BAYERISCHE AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE KLASSE
ABHANDLUNGEN · NEUE FOLGE, HEFT 112

MAX KNEISSL · KURT MARZAHN

Vorschläge und Schlußergebnisse für die Ausgleichung des europäischen Gravimeter-Eichsystems

Mit zwei Anlagen
Vorgelegt von Herrn Max Kneißl
am 6. Juli 1962

MÜNCHEN 1963
VERLAG DER BAYERISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
IN KOMMISSION BEI DER C.H.BECK'SCHEN VERLAGSBUCHHANDLUNG MÜNCHEN

Druck der C. H. Beck'schen Buchdruckerei, Nördlingen
Printed in Germany

INHALTSVERZEICHNIS

Kurt Marzahn: Vorschläge für den Gewichtsansatz und sein Einfluß auf die Ausgleichung des europäischen Gravimeter-Eichsystems 5

Max Kneißl und Kurt Marzahn: Abschlußbericht zur Ausgleichung 1962 des europäischen Gravimeter-Eichsystems, mit zwei Anlagen 17

VORSCHLÄGE FÜR DEN GEWICHTSANSATZ UND SEIN EINFLUSS AUF DIE AUSGLEICHUNG DES EUROPÄISCHEN GRAVIMETER-EICHSYSTEMS

VON

DR. KURT MARZAHN, HAMBURG

1. Die allgemeine Form der Fehlergleichungen für die gemeinsame Ausgleichung der Pendel- und Gravimetermessungen

Nachdem in dem Bericht [1] und den dazugehörigen Anlagen und Übersichten die Pendel- und Gravimetermessungen, die für die Festlegung des europäischen Gravimeter-Eichsystems in Frage kommen, in ihrer endgültigen Form vorliegen, sind vor Beginn der eigentlichen Rechenarbeit noch einige spezielle Probleme zu klären, die mit dem Ansatz der Gewichte zusammenhängen.

Zu diesem Zweck werden zunächst noch einmal die Fehlergleichungen in ihrer allgemeinen Form angegeben, die sich auf Grund der theoretischen Erörterungen von Dr. A. H. Cook [2] ergeben. Dabei wird auf die Bezeichnungen der Anlage 1 und der Übersicht 4 in [1] besondere Rücksicht genommen, da diese beiden Zusammenstellungen die Grundlage für die Aufstellung der Fehlergleichungen bilden sollen. Bezeichnen wir mit

$\Delta g_{i.\,AB}$ den mit dem Pendelapparat i gemessenen Schwereunterschied zwischen den Stationen A und B

$p_{i.\,AB}$ das Gewicht der Beobachtung $\Delta g_{i.\,AB}$

$V_{i.\,AB}$ die dazugehörige Verbesserung aus der Ausgleichung

x_A den ausgeglichenen Schwerewert g_A der Station A

so erhält man für die in [1], Anlage 1 zusammengestellten Pendelmessungen folgende Fehlergleichungen:

$$V_{i.\,AB} = -\Delta g_{i.\,AB} - x_A + x_B; \qquad \text{Gewicht } p_{i.\,AB}. \tag{1}$$

Setzt man nun noch aus rechentechnischen Gründen $x_A = x_A^0 + \xi_A$, wobei x_A^0 ein Näherungswert der Unbekannten x_A ist, so wird

$$V_{i.\,AB} = -(\Delta g_{i.\,AB} + x_A^0 - x_B^0) - \xi_A + \xi_B; \quad \text{Gewicht } p_{i.\,AB}. \tag{2}$$

Der Index i bezieht sich auf die Spalte „Instr." in [1], Anlage 1. Die Stationsnummern sind vorzeichenrichtig in Spalte 1 dieser Anlage angegeben, so daß die Fehlergleichungen ohne weiteres aufgestellt werden können.

Bezeichnen wir weiter mit

$\Delta g_{\lambda.\,AB}$ den mit dem Gravimeter λ gemessenen Schwereunterschied zwischen den Stationen A und B

$p_{\lambda.\,AB}$ das Gewicht der Beobachtung $\Delta g_{\lambda.\,AB}$

$v_{\lambda.\,AB}$ die zugehörige Verbesserung aus der Ausgleichung

$1 + y_\lambda$ den Eichfaktor für die Messungen mit dem Gravimeter λ,
so gelten unter der Voraussetzung, daß die Nichtlinearität der Eichfunktionen der Gravimeter mit genügender Genauigkeit berücksichtigt worden ist, die Gleichungen

$$(1 + y_\lambda)\,(\Delta g_{\lambda.\,AB} + v_{\lambda.\,AB}) = -\,x_A + x_B.$$

Unter Vernachlässigung von Gliedern höherer Ordnung ergeben sich daraus die Fehlergleichungen

$$v_{\lambda.\,AB} = -\,\Delta g_{\lambda.\,AB} - x_A + x_B - \Delta g_{\lambda.\,AB} \cdot y_\lambda; \quad \text{Gewicht } p_{\lambda.\,AB}. \tag{3}$$

Die Eichfaktoren der Ausgangswerte $\Delta g_{\lambda\,.\,AB}$ der Übersicht 4 in [1] sind bereits so gewählt, daß die Unbekannten y_λ im Bereich von $\pm\,10^{-3}$ liegen. Für die Unbekannten y brauchen also keine Näherungswerte eingeführt werden. Mit den Näherungswerten x_A^0 für die Unbekannten x_A erhält man schließlich die Fehlergleichungen der Gravimetermessungen

$$v_{\lambda.\,AB} = -\,(\Delta g_{\lambda.\,AB} + x_A^0 - x_B^0) - \xi_A + \xi_B - \Delta g_{\lambda.\,AB} \cdot y_\lambda; \quad \text{Gewicht } p_{\lambda.\,AB}. \tag{4}$$

An Hand von Übersicht 4 in [1] lassen sich danach die Fehlergleichungen im einzelnen direkt aufstellen. Jedem Δg-Wert der Übersicht entspricht eine Fehlergleichung. Die den Indizes A und B entsprechenden Stationsnummern sind in der zweiten und dritten Spalte der Übersicht aufgeführt; zu jeder der von 1 bis 9 durchnumerierten Spalten gehört ein eigener Eichfaktor $(1 + y_\lambda)$. Die Koeffizienten der neun Unbekannten y_λ in den Fehlergleichungen sind die in der Übersicht direkt aufgeführten Δg-Werte.

2. Bezugswert, Näherungswerte

Die Fehlergleichungen (2) und (4) sind gemeinsam unter Beachtung der Gewichte $p_{i\,.\,AB}$ bzw. $p_{\lambda.\,AB}$ auszugleichen, die in den folgenden Abschnitten noch ausführlicher zu diskutieren sind. Es ist zu beachten, daß der Schwerewert einer Station als fester Bezugswert in die Ausgleichung einzuführen ist. Gemäß der Empfehlung Nr. 6 der Internationalen Gravimetrischen Kommission von Paris 1959 (vgl. [3], S. 155) soll der Schwerewert der Station 7, Bad Harzburg,

$$g_7 = 981\,180{,}40\ \text{m Gal}$$

als Bezugswert für die Ausgleichung des europäischen Gravimeter-Eichsystems benutzt werden. Die bei der Ausgleichung erhaltenen mittleren Fehler der Unbekannten ξ bzw. x gelten also für die Schwereunterschiede gegen die Bezugsstation Bad Harzburg. Benutzt man die in Tabelle 1 aufgeführten Näherungswerte x^0, so werden die Unbekannten ξ im Bereich von $\pm 0{,}50$ m Gal und die Unbekannten y im Bereich von $\pm\,10^{-3}$ liegen.

3. Mittlere Fehler und systematische Fehleranteile der Pendelmessungen

Auf Grund von kritischen Voruntersuchungen, die hier nicht im einzelnen mitgeteilt werden können, sollen nur die in [1], Anlage 1 aufgeführten Pendelmessungen in die Ausgleichung einbezogen werden. Für die einwandfreie Festlegung des europäischen Gravimetereichsystems muß vorausgesetzt werden, daß die mit vier verschiedenen Pendelappa-

raten gemessenen Schwereunterschiede weitgehend frei sind von systematischen Fehlereinflüssen, die durch die Meßinstrumente bzw. durch den Meßvorgang hervorgerufen worden sind. Außerdem sind die mittleren Fehler der verschiedenen Messungsergebnisse zu bestimmen. Da die aus den Schwingungszeiten auf den Stationen abgeleiteten mittleren Fehler nicht als repräsentativ für die tatsächliche äußere Genauigkeit der Schwereunterschiede angesehen werden können, wurden die Messungen mit den verschiedenen Apparaten zunächst als gleichgewichtig angenommen.

Tabelle 1. Näherungswerte x^0 für die Ausgleichung

Station	Nr.	x^0	mGal	
Hammerfest	1	982	632,30	
Bodö	2	2	387,30	
Oslo	3	981	927,30	
Edinburgh	4	1	583,80	
Kopenhagen	5	1	557,80	
Teddington	6	1	196,40	
Bad Harzburg	7	1	180,40	(Bezugspunkt)
Paris	8	980	940,90	
München	9	0	744,40	
Mailand	10	0	565,10	
Bagnères	11	0	287,30	
Rom	12	0	364,20	
Catania	13	0	046,80	
Stockholm	14	981	845,60	
Hamburg	15	1	389,70	
Bremen	16	1	335,00	
Amsterdam	17	1	288,10	
Hannover	18	1	287,30	
Berlin	19	1	281,60	
Düsseldorf	20	1	199,00	
Brüssel	21	1	156,30	
Frankfurt	22	1	057,20	
Zürich	23	980	687,00	
Genf	24	0	581,10	
Toulouse	25	0	442,70	
Marseille	26	0	488,50	
Piastra	27	0	521,10	

Aus den Abweichungen der Einzelwerte von den in [1], Anlage 1, letzte Spalte angegebenen arithmetischen Mitteln ergibt sich bei 15 Freiheitsgraden ein mittlerer Fehler $m_1 = \pm 0{,}42$ mGal für einen mit einem Pendelapparat einmal gemessenen Schwereunterschied. Die Verteilung der Abweichungen selbst –

für den Cambridge-Apparat (9 Werte) zwischen +0,68 u. −0,22 mGal
für den Gulf-Apparat (7 Werte) zwischen +0,08 u. −0,75 mGal
für den italienischen Apparat (6 Werte) zwischen +0,41 u. −0,71 mGal
für den Askania-Apparat (3 Werte) zwischen +0,28 u. −0,08 mGal –

deutet darauf hin, daß die Annahme der Gleichgewichtigkeit aller Pendelmessungen zumindest in erster Näherung gerechtfertigt ist. Wird das Pendelnetz in sich ausgeglichen, wobei jede Messung wieder das gleiche Gewicht bekommt, so wird der mittlere Gewichtseinheitsfehler, der dem Wert m_1 vergleichbar ist, $m_2 = \pm 0{,}41$ mGal bei 22 Freiheitsgraden. Wird der mittlere Fehler nicht aus den Verbesserungen der Einzelmessungen, sondern aus den Verbesserungen der arithmetischen Mittel unter Berücksichtigung der Anzahl der Einzelmessungen als Gewicht berechnet, so ergibt sich bei 7 Freiheitsgraden $m_3 = \pm 0{,}39$ mGal. Die Verteilung der Verbesserungen ändert sich gegenüber den oben angegebenen Grenzen kaum. Die gute Übereinstimmung der mittleren Fehler m_1, m_2 und m_3 rechtfertigt die Annahme der Gleichgewichtigkeit aller Pendelmessungen. Wegen der guten Übereinstimmung von m_2 und m_3 ist auch kaum mit wesentlichen systematischen Unterschieden zwischen den Ergebnissen der verschiedenen Pendelapparate zu rechnen.

Trotzdem wurde noch eine Ausgleichung durchgeführt, bei der als mathematisches Modell linear mit dem Schwereunterschied wachsende systematische Anteile für jeden Pendelapparat angenommen wurden; bezogen wurden diese Anteile in der Ausgleichung zunächst auf die Messungen mit dem Cambridge-Apparat. Für die Messungen mit diesem Apparat wurden also die Fehlergleichungen nach Gleichung (2), die für die übrigen drei Apparate nach Gleichung (4) gebildet. Die Unbekannten y geben die systematischen Unterschiede gegen den Cambridge-Apparat, die Differenzen zweier y-Werte die anderen Kombinationen. Der mittlere Gewichtseinheitsfehler wird bei 19 Freiheitsgraden $m_4 = \pm 0{,}40$ mGal. Da sich dieser Wert nur sehr unwesentlich von dem Wert $m_2 = \pm 0{,}41$ mGal der normalen Pendelnetz-Ausgleichung unterscheidet, können die systematischen Anteile kaum reell sein. Im einzelnen sind die Koeffizienten y der systematischen Unterschiede $y \cdot \Delta g$ [in 10^{-4}]:

	y	m_y	$t = \frac{y}{m_y}$
zwischen dem Cambridge- und dem Gulf-Apparat	− 4,6	±3,9	1,18
und dem italienischen Apparat	− 5,3	±4,8	1,10
und dem Askania Apparat	+ 5,2	±5,1	1,02
zwischen dem Gulf- und dem italienischen Apparat	− 0,7	±5,4	0,13
und dem Askania-Apparat	− 9,8	±5,4	1,81
zwischen dem italienischen und dem Askania-Apparat	−10,5	±6.5	1,62

Ein Test mit der t-Verteilung zeigt, daß keiner der Quotienten $t = \frac{y}{m_y}$ den Wert $t = 2{,}09$ erreicht, der bei 19 Freiheitsgraden erst der Wahrscheinlichkeit $P = 0{,}05$ entspricht. Die systematischen Unterschiede sind also statistisch nicht gesichert; d. h. mit anderen Worten, daß der Ansatz der Fehlergleichungen nach Gleichung (2) für alle in [1], Anlage 1 zusammengestellten Pendelmessungen zutreffend ist. Der mittlere Fehler aller dort angegebenen Schwereunterschiede ist dann

$$m_2 = \pm 0{,}41 \text{ mGal};$$

die Gewichte der Pendelmessungen sind dementsprechend einheitlich

$$p_{i.\,AB} = \frac{\text{const.}}{m_2^2}.$$

4. Mittlere Fehler der Gravimetermessungen

Wesentlich inhomogener als die Pendelmessungen sind die Gravimetermessungen, die für das europäische Gravimetereichsystem zur Verfügung stehen. Einen Überblick über die Verschiedenartigkeit der Messungen gibt der Abschnitt 3.2 in [1]. Es ist unmöglich, im Rahmen einer sehr detaillierten Fehlertheorie durch komplizierte Gewichtsansätze dieser Verschiedenartigkeit des Ausgangsmaterials Rechnung zu tragen, da für die einzelnen Vergleichsmöglichkeiten viel zu wenig Überbestimmungen vorliegen, um statistisch gesicherte Aussagen über die mittleren Fehler zu bekommen, die die tatsächliche äußere Genauigkeit der einzelnen Messungen bzw. Messungsgruppen repräsentieren. Darüberhinaus ist der Gewichtsansatz auch von untergeordneter Bedeutung, wie im folgenden Abschnitt noch gezeigt wird.

Wichtig ist dagegen, daß die nichtlinearen Anteile der Eichfunktionen bei den einzelnen Instrumenten gut erfaßt sind, damit die in die Ausgleichung einbezogenen Schwereunterschiede im Rahmen der Meßgenauigkeit nur noch lineare Maßstabsunterschiede enthalten, die durch Ansatz der Glieder $(1 + y_\lambda) \cdot \Delta g_\lambda$ berücksichtigt werden. Für die Messungen der Spalten Nr. 1 bis 5 der Übersicht 4 in [1] ist diese Forderung erfüllt, wie Untersuchungen der Linienmessungen zwischen München und Catania ergeben haben. Für die anderen Messungen bestehen zu wenig Vergleichsmöglichkeiten. Gewisse Unsicherheiten müssen hierfür in Kauf genommen werden. Besonders kritisch sind die Messungen der Expéditions Polaires Françaises (EPF), die nicht einmal bestätigt werden konnten.

Um einen ersten Überblick über die Gesamtheit des in [1], Übersicht 4 zusammengestellten Gravimeternetzes zu bekommen, wurde eine Ausgleichung im Maßstab der Messungen der TH Hannover angesetzt; d. h. für die Messungen der Spalte Nr. 1 in Übersicht 4 wurden Fehlergleichungen von der Form der Gleichung (2) und für die übrigen Messungen Fehlergleichungen von der Form der Gleichung (4) angesetzt.

Allen Messungen wurde das gleiche Gewicht gegeben. Der mittlere Gewichtseinheitsfehler dieser Ausgleichung ist bei 90 Freiheitsgraden $m_0 = \pm 0{,}13$ mGal. Die größten Verbesserungen — 0,63 und + 0,34 mGal treten bei den Messungen der EPF auf, während sie für alle anderen Messungen ziemlich einheitlich im Bereich von $\pm 0{,}28$ mGal bleiben.

Mit den Eichfaktoren y dieser Ausgleichung wurden die Schwereunterschiede der Übersicht 4 in [1] auf einen einheitlichen Maßstab gebracht und die so maßstabskorrigierten Schwereunterschiede dann auf ihre mittleren Fehler untersucht.

Läßt man zunächst die Messungen der EPF außer Betracht, so erhält man aus den Abweichungen der übrigen Schwereunterschiede gegen ihre arithmetischen Mittel einen mittleren Fehler eines einzelnen Schwereunterschiedes der Übersicht 4 in [1]

$$m_0 = \pm 0{,}095 \text{ mGal}$$

bei 45 Freiheitsgraden. Wird der mittlere Fehler nur aus Linienmessungen berechnet, so ergibt sich bei 37 Freiheitsgraden ebenfalls $\pm 0{,}095$ mGal.

Vergleicht man nun die Messungen der EPF mit den Mitteln aus allen anderen Messungen, so zeigt sich im Rahmen der Vergleichsmöglichkeiten, daß auch dort nur die drei Messungen für den Schwereunterschied Edinburgh – Paris erheblich ungenauer sind als die anderen Messungen. Läßt man nur diese drei Messungen unberücksichtigt, so ergibt sich aus den Abweichungen aller übrigen Messungen gegen die zugehörigen arithmetischen Mittel der mittlere Fehler eines Schwereunterschiedes in [1], Übersicht 4

$$m_G = \pm 0{,}096 \text{ mGal}$$

bei 57 Freiheitsgraden. Für die drei Messungen Edinburgh – Paris der EPF ist der entsprechende mittlere Fehler

$$\overline{m}_G = \pm 0{,}47 \text{ mGal}$$

bei 2 Freiheitsgraden. Der Unterschied der Werte m_G und $\overline{m}_G$ ist statistisch gesichert, wie ein Test mit der F-Verteilung zeigt.

Für die Fluggravimetrierungen des Geodätischen Institutes der TH Hannover hat der Beobachter, Dipl.-Ing. Bettac in [4] unterschiedliche Gewichte angegeben, die aus der Anzahl der Hin- und Rückmessungen abgeleitet wurden. Diese Gewichtsfestsetzung, die teilweise nicht einmal statistisch gesichert ist, ist auch insofern problematisch, als alle Messungen einer einheitlichen Gangkorrektion unterworfen worden sind. Die in [1] Übersicht 4, Spalte Nr. 1 zusammengestellten Schwereunterschiede sind also wesentlich stärker korreliert als die Linienmessungen der anderen Institute. Außerdem sind an die über große Strecken gemessenen Schwereunterschiede noch Zentrierungen auf die Knotenpunkte angebracht. Sie würden bei stark unterschiedlichen Gewichten unter Umständen genau wie nicht vollkommen getilgte Nichtlinearitäten der Eichfunktionen die Ausgleichungsergebnisse übermäßig beeinflussen. Aus all diesen Gründen erscheint es nicht sinnvoll, die von Bettac in [4] angegebenen Gewichte zu übernehmen. Statt dessen wird vorgeschlagen, mit Ausnahme der drei EPF-Messungen zwischen Edinburgh und Paris alle anderen Messungen zur gleichen Grundgesamtheit gehörig zu betrachten mit einem mittleren Fehler $m_0 = \pm 0{,}10$ mGal. Jede der drei EPF-Messungen hat dagegen den mittleren Fehler $m_0 = \pm 0{,}47$ mGal. Die Gewichte der Fehlergleichungen (4) sind dann dementsprechend

$$p_{\lambda \cdot \mathrm{AB}} = \frac{\text{const.}}{m_0^2} \quad \text{bzw.} \quad p'_{\lambda \cdot \mathrm{AB}} = \frac{\text{const.}}{m_0'^2}.$$

5. Einfluß des Gewichtsansatzes auf die Ausgleichungsergebnisse und auf ihre mittleren Fehler

Von verschiedenen Seiten wurde auf die Problematik des „richtigen" Gewichtsansatzes bei der Ausgleichung nach Cook hingewiesen. Sicher ist es aber besser, wenigstens näherungsweise die tatsächlichen Gewichtsverhältnisse zu erfassen, als a priori zu verlangen, die Gravimetermessungen gegenüber den Pendelmessungen als fehlerfrei zu betrachten.

An einem Testnetz wurde in [5] bereits nachgewiesen, daß der Einfluß des Gewichtsansatzes auf die mittleren Fehler der Unbekannten nur klein ist.

Verhältnismäßig einfach lassen sich die Grenzen berechnen, in denen die Unbekannten x der Ausgleichung liegen müssen. Der erste Extremfall, der den tatsächlichen Verhältnissen allerdings am wenigsten entspricht, ist dann gegeben, wenn die Gravimetermessungen gegenüber den Pendelmessungen das Gewicht Null haben, d. h. wenn die Pendelmessungen in sich ohne Berücksichtigung der Gravimetermessungen ausgeglichen werden. Der zweite Extremfall, der den tatsächlichen Gegebenheiten nahekommt, liegt vor, wenn die Gravimetermessungen gegenüber den Pendelmessungen als fehlerfrei angenommen werden. Das Verfahren, das diesem Extremfall entspricht, wurde bereits in [5] zu Maßstabsbestimmungen benutzt. Zunächst wird dabei das Gravimeternetz in sich in einem beliebigen Maßstab unter Berücksichtigung der Gewichtsverhältnisse der endgültigen Ausgleichung ausgeglichen. Für die Pendelnetz-Ausgleichung werden dann die ausgeglichenen Schwereunterschiede $\Delta g_{G.\,\mathrm{AB}}$ des Gravimeternetzes unter Berücksichtigung eines Maßstabsfak-

tors y für das ganze Gravimeternetz angehalten. Die Fehlergleichungen für diese Ausgleichung erhält man durch Einsetzen von Gleichung (3) in Gleichung (1)

$$V_{i.\,AB} = -\underbrace{(\Delta g_{i.\,AB} - \Delta g_{G.\,AB})}_{1} + y \cdot \Delta g_{G.\,AB}. \tag{5}$$

Die einzige aus der Ausgleichung zu bestimmende Unbekannte ist

$$y = \frac{[\Delta g \cdot 1]}{[\Delta g^2]}. \tag{6}$$

Da das Gravimeternetz in sich ausgeglichen ist, sind durch die Ausgleichung auch die Schleifenwidersprüche des Pendelnetzes getilgt.

Der mittlere Fehler des Maßstabsfaktors y für das Gravimeternetz wird

$$m_y = m_0 \sqrt{\frac{1}{[\Delta g^2]}}$$

mit $[\Delta g^2]$ = Quadratsumme aller mit Pendelapparaten gemessenen Schwereunterschiede.

Da dieser Wert m_y unter der Voraussetzung gilt, daß die Gravimetermessungen in sich widerspruchsfrei sind, ist er der Minimalwert für den mittleren Fehler des Maßstabsfaktors überhaupt.

In den mittleren Fehlern $m_{\Delta g}$ beliebiger ausgeglichener Schwereunterschiede des Pendel- und Gravimeternetzes wirkt sich neben den reinen Messungsfehlern die Maßstabsunsicherheit in voller Größe aus (vgl. [5]); es muß also die Ungleichung gelten

$$m_{\Delta g} \geqq \Delta g \cdot m_y = \Delta g \cdot m_0 \sqrt{\frac{1}{[\Delta g^2]}}.$$

Für das europäische Gravimetereichsystem wird mit $m_0 = \pm 0{,}41$ mGal und $[\Delta g^2] = 7698906$ [mGal^2]

$$m_{\Delta g} \geqq \pm 1{,}47 \cdot \Delta g \cdot 10^{-4}.$$

In Tabelle 2 sind die ausgeglichenen, auf Bad Harzburg bezogenen Schwerewerte x der Pendelstationen des europäischen Gravimetereichsystems für die beiden Extremfälle gegenübergestellt. Obgleich der erste Fall (nur Pendelnetz) den Realitäten sehr wenig entspricht, sind die Differenzen in den Ergebnissen kaum größer als die bei der endgültigen Ausgleichung zu erwartenden mittleren Fehler. Lediglich für Mailand ergibt sich eine große Differenz, die wohl auf die Pendelmessung München – Mailand mit dem italienischen Pendelapparat zurückzuführen ist, die bei der zweiten Ausgleichung eine sehr große Verbesserung bekommt.

Wenn aber eine Änderung des Gewichtsansatzes von 1 : 0 zu 1 : ∞ die ausgeglichenen Schwerewerte x nur in mäßigen Grenzen beeinflußt, so werden wesentlich kleinere Unsicherheiten im Gewichtsansatz praktisch ohne nennenswerten Einfluß auf die Ergebnisse bleiben.

Abschließend kann diese Feststellung noch durch einen interessanten Vergleich bestätigt werden, der außerdem zeigt, von wie untergeordneter Bedeutung die Festsetzung der

gegenseitigen Gewichtsverhältnisse der Gravimetermessungen ist. Bettac hat in [4] seine Großraumgravimetrierungen mit einem Askania-Gravimeter Gs 12 zusammen mit den Pendelmessungen des europäischen Gravimetereichsystems (allerdings noch unter Einschluß der inzwischen verworfenen kanadischen Pendelmessungen) nach dem Vorschlag von Cook streng ausgeglichen. Das Gewichtsverhältnis der Pendelmessungen zu einem einmal im Hin- und Rückgang mit dem Gravimeter gemessenen Schwereunterschied wurde 1 : 90 angenommen. Die Gewichte der Gravimetermessungen in sich schwanken erheblich zwischen 0,5 und 18,5. Als weitere Besonderheit gegenüber der Ausgleichung des europäischen Gravimetereichsystems wurden alle Zentrierelemente zwischen den Flughafenpunkten und den Knotenpunkten des Eichsystems als Beobachtungen mit in die Ausgleichung eingeführt. Die ausgeglichenen Schwerewerte x der Pendelstationen (wieder bezogen auf Bad Harzburg), die aus [4], Tabelle 14, Nr. IV entnommen sind, enthält ebenfalls Tabelle 2.

Tabelle 2

Nr.	Station	Pendelnetz-ausgleichung 1. Extremfall x_{I} mGal	Pendel- und ausgeglichenes Gravimeter-Netz 2. Extremfall x_{II} mGal	Strenge Ausgleichung Bettac x_{III} mGal	$m_{x\,\mathrm{III}}$ $x_{\mathrm{II}}-x_{\mathrm{I}}$	$x_{\mathrm{III}}-x_{\mathrm{II}}$	$=$ $x_{\mathrm{III}}-x_{\mathrm{II}}$ $-2{,}6\,(x-x_7)\cdot 10^{-4}$
1	Hammerfest	982 632.28	982 632.40	—	— +0.12	—	
2	Bodö	982 386.86	982 387.33	982 387.59	±0.30 +0.47	+0.26	—0.05
3	Oslo	981 927.27	981 927.28	981 927.46	±0.19 +0.01	+0.18	—0.01
4	Edinburgh	981 583.72	981 583.85	981 583.98	±0.12 +0.13	+0.13	+0.03
5	Kopenhagen	981 557.94	981 557.91	981 558.03	±0.11 —0.03	+0.12	+0.03
6	Teddington	981 196.49	981 196.57	981 196.57	±0.07 +0.08	±0.00	—0.01
7	Bad Harzburg	981 180.40	981 180.40	981 180.40	— —	—	—
8	Paris	980 940.76	980 940.86	980 940.85	±0.09 +0.10	—0.01	+0.05
9	München	980 744.59	980. 744.58	980 744.40	±0.12 —0.01	—0.18	—0.07
10	Mailand	980 564.68	980 565.39	980 565.09	±0.17 +0.71	—0.30	—0.14
12	Rom	980 364.11	980 364.40	980 364.15	±0.21 +0.29	—0.25	—0.04
13	Catania	980 046.79	980 047.13	980 046.84	±0.28 +0.34	—0.29	±0.00

Die Differenzen dieser Werte gegen die entsprechenden Werte des zweiten Extremfalles, die auf ganz anderem Wege unter Einbeziehung aller als gleichgewichtig angenommenen Gravimetermessungen des Eichsystems entstanden sind, überschreiten kaum die mittleren Fehler der ausgeglichenen Schwerewerte x_{III}. Beseitigt man noch einen linearen Maßstabsunterschied $-2{,}6 \cdot \Delta g \cdot 10^{-4}$, der auf die Mitverwendung der kanadischen Pendelmessungen bei der Ausgleichung von Bettac zurückzuführen ist, so bleiben die in Tabelle 2, letzte Spalte angegebenen Differenzen Δ zwischen den Werten der Bettac'schen Ausgleichung und dem zweiten Extremfall, der der strengen Ausgleichung des europäischen Gravimetereichsystems nahe kommt; nur für die Station Mailand wird der mittlere Fehler $m_{x\,\mathrm{III}} = \pm 0{,}17$ mGal von dem entsprechenden Wert Δ fast erreicht; für alle anderen Stationen liegen die Differenzen Δ weit innerhalb der mittleren Fehler $m_{x\,\mathrm{III}}$. Damit ist noch einmal bestätigt, wie wenig sich Änderungen im Gewichtsansatz auf die Ergebnisse der Ausgleichung des europäischen Gravimetereichsystems auswirken werden.

6. Vorschlag für die Gewichte der Pendel- und Gravimetermessungen

Auf Grund der vorstehenden Untersuchungen wird vorgeschlagen, folgende Gewichte für die Fehlergleichungen (2) und (4) zu benutzen:

für alle in [1], Anlage 1 zusammengestellten Pendelmessungen

$$p_{i.\,AB} = \frac{100}{41^2} = 0{,}06;$$

für die in [1], Übersicht 4 zusammengestellten Gravimetermessungen (ohne Schwereunterschied 4–8, Edinburgh–Paris)

$$p_{\lambda.\,AB} = \frac{100}{10^2} = 1{,}00;$$

für die Messungen des Schwereunterschiedes 4–8, Edinburgh–Paris

$$p'_{\lambda.\,AB} = \frac{100}{47^2} = 0{,}05.$$

Der mittlere Gewichtseinheitsfehler müßte bei diesem Gewichtsansatz ca. ± 10 [mGal/100] werden. Führt man die Beobachtungen Δg in [mGal/100] und die Koeffizienten Δg der Unbekannten y in [100 mGal] in die Fehlergleichungen ein, so werden die Unbekannten x im Bereich von ± 50 [mGal/100], die Eichfaktoren im Bereich von $\pm 10 \cdot [10^{-4}]$ und die Gewichtskoeffizienten der unbestimmten Auflösung im Bereich von ± 50 liegen.

LITERATURANGABEN

[1] Kneißl, M., Das europäische Gravimeter-Eichsystem, Unterlagen und Vorbericht zur einheitlichen internationalen Ausgleichung nach der Methode von Dr. A. H. Cook. Abh. d. Bayer. Akad. d. Wiss., math.-nat. Kl. N.F. Heft 111, München 1963.

[2] Cook, A. H., The Calibration of Gravity Meters by Comparison with Pendulums. Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society, Vol. I, no. 1, 1958.

[3] Coron, S., Réunion de la Commission Gravimétrique Internationale, Bull. géod., Nouv. Série, Nr. 56, Paris 1960.

[4] Bettac, W., Messungen großer Schwereunterschiede mit einem nicht astasierten Federgravimeter mit veränderbarer Masse. Veröff. d. DGK, Reihe C, Heft Nr. 55, München 1963.

[5] Marzahn, K., Untersuchung der Pendel- und Gravimetermessungen auf dem europäischen Gravimetereichsystem. Veröff. der DGK, Reihe A, Heft Nr. 38, S. 93–113, München 1961.

DIE AUSGLEICHUNG 1962 DES EUROPÄISCHEN GRAVIMETEREICHSYSTEMS

ABSCHLUSSBERICHT

von

M. Kneißl und K. Marzahn

Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut

1. Die Messungsunterlagen, die Rechenstellen

Gemäß der in Helsinki im August 1960 von der Internationalen Assoziation für Geodäsie gefaßten Resolution Nr. 19 ([1], S. 423) wurden in [2] alle Pendel- und Gravimetermessungen zusammengestellt, die in die Ausgleichung des europäischen Gravimetereichsystems einbezogen werden sollen. Vor der endgültigen Zusammenstellung hatten die Beobachter noch Gelegenheit, die Meßergebnisse im einzelnen zu überprüfen. Vorschläge für den Gewichtsansatz wurden in [3] gemacht. Dabei wurde gleichzeitig nachgewiesen, daß der Gewichtsansatz die Ergebnisse der Ausgleichung nur sehr wenig beeinflussen wird. Die Manuskripte der Arbeiten [2] und [3] wurden bis Januar 1962 an die in der Resolution Nr. 19 namentlich aufgeführten Institute mit der Bitte verteilt, die Ausgleichung nach dem international anerkannten Vorschlag von Dr. A. H. Cook durchzuführen und die Ergebnisse bis April 1962 mitzuteilen. Fristgerecht gingen die Ausgleichungsergebnisse von folgenden Rechenstellen ein:

1. von Herrn Prof. Bruins, Laboratorium voor Geodesie, Technische Hogeschool, Delft (2. 4. 1962);

2. von Herrn Dr. A. H. Cook, National Physical Laboratory, Teddington (13. 4. 1962);

3. von Herrn Dr. K. Marzahn, Geodätisches Institut der Technischen Hochschule München, [4] (11. 3. 1962).

Außerdem liegt ein kurzer Bericht von Herrn Prof. Solaini vom 28. 3. 1962 zur Ausgleichung des europäischen Gravimetereichsystems vor. Da von der italienischen Rechenstelle aber lediglich eine Teiluntersuchung auf der Linie Flensburg – Bad Harzburg – München – Rom – Catania ausgeführt wurde, können diese Ergebnisse nicht mit den drei strengen Ausgleichungen verglichen werden. Auf Grund der italienischen Untersuchungen ist die italienische Geodätische Kommission zu einer Stellungnahme gekommen, die von den in internationaler Zusammenarbeit entstandenen Resolutionen und Empfehlungen der Internationalen Gravimetrischen Kommission und der Internationalen Assoziation für Geodäsie abweicht. Auf diese Stellungnahme soll in Abschnitt 4 im Anschluß an die Diskussion der Ergebnisse der strengen Ausgleichung näher eingegangen werden.

2. Die Ausgleichung des europäischen Gravimetereichsystems

2.1 Fehlergleichungen und Normalgleichungen

Die Rechenformeln, nach denen von den drei Rechenstellen einheitlich die Fehlergleichungen aufgestellt wurden, sind in [3] und [4] angegeben. Der Gewichtsansatz erfolgte bei den Rechenstellen 2 und 3 einheitlich nach dem Vorschlag in [3]. Unterschiede in den Ergebnissen der Rechenstellen 2 und 3 sind also ausschließlich auf Abrundungsungenauigkei-

ten in den Normalgleichungen und in ihrer Reduktion zurückzuführen. Die Fehlergleichungen sind in Anlage I angegeben. In der Rechenstelle 1 wurden die Fehlergleichungen der verschiedenen Pendelmessungen für den gleichen Schwereunterschied unter entsprechender Berücksichtigung in den Gewichten zusammengefaßt. Dadurch ändert sich die Quadratsumme der Verbesserungen bei gleichzeitiger Änderung der Anzahl der Freiheitsgrade. Der mittlere Gewichtseinheitsfehler sollte bei zutreffendem Gewichtsansatz aber mit dem mittleren Gewichtseinheitsfehler, der sich bei der Ausgleichung der nicht zusammengefaßten Fehlergleichungen ergibt, übereinstimmen. Auf die Schlußergebnisse hat die Zusammenfassung keinen Einfluß. Darüberhinaus ist Herr Prof. Bruins aber auch zu einer anderen Deutung der Genauigkeit der drei Gravimetermessungen der Expéditions Polaires Françaises zwischen Paris und Edinburgh gekommen als Dr. Marzahn. Während in [3] die drei Messungen als gleich genau, aber im Verhältnis zu allen anderen Gravimetermessungen als wesentlich ungenauer angesehen werden und der Gewichtsansatz $p = 0{,}05$ einer Streichung praktisch gleichkommt, hat Prof. Bruins nur eine der drei Messungen als grob falsch gestrichen und die anderen beiden Messungen als gleich genau mit allen anderen Gravimetern ($p = 1{,}00$) in der Ausgleichung berücksichtigt. In den Unterschieden der Ergebnisse der Rechenstelle 1 zu denen der beiden anderen Rechenstellen wirkt sich also der Einfluß des unterschiedlichen Gewichtsansatzes voll aus.

Die Unterschiede des Gewichtsansatzes bewirken natürlich auch kleine Unterschiede in den Normalgleichungskoeffizienten; in Anlage II sind die [4] entnommenen Normalgleichungskoeffizienten angegeben.

Zu den von den einzelnen Rechenstellen benutzten Reduktionsverfahren, deren Kenntnis in diesem Zusammenhang ohnehin keine Bedeutung hat, liegen keine näheren Angaben vor.

2.2 Mittlerer Gewichtseinheitsfehler

Die von den einzelnen Rechenstellen aus den Verbesserungen berechneten Fehlerquadratsummen $[pvv]$ und die mittleren Gewichtseinheitsfehler m_0 sind in der folgenden Tabelle 1 zusammengestellt.

Tabelle 1

	Rechenstelle 1	2	3
$[pvv]$	1,2691	1,4547	1,4546
$n - u$	106	122	122
$m_0 = \pm\sqrt{\frac{[pvv]}{n-u}}$	±0,109 mGal	±0,109 mGal	±0,109 mGal

Die mittleren Gewichtseinheitsfehler stimmen also für alle drei Ausgleichungen noch in 0,001 mGal vollkommen überein. In [4] wurde nachgewiesen, daß der Unterschied zwischen dem hier berechneten Wert ±0,109 mGal und dem auf Grund des Gewichtsansatzes theoretisch zu erwartenden Wert ±0,100 mGal nur unwesentlich ist.

2.3 Die Ergebnisse der Ausgleichungen

Die ausgeglichenen Schwerewerte, bezogen auf die Station Bad Harzburg, mit den zugehörigen mittleren Fehlern sind für die drei Rechenstellen getrennt auf Hundertstel Milligal abgerundet in Tabelle 2 gegenübergestellt.

Tabelle 2

Ausgeglichene Schwerewerte gegen die Station Bad Harzburg

Stations-Nr.	Station	Rechenstelle 1 (Bruins)		Rechenstelle 2 (Cook)		Rechenstelle 3 (Marzahn)		Endgültige Schwerewerte	
		g_1 [mGal]	$\pm m_{g_1}$ [mGal]	g_2 [mGal]	$\pm m_{g_2}$ [mGal]	g_3 [mGal]	$\pm m_{g_3}$ [mGal]	g [mGal]	m_g [mGal]
1	Hammerfest	982 632.36	±0.26	... 2.36	±0.26	... 2.36	±0.26	982 632.36	±0.26
2	Bodö	2 387.29	0.21	7.29	0.21	7.29	0.21	2 387.29	0.21
3	Oslo	1 927.29	0.14	7.29	0.14	7.29	0.14	1 927.29	0.14
4	Edinburgh	1 583.**79**	0.09	3.**80**	0.*10*	3.**80**	0.*10*	1 583.80	0.10
5	Kopenhagen	1 557.91	0.08	7.91	0.08	7.91	0.08	1 557.91	0.08
6	Teddington	1 196.57	0.06	6.57	0.06	6.57	0.06	1 196.57	0.06
7	Bad Harzburg	1 180.40	—	0.40	—	0.40	—	1 180.40	—
8	Paris	0 940.86	0.07	0.86	0.07	0.86	0.07	0 940.86	0.07
9	München	0 744.57	0.09	4.57	0.09	4.57	0.09	0 744.57	0.09
10	Milano	0 565.**35**	0.12	5.**36**	0.12	5.**36**	0.12	0 565.36	0.12
11	Bagnères	0 287.38	0.19	7.38	0.19	7.38	0.19	0 287.38	0.19
12	Rom	0 364.**36**	0.15	4.**37**	0.15	4.**37**	0.15	0 364.36	0.15
13	Catania	0 047.08	0.21	7.08	0.21	7.08	0.21	0 047.08	0.21
14	Stockholm	1 845.**69**	0.14	5.**68**	0.14	5.**68**	0.14	1 845.68	0.14
15	Hamburg	1 389.81	0.06	9.81	0.06	9.81	0.06	1 389.81	0.06
16	Bremen	1 335.20	0.08	5.20	0.08	5.20	0.08	1 335.20	0.08
17	Amsterdam	1 288.24	0.07	8.24	0.07	8.24	0.07	1 288.24	0.07
18	Hannover	1 287.32	0.04	7.32	0.04	7.32	0.04	1 287.32	0.04
19	Berlin	1 281.57	0.07	1.57	0.07	1.57	0.07	1 281.57	0.07
20	Düsseldorf	1 199.34	0.06	9.34	0.06	9.34	0.06	1 199.34	0.06
21	Brüssel	1 156.31	0.06	6.31	0.06	6.31	0.06	1 156.31	0.06
22	Frankfurt	1 057.32	0.05	7.32	0.05	7.32	0.05	1 057.32	0.05
23	Zürich	0 687.09	0.11	7.09	0.11	7.09	0.11	0 687.09	0.11
24	Genf	0 581.17	0.14	1.17	0.14	1.17	0.14	0 581.17	0.14
25	Toulouse	0 442.79	0.15	2.79	0.15	2.79	0.15	0 442.79	0.15
26	Marseille	0 488.61	0.14	8.61	0.14	8.61	0.14	0 488.61	0.14
27	Piastra	0 512.**26**	0.*13*	1.**27**	0.*12*	1.**27**	0.*13*	0 521.26	0.13

Die Unterschiede in den Schwerewerten und in ihren mittleren Fehlern sind trotz des unterschiedlichen Gewichtsansatzes maximal nur 0,01 mGal; sie überschreiten damit nicht einmal die Abrundungsungenauigkeiten der Ergebnisse. Als endgültige Schwerewerte bezogen auf die Station Bad Harzburg werden die in den letzten beiden Spalten der Tabelle 2 zusammengestellten Werte vorgeschlagen. Da die Ergebnisse der Rechenstellen 2 und 3 zu den gleichen Ausgangswerten gehören, wurde nicht generell gemittelt, sondern bei unterschiedlichen Schwerewerten wurde aus den Ergebnissen der einzelnen Rechenstellen der Schwerewert übernommen, der auf die gerade Ziffer endet; bei den mittleren Fehlern wurde grundsätzlich der größere Wert angegeben.

Die ausgeglichenen Maßstabsfaktoren mit ihren mittleren Fehlern enthält Tabelle 3. Auch hier ist die Übereinstimmung zwischen den einzelnen Meßreihen sehr gut. Die maximalen Unterschiede zwischen den Maßstabsfaktoren der einzelnen Rechenstellen sind mit 2.10^{-5} bei zugehörigen mittleren Fehlern von $\pm 20.10^{-5}$ genauso unbedeutend wie bei den Schwerewerten selbst. Bei den mittleren Fehlern tritt nur einmal ein Unterschied von 1.10^{-4} auf.

Die endgültigen Maßstabsfaktoren wurden nach dem gleichen Prinzip wie die endgültigen Schwerewerte festgelegt. In Tabelle 3 sind schließlich die Maßstabsfaktoren $Y = 1 + y$, die für die Schwereunterschiede Δg in [2], Übersicht 4 gelten, und die Maßstabsfaktoren $\bar{Y} = Y + y^0$ für die Schwereunterschiede in [2], Anlage II ausgewiesen.

2.4 Verbesserungen

Die von den Rechenstellen 2 und 3 berechneten Verbesserungen unterscheiden sich maximal um 0.002 mGal. Gegen die Verbesserungen der 1. Rechenstelle treten für die drei Fehlergleichungen, deren Gewichte unterschiedlich angesetzt worden sind, Unterschiede von 0,035 mGal auf. Die [4] entnommenen Verbesserungen sind in Anlage I mitangegeben.

2.5 Gewichtskoeffizienten

Die Gewichtskoeffizienten, die zur Berechnung der mittleren Fehler der Schwerewerte gegen die Station Bad Harzburg und der Maßstabsfaktoren benutzt worden sind, unterscheiden sich ebenfalls wenig, wie die gute Übereinstimmung der mittleren Fehler zeigt. Die Gewichtskoeffizienten sind nach Rechenstellen getrennt auf 3 Dezimalen nach dem Komma in Tabelle 4 zusammengestellt.

Da $Q_{i \cdot k} = Q_{k \cdot i}$ ist, wurden nur die Koeffizienten aufgeführt, für die $i \leqq k$ ist. Die Indizes i und k der Tabelle 3 stimmen mit den Nummern 1–27 der Knotenpunkte des Gravimetereichsystems überein. Die Indizes $28 \ldots i, k \ldots 36$ beziehen sich auf die Maßstabsfaktoren in der Reihenfolge der Tabelle 3.

3. Diskussion der Ergebnisse

Der unterschiedliche Gewichtsansatz hat die Ergebnisse praktisch nicht beeinflußt. Es erübrigt sich deshalb darüber zu diskutieren, welchem Ansatz der Vorzug zu geben ist. Darüberhinaus hat Marzahn in [4] gezeigt, daß auch wesentlich größere Gewichtsveränderungen die Schwerewerte des Gravimetereichsystems im Verhältnis zu den zugehörigen mittleren Fehlern kaum beeinflussen können.

Tabelle 3. Ausgeglichene Maßstabsfaktoren

Nr. (lfd. Nr.)	Institut	Rechenstelle 1 (Bruins)		Rechenstelle 2 (Cook)		Rechenstelle 3 (Marzahn)		Endgültige Werte		Eichfaktor der Δg-Werte in [2], Übersicht 4	$y^0 \cdot 10^4$	Eichfaktor der Δg-Werte in [2], Anlage II
		$y \cdot 10^4$	m_y 10^4	$y \cdot 10^4$	$m_y \cdot 10^4$	$y \cdot 10^4$	$m_y \cdot 10^4$	$y \cdot 10^4$	$m_y \cdot 10^4$	$Y = 1 + y$		$\overline{Y} = Y + y^0$
1 (28)	Geod. Inst., TH Hannover	— 2.2	± 1.8	— 2.2	± 1.8	— 2.2	±1.8	— 2.2	± 1.8	0.99978	0	0.99978
2 (29)	Osservatorio Geof. Sper. Trieste	+ 0.7	± 1.9	+0.5	± 2.0	+0.6	± 1.9	+ 0.6	± 2.0	1.00006	0	1.00006
3 (30)	Inst. f. Angew. Geod. Frankfurt/M.	— 0.6	± 2.2	— 0.6	±2.2	— 0.6	± 2.2	— 0.6	± 2.2	0.99994	0	0.99994
4 (31)	Geod. Inst. d. TH Aachen/DGFI, I. Abt. München	— 2.3	± 3.1	— 2.4	± 3.1	— 2.4	± 3.1	— 2.4	± 3.1	0.99976	+ 15.0	1.00126
5 (32)	Ist. di Geodesia, Politecnico Milano	— 1.6	±2.6	— 1.7	± 2.6	— 1.7	± 2.6	— 1.6	± 2.6	0.99984	0	0.99984
6 (33)	Norges geogr. oppm.	+ 2.9	± 3.2	+ 2.9	± 3.2	+ 2.9	± 3.2	+ 2.9	± 3.2	1.00029	+ 10.0	1.00129
7 (34)	Dänisches Geod. Inst.	+ 2.3	± 3.2	+ 2.7	± 3.2	+ 2.7	± 3.2	+ 2.8	± 3.2	1.00028	+ 10.0	1.00128
8 (35)	Österr. Bundesamt	— 8.5	± 4.5	— 8.6	± 4.5	— 8.6	± 4.5	— 8.6	± 4.5	0.99914	0	0.99914
9 (36)	Expéditions Polaires Françaises	— 1.6	±1.9	— 1.8	± 1.9	— 1.8	± 1.9	— 1.7	± 1.9	0.99983	+ 10.0	1.00083

Die mittleren Fehler der Schwerewerte sind ein Maß für die äußere Genauigkeit der Schwereunterschiede gegen die Station Bad Harzburg. In Abb. 1 sind die mittleren Fehler in Abhängigkeit von der Größe der Schwereunterschiede aufgetragen. Diese graphische Darstellung zeigt sehr deutlich, daß sich die mittleren Fehler in der Hauptsache aus einem konstanten Anteil (etwa 0,04 m Gal) und einem linear mit dem gemessenen Schwereunterschied wachsenden Anteil (etwa $1{,}4 \cdot 10^{-4} \cdot |\Delta g|$) zusammensetzen.

Da die Station Bad Harzburg verhältnismäßig zentral gelegen ist, wurden die aus den Gewichtskoeffizienten berechneten mittleren Fehler der Schwereunterschiede gegen die nördlichste Station Hammerfest in gleicher Weise aufgetragen (Abb. 2). Die mittleren Fehler für die Schwereunterschiede gegen die extrem gelegene Station Hammerfest haben die gleichen Eigenschaften wie die mittleren Fehler der Schwereunterschiede gegen die Station Bad Harzburg.

Obgleich die Verteilung der Gravimetermessungen über das Eichsystem nicht homogen ist, sind die mittleren Fehler praktisch nur von der Größe der ausgeglichenen Schwereunterschiede, nicht aber von der Lage der betreffenden Stationen im Eichsystem abhängig, d. h. aber, daß die Genauigkeit der ausgeglichenen Schwerewerte im Gegensatz zu vielen Vermutungen und Befürchtungen recht homogen ist. Der mittlere Maßstabsfehler, der fast ausschließlich durch die Pendelmessungen bedingt ist, ist für das europäische Gravimetereichsystem in seiner jetzigen Form kleiner als 2.10^{-4}. Die in der Empfehlung Nr. 19 ([1]) angegebene Grenze für den mittleren Eichfehler von 3.10^{-4} ist damit noch deutlich unterschritten..

4. Die italienische Stellungnahme

Zu der auf Grund der Internationalen Empfehlungen ausgeführten Ausgleichung nach dem Verfahren von Cook hat die italienische Geodätische Kommission mit folgendem Brief vom 27. 3. 1962 Stellung genommen (Übersetzung aus dem Englischen):

„Sehr geehrter Herr Professor Kneißl!

Anläßlich der vor ein paar Tagen abgehaltenen Plenarsitzung der Italienischen Geodätischen Kommission hat Prof. Solaini namens der gravimetrischen Sub-Kommission über den Stand der Ausgleichung der europäischen Eichlinie referiert. Diese Ausgleichung führte das Istituto di Geodesia, Topografia e Fotogrammetria der Technischen Hochschule Mailand und das Osservatoria Geofisico Sperimentale Triest durch.

Die Kommission hat mich unter Berücksichtigung des Standes der Messungen und der von Ihnen für das ganze europäische Netz vorgeschlagenen Ausgleichungsberechnungen beauftragt, Ihnen die Ansicht der Italienischen Geodätischen Kommission mitzuteilen.

Zunächst haben wir den großen Mangel an Homogenität in den mit Gravimetern entlang der Linie durchgeführten Messungen bemerkt. Tatsächlich existieren zwischen Catania und Bad Harzburg viele ausgezeichnete, von italienischen, deutschen und österreichischen Geodäten ausgeführte Messungen. Im Gegensatz dazu ist zwischen Flensburg und Hammerfest die Situation der Linie sehr schwierig.

Zweitens hat die Kommission die Ausgleichungsmethoden einer Überprüfung unterzogen. Die Einführung des komplexen Netzes mit dem Namen „Europäisches Gravimetereichsystem" wird nicht für zweckmäßig angesehen, um die Genauigkeit und Einheitlichkeit zu erreichen, die für die beiden von der Linie zu erfüllenden Aufgaben not-

Abb.1

Mittlere Fehler $m_{\Delta g}$ der ausgeglichenen Schwereunterschiede Δg gegen die Station Bad Harzburg

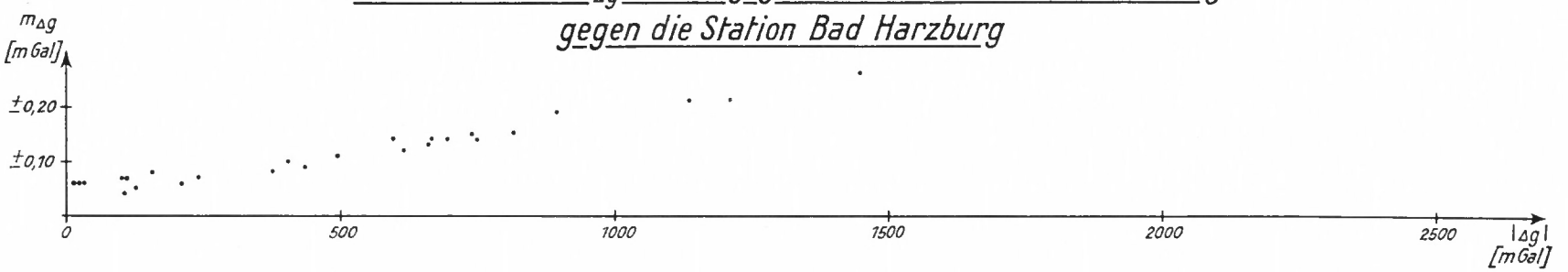
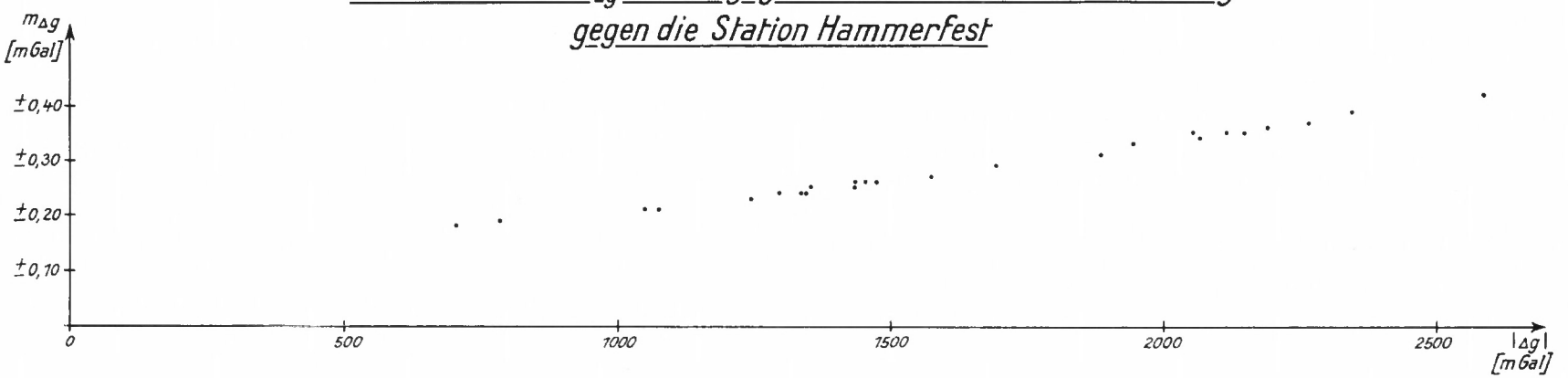


Abb.2

Mittlere Fehler $m_{\Delta g}$ der ausgeglichenen Schwereunterschiede Δg gegen die Station Hammerfest



wendig sind, nämlich eine große Eichlinie und eine große Meridianlinie zu sein, was wichtig ist für die Einbeziehung in das Weltnetz I.O.

Die Italienische Geodätische Kommission glaubt daher, daß die an der Technischen Hochschule München durchgeführte Ausgleichung, die für die Aufstellung eines vorläufigen Systems von Schweredifferenzen im östlichen Europa sehr nützlich ist, nicht endgültig angenommen werden kann für die Aufstellung der g-Werte entlang der Eichlinie.

Die italienische Delegation wird diesen Gesichtspunkt bei der Tagung der Internationalen Gravimetrischen Kommission im nächsten September aufrecht erhalten.

Die Italienische Geodätische Kommission glaubt, daß es notwendig sei, weitere Messungen mit Gravimetern durchzuführen, mindestens zwischen Bad Harzburg und Bodö, und zwar mit den gleichen Methoden wie auf dem südlichen Teil der Linie. Außerdem sind weitere Pendelverbindungen, besonders zwischen Rom und Kopenhagen, erwünscht. Das Istituto di Geodesia, Topografia e Fotogrammetria der Technischen Hochschule Mailand untersucht gegenwärtig die Möglichkeit der Durchführung dieser letzteren Messungen mit zwei Dreipendelapparaten, von denen einer kürzlich gebaut wurde.

Ich wäre sehr dankbar, wenn Sie mir Ihre Meinung zu dieser Sache mitteilen würden.

Mit besten Grüßen

Ihr sehr ergebener

DER PRÄSIDENT

gez. G. Cassinis"

U. E. ist es am wichtigsten, die Brauchbarkeit oder Unbrauchbarkeit einer Ausgleichung an Hand der Endergebnisse zu beurteilen, die den weiteren internationalen Arbeiten zugrunde gelegt werden sollen. Hier zeigt sich an Hand der in Abschnitt 3 mitgeteilten Untersuchungen, daß die aus den in der Tat unhomogenen Schweremessungen erhaltenen ausgeglichenen Schwerewerte durchaus homogen und als Grundlage für weitere internationale Arbeiten auch im Weltschwerenetz I. Ordnung geeignet sind.

Als Beispiel sei erwähnt, daß der Gesamtschwereunterschied zwischen Hammerfest und Catania $\Delta g = 2\,585{,}28$ mGal nur einen mittleren Fehler von $\pm 0{,}42$ mGal hat. Es bedarf sicher noch großer Anstrengungen, um das Weltschwerenetz I. Ordnung so homogen wie das jetzige europäische Gravimetereichsystem zu machen und seine Maßstabsgenauigkeit zu erreichen.

Selbstverständlich wird es möglich sein, durch weitere Messungen kleine, unbedeutende Verbesserungen am Eichsystem anzubringen, diese stehen aber in keinem Verhältnis zum Arbeitsaufwand. Das Ziel kann nicht sein, ein Eichsystem zu schaffen, das „so genau wie möglich", sondern „so genau wie nötig" ist; und die nötige Genauigkeit ist nach unserer Meinung jetzt erreicht, so daß wir vorschlagen, für die Arbeiten der nächsten Jahre die in Tabelle 2 angegebenen endgültigen Schwerewerte für verbindlich zu erklären. Sollte sich im Laufe der Jahre durch weitere genauere Messungen oder auch durch höhere Anforderungen in neuen Forschungsbereichen der Wunsch nach einer Verbesserung des jetzt vorgelegten Systems ergeben, so steht dem ja (genau wie jetzt bei der Verbesserung des Potsdamer Systems der Absolutwerte) nichts im Wege. Es geht aber nicht an, daß noch über Jahre hinaus verschiedene, sich im Grunde nur wenig unterscheidende nationale Maßstabssysteme benutzt werden.

Von der Festlegung der Schwerewerte der Knotenpunkte des Eichsystems ist grundsätzlich die Festlegung der Schwerewerte der zahlreichen Zwischenpunkte der

Tabelle 4. Gewichtskoeffizienten Q_{ik}

i	k	Q_{ik} R.St. 1	Q_{ik} R.St. 2	Q_{ik} R.St. 3	i	k	Q_{ik} R.St. 1	Q_{ik} R.St. 2	Q_{ik} R.St. 3	i	k	Q_{ik} R.St. 1	Q_{ik} R.St. 2	Q_{ik} R.St. 3
1	1	+5.556	+5.558	+5.557	3	23	−0.683	−0.682	−0.682	6	17	+0.204	+0.204	+0.204
	2	+4.211	+4.208	+4.207		24	−0.854	−0.853	−0.853		18	+0.085	+0.085	+0.085
	3	+2.305	+2.303	+2.303		25	−1.081	−1.080	−1.080		19	+0.124	+0.124	+0.124
	4	+1.309	+1.306	+1.305		26	−1.003	−1.002	−1.002		20	+0.133	+0.133	+0.133
	5	+1.229	+1.229	+1.228		27	−0.972	−0.971	−0.971		21	+0.192	+0.192	+0.192
	6	+0.304	+0.304	+0.304		28	+0.172	+0.172	+0.172		22	+0.146	+0.146	+0.147
	8	−0.464	−0.462	−0.462		29	+0.167	+0.167	+0.166		23	+0.117	+0.116	+0.116
	9	−1.053	−1.052	−1.052		30	+0.156	+0.155	+0.155		24	+0.118	+0.117	+0.118
	10	−1.512	−1.510	−1.510		31	+0.170	+0.170	+0.170		25	+0.119	+0.118	+0.118
	11	−2.243	−2.242	−2.240		32	+0.151	+0.151	+0.151		26	+0.120	+0.119	+0.120
	12	−2.055	−2.053	−2.053		33	+0.101	+0.101	+0.101		27	+0.090	+0.089	+0.089
	13	−2.892	−2.890	−2.889		34	+0.101	+0.101	+0.101		28	+0.006	+0.006	+0.006
	14	+2.045	+2.045	+2.044		35	+0.160	+0.159	+0.160		29	+0.005	+0.005	+0.005
	15	+0.717	+0.716	+0.716	3	36	+0.177	+0.176	+0.176		30	−0.006	−0.006	−0.006
	16	+0.551	+0.551	+0.550							31	+0.007	+0.008	+0.008
	17	+0.492	+0.492	+0.491	4	4	+0.734	+0.765	+0.765		32	−0.010	−0.009	−0.010
	18	+0.381	+0.380	+0.381		5	+0.565	+0.566	+0.566		33	+0.005	+0.005	+0.005
	19	+0.421	+0.421	+0.420		6	+0.234	+0.231	+0.231		34	+0.005	+0.005	+0.005
	20	+0.195	+0.196	+0.195		8	−0.056	−0.066	−0.066		35	−0.004	−0.004	−0.004
	21	+0.133	+0.133	+0.133		9	−0.315	−0.311	−0.311	6	36	+0.012	+0.013	+0.013
	22	−0.170	−0.169	−0.170		10	−0.460	−0.454	−0.454					
	23	−1.183	−1.182	−1.181		11	−0.722	−0.707	−0.706	8	8	+0.360	+0.363	+0.363
	24	−1.459	−1.458	−1.456		12	−0.650	−0.641	−0.640		9	+0.374	+0.372	+0.373
	25	−1.823	−1.821	−1.820		13	−0.944	−0.930	−0.929		10	+0.532	+0.529	+0.529
	26	−1.699	−1.698	−1.697		14	+0.870	+0.847	+0.847		11	+0.754	+0.748	+0.748
	27	−1.639	−1.638	−1.637		15	+0.351	+0.353	+0.353		12	+0.648	+0.644	+0.644
	28	+0.279	+0.279	+0.279		16	+0.274	+0.274	+0.274		13	+0.850	+0.844	+0.845
	29	+0.268	+0.268	+0.268		17	+0.286	+0.287	+0.286		14	−0.206	−0.198	−0.198
	30	+0.256	+0.256	+0.256		18	+0.189	+0.189	+0.189		15	−0.004	−0.004	−0.004
	31	+0.273	+0.272	+0.272		19	+0.222	+0.223	+0.223		16	+0.018	+0.018	+0.018
	32	+0.252	+0.252	+0.252		20	+0.155	+0.153	+0.153		17	+0.095	+0.095	+0.096
	33	+0.445	+0.444	+0.444		21	+0.157	+0.154	+0.154		18	+0.010	+0.010	+0.010
	34	+0.445	+0.444	+0.444		22	+0.030	+0.030	+0.030		19	+0.056	+0.056	+0.056
	35	+0.263	+0.263	+0.263		23	−0.336	−0.334	−0.334		20	+0.122	+0.123	+0.123
1	36	+0.277	+0.277	+0.277		24	−0.434	−0.430	−0.429		21	+0.188	+0.189	+0.189
						25	−0.567	−0.556	−0.556		22	+0.219	+0.218	+0.219
2	2	+3.616	+3.613	+3.612		26	−0.519	−0.513	−0.512		23	+0.459	+0.458	+0.458
	3	+2.129	+2.127	+2.127		27	−0.510	−0.503	−0.503		24	+0.544	+0.542	+0.542
	4	+1.203	+1.200	+1.200		28	+0.098	+0.097	+0.097		25	+0.658	+0.654	+0.654
	5	+1.128	+1.127	+1.126		29	+0.097	+0.094	+0.094		26	+0.621	+0.618	+0.618
	6	+0.292	+0.293	+0.292		30	+0.086	+0.085	+0.085		27	+0.539	+0.536	+0.536
2	8	−0.400	−0.398	−0.398	4	31	+0.099	+0.098	+0.098	8	28	−0.058	−0.058	−0.058

*	2	9	−0.936	−0.935	−0.935	4	32	+0.082	+0.080	+0.080	8	29	−0.064	−0.063	−0.063
		10	+1.345	−1.344	−1.344		33	+0.059	+0.059	+0.059		30	−0.074	−0.073	−0.073
		11	−2.002	−2.001	−2.000		34	+0.059	+0.059	+0.059		31	−0.060	−0.060	−0.060
		12	+1.832	+1.830	+1.830		35	+0.088	+0.086	+0.086		32	−0.077	−0.077	−0.077
		13	−2.582	−2.580	−2.579	4	36	+0.108	+0.102	+0.102		33	−0.035	−0.035	−0.035
		14	+1.871	+1.871	+1.870							34	−0.035	−0.035	−0.035
		15	+0.659	+0.658	+0.658	5	5	+0.596	+0.595	+0.595		35	−0.072	−0.072	−0.072
		16	+0.507	+0.507	+0.506		6	+0.207	+0.207	+0.207	8	36	−0.060	−0.057	−0.057
		17	+0.460	+0.460	+0.460		8	−0.063	−0.063	−0.063					
		18	+0.350	+0.350	+0.350		9	−0.298	−0.297	−0.297	9	9	+0.621	+0.620	+0.620
		19	+0.389	+0.389	+0.389		10	−0.433	−0.433	−0.433		10	+0.798	+0.797	+0.798
		20	+0.188	+0.189	+0.188		11	−0.680	−0.679	−0.679		11	+1.114	+1.115	+1.115
		21	+0.137	+0.138	+0.137		12	−0.610	−0.609	−0.608		12	+1.009	+1.008	+1.009
		22	−0.138	−0.138	−0.138		13	−0.889	−0.888	−0.887		13	+1.368	+1.367	+1.367
		23	−1.049	−1.048	−1.047		14	+0.833	+0.832	+0.831		14	−0.589	−0.591	−0.591
		24	−1.296	−1.295	−1.294		15	+0.341	+0.341	+0.340		15	−0.142	−0.141	−0.141
		25	−1.624	−1.622	−1.622		16	+0.265	+0.265	+0.264		16	−0.091	−0.091	−0.091
		26	−1.513	−1.511	−1.510		17	+0.287	+0.287	+0.287		17	−0.016	−0.016	−0.016
		27	−1.460	−1.458	−1.458		18	+0.183	+0.183	+0.183		18	−0.062	−0.062	−0.062
		28	+0.251	+0.250	+0.250		19	+0.217	+0.217	+0.217		19	−0.007	−0.007	−0.007
		29	+0.241	+0.241	+0.241		20	+0.149	+0.149	+0.149		20	+0.067	+0.067	+0.067
		30	+0.229	+0.229	+0.229		21	+0.157	+0.157	+0.157		21	+0.136	+0.135	+0.135
		31	+0.245	+0.245	+0.245		22	+0.035	+0.035	+0.035		22	+0.241	+0.240	+0.241
		32	+0.225	+0.225	+0.225		23	−0.319	−0.318	−0.318		23	+0.661	+0.660	+0.660
		33	+0.306	+0.305	+0.305		24	−0.412	−0.411	−0.411		24	+0.782	+0.782	+0.782
		34	+0.306	+0.305	+0.305		25	−0.535	−0.534	−0.534		25	+0.938	+0.937	+0.938
		35	+0.235	+0.235	+0.235		26	−0.493	−0.492	−0.492		26	+0.888	+0.888	+0.888
	2	36	+0.250	+0.250	+0.250		27	−0.480	−0.479	−0.479		27	+0.850	+0.850	+0.850
							28	+0.094	+0.094	+0.094		28	−0.106	−0.106	−0.106
	3	3	+1.625	+1.623	+1.623		29	+0.092	+0.092	+0.092		29	−0.116	−0.116	−0.117
		4	+0.910	+0.910	+0.909		30	+0.082	+0.082	+0.082		30	−0.128	−0.128	−0.128
		5	+0.848	+0.847	+0.847		31	+0.094	+0.094	+0.094		31	−0.104	−0.104	−0.104
		6	+0.269	+0.269	+0.269		32	+0.077	+0.076	+0.076		32	−0.126	−0.126	−0.126
		8	−0.226	−0.225	−0.225		33	+0.057	+0.057	+0.056		33	−0.065	−0.064	−0.064
		9	−0.618	−0.617	−0.617		34	+0.057	+0.057	+0.056		34	−0.065	−0.064	−0.064
		10	−0.891	−0.890	−0.890		35	+0.082	+0.082	+0.082		35	−0.102	−0.102	−0.102
		11	−1.345	−1.344	−1.343	5	36	+0.097	+0.097	+0.097	9	36	−0.109	−0.110	−0.109
		12	−1.225	−1.223	−1.223										
		13	−1.741	−1.739	−1.739	6	6	+0.295	+0.296	+0.296	10	10	+1.236	+1.236	+1.235
		14	+1.389	+1.388	+1.388		8	+0.163	+0.164	+0.164		11	+1.580	+1.582	+1.581
		15	+0.499	+0.499	+0.499		9	+0.079	+0.079	+0.079		12	+1.433	+1.433	+1.433
		16	+0.386	+0.386	+0.386		10	+0.103	+0.102	+0.102		13	+1.938	+1.938	+1.938
		17	+0.375	+0.375	+0.375		11	+0.108	+0.106	+0.106		14	−0.853	−0.856	−0.855
		18	+0.267	+0.267	+0.267		12	+0.093	+0.093	+0.093		15	−0.214	−0.213	−0.213
		19	+0.303	+0.303	+0.303		13	+0.086	+0.085	+0.085		16	−0.140	−0.140	−0.140
		20	+0.170	+0.170	+0.170		14	+0.252	+0.254	+0.254		17	−0.033	−0.033	−0.033
		21	+0.150	+0.150	+0.150		15	+0.145	+0.145	+0.145		18	−0.098	−0.097	−0.097
	3	22	−0.051	−0.050	−0.050	6	16	+0.124	+0.124	+0.124	10	19	−0.042	−0.042	−0.042

Tabelle 4. Gewichtskoeffizienten Q_{ik} (Fortsetzung)

i	k	Q_{ik} R.St. 1	Q_{ik} R.St. 2	Q_{ik} R.St. 3	i	k	Q_{ik} R.St. 1	Q_{ik} R.St. 2	Q_{ik} R.St. 3	i	k	Q_{ik} R.St. 1	Q_{ik} R.St. 2	Q_{ik} R.St. 3
10	20	+0.085	+0.084	+0.084	13	32	—0.319	—0.319	—0.319	17	32	+0.012	+0.012	+0.012
	21	+0.182	+0.181	+0.181		33	—0.170	—0.170	—0.170		33	+0.017	+0.017	+0.017
	22	+0.321	+0.321	+0.321		34	—0.170	—0.170	—0.170		34	+0.017	+0.017	+0.017
	23	+0.938	+0.937	+0.937		35	—0.313	—0.313	—0.313		35	+0.017	+0.017	+0.017
	24	+1.107	+1.107	+1.106	13	36	—0.285	—0.288	—0.288	17	36	+0.030	+0.030	+0.030
	25	+1.330	+1.330	+1.330										
	26	+1.255	+1.254	+1.254	14	14	+1.576	+1.591	+1.590	18	18	+0.155	+0.155	+0.155
	27	+1.172	+1.172	+1.172		15	+0.483	+0.481	+0.481		19	+0.120	+0.120	+0.120
	28	—0.151	—0.151	—0.151		16	+0.372	+0.372	+0.372		20	+0.104	+0.104	+0.104
	29	—0.164	—0.164	—0.164		17	+0.364	+0.364	+0.364		21	+0.075	+0.075	+0.075
	30	—0.171	—0.171	—0.171		18	+0.257	+0.256	+0.257		22	+0.049	+0.049	+0.049
	31	—0.156	—0.156	—0.156		19	+0.289	+0.288	+0.288		23	—0.062	—0.062	—0.062
	32	—0.173	—0.173	—0.173		20	+0.168	+0.169	+0.169		24	—0.088	—0.087	—0.087
	33	—0.092	—0.092	—0.092		21	+0.150	+0.153	+0.153		25	—0.121	—0.120	—0.120
	34	—0.092	—0.092	—0.092		22	—0.043	—0.042	—0.043		26	—0.110	—0.109	—0.109
	35	—0.167	—0.167	—0.167		23	—0.648	—0.649	—0.648		27	—0.113	—0.112	—0.112
10	36	—0.157	—0.158	—0.158		24	—0.818	—0.821	—0.820		28	+0.028	+0.028	+0.028
						25	—1.048	—1.054	—1.054		29	+0.025	+0.025	+0.025
11	11	+2.979	+2.985	+2.983		26	—0.967	—0.971	—0.970		30	+0.021	+0.021	+0.021
	12	+2.021	+2.023	+2.023		27	—0.928	—0.932	—0.931		31	+0.030	+0.030	+0.030
	13	+2.770	+2.774	+2.772		28	+0.162	+0.162	+0.162		32	+0.019	+0.019	+0.019
	14	—1.307	—1.317	—1.316		29	+0.161	+0.163	+0.163		33	+0.017	+0.017	+0.017
	15	—0.324	—0.341	—0.340		30	+0.149	+0.149	+0.149		34	+0.017	+0.017	+0.017
	16	—0.230	—0.230	—0.229		31	+0.163	+0.163	+0.163		35	+0.023	+0.023	+0.023
	17	—0.087	—0.088	—0.087		32	+0.144	+0.145	+0.145	18	36	+0.027	+0.027	+0.027
	18	—0.161	—0.160	—0.160		33	+0.097	+0.098	+0.097					
	19	—0.094	—0.094	—0.093		34	+0.097	+0.098	+0.097	19	19	+0.395	+0.395	+0.395
	20	+0.096	+0.095	+0.096		35	+0.152	+0.153	+0.153		20	+0.122	+0.122	+0.122
	21	+0.232	+0.230	+0.231	14	36	+0.178	+0.182	+0.182		21	+0.119	+0.119	+0.119
	22	+0.427	+0.426	+0.426							22	+0.103	+0.103	+0.103
	23	+1.306	+1.306	+1.305	15	15	+0.307	+0.307	+0.307		23	—0.009	—0.009	—0.008
	24	+1.637	+1.638	+1.637		16	+0.227	+0.227	+0.227		24	—0.030	—0.030	—0.030
	25	+2.261	+2.264	+2.264		17	+0.205	+0.205	+0.205		25	—0.059	—0.059	—0.059
	26	+1.934	+1.936	+1.935		18	+0.158	+0.158	+0.158		26	—0.049	—0.049	—0.049
	27	+1.660	+1.661	+1.661		19	+0.182	+0.182	+0.182		27	—0.056	—0.056	—0.056
	28	—0.219	—0.219	—0.219		20	+0.148	+0.148	+0.148		28	+0.028	+0.028	+0.028
	29	—0.254	—0.254	—0.254		21	+0.122	+0.122	+0.122		29	+0.021	+0.021	+0.021
	30	—0.243	—0.243	—0.243		22	+0.061	+0.061	+0.061		30	+0.013	+0.013	+0.013
	31	—0.229	—0.230	—0.230		23	—0.147	—0.146	—0.146		31	+0.029	+0.029	+0.029
	32	—0.247	—0.247	—0.247		24	—0.197	—0.196	—0.196		32	+0.011	+0.011	+0.011
	33	—0.133	—0.133	—0.133		25	—0.263	—0.262	—0.262		33	+0.017	+0.017	+0.017
11	34	—0.133	—0.133	—0.133	15	26	—0.240	—0.240	—0.240	19	34	+0.017	+0.017	+0.017

11	35	—0.240	—0.240	—0.240
11	36	—0.237	—0.240	—0.240
12	12	+1.892	+1.892	+1.892
	13	+2.556	+2.557	+2.557
	14	—1.168	—1.173	—1.173
	15	—0.314	—0.313	—0.313
	16	—0.216	—0.216	—0.215
	17	—0.083	—0.083	—0.083
	18	—0.150	—0.149	—0.149
	19	—0.093	—0.093	—0.093
	20	+0.077	+0.076	+0.076
	21	+0.196	+0.194	+0.195
	22	+0.385	+0.384	+0.385
	23	+1.158	+1.157	+1.157
	24	+1.392	+1.392	+1.391
	25	+1.694	+1.694	+1.695
	26	+1.598	+1.598	+1.598
	27	+1.525	+1.525	+1.525
	28	—0.202	—0.201	—0.202
	29	—0.213	—0.214	—0.214
	30	—0.221	—0.220	—0.220
	31	—0.212	—0.211	—0.212
	32	—0.226	—0.225	—0.226
	33	—0.123	—0.123	—0.123
	34	—0.123	—0.123	—0.123
	35	—0.232	—0.232	—0.232
12	36	—0.206	—0.208	—0.208
13	13	+3.618	+3.619	+3.618
	14	—1.662	—1.669	—1.669
	15	—0.469	—0.468	—0.468
	16	—0.329	—0.328	—0.328
	17	—0.158	—0.158	—0.157
	18	—0.228	—0.227	—0.227
	19	—0.161	—0.161	—0.160
	20	+0.072	+0.071	+0.072
	21	+0.230	+0.227	+0.228
	22	+0.494	+0.493	+0.494
	23	+1.565	+1.564	+1.564
	24	+1.891	+1.892	+1.891
	25	+2.311	+2.312	+2.312
	26	+2.178	+2.179	+2.178
	27	+2.066	+2.066	+2.066
	28	—0.280	—0.279	—0.279
	29	—0.301	—0.301	—0.301
	30	—0.307	—0.307	—0.307
13	31	—0.314	—0.314	—0.314
15	27	—0.242	—0.241	—0.241
	28	+0.053	+0.053	+0.053
	29	+0.050	+0.049	+0.049
	30	+0.044	+0.044	+0.044
	31	+0.058	+0.058	+0.058
	32	+0.040	+0,040	+0.040
	33	+0.032	+0.032	+0.032
	34	+0.032	+0.032	+0.032
	35	+0.045	+0.045	+0.045
15	36	+0.054	+0.054	+0.054
16	16	+0.543	+0.543	+0.543
	17	+0.164	+0.164	+0.164
	18	+0.151	+0.151	+0.151
	19	+0.153	+0.154	+0.153
	20	+0.200	+0.200	+0.200
	21	+0.108	+0.108	+0.108
	22	+0.067	+0.067	+0.067
	23	—0.090	—0.090	—0.090
	24	—0.125	—0.126	—0.125
	25	—0.172	—0.172	—0.172
	26	—0.156	—0.156	—0.156
	27	—0.163	—0.163	—0.163
	28	+0.040	+0.040	+0.040
	29	+0.036	+0.036	+0.036
	30	+0.031	+0.031	+0.031
	31	+0.043	+0.043	+0.043
	32	+0.027	+0.027	+0.027
	33	+0.024	+0.024	+0.024
	34	+0.024	+0.024	+0.024
	35	+0,033	+0.033	+0.033
16	36	+0.040	+0.040	+0.040
17	17	+0.425	+0.425	+0.425
	18	+0.114	+0.114	+0.114
	19	+0.150	+0.150	+0.150
	20	+0.138	+0.138	+0.138
	21	+0.219	+0.219	+0.219
	22	+0.117	+0.117	+0.117
	23	+0.004	+0.004	+0.004
	24	—0.017	—0.018	—0.017
	25	—0.045	—0.045	—0.045
	26	—0.036	—0.036	—0.035
	27	—0.054	—0.054	—0.054
	28	+0.028	+0.028	+0.028
	29	+0.026	+0.026	+0.026
	30	+0.016	+0.016	+0.016
17	31	+0.029	+0.029	+0.030
19	35	+0.023	+0.023	+0.023
19	36	+0.025	+0.025	+0.025
20	20	+0.341	+0,341	+0.341
	21	+0,134	+0.134	+0.134
	22	+0.130	+0.130	+0.130
	23	+0.096	+0.095	+0.096
	24	+0.098	+0.098	+0.098
	25	+0.101	+0.100	+0.100
	26	+0.100	+0.099	+0.100
	27	+0.075	+0.074	+0.074
	28	+0.006	+0.006	+0.006
	29	+0.002	+0.002	+0.002
	30	—0.005	—0.005	—0.005
	31	+0.008	+0.008	+0.008
	32	—0.008	—0.008	—0.008
	33	+0.004	+0.004	+0.004
	34	+0.004	+0.004	+0.004
	35	—0.003	—0.003	—0.003
20	36	+0.006	+0.006	+0.006
21	21	+0.316	+0.316	+0.316
	22	+0.173	+0.173	+0.173
	23	+0.180	+0.180	+0.180
	24	+0.197	+0.197	+0.197
	25	+0.220	+0.218	+0.219
	26	+0.213	+0.212	+0.212
	27	+0.173	+0.172	+0.173
	28	—0.005	—0.004	—0.004
	29	—0.011	—0.010	—0.010
	30	—0.019	—0.018	—0.018
	31	—0.005	—0.005	—0.005
	32	—0.022	—0.022	—0.022
	33	—0.003	—0.003	—0.003
	34	—0.003	—0.003	—0.003
	35	—0.016	—0.016	—0.016
21	36	—0.003	—0.003	—0.003
22	22	+0.249	+0.249	+0.249
	23	+0.300	+0.299	+0.300
	24	+0.332	+0.332	+0.332
	25	+0.376	+0.375	+0.376
	26	+0.361	+0.360	+0.360
	27	+0.327	+0.327	+0.327
	28	—0.029	—0.029	—0.029
	29	—0.034	—0.034	—0.034
	30	—0.043	—0.043	—0.043
22	31	—0.029	—0.029	—0.029

Tabelle 4. Gewichtskoeffizienten Q_{ik} (Fortsetzung)

i	k	Q_{ik} R.St. 1	Q_{ik} R.St. 2	Q_{ik} R.St. 3	i	k	Q_{ik} R.St. 1	Q_{ik} R.St. 2	Q_{ik} R.St. 3	i	k	Q_{ik} R.St. 1	Q_{ik} R.St. 2	Q_{ik} R.St. 3
22	32	—0.046	—0.046	—0.046	25	33	—0.110	—0.110	—0.110	29	33	+0.015	+0.015	+0.015
	33	—0.018	—0.018	—0.018		34	—0.110	—0.110	—0.110		34	+0.015	+0.015	+0.015
	34	—0.018	—0.018	—0.018		35	—0.200	—0.200	—0.200		35	+0.026	+0.026	+0.026
	35	—0.038	—0.038	—0.038	25	36	—0.195	—0.197	—0.197	29	36	+0.026	+0.026	+0.026
22	36	—0.029	—0.029	—0.029										
					26	26	+1.639	+1.638	+1.638	30	30	+0.040	+0.040	+0.040
23	23	+0.990	+0.989	+0.989		27	+1.323	+1.323	+1.323		31	+0.026	+0.025	+0.026
	24	+1.031	+1.030	+1.030		28	—0.170	—0.169	—0.169		32	+0.028	+0.028	+0.028
	25	+1.106	+1.105	+1.105		29	—0.195	—0.195	—0.195		33	+0.015	+0.015	+0.015
	26	+1.055	+1.054	+1.054		30	—0.191	—0.191	—0.191		34	+0.015	+0.015	+0.015
	27	+0.957	+0.956	+0.956		31	—0.178	—0.177	—0.178		35	+0.025	+0.025	+0.024
	28	—0.122	—0.121	—0.121		32	—0.195	—0.195	—0.195	30	36	+0.025	+0.025	+0.025
	29	—0.132	—0.132	—0.132		33	—0.103	—0.103	—0.103					
	30	—0.139	—0.139	—0.139		34	—0.103	—0.103	—0.103	31	31	+0.081	+0.081	+0.081
	31	—0.123	—0.123	—0.123		35	—0.188	—0.188	—0.188		32	+0.027	+0.027	+0.027
	32	—0.141	—0.141	—0.141	26	36	—0.180	—0.182	—0.182		33	+0.015	+0.015	+0 015
	33	—0.074	—0.074	—0.074							34	+0.015	+0.015	+0.015
	34	—0.074	—0.074	—0.074	27	27	+1.320	+1.319	+1.319		35	+0.028	+0.029	+0.028
	35	—0.131	—0.131	—0.131		28	—0.162	—0.162	—0.162	31	36	+0.025	+0.025	+0.026
23	36	—0.124	—0.124	—0.124		29	—0.174	—0.174	—0.174					
						30	—0.183	—0.183	—0.183	32	32	+0.056	+0.056	+0.056
24	24	+1,706	+1.706	+1,705		31	—0.170	—0.169	—0.170		33	+0.015	+0.015	+0.015
	25	+1,387	+1.386	+1.386		32	—0.186	—0.186	—0.186		34	+0.015	+0.015	+0.015
	26	+1.359	+1.359	+1.359		33	—0.099	—0.099	—0.099		35	+0.026	+0.026	+0.026
	27	+1.151	+1.151	+1.151		34	—0.099	—0.099	—0.099	32	36	+0.025	+0.025	+0.025
	28	—0.147	—0.147	—0.147		35	—0.184	—0.184	—0.184					
	29	—0.165	—0.166	—0.166	27	36	—0.166	—0.168	—0.168	33	33	+0.084	+0.084	+0.084
	30	—0.167	—0.167	—0.167							34	+0.047	+0.047	+0.047
	31	—0.152	—0.152	—0.152							35	+0.015	+0.015	+0.015
	32	—0.170	—0.170	—0.170	28	28	+0.026	+0.026	+0.026	33	36	+0.015	+0.015	+0.015
	33	—0.090	—0.090	—0.089		29	+0.025	+0.025	+0.025					
	34	—0.090	—0.090	—0.089		30	+0.025	+0.025	+0.024	34	34	+0.084	+0.084	+0.084
	35	—0.161	—0.161	—0.161		31	+0.025	+0.025	+0.025		35	+0.015	+0.015	+0.015
24	36	—0.154	—0.155	—0.155		32	+0.025	+0.025	+0.025	34	36	+0.015	+0.015	+0.015
						33	+0.016	+0.016	+0.016					
25	25	+1.946	+1.947	+1.947		34	+0.016	+0.016	+0.016	35	35	+0.169	+0.169	+0.169
	26	+1.640	+1.640	+1.640		35	+0.025	+0.025	+0.025		36	+0.026	+0.026	+0.026
	27	+1,394	+1.394	+1.394	28	36	+0.025	+0.025	+0.025					
	28	—0.181	—0.181	—0.181						36	36	+0.029	+0.031	+0.031
	29	—0.207	—0.208	—0.208	29	29	+0.032	+0.032	+0.032					
	30	—0.203	—0.202	—0.202		30	+0.026	+0.026	+0.026					
	31	—0.189	—0.189	—0.189		31	+0.026	+0.026	+0.026					
25	32	—0.206	—0.206	—0.207	29	32	+0.027	+0.027	+0.027					

Linie Hammerfest – Catania zu unterscheiden. Die Knotenpunkte bilden auf Grund ihrer hohen Maßstabsgenauigkeit, die sie auch aus den Pendelmessungen außerhalb der Linie Hammerfest–Catania beziehen, den übergeordneten Rahmen, in den die Linienmessungen eingepaßt werden sollten. Wir stimmen in dem Punkt mit der italienischen Kommission vollständig überein, daß es für die Festlegung der Schwerewerte der Zwischenpunkte im nördlichen Abschnitt von Bad Harzburg bis Hammerfest wünschenswert wäre, wenn alle Unterabschnitte mit mehreren Gravimetern nachgemessen würden. Diese Messungen und die Festlegung der Zwischenwerte ergeben jedoch nur Vergleichsmöglichkeiten für die nichtlinearen Anteile in den Gravimetereichfunktionen. Die lineare Maßstabsgenauigkeit aber, die durch das Eichsystem gesichert werden soll, bleibt davon praktisch unberührt. – Hier würden nur weitere ausgedehnte Pendelmessungen Genauigkeitssteigerungen bringen. Wie gering aber der Nutzeffekt weiterer Pendelmessungen ist, zeigt die folgende Abschätzung: Der Minimalwert des mittleren Maßstabsfehlers (d. i. der mittlere Maßstabsfehler, der erreicht wird, wenn die Gravimetermessungen fehlerfrei sind) ist z. Z. bei einem mittleren Fehler einer Pendelmessung von

$$m_0 = \pm 0{,}42 \text{ mGal (vgl. [4])}$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{[\Delta g^2]}} = \frac{0{,}42}{\sqrt{7\,700\,000}} = \pm 1{,}51 \cdot 10^{-4}.$$

Würde man nun noch zusätzlich, wie in dem oben mitgeteilten Brief vorgeschlagen, den Schwereunterschied Rom–Kopenhagen $\Delta g' = 1200$ mGal direkt mit der gleichen Genauigkeit messen, so wäre der Minimalwert des mittleren Maßstabsfehlers

$$m' = \frac{m_0}{\sqrt{[\Delta g^2] + \Delta g'^2}} = \pm 1{,}39 \cdot 10^{-4}.$$

Würde man dagegen, wie ja auch schon vorgeschlagen wurde, alle Pendelmessungen außerhalb der Linie Hammerfest – Catania verwerfen, so würde der Minimalwert des mittleren Maßstabsfehlers, der dem Wert $m = \pm 1{,}51 \cdot 10^{-4}$ entspricht,

$$m'' = \frac{0{,}42}{\sqrt{3\,240\,000}} = \pm 2{,}33 \cdot 10^{-4}.$$

Aus diesem Vergleich sieht man, wie wichtig gerade auch die Pendelmessungen des westlichen Teils des Eichsystems für die Maßstabsfestlegung sind.

Da sich nun andererseits der tatsächlich erhaltene mittlere Maßstabsfehler z. B. für den Gesamtschwereunterschied Hammerfest–Catania

$$\pm \frac{0{,}42}{2585} = \pm 1{,}63 \cdot 10^{-4}$$

kaum von dem Minimalwert $\pm 1{,}51 \cdot 10^{-4}$ unterscheidet, läßt sich die äußere Genauigkeit im Eichsystem durch die Einbeziehung neuer Gravimetermessungen praktisch kaum noch steigern.

Auf Grund all dieser Überlegungen können wir die Bedenken der Italienischen Geodätischen Kommission nicht teilen und schlagen nochmals vor, die in Tabelle 2, vorletzte Spalte angegebenen Schwerewerte, bezogen auf die Station Bad Harzburg, als endgültig anzuerkennen. Die Möglichkeit oder die Notwendigkeit einer späteren Verbesserung dieses Systems bleibt davon natürlich unberührt. Man sollte an eine Verbesserung aber erst denken, wenn sich statistisch gesicherte Korrektionen nachweisen lassen.

LITERATUR

[1] Resolutionen der Internationalen Assoziation für Geodäsie. Bull. géod. Nr. 58, Paris 1. 12. 1960.

[2] Kneißl, M., Das europäische Gravimeter-Eichsystem, Unterlagen und Vorbericht zur einheitlichen internationalen Ausgleichung nach der Methode von Dr. A. H. Cook. Abh. d. Bayer. Akad. d. Wiss., math.-nat. Kl. N.F. Heft 111, München 1963.

[3] Marzahn, K., Vorschläge für den Gewichtsansatz und sein Einfluß auf die Ausgleichung des europäischen Gravimeter-Eichsystems. Erster Teil dieser Abhandlung.

[4] Marzahn, K., Die Ausgleichung der Pendel- und Gravimetermessungen des europäischen Gravimetereichsystems. Veröff. d. DGK, Reihe C, Heft Nr. 59, München 1963.

Anlage I

Fehlergleichungen für die gemeinsame Ausgleichung der Pendel- und Gravimetermessungen im europäischen Gravimetereichsystem

Bezugswert: $g_{\text{Bad Harzburg}} = 981\,180{,}40$ mGal

Laufende Nummer	A	B	$\Delta g_{i.AB}$	$p_{i.AB}$	Hammerfest $x^0 = 982$ 632.30 mGal	Bodö $x^0 = 982$ 387.30 mGal	Oslo $x^0 = 981$ 927.30 mGal	Edinburgh $x^0 = 981$ 583.80 mGal	Kopenhagen $x^0 = 981$ 557.80 mGal	Teddington $x^0 = 981$ 196.40 mGal	Paris $x^0 = 980$ 940.90 mGal	München $x^0 = 980$ 744.40 mGal	Mailand $x^0 = 980$ 565.10 mGal	Bagnères $x^0 = 980$ 287.30 mGal	Rom $x^0 = 980$ 364.20 mGal	Catania $x^0 = 980$ 046.80 mGal	Stockholm $x^0 = 981$ 845.60 mGal	Hamburg $x^0 = 981$ 389.70 mGal	Bremen $x^0 = 981$ 335.00 mGal	Amsterdam $x^0 = 981$ 288.10 mGal	Hannover $x^0 = 981$ 287.30 mGal	Berlin $x^0 = 981$ 281.60 mGal	Düsseldorf $x^0 = 981$ 199.00 mGal	Brüssel $x^0 = 981$ 156.30 mGal	Frankfurt $x^0 = 981$ 057.20 mGal	Zürich $x^0 = 980$ 687.00 mGal	Genf $x^0 = 980$ 581.10 mGal	Toulouse $x^0 = 980$ 442.70 mGal	Marseille $x^0 = 980$ 488.50 mGal	Piastra $x^0 = 980$ 521.10 mGal	T. H. Hannover	Osservatorio Geofisico, Trieste	DGFI II. Abtlg.	T. H. Aachen / DGFI. I. Abtlg.	Politecnico Milano	Norges geografiske oppmaling	Dänisches Geodätisches Institut	Österreichisches Bundesamt	Expéditions Polaires Françaises	$-l = -(\Delta g_{i.AB} + x^0_A - x^0_B)$ [mGal/100]	Verbesserung [mGal/100]
	übernommen aus [2], Anlage 1 bzw. Übersicht 4 gemessener Schwereunterschied [mGal]			Gewicht	Laufende Nummer der Unbekannten: 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35		
					Zuschläge ξ_i zu den Näherungswerten x_i^0 – Punkt Nr. 1	2	3	4	5	6	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	Eichfaktoren y_i: 1	2	3	4	5	6	7	8	9	$-l$	$v_{i.AB}$
Pendelmessungen *Cambridge-Apparat*																																								
1	2	1	244.95	0.06	+1	−1																																	+5	+11.94
2	6	1	1435.84	0.06	+1					−1																													+6	−4.52
3	3	2	459.22	0.06		+1	−1																																+78	+78.33
4	5	3	368.79	0.06			+1		−1																														+71	+58.75
5	6	3	730.88	0.06			+1			−1																													+2	−15.79
6	6	4	387.25	0.06				+1		−1																													+15	−1.46
7	7	5	377.76	0.06					+1																														−36	−24.92
8	7	6	15.68	0.06						+1																													+32	+48.62
9	9	6	452.14	0.06						+1		−1																											−14	−14.09
10	9	7	435.72	0.06								−1																											+28	+11.29
11	12	9	379.96	0.06								+1			−1																								+24	+23.83
12	13	12	317.25	0.06											+1	−1																							+15	+3.59
Gulf-Apparat																																								
13	3	2	460.32	0.06		+1	−1																																−32	−31.67
14	5	3	369.43	0.06			+1		−1																														+7	−5.25
15	6	3	730.72	0.06			+1			−1																													+18	+0.21
16	7	5	377.77	0.06					+1																														−37	−25.92
17	7	6	16.34	0.06						+1																													−34	−17.38
18	8	6	255.41	0.06						+1	−1																												+9	+29.71
19	9	7	435.97	0.06								−1																											+3	−13.71
20	12	7	816.50	0.06											−1																								−30	−46.88
Italienischer Pendelapparat																																								
21	2	1	245.83	0.06	+1	−1																																	−83	−76.06
22	3	2	459.16	0.06		+1	−1																																+84	+84.33
23	5	3	370.18	0.06			+1		−1																														−68	−80.25
24	7	5	377.50	0.06					+1																														−10	+1.08
25	9	7	435.78	0.06								−1																											+22	+5.29
26	10	9	180.21	0.06								+1	−1																										−91	−100.06
27	12	10	200.87	0.06									+1		−1																								+3	+11.89
28	13	12	317.38	0.06											+1	−1																							+2	−9.41
Askania-Apparat																																								
29	4	3	343.48	0.06			+1	−1																															+2	+0.67
30	6	3	730.38	0.06			+1			−1																													+52	+34.21
31	6	4	387.13	0.06				+1		−1																													+27	+10.54
32	8	6	255.57	0.06						+1	−1																												−7	+13.71
33	9	8	195.69	0.06							+1	−1																											+81	+60.20
Gravimetermessungen *Geod. Inst. der T. H. Hannover*																																								
34	3	2	460.16	1.00		+1	−1																							−4.60										−16	−5.39
35	5	3	369.45	1.00			+1		−1																					−3.69										+5	+1.00
36	15	5	168.04	1.00					+1								−1												−1.68										+6	+9.69
37	7	18	106.91	1.00																	+1									−1.07										−1	+3.11
38	27	9	223.44	1.00								+1																	−1	−2.23										−14	−8.85
39	12	27	156.89	1.00											−1														+1	−1.57										+1	+4.18
40	13	12	317.39	1.00											+1	−1														−3.17										+1	−3.32
41	13	12	317.22	1.00											+1	−1														−3.17										+18	+13.68
42	14	3	81.68	1.00			+1									−1													−0.82										+2	−5.18
43	6	3	730.89	1.00			+1			−1																				−7.31										+1	−0.45
44	4	3	343.51	1.00			+1	−1																						−3.44										−1	+5.36
45	5	14	287.78	1.00					−1								+1													−2.88										+2	+5.20
46	12	5	1193.81	1.00					+1						−1															−11.94										−21	−0.12
47	22	5	500.68	1.00					+1																−1					−5.01										−8	+2.76
48	6	5	361.43	1.00					+1	−1																				−3.61										−3	−0.47
49	5	4	25.94	1.00				+1	−1																					−0.26										+6	−4.34
50	15	4	193.98	1.00				+1									−1												−1.94										+12	+5.35
51	6	4	387.38	1.00				+1		−1																				−3.87										+2	−5.81
52	6	17	91.70	1.00						−1									+1										−0.92										0	−0.97
53	22	6	139.24	1.00						+1														−1					−1.39										−4	+4.22
54	8	6	255.68	1.00						+1	−1																			−2.56										−18	+8.43
55	8	20	258.50	1.00							−1											+1							−2.58										−40	+3.41
56	8	22	116.44	1.00							−1													+1					−1.16										−14	+4.19
57	9	8	196.47	1.00							+1	−1																		−1.96										+3	−13.42
58	12	8	576.69	1.00							+1			−1															−5.77										+1	−7.07
59	9	19	537.17	1.00								−1									+1								−5.37										+3	−4.34
60	12	9	380.23	1.00								+1		−1															−3.80										−3	+5.32
61	10	9	179.29	1.00								+1	−1																	−1.79										+1	−4.06
62	9	22	312.91	1.00								−1												+1					−3.13										−11	−9.20
63	12	10	200.91	1.00									+1		−1															−2.01										−1	+12.39
64	12	22	693.13	1.00											−1									+1					−6.93										−13	−2.88
65	19	15	108.33	1.00														+1			−1								−1.08										−23	−6.81
66	22	15	332.64	1.00														+1						−1					−3.33										−14	−6.93
67	20	15	190.58	1.00														+1				−1							−1.91										+12	−6.15
68	17	15	101.69	1.00														+1	−1										−1.02										−9	−9.17
69	16	15	54.69	1.00														+1	−1											−0.55										+1	−6.81
70	18	16	47.97	1.00															+1	−1									−0.48										−27	−7.46
71	20	16	135.89	1.00															+1			−1							−1.36										+11	+0.66
72	22	18	229.99	1.00																	+1			−1					−2.30										+11	+6.34
73	20	18	87.92	1.00																	+1	−1							−0.88										+38	+8.12
74	22	19	224.30	1.00																		+1		−1					−2.24										+10	+0.86
75	22	20	142.06	1.00																			+1	−1					−1.42										−26	−0.78
76	22	21	98.93	1.00																				+1	−1					−0.99										+17	+8.51
77	23	22	370.18	1.00																					+1	−1				−3.70										+2	+12.60
Osservatorio Geofisico Sperimentale, Trieste																																								
78	15	5	168.12	1.00					+1								−1														−1.68								−2	−3.02
79	18	15	102.48	1.00														+1		−1											−1.02								−8	+0.85
80	7	18	106.90	1.00																	+1											−1.07								0	+1.11
81	9	7	435.92	1.00								−1																				−4.36								+8	−11.19
82	9	7	435.87	1.00								−1																				−4.36								+13	−6.19
83	27	9	223.37	1.00								+1																	−1		−2.23								−7	−8.10
84	12	27	156.99	1.00											−1														+1		−1.57								−9	−10.23
85	12	27	156.97	1.00											−1														+1		−1.57								−7	−8.23
86	13	12	317.13	1.00											+1	−1																−3.17								+27	+13.79
87	13	12	317.17	1.00											+1	−1																−3.17								+23	+9.79
88	13	12	317.41	1.00											+1	−1																−3.17								−1	−14.21
89	21	5	401.52	1.00					+1														−1								−4.02								−2	+5.98
90	5	4	25.76	1.00				+1	−1																							−0.26								+24	+12.93
91	21	6	40.37	1.00						+1													−1								−0.40								−27	−11.42
92	8	21	215.42	1.00							−1												+1								−2.15								−2	+1.68
93	23	8	253.88	1.00							+1														−1						−2.54								+2	−12.71
94	10	8	375.23	1.00							+1		−1																			−3.75								+57	+25.01
95	26	8	452.26	1.00							+1																	−1			−4.52								+14	−3.94
96	26	8	452.13	1.00							+1																	−1			−4.52								+27	+9.06
97	25	8	498.24	1.00							+1																−1				−4.98								−4	−20.25
98	10	9	179.24	1.00								+1	−1																			−1.79								+6	−4.08
99	23	9	57.35	1.00								+1													−1						−0.57								+5	+12.20
100	9	22	312.77	1.00								−1												+1							−3.13								+3	−3.98
101	12	10	200.80	1.00									+1		−1																	−2.01								+10	+17.75
102	12	10	200.71	1.00									+1		−1																	−2.01								+19	+26.75
103	10	23	121.59	1.00									−1												+1						−1.22								+31	+13.71
104	11	25	155.34	1.00										−1													+1				−1.55								+6	+6.09
105	11	25	155.41	1.00										−1													+1				−1.55								−1	−0.91
106	21	17	131.97	1.00																+1			−1								−1.32								−17	−4.97
107	19	18	5.71	1.00																	+1	−1										−0.06								−1	+3.32
108	22	21	99.13	1.00																				+1	−1							−0.99								−3	−14.26
109	24	23	105.93	1.00																						+1	−1					−1.06								−3	−1.62
110	26	24	92.57	1.00																							+1		−1			−0.93								+3	−1.62
111	25	26	45.69	1.00																								−1	+1			−0.46								+11	+12.70
112	26	27	32.58	1.00																									−1	+1		−0.33								+2	+7.07
Institut für Angewandte Geodäsie (DGFI II. Abt.)																																								
113	15	5	168.28	1.00					+1								−1															−1.68							−18	−17.05
114	18	15	102.33	1.00														+1		−1												−1.02							+7	+17.05
115	18	15	102.42	1.00														+1		−1												−1.02							−2	+8.05
116	18	15	102.48	1.00														+1		−1												−1.02							−8	+2.05
117	7	18	106.98	1.00																	+1												−1.07							−8	−5.63
118	7	18	106.92	1.00																	+1												−1.07							−2	+0.37
119	7	18	106.87	1.00																	+1												−1.07							+3	+5.37
120	9	7	435.62	1.00								−1																					−4.36							+38	+23.93
121	9	7	435.88	1.00								−1																					−4.36							+12	−2.07
122	9	7	435.91	1.00								−1																					−4.36							+9	−5.07
123	27	9	223.58	1.00								+1																	−1			−2.24							−28	−26.48
124	12	27	157.00	1.00											−1														+1			−1.57							−10	−9.38
125	13	12	317.30	1.00											+1	−1																	−3.17							+10	+0.52
T. H. Aachen / DGFI I. Abtlg.																																								
126	18	15	102.49	1.00														+1		−1													−1.02						−9	+2.85
127	7	18	106.93	1.00																	+1													−1.07						−3	+1.26
128	27	9	223.25	1.00								+1																	−1				−2.23						+5	+10.46
129	12	27	156.89	1.00											−1														+1				−1.57						+1	+4.40
130	13	12	317.47	1.00											+1	−1																		−3.17						−7	−10.88
Politecnico, Milano																																								
131	9	7	435.83	1.00								−1																							−4.36					+17	+7.70
132	27	9	223.35	1.00								+1																	−1					−2.23					−5	−1.05
133	12	27	156.94	1.00											−1														+1					−1.57					−4	−1.67
134	13	12	317.43	1.00											+1	−1																			−3.17					−3	−9.02
Norges geografiske oppmaling																																								
135	2	1	245.00	1.00	+1	−1																															−2.45				0	−0.12
136	3	2	459.87	1.00		+1	−1																													−4.60				+13	+0.06
Dänisches Geodätisches Institut																																								
137	2	1	244.96	1.00	+1	−1																																−2.45			+4	+4.24
138	3	2	459.90	1.00		+1	−1																														−4.60			+10	−2.26
Österreichisches Bundesamt																																								
139	27	9	223.41	1.00								+1																	−1								−2.23		−11	+8.33
140	12	27	157.15	1.00											−1														+1								−1.57		−25	−11.84
Expéditions Polaires Françaises																																								
141	5	14	287.92	1.00					−1								+1																						−2.88	−12	−9.94
142	17	5	269.64	1.00					+1											−1																			−2.70	+6	+8.45
143	8	6	255.76	1.00						+1	−1																												−2.56	−26	−0.59
144	8	6	255.86	1.00						+1	−1																												−2.56	−36	−10.59
145	8	14	904.99	1.00							−1						+1																						−9.05	−29	−0.43
146	8	21	215.50	1.00							−1													+1															−2.16	−10	−1.13
147	10	8	375.24	1.00							+1		−1																										−3.75	+56	+33.03
148	12	8	576.81	1.00							+1				−1																								−5.77	−11	−21.36
149	12	8	576.57	1.00							+1				−1																								−5.77	+13	+2.64
150	26	8	452.29	1.00							+1																		−1										−4.52	+11	+3.94
151	25	8	498.10	1.00							+1																	−1											−4.98	+10	+5.74
152	11	25	155.49	1.00										−1														+1											−1.55	−9	−5.18
153	21	17	131.90	1.00																+1				−1															−1.32	−10	+5.21
154	25	26	45.81	1.00																								−1	+1										−0.46	−1	+1.81
155	8	4	643.82	0.05				+1			−1																												−6.44	−92	−75.91
156	8	4	642.97	0.05				+1			−1																												−6.43	−7	+9.07
157	8	4	643.05	0.05				+1			−1																												−6.43	−15	+1.07

$$m_0 = \sqrt{\frac{14\,546}{157-35}} = \pm 10{,}9 \left[\frac{\text{mGal}}{100}\right] \qquad [pvv] = 14\,546$$

Anlage II

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	+ [il]
+2.18	−2.12	.	.	.	−0.06	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	− 2.45	− 2.45	.	.	+ 0.32
	+5.30	−3.18	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	− 4.60	.	.	.	.	− 2.15	− 2.15	.	.	− 15.48
		+7.60	−1.06	− 1.18	−1.18	.	.	.	.	.	.	−1.00	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	−10.66	.	.	.	.	+ 4.60	+ 4.60	.	.	+ 2.76
			+5.33	− 2.00	−1.12	− 0.15	.	.	.	.	.	.	− 1.00	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	− 2.63	− 0.26	.	.	.	.	.	.	− 0.965	− 41.70
				+13.36	−1.00	.	.	.	.	− 1.00	.	−2.00	− 3.00	.	− 1.00	.	.	.	−1.00	− 1.00	.	.	.	.	.	−15.41	− 5.44	− 1.68	.	.	.	.	.	+ 0.18	+ 72.58
					+9.66	− 3.12	− 0.06	.	.	.	.	.	.	.	− 1.00	.	.	.	−1.00	− 1.00	.	.	.	.	.	+11.76	− 0.40	.	.	.	.	.	.	− 5.12	+119.04
						+20.33	− 1.06	−2.00	.	− 3.00	.	−1.00	.	.	.	.	.	−1.00	−2.00	− 1.00	−1.00	.	−2.00	−3.00	.	− 1.43	−18.16	.	.	.	.	.	.	− 7.495	−364.44
							+20.42	−2.06	.	− 1.06	.	.	.	.	.	.	−1.00	.	.	− 2.00	−1.00	.	.	.	− 6.00	+ 2.64	+ 7.26	+10.84	− 2.23	+ 2.13	.	.	−2.23	.	+157.22
								+8.12	.	− 3.06	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	−1.00	.	.	.	.	− 0.22	+ 2.74	.	.	.	.	.	.	+ 3.75	+177.36
									+3.00	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	−3.00	.	.	.	+ 3.10	.	.	.	.	.	.	+ 1.55	− 4.00
										+24.30	−8.12	.	.	.	.	.	.	.	.	− 1.00	.	.	.	.	− 7.00	+25.68	− 2.35	− 1.60	− 1.60	− 1.60	.	.	+1.57	+11.54	−128.20
											+8.12	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	+ 6.34	+ 9.51	+ 3.17	+ 3.17	+ 3.17	.	.	.	.	+ 69.02
												+4.00	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	− 2.06	.	.	.	.	.	.	.	−11.93	+ 41.00
													+14.00	−1.00	− 1.00	− 5.00	−1.00	−1.00	.	− 1.00	.	.	.	.	.	− 4.27	+ 0.66	− 1.38	− 1.02	.	.	.	.	.	+ 51.00
														+3.00	.	− 1.00	.	−1.00	.	.	.	.	.	.	.	− 1.29	.	.	.	.	.	.	.	.	+ 77.00
															+ 5.00	.	.	.	−2.00	.	.	.	.	.	.	+ 0.10	− 1.32	.	.	.	.	.	.	+ 1.38	+ 24.00
																+15.00	−1.00	−1.00	.	− 1.00	.	.	.	.	.	− 3.77	− 0.11	− 0.15	− 0.05	.	.	.	.	.	− 84.00
																	+4.00	.	.	− 1.00	.	.	.	.	.	− 6.53	+ 0.06	.	.	.	.	.	.	.	− 37.00
																		+5.00	.	− 1.00	.	.	.	.	.	+ 0.15	.	.	.	.	.	.	.	.	+127.00
																			+8.00	− 2.00	.	.	.	.	.	− 0.99	+ 2.60	.	.	.	.	.	.	− 0.84	− 58.00
																				+13.00	−1.00	.	.	.	.	+ 1.76	− 2.14	.	.	.	.	.	.	.	+ 16.00
																					+5.00	−1.00	.	.	.	+ 3.70	+ 0.83	.	.	.	.	.	.	.	− 19.00
																						+2.00	.	−1.00	.	.	+ 0.13	.	.	.	.	.	.	.	− 6.00
																							+7.00	−2.00	.	.	+ 2.34	.	.	.	.	.	.	+ 3.89	+ 20.00
																								+7.00	− 1.00	.	+ 9.84	.	.	.	.	.	.	+ 4.06	+ 47.00
																									+14.00	+ 0.66	− 1.24	+ 0.67	+ 0.66	+ 0.66	.	.	+0.66	.	− 9.00
																										549.93	.	.	.	.	.	.	.	.	−539.54
																											223.00	.	.	.	.	.	.	.	+668.67
																												+83.94	.	.	.	.	.	.	+169.73
																													+19.67	.	.	.	.	.	− 21.86
																														+36.50	.	.	.	.	+ 47.18
																															+27.16	.	.	.	+ 59.80
																																+27.16	.	.	+ 55.80
																																	+7.44	.	− 63.78
																																		+251.70	−204.38
																																		[pll] =	33196.22

Normalgleichungskoeffizienten

(abgekürzte Schreibweise; $[ik] = [ki]$)

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Abhandlungen der Bayerischen Akademie der Wissenschaften - Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse

Jahr/Year: 1963

Band/Volume: NF_112

Autor(en)/Author(s): Kneissl Max, Marzahn Kurt

Artikel/Article: Vorschläge und Schlußergebnisse für die Ausgleichung des europäischen Gravimeter-Eichsystems 1-32