössen b, t, m' beobachtet werden müssen, um keinen erheblichen Fehler in der Bestimmung von B^k zu erzeugen, wollen wir ihre Aenderungen aufsuchen, die B^k um $\frac{1}{100}$ Milligr. ändern würden, und diese Abweichungen dann vergleichen mit den mittleren Fehlern in den Bestimmungen der Elemente.

1) Für das spezifische Gewicht Δ des B^k ergibt sich die Aenderung, welche m' um $\frac{1}{100}$ Milligr. ändert

$$= \pm 0.0000057$$

der mittlere Fehler der Bestimmung ist:

$$= \pm 0.000003$$

folglich entsteht aus diesem Elemente keine Unsicherheit von 0.01 Milligr. d. B^k

2) Für das spezifische Gewicht δ des A^k ergibt sich unter der obigen Bedingung

$$= \pm 0.0034$$

Der mittlere Fehler ist:

$$= \pm 0.002$$

also ist die Bestimmung gleichfalls mehr als hinreichend scharf.

3) Für die Längenausdehnung x des B^k ist die Aenderung

$$= \pm 0.00000053$$

Der mittlere Fehler:

$$= \pm 0.00000027$$

4) Für die Längenausdehnung k des A^k ist die Aenderung

$$= \pm 0.0000041$$

Der mittlere Fehler nach *Borda* kaum

$$= \pm 0.0000001$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

5) Für die Volumänderung der Luft v ist die Aenderung

$$= \pm 0.0000019.$$

Nach *Gay-Lussac* ist aber der mittlere Fehler in seiner Bestimmung

$$= \pm 0.0000003.$$

Also ist die Bestimmung ebenfalls mehr als ausreichend genau.

6) Für das spezifische Gewicht γ des Quecksilbers ist die Aenderung

$$= \pm 0.00034$$

Brisson findet $\gamma = 13.59606$

ohne dass die Sicherheit dieser Bestimmung bekannt wäre. Doch lässt sich übersehen, dass die resultirende Unsicherheit nicht über einige Hundertel eines Milligr. gehe.

7) Für das Verhältniss des Luft- und Quecksilbergewichtes ε ist die Aenderung:

$$= \pm 0.26$$

Der Werth nach *Biot* und *Arago* ist 10475.6 wie weit er verbürgt werden könne ist nicht ermittelt.

8) Für den Barometer b ist die Aenderung

$$= \pm 0.008$$

Der mittlere Fehler der Vergleichung

$$= \pm 0.008$$

Hier muss bemerkt werden, dass der zufällige Fehler in der einmaligen Ablesung des Barometers wohl grösser ist, nicht aber das Mittel aus vielen, wie wir es in der Endbestimmung zu Grunde gelegt haben.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

9) Für das Thermometer t_n^c ist die Aenderung

$$= \pm 0.007$$

Die mittlere Sicherheit der Angabe

$$\pm 0.02$$

also kann aus dem Thermometer wohl eine Unsicherheit von 3 Hundertel Milligr. entstehen.

10) Für m' ist die Unsicherheit natürlich der der Bestimmung selbst gleich, und wir fanden sie

$$= \pm 0.05$$

Die Unsicherheit, welche die Wägungen lassen, ist also nicht wohl grösser als die, welche einige andere Elemente erzeugen.

Hier bietet sich Gelegenheit zu erkennen, wie wesentlich es sei, bei jeder genauen physikalischen Bestimmung den mittlern Fehler des Endresultats abzuleiten. Wäre dieses bei den Bestimmungen von *Biot* und *Brisson* geschehen, so könnten wir mit Sicherheit die Einflüsse der Elemente γ, ε angeben. So sind wir blos im Stande sie zu schätzen und zu zeigen, dass sie nicht wohl mehr als einige Hundertel eines Milligr. betragen werden. Sollen daher überhaupt unsere Wägungen noch reduzirbar seyn, ohne die Fundamentalbestimmungen für γ und ε aufs Neue zu wiederholen, so müssen wir uns einige Hundertel eines Milligrammes als die noch möglicherweise zu erlangende letzte Grenze der Genauigkeit stellen, und es würde kein Interesse haben in den Wägungen weiter zu gehen, weil die Reductions-Elemente nicht genauer erkannt sind. Unsere Wägungen können daher abbrechen, wenn diese Genauigkeit erlangt ist.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Beschreibung des Platinakilogrammes der Archive zu Paris.

Das Kilogramm der Archive wird daselbst aufbewahrt in einem eisernen Schranke, der mit 3 Schlössern verschlossen ist. In diesem Schranke ist ein zweiter, ebenfalls dreifach verschlossener eiserner Kasten, in welchem sich das mit Maroquin überzogene und mit rothem Seide-Sammt ausgelegte Futteral befindet, was endlich das Platinakilogramm umgibt. Das Futteral dieses Urgewichts ist überschrieben:

Kilogramme conforme à la loi du 18. Germinal an 3. présenté le 4. Messidor an 7. Fortin F.

Es ist ein Cylinder von Platina, dessen Durchmesser circa 39.4 Millimètre und dessen Höhe 39.7 Millimètre misst. Die Kanten des Cylinders sind abgerundet und zwar mit einem Krümmungshalbmesser von nahe 3 Millimètres. Die Breite der Abrundungs-Facette beträgt im Mittel 0.75 Millimètre. Die Oberflächen dieses Körpers sind im Ganzen ziemlich gut gearbeitet; doch keineswegs frei von einer Menge feiner Risse und Punkte. Auch zeigen sich an verschiedenen Stellen Flecken, welche auf Unreinheiten des Platina oder auf eingedrückte feine Schmirgelkörner hindeuten.

Das spezifische Gewicht dieses Platina-Kilogrammes ist, wie wir zeigen werden, nahe 20.4, also leichter, als für Platina im reinen Zustande angenommen wird, da solches bekanntlich zwischen

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

21.16 und 21.21 variirt. Enthält das Platina Iridium, so wird es spezifisch schwerer, da Iridium das spezifische Gewicht 23.6 besitzt. Enthält es Palladium 11.3 oder Osmium 10.0 oder Rhodium 11.0, so muss es spezifisch leichter werden. Es steht also zu vermuthen, dass das Platina, woraus das Archivkilogramm gebildet ist, von diesen leichteren Metallen enthalte. Die damalige Gewinnungsart des Platina macht diese Vermuthung zur Gewissheit. Es ist demnach das Platina des Archivkilogrammes jedenfalls nicht rein, und aus diesem Grunde haben die französischen Gelehrten beschlossen, dass es niemals in Wasser gebracht werden dürfe, weil eine Oxydation eintreten könnte, welche sein absolutes Gewicht ändern würde. Dass diese Vorsicht sehr begründet sey, haben wir in der Einleitung aus andern Gründen nachgewiesen.

Allein dadurch entsteht ein bedeutender Uebelstand. Man kann nämlich, streng genommen, kein anderes Gewicht mit dem Archivkilogramm vergleichen, ohne dessen spezifisches Gewicht zu kennen. Das spezifische Gewicht des Archivkilogrammes ist aber nicht gleich anfangs durch Wägungen in Wasser bestimmt worden. Jetzt *darf* es auf diese Weise nicht mehr ermittelt werden. Man ist daher genöthigt, zu Messungen seiner Dimensionen überzugehen und aus diesen das spezifische Gewicht abzuleiten. Allein, weil die Flächen nicht sehr regelmässig bearbeitet sind, und weil es schwer ist, die wahre Temperatur des Körpers bei den Messungen zu ermitteln, da er mit den Händen berührt werden muss, so bleibt diese Bestimmungsart immer viel unsicherer, als nach der Methode des Abwägens in Wasser. Diess wird man Gelegenheit haben zu erkennen, in dem nächsten Abschnitt:

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Bestimmung des spezifischen Gewichtes des Archiv-Kilogrammes.

Wollte man unmittelbar aus den Dimensionen und dem absoluten Gewichte eines Körpers sein spezifisches Gewicht ableiten, so müssten die Einheiten des Maasses, in welchem die Dimensionen gemessen sind, in aller Schärfe bekannt seyn. Ueberdiess wäre eine solche Bestimmung nicht direct vergleichbar mit der durch Abwägen im Wasser erhaltenen, weil Differenzen in der Annahme über die Ausdehnung des Wassers, über die Quantität der vom Wasser absorbirten Luft etc. etc. Unterschiede veranlassten, die gerade hier fühlbar würden, wo es nur darauf ankömmt, den Unterschied der spezifischen Gewichte zweier Körper genau zu ermitteln. Es scheint daher folgende Methode zweckmässiger:

Das spezifische Gewicht eines andern Kilogrammes von Platina sey gegeben durch Abwägungen in Luft und Wasser. Ferner sey sein Volumen durch Messungen mit demselben Apparate ermittelt, mit welchem das Volumen des Archivkilogrammes bestimmt wird, so ist offenbar, da sich die spezifischen Gewichte umgekehrt wie die Volumina bei gleicher Masse verhalten, das spezifische Gewicht des Archivkilogrammes:

$$\delta = \delta' \frac{v'}{v}$$

wo v das Volumen, δ das spezifische Gewicht des Archivkilogrammes bedeuten und diese Grössen mit einem ′ dem andern Kilogramm angehören.

Ich wählte diese Methode um so eher, als das kgl. dänische Kilogramm von Platina durch Conferenzrath *Schumacher* in Bezug auf spezifisches Gewicht und auf seine Dimensionen genau bestimmt ist, und derselbe Apparat, mit welchem das dänische Kilogramm

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

gemessen wurde, zu meiner Disposition gestellt ward zur Ermittelung der Dimensionen des Archivkilogrammes.

Dieser Messapparat ist von *Gambey*, dem berühmten Mechaniker Frankreichs, ausgeführt. Er besteht im Allgemeinen in einem Taster, dessen Verstellungen an einer auf Silber nach Millimètres getheilten Scala durch einen Nonius gemessen werden, der unmittelbar $\frac{1}{100}$ Millimètre angibt. Bei der Messung wird das Kilogramm in den Apparat gebracht, der Taster verstellt, bis er das Kilogramm berührt und nun der Nonius abgelesen. Wird von dieser Ablesung noch abgezogen, was der Nonius zeigt, wenn nach herausgehobenem Kilogramm der Taster in Berührung mit demjenigen Punkte ist, der zweiter Stützpunkt des Kilogrammes war, also der Fehler des Index, so ergibt sich der Durchmesser des Kilogrammes an der berührten Stelle in Millimètres. Auf diese Weise habe ich folgende Messungen erhalten.

Die Messungen liegen in zwei zu einander rechtwinklichten Durchschnitten durch die Axe des Kilogramms.

A^k

	Durchmesser:		*Höhen:*		t_c^o
1837 Mai 26.	42.055	42.015	42.450	42.380	+ 14.0
	42.103	42.063	42.400	42.375	
	42.130	42.105	42.385	42.390	
	42.130	42.123	42.377	42.390	
	42.105	42.090	41.356	42.395	
	42.050	42.050	42.345		+ 14.0
Mittel . . .	42.0955	42.0743	42.3855	42.3860	
Fehler des Index	—2.6215	—2.6215	—2.6215	—2.6215	
	39.4740	39.4528	39.7640	39.7645	
Mittlere Durchmesser = 39.4634			*Höhe* = 39.76425		+14'.0

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Ebenso, jedoch nur in Einem Axendurchschnitte, bestimmte ich mit demselben Apparat die Dimensionen des k. dänischen Platina-Kilogrammes von Conferenzrath *Schuhmacher*

S^k

	Durchmesser:	*Höhen:*	t_n^c
1837 Mai 26	42.390	40.325	+ 14.0
	42.463	40.355	
	42.520	40.343	
	42.610	40.320	
	42.655	40.250	
	42.760		
Mittel .	42.5663	40.3186	
Indexfehler	—2.6250	—2.6250	
Mittlere Durchm.	= 39.9413	*Höhe* = 37.6936	+ 14°.0

Da diese Messungen nachweisen, dass die Gestalt der beiden Kilogramme sehr nahe cylindrisch ist, so kann ihr Inhalt mit hinlänglicher Schärfe aus den mittleren Dimensionen nach dem Ausdruck für den Inhalt des Cylinders abgeleitet werden. Eine Reduktion dieser Messungen auf die Normaltemperatur = 0 des Maassstabes und der Platinagewichte ist hier unnöthig, da die Temperatur für beide gleich war und nur das Verhältniss der Inhalte bestimmt werden soll. Wir drücken daher die Inhalte in willkührlich gelassenen Maasstabeinheiten aus, und bemerken ferner, dass wir auch die Facetten der Cylinderkanten nicht zu berücksichtigen brauchen, weil sie an beiden Kilogrammen sehr nahe gleich sind. So ergibt sich:

Für S^k . . . . . $v' = 47.228$
Schumachers Jahrbuch 1836 p. 243 $\delta' = 21.212$
Für A^k . . . . . $v = 48.639$ und hiemit nach dem gegeben Ausdruck für δ des A^k $\delta = 20.598$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Dieser Werth des spezifischen Gewichtes des A^k ist den nachfolgenden Berechnungen zu Grunde gelegt. Er ist der Zahl nach erheblich kleiner, als ihn Conferenzrath *Schumacher* in seinem Jahrbuch für 1836 p. 245 aus Beobachtungen von Professor *Olufsen* aus Koppenhagen angibt, wonach das spezifische Gewicht des Archivkilogrammes $A^k = 20.644$ wäre. Ich glaube jedoch, nicht von dem abgehen zu dürfen, was aus meinen Beobachtungen folgt, bis vollständigere und zahlreichere Messungen dazu Veranlassung geben.

Erst in neuester Zeit (Dezember 1843) habe ich der Gefälligkeit des Herrn Conferenzrath *Schumacher* die vollständige Mittheilung seiner sehr gründlichen und umfassenden Arbeit über das kgl. dänische Platina-Kilogramm in Manuscript zu verdanken. Die von ihm selbst angestellten Messungen des kgl. dänischen Kilogrammes S^k sind so sorgfältig und zahlreich (mehrere hundert Messungen), dass sie die Genauigkeit meiner Bestimmung bei Weitem überbieten. Ferner hat sich ein Zweifel darüber, ob der Messapparat nicht etwa für verschiedene Beobachter verschiedene mittlere Werthe gibt, je nach der Kraft, mit welcher die Berührung des Tasters bewirkt wird, durch die Vergleichung der Originalbeobachtungen gehoben, indem ein constanter Unterschied einer Beobachtungsreihe des A^k von mir und *Gambey* sich als ein Ablesungsfehler von 5 Noniustheilen erkennen liess. Endlich aber hat Conferenzrath *Schumacher* das spezifische Gewicht des S^k aus 14 Wägungen in Wasser nun zu

$$\delta' = 21.2047$$

festgestellt. Da nun aus den *Schumacher*'schen Messungen der Inhalt des S^k sehr sicher erkannt ist, aus den Messungen von *Olufsen*, *Gambey* und mir aber auch der Inhalt des A^k mit grösserer Genauigkeit folgt, so können wir jetzt das spezifische Gewicht des A^k genauer bestimmen.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Die Messungen des A^k von *Gambey* geben in zwei normalen Durchschnitten:

A^k

Datum.	*Durchmesser:*		*Höhen:*		t_c^0
1837 Mai 26.	42.046	42.014	42.310	42.325	+ 14°
	42.085	42.080	42.310	42.330	
	42.124	42.110	42.323	42.321	
	42.100	42.103	42.333	42.325	
	42.005	42.050	42.350	42.330	+ 14°
	42.072	42.0714	42.3252	42.3262	
Indexfehler	—2.612	—2.6120	—2.6120	—2.6120	
	39 460	39.4594	39.7132	39.7142	
Mittlere Durchm. = 39.4597			*Höhe* = 39.7137		+ 14°.0

also die mittlere Höhe um circa 0.05 mm kleiner als meine Messungen, während die Durchmesser ganz gut stimmen. Diess ist wohl offenbar ein Ablesungsfehler, da die 5 und 10er Striche der Nonien sehr leicht mit einander zu verwechseln sind, und weil gerade dieser Fehler auch in *Schumachers* Beobachtungen vorkam, und als ein solcher erkannt wurde. Wer den Ablesungsfehler gemacht hat, das können nur die Originalbeobachtungen des Professor *Olufsen* entscheiden. Diese sind, vom Indexfehler schon befreit, folgende:

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Olufsen, 1835.

A^k

Durchmesser:				*Höhen:*			
t_n^c	April 15.	t_n^c	April 17.	t_n^c	April 15.	t_n^c	April 17.
$+17^0.2$	39.425	$+13^0.0$	39.415	$+17^0.2$	39.775	$t=13^0$	39.760
	39.420		39.415		39.780		39.765
	39.500		39.495		39.770		39.765
	39.525		39.505		39.780		39.730
	39.405		39.415				
	39.410		39.405				
Mittl. Durchmesser 39.4445				*Höhe* 39.7656 . . . $+15^0.1$			

Die Höhe stimmt sehr gut mit der von mir beobachteten. Die von *Gambey* muss daher um 0.05 mm corrigirt werden, wodurch alle drei Beobachtungsreihen sehr gut harmoniren. — Der kleinere mittlere Durchmesser von *Olufsen* findet darin seine Erklärung, dass *Olufsen* nur an drei Stellen, oben, in der Mitte und unten die Durchmesser gemessen hat, also einen kleineren Mittelwerth erhalten muss, da der Körper des Kilogrammes fassförmig ist. Denn nimmt man bei den Messungen von *Gambey* und mir ebenfalls die Mittel aus der obersten, mittleren und untersten Messung, so wird der Durchmesser

nach *Gambeys* Beobachtung	39.4451	$+14^0$
nach meiner Beobachtung	39.4476	$+14^0$
nach *Olufsens* Beobachtung	39.4445	$+15,^0 1$

oder der mittelere Durchmesser wird durch Bebachtung der Zwischenpunkte

bei *Gambey* grösser um	0.0146
bei mir grösser	0.0158
Im Mittel grösser um	0.0152

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

um was *Olufsens* Durchmesser vergrössert werden muss, damit er direct vergleichbar wird mit den Bestimmungen von *Gambey* und mir. Thut man diess, so geben die Messungen Folgendes:

A^k

	Durchmess.	*Höhe.*	t_n^c
Olufsen . .	39.4597	39.7656	+ 15.1
Gambey . .	39.4597	39.7637	+ 14.0
Steinheil . .	39.4634	39.7643	+ 14.0

Reduziren wir diese Messungen auf die Temperatur 0°, bei welcher der Mètre gilt, mit dem Ausdehnungs-Coëffizienten für Messing von 0.00001878 für 1°C, weil der Messapparat von Messing ist, und nennen diese Correction $= M$; ebenso auf die Länge, welche das Platinakilogramm bei 0° Wärme gehabt haben würde, mit dem Ausdehnungs-Coëffizienten für Platina = 0.000008565 für 1°C. und nennen diese Correction P, so werden obige Messungen:

	Beobach. Durchmess.	t_n^c	*M*	*P*	*Auf 0° red. Durchm. in Millim.*	*Abw. v. Mittel.*
Olufsen	39.4597	15 1	+ 0.0112	— 0.0051	= 39.4658	+ 0.0010
Gambey	39.4597	14.0	+ 0.0104	— 0 0047	= 39.4654	+ 0.0014
Steinheil	39.4634	14.0	+ 0.0104	— 0 0047	= 39.4691	— 0.0023
Der reducirte mittlere Durchmesser					= 39.4668	± 0.0010
Olufsen	39.7656	15.1	+ 0.0113	— 0.0051	= 39.7718	— 0.0014
Gambey	39.7637	14.0	+ 0.0105	— 0.0048	= 39.7694	+ 0.0010
Steinheil	39.7642	14.0	+ 0.0105	— 0.0048	= 39.7699	+ 0.0005
Die reducirte mittlere Höhe					= 39.7704	± 0.0007

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Der Kubikinhalt dieses Cylinders ist daher .	= 48653 Kub. Mill.		
Die Facette des A^k beträgt aber	= —3 „ „		
Kubikinhalt des A^k bei 0° Temp.	= 48650	=	v
Kubikinhalt des S^k bei 0° nach *Schumachers* Best.	= 47147	=	v'
Spez. Gewicht des S^k nach *Schumachers* Best.	21.2047	=	δ'

womit sich das spezifische Gewicht des Archivkilogrammes ergibt:

$$\delta = 20.548; \log \delta = 1.31277$$
$$\pm 0.002$$

Diese Genauigkeit ist, wie wir gezeigt haben, ausreichend, um keine Unsicherheit von $\frac{1}{100}$ Milligramm in der Vergleichung des Bergkrystallkilogrammes zu erzeugen.

Beschreibung des Bergkrystall-Kilogrammes = B^k.

Das Bergkrystallkilogramm, welches ich nun der K. Regierung von Neapel käuflich überlassen habe, ist im Januar 1837 in der berühmten mechanischen Werkstätte von *Repsold* in Hamburg ausgeführt worden. Der Krystall, aus dem es herausgeschnitten ist, stammt aus Brasilien, und wog wohl 5 Kilogrammen. Die reinste Stelle ward zur Herstellung des Körpers gewählt. Im Mai des Jahres 1837 ist dieses Kilogramm durch mich zu Paris auf den Archiven abgewogen worden gegen das gesetzlich giltige Kilogramm von Platina, was auf den Archiven aufbewahrt wird, und aus diesen Abwägungen konnte, wie die gegenwärtige Arbeit nachweiset, sein

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

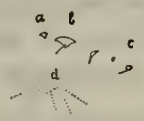
Gewicht im luftleeren Raume so genau ermittelt werden, dass die Unsicherheit darin kleiner ist, als die unvermeidliche Veränderlichkeit, welcher das Platinakilogramm der Archive mit der Zeit ausgesetzt ist. Wir haben in der Einleitung die Ursachen dieser Veränderlichkeit angegeben.

Um nun dieses Bergkrystallkilogramm für alle Zeiten vor unerkannter Veränderung zu wahren, werde ich es genau beschreiben, damit der Zustand bezeichnet ist, in welchem es das von mir ermittelte Gewicht besitzt und in welchem es meine Hände verliessen.

Es ist ein Cylinder von 92.6 Millimètres Höhe und 73.7 Millm. Durchmesser. Die Kanten des Cylinders sind gebrochen durch eine Kugelfläche, deren Centrum mit dem Centrum des Cylinders zusammenfällt. Die sphärischen Facetten sind jede 15.0 Millm. breit. Die Kanten, wo Sphäre und Cylinder sich schneiden, sind abermals abgerundet mit einem Krümmungshalbmesser von etwa 0.1 Millm. nicht ganz 0.1 Millimètre breit. Alle Flächen des Körpers sind hoch polirt, so dass man wie durch Glas hindurch sieht und die im Innern befindlichen kleinen Wölkchen und Schillerflächen genau erkennen kann. Die grösste Schillerfläche im Innern befindet sich nahe unter der einen Planfläche, und geht von der Mitte gegen den Rand zu, ist 10 Millim. lang, und geht fast in der Ebene der Axe etwa 3 Millim. tief. Sie bildet ohngefähr ein Dreyeck, was mit dem stumpfen Winkel nach der Oberfläche zu steht. Auf der Oberfläche selbst ist durchaus nichts von dieser Schillerfläche wahrzunehmen. Wird das Kilogramm so gestellt, dass diese Schillerfläche oben liegt, und dem Beobachter zugekehrt ist, so wird man etwas links am obern Rand des Cylinders eine feine Wolke, etwa 12 ^{mm} lang, 1 ^{mm} breit, gewahr. Sie zieht links abwärts. In ihrer Verlängerung 27 ^{mm} davon, ist eine dritte sehr schmale Schillerfläche. Zwischen beiden etwas tiefer auf $\frac{2}{5}$ der Cylinderhöhe ist ein

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

haarfeines 4 mm langes Sprüngchen, was sich auch auf der Cylinderfläche an zwei Politurpunkten erkennen lässt. Unter diesen in $\frac{1}{3}$ der Cylinderhöhe ist eine doppelte Wolke 15 mm lang. Von ihrer Mitte rechts nach unten führt ein Politurkritz nach einem Fehler in der Oberfläche des Cylinders. Dieser Fehler ist etwa 0.4 mm tief und hat die Gestalt:



a, *b* und *c* sind auf der Cylinderfläche äusserlich fühlbar. Die Wolke *d* zieht im Innern fort, und kommt nur auf der Grundfläche in 3 Punkten zum Vorschein, die jedoch nicht 0.05 mm Durchmesser haben. An den 4 Facetten ist nirgends ein ausgesprungener Punkt. Nur in der Wolke *d* ist auf der Cylinderfacette durch Tasten mit dem Nagel des Fingers eine kleine Vertiefung von etwa 0.01 mm zu entdecken. Alle diese von der Natur eines so grossen Bergkrystalls unzertrennlichen kleinen Mängel haben schon *vor den Vergleichungen* bestanden und sind folglich *ohne Einfluss auf das Gewicht.*

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Bestimmung des spezifischen Gewichtes Δ und der Längenausdehnung x des B^k.

Bessel zeigt in Nro. 163 der astronomischen Nachrichten, dass man das spezifische Gewicht eines Körpers erhalte, wenn derselbe, in Luft und in destillirtem Wasser abgewogen ist, indem man die Masse des Körpers aus den beiden durch die Beobachtungen gegebenen Gleichungen eliminirt. Diese Bestimmung setzt jedoch voraus dass man die Längenausdehnung des Körpers bereits kenne, weil es nicht ausführbar ist, ihn genau bei 0° Temperatur und in Wasser der grössten Dichtigkeit zugleich auszuwägen. Die Längenausdehnung des Bergkrystalls ist jedoch meines Wissens noch nie bestimmt worden, noch weniger in solcher Art, dass daraus auf die Volumveränderung mit Sicherheit geschlossen, werden könnte, indem bei allen Krystallen die Contraction verschieden ist nach den verschiedenen Axen der Blätterdurchgänge. Hier aber bedürfen wir nur die Volumveränderung, als Funktion der Temperatur, ohne die Richtungen kennen zu wollen, in welchen die Ausdehnungen statt finden. Wir verlangen wie bei einem Körper, der sich in allen Richtungen gleich ausdehnt, etwa für 1° um x, dieses x selbst aus $(1 + tx)^3$. Es ist also klar, dass dieses mittlere x nicht wohl durch Längenmessungen erhalten werden kann, sondern auf andere Weise bestimmt werden muss. Dazu scheinen sich nun vorzüglich *Abwägungen* zu eignen; denn das spezifische Gewicht ist für jeden Körper eine constante Grösse. Man muss also denselben Werth dafür erhalten, welches auch die Temperatur des Wassers sei, bei welcher der Körper abgewogen wurde.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Diese Bedingung zeigt uns also, dass man die Längenausdehnung eines Körpers erhalten könne durch die Combination von drei Abwägungen, eine in Luft, die anderen in Wasser von verschiedener Temperatur. Diess ist auch, mathematisch betrachtet, ganz klar: Denn zwei Abwägungen, eine in Luft, eine in Wasser reichen hin die Masse zu eliminiren und die Dichtigkeit zu bestimmen. Drei wesentlich verschiedene werden daher auch ausreichen, Masse und Dichtigkeit zu eliminiren und ein drittes Element die Längenausdehnung zu bestimmen. Wir müssen also darauf ausgehen, den Bergkrystall abzuwägen in Luft und zweimal in Wasser von möglichst verschiedener Temperatur. Aus den drei Abwägungen erhalten wir dann seine Längenausdehnung, seine Dichtigkeit und seine Masse in Einheiten der Gewichte, mit welchen abgewogen wird.

Indessen sind alle Beobachtungen mit unvermeidlichen Fehlern behaftet, und so würden auch diese Werthe, welche aus drei Abwägungen folgten, nur als erste Näherungswerthe zu betrachten seyn. Nur eine Vervielfältigung der Beobachtungen kann die Grenzen der Unsicherheit weiter hinausrücken und ihrer Grösse nach kennen lehren. Wir müssen daher, um die beiden Elemente: Dichtigkeit und Längenausdehnung für Bergkrystall scharf zu bestimmen, viele Beobachtungen in Luft und Wasser, letzteres von möglichst verschiedener Temperatur anstellen. Diese Beobachtungen können wir dann erst in drei Gruppen abtheilen und daraus genäherte Werthe für Δ und x berechnen, mit diesen aber diejenigen Verbesserungen suchen, welche allen Beobachtungen möglichst nahe entsprechen und uns zugleich die Grenze kennen lehren, bis zu welcher der zufällige Beobachtungsfehler vermindert ist.

Zu den Abwägungen bediente ich mich einer Wage, die statt auf Schneiden zu gehen, an Stahldrähten aufgehängt ist. An dem Wagebalken ist ein Planspiegel befestigt, in welchen man mit dem Fern-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

rohr sieht. Der Spiegel zeigt das Bild einer vertikalen Scala, die neben dem Fernrohre feste Aufstellung hat. Aendert sich nun die Neigung des Wagebalkens und damit des Spiegels, so zeigt das Fernrohr auf andere Theile der Scala, wodurch man im Stand ist sehr kleine Aenderungen der Neigung des Balkens noch zu messen. Der Wagebalken ist nach seiner ganzen Länge in 200 gleiche Theile getheilt. Längs dieser Theilung aber kann bei verschlossenem Kasten durch einen Schubriegel ein Laufgewicht von 1 Gramme verstellt werden. Dieses dient sonach statt der kleinen Gewichte, um ohne Oeffnen des Kastens auswägen zu können. Die Wageschaalen sind ebenfalls an Stahldrähten aufgehängt und tragen nach unten eine Platte, an welcher sie durch einen Hebel arretirt oder festgehalten werden, wenn man die Gegenstände auf den Schalen umtauschen will. Zu den Abwägungen in Wasser kann eine Brücke über die Schale rechts gestellt werden, die dem Gefäss mit Wasser als Boden dient, ohne die Schwingungen der Wage zu hemmen. Diese Brücke wird durch eine Schraube auf- und niederbewegt, um das Einsenken des abzuwägenden Körpers zu erleichtern.

Es hat diese Wage in neuester Zeit dadurch eine sehr wesentliche Verbesserung erhalten, dass statt Stahldrähten, welche leicht constante Verbiegungen annehmen, und dann andere Werthe geben, feine dünne Seidenbänder eingezogen wurden. Sie ist bei diesen Banden so empfindlich, dass man bei 2 Kilogramm Belastung noch leicht 0.2 eines Milligramms, also den 10 Millionten Theil erkennen kann.

Als Gewicht benütze ich ein Messingkilogramm mit Unterabtheilungen bis zur Gramme. Von da an gibt das Laufgewicht die kleineren Theile, die Unterabtheilungen des Kilogrammes sind gegen einander abgewogen und es ist:

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

	5 Decagramm		A	=	500035.90
	2 Decagr.	=	*a*	=	200012.95
	1 Decagr.	=	*b*	=	100019.00
	1 Dgr. gez. †	=	*c*	=	100005.75
	5 Hectagr.	=	*d*	=	50002.50
	2 H.	=	*e*	=	20004.00
	1 H.	=	*f*	=	9999.75
	1 H. gez. I	=	*g*	=	9999.75
	5 Grammen	=	*h*	=	4998.75
	2 Grammen	=	*i*	=	1999.75
	1 G.	=	*k*	=	1000.00
	1 G. gez. I	=	*l*	=	1000.00
	1 G. gez. II	=	*m*	=	1000.00
M^k	. . . . .	=	*A..m*	=	1000078.10

Abwägungen in Luft zwischen diesem Kilogrammeinsatze von Messing = M^k und dem Bergkrystallkilogramm ergeben jedoch:

	auf 0° red. Barom.	*Norm. t°*	*m'*	*Anz. d. Abw.*
			mg	
	319 0	+ 18.4	= 288.8	(4)
	315.4	18.57	289.3	(7)
	314.8	18.8	286.3	(10)
	313.7	18.5	285.9	(10)
Mittel:	315.7	18.57	287.6	(31)

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Das spezifische Gewicht dieses M^k fand sich aber = 8.1500; womit sich ergibt: für den luftleeren Raum

M^k = 1000012.1 Milligr.; damit wird:

	mgr.	mgr.	mgr.
A =	500002.85	= 500000	+ 2.85
a =	199999.73	200000	— 0.27
b =	100012.49	100000	+ 12.49
c =	99999.14	100000	— 0.86
d =	499 9.20	50000	— 0.80
e =	20002.68	20000	+ 2.68
f =	9999.09	10000	— 0.91
g =	9999.09	10000	— 0.91
h =	4998.42	5000	— 1.58
i =	1999.62	2000	— 0.38
k =	999.93	1000	— 0.07
l =	999.93	1000	— 0.07
m =	999.93	1000	— 0.07

A . . . *m* = 1000012.10 Milligrammen.

Die Abwägungen in Wasser wurden in folgender Weise angeordnet:

Auf die Wagschaale links kömmt eine constante Tara von Messing, welche Gleichgewicht hält gegen das B^k, was an der Schaale rechts an einem Kupferdraht in der Luft aufgehängt ist. Dabei erhält das Laufgewicht immer diejenige Stellung, wodurch das Fernrohr im Spiegel auf den Theilstrich 830 der Scala einsteht, der Wagebalken folglich genau wieder dieselbe Neigung hat.

Hierauf wird die Brücke über die Schaale rechts gelegt, auf welche ein gläsernes Gefäss mit destillirtem Wasser zu stehen kömmt; das destillirte Wasser ist in Bezug auf chemische Reinheit

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

dadurch stets geprüft worden, dass ein grosser Tropfen auf einer hochpolirten Silberplatte abgedampft wurde. Hinterliess das Wasser keine Spur auf dem Silberspiegel, so wurde es als ausreichend rein erkannt. Bemerkt muss werden, dass das Wasser nie gleich nach der Destillation benutzt wurde, sondern erst, nachdem es durch Berührung mit der Luft soviel von dieser aufgenommen hatte, als es aufnimmt. Ohne diese Rücksicht ist die Dichtigkeit des Wassers (doch nur in sehr geringem Grade) variabel.

Ist nun die Brücke aufgeschraubt, bis das B^k frei im Wasser schwebt, so werden alle Luftblasen, die sich am Draht und am Körper zeigen, mit einer reinen Rabenfeder entfernt. Da es aber durch das Einsenken in Wasser bedeutend an Gewicht verloren hat, circa 0.377 Kilogramm, so werden die Theile des M^k: $a, c, d, h, k =$ 377000 — 0.9 Milligramm unter der Brücke auf die Schaale rechts gelegt, und das am Gleichgewicht noch fehlende durch Verstellen des Laufgewichtes bewirkt.

In dem Wasser ist ein nach zehntel Graden Centigr. getheiltes Thermometer, dessen Angaben mit dem Normalthermometer übereinstimmen, eingesenkt. Im Wagekasten steht in gleicher Höhe mit dem B^k das Normalthermometer. Das Barometer hängt neben der Wage an derselben Säule, an welcher (mitten durch den Beobachtungs-Saal gehend) auch die Wage befestigt ist. Das Fernrohr ist das eines 10 zölligen Theodoliten von Ertel, welcher 10 Fuss von dem Spiegel der Wage auf einem Stativtische steht, an welchem auch die Scala senkrecht befestigt ist. Der Beobachtungs-Saal hat 40 Fuss Länge und Breite, 16 Fuss Höhe, bei welchen grossen Dimensionen weniger rasche Temperaturwechsel vorkommen. Der Saal ist übrigens durch einen Ofen geheitzt.

Der Kupferdraht, an welchem das Kilogramm aufgehängt ist, umgibt den Cylinder desselben in der Mitte, ist dann geschlungen

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

und darauf 6 Millimètres lang zusammengedreht. Er wurde vorher ausgeglüht und dann dessen Oberfläche wieder gereinigt. 479.1 mm Länge wiegen 501 Milligrammen. Wenn der Wasserspiegel 2mm über dem Ende der Zusammenwindung des Drahtes steht, so sind 249.3mm davon im Gewichte von 260.7 Milligrammen unter Wasser, welchen bei dem spezifischen Gewichte des Drahtes von 8.4 ein Gewichtsverlust von 30.9 Milligrammen entspricht.

Taucht der Draht 1mm tiefer unter den Wasserspiegel, so wächst dieser Gewichtsverlust um 0.124 Milligr. Der Gewichtsverlust des Drahtes muss abgezogen werden von dem Gewichtsverlust des aufgehängten Kilogrammes, wie ihn die Waage gibt, um den Gewichtsverlust des Bk im Wasser der bezeichneten Temperatur zu erhalten.

Die Theilungen des Wage-Balkens sind von der Mitte aus gezählt. Die des Armes rechts nenne ich +. Da das Laufgewicht 1000 Milligr. wiegt, so geht die Theilung (100 Theile = Länge des Armes) unmittelbar von 10 zu 10 Milligr. Das Laufgewicht hat auf seiner Basis 3 Spitzen, die ihm als Füsse dienen, um stets sicher aufzustehen. Die einzelnen Zehntel oder Milligr. werden geschätzt. Der Wagekasten ist während der Abwägungen ganz verschlossen. Gegen das Fernrohr des Theodoliten hin bildet ein vollkommenes Planglas den Verschluss.

In dieser Art sind die nachfolgenden Abwägungen des Bk in Wasser angestellt worden.

N. B. Das destillirte Wasser wurde durch Zugiessen von erwärmtem auf die Zimmertemperatur gebracht.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Abwägungen des Bergkrystallkilogrammes in destillirtem Wasser, angestellt am 6., 7. und 8. Nov. 1843.

Datum.	Temperat. Luft	Temperat. Wass.	Barom.	Lauf-gewicht	Scala	Gew.-Verl. d. Drähte mgr	Gew.-Verl. v. Draht + B^k = 377000	$m - m'$ Gew.-Verlust des B^k	t_c^n	b_o^n
1843 Nov. 6	18°.6	—	320.6	+635.0	830	—				
	18°.6	16.5		358	830	31.0	—277			
		16.8		349	830	31.0	—286			
		16.95		329	830	31.0	—306	376668.2	16.98	320.0
	18.5	17.2		325	830	31.0	—310	(1)		
		17.2		323	830	31.0	—312			
		17.3		+321	830	31.0	—314			
	*Vielleicht waren Luftblasen am B^k									
Nov. 7.	23.1	23.0	320.0	— 70.5	830	32.3	—656			
	24.0	23.1		— 76.0	830	32.3	—661.5	376309.0	23.05	319.4
	24.2	—		+585.5	830	—		(2)		
	24.4	24.4		—173.5	830	31.3	—759.0			
		24.3		—172.0	830	31.3	—757.5			
	24.2	24.2		—167.0	830	31.3	—752.5	376212.7	24.30	319.2
	23.9	—	319.7	+586.0	830	—		(3)		
	23.8	24.1		—142.0	830	31.5	—728.0			
		24.0		—137	830	31.5	—723			
		23.8		—133	830	31.5	—719			
		23.75		—125	830	31.5	—711	376259.8	23.75	319.0
$12^h.2$		23.7		—120	830	31.5	—706	(4)		
$2^h.6$	23.2	23.2		— 79	830	31.5	—665			
	24.6	—	319.2	+505	830					
	Es brach der Draht beim Entfernen der Luftblasen.									
	24.4	—		+384	830					
		24.60		—471	830	31.3	—755			
	24.2	—		+294	830	31.3	—765			
	24.2	—		+297	830	31.3	—768			
	24.2	—		+299	830	31.3	—770	376216.4	24.33	318.6
	24.1	24.20		—439	830	31.3	—738	(5)		

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Datum.	Temperat. Luft	Temperat. Wass.	Barom.	Laufgewicht	Scala	Gew.-Verl. d. Drähte u. gr.	Gew.-Verl. v. Draht + B^k = 377000	$m - m'$ Gew.-Verlust des B^k	t_c^n	b_o^n
1843										
		24.20		−436	830	31.3	−735			
	24.0	—		+301	830	31.3	−738			
Nov. 8	16.1	—		+307	830	—				
	16.3	15.8	315.3	+ 62	830	31.0	−245			
	16.4	15.9		+ 55	830	31.0	−252	376716.0	15.91	315.5
	16.7	16.04		+ 48.5	830	31.0	−259	(6)		
	16.9	—		+305	830	31.0	−256			
Anderes Wasser	17.2	16.85		+ 5	830	31.7	−300			
	17.3	16.88		+ 8	830	31.7	−297			
		16.88		+ 7	830	31.7	−298	376669.8	16.87	315.8
	17.3	—		+306	830	31.7	−299	(7)		
	17.5	17.20		− 7	830	31.9	−313			
	17.5	17.16	314.9	− 6	830	31.9	−312			
	17.5	17.16		− 4	830	31.9	−310	376657.1	17.15	315.0
	17.4	17.09		− 3	830	31.9	−309	(8)		
	17.4	17.07		− 1.5	830	31.9	−307.5			
	17.45	17.05		− 2.0	830	31.9	−308			
	17.2	16.81	314.6	+ 11	830	31.9	−295	376657.1	16.98	314.3
	17.2	—		+305	830	31.9	−294	(9)		

Die Abwägungen geben:

in der Luft $m = 999715.5$; $b_o^n = 320.0$; $t_c^n = 18.40$;
in wärmerem Wasser $m' = 623479.8$; $= 319.5$; $= 23.99$;
in kälterm Wasser $m'' = 623038.3$; $= 316.5$; $= 16.82$;

Aus diesen drei Abwägungen wollen wir nun erst genäherte Werthe von Δ und x ableiten.

Nach der von Geheimerath *Bessel* in Nro. 163 der astronomischen Nachrichten gegebenen Vorschrift zur Ableitung des spezifischen Gewichtes eines Körpers wird:

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

$$(\mathrm{I})\begin{cases} \Delta = \dfrac{Q p (1 + 3 t' x) - q . p' (1 + 3 t x)}{p - p'} \text{ für die Combination} \\ \text{der ersten und zweiten Wägung, oder:} \\ \Delta = \dfrac{Q' p (1 + 3 t'' x) - q . p'' (1 + 3 t x)}{p - p''} \text{ für die erste und} \\ \text{dritte Wägung,} \end{cases}$$

in welchen Ausdrücken gesetzt ist:

$$p = m\ (1 - \alpha\ b)$$
$$p' = m'\ (1 - \alpha'\ b')$$
$$p'' = m''\ (1 - \alpha''\ b'')$$

und $(1 + 3 t x)$ statt $(1 + t x)^3$, da x klein.

Eliminirt man aus den Gleichungen (I) die Dichtigkeit Δ, so findet sich die Längenausdehnung

$$(\mathrm{II})\left\{ \quad x = -\tfrac{1}{3}\ \frac{Q (p - p'') - Q' (p - p') - q (p' - p'')}{Q (p - p'') t' - Q' (p - p') t'' - q (p' - p'') t} \right.$$

Setzen wir daher wie auf der letzten Seite steht

$$m = 999715.5;\ t = 18.40;\ b = 320.0$$
$$m' = 623479.8;\ t' = 23.99;\ b' = 319.5$$
$$m'' = 623038.3;\ t'' = 16.82;\ b'' = 316.5$$

so ergibt sich mit *Bessels* Tafel für Q, β und α, wenn bei letzterem die Correction wegen $\delta = 8.1500$ angebracht wird

aus (II) . . . . $x = 0.00001055$ für 1°C

und aus (I) . . . $\Delta = 2.650895$

Suchen wir nun diejenigen Verbesserungen von x und Δ, welche diesen Werthen beigefügt, die Summe der Quadrate der Fehler in den Wasserabwägungen zu einem Minimum machen.

Hiebei ist das erste Geschäft, dass wir aus den genäherten Werthen von Δ und x unsere Beobachtungen berechnen.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Dazu hat man

$$m - m' - \frac{M\,Q(1+3t'x)}{\Delta} - \frac{q(1+3tx)}{\Delta} + mq - m'q'$$

oder wenn man für q seinen Werth αb, für q', $\alpha' b'$ etc. setzt, und beachtet, dass sowohl der Barometerstand b als die Temperatur t gleich war, für jede einzelne Bestimmung von $m - m'$

$$\left.\begin{aligned} m - m' &= \frac{M(1+3tx)}{\Delta}(Q - b\beta) + \alpha b\,(m - m') \text{ und ebenso} \\ m - m'' &= \frac{M(1+3t'x)}{\Delta}(Q' - b'\beta') + \alpha' b'\,(m - m'') \end{aligned}\right\} \text{(III)}$$

u. s. f.

und wenn wir die Differenzialquotienten in Bezug auf x und auf Δ ableiten:

$$\left.\begin{aligned} d\,(m - m') &= dx\,\frac{3tM\,(Q - b\beta)}{\Delta(1 - \alpha b)} - d\Delta\left(\frac{m - m'}{\Delta}\right) \\ d\,(m - m'') &= dx\,\frac{3t'M\,(Q' - b'\beta')}{\Delta(1 - \alpha' b')} - d\Delta\left(\frac{m - m''}{\Delta}\right) \end{aligned}\right\} \text{(IV)}$$

u. s. f.

Rechnen wir nun zur Bildung der Bedingungsgleichungen nach (III) mit den genäherten Werthen von x und Δ die Werthe O_1, O_2, O_3 . . . . von $(m - m')$ oder unsere Beobachtungen o_1, o_2, o_3 . . .; nach (IV) aber die Coëffizienten von dx, welche wir a_1, a_2, a_3 . . ., und von $\delta\Delta$, welche wir b_1, b_2, b_3 . . . nennen wollen, so ergibt sich folgende Zusammenstellung:

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Beobachtung.	*Rechnung nach (III)*	$O_n - o_n$	*log. a.*	*log. b*
$o_1 = 376668.2$	$O_1 = 376666.5$	$n_1 = -1.7$	7.28322	$5.15257n$
$o_2 = 376309.0$	$O_2 = 376309.8$	$n_2 = +0.8$	7.41545	$5.15215n$
$o_3 = 376212.7$	$O_3 = 376216.8$	$n_3 = +4.1$	7.43827	$5.15204n$
$o_4 = 376259.8$	$O_4 = 376258.7$	$n_4 = -1.1$	7.42837	$5.15210n$
$o_5 = 376216.4$	$O_5 = 376218.0$	$n_5 = +1.6$	7.43879	$5.15205n$
$o_6 = 376716.0$	$O_6 = 376718.3$	$n_6 = +2.3$	7.25499	$5.15263n$
$o_7 = 376669.8$	$O_7 = 376675.8$	$n_7 = +6.0$	7.28092	$5.15257n$
$o_8 = 376657.1$	$O_8 = 376664.4$	$n_8 = +7.3$	7.28753	$5.15256n$
$o_9 = 376657.1$	$O_9 = 376663.4$	$n_9 = +6.3$	7.28323	$5.15256n$

werden hiemit die Bedingungsgleichungen gebildet nach dem Schema

$$0 = n_1 + a_1 dx + b_1 d\Delta$$
$$0 = n_2 + a_2 dx + b_2 d\Delta$$
$$0 = n_3 + a_3 dx + b_3 d\Delta$$

u. s. f.

und daraus die Normalgleichungen nach dem Schema:

$$0 = (an) + (aa)\,dx + (ab)\,d\Delta$$
$$0 = (bn) + (ab)\,dx + (bb)\,d\Delta$$

so werden die Logarithmen der Summenglieder

	dx	$d\Delta$
8.72715	15.67250	$13.45897n$
$6.56070n$	$13.45897n$	11.25895

woraus sich durch Elimination ergibt:

$$dx = +0.000000297 \qquad d\Delta = +0.0000672$$

die genäherten Werthe waren

$$x = +0.000010550 \qquad \Delta = +2.6508950$$

womit die verbesserten Werthe

$$x' = +0.00001085 \qquad \Delta' = +2.6509622$$ werden.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Werden die Werthe von dx und $d\Delta$ in die Bedingungsgleichungen substituirt, so ergeben sich, statt der Unterschiede $n_1, n_2, n_3 \ldots$ jetzt die Fehler:

$$\begin{aligned} v_1 &= -\ 5.6 \\ v_2 &= -\ 1.1 \\ v_3 &= +\ 2.6 \\ v_4 &= -\ 3.2 \\ v_5 &= +\ 0.1 \\ v_6 &= -\ 2.0 \\ v_7 &= +\ 2.0 \\ v_8 &= +\ 3.4 \\ v_9 &= +\ 2.4 \end{aligned}$$

mgr.

und die Summe der Quadrate dieser Fehler ist 74.9, während die Summe der Quadrate der Fehler, von welchen wir ausgingen, war 157.5.

Diese Rechnung zeigt uns, dass die Beobachtung (1) die unsicherste sei, was auch die Bemerkung über Luftblasen als begründet bezeichnet. Man könnte daher, indem sie ausgeschlossen würde, ein genaueres Resultat ableiten, doch wird sich ergeben, dass wir es für unsern Zweck nicht nöthig haben.

Aus Σv^2 ergibt sich der mittlere Fehler $m = 3.27$; um aber zu finden, welchen Einfluss er auf die Bestimmung von x und Δ übt, haben wir aus den Bedingungsgleichungen die Gewichtsgleichungen abzuleiten, aus welchen sich ergibt:

$$\log. Q_1 = 5.84119 - 20 \qquad \log. Q_2 = 8.04127 - 20$$

womit man findet für x, $\varepsilon_1 = m\sqrt{Q_1} = \pm\ 0.00000027$

und für Δ $\varepsilon_2 = m\sqrt{Q_2} = \pm\ 0.00000343$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Wir haben daher das Endresultat:

$$\left.\begin{aligned} x &= 0.0000108 \\ &\pm 0.00000027 \\ \Delta &= 2.650962 \\ &\pm 0.0000034 \end{aligned}\right\} \text{(V)}$$

Reduktion der Barometer-Beobachtungen.

Ich nenne b^N die unmittelbare Angabe des Normalbarometers der Sternwarte zu Paris, b^{N1} diese Angabe reduzirt, Erstens: Auf die Länge der Quecksilbersäule bei 0° Temperatur; zweitens auf wirkliche Millimètres, d. i. auf Angaben, wie sie der Länge der Messingscala bei 0° Temperatur entsprechen. Soll die reducirte Barometerhöhe in Pariser Linien ausgedrückt werden, so sind die Scalaangaben für + 13°R giltig.

Alle Barometerbeobachtungen bei den Abwägungen der Kilogramme werde ich zurückführen auf reduzirte Höhen des Normalbarometers der Pariser Sternwarte, da auch die Constanten, welche die Reduction der Wägungen fordert, auf diesem Barometer beruhen.

Zu den Barometerbeobachtungen war ein sehr vollkommenes Barometer von *Schieck* in Berlin bestimmt, welches Conferenzrath *Schumacher* gehört; dieses hatte jedoch auf der Reise gelitten und musste erst reparirt werden, was *Pixii* zu Paris übernahm. Bis die Herstellung des *Schieck*'schen Barometers, dessen unmittelbare Angaben ich b^s nennen werde, bewirkt war, hatte ich von *Pixii* ein Baro-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

meter entlehnt. Dessen unmittelbare Angaben nenne ich b^p. b^s ist ein Gefässbarometer mit Messingscala, welche in Pariser Linien getheilt ist; b^p ein Heberbarometer mit Messingscala in Millimètres getheilt. b^s steht vermittels eines Dreifusses unmittelbar auf dem Fussboden, wobei sich die Quecksilbersäule durch die Schwere genau vertikal stellt. Zur Ablesung dienen zwei Mikroscope, wodurch die Parallaxe vermieden wird. Vom Quecksilberspiegel bei b^s bis zur Mitte des auf der Wage befindlichen Kilogrammes sind 26 Pariser-Zoll. In eben dieser Höhe war auch b^p aufgestellt.

Der Luftdruck, welchen die Barometer geben, ist also zu vermindern um 0'''.028 Pariser Linien, da bei 336''' Barometerstand 0'''.1 Aenderung der Barometerhöhe einem Höhenunterschied von 1.22 Toisen entspricht.

b^s ist auf der Sternwarte zu Paris verglichen worden mit b^N Diese Vergleichungen sind folgende:

	b^N	t_c^N	b^s	t_c^s	*Beobachter.*
	mm		'''		
1837 Mai 15.	758.22	+ 11.1	335.97	+ 11.3	*Adjunkt der Sternwarte.*
	761.34	10.1	337.30	10.0	
16.	761.80	12.0	337.60	11.7	
17.	766.40	+ 12.8	339.62	+ 12.0	
	766.10	+ 13.75	339.435	+ 12.9	
	766.06	+ 13.80	339.433	13 07	*Steinheil.*
	766.05	+ 13.90	339.445	+ 13.20	
Mittel der I. Reihe	761.94	11.50	337.623	11.25	
„ „ *II.* „	766.07	13.82	339.438	13.05	

Da beide Barometer Messing-Scalen haben, können wir diese Beobachtungen durch *Schumacher*'s Reductionstafeln für den metri-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

schen Barometer, Jahrbuch 1338 p. 140, für den nach altfranzösischen Maassen, Jahrb. 1836 p. 213 auf 0° reduziren, was gibt:

760.529	336.756	oder die Mètretheile in Linien verwandelt.
764.368	338.444	
337.140	336.756	
338.841	338.444	

was gibt: $b^{1N} - b^{1s} = +\ 0.384$, 0.397 } Mittel $b^{1N} - b^{1s} = +\ 0^{m}.390$

$$b^{1N} = b^{1s} + 0.390;$$

wozu noch kommt

$$+\ 0.013$$

weil b^{s} um 140''' tiefer stand beim Vergleichen, also

(I) $$b^{1N} = b^{1s} + 0'''.403$$

Ebenso ist b^{p} verglichen mit b^{s} und zwar:

	b^{s}	t^{s}_{R}	b^{p}	t^{p}_{R}
1837 Mai 11.	337.050	+ 11.3	763.40	+ 11.0
	337.015	+ 11.3	763.40	10.9
	537.103	+ 11.1	763.44	10.9

und da die Temperaturangaben t^{p} corrigirt werden müssen um + 0°.2, die von t^{s} um — 0.06, damit sie Normaltemperaturen werden, so hat man:

	337.050	+ 11.24	763.40	+ 11.2
	337.015	+ 11.24	763.40	11.1
	337.103	+ 11.04	763.44	11.1
im Mittel	337.056	+ 11.17	763.413	11.13

oder beide auf 0° reduzirt: = 13.89 c.

—0.860	—1.707
336.196	761.706 = 337.661

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

$$b^{1s} - b^{1p} = -1.465 \qquad \text{(II)}$$

$$b^{1N} = b^{1p} - 1.062 \qquad \text{(III)}$$

Die Reduction für die einzelnen Beobachtungstage steht nun so:

1837 Mai 8. $1^h.2$ $b^N = 753.75 + 13^\circ.5C$ auf der Sternwarte

$- \quad 1.637$ Reduction auf 0

$752.113 = 333.408$ Sternwarte

$+ \quad 0.830$ Archives

b^N Archives $= \quad 334.238$

Mai 9. $b^p = 753.1 + 14.4C$

$- \quad 1.74$ Reduction auf 0

$b^{1p} \quad 751.36 = \quad 333.075$

$- \quad 1.062$ Red.auf d.Normalb.(III)

$b^N \quad . \quad . \quad . \quad = \quad 332.013$

Mai 11. $b^s = 337.06 + 9^\circ.475$ R

$- \quad 0.745$ Reduction auf 0

$b^{1s} = 336.515$

$+ \quad 0.403$ Red.auf d.Normalbar.(I)

$b^{1N} = 336.718$

Mai 12. $b^s = 336.960 + 8.864$ R

$- \quad 0.706$ Reduction auf 0

$b^{1s} = 336.254$

$+ \quad 0.403$ Red.auf d.Normalbar.(I)

$b^{1N} = 336.657$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Mai 13.	b^s = 335.635 + 10.04 R		
	− 0.780		Red. auf 0
	b'^s = 335.055		
	+ 0.403		Red. auf d. Normalbar. (I)
	b'^N = 335.458		
Mai 14.	b^s = 334.530 + 9.98 R		
	− 0.775		Red. auf 0
	b'^s = 333.755		
	+ 0.403		Red. auf d. Normalbar. (I)
	b'^N = 334.158		
Mai 18.	b^s = 337.902 + 11.48		
	− 0.884		Red. auf 0
	+ 0.403		Red. auf d. Normalbar. (I)
	b'^N = 337.421		
Mai 20.	b^s = 335.268		
	− 0.757		Red. auf 0
	+ 0.403		Red. auf d. Normalbar. (I)
	b'^N = 334.918		

Von sämmtlichen b'^N ist noch abzuziehen 0‴.028 wegen Höhe der Wage über den Quecksilberspiegel.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Werthe der bei den Abwägungen benützten Platinagewichte in Milligrammen.

Die Grains-Gewichte, von denen 5760 Grains auf das Platina Troy ℔ gehen, und welche Conferenzrath *Schumacher* mit aller erdenklichen Sorgfalt abgewogen und mit seinem Platinakilogramm verglichen hat, und welche ich zur Auswägung der Luftgewichtsunterschiede zwischen dem A^k und B^k durch die Gefälligkeit des Conferenzrathes *Schumacher* benutzen konnte, haben folgende Werthe:

Bezeichnung	*Grains.*	*Abwägung im Jahre 1836*		*Abwägung im Jahre 1838*	
		Werthe in Grains	*in Milligramm.*	*Grains*	*in Milligr.*
4^1	40	40.00051	2591.750	40.00001	2591.718
3^1	30	29.99981	1943.776	29.99971	1943.769
2^1	20	20.00085	1295.914	20.00073	1295.906
1^1	10	10.00001	647.930	9.99985	647.920
4^2	4	4.00077	259.223	4.00139	259.262
3^2	3	2.99992	194.374	2.99990	194.372
2^2	2	2.00000	129.586	1.99998	129.585
1^2	1	0.99985	64.786	0.99953	64.763
4^3	0.4	0.39998	25.916	0.40011	25.924
3^3	0.3	0.30023	19.453	0.30031	19.458
2^3	0.2	0.19998	12.957	0.19984	12.948
1^3	0.1	0.10027	6.497	0.10044	6.512
4^4	0.04	0.04041	2.618	*Die ^{4} konnten nicht mehr verglichen werden, da 1^4 fehlte.*	
3^4	0.03	0.03001	1.944		
2^4	0.02	0.01983	1.285		
1^4	0.01	0.01068	0.692		

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Die Angaben in Milligrammen beruhen auf folgenden Bestimmungen des Conferenzrathes *Schumacher*:

Schumacher's Platinakilogramm	=	15433.77179	Grains, von denen P. 5760 hat.
	=	999999.282	Milligr. des Kilogramm. der Archiv.
Kilogramm der Archive . .	=	15433.78287	Grains, von denen P. 5760 hat.
P. Platina Troy ℔	=	373207.2719	Milligr. des Killogr. der Archive.

Bei Reduction der Beobachtungen wurden die Werthe von 1836 benützt mit Ausnahme des Gewichtes 4^2, wofür die neuere Bestimmung 259.26 angewendet ist.

Wenn man annimmt, dass sich an den Gewichtskörpern zwischen den Jahren 1836—1838 wirklich nichts geändert habe, und dass also die Unterschiede in beiden Beobachtungsreihen zufälligen Beobachtungsfehlern zuzuschreiben seien, so wird die Unsicherheit, welche aus der Benützung der kleinen Gewichte für die Vergleichung des A^k mit dem B^k hervorgeht, circa

$$\pm\ 0.02 \text{ Milligrammen,}$$

also eine Grösse von der Ordnung, wie wir sie auch bei andern auf die Bestimmung influenzirenden Elementen gefunden haben.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Vergleichung der Thermometer, welche bei den Beobachtungen dienten.

Wir haben schon bemerkt, dass das *Schumacher*'sche Thermometer, in *Réaumur*'schen Graden, calibrit ist nach *Bessel's* Methode, dass es 0° zeigt für die Temperatur des schmelzenden Schnees und 80° bei Sieden von destillirtem Wasser bei dem auf 0 reduzirten Barometerstand von 0.76 Mètres. Seine Angaben sind daher unmittelbar Normaltemperaturen und daher werden wir alle andere Thermometer stets auf dieses zurückführen.

Die Lufttemperaturen sind vom 8. Mai bis zum 14. incl. direct an diesem Normalthermometer im Kasten der Wage beobachtet. Später an einem Thermometer des Mechanikus *Ernst* zu Paris, da das Normalthermometer bei den Längencomparationen des Mètre nöthig war. Dieses *Ernst*'sche Thermometer, sowie das Thermometer des *Schieck*'schen Barometers, endlich das Thermometer an den Barometer von *Pixii* sind sämmtlich mit dem Normalthermometer verglichen.

Ich nenne

t_R^N die Angaben des *Schumacher*'schen Normaltherm. nach *Réaumur*

$t_R^{E_2}$ „ „ „ *Ernst*'schen Thermometers nach *Réaumur*'s Scala

t_c^t „ „ „ Thermometer am *Schieck*'schen Barom. in Centigr.

t_R^P „ „ „ „ „ *Pixii's* Barom. in *Réaum.* Gr.

und habe folgende Vergleichungen erhalten:

1837	t_R^N	t_R^P
Mai 9.	+ 11.6	+ 11.7
	+ 11.8	+ 11.6
	+ 12.0	+ 11.5
	+ 11.8	+ 11.5
$t_R^N - t_R^P = + 0°.20$		

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

1837	t_R^N	t_c''
Mai 12.	+ 8.70	+ 11.0
	8 90	11.1
	8.97	11 2
13.	9.65	12.6
	9.70	12.35
	9.90	12.5
	10.20	12.6
	10.30	12.7
14.	9.60	12.4
	9.66	12.4
	10.10	12.5
	10.10	12.6
	9 65	12.15

$t_R^N - t_R'' = -0.07$

	$t_R^{E_2}$	t_R^N	$t_R^{E_2}$	t_c''		$t_R^{E_2}$	t_R^N
Mai 20.	10.6	9.6	12.9	14.3	Mai 18.	12.5	11.3
	10.8	9.7	12.2	13.85		12.5	
	10.9	9.9	12.6	14.0		12.5	11.35
	11 0	10 1	12.5	14.7		12.5	
	11.1	10.1	12.6	14.0		12 6	11.4
	10.88	9.88	10.55	11.6		12.52	11.35
			10.65	11.8			
			10.7	12.0			
			10.9	12.2			
			10.1	12.4			
			11.66	13.08			

$t_R^N - t_R^{E_2} = -1.00$ $\qquad$ $t_R^N - t_R^{E_2} = -1.17$

$= 10.46$

$t_R^N - t_R^{E_2} = -1.27$

-1.17

-1.00

Mittel . . . . . -1.14

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Wir haben also:

$$t_R^N - t_R^p = + 0.20$$
$$t_R^N - t_R^s = - 0.07$$
$$t_R^N - t_R^{F_2} = - 1.14.$$

Vergleichungen des Bergkrystallkilogrammes mit dem Archivkilogramme.

Während durch die königl. bayer. Gesandtschaft zu Paris die nöthigen Schritte geschahen zur Erlangung der Bewilligung, das Kilogramm der Archive kopiren zu dürfen, was nur in ausserordentlichen Fällen zugestanden wird, konnte ich, durch die Gefälligkeit des Herrn *Arago* persönlich eingeführt, schon früher die Arbeit der Vergleichungen auf den Archiven selbst beginnen. Die Wahl des Saales, die ich für den geeignetsten hielt, war mir freigestellt. Ich begann die Beobachtungen im grossen Treppenhause neben der Stelle, wo *Fortins* Vergleichungswage steht, wegen der Festigkeit des Fusshodens, der sichere Aufstellung versprach. Dieses Local verliess ich jedoch nach dem 9. Mai, weil die Beobachtungen einen ziemlich raschen Temperaturwechsel nachwiesen, und stellte die Wage im nächstgelegenen grossen Saale *) in der Mitte desselben auf einem sehr massiven Tische auf, wo alle Umstände möglichst günstig schienen.

Die Wage, deren ich mich bediente, und welche, wie die Messungen zeigen, viel genauer geht, als die berühmte Wage der Ar-

*) du trésor des chartes.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

chive von Fortin, gehörte Conferenzrath *Schumacher* und ward mir von demselben gefälliger Weise zu diesem Zwecke anvertraut. Sie ist von *Repsold* in Hamburg nach dem *Robinson*'schen Prinzip der Hemmung ausgeführt. Die Schneiden, im hohen Grade eben und richtig gelegt, gehen auf Planflächen von Achat, die mittelst Wasserwage nivellirt werden. An beiden Enden des Wagebalkens sind Spitzen angebracht, deren oscillirender Gang über Scalen auf Elfenbein beobachtet werden kann. Am 8. Mai wurden die Schwingungen der Wage noch mit freiem Auge beobachtet, von da an aber diente ein terrestrisches Fernrohr zu den Ablesungen. Es ist 15 Fuss von der Wage fest aufgestellt und zeigt vom Beobachter aus nach dem Index *links* an der Wage. Durch das Fernrohr wird die Parallaxe bei der Ablesung vermieden. Man vermeidet zugleich die Annäherung an die Wage und die damit verbundene ungleiche Erwärmung durch Strahlung. Endlich werden die Scalatheile bedeutend vergrössert. Bei den Ablesungen werden die Wendepunkte der Oscillationen vom 0 Strich der Scala aus notirt. Mit + wird bezeichnet, wenn der Wendepunkt der Schwingung *über* dem 0 Strich der Scala am linken Index der Wage (nachdem das Fernrohr gerichtet bleibt) erfolgt. Das Mittel des obern und untern Wendepunktes, mit *entgegengesetztem Zeichen* genommen, bezeichnet daher die Stellung des Zeigers am *rechten* Arme des Wagebalkens.

Auf die Wagschaale *rechts* kommt bis zum 17. Mai incl. nach *Borda*'s Methode des Abwägens abwechselnd das Archivkilogramm oder seine Copie zu stehen. Auf der Schaale *links* bildet ein Messingkilogramm die constante Tara.

Da das Bergkrystallkilogramm B^k in der Luft bedeutend *leichter* ist, als das Platina-Archivkilogramm A^k (circa 400 Milligrammen), so werden zur Abwägung kleine Gewichte erforderlich, deren Werth genau bekannt ist. Ich benützte die kleinen Platina-Gewichte

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

des Conferenzrathes *Schuhmacher*, über welche die Beilage alle Angaben enthält.

Zur Beobachtung der Lufttemperatur im Innern des Kastens der Wage diente bis zum 14. Mai incl. ein *Schumacher*'sches Thermometer nach *Réaumur*'scher Scala, was unmittelbar Normaltemperaturen zeigt. Es ist bezeichnet mit t_R^N. Die Vergleichung seiner Angaben mit denen der übrigen Thermometer enthält der vorige Abschnitt.

Die Luftgewichte gibt ein Barometer von *Schieck* und *Pistor* aus Berlin, welches mit dem Normalbarometer der Sternwarte zu Paris genau verglichen wurde. Siehe hierüber den betreffenden Abschnitt.

Reduktion der Abwägungen.

Ich nenne a die obere, a' die untere Wendung des Zeigers, ausgedrückt in den Scalentheilen der Scala *links*, auf die das Fernrohr zeigt, und setze:

$$\frac{a + a'}{2} = - \alpha$$

wo $- \alpha$ die mittlere Stellung des Zeigers rechts bedeutet, wenn das A^k auf der Schaale rechts steht. Ich nenne

$$\frac{a + a'}{2} = - \alpha'$$

wenn die Copie statt des A^k auf der Schaale rechts steht.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Das kleine Gewicht, was dem A^k auf die Schaale rechts zugelegt wird, nenne ich $= p$
„ „ „ „ dabei gleichzeitig auf der Schaale links liegt, nenne ich $= q$
„ „ „ „ der *Copie* auf die Schaale rechts zugelegt wird, nenne ich $= p'$
„ „ „ „ der Copie gleichzeitig auf der Schaale links liegt, nenne ich $= q'$

Dann ist die Wage im Gleichgewicht für das A^k für

$$\text{Tara} = A^k + p - q + \alpha n$$

und ebenso für die Copie für

$$\text{Tara} = B^k + p' - q' + \alpha' n$$

wo n der Werth eines Scalentheils in Theilen der $pp'qq'$ bedeutet. Da nun unterdessen an der Tara der Schaale links nichts geändert wurde, so hat man offenbar Gleichheit zwischen diesen Ausdrücken, also:

$$A^k + p - q + \alpha n = B^k + p' - q' + \alpha' n \text{ oder}$$

$$B^k = A^k + (p - p') - (q - q') + n(\alpha - \alpha') \qquad \text{(I)}$$

Nach dem Ausdruck (1) werden die Beobachtungen bis zum 17. incl. reduzirt, wobei sich zugleich der Werth von n bestimmt. Die Wägungen am 18. und 20. Mai sind nach der Abwägungs-Methode von *Gauss* angestellt, wo Gewicht und Copie gleichzeitig auf die beiden Wageschaalen aufgestellt werden, dann aber die Schaalen wechseln. Wir wollen annehmen, der linke Arm der Wage verhalte sich in der Länge zu dem rechten Arm, wie 1 zu m, so müssen die Lasten, um im Gleichgewichte zu seyn, im umgekehrten Verhältniss stehen. Nehmen wir an, die Schaale links habe das Gewicht Q, die Schaale rechts das Gewicht P, wobei ein etwaiges Ueberge-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

wicht des Wagebalkens nach einer Seite hin als mit P oder mit Q vereinigt, betrachtet werden kann. Setzen wir den Ausschlag des Armes rechts der Wage, wie früher $= + n a$, wenn er niedriger ist als der Nullstrich, also unter diesen trifft, so ist die Bedingung des Gleichgewichts:

$$m Q = P + n \alpha$$

Nun stellen wir auf die Schaale links das B^k und ein kleines Gewicht q, auf die Schaale rechts das A^k und ein kleines Gewicht p, so ist wieder:

$$m (B^k + Q + q) = A + P + p + n \alpha \qquad (1)$$

Lassen wir nun B^k und A^k die Schaalen wechseln und vertauschen wir q mit einem Gewichtchen q', p mit einem Gewichtchen p', so dass bis auf den Anschlag α' wieder Gleichgewicht statt findet, so gibt diess:

$$m (A^k + Q + q') = B^k + P + p' + n \alpha' \qquad (2)$$

Nun folgt aus der Gleichung (1)

$$m B^k + m Q + m q = A^k + P + p + n \alpha'$$

aus der Gleichung (2)

$$B^k - m Q + m q' = m A^k - P - p' - n \alpha'$$

oder wenn man addirt:

$$B^k (m + 1) + m (q - q') = A^k (m + 1) + (p - p') + n (\alpha - \alpha')$$

oder: $$B^k = A^k + \frac{p - p'}{m + 1} - m \frac{q - q'}{m + 1} + n \frac{\alpha - \alpha'}{m + 1}$$

Allein bei jeder nur ganz roh regulirten Wage sind die beiden Arme doch wenigstens auf 5 Zifferstellen ihrer Länge nach

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

gleich; wir können daher $m = 1$ setzen, um so mehr, als die Gewichtsunterschiede $p - p'$, $q - q'$, $n(\alpha - \alpha')$ immer nur sehr kleine Grössen sind. Dadurch wird aber

$$B^k = A^k + \frac{(p - p')}{2} - \frac{(q - q')}{2} + \frac{n(\alpha - \alpha')}{2} \quad \Big\} 3)$$

und nach diesem Ausdrucke sind meine Wägungen vom 18. und 20. Mai zu reduziren. Man sieht übrigens, dass die beobachteten Grössen gegen früher nur mit dem halben Werthe in die Bestimmung eingehen, dass also das Stimmrecht solcher Wägungen doppelt ist im Verhältniss zu den Wägungen nach *Borda*'s Methode.

Ebenso wird man bemerkt haben, dass die Gewichte P und Q sich eliminirten, was beurkundet, dass das willkührlich gelassene Gewicht der Schaalen, sowie ein etwaiges Uebergewicht des Waagebalkens nach der einen Seite *ohne Einfluss* ist auf die Gewichtsvergleichung von A^k und B^k.

Bei der Reduktion einer ganzen Reihe solcher Vergleichungen kann man übrigens B^k und n gleichzeitig so bestimmen, dass allen Beobachtungen möglichst nahe Genüge geleistet wird. Die Methode der kleinsten Quadrate gibt hiezu die Vorschrift.

Nachdem nun alles erörtert ist, was zur Kenntniss und Reduktion der Abwägungen erforderlich ist, lassen wir diese selbst folgen und bemerken nur noch, dass gleichzeitig mit dem B^k noch eine Platina-Copie des Kilogrammes, nämlich das k. dänische Platinakilogramm $= S^k$ verglichen wurde und dass wir auch diese Vergleichungen hier mit aufnehmen, weil sie in einigen Fällen beitragen zur Bestimmung des B^k. In den Beobachtungen wechselt oft die Anordnung, weil durch sie gleichzeitig die Wage in Bezug auf mögliche Fehlerquellen studirt wurde.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Nr.	Dat.	Barometer.	Luft Temp. t_R^N	Waag-Schaale links			Waag-Schaale rechts			Scala-Angabe links		Scala-Angabe rechts	
					q	q'		p	p'	a	a'	α	α'
1	Mai 8	0h40'	+10.5	T			A^k					—0.35	
2	1837			T			B^k		$4^2 2^2$				—0.30
3				T			A^k	1^3				—1.22	
4				T			B^k		$4^2 2^2 1^3$				—1.25
5		0 55		T			A^k					—0.35	
6				T			B^k		$4^2 2^2$				—0.27
7				T			B^k		$4^2 2^2$				—0.30
8		1 8	11.0	T			A^k					—0.35	
9				T			A^k					—0.35	
10				T			S^k						—0.45
11				T			S^k						—0.50
12				T			S^k						—0.47
13		1 25	11.2	T			A^k					—0.40	
14				T			A^k					—0.37	
15				T			A^k					—0.45	
16				T			A^k					—0.40	
17				T			B^k		$4^2 2^2$				—0.40
18		1 35	+11.7	T			B^k		$4^2 2^2$				—0.37

Reduktion $b^N = 334.232$; $t_R^N = 10.94$; $t_c^N = 13.67$; $n = 7.0$; $m' = 389.04$ mgr. (15)

		b^P	t_R^P	t_R^N									
19	Mai 9	m 0.7532	+12.4	+11.6	T			A^k				—0.20	
20					T			B^k	$4^2 2^2$				—0.35
21					T			B^k	$4^2 2^2$			Irrung	—0.35
22		0.7532	11.6		T			B^k	$4^2 2^2$				—0.35
23				11.8	T			A^k				—0.185	
24					T			A^k				—0.075	
25					T			A^k				—0.100	
26				12.4	T			A^k				—0.100	
27					T			B^k	$4^2 2^2$				—0.75
28				12.7	T			B^k	$4^2 2^2$				—0.75
29					T			A^k				—0.10	
30				12.7	T			A^k				—0.125	
31				12.5	T			S^k					—0.15
32				12.3	T			S^k					—0.175

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Nr.	Dat.	Barometer. b^p	Barometer. t^p	Luft Temp. t_R^N	Waag-Schaale links			Waag-Schaale rechts			Scala-Angabe links a	Scala-Angabe links a'	Scala-Angabe rechts α	Scala-Angabe rechts α'
33	Mai 9			12.3	T			S^k						—0.175
34				12.2	T			A^k					—0.11	
35				12.2	T			S^k						—0.185
36				12 1	T			S^k						—0.200
37		0.7530	11.5	12.0	T			A^k					—0.125	
38				11.8	T			S^k						—0.135
39					T			S^k						—0.165
40				11.9	T			S^k						—0.185
41				12.1	T			B^k		$4^2 2^2$				—0.925
42				12.2	T			B^k		$4^2 2^2$				—0.925
43				12.3	T			A^k					—0.25	
44				12.3	T			A^k					—0.25	

Reduktion $b^N = 332.013$; $t_c^N = +15.24$; $m' = 383.72$ mgr. (11)

Die Waage ist in anderem Locale aufgestellt.

		b^s	t^s											
45	Mai 11	337.01	9.5	9.5	T			A^k					—1.25	
46				9.5	T			B^k		$4^2 2^2$				—0.75
47					T			B^k		$4^2 2^2$				—0.73
48					T			B^k		$4^2 2^2$				—0.73
49				9.45	T			S^k						—1.50
50		337.11	9.45	9.45	T			S^k						—1.50

Reduktion $b^N = 336.718$; $t_c^N = 11.84$; $m' = 393.53$ (7) $B^k = A^k - 392.66$
$= S^k - 394.53$

		b^s	t_c^s	t_R^N										
51	Mai 12	337.185		9.3	T			A^k					—1.45	
52					T			A^k					—1.36	
53					T			A^k					—1.40	
54				9.4	T			A^k					—1.42	
55					T	2^3		A^k					+0.25	
56					T	2^3		A^k					+0.23	
57				9.4	T	2^3		A^k					+0.25	

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Nr.	Dat.	Barometer.		Luft Temp.	Waag-Schaale.						Scala-Angabe.			
						links			rechts		links		rechts	
		b_N	t_c^s	t_R^N		q	q'		p	p'	a	a'	α	α'
58	Mai 12			9.35	T	2^3		A^k	1^3				—0.625	
59					T	2^3		A^k	1^3				—0.680	
60		337.130			T	2^3		A^k	1^3				—0.615	
61					T		2^3	B^k		$4^2 2^2$				+1.015
62					T		2^3	B^k		$4^2 2^2$				+1.025
63				9.4	T		2^3	B^k		$4^2 2^2$				+1.010
64					T			B^k		$4^2 2^2$				—0.610
65					T			B^k		$4^2 2^2$				—0.605
66					T			B^k		$4^2 2^2$				—0.600
67				9.4	T			B^k		$4^2 2^2$				—0.575
68					T			B^k		$4^2 2^2 2^3$	+3.45	+1.00		—2.225
69					T			B^k		$4^2 2^2 2^3$	+3.47	+1.03		—2.250
70		336.950	11.0	9.4	T			B^k		$4^2 2^2 2^3$	+2.70	+1.75		—2.250
71					T			S^k			+3.10	0.00		—1.550
72					T			S^k			+3.03	+0.20		—1.615
73					T			S^k			+2.67	+0.50		—1.585
74		336.910	11.1	9.45	T			S^k			+2.33	+0.87		—1.600
75					T			A^k			+3.10	+0.03	—1.56	
76					T			A^k			+3.00	+0.13	—1.565	
77		336.90	11.0	9.5	T			A^k			+2.70	+0.45	—1 575	
78					T			B^k		$4^2 2^2$	+2.07	0.00		—1.035
79					T			B^k		$4^2 2^2$	+1 97	+0.20		—1.085
80					T			B^k		$4^2 2^2$	+1.90	+0.25		—1.075
81					T			B^k		$4^2 2^2 4^4 2^4$	+1.70	+1.40		—1.550
82					T			B^k		$4^2 2^2 4^4 2^4$	+1.73	+1.40		—1.565
83					T			B^k		$4^2 2^2 4^4 2^4$	+2.90	—0.00		—1.500
84					T			B^k		$4^2 2^2 4^4 2^4$	+2.90	+0.15		—1.525
85					T			B^k		$4^2 2^2 4^4 2^4$	+2.55	+0.30		—1.425
86					T			B^k		$4^2 2^2 4^4 2^4$	+2.85	+0.07		—1.465
87				9.6	T			B^k		$4^2 2^2 4^4 2^4$	+2.80	+0.15		—1.475
88					T			A^k			+3.00	0.00	—1.500	
89					T			A^k			+2.90	+0.05	—1.475	
90					T			A^k			+2.70	+0.25	—1.475	
91		336.805	11.1	9.6	T			A^k			+2.95	+0.00	—1.475	
92					T			S^k			+3.00	0.00		—1.500
93					T			S^k			+2.80	+0.20		—1.500
94					T			S^k			+2 55	+0.45		—1.500
95		336.840	11.2	9.67	T			S^k			+2.45	+0.45		—1.450

Reduktion $b^N = 336.657$; $t_c^N = 11.81$; $m' = 393.89$ mgr.; (37) $n = 7.503$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Nr.	Dat.	Barometer.		Luft Temp.	Waag-Schaale						Scala-Angabe			
					links			rechts			links		rechts	
		b^s	t_c^s	t_R^N		q	q'		p	p'	a	a'	α	α'
96	Mai 13	335.99	12.6	9.65	T			B^k		$4^2 2^2$	+2.30	−0.10		−1.100
97					T			B^k		$4^2 2^2$	+2.10	+0.03		−1.065
98					T			B^k		$4^2 2^2$	+2.00	+0.05		−1.025
99					T			B^k		$4^2 2^2$	+2.00	+0.10		−1.050
100					T			B^k		$4^2 2^2$	+1.80	+0.30		−1.050
101					T			A^k			+2.50	+0.50	−1.500	
102					T			A^k			+2.45	+0.53	−1.490	
103					T			A^k			+2.33	+0.70	−1.515	
104					T			A^k			+2.20	+0.75	−1.475	
105					T			A^k			+2.80	+0.15	−1.475	
106					T			A^k			+2.00	+0.80	−1.400	
107		335.965	12.35	9.7	T			A^k			+2.00	+0.83	−1.415	
108					T			S^k			+2.90	+0.10		−1.500
109					T			S^k			+2.15	+0.80		−1.475
110					T			S^k			+1.80	+1.10		−1.450
111					T			S^k			+2.80	0.00		−1.400
112					T			S^k			+2.40	+0.37		−1.385
113		335.76	12.5	9.9	T			S^k			+2.25	+0.50		−1.375
Die Empfindlichkeit der Waage wird vermehrt, also n geändert. Wir setzen es $= n'$														
114					T			S^k			−2.9	−1.0		+1.95
115		335.56	12.6	10.2	T			S^k			−2.4	−0.3		+1.35
116					T			S^k			−2.3	−0.5		+0.90
117					T			S^k			−1.65	−0.6		+1.125
118					T			S^k			−1.5	−0.7		+1.100
119					T			S^k			−2.1	−0.7		+1.40
120					T			S^k			−1.9	−1.0		+1.45
121					T			S^k			−2.25	−0.9		+1.57
122					T			S^k			−2.05	−1.0		+1.525
123					T			S^k			−2.0	−1.0		+1.50
124				10.3	T			S^k			−1.1	−1.97		+1.535
125					T			A^k			−2.55	−0.8	+1.675	
126					T			A^k			−2 15	−0.33	+1.740	
127				10.3	T			A^k			−1.95	−1.65	+1.800	
128					T			A^k	2^4		+0.70	−1.1	+0.200	
129					T			A^k	2^4		+0.4	−1.0	+0.30	
130		335.30	12.7	10.3	T			A^k	2^4		0.0	−0.55	+0.275	

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Nr.	Dat.	Barometer. b^s	Barometer. t_c^s	Luft Temp. t_R^N	Waag-Schaale links q	Waag-Schaale links q'	Waag-Schaale rechts p	Waag-Schaale rechts p'	Scala-Angabe links a	Scala-Angabe links a'	Scala-Angabe rechts α	Scala-Angabe rechts α'
131	Mai 13				T			$2^2 4^2 2^4$	+0.30	−1.6		+0.65
132					T			$2^2 4^2 2^4$	+0.3	−1.3		+0.50
133					T			$2^2 4^2 2^4$	−0.7	−3.0		+1.85
												0.900
134	Mai 14	334.750	12.4	9.6	T		B^k	$4^2 2^2 2^4$	−1.25	−0.55		0.855
135					T		B^k	$4^2 2^2 2^4$	−1.13	−0.58		1.063
136					T		B^k	$4^2 2^2 2^4$				1.067
137		334.695	12.4	9.66	T		B^k	$4^2 2^2 2^4$				
138					T		A^k				0.607	
139					T		A^k				0.563	
140					T		A^k				1.107	
141				9.15	T		A^k				1.275	
142					T		A^k				1.110	
143					T		A^k				1.700	
144				10.0	T		A^k				1.750	
145					T		B^k	$4^2 2^2 2^4$	−2.25	−2.0		+2.125
146					T		B^k	$4^2 2^2 2^4 1^4$	−1.9	−0.9		+1.40
147					T		B^k	$4^2 2^2 2^4 1^4$	−1.6	−1.0		+1.30
148		334.315	12.5	10.1	T		B^k	$4^2 2^2 3^4 2^4 1^4$	+1.37	+0.9		−1.13
149					T		A^k		−2.6	−2.0	+2.30	
150					T		A^k 1^4				+1.60	
151					T		A^k $1^4 3^4$		1.9	0.33	−0.785	
152					T		A^k $1^4 3^4$		1.1	0.15	−0.63	
153		334.36	12.6	10.1	T		A^k $1^4 3^4$		1.0	0.4	−0.70	

wird zu dunkel zum Ablesen

Reduktion $b^N = 335.458$; $t_c^N = 12.56$; $m' = 391.46$; $n' = 0.87$;

Die Empfindlichkeit der Waage vermindert. Der Scalawerth wird von da an n''

Reduktion $b^N = 334.158$; $t_c^N = 12.34$; $m' = 389.94$; (20) $n'' = 0.856$

Da sich die Empfindlichkeit der Waage nur unbedeutend geändert hat, der Gang aber noch immer nicht regelmässig genug ist, folglich die Waage so grosse Empfindlichkeit nicht erträgt; so wird für die nachfolgenden Beobachtungen nach *Gauss* Methode wieder der anfängliche Scalenwerth nahe hergestellt. Wir nennen ihn n'''

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Nr.	Dat.	Barometer.		Luft Temp.	Waag-Schaale						Scala-Angabe			
					links			rechts			links		rechts	
		b^s	t_c^s	$t_R^{E_2}$		q	q'		p	p'	a	a'	α	α'
154	Mai 18			12.5	S^k			A^k			+0.05	−0.50	+0.225	
155					S^k			A^k			+0.03	−0.45	+0.210	
156					A^k			S^k			−0.75	−0.10		+0.425
157					A^k			S^k			−0.63	−0.20		+0.415
158					A^k			S^k		2^4	−0.33	0.00		+0.165
159				12.5	A^k			S^k		2^4	−0.33	−0.03		+0.180
160					S^k	2^4		A^k			−1.60	−0.05	+0.825	
161					S^k	2^4		A^k			−1.53	−0.17	+0.850	
162					S^k			A^k	2^4		−1.00	+0.20	+0.400	
163					S^k			A^k	2^4		−0.95	+0.07	+0.440	
164		337.905	14.7		S^k			A^k	2^4		−0.90	0.00	+0.450	
165					A^k			S^k		2^4	−0.27	−0.13		+0.200
166					A^k			S^k		2^4	−0.45	+0.05		+0.200
167					S^k			A^k	2^4		−0.65	−0.07	+0.360	
168					S^k			A^k	2^4		−0.63	−0.20	+0.415	
169					S^k			A^k	2^4		−0.60	−0.25	+0.425	
170					A^k			S^k		2^4	−0.55	+0.05		+0.250
171					A^k			S^k		2^4	−0.50	0.00		+0.250
172					A^k			S^k		2^4	−0.50	0.00		+0.250
173					A^k			S^k			−0.75	−0.20		+0.475
174			12.5		A^k			S^k			−0.70	−0.25		+0.475
175					A^k			B^k		$4^2 2^2 4^4$	−0.60	−0.1		+0.350
176					A^k			B^k		$4^2 2^2 4^4$	−0.6	−0.05		+0.325
177					A^k			B^k		$4^2 2^2 4^4$	−0.60	−0.20		+0.400
178					A^k			B^k		$4^2 2^2 4^4$	−0.50	−0.20		+0.350
179					B^k	$4^2 2^2 4^4$		A^k			−0.75	0.0	+0.375	
180					B^k	$4^2 2^2 4^4$		A^k			−0.70	+0.03	+0.335	
181					B^k	$4^2 2^2 4^4$		A^k			−0.63	0.00	+0.315	
182					A^k			B^k		$4^2 2^2 4^4$	−0.50	+0.50		0.000
183					A^k			B^k		$4^2 2^2 4^4$	−0.25	+0.07		−0.090
184					A^k			B^k		$4^2 2^2 4^4$	−0.05	+0.40		+0.050
185					B^k	$4^2 2^2 4^4$		A^k			−0.45	−0.20	+0.325	
186					B^k	$4^2 2^2 4^4$		A^k			−0.40	−0.25	+0.325	
187		337.50	14.0	12.6	A^k			B^k		$4^2 2^2 4^4$	−0.42	−0.20		+0.315
188					A^k			B^k		$4^2 2^2 4^4$	−0.43	−0.20		+0.315
189					B^k	$4^2 2^2 4^4$		A^k			−0.63	−0.0	+0.315	
190					B^k	$4^2 2^2 4^4$		A^k			−0.60	0.0	+0.300	
191					B^k	$4^2 2^2 4^4$		A^k	1^4		−0.65	+0.25	+0.200	
192					B^k	$4^2 2^2 4^4$		A^k	1^4		−0.60	+0.23	+0.185	

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Nr.	Dat.	Barometer. b^s	Barometer. t_c^s	Luft Temp. $t_R^{E_2}$	Waag-Schaale links q	Waag-Schaale links q'	Waag-Schaale rechts p	Waag-Schaale rechts p'	Scala-Angabe links a	Scala-Angabe links a'	Scala-Angabe rechts α	Scala-Angabe rechts α'
193	Mai 18				A^k		B^k	$4^2 2^2 4^4$	—0.33	—0.03		+0.180
194					A^k		B^k	$4^2 2^2 4^4$	—0.33	—0.03		+0.180

Reduktion $b_N = 337.421$; $t_c^N = 14.23$; $m' = 391.28$ (40) $n''' = 5.81$ mgr.

195	Mai 20				A^k		B^k	$4^2 2^2 4^4$	—0.77	+0.25		+0.260
196				10.45	A^k		B^k	$4^2 2^2 4^4$	—0.70	+0.20		+0.250
197		335.455	11.6		B^k	$4^2 2^2 4^4$	A^k		—1.70	—0.45	+1.075	
198				10.6	B^k	$4^2 2^2 4^4$	A^k		—1.60	—0.55	+1.075	
199					B^k	$4^2 2^2$	A^k	4^4	—0.87	+0.50	+0.185	
200					B^k	$4^2 2^2$	A^k	4^4	—0.70	+0.40	+0.150	
201					A^k		B^k	$4^2 2^2 4^4$	—0.75	+0.20		+0.275
202		335.565	11.8	10.65	A^k		B^k	$4^2 2^2 4^4$	—0.60	+0.07		+0.265
203					B^k	$4^2 2^2 4^4$	A^k		—1.15	+0.05	+0.55	
204					B^k	$4^2 2^2 4^4$	A^k		—1.10	0.0	+0.55	
205					A^k		B^k	$4^2 2^2 4^4$	—1.20	+0.33		+0.435
206				10.7	A^k		B^k	$4^2 2^2 4^4$	—1.10	+0.25		+0.425
207					B^k	$4^2 2^2 4^4$	A^k		—1.00	—0.30	+0.65	
208					B^k	$4^2 2^2 4^4$	A^k		—0.95	—0.30	+0.625	
209					A^k		B^k	$4^2 2^2 4^4$	—1.37	—0.10		+0.735
210					A^k		B^k	$4^2 2^2 4^4$	—1.20	—0.30		+0.750
211					B^k	$4^2 2^2 2^4$	A^k		—1.50	—0.20	+0.850	
212		335.350	12.0	10.7	B^k	$4^2 2^2 2^4$	A^k		—1.30	—0.40	+0.850	
213					B^k	$4^2 2^2 2^4$	A^k		—1.15	—0.53	+0.840	
214					A^k		B^k	$4^2 2^2 2^4$	—1.30	+0.35		+0.485
215					A^k		B^k	$4^2 2^2 2^4$	—1.10	+0.10		+0.500
216					B^k	$4^2 2^2 2^4$	A^k		—1.25	—0.20	+0.725	
217					B^k	$4^2 2^2 2^4$	A^k		—1.05	—0.27	+0.660	
218				10.8	B^k	$4^2 2^2 2^4$	A^k		—1.00	—0.40	+0.700	
219					A^k		B^k	$4^2 2^2 2^4$	—0.97	—0.20		+0.585
220					A^k		B^k	$4^2 2^2 2^4$	—0.90	—0.33		+0.615
221					B^k	$4^2 2^2 2^4$	A^k		—0.43	—0.25	+0.340	
222				10.9	B^k	$4^2 2^2 2^4$	A^k		—0.75	—0.00	+0.375	
223					A^k		B^k	$4^2 2^2 2^4$	—1.50	—0.33		+0.915
224					A^k		B^k	$4^2 2^2 2^4$	—1.20	—0.33		+0.765
225					A^k		B^k	$4^2 2^2 2^4$	—1.10	—0.33		+0.715
226		336.09	12.2		B^k	$4^2 2^2 2^4$	A^k		—0.85	—0.20	+0.525	

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Nr.	Dat.	Barometer. b^s	Barometer. t_c^s	Luft Temp. $t_R^{E_2}$	Waag-Schaale links q	Waag-Schaale links q'	Waag-Schaale rechts p	Waag-Schaale rechts p'	Scala-Angabe links a	Scala-Angabe links a'	Scala-Angabe rechts a	Scala-Angabe rechts a'
227	Mai 19			11.0	B^k	$4^2 2^2 2^4$	A^k		—0.70	—0.50	+0.600	
228					B^k	$4^2 2^2 2^4$	A^k		—0.95	—0.20	+0.575	
229					B^k	$4^2 2^2 2^4$	A^k		—0.90	—0.25	+0.575	
230					B^k	$4^2 2^2 2^4$	A^k		—1.50	+0.40	+0.350	
231					B^k	$4^2 2^2 2^4$	A^k		—1.50	0.00	+0.750	
232				11.0	B^k	$4^2 2^2 2^4$	A^k		—1.40	0.00	+0.700	
233					B^k	$4^2 2^2 2^4$	A^k		—1.70	+0.10	+0.806	
234					B^k	$4^2 2^2 2^4$	A^k		—1.50	—0.03	+0.765	
235					B^k	$4^2 2^2 2^4$	A^k		—1.15	—0.15	+0.650	
236				11.0	B^k	$4^2 2^2 2^4$	A^k		—1.17	—0.20	+0.685	
237				11.0	A^k		B^k	$4^2 2^2 2^4$	—1.25	+0.05		+0.600
238					A^k		B^k	$4^2 2^2 2^4$	—1.05	—0.20		+0.625
239					A^k		B^k	$4^2 2^2 2^4$	—1.05	—0.25		+0.650
240		334.94	12.4	11.1	A^k		B^k	$4^2 2^2 2^4$	—1.37	+0.07		+0.650

Reduktion $b_N = 334.918$; $t_c^N = 12.17$; $m' = 391.33$ mgr. (92)

Zusammenstellung der Beobachtungen:

1837	b^N	t_s^N	m'	Gewicht p
Mai 8	334.238	+ 13.67	389.04	(15)
9	332.013	15.24	383.72	(12)
11	336.718	11.84	393.53	(7)
12	336.657	11.81	393.89	(37)
13	335.458	12.56	391.46	(23)
14	334.158	12.34	389.94	(20)
18	337.421	14.23	391.28	(40)
20	334.918	12.17	391.33	(92)

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

An sämmtlichen b^N ist noch wegen Erhöhung der Wage über der Ebene des Quecksilbergefässes anzubringen — 0.028 und wegen irriger Reduction des b^s mit Centigr. statt Réaum. (p. 212) — 0.170 zusammen — 0.198, welche Verbesserung wir an dem Endresultate nachträglich machen wollen.

Es können die Beobachtungen also reduzirt werden nach der Differenzialformel:

$$B^k = A^k - m' + 403.228 + 1.2056(b_n^N - 334.57) - 1.4261(t_c^N - 13.534)$$

was gibt, da A^k = 1000000 Milligr. wiegt

				p
Mai	8.	B =	1000013.65	(15)
	9.		1000014.05	(12)
	11.		1000014.76	(7)
	12.		1000014.30	(37)
	13.		1000014.22	(23)
	14.		1000014.55	(20)
	18.		1000014.45	(40)
	20.		1000014.32	(92)

Die erste Reihe vom 8. muss ausgeschlossen werden, weil sie mehr als alle übrigen vom Mittel abweicht, was darin erklärt ist, dass erstens am 8. der Index nur mit freiem Auge ohne Fernrohr abgelesen wurde, zweitens der Barometerstand nur durch Interpolation aus den Beobachtungen der Sternwarte zu Paris abgeleitet wurde und unsicher bleibt wegen der Höhendifferenz zwischen Sternwarte und Archiv.

Nimmt man also das Mittel aus den übrigen 7 Beobachtungsreihen, wobei jede mit ihrem Stimmrechte zählt, so wird

$$B^k = 1000014.348$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

der mittlere Fehler der einmaligen Beobachtung

$$m = \sqrt{\frac{prv}{z_0 - 1}} = \pm \overset{\text{mgr.}}{0.818}$$

der mittlere Fehler der ganzen Bestimmung

$$\mu = \frac{m}{\sqrt{[p]}} = \pm \overset{\text{mgr.}}{0.0538}$$

und wenn man die einzelnen Reihen mit diesem Mittelwerthe vergleicht, die Fehler

1000014.348

	mgr.	p
am 9.	+ 0.298	(12)
11.	— 0.412	(7)
12.	+ 0.048	(37)
13.	+ 0.128	(23)
14.	— 0.202	(20)
18.	— 0.102	(40)
20.	+ 0.028	(92)

Also nachdem die kleine Verbesserung der Barometerstände angebracht ist, was -- 0.239 macht, als Endresultat das Gewicht des B^k im leeren Raum in Milligrammen des Archivkilogramms:

$$B_k = 1000014.11 \text{ Milligr. mittl. Fehler } \pm \overset{\text{mgr.}}{0.05}$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Vergleichung des Platinakilogrammes der Sternwarte zu Paris mit dem Archivkilogramm.

Da die *Repsold*'sche Wage sich bei meinen Vergleichungen des A^k mit dem B^k empfindlicher zeigte, als die Wage der Archive von Fortin, so benützte Herr *Arago* die Gelegenheit, um das Kilogramm der Sternwarte mit dem Kilogramm der Archive genau zu vergleichen. Er übertrug die Messungen mir und Herrn *Gambey* und machte selbst nur die letzten 2 Vergleichungen. Das Ergebniss war folgendes:

O^k = Kilogramm der Sternwarte. A = *Arago*; G = *Gambey*; S = *Steinheil*.

Nr.	Dat.	Barometer. b^s	Barometer. t_c^s	Luft Temp. $t_R^{E_2}$	Wag-Schale links			Wag-Schale rechts			Scala-Angabe links a	Scala-Angabe links a'	Scala-Angabe rechts α	Scala-Angabe rechts α'	Beobacht.
	1837 Mai					q	q'		p	p'					
1	24. 0h40	336.79	11.5 7	+10.01	O^k	—	—	A^k	—	—	—1.15	—1.47	+1.31		S
2					O^k	—	—	A^k	1^3	—	—1.03	+0.66	+0.185		S
3					O^k	—	—	A^k	1^3	—	—1.0	+0.6	+0.20		G
4					A^k	—	1^3	O^k	—	—	—0.45	—1.20		+0.825	S
5					A^k	—	1^3	O^k	—	—	—0.5	—1.2		+0.850	G
6					A^k	—	—	O^k	—	—	+1.05	—0.20		—0.425	S
7				10.25	A^k	—	—	O^k	—	—	+0.8	0.0		—0.40	G
8					O^k	—	—	A^k	—	—	—1.80	—1.10	+1.45		G
9					O^k	—	—	A^k	—	—	—1.83	—1.20	+1.515		S
10		336.660	11.7	10.3	O^k	—	—	A^k	1^3	—	0.0	—0.70	+0.35		G
11					O^k	—	—	A^k	1^3	—	+0.05	—0 70	+0.325		S
12					A^k	—	1^3	O^k	—	—	—0.50	—1.35		+0.925	G
13					A^k	—	1^3	O^k	—	—	—0.63	—1.15		+0.890	S
14					A^k	—	—	O^k	—	—	+0.6	—0.1		—0.25	G
15	3h0′	336.505	11.8	10.4	A^k	—	—	O^k	—	—	+0.57	0.0		—0.285	S

Reduktion. $b^N = 336.295$; $t_c^N = 11.36$; $O^k - A^k = 4.836$; $p = (15)$; $n = 5.559$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Nr.	Dat.	Barometer. b^s	Barometer. t_c^s	Luft Temp. $t_R^{E_2}$	Wag-Schale links			Wag-Schale rechts			Scala-Angabe links		Scala-Angabe rechts		Beobacht.
						q	q'		p	p'	a	a'	α	α'	
16	Mai 25	336.145	12.5	11.1	O^k	—	—	A^k	—	—	—1.4	—1.7	+1.55		G
17					O^k	—	—	A^k	—	—	—1.4	—1.75	+1.575		S
18					O^k	—	—	A^k	1^3	—	—0.95	+0.20	+0.375		S
19		336.07	12.6	11.1	O^k	—	—	A^k	1^3	—	—0.80	+0.15	+0.325		G
20					A^k	—	—	O^k	—	—	—0.15	+0.20		—0.025	S
21				11.3	A^k	—	—	O^k	—	—	—0.15	+0.15		0.00	G
22					A^k	—	1^3	O^k	—	—	—1.40	—0.93		+1.165	S
23				11.3	A^k	—	1^3	O^k	—	—	—1.05	—1.35		+1.20	G
24		336.055	12.75	11.4	O^k	—	—	A^k	—	—	—0.80	—2.50	+1.65		S
25					O^k	—	—	A^k	—	—	—1.0	—2.4	+1.70		G
26					O^k	—	—	A^k	—	—	—0.17	—0.9	+0.535		S
27					O^k	—	—	A^k	—	—	—0.20	—0.80	+0.50		G

Reduktion. $b^N = 335.68$; $t_c^N = 12.63$; $O^k - A^k = 4.466$; $p = (12)$; $n = 5.480$

28	Mai 26	336.097	13.4	11.9	A^k	—	—	O^k	—	—	+0.3	0.0		—0.15	S
29				12.3	A^k	—	—	O^k	—	—	+0.35	+0.03		—0.19	G
30		336.055	14.0	12.75	O^k	—	—	A^k	—	—	—0.9	—2.4	+1.65		S

Reduktion. $b^N = 335.61$; $t_c^N = 13.95$; $O^k - A^k = 4.976$; $p = (3)$; $n = 5.523$

31	Mai 27	337.075	15.6	13.8	O^k	—	—	A^k	—	—	—1.25	—2.00	+1.625		A
32					A^k	—	—	O^k	—	—	+0.60	—0.20	—0.20		A

Reduktion. $b^N = 336.50$; $t_c^N = 15.88$; $O^k - A^k = 5.037$; $p = (2)$; $n = 5.523$

Stellen wir die Ergebnisse dieser Abwägungen zusammen, so ist:

1837	b^N	t_c^N	$O^k - A^k$	p	Abw. v. Mittel.
Mai 24	336.295	11.36	4.836	(15)	—0.11
25	335.68	12.63	4.466	(12)	+0.26
26	335.61	13.95	4.976	(3)	—0.25
27	336.50	15.88	5.037	(2)	—0.31

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Daraus wird das Mittel mit Rücksicht auf das Stimmrecht jeder Reihe:

b_0^N	t_c^N	$O^k - A^k$	p
336.0	13.7	4.723	(32)

Der mittlere Fehler der ganzen Bestimmung $\pm$ 0.08

Das spez. Gewicht des A^k ist aber . . $\delta = 20.548$
das spez. Gewicht des O^k s. p. 238 . . $\delta' = 20.631$

Der Ausdehnungscoëffizient ist für beide Körper gleich, also wird die Reductionsformel auf den leeren Raum in diesem Falle:

$$M = (m - m') + b^N \frac{\gamma(1 + 3tk)}{\mu\varepsilon(1 + vt)} \left(\frac{M}{\delta'} - \frac{m - m'}{\delta}\right)$$

und da m' in unserem Falle negativ ist, da das A^k leichter ist, als das O^k, so wird der Zahlenwerth, wenn wir das zweite Glied rechts mit U bezeichnen:

$$O^k = M = 1000000 + 4.723$$
$$U \;.\;.\;.\; = -0.239$$

also $$O^k = 1000004.48^{\text{mgr.}} \pm 0.08$$

Bestimmung des spezifischen Gewichtes des Kilogrammes der Sternwarte zu Paris = O^k.

Die Messungen mit demselben Apparate, welcher beim A^k diente, liegen in zwei zu einander rechtwinklichten Durchschnitten durch die Axe des Cylinders:

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

O^k

1837	*Durchmesser*		*Höhen*		t^c
Mai 26.	42.076	42.097	42.255	42.285	+14.0
	42.065	42.085	42.260	42.295	
	42.063	42.075	42.263	42.290	
	42.060	42.065	42.270	42.275	
	42.065	42.068	42.270	42.270	
	42.077	42.080	42.272	42.263	
			42.273	42.257	
			42.273	42.250	+14.0
Mittel	42.0677	42.0783	42.267	42.273	
Durchm. .	42.0730		Höhe	42.2700	
Indexfehler	—2.6190			—2.6190	
D .	39.4540		h	39.6510	+14.0
Reduct. auf 0°	+0.0057			+0.0057	
Reduct. D′	=39.4483		h'	=39.6453	

und da das O^k keine Facette hat:

Kubikinhalt des O^k . . . = 48455

Kubikinhalt des A^k . . . = 48650

Spezifisches Gew. des A^k = 20.548

also spezifisches Gewicht des O^k $\delta' = 20.631$; $\log \delta' = 1.31451$

Tafel zur Berechnung der Luftgewichtsunterschiede zwischen dem B^k und Kilogrammen aus Metallen, deren spezifisches Gewicht δ ist, bei verschiedenem Barometer- und Thermometerstande.

Aus der strengen Reductionsformel pag. 178 (III) folgt, wenn man m, oder die Masse irgend eines Körpers bestimmt durch die bekannte Masse M des B^k

$$m = M + m' - M \cdot \frac{b\,\gamma}{\Delta\,\varepsilon\,\mu}\,\frac{(1+3\,t\,x)}{(1+v\,t)} + (m - m')\,\frac{b\,\gamma}{\delta\,\varepsilon\,\mu}\,\frac{(1+3\,t\,k)}{(1+v\,t)}$$

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

welcher Ausdruck voraussetzt, dass der Luftgewichtsunterschied m' ausgewogen sey durch Gewichte von demselben Stoffe, also spezifischen Gewichte, welche m zukommen.

Setzen wir nun $M = 1000014.11$ und $m = 1000000$, so wird

$$m' = -14.11 + M.\frac{b\,\gamma}{\Delta\,\varepsilon\,\mu}\,\frac{(1+3\,t\,x)}{(1+v\,t)} - (m-m')\,\frac{b\,\gamma}{\delta\,\varepsilon\,\mu}\,\frac{(1+3\,t\,k)}{(1+v\,t)}$$

Nun ist für

	Spec. Gewicht. δ	*Längenausdehn.* k	*Abw. v. Mittel.*
Gusseisen . .	7.207	0.0000111	+40
Messing . . .	8.440	0.0000194	—42
Kupfer . . .	9.000	0.0000172	—19
Silber . . .	10.474	0.0000191	—40
Gold	19.263	0.0000155	— 4
Platina . . .	20.548	0.0000086	+65
im Mittel		0.0000151 = k	

also die Abweichung des Mittels von der wirklichen Ausdehnung des Metalls so gering, dass sie keinen Fehler von mehr als 0.01 mgr. bei den vorkommenden Temperaturen erzeugt. Wir wollen daher den Werth von m' durch eine Tafel geben, in welcher wir den auf 0° reduzirten Barometerstand

$$b_0^N = 336.'''0$$

und die Temperatur der Luft $t_N^c = +16.0$ setzen.

Die tabellarischen Werthe von m' lassen wir nach dem spezifischen Gewichte des Stoffes, aus welchem m bestehen soll, fortschreiten, fügen aber zugleich auch die Coëffizienten von db und dt bei, da diese hauptsächlich mit δ ändern. Diese Werthe gelten streng für $t = +16°$; $b^N = 336'''$. Aendert aber t, so ändern auch sie.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Doch ist die Aenderung fast für die ganze Tafel constant. Wir haben daher diese Correction den Columnen db und dt beigefügt für $t = 26^0$, also 10^0 höher. Eine Aenderung von b^N ist in dem Coëffizienten von db ganz unmerklich.

δ	m'		$(b_0^N - 336)$			$(t_N^c - 16.0)$		
			$+ db$		$t = 26^0$	$+ dt$		$t = 26^0$
	mgr.							
7.0	272.25	2·46	+0.852	0·008	—28	—1.006	0·009	+34
7.1	274.71	2·39	0.860	0·007		1.015	0·008	
7.2	277.10	3·32	0.867	0·006		1.023	0·008	35
7.3	279.42	2·26	0.873	0·007		1.031	0·008	
7.4	281.68	2·20	0.880	0·007		1.039	0·007	35
7.5	283.88	2·15	0.887	0·006	—29	1.046	0·007	
7.6	286.03	2·09	0.893	0·007		1.053	0·007	36
7.7	288.12	2·03	0.900	0·006		1.060	0·007	
7.8	290.15	1·99	0.906	0·006		1.067	0·007	37
7.9	292.14	1·93	0.912	0·005		1.075	0·007	
8.0	294.07	1·88	0.917	0·006	—30	1.082	0·007	37
8.1	295.95	1·84	0.923	0·005		1.089	0·006	
8.2	297.79	1·80	0.928	0·006		1.095	0·007	37
8.3	299.59	1·75	0.934	0·005		1.102	0·006	
8.4	301.34	1·71	0.939	0·005		1.108	0·006	38
8.5	303.05	1·67	0.944	0·005	—31	1.114	0·005	
8.6	304.72	1·63	0.949	0·005		1.119	0·006	38
8.7	306.35	1·60	0.954	0·004		1.125	0·005	
8.8	307.95	1·56	0.958	0·005		1.130	0·006	39
8.9	309.51	1·52	0.963	0·005		1.136	0·005	
9.0	311.03	1·48	0.968	0·004	—32	1.141		39
9.1	312.51		0.972			1.146		39
10.0	324.61	1·21	1.008	0·004	—34	1.189	0·004	40
10.1	325.82	1·18	1.012	0·003		1.193	0·004	
10.2	327.00	1·18	1.015	0·004		1.197	0·004	41
10.3	328.17	1·17	1.019	0·003		1.201	0·004	
10.4	329.31	1·12	1.022	0·003		1.205	0·004	41
10.5	330.43	1·09	1.025	0·003	—35	1.209	0·004	
10.6	331.52	1·08	1.028	0·004		1.213	0·004	41
10.7	332.60	1·06	1.032	0·003		1.217	0·004	
10.8	333.66	1·04	1.035	0·003		1.221	0·004	42
10.9	334.70	1·02	1.038	0·003		1.225	0·004	
11.0	335.72		+1.041		—36	—1.228		+42

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

δ	m'		$(t_0^N - 336)$ $+db$	$t = +26^0$	$(t_N^c - 16.0)$ $+dt$	$t = +26^0$
19.0	382.48	0·34	+1.180	—39	—1.391	+49
19.1	382.82	0·33	1.181		1.392	
19.2	383.15	0·33	1.182		1.393	
19.3	383.48	0·32	1.183		1.394	
19.4	383.80	0·33	1.184		1.395	
19.5	384.13	0·32	1.185		1.396	
19.6	384.45	0·31	1.186		1.397	
19.7	384.76	0·32	1.187		1.398	
19.8	385.08	0·31	1.188		1.399	
19.9	385.39	0·31	1.189	—39	1.401	+49
20.0	385.70	0·30	1.190	—40	1.402	+49
20.1	386.00	0·30	1.191		1.403	
20.2	386.30	0·30	1.192		1.404	
20.3	386.60	0·29	1.193		1.405	
20.4	386.89	0·29	1.194		1.406	
20.5	387.18	0·29	1.194		1.407	
20.6	387.47	0·29	1.195		1.409	
20.7	387.76	0·28	1.196		1.410	
20.8	388.04	0·28	1.197		1.411	
20.9	388.32	0·28	1.198	—40	1.413	+49
21.0	388.60	0·28	1.199	—41	1.414	+49
21.1	388.88	0·27	1.199		1.415	
21.2	389.15	0·27	1.200		1.416	
21.3	389.42		+1.201	—41	—1.417	+49

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Zum Schlusse wollen wir noch einige Beispiele der Anwendung dieser Tabelle geben.

Erstes Beispiel.

Sei das mit dem B^k zu vergleichende Kilogramm von Messing. Man habe das spezifische Gewicht dieses Stückes durch Abwägen in Wasser bestimmt und gefunden:

$\delta = 8.150$; zur Zeit, wo man die Abwägung machen will, sey $b_0^N = 317.0$ $db = -19.0$

und $t_c^N = 16.0$ $dt = 0.0$

So gibt die Tabelle für $\delta = 8.15$ $m' = 296.87$

bei $\delta = 8.15$, C. $db = -19.0$ (0.9255) -17.59

$m' = 279.28$

Die Rechnung nach der strengen Formel gibt 279.27

Zweites Beispiel.

Um über das Zeichen der Correction der Coëffizienten von *db* und *dt* zu entscheiden, beachte man, dass der Zahlenwerth der Coëffizienten von *db* und von *dt abnimmt* für höhere Temperaturen als + 16° C oder *zunimmt* für niedrigere Temperaturen als + 16° C. Erst dann, wenn nach dieser Regel der Zahlenwerth der Coëffizienten corrigirt ist, gebe man den Gliedern das Zeichen, welches *db* und *dt* fodert mit Rücksicht auf das algebraische Zeichen in der Tafel.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Sei für ein Kilogramm von Platina

$\delta = 20.598$; $b_0^N = 334.57$; $t_N = +13.534$ so wird für

$\delta = 20.6$; $db = -1.43$; $dt = -2.466$

m' . . . . . $= 387.47$

Coëff. db — 1.195; Coëff. dt — 1.409

Verbess. — 10; Verbess. — 12

Mit Zeichen v. db u. dt — (1.205)(1.43) (+ 1.421)(2.466)

= — 1.723 + 3.504 . . . . . + 1.78

m' 389.25

strenge Formel . . . 389.26

Drittes Beispiel.

Wir wollen nun so grosse Differenzen in t und b annehmen, als sie nur je in Praxi vorkommen werden und sehen, wieviel alsdann der Fehler ist, welchen die Tafel begeht.

Für ein Kilogramm von Silber sei

$\delta = 10.474$ $b = 310$ $t = 0°$

$db = -26$ $dt = -16$ $m' = 330.14$

Die Tafel gibt für $\delta = 10.474$ 1.024 1.208

Correct. für $dt = -16$ + 56 66

— 1.080(26) + 1.274(16)

= —28.08 +20.38 . . . . . = —7.70

Daher . . . . . $m' = 322.44$

Rechnung nach der strengen Formel gibt . 322.41

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.biologiezentrum.at

Wir sehen daher, das auch in solchen Fällen der Fehler aus den vernachlässigten höheren Differenzialien nur einige Hundertel eines Milligrammes beträgt, was bei der Unsicherheit, welche die Abwägung eines Kilogrammes lässt, ganz ohne Belang ist.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Abhandlungen der Bayerischen Akademie der Wissenschaften - Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse

Jahr/Year: 1844

Band/Volume: 4_1

Autor(en)/Author(s):

Artikel/Article: Ueber das Bergkrystall - Kilogramm. 163-244