Note

über eine

Eigenschaft der Reihen,

welche

discontinuirliche Functionen darstellen.

Von

Ph. L. Seidel.

Note

über eine

Eigenschaft der Reihen,

welche

discontinuirliche Functionen darstellen.

Man findet in *Cauchy's* Cours d'Analyse algébrique Cap. 6, §. 1. einen Lehrsatz, welcher ausspricht, dass die Summe einer convergirenden Reihe, deren einzelne Glieder Functionen einer Grösse x, und zwar continuirliche in der Nähe eines bestimmten Werthes von x sind, immer gleichfalls in dieser Gegend eine stetige Function derselben Grösse sei. Hieraus würde folgen, dass Reihen der vorausgesetzten Art nicht geeignet sind, *discontinuirliche* Functionen in der Nähe der Stellen, wo ihre Werthe springen, noch darzustellen; — mit andern Worten: dass durch ein Aggregat stetiger Grössen discontinuirliche auch dann nie repräsentirt werden können, wenn man die Form des Unendlichen zu Hilfe nimmt; so dass das Letztere nicht, wie es einen Uebergang vom Rationalen zum Irrationalen bildet, so auch eine Brücke zwischen stetigen und nicht stetigen Grössen zu schlagen vermöchte. Denn die Convergenz der Reihe würde aufhören, also die gewählte Form ihren Sinn verlieren, wo die Discontinuität beginnt.

Der Beweis, auf welchen dieser Satz am angeführten Orte gegründet wird, beruht im Wesentlichen auf der Bemerkung, dass man die Summe der ganzen Reihe abtheilen kann in die Summe einer Anzahl n ihrer ersten Glieder und in die ergänzende alles Folgenden. Die letztere kann man, was auch x sei, bei der vorausgesetzten Convergenz der Reihe durch Vergrösserung von n so klein machen als man nur immer will; dasselbe wird von der Veränderung geschlossen, die sie erleidet, wenn x um wenig geändert wird; das Increment der Summe der n ersten Glieder nimmt ohnedies, da sie aus einer *endlichen* Zahl continuirlicher Functionen von x besteht, zugleich mit der Aenderung von x unendlich ab: es scheint also, dass man n so gross und das Increment von x so klein wählen kann, dass die Aenderungen beider Theile, also auch die der ganzen Reihe, kleiner gemacht werden als eine beliebig kleine Grösse, und hiermit wäre die Continuität der Summe der Reihe, in dem Sinne in welchem sie hier genommen wird, erwiesen.

Gleichwohl steht der Satz im Widerspruch mit dem, was *Dirichlet* gezeigt hat, dass z. B. die *Fourier*'schen Reihen auch dann immer convergiren, wenn man sie zwingt, discontinuirliche Functionen darzustellen; — ja die Discontinuität wird gerade durch die Form dieser Reihen, deren einzelne Glieder doch stetige Functionen sind, häufig hereingebracht, indem diese die Periodicität, welche den goniometrischen Functionen eigen ist, allen, die man so darstellen will, aufdrängt, und dadurch diejenigen, welche sich nicht von selbst unter dies Gesetz beugen, gewaltsam discontinuirlich macht. Man braucht selbst nicht den intricaten Gang der *Dirichlet*'schen Beweise nachzugehn, um sich zu überzeugen, dass die Allgemeinheit des Satzes, von welchem die Sprache ist, Einschränkungen hat: auch die gewöhnlichsten Integrale, welche discontinuirliche Werthe haben, z. B. das bekannte

$$\int_0^\infty \frac{\sin x\alpha}{\alpha}\, d\alpha$$

können Beispiele davon abgeben; denn man kann dieses, durch blose Zerlegung des unendlichen Intervalles, in welchem es zu nehmen ist, in eine unendliche Anzahl endlicher, verwandeln in eine Reihe, deren einzelne Glieder Integrale sind, von denen man fast *à vue* beweist, dass sie stetig von x abhängen, und welche Reihe nothwendig stets convergirt, weil ihre Summe immer einem der drei möglichen Werthe des ganzen Integrales gleich ist.

Wenn man, ausgehend von der so erlangten Gewissheit, dass der Satz nicht allgemein gelten kann, also seinem Beweise noch irgend eine versteckte Voraussetzung zu Grunde liegen muss, denselben einer genauern Analyse unterwirft, so ist es auch nicht schwer, die verborgne Hypothese zu entdecken; man kann dann rückwärts schliessen, dass diese bei Reihen, welche discontinuirliche Functionen darstellen, nicht erfüllt sein darf, indem nur so die Uebereinstimmung der *übrigens* richtigen Schlussfolge mit dem, was andrerseits bewiesen ist, gerettet werden kann. Auf solche Art erhält man einen Satz, welcher sich auf diese Klasse von Reihen bezieht, und so ausgesprochen werden kann:

Theorem.

Hat man eine convergirende Reihe, welche eine discontinuirliche Function einer Grösse x darstellt, von der ihre einzelnen Glieder continuirliche Functionen sind, so muss man in der unmittelbaren Umgebung der Stelle, wo die Function springt, Werthe von x angeben können, für welche die Reihe beliebig langsam *convergirt.*

Der Zweck des gegenwärtigen Aufsatzes ist es, diese Eigenschaft nachzuweisen, welche meines Wissens noch nirgends ausdrücklich hervorgehoben worden ist. Durch sie würde diese Art der Darstellung nicht stetiger Functionen wesentlich an Werth verlieren, wenn es sich dabei darum handelte, aus der Reihe die Functionalwerthe *in der Gegend wo sie springen* wirklich numerisch zu berechnen, ein Fall der aber in den Anwendungen, wo der umgekehrte häufiger ist, sehr selten vorkommen wird. Zu bemerken ist, dass hier unter discontinuirlichen Functionen nur solche verstanden sind, welche Stellen haben, wo es nicht möglich ist die Aenderung der Variabeln so klein zu machen, dass die der Function kleiner würde, als eine beliebig kleine Grösse: also nur Functionen, welche graphisch durch Curven repräsentirt sind, deren Ordinaten an gewissen Stellen plötzlich springen.

Die Reihe, welche nur für Werthe der Veränderlichen (x) betrachtet werden soll, für welche sie convergirt und demnach irgend eine Function von x darstellt, möge sein:

$$f(x, 0) + f(x, 1) + f(x, 2) + \ldots \textit{ in inf.}$$

Ihre ganze Summe werde ich bezeichnen mit $F(x)$, die Summe ihrer $n + 1$ ersten Glieder oder die Grösse

$$f(x, 0) + f(x, 1) + \ldots + f(x, n)$$

mit $S_n(x)$, die alles Folgenden oder den Ausdruck

$$f(x, n+1) + f(x, n+2) + \ldots \textit{ in inf.}$$

mit $R_n(x)$. Man hat also

$$(1) \qquad F(x) = S_n(x) + R_n(x)$$

Ueber die hier vorkommenden Grössen wissen wir nur dies, dass man n so gross nehmen kann, dass $R_n(x)$ kleiner wird, als eine beliebig kleine Grösse ϱ (d. h. dass die Reihe convergirt), und dass $S_n(x)$, so lange n nicht über alle Grenzen wächst, eine continuirliche Function von x ist. Denn es ist die Summe einer beschränkten Zahl Glieder welche einzeln, der Voraussetzung nach, diese Bedingung erfüllen. Es gehe nun x über in $x+\varepsilon$, und dadurch ändere sich $F(x)$ um $\triangle F$, $S_n(x)$ um $\triangle S_n$. So wird auch sein:

$$(2) \qquad F(x) + \triangle F = S_n(x) + \triangle S_n + R_n(x+\varepsilon)$$

und wenn man hievon die Gl. (1.) subtrahirt:

$$(3) \qquad \triangle F = \triangle S_n + R_n(x+\varepsilon) - R_n(x)$$

Soll sich nun beweisen lassen, dass in einem besondern Falle $F(x)$ eine continuirliche Function von x ist, oder dass $\triangle F$ mit ε zugleich unendlich abnimmt, so wird man zeigen müssen, dass die drei Grössen zur Rechten in der letzten Gleichung sich gleichzeitig so sehr verkleinern lassen, als man nur immer will. Da man nehmlich im Voraus nicht weiss, ob $R_n(x)$ eine continuirliche Function ist, so kann man im Allgemeinen nicht anders darauf ausgehn, den Unterschied

$$R_n(x+\varepsilon) - R_n x$$

zu verkleinern, als dadurch, dass man jede dieser Grössen für sich sehr klein macht. Diess muss durch Vergrösserung von n geschehen, während man durch Verkleinerung von ε bewirkt, dass $\triangle S_n$ unendlich abnimmt. Zum Beweise der Continuität von $F(x)$ in der

Gegend des bestimmten Werthes x wird also erforderlich sein zu zeigen, dass man für diesen Werth gleichzeitig n so gross aber endlich, und ε so klein aber von Null verschieden machen kann, dass die drei Bedingungen erfüllt werden:

$$(4.)\quad \begin{cases} \triangle S_n \angle \tau \\ R_n(x) \angle \varrho' \\ R_n(x+\varepsilon) \angle \varrho'' \end{cases}$$

wo τ, ϱ', ϱ'' beliebig klein anzunehmende absolute Grössen bezeichnen, und sämtliche Ungleichheiten *abgesehen vom Zeichen* zu nehmen sind. Bestehen sie alle zugleich, so wird dann aus (3.) $\triangle F$ dem Zahlenwerthe nach $\angle \tau + \varrho' + \varrho''$, kann also so klein gemacht werden, als man nur will.

Was zunächst die Erfüllung der beiden letzten Ungleichheiten betrifft, so kann man folgende Betrachtung anstellen:

Es bezeichne η irgend einen bestimmten, von Null verschiedenen, Werth des Incrementes ε von x. So klein es auch gewählt sein mag, so wird man doch nachher τ *so* klein annehmen können (was in der Willkühr liegt), dass für das Bestehen der ersten Ungleichheit in (4.) erforderlich ist, $\varepsilon \angle \eta$ zu nehmen; wir können also o und η als die möglichen Grenzwerthe von ε ansehen. Es sei nun ϱ eine Grösse, kleiner als der kleinere der beiden Werthe ϱ' und ϱ'', und man verstehe unter ν (abhängig von ε) die möglichst kleine positive ganze Zahl, welche gleichzeitig allen Bedingungen genügt:

$$(5.)\quad \begin{cases} R_\nu(x+\varepsilon) \angle \varrho \\ R_{\nu+1}(x+\varepsilon) \angle \varrho \\ R_{\nu+2}(x+\varepsilon) \angle \varrho \\ \quad \textit{etc. in inf.} \end{cases}$$

(Bedingungen, die sich, bei der vorausgesetzten Convergenz der Reihe, immer müssen erfüllen lassen) — so können zwei Fälle eintreten: *entweder* es wird, (I) während ε alle Werthe von o bis η durchläuft (einschliesslich der Grenzen), ν für irgend einen darunter einen Maximalwerth erlangen (und dann überhaupt nur eine endliche Zahl verschiedener Werthe haben), *oder* (II) es kann ν in der nächsten Nähe von $\varepsilon = o$, zugleich mit dem ohne Ende abnehmenden ε, über alle Grenzen wachsen. Geschähe nehmlich das Letztere in der Nähe eines *andern* bestimmten Werthes von ε als bei $\varepsilon = o$, so würde man diesen dadurch ausschliessen können, dass man η kleiner machte, so dass er nicht mehr in das Intervall von o bis η fiele. Es braucht also nur der eben bezeichnete Fall berücksichtigt zu werden.

I. Findet nun von den beiden Möglichkeiten die erste wirklich statt, dass es nehmlich einen Maximalwerth N der Zahlen ν gibt, welche zu den ε zwischen o und η gehören, so wird es nur nöthig sein, für n in (4.) diese Zahl N zu nehmen, um vermöge der Bedingungen in (5.) sicher zu sein, dass den beiden letzten der drei Ungleichheiten genügt ist, wie auch ε in dem Intervalle gewählt werden möge. Diese Grösse wird man nun, was bei der Continuität der Function $S_n\,(x)$ immer möglich ist, so zwischen o und η und verschieden von dem erstern Werthe anzunehmen haben, dass auch die erste Bedingung

$$\Delta S_n \angle \tau$$

erfüllt ist, und für jedes noch kleinere ε erfüllt bleibt; man wird dann also vermöge (3.) und (4.) haben

$$\Delta F \angle \tau + \varrho' + \varrho''$$

oder da die Grössen zur Rechten beliebig klein angenommen werden können, so wird gezeigt sein, dass die Aenderung der durch die Reihe dargestellten Function $F(x)$ zugleich mit dem Incremente ε der Variabeln x unendlich abnimmt, dass also die ganze convergirende Reihe, deren einzelne Glieder stetig von x abhängen, ebenfalls eine in der Nähe des bestimmten Werthes von x continuirliche Function dieser Grösse darstellt. In diesem ersten Falle ergibt sich also wirklich der *Cauchy*'sche Satz.

II. Anders verhält es sich mit dem oben mit II. bezeichneten Falle, zu dessen Betrachtung ich mich jetzt wenden werde.

Es könnte auf den ersten Anblick scheinen, als ob dieser Fall, dass nehmlich für sehr kleine ϱ und in der nächsten Nähe von $\varepsilon = o$ die durch die Ungleichheiten (5.) definirte kleinste Zahl ν über alle Grenzen wächst, gar nicht eintreten könnte. Denn da die Reihe für alle Werthe von ε zwischen o und η convergirt, so muss sich für jeden von ihnen ein *endliches* ν angeben lassen, welches jene Ungleichheiten alle erfüllt. Daraus folgt aber durchaus nicht, dass alle solchen ν unter einer *bestimmten* Grenze $N + 1$ liegen müssen es könnte z. B. in einem besondern Fall der Zusammenhang, welcher vermöge der Bedingungen (5.) zwischen ε und ν Statt findet, der Art sein, dass ν die grösste in dem Ausdruck

$$\frac{1}{\varepsilon}$$

enthaltne ganze Zahl wäre, — so würde es für jedes von 0 verschiedene ε endlich bleiben, und doch alle Grenzen überschreiten. Man könnte einwenden, dass der hier beispielsweise angenommene Zusammenhang zwischen ν und ε, und ebenso alle ähnlichen, desshalb unstatthaft sei, weil nach ihm für $\varepsilon = o$ die Zahl ν unendlich, also die Reihe, gegen die Voraussetzung, für diesen Werth divergent würde. So darf aber nicht geschlossen werden. Denn da man im Voraus nichts darüber weiss, ob die Grössen $R_\nu(x+\varepsilon)$ $R_{\nu+1}$ $(x+\varepsilon)$ etc. continuirliche Functionen von (x oder) ε sind (was ja eben durch den *Cauchy*'schen Satz erst bewiesen werden soll), und überhaupt im Allgemeinen nichts über sie weiss, als dass sich die Bedingungen (5.) immer erfüllen lassen, so kann auch nicht behauptet werden, dass nach denselben ν mit einer gewissen Regelmässigkeit, einer Art von Continuität, von ε abhängt, und es könnte sehr wohl sein, dass es, um bei dem gewählten Beispiele zu bleiben, für jedes *von o verschiedene*, sonst beliebig kleine, ε die grösste in

$$\frac{1}{\varepsilon}$$

enthaltene ganze Zahl wäre, für $\varepsilon = o$ aber, die Continuität des Gesetzes verlassend, gleichwohl keine unendliche sondern irgend eine bestimmte Grösse hätte. Also würde in dem Beispiele sich in der That für jedes ε, die Null eingeschlossen, ein endliches ν angeben lassen, welches die Bedingungen (5.) erfüllt, und doch kein Grenzwerth, unter welchem alle diese ν liegen. Mit andern Worten: die Reihe wird zwar für die betrachteten Werthe der Variabeln immer convergiren, wie es die Voraussetzung fordert, aber man wird, in der nächsten Nähe von $\varepsilon = o$, Stellen angeben können, wo sie es *beliebig langsam* thut, d. h. wo man, um sicher zu sein, dass die Summe aller weggelassenen Glieder $< \varrho$ ist, die Anzahl der mitgenommenen grösser machen muss, als eine beliebig grosse Zahl N. Ein ähnliches Verhalten kommt auch schon bei den gewöhnlichen Reihen, die continuirliche Functionen darstellen, vor; so z. B. convergirt die Reihe

$$1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{1.2.} + \frac{x^3}{1.\ 2.\ 3.} + \ldots$$

immer, setzt man aber z. B. $x = 1000000$, so wird man bei der

Berechnung ihrer Summe, selbst wenn man eine Million Glieder mitnimmt, noch einen enormen Fehler begeh'n, und für $x =$ Einer Billion müsste man weit über eine Billion Glieder addiren, um einige Annäherung zu erhalten; etc.

Die Möglichkeit also, dass die vorgelegte Reihe in der Gegend von $\varepsilon = o$, oder in der nächsten Nähe des Werthes x der Variabeln, Stellen hat, wo sie beliebig langsam convergirt, lässt sich nicht leugnen. Es kann also geschehen, dass sich die in den obigen Erörterungen mit N bezeichnete endliche Zahl nicht angeben lässt, und alsdann bricht der ganze Beweis von der Continuität der Function $F(x)$ zusammen, welcher unter (I.) auf die Voraussetzung der Existenz eines solchen Werthes gegründet worden, und in der That nur eine detaillirtere Ausführung desjenigen Beweises ist, welchen *Cauchy* am angeführten Orte mittheilt. Man würde sich auch vergebens für diesen Fall nach einem andern Beweise umsehen; das thatsächliche Vorhandensein convergirender Reihen, welche discontinuirliche Functionen einer Variabeln repräsentiren, von der ihre einzelnen Glieder stetig abhängen, lässt an einen solchen nicht denken. Man kann also nur schliessen, dass Reihen dieser Art in der Nähe desjenigen Werthes der absolut Veränderlichen, für welchen sie springen, sich nothwendig in dem hier mit II. bezeichneten Falle befinden müssen; also in der Gegend dieses Werthes *beliebig langsam convergiren*, diesen Ausdruck in dem Sinne genommen, welcher festgestellt worden ist. Hiermit ist das oben aufgestellte Theorem erwiesen.

Man sieht, wie bei solchen Reihen die Darstellung der Discontinuität der Summe gewissermassen durch eine Discontinuität im Verhalten der Reihe selbst erreicht wird. Die Convergenz derselben wird in der Nähe der Stelle, wo die Functionalwerthe springen, immer geringer, d. h. um dadurch, dass man die Reihe irgendwo abbricht, nur einen Fehler zu begeh'n, kleiner als eine sehr kleine Grösse ϱ, wird man eine Gliederzahl N berücksichtigen müssen, welche in dem Maasse, wie man der discontinuirlichen Stelle ($\varepsilon = o$) näher rückt, immerfort und über jede bestimmte Zahl hinaus zunimmt: die *Grenze* hievon wäre, dass für $\varepsilon = o$ selbst keine noch so grosse Anzahl mitgenommener Glieder der Bedingung genügte, den begangenen Fehler $< \varrho$ zu machen; d. h. dass für $\varepsilon = o$, oder an der unstetigen Stelle, die Reihe zu convergiren aufhörte, also den Sprung der Function nicht repräsentirte. Diese Inconvenienz wird aber dadurch vermieden, dass die Anzahl N der Glieder, welche mitgenommen werden müssen, selbst eine discontinuirliche Function von ε wird (— der Ausdruck, nicht genau, weil N immer eine ganze Zahl ist, wird gleichwohl verständlich sein —), die zwar wenn ε von der positiven oder der negativen Seite her sich der Null nähert, über alle Grenzen wächst, doch aber für $\varepsilon = o$ keine unendliche sondern eine ganz bestimmte Grösse hat. Denkt man sich also, dass ε z. B. von der negativen Seite her sich der Null nähert, so wird das zugehörige N von einem bestimmten Werthe an über alle Schranken hinaus wachsen; im Augenblick, wo $\varepsilon = o$ wird, fällt es plötzlich von seiner Höhe auf einen bestimmten Werth herab, um von diesem, sobald ε die Null passirt hat, sogleich auf's Neue zu Werthen überzugehn, welche grösser sind als alle noch so gross gegebenen. Die Grösse N, die als eine ganze Zahl sich überhaupt ruckweise ändert, macht also an der Stelle, wo die Function discontinuirlich ist, einen unendlichen Sprung in zwei Absätzen, herab und wieder hinauf. Das Springen in zwei Absätzen ist bekanntlich auch den Functionen selbst eigen, welche durch die *Fourier*'schen Reihen dargestellt werden, ebenso den Werthen des oben angeführten Intregales

$$\int_0^\infty \frac{\operatorname{Sin} x\,\alpha}{\alpha}\, d\,\alpha$$

und andern.

Die Anzahl N der Glieder, welche man von der unendlichen Reihe berücksichtigen muss, um sicher zu sein, dass kein Fehler $> \varrho$ aus der Vernachlässigung aller folgenden entspringen kann, ist natürlich selbst abhängig von ϱ. Wenn dieses eine bestimmte Grösse übersteigt, so wird man im Allgemeinen immer sicher sein, ein bestimmtes endliches N aufstellen zu können, welches für alle Werthe der absolut Variabeln innerhalb gewisser Grenzen $(x \pm \eta)$ seiner Definitionsbedingung genügt. Bei einer bestimmten vorgelegten Reihe muss daher der hier mit II. bezeichnete Fall als vorhanden angesehen werden, sobald er für *sehr kleine* ϱ eintritt. Bei Reihen also, welche der Kategorie II angehören (und hierunter müssen alle sein, welche discontinuirliche Functionen einer Grösse x darstellen, von der ihre einzelnen Glieder stetig abhängen) — wird es einen gewissen ausgezeichneten Werth von ϱ, P, geben, der Art, dass man, so lange $\varrho \mathrel{\overline{>}} P$ ist, immer ein bestimmtes N so angeben kann, dass für ε zwischen o und η,

$$\begin{gathered} R_N \quad (x + \varepsilon) < \varrho \\ R_{N+1}(x + \varepsilon) < \varrho \\ R_{N+2}(x + \varepsilon) < \varrho \\ \textit{etc. in inf.} \end{gathered}$$

dass hingegen, sobald ϱ unter P herabsinkt, diese Ungleichheiten sich nicht mehr für alle ε gleichzeitig erfüllen lassen, so nahe auch die beiden Grenzen o und η derselben zusammen fallen mögen.

Die Eigenschaft also, dass es für jede Gegend, wo die dargestellte Function springt, eine solche Grösse P gibt, muss allen Reihen von der betrachteten Art zukommen, wobei es übrigens, wenigstens so lange nicht das Gegentheil besonders erwiesen ist, denkbar wäre, dass bei bestimmten Reihen P unendlich würde, oder wie man es auch aussprechen kann: es ist möglich, dass Reihen existiren, wo, in der unmittelbaren Nähe ganz bestimmter Werthe der Veränderlichen, sich Stellen angeben lassen, für welche die *immer Statt findende* Convergenz so langsam eintritt, dass der begangene Fehler, bis zu welcher noch so grossen vorgegebenen Zahl N von Gliedern man auch gegangen sein möge, immer noch grösser bleibt als eine beliebig grosse Zahl.*) Der allgemeinere Fall wird hingegen der sein, dass er nur grösser bleibt als eine *bestimmte* Zahl, P oder jede darunter liegende. Dies ist nothwendig, damit die Reihe eine discontinuirliche Function darzustellen im Stande sei; dagegen ist es, bis auf weitere Untersuchung, nicht ausgeschlossen, dass derselbe Fall auch bei Reihen vorkäme, deren Werthe *nicht* springen. Die Grösse P, oder besser irgend eine Function derselben, die mit wachsendem P abnimmt, könnte man als eine Art von *Maas der Convergenz* der Reihe betrachten, auf welche sie sich bezieht.

Es wird nicht nöthig sein, noch besonders die Anwendung auszuführen, welche das Gesagte auch auf bestimmte Intregale leidet, die discontinuirliche Functionen repräsentiren. Ist zunächst wenigstens Eine Grenze des Integràls unendlich, so kann man es, durch blose Abtheilung in endliche Intervalle, auf eine unendliche Reihe der besprochenen Art zurückführen; sind beide Grenzen endlich, so wird das Integral, durch Einführung einer neuen Variabeln etc., in eines von unendlicher Ausdehnung verwandelt werden können. Ist die unterm Integralzeichen stehende Function continuirlich, so kann übrigens der Werth des Ganzen, wie leicht zu zeigen, nur dadurch discontinuirlich sein, dass die Function innerhalb des Intervalles unendlich wird: also ist auch in diesem Falle die Unendlichkeit der Form eigentlich schon gegeben.

*) Aehnlich wie man diess bei der schon oben angeführten Reihe für e^x machen kann, aber bei dieser nicht, wie es im Fall des Textes gefordert wird, ohne dass x gewisse enge Grenzen überschreitet.

Zeitschrift/Journal: Abhandlungen der Bayerischen Akademie der Wissenschaften - Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse

Jahr/Year: 1850

Band/Volume: 5

Autor(en)/Author(s): Seidel Philipp Ludwig Ritter von

Artikel/Article: Note über eine Eigenschaft der Reihen, welche discontinuirliche Functionen darstellen. 379-393