Abhandlungen
der Bayerischen Akademie der Wissenschaften
Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse
Neue Folge, Heft 63

1954

# Ein Fehler in einer Archimedes-Ausgabe, seine Entstehung und seine Folgen

Von

Siegfried Heller

Vorgelegt von Herrn Frank Löbell am 2. Oktober 1953

Mit 11 Figuren und 5 Abbildungen

München 1954
Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften
in Kommission bei der C. H. Beck'schen Verlagsbuchhandlung München

Das Manuskript für diese Abhandlung ist bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften am 6. August 1953 eingelaufen.

Druck der C. H. Beck'schen Buchdruckerei Nördlingen
Printed in Germany

INHALT

## 1. DIE FESTSTELLUNG DES FEHLERS

In der von J. L. HEIBERG 1910 veröffentlichten ARCHIMEDES-Ausgabe findet sich in der Abhandlung Περὶ κωνοειδέων καὶ σφαιροειδέων, Lehrsatz XXI[1] eine fehlerhafte Schlußfolgerung, die den Beweis allerdings nicht gefährdet und es wohl diesem Umstand zu verdanken hat, daß sie lange Zeit unbeachtet blieb.[2]

Zur Klarlegung des Sachverhalts werde zunächst der genannte Lehrsatz samt Beweis kurz wiedergegeben und die Stelle, welche den Fehler enthält, im Wortlaut angeführt.

Der Lehrsatz XXI lautet:

*Jedes Segment, das von einem rechtwinkligen Konoid (d. h. Rotationsparaboloid) durch eine Ebene senkrecht zur Achse abgeschnitten wird, ist das Anderthalbfache des Kegels, der mit dem Segment in Grundfläche und Achse übereinstimmt.*

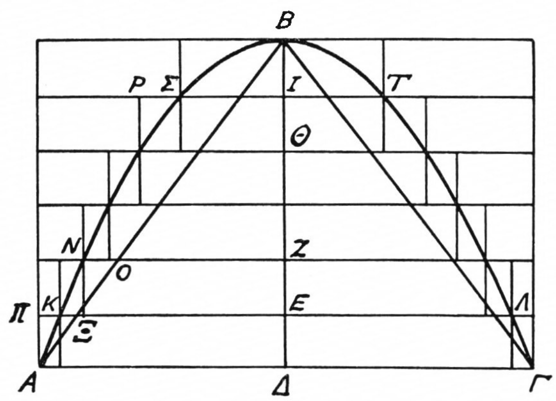



Fig. 1

Der Beweis wird indirekt geführt. In Fig. 1 sei $AB\Gamma$ ein Achsenschnitt des Paraboloids, $A\Gamma$ die Spur der Ebene, die das Segment abschneidet und senkrecht auf der Achse $\Delta B$ steht, und Dreieck $AB\Gamma$ der Achsenschnitt des Kegels, der die gleiche Grundfläche und Achse wie das Segment hat. Über dem Schnittkreis mit dem Durchmesser $A\Gamma$ denke man sich den Zylinder errichtet, der ebenso hoch wie das Segment ist. Mit $\Psi$ werde der Kegel bezeichnet, der das Anderthalbfache des Kegels $AB\Gamma$ ist. Da der Kegel $AB\Gamma$ der dritte Teil des Zylinders ist, folgt $\Psi = \frac{1}{2}$ Zylinder. Es ist also zu beweisen, daß das Segment gleich $\Psi$ ist.

---

[1] Archimedis opera omnia, iterum edidit J. L. Heiberg, 3 Bde., Leipzig 1910–1915. I. Bd., S. 344 uf.

[2] Während des Satzes dieser Abhandlung ist eine Note von Herrn Heinrich Hermelink erschienen: *Ein bisher übersehener Fehler in einem Beweis des Archimedes,* Archives Internationales d'histoire des sciences 6, Nr. 25 f. Okt./Dez. 1953, S. 430–433. Herr Hermelink macht auf den hier behandelten Fehler aufmerksam. Seine Mitteilung zeigt in erfreulicher Weise, daß für diesen Fehler und seine Entstehungsgeschichte auch anderwärts Interesse vorliegt. (Vergl. hierzu S. 36f. der vorliegenden Abhandlung.)

Wenn dies nicht zutrifft, so ist das Segment entweder größer oder kleiner als $\Psi$.

Zuerst werde angenommen, das Segment sei, falls dies möglich ist, größer als $\Psi$.

In das Segment denkt man sich einen Körper einbeschrieben und um das Segment einen anderen Körper umbeschrieben, von denen jeder aus Zylindern gleicher Höhe zusammengesetzt ist derart, daß der umbeschriebene Körper $\mathfrak{U}$ den einbeschriebenen Körper $\mathfrak{E}$ um weniger übertrifft als das Segment den Kegel $\Psi$. Da also Segment $- \Psi > \mathfrak{U} - \mathfrak{E}$ ist, folgt notwendig $\mathfrak{E} > \Psi$.

Der größte Teilzylinder von $\mathfrak{U}$ hat als Grundfläche den Kreis mit dem Durchmesser $A\Gamma$ und die Achse $\Delta E$, der kleinste Teilzylinder als Grundfläche den Kreis mit dem Durchmesser $\Sigma T$ und die Achse $BI$. Der größte Teilzylinder von $\mathfrak{E}$ hat als Grundfläche den Kreis mit dem Durchmesser $K\Lambda$ und die Achse $\Delta E$, der kleinste Teilzylinder als Grundfläche den Kreis mit dem Durchmesser $\Sigma T$ und die Achse $I\Theta$. Denkt man sich die Grundflächen der Teilzylinder von $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{U}$ weiter ausgezogen, bis sie den Mantel des großen Zylinders über $A\Gamma$ treffen, so wird dieser Zylinder in ebenso viele Teilzylinder zerlegt wie $\mathfrak{U}$; ihre Höhe ist gleich der Strecke $\Delta E$ und ihre Grundfläche gleich dem Kreis mit dem Radius $A\Delta$.

Nun verhält sich der unterste Teilzylinder des großen Zylinders zum untersten Teilzylinder von $\mathfrak{E}$ wie $A\Delta^2 : KE^2$; dies ist aber wegen der Parabeleigenschaft des Achsenschnittes $AB\Gamma$ gleich $B\Delta : BE$, und dieses Verhältnis ist, weil $A\Delta$ parallel zu $KE$ ist, gleich dem Verhältnis $A\Delta : \Xi E$.

Ebenso findet man, daß der 2. Teilzylinder des großen Zylinders zum 2. Teilzylinder von $\mathfrak{E}$ das Verhältnis hat $\Pi E^2 : NZ^2 = A\Delta^2 : NZ^2 = B\Delta : BZ = A\Delta : OZ = \Pi E : OZ$.

Weiter heißt es bei Archimedes (Heiberg, a. a. O. I, S. 350, Z. 7–13):

καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἐχόντων ἴσον τᾷ $\Delta E$ ποτὶ ἕκαστον τῶν κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι ἄξονα ἐχόντων τὸν αὐτὸν ἕξει τοῦτον τὸν λόγον, ὃν ἁ ἡμίσεια τᾶς διαμέτρου τᾶς βάσιος αὐτοῦ ποτὶ τὰν ἀπολελαμμέναν ἀπ' αὐτᾶς μεταξὺ τᾶν $AB$, $B\Delta$ εὐθειᾶν.

In wörtlicher Übersetzung: „Und von den übrigen Zylindern verhält sich jeder der Teilzylinder, die in dem ganzen Zylinder enthalten sind und eine Achse gleich $\Delta E$ haben, zu jedem der Teilzylinder, die sich in dem einbeschriebenen Körper befinden und die nämliche Achse haben, wie der Radius der Grundfläche jenes Teilzylinders zu der Strecke, die von diesem Radius zwischen den Geraden $AB$ und $B\Delta$ abgeschnitten wird."

Hierzu ist zu bemerken: Die den Teilzylindern von $\mathfrak{E}$ zugeordneten Strecken $\Xi E$, $OZ$ usw. werden durch $BA$ und $B\Delta$ allerdings von den Radien der *Deckflächen* der entsprechenden Teilzylinder des großen Zylinders abgeschnitten. In der Übersetzung soll aber die Bezeichnung „Grundfläche", genau wie bei Archimedes das Wort „βάσις", im euklidischen Sinne (Euklid XI, Def. 23) gebraucht werden.

Es heißt nun weiter (a. a. O. I, S. 350, Z. 13–20):

καὶ πάντες οὖν οἱ κυλίνδροι οἱ ἐν τῷ κυλίνδρῳ, οὗ βάσις μέν ἐστιν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὰν $A\Gamma$, ἄξων δὲ ἁ $\Delta I$ εὐθεῖα, ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν πᾶσαι αἱ εὐθεῖαι αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων, οἵ ἐντι βάσιες τῶν εἰρημένων κυλίνδρων, ποτὶ πάσας τὰς εὐθείας τὰς ἀπολελαμμένας ἀπ' αὐτᾶν μεταξὺ τᾶν $AB$, $B\Delta$.

„Also werden sich alle Teilzylinder in dem Zylinder, dessen Grundfläche der Kreis mit dem Durchmesser $A\Gamma$ und dessen Achse $\Delta I$ ist, zu allen Teilzylindern des einbeschriebenen Körpers verhalten wie alle Radien der Kreise, welche die Grundflächen der genannten Teilzylinder sind, zu allen Strecken, die auf ihnen zwischen den Geraden $AB$ und $B\Delta$ liegen."

Es wird also nicht der ganze große Zylinder, sondern nur der um den obersten Teilzylinder verkleinerte Zylinder mit 𝔈 verglichen. Dies ist für das Folgende von Wichtigkeit.

Was die Herleitung dieser Proportion betrifft, so hat zwar Archimedes im Lehrsatz I seiner Abhandlung die Bedingungen dargelegt, unter denen die Proportion gebildet werden darf; jedoch fehlt hier ein Hinweis, daß diese Voraussetzungen erfüllt sind.

Es kommt nun zur entscheidenden Schlußfolgerung (a. a. O. I, S. 350, 20 bis S. 352, 1):

αἱ δὲ εἰρημέναι εὐθεῖαι τῶν εἰρημένων χωρὶς τᾶς $A\Delta$ μείζονές ἐντι ἢ διπλάσιαι· ὥστε καὶ οἱ κυλίνδροι πάντες οἱ ἐν τῷ κυλίνδρῳ, οὗ ἄξων ὁ $\Delta I$, μείζονές ἐντι ἢ διπλασίοι τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος· πολλῷ ἄρα καὶ ὁ ὅλος κύλινδρος, οὗ ἄξων ἁ $\Delta B$, μείζων ἐντὶ ἢ διπλασίων τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος.

„Jene Strecken sind größer als das Doppelte der (zuletzt) genannten Strecken ohne $A\Delta$; folglich sind auch alle Teilzylinder in dem Zylinder, dessen Achse $\Delta I$ ist, größer als das Doppelte des einbeschriebenen Körpers; also ist auch der ganze Zylinder mit der Achse $\Delta B$ weit größer als das Doppelte des einbeschriebenen Körpers."

Der Zusatz χωρὶς τᾶς $A\Delta$ zu εἰρημένων (sc. εὐθειῶν) erscheint hier überflüssig, weil nach dem oben Gesagten für das Verhältnis des untersten Teilzylinders des großen Zylinders zu dem untersten Teilzylinder von 𝔈 nur das Streckenverhältnis $\Pi E : \Xi E$ in Frage kommt. Auf die hier vorliegende Schwierigkeit bei der Interpretation des Textes soll weiter unten näher eingegangen werden.

Der Beweis wird nun in folgender Weise zu Ende geführt: Da der ganze Zylinder das Doppelte des Kegels $\Psi$ ist, folgt aus der letzten Feststellung, daß $\Psi$ größer als 𝔈 ist. Dies steht jedoch im Widerspruch mit der früheren Feststellung, daß $\Psi$ kleiner als 𝔈 ist. Folglich ist die Annahme, daß das Segment größer als $\Psi$ sei, zu verwerfen.

Jetzt werde angenommen, das Segment sei kleiner als $\Psi$. Wieder nimmt man die Körper 𝔈 und 𝔘 zu Hilfe, nur daß jetzt $\Psi$ — Segment $>$ 𝔘 — 𝔈 ist, woraus 𝔘 $<$ $\Psi$ folgt. Jetzt verhält sich der ganze Zylinder zu 𝔘 wie die Summe der Grundkreisradien aller Teilzylinder des ganzen Zylinders zur Summe der von diesen Radien durch $AB$ und $B\Delta$ abgeschnittenen Strecken. Erstere Summe ist aber kleiner als das Doppelte der zuletzt genannten. Somit ist der ganze Zylinder mit der Achse $\Delta B$ kleiner als das Doppelte von 𝔘. Dies widerspricht aber der obigen Feststellung, derzufolge der ganze Zylinder größer als das Doppelte von 𝔘 ist. Also kann das Segment nicht kleiner als $\Psi$ sein. Da es aber auch nicht größer als $\Psi$ sein kann, ist der Nachweis erbracht, daß das Paraboloidsegment das Anderthalbfache des Kegels ist, der mit dem Segment in Grundfläche und Achse übereinstimmt.

In der zuletzt zitierten Stelle (I 350, 20 bis 352, 1) findet sich nun ein Fehlschluß. Mit αἱ δὲ εἰρημέναι εὐθεῖαι sind die Verhältnisstrecken für die Teilzylinder des großen Zylinders mit der Höhe $\Delta I$ gemeint, mit τῶν εἰρημένων die Verhältnisstrecken für die Teilzylinder von 𝔈; letztere Strecken sind in der Figur 2 stark ausgezeichnet. Noch einmal wird an dieser Stelle betont, daß nur der verkürzte Zylinder $AA'\Gamma'\Gamma$ in Fig. 2 mit der Höhe $\Delta I$ in Beziehung zu 𝔈 gesetzt wird. Ein Blick auf Fig. 2 zeigt aber sofort, daß alle gleich großen Verhältnisstrecken $\Pi E \ldots A'I$ zusammen gerade doppelt so groß sind wie die Summe der kleinen Strecken $\Xi E$, $OZ$, ... $\Theta'\Theta$, $I'I$. *Die Behauptung, daß die Summe jener Strecken größer als das Doppelte der Summe der zuletzt genannten Strecken ist, erweist sich daher als falsch.*

In der Tat, wird die Achse $\Delta B$ in $n$ gleiche Teile geteilt und $II' = a, \Theta\Theta' = 2a, \ldots A\Delta = na$ gesetzt, so ist die Summe der $n-1$ Verhältnisstrecken für die Teilzylinder des Zylin-

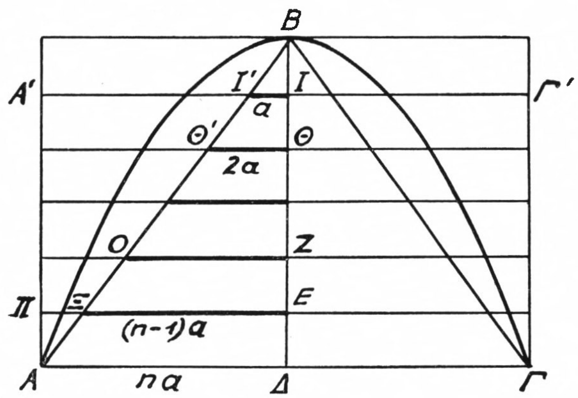



Fig. 2

ders $AA'\Gamma'\Gamma$ gleich $(n-1) \cdot na$. Die Summe der Verhältnisstrecken für die Teilzylinder von 𝔈 ergibt aber $a + 2a + \cdots + (n-1)a = \frac{n-1}{2}\,na$. Erstere Summe ist also doppelt so groß wie die zuletzt genannte.

Es trifft natürlich auch die Folgerung aus diesem Fehlschluß nicht zu, daß „alle Teilzylinder in dem Zylinder, dessen Achse $\Delta I$ ist, zusammen größer sind als das Doppelte des einbeschriebenen Körpers“. Vielmehr ist der Zylinder mit der Achse $\Delta I$ gerade doppelt so groß wie 𝔈. Dieses Ergebnis kann in folgendem Lehrsatz festgehalten werden: „Wird von einem Rotationsparaboloid durch eine Ebene senkrecht zur Rotationsachse ein Segment abgeschnitten und in das Segment ein aus beliebig vielen Zylinderscheiben gleicher Höhe bestehender Körper einbeschrieben, so ist dieser Körper halb so groß wie der Zylinder, der über der Grundfläche des Segments errichtet wird und so hoch wie der einbeschriebene Körper ist.“ Dieser Satz behält seine Gültigkeit auch dann, wenn das Paraboloid durch eine Ebene begrenzt wird, die nicht senkrecht zur Rotationsachse steht.

Aus diesem Satz folgt nun aber, daß der Zylinder, der die gleiche Höhe wie das Paraboloidsegment hat, mehr als doppelt so groß wie 𝔈 ist. So gelangt man also mittels richtiger Schlußfolgerungen auch zu der Ungleichung, die den Widerspruch ergibt. Archimedes hat hierbei allerdings, wie im folgenden nachgewiesen wird, einen kürzeren Weg eingeschlagen.

Es werde noch eine Bemerkung von Heiberg zu seiner lateinischen Übersetzung der letzten griechischen Textstelle S. 350, 20 uf. angeführt (a. a. O. I, S. 351 uf.):

illae vero rectae his, excepta recta $A\Delta$, maiores sunt quam duplo maiores; quare etiam omnes cylindri in eo cylindro positi, cuius axis est $\Delta I$, maiores sunt quam duplo maiores figura inscripta;[7] itaque etiam totus cylindrus, cuius axis est $\Delta B$, multo maior est quam duplo maior figura inscripta.

In der Fußnote 7 erläutert er, daß wegen $BI = I\Theta = ZE = E\Delta$ die Differenz der Strecken $A\Delta$, $\Xi E$, $ZO$ usw. gleich der kleinsten dieser Strecken sei, und verweist zur Begründung der jetzt als falsch erkannten Schlußfolgerung auf S. 260, 17 uf. An dieser Stelle findet man den künftig als Hilfssatz I bezeichneten Satz:

Εἴ κα ἔωντι μεγέθεα ὁποσαοῦν τῷ ἴσῳ ἀλλάλων ὑπερέχοντα, ᾖ δὲ ἁ ὑπεροχὰ ἴσα τῷ ἐλαχίστῳ, καὶ ἄλλα μεγέθεα τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ, πάντα τὰ μεγέθεα, ὧν ἐστιν ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ, πάντων μὲν τῶν τῷ ἴσῳ ὑπερεχόντων ἐλάσσονα ἐσσοῦνται ἢ διπλάσια, τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ μεγίστου μείζονα ἢ διπλάσια.

Er lautet in heutiger Ausdrucksweise so: Ist eine arithmetische Reihe $a_1, a_2, \ldots\ldots a_n$ gegeben, deren Differenz gleich dem kleinsten Glied ist, so bestehen die beiden Ungleichungen

1) $$n \cdot a_n < 2\,(a_1 + a_2 + \cdots + a_n)$$

und

2) $$n \cdot a_n > 2\,(a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1}).$$

Heiberg übersieht also, daß die Voraussetzung für die Anwendung der 2. Relation fehlt; denn es werden im ersten Teil des Beweises gar nicht $n$, sondern nur $n-1$ große Strecken $A\Delta = a_n$ mit der doppelten Summe der kleinen Strecken $II'$, $\Theta\Theta'$, $\ldots ZO$, $\Xi E$ verglichen, und dies liefert, wie oben gezeigt wurde, die Identität

$$(n-1) \cdot a_n = 2\,(a_1 + a_2 + \cdots\cdot + a_{n-1}).$$

Es ist nun gewiß nicht anzunehmen, daß dieser Fehlschluß Archimedes unterlaufen ist.[1] Viel näher liegt die Erklärung, daß es sich hier um eine verderbte Textstelle handelt, und man kann fragen, wie die ursprüngliche Fassung gelautet hat.

Hier sei zunächst auf die Schwierigkeit hingewiesen, welche der Zusatz χωρὶς τᾶς $A\Delta$ zu τῶν εἰρημένων der Deutung des Satzes αἱ δὲ εἰρημέναι εὐθεῖαι τῶν εἰρημένων χωρὶς τᾶς $A\Delta$ μείζονές ἐντι ἢ διπλάσιαι bereitet, solange man den verkürzten Zylinder $AA'\Gamma'\Gamma$ (Fig. 2) mit $\mathfrak{C}$ vergleicht. Wie schon oben gesagt wurde, ergibt sich aus dem Zusammenhang, daß als Vergleichsstrecken für die Teilzylinder des großen Zylinders die Radien ihrer *Deckflächen* zu nehmen sind; durch $AB$ und $B\Delta$ werden von diesen Radien die Vergleichsstrecken für die Teilzylinder von $\mathfrak{C}$ abgeschnitten, $E\Xi$, $ZO$ usw. bis zu $II'$ von dem obersten Radius $A'I$. Da der Radius $A\Delta$ hiernach gar nicht als Vergleichsstrecke für den untersten Teilzylinder des großen Zylinders in Frage kommt, erübrigt sich also der Zusatz χωρὶς τᾶς $A\Delta$.

Dieser Zusatz könnte überhaupt nur einen Sinn haben, wenn als Vergleichsstrecken für die Teilzylinder des großen Zylinders mit der Höhe $\Delta I$ die Radien ihrer unteren Grund-

---

[1] Herr Hermelink, a. a. O., S. 433, vertritt die gegenteilige Auffassung, die ich jedoch aus den hier entwickelten Gründen nicht zu teilen vermag.

flächen gewählt würden; dies ist jedoch nicht möglich; denn der von $\Theta$ ausgehende große Radius ist dann die Vergleichsstrecke für den obersten Teilzylinder des verkürzten Zylinders $AA'\Gamma'\Gamma$; der Radius $A'I$, von dem die kleinste Vergleichsstrecke $II'$ abgeschnitten wird, tritt also gar nicht als Vergleichsstrecke für einen Teilzylinder des großen Zylinders mit der Höhe $\Delta I$ in Erscheinung.

Eine sinnvolle Bedeutung kann diese Stelle unter Beibehaltung von χωρὶς τᾶς $A\Delta$ also nur dann erhalten, wenn man sofort den unverkürzten ganzen Zylinder mit der Höhe $\Delta B$ in Beziehung zu $\mathfrak{C}$ bringt.

Hält man daran fest, im Beweis zunächst den verkürzten Zylinder $AA'\Gamma'\Gamma$ mit $\mathfrak{C}$ zu vergleichen, so müßte die fragliche Stelle unter Fortfall von χωρὶς τᾶς $A\Delta$ richtig lauten:

αἱ δὲ εἰρημέναι εὐθεῖαι τῶν εἰρημένων ἐντι διπλάσιαι· ὥστε καὶ οἱ κυλίνδροι πάντες οἱ ἐν τῷ κυλίνδρῳ, οὗ ἄξων ἁ $\Delta I$, ἐντὶ διπλασίοι τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος· πολλῷ ἄρα ὁ ὅλος κύλινδρος, οὗ ἄξων ἁ $\Delta B$, μείζων ἐντὶ ἢ διπλασίων τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος.

Gegen diese Richtigstellung sprechen aber verschiedene Gründe. Erstens hat Archimedes den hier verwendeten Satz $(n-1)\cdot a_n = 2(a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1})$ weder in dieser noch in einer früheren Abhandlung ausgesprochen oder bewiesen, wenn ihm der Inhalt dieser Relation sicherlich auch bekannt war. Zum andern stellt der Übergang von dem so berichtigten Text zu der uns in den Handschriften überlieferten Fassung einen sehr erheblichen Eingriff in die Beweisführung dar; es erscheint sehr unwahrscheinlich, daß Abschreiber oder Kommentatoren den Wortlaut von Archimedes in solcher Weise abgeändert haben sollten. Und schließlich – was das stärkste Gegenargument gegen eine derartige Richtigstellung ist – würde der Beweis in dieser Form gar nicht in den Rahmen der ganzen Abhandlung passen.

Bei der Berechnung des Hyperboloidsegments (Lehrs. XXV u. XXVI) und des Ellipsoidsegments (Lehrs. XXVII u. XXIX) verwendet nämlich Archimedes genau wie in Lehrs. XXI einen dem Segment umbeschriebenen und einen ihm einbeschriebenen Hilfskörper sowie den „ganzen" Zylinder, der mit dem Segment in Grundfläche und Achse übereinstimmt; er ermittelt dann jedesmal im ersten Teil des Beweises sofort das Verhätnis des ganzen Zylinders zu $\mathfrak{C}$, muß dabei jedoch, wie es sich aus der Art der Aufgabe ergibt, nicht Vergleichsstrecken, sondern Vergleichsflächen zu Hilfe nehmen. Bei der Zusammenfassung der einzelnen Größenreihen zu einer Proportion erläutert er jedesmal ausführlich, daß die Voraussetzungen erfüllt sind, die er im Lehrsatz I seiner Abhandlung dafür angegeben hat. Dieser Satz (a. a. O., S. 260, 26 bis S. 262, 6) – er soll hier künftig als Hilfssatz II bezeichnet werden – lautet:

Εἴ κα μεγέθεα ὁποσαοῦν τῷ πλήθει ἄλλοις μεγέθεσιν ἴσοις τῷ πλήθει κατὰ δύο τὸν αὐτὸν λόγον ἔχωντι τὰ ὁμοίως τεταγμένα, λέγηται δὲ τά τε πρῶτα μεγέθεα ποτ' ἄλλα μεγέθεα ἢ πάντα ἤ τινα αὐτῶν ἐν λόγοις ὁποιοισοῦν, καὶ τὰ ὕστερον ποτ' ἄλλα μεγέθεα τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις, πάντα τὰ πρῶτα μεγέθεα ποτὶ πάντα, ἃ λέγονται, τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν ἔχοντι πάντα τὰ ὕστερον μεγέθεα ποτὶ πάντα, ἃ λέγονται.

In wörtlicher Übersetzung:

Ist eine beliebige 1. Reihe von Größen und eine ihr an Zahl gleiche 2. Reihe von Größen gegeben derart, daß je zwei Größen der 1. Reihe das gleiche Verhältnis besitzen wie die entsprechenden Größen der 2. Reihe, und stehen die Größen der 1. Reihe, entweder alle oder nur einige von ihnen, zu den Größen einer 3. Reihe in irgendwelchen Verhältnissen, und die Größen der 2. Reihe zu den entsprechenden Größen einer 4. Reihe in denselben Verhältnissen (nämlich wie die entsprechenden Größen der 1. Reihe zu denen der 3. Reihe), so verhält sich die Summe der Größen der 1. Reihe zu der der 3. Reihe wie die Summe der Größen der 2. Reihe zu der der 4. Reihe.

Mit ἢ πάντα ἤ τινα αὐτῶν werden die beiden Fälle unterschieden, daß die 1. und 2. Reihe entweder ebenso viele Glieder zählen wie die 3. und 4. Reihe oder weniger als die 3. und 4. Reihe. Diese Gabelung ist durch den Aufbau der Beweise bedingt, die jedesmal in zwei Schlußreihen ablaufen. Und diese Zweiteilung ist in der Abhandlung ganz systematisch durchgeführt und findet sich nicht nur im Hilfssatz I, sondern auch in weiteren Hilfssätzen, die bei den späteren Beweisen eine Rolle spielen. Es läßt sich schlechterdings kein Grund dafür beibringen, daß Archimedes beim Paraboloidsegment im ersten Teil des Beweises einen andern Weg eingeschlagen haben sollte als bei der Berechnung der andern Umdrehungskörper. Es widerspräche auch ganz den Gepflogenheiten von Archimedes, der Abhandlung einen Hilfssatz vorauszuschicken und ihn dann nur zum Teil zu benutzen.

Die Annahme, Archimedes habe den Hilfssatz I, 2. Teil zwar richtig auf die Summe der großen Vergleichsstrecken von $A\Delta$ bis $A'I$ (Fig. 2) und auf die Summe ihrer Abschnitte $E\Xi$ bis $I'I$ angewendet, dann aber diese Summen mit dem gekürzten großen Zylinder und mit $\mathfrak{E}$ in Beziehung gebracht, wird gleichfalls durch die späteren Beweise widerlegt. Dieser Einwand, so abwegig er auch ist, wird hier nur erwähnt, weil in neuerer Zeit ein Kommentator von Archimedes diesem Trugschluß verfallen ist (S. 35).

Beim Vergleich der Beweise fällt allerdings auf, daß Archimedes in Lehrsatz XXI nicht so ausführlich auf die ungleiche Anzahl der Teilzylinder im ganzen Zylinder und in $\mathfrak{E}$ hinweist wie bei den späteren Lehrsätzen. Es ist aber zu bedenken, daß beim Paraboloidsegment der Fall mit den Vergleichsstrecken besonders einfach liegt, weil ihre gegenseitige Zuordnung aus der Hauptfigur ohne weiteres ersichtlich ist, während bei den andern Rotationskörpern die Darstellung und Zuordnung der Vergleichsflächen besondere Hilfszeichnungen erfordern. In diesem Zusammenhang erhält aber nun die nähere Bestimmung χωρὶς τᾶς $A\Delta$ in dem oben zitierten Satze eine besondere Bedeutung, wenn man den Satzinhalt auf den ganzen Zylinder mit der Höhe $\Delta B$ bezieht und den genannten Satz der entsprechenden Stelle im 2. Teil des Beweises gegenüberstellt; hier heißt es nämlich ausführlicher (I, 354, 5–8):

αἱ δὲ εὐθεῖαι πᾶσαι αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων, οἳ βάσιές ἐντι τῶν κυλίνδρων, τᾶν εὐθειᾶν πασᾶν τᾶν ἀπολελαμμενᾶν ἀπ' αὐτᾶν σὺν τᾷ $A\Delta$ ἐλάσσονές ἐντι ἢ διπλάσιαι.

Unterstellt man, daß Archimedes an beiden Stellen als Vergleichsstrecken für die Teilzylinder des ganzen Zylinders mit der Höhe $\Delta B$ die Radien ihrer *unteren* Grundflächen benutzt hat, so deutet der Zusatz χωρὶς τᾶς $A\Delta$ an, daß der Vergleichsstrecke für den obersten Teilzylinder des ganzen Zylinders mit der Höhe $\Delta B$ keine Vergleichsstrecke eines Teilzylinders von $\mathfrak{E}$ entspricht, weil dem genannten Teilzylinder des ganzen Zylinders kein Teilzylinder von $\mathfrak{E}$ zugeordnet ist.

Der Zusatz χωρὶς τᾶς $A\Delta$ erinnert an die Wendung χωρὶς τοῦ μεγίστου im Hilfssatz I, womit dort die 2. Relation charakterisiert ist, und kann somit als Hinweis dafür angesehen werden, daß diese Relation anzuwenden ist, genau so wie im zweiten Teil des Beweises der Zusatz σὺν τᾷ $A\Delta$ auf die 1. Relation von Hilfssatz I hinzielt.

Will man auf Grund dieser Überlegungen den Text in Lehrsatz XXI richtigstellen, so braucht man nur in dem zitierten Abschnitt des Beweises (I, 350, 15 u. 23) die Höhenangaben ἁ $\Delta I$ durch ἁ $\Delta B$ zu ersetzen; dann beziehen sich die Ausführungen in diesem Teil des Beweises sofort auf *sämtliche* Teilzylinder des großen Zylinders mit der Höhe $\Delta B$ bzw. auf diesen *ganzen* Zylinder selbst. Einer weiteren Textänderung bedarf es nicht; insbesondere stört das Wort πολλῷ im letzten Satz der zitierten Stelle (I, 350, 24) nicht den logischen Zusammenhang. Hierauf muß näher eingegangen werden, weil der Herausgeber einer lateinischen Archimedes-Übersetzung, Commandino, der als erster eine Verbesserung der fehlerhaften Stelle vorgenommen hat, an diesem Wort Anstoß nimmt und seine Streichung verlangt. Sein Vorschlag beruht aber sicherlich auf einer nicht zutreffenden Interpretation von πολλῷ, die offenbar damals vorherrschte und sich bis in die neueste Zeit erhalten hat und dazu führte, daß dieses Wort lateinisch durch „multo magis" und deutsch durch „um so mehr" wiedergegeben wurde.[1]

Nach den griechischen Wörterbüchern von Benseler,[2] Pape,[3] Passow[4] und Gemoll[5] steht πολύ, wofür oft auch πολλῷ gesetzt wird, beim Komparativ, von diesem oft durch ein oder mehrere Wörter getrennt, in dem Sinne „weit, bei weitem" oder „um die vergleichende Kraft des Komparativs zu steigern".

An der kritischen Stelle des Beweises handelt es sich nun um objektiv feststellbare Größenbeziehungen. Hätte Archimedes wirklich ausdrücken wollen, daß der Unterschied zwischen den Vergleichsgrößen gegenüber früher noch zugenommen habe, dann hätte er, wie es der griechische Sprachgebrauch verlangt, dem Komparativ μείζων die nähere Bestimmung πολύ bzw. πολλῷ μᾶλλον oder ἔτι μᾶλλον vorausgeschickt. Als Beleg für diese Behauptung seien zunächst zwei Stellen aus der „Kreismessung" von Archimedes angeführt. Hier wird zuerst bewiesen, daß der Umfang eines dem Kreis umbeschriebenen Vielecks kleiner als $3\frac{1}{7}$ des Durchmessers ist, und daraus geschlossen, daß der Kreisumfang um so mehr kleiner als $3\frac{1}{7}$ des Durchmessers ist. Dies drückt Archimedes mit den Worten aus (I, 240, 7–11):

ὥστε τὸ πολύγωνον τὸ περὶ τὸν κύκλον τῆς διαμέτρου ἐστὶ τριπλάσιον καὶ ἐλάττονι ἢ τῷ ἑβδόμῳ μέρει μεῖζον· ἡ τοῦ κύκλου ἄρα περίμετρος πολὺ μᾶλλον ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τριπλασίων καὶ ἑβδόμῳ μέρει μείζων.

Und bei der Feststellung der unteren Grenze für das Verhältnis vom Umfang des Kreises zu seinem Durchmesser heißt es zum Schluß (I, 242, 15–18):

καὶ ἡ περίμετρος ἄρα τοῦ $\overline{\text{϶ϛ}}$γώνου τοῦ ἐν τῷ κύκλῳ τῆς διαμέτρου τριπλασίων ἐστὶ καὶ μείζων ἢ ῑ οα′· ὥστε καὶ ὁ κύκλος ἔτι μᾶλλον τριπλασίων ἐστὶ καὶ μείζων ἢ ῑ οα′.

[1] So auch bei Herrn Hermelink, a. a. O., S. 433.
[2] Griech.-deutsches Schul-Wörterbuch von G. E. Benseler, 10. Aufl., Leipzig 1896, S. 697.
[3] Griech.-deutsches Handwörterbuch von W. Pape, 3. Aufl., Braunschweig 1914, 2. Bd., S. 672.
[4] Handwörterbuch der griech. Sprache von Fr. Passow, 5. Aufl., Leipzig 1852, Bd. II, 1, S. 1013.
[5] Griech.-Deutsches Schul- und Handwörterbuch von W. Gemoll, 4. Aufl., Wien 1937, S. 620.

„Also ist auch der Umfang des dem Kreis einbeschriebenen 96-Ecks größer als $3\frac{10}{71}$ des Durchmessers; daher ist auch der Kreis(umfang) noch um so größer als $3\frac{10}{71}$ (des Durchmessers)."

Außerdem findet sich πολλῷ μᾶλλον noch in der Abhandlung Περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου, im 1. Buch, Lehrs. VI (I, 22, 10). Hier lautet die Aussage, wenn man sie auf die einfachste Form bringt: Aus $a:b < c:d$ und $d > b$ folgt πολλῷ μᾶλλον $a:d < c:d$.

Diese Beispiele zeigen, daß Archimedes das Wort μᾶλλον in Verbindung mit πολλῷ (πολύ) oder ἔτι beim Komparativ wohl anzuwenden wußte, wenn ihm daran lag, eine Änderung des Größenunterschiedes besonders hervorzuheben.

Nun könnte aber jemand einwenden, Archimedes habe, um eine solche Änderung des Größenunterschiedes beim Komparativ zu kennzeichnen, sich einfach nur des Wortes πολλῷ bedient. Er könnte dafür sogar Beispiele aus der obengenannten Abhandlung anführen. An der Stelle I, 20, 1 findet sich eine Schlußfolgerung von der Form: Aus $a:b < c:d$ und $c:d < e:f$ folgt πολλῷ: $a:b < e:f$.[1]

Bei I, 32, 21: Aus $a > b$ und $b > c$ folgt πολλῷ: $a > c$.[2]

Bei I, 40, 1: Aus $a + b > c$ und $d > a$ sowie $e > b$ folgt πολλῷ: $d + e > c$.

Bei I, 66, 27: Aus $a:b < c:d$ und $e > b$ folgt πολλῷ: $a:e < c:d$.

Und schließlich bei I, 126, 21: Aus $a:b < c^3:d^3$ und $c:e > c^3:d^3$ folgt πολλῷ: $a:b < c:e$.

In diesen fünf Fällen ändert sich tatsächlich der Größenunterschied, und der oben gemachte Einwand könnte berechtigt erscheinen, wenn er nicht durch zwei Gegenbeispiele widerlegt würde. Das eine findet sich in der schon genannten Abhandlung bei I, 36, 25: Wenn $a + b > c$ und zugleich $d$ nicht kleiner als $b$ ist, so folgt πολλῷ: $a + d > c$. Weil in dieser Schlußfolgerung der Fall $d = b$ mit enthalten ist, bei dem der Größenunterschied *keine* Änderung erfährt, kann πολλῷ hier nicht die Bedeutung „um so mehr" haben.

Das andere Gegenbeispiel ist im 1. Buch der Ἐπιπέδων ἰσορροπιῶν (II, 184, 11) enthalten: Wenn $a:b > c:d$ und zugleich $c:d$ nicht kleiner als $c:e$ ist, so folgt πολλῷ: $a:b > c:e$. Weil hier der besondere Fall $c:d = c:e$ mit erfaßt ist, wäre es falsch, πολλῷ durch „um so mehr" wiederzugeben.

Man ersieht hieraus, daß Archimedes, dem üblichen Sprachgebrauch folgend, mit πολλῷ nur betonen will, daß das bisherige Größer- oder Kleinersein als solches weiterhin bestehenbleibt, einerlei, ob sich der Größenunterschied ändert oder nicht. Interpretiert man die Stellen, wo bei einem Komparativ das Wort πολλῷ steht, in diesem Sinne, so wird es wohl am besten mit „beträchtlich" oder einfach mit „viel" übersetzt.[3]

Es liegt die Frage nahe, was Archimedes beim Beweis von Lehrsatz XXI mit dem Zusatz πολλῷ zu dem Komparativ μείζων bezweckt haben mag. Als eine Erklärung könnte etwa folgendes dienen: Er will seine Schlußfolgerung, daß der ganze Zylinder größer als

---

[1] Heiberg übersetzt hier zwar sinngemäß zutreffend, aber nicht wortgetreu: multo magis (I, 21).

[2] Heiberg: multo magis (I, 33).

[3] Übrigens sind die hier angeführten Stellen wohl die einzigen, an denen Archimedes durch eine zusätzliche Bestimmung dem Komparativ besonderen Nachdruck verleiht. Im allgemeinen läßt er den Nachsatz, auch wenn die Prämissen ein πολλῷ μᾶλλον oder ἔτι μᾶλλον rechtfertigen würden, mit einer konklusiven Konjunktion, meistens mit ἄρα oder ὥστε folgen.

das Doppelte des einbeschriebenen Körpers ist, deshalb besonders hervorheben, weil jetzt ein Höhepunkt in der Beweisführung erreicht ist und es nun zu der entscheidenden Wendung kommt. Jetzt folgen die vier kurzen Sätze (I, 352, 1–4)

τοῦ δὲ $\Psi$ κώνου ἦν διπλασίων· ἔλασσον ἄρα τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ $\Psi$ κώνου· ὅπερ ἀδύνατον· ἐδείχθη γὰρ μεῖζον.

„Er (der ganze Zylinder) war aber doppelt so groß wie der Kegel $\Psi$; also ist der einbeschriebene Körper kleiner als der Kegel $\Psi$; was unmöglich ist; denn es wurde bewiesen, daß er größer ist."

So wird der Widerspruch mit der früheren Feststellung in knappster Form, aber sehr wirkungsvoll hervorgehoben. Daher gibt die Übersetzung von πολλῷ mit „viel" oder „beträchtlich" den Sinn der Stelle wohl am besten wieder.

Aus diesen Überlegungen folgt mit großer Wahrscheinlichkeit, daß die ursprüngliche Form des Beweises von Lehrsatz XXI im ganzen der heutigen Heibergschen Fassung entsprach, jedoch mit der Ausnahme, daß bei I, 350, 15 und 23 die Höhenangabe ἁ $\Delta I$ in ἁ $\Delta B$ abgeändert wird. Dann kann man leicht verstehen, daß später durch Abschreiber die falsche Höhenangabe $\Delta I$ in den Text geraten konnte, und daß die falsche Interpretation des Wortes πολλῷ die Beibehaltung der unrichtigen Schreibweise begünstigte. Zu berücksichtigen ist dabei auch, daß die Abschreiber auf die Wiedergabe der Figuren meistens keine große Sorgfalt verwendeten und daß sie oft falsche oder gar keine Bezeichnungen in die Figuren eintrugen. Wie im folgenden noch gezeigt werden wird, macht sich in den Archimedes-Handschriften gerade an der fraglichen Stelle ein Schwanken bei der Höhenangabe des großen Zylinders bemerkbar.

## 2. DER FEHLER IN ÄLTEREN ARCHIMEDES-HANDSCHRIFTEN

Die nächste Aufgabe besteht darin, festzustellen, in welcher der uns bekannten Archimedes-Handschriften die falsche Höhenangabe zuerst aufgetreten ist. Man muß dabei bis zu dem *Codex Valla* zurückgehen, von dem nach den Untersuchungen von J. L. Heiberg[1] u. a. fast sämtliche westeuropäischen Archimedes-Handschriften abstammen. Dieser Codex V., so nach einem seiner früheren Besitzer, Georg Valla in Venedig, benannt, ist zwar nicht mehr vorhanden, sein Inhalt läßt sich jedoch mit Hilfe von vier Abschriften, die unabhängig voneinander und zu verschiedenen Zeiten unmittelbar von ihm abgenommen wurden, ziemlich genau wiederherstellen.

Eine dieser einwandfrei beglaubigten Abschriften ist der *Codex Laurentianus*, *Plut. 28, 4* der Biblioteca Medicea-Laurenziana in Florenz, der auf den Blättern 39$^{b}$ bis 71$^{a}$ die Abhandlung Περὶ κων. καὶ σφαιρ. bringt. Er wurde 1491 in Venedig für Lorenzo de'Medici geschrieben.[2] Der Abschreiber hielt sich, wie eine Vergleichung mit den andern Abschriften vom Cod. V. ergibt, nicht nur inhaltlich streng an die Vorlage; er ahmte sogar die alte Schreibweise der Buchstaben nach und verwendete auch die vielen Abkürzungszeichen des Originals; das Jota subscriptum fehlt gänzlich, und im allgemeinen finden sich auch keine

[1] Heiberg, a. a. O., III, S. XV u. XCI.

[2] Heiberg, a. a. O., III, S. XII.

Akzente und Spiritus; nur an wenigen Stellen hat der Abschreiber durch einen Punkt den Spiritus asper angedeutet, und das Abkürzungszeichen für καὶ hat er mit einem Akzent versehen. So gibt der Cod. Laurent. nach Inhalt und Aussehen am getreuesten das Bild des Cod. V. wieder. Die Art der Buchstaben und der Abkürzungen weisen den Cod. V. dem 9. oder 10. Jahrhundert zu. Eine Eintragung von der Hand dessen, der den Cod. V. geschrieben hat, ist im Cod. Laurent. und in einer andern Abschrift wiedergegeben und läßt die Vermutung zu, daß das Original um die Mitte des 9. Jahrhunderts in Konstantinopel angefertigt wurde.[1]

Für die Untersuchung ist bedeutungsvoll, was ein Abschreiber über die Urschrift, den Cod. V., bemerkt: sie enthalte zahlreiche Fehler und Unklarheiten und sei namentlich an

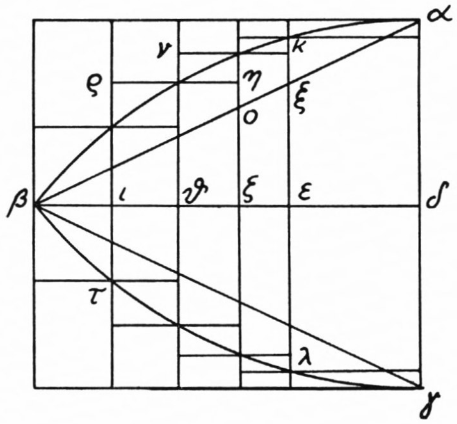



Fig. 3

den Stellen, wo ausradiert und darübergeschrieben sei, schwer zu lesen; offenbar seien auch Buchstaben miteinander vertauscht worden, z. B. $\vartheta$ mit $\beta$, $H$ mit $N$, $\alpha$ mit $\lambda$, $\zeta$ mit $\xi$ und umgekehrt.[2]

Die Abbildung 1[3] gibt vom Cod. Laurent. die Seite Blatt 56a wieder, die den Text der Heibergschen Ausgabe I, 348, 4 bis 352, 3 enthält. Die Figur zum Lehrsatz XXI befindet sich am Ende des Beweises auf Blatt 57a (Fig. 3). Es fällt auf, daß die Teilzylinder nicht gleiche Höhe haben, wie im Beweis verlangt wird; $\sigma$ und $\pi$ fehlen; aber andere Punkte, die im Beweis nicht auftreten, sind bezeichnet.

Vom Cod. Laurent. seien hier zwei Abschnitte übertragen, die für das Folgende von Wichtigkeit sind. Die eine Stelle handelt von den Teilzylindern des ein- und umbeschriebenen Körpers (I, 346, 23–348, 5); sie lautet:[4]

[1] Heiberg, a. a. O., III, S. XXII uf.

[2] Vielleicht darf man hieraus schließen, daß der Cod. V die Übertragung einer noch mit Unzialen geschriebenen Archimedes-Handschrift war. Vgl. *W. Wattenbach, Schrifttafeln zur Geschichte der griechischen Schrift und zum Studium der griechischen Paläographie*, Berlin 1876, wo auf den Tafeln 1 und 5 die Unzialen Α und Λ häufig einander sehr ähnlich sind. Bei Minuskelschrift dagegen ist eine Verwechslung von α und λ so gut wie ausgeschlossen.

[3] Mit freundlicher Genehmigung der Biblioteca Medicea-Laurenziana reproduziert.

[4] Cod. Laurent., Bl. 55b, Z. 25–Bl. 56a, Z. 1.

καὶ ἔστω τῶν κυλίνδρων, ἐξ ὧν σύγκειται τὸ περιγραφὲν σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν $\overline{\alpha\gamma}$, ἄξονα δὲ τὰν $\overline{\varepsilon\delta}$, ἐλάχιστος δὲ ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν $\overline{\sigma\tau}$, ἄξονα δὲ τὰν $\overline{\beta\gamma}$ (a)· τῶν δὲ κυλίνδρων, ἐξ ὧν σύγκειται τὸ ἐγγραφὲν σχῆμα, μέγιστος μὲν ἔστω ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν $\overline{\kappa\lambda}$, ἄξονα δὲ τὰν $\overline{\delta\varepsilon}$, ἐλάχιστος δὲ ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν $\overline{\sigma\tau}$, ἄξονα δὲ τὰν $\overline{\vartheta\iota}$.

Die andere Stelle entspricht dem oben aus Heiberg zitierten Absatz (I, 350, 7 bis 352, 1); ihr Wortlaut ist folgender:[1]

καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἐχόντων (b) τὸν αὐτὸν ἕξει τοῦτον τὸν λόγον, ὃν ἁ ἡμίσεια τᾶς διαμέτρου τᾶς βάσεως αὐτᾶς (c) ποτὶ τὰν ἀπολελαμμέναν ἀπ' αὐτᾶς μεταξὺ τῶν $\overline{\alpha\beta}$, $\overline{\beta\delta}$ εὐθειῶν· καὶ πάντες οἱ κυλίνδροι οἱ ἐν τῷ κυλίνδρῳ, οὗ βάσις μέν ἐστιν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὰν $\overline{\alpha\gamma}$, ἄξων δέ ἐστιν ἁ $\overline{\delta\gamma}$ (d) εὐθεῖα, ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ γεγραμμένῳ (e) σχήματι τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν πᾶσαι αἱ εὐθεῖαι αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων, οἳ ἐν τῇ βάσει εἰσιν (f) τῶν εἰρημένων κυλίνδρων, ποτὶ πάσας τὰς εὐθείας τὰς ἀπολελαμμένας ἀπὸ τᾶς (g) μεταξὺ τὰν $\overline{\alpha\beta}$, $\overline{\beta\delta}$. αἱ δὲ εἰρημέναι εὐθεῖαι τῶν εἰρημένων χωρὶς τὰν (h) $\overline{\alpha\delta}$ μείζων (i) ἐντι ἢ διπλάσιαι· ὥστε καὶ οἱ κυλίνδροι πάντες οἱ ἐν τῷ κυλίνδρῳ, οὗ ὁ ἄξων ὁ $\overline{\delta\iota}$ (k), μείζονές ἐντι ἢ διπλασίοι ἐγγεγραμμένου σχήματος· πολλῷ ἄρα καὶ ὁ ὅλος κύλινδρος, οὗ ὁ ἄξων ἁ $\overline{\delta\beta}$, μείζων ἐντι ἢ διπλασίων τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος.

Zu den durch Buchstaben gekennzeichneten Stellen des Textes ist zu bemerken:

a) Für die Achse des kleinsten Teilzylinders in dem umbeschriebenen Körper ist $\overline{\beta\iota}$ statt $\overline{\beta\gamma}$ zu setzen.

b) Hier fehlt ein ganzer Satzteil, was bereits frühzeitig erkannt wurde; aber erst Nizze gab 1824 die Ergänzung mit: ἴσον τᾷ $\overline{\delta\varepsilon}$ ποτὶ ἕκαστον τῶν κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι ἄξονα ἐχόντων[2]

c) Nizze schreibt dafür αὐτοῦ (I, 350, 12).

d) Für $\overline{\delta\gamma}$ setzt Heiberg $\Delta I$, was aber nach den obigen Ausführungen in $\Delta B$ zu verbessern ist.

e) Es muß ἐγγεγραμμένῳ heißen.

f) Statt οἳ ἐν τῇ βάσει εἰσιν schreibt Heiberg (I, 350, 18): αἵ ἐντι βάσιες.

g) Statt ἀπὸ τᾶς setzt Heiberg (I, 350, 20): ἀπ' αὐτᾶν.

h) Statt τὰν muß τᾶς stehen.

i) Richtig μείζονές ἐντι, weil auf αἱ εὐθεῖαι bezüglich.

k) $\overline{\delta\iota}$ ist in $\overline{\delta\beta}$ zu verbessern.

Der Cod. Laurent., den übrigens Heiberg seiner Erstausgabe von Archimedes zugrunde gelegt hat,[3] ist also, soweit sein Text für diese Untersuchung in Betracht kommt, mit zahl-

[1] Cod. Laurent., Bl. 56a, Z. 16–29.

[2] Man vergleiche I, 350, 8–10 mit I, 352, 25–27.

[3] Archimedis opera omnia cum commentariis Eutocii, e codice Florentino recensuit, Latine vertit notisque illustravit J. L. Heiberg. 3 Bde., Leipzig 1880–1881.

reichen sinnstörenden Fehlern belastet, die sich nur aus dem ganzen Zusammenhang der Stelle heraus berichtigen lassen. *Die falschen Höhenangaben für den ganzen Zylinder bei (d) und (k) tragen offenbar die Schuld an dem hier nachgewiesenen Fehlschluß im Lehrsatz XXI der Heibergschen Archimedes-Ausgabe.*

In der Biblioteca Marciana in Venedig befindet sich eine ältere Abschrift des Cod. V., der Cod. Marc. 305, der um die Mitte des 15. Jahrhunderts geschrieben wurde.[1] Von ihm wurde etwa 1540 eine Abschrift angefertigt, die durch verschiedene Hände ging und sich heute in der Berliner Staatsbibliothek befindet, wo sie unter der Bezeichnung „*Ms. Phill. 1541*" aufbewahrt wird. Die Handschrift weist die Schreibweise des 16. Jahrhunderts auf, mit Akzenten und Spiritus, jedoch ohne Jota subscriptum; sie enthält auf den Blättern 51–93 die Abhandlung Περὶ κων. καὶ σφαιρ. und insbesondere den Lehrsatz XXI auf Bl. 72, 73 und 74a. Die Vergleichung einer Photokopie dieses Teiles der Handschrift mit dem entsprechenden Abschnitt des Cod. Laurent. ergibt die fast völlige Übereinstimmung beider Texte in ihrem wesentlichen Inhalt, namentlich auch an den oben mit (a) bis (k) bezeichneten Stellen mit Ausnahme von (h) und (i), wo beim Ms. Phill. „τῶν" bzw. „μείζους" steht. Die Figur entspricht in ihrer Ausführung der im Cod. Laurent., die Bezeichnung $\sigma$ fehlt auch; statt $\pi$ steht $N$.

Aus dem Zusammenhang des Cod. Laurent. und des Ms. Phill. mit dem Cod. V. kann man mit größter Wahrscheinlichkeit folgern, daß letzterer bereits die unrichtigen Höhenangaben für den großen Vergleichszylinder enthalten hat, nämlich bei (d) die Angabe $\overline{\delta\gamma}$, die gar keinen Sinn ergibt, und bei (k) die Angabe $\overline{\delta\iota}$. *Wir können also rückschließend feststellen, daß der Cod. V. den in der Heibergschen Archimedes-Ausgabe beim Lehrsatz XXI der Abhandlung* Περὶ κων. καὶ σφαιρ. *nachgewiesenen Fehlschluß bereits in seinem Keim enthalten hat.*

Die Abschreiber, welche die falschen, sich widersprechenden Angaben für die Achse des Vergleichszylinders verschuldeten, hatten ganz gewiß nicht die Absicht, an dem Beweisverfahren von Archimedes etwas zu ändern. Erst spätere Benutzer haben dem fehlerhaften Text einen falschen Sinn untergeschoben und damit das Beweisverfahren abgeändert. Erstmalig läßt sich dies an der ältesten uns bekannten lateinischen Archimedes-Übersetzung nachweisen, dem *Codex Ottobon. Lat. 1850*, der heute in der Vatikanischen Bibliothek aufbewahrt wird. Dieser Übersetzung, die in der Zeit von 1268 bis 1270 von Wilhelm von Moerbeke vom Orden der Dominikaner angefertigt wurde, lag, wie Heiberg mit zwingenden Gründen glaubhaft gemacht hat,[2] der Cod. V. zugrunde. Die Handschrift kam später aus der Vatikanischen Bibliothek in den Besitz des Kardinals Bessarion und gelangte auf Umwegen über die Benediktinerabtei Ottobeuren 1740 wieder an ihren Ursprungsort zurück.[3]

Wilhelm von Moerbeke schloß sich bei seiner Arbeit eng an den griechischen Text an und übersetzte Wort für Wort, wie man bei einem Vergleich der weiter unten mitgeteilten Abschnitte mit dem Text des Cod. Laurent. leicht erkennt. Vielfach hat er Fehler, auf die er stieß, gleich bei der Übersetzung verbessert, auch durch Randbemerkungen auf Un-

---

[1] Heiberg, a. a. O., III², S. XIV.
[2] Heiberg, a. a. O., III, S. XLVIII.
[3] Heiberg, a. a. O., III, S. LX.

klarheiten und Lücken in den Beweisen aufmerksam gemacht, so daß seine Übersetzung den Eindruck einer sorgfältigen, mit Sachkenntnis angefertigten Arbeit erweckt. Der Codex ist in zwei Kolumnen geschrieben; er enthält die Abhandlung De conoidibus et sphaeroidibus auf den Bl. 38–45 (neuere Zählung); der Satz vom Paraboloidsegment befindet sich als Lehrsatz 22 auf Bl. 42a, 1. Spalte, Z. 2 v. o., bis 2. Sp., Z. 22 v. o., die zugehörige Figur (Fig. 4) in der 1. Spalte unten. Die Figur ist bis auf die Parabel richtig gezeichnet, die Teilzylinder besitzen gleiche Höhe.

Vom Lehrsatz 22 werden weiter unten die beiden Abschnitte wiedergegeben, die den

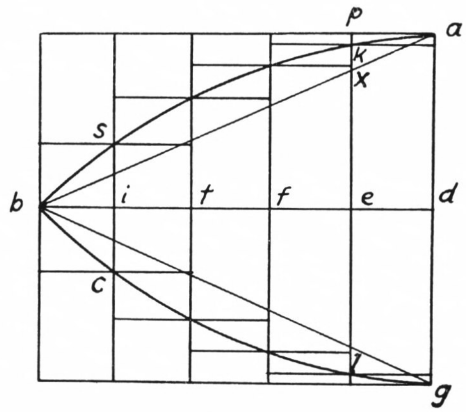



Fig. 4

zitierten Stellen des Cod. Laurent. entsprechen. Ein Vergleich zwischen beiden Texten ergibt folgendes:

1. Die falsche Höhenangabe $\overline{\beta\gamma}$ des griechischen Textes bei (a) ist von Wilhelm in *bi* verbessert worden.

2. Wilhelm erkennt richtig, daß sich an der Stelle (b) im griechischen Text eine Lücke befindet, und bemerkt dazu am Rande „deficit puto".[1]

3. An der Stelle (d) des griechischen Textes fügt Wilhelm die Randbemerkung bei „$\delta\gamma$ falsum" und setzt für die Achse des Vergleichszylinders *di* ein.

Vielleicht ist Wilhelm durch die spätere falsche Höhenangabe $\overline{\delta\iota}$ an der Stelle (k) des Cod. V. verleitet worden, als Vergleichskörper den verkürzten Zylinder mit der Höhe *di* zu wählen. Was auch immer die Gründe gewesen sein mögen, *jedenfalls ist er es gewesen, der nachweislich als erster die bisher nur als Schreibfehler zu wertenden Unrichtigkeiten des griechischen Textes auszumerzen versuchte und dabei die falsche Schlußfolgerung in das Beweisverfahren hineintrug, die sich bis auf den heutigen Tag erhalten hat.*

Fast zwei Jahrhunderte nach Wilhelm von Moerbeke wurden die Werke des Archimedes abermals ins Lateinische übertragen, und zwar von Jacobus Cremonensis, einem Kleriker,

[1] Das erste Wort ist in der Photokopie noch gut lesbar; das 2. Wort wird hier nach Heiberg (a. a. O., III, S. L) wiedergegeben.

der um 1450 im Auftrage von Papst Nicolaus V. († 1455) den Cod. V. übersetzte.[1] Wo sich die von Jacob hergestellte Handschrift heute befindet, läßt sich nicht mehr mit Sicherheit feststellen. Man weiß nur, daß etwa 1455 „quinterniones aliqui in Latino de Geometria Archimedis" aus der Vatikanischen Bibliothek an den Kardinal Bessarion ausgeliehen, von diesem aber nicht wieder an die Bibliothek zurückgegeben wurden. Heiberg vermutet daher, daß die Übersetzung des Jacob später als Geschenk des Papstes Calixtus III. (1455 bis 1458) in das Eigentum von Bessarion überging.[2] Bessarion schenkte seine wertvolle Bibliothek der Biblioteca Marciana in Venedig, und dort wird heute diese Handschrift als *Codex Marc. Lat. 327 (olim Bessarioneus)* aufbewahrt.

Die Beschaffenheit der Handschrift spricht nach Heiberg ebenfalls dafür, daß sie die Urschrift des Jacob ist; denn bisweilen sind griechische Wörter, die der Übersetzer nicht ver-

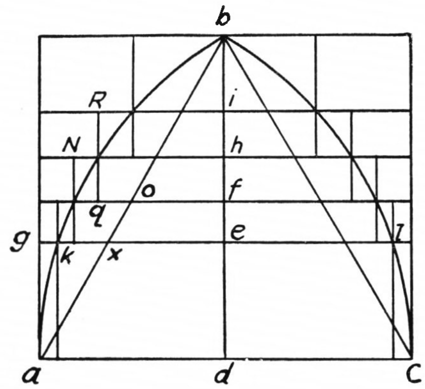



Fig. 5

standen hatte, entweder im Text beibehalten oder am Rande notiert worden. In der Abhandlung De con. et sphaer. finden sich Auslassungen und sinnstörende Schreibfehler, die Jacob bei einer nochmaligen Durchsicht gewiß beseitigt hätte; offenbar fehlte ihm aber die Zeit, die letzte Hand an seine Arbeit zu legen.

Es ist übrigens nicht anzunehmen, daß Jacob bei seiner Arbeit die Übersetzung des Wilhelm von Moerbeke verwendet hat. Er übersetzt viel freier als jener. Auch hätte er, wie ein Vergleich der hier vorliegenden Photokopien aus beiden Handschriften zeigt, sicherlich viele Fehler vermieden, wenn er die Arbeit seines Vorgängers gekannt hätte.

Der Cod. Marc. Lat. 327 bringt die Abhandlung De con. et sphaer. auf den Bl. 109–145 und den Lehrsatz XXI selbst auf Bl. 127a, Z. 5 v. u. bis Bl. 129a, Z. 4 v. o.; die Figur befindet sich auf Bl. 128a; ihre Bezeichnung enthält Fehler (Fig. 5).

Im folgenden werden vom Satz über das Paraboloidsegment die hier in Frage kommenden Abschnitte aus dem Cod. Ottobon. Lat. und dem Cod. Marc. Lat. einander gegenübergestellt.

[1] Heiberg, a. a. O., III, S. LXXV.
[2] Heiberg, a. a. O., III, S. LXXIX.

Cod. Ottobon. Lat. 1850

Bl. 42a, 1. Spalte, Z. 18–24 v. o.

Et sit cylindrorum, ex quibus componitur circumscripta figura, maximus quidem, qui basem habet circulum, qui circa diametrum *ag*, axem autem *ed*, minimus autem, qui basem quidem habet circulum, qui circa diametrum *sc*, axem autem *bi*. Cylindrorum autem, ex quibus componitur inscripta figura, maximus quidem sit, qui basem habet circulum, qui circa diametrum *kl*, axem autem *de*, minimus autem, qui basem quidem habet circulum, qui circa diametrum *sc*, axem autem *ti*.

Cod. Marc. Lat. 327

Bl. 127b, Z. 17–24 v. o.

Et sit maximus kylindrorum, ex quibus figura circumscripta componitur, qui basem habeat circulum circa diametrum *ac* constitutum, axem vero *ad* (l); eorum autem minimus sit ille, qui basem habeat circulum circa *st* diametrum descriptum, axem vero *bi*. kylindrorum vero, ex quibus figura inscripta componitur, maximus est ille, qui basem habeat circulum circa *st* constitutum, axem vero *hi* (m).

Cod. Ottobon. Lat. 1850

Bl. 42a, 1. Spalte, Z. 36–47 v. o.

Et aliorum cylindrorum unusquisque eorum, qui in toto cylindro axem habentium eundem habebit hanc proportionem, quam medietas diametri basis ipsius ad absumptam ab ipsa intermediam rectarum *ab*, *bd*.

Et omnes cylindri, qui in cylindro, cuius basis est circulus, qui circa diametrum *ag*, axis autem est recta *di*, ad omnes cylindros, qui in figura inscripta, eandem habebunt proportionem, quam omnes rectae, quae ex centris circulorum, qui sunt in basi dictorum cylindrorum, ad omnes rectas absumptas ab intermedia ipsarum *ab*, *bd*.

Dictae autem rectae dictarum, excepta *ad*, sunt maiores quam duplae. Quare et cylindri omnes, qui in toto cylindro, cuius axis, qui *di*, sunt maiores quam dupli inscriptae figurae. Et totus ergo cylindrus, cuius axis, qui *db*, est multo maior quam duplus inscriptae figurae.

Cod. Marc, Lat. 327

Bl. 128a, Z. 9–24 v. o.

Et unusquisque ceterorum, qui sunt in toto kylindro (n), qui basem (o) habeant eandem, eandem habebit proportionem, quam dimidia diametros basis suae habet ad eam sui partem, quae inter mediam linearum rectarum *ab*, *bd* comprehenditur.

Et omnes kylindri, qui in kylindro comprehenduntur, cuius basis est circulus circa *ac* diametrum descriptus, axis vero *dc* (p) linea recta, ad omnes kylindros in figura inscripta comprehensos eandem habebunt proportionem, quam omnes rectae lineae ex centris circulorum eductae, qui sunt in base dictorum kylindrorum, ad omnes lineas rectas inter medium *ab* et *bd* interceptas.

Dictae vero lineae rectae sunt dictis, dempta *ad*, plus quam duplae; quare et kylindri simul omnes, qui in toto sunt kylindro, cuius axis est *di* (q), erunt plus quam dupli figurae inscriptae. multo magis(r) autem totus kylindrus, cuius axis est *bd*, existet plus quam duplus figurae inscriptae.

Zu den angemerkten Stellen im Cod. Marc. Lat. ist folgendes zu sagen:

l) Wilhelm schreibt dafür richtig *e d*.

m) Hier ist der Text verstümmelt; die Angaben über die Grundfläche und Achse beziehen sich auf den *kleinsten* Teilzylinder von 𝔈. Wilhelm übersetzt die Stelle richtig.

n) Jacob übersieht, daß sich hier im griechischen Text eine Lücke befindet. Wilhelm weist mit seiner Randbemerkung „deficit puto" auf die Lücke hin.

o) Statt „basem habeant eandem", was hier keinen rechten Sinn ergibt, muß es entsprechend dem griechischen Text „axem habeant eundem" heißen. Wilhelm übersetzt hier richtig.

p) Die Angabe *d c* für die Achse des Vergleichszylinders ist sinnlos und steht zudem im Gegensatz zu der späteren Angabe *d i* bei (q). Wilhelm beseitigt den Widerspruch.

q) Jacob gibt hier den griechischen Text offenbar ohne Nachprüfung des Satzinhaltes wieder.

r) Jacob legt, wohl veranlaßt durch den Inhalt der Stelle, dem Wort „πολλῷ" des griechischen Textes eine falsche Bedeutung unter. Nach den früheren Ausführungen ist dieses Wort hier lediglich durch den Zusatz „multo" zum folgenden Komparativ zu übersetzen. Wilhelm übersetzt „πολλῷ" richtig mit „multo".[1]

Die Gegenüberstellung beider lateinischen Übersetzungen zeigt bereits in diesem kleinen Ausschnitt, daß die Übersetzung des Wilhelm von Moerbeke zuverlässiger und sorgfältiger ist als die des Jacob von Cremona. Wilhelm hat den Sinn des Beweisverfahrens von Archimedes hier im ganzen richtig aufgefaßt; bei Jacob scheint dies aber weniger der Fall gewesen zu sein, wie die gegensätzlichen Angaben für die Achse des Vergleichszylinders bei (p) und (q) beweisen. Nichts deutet darauf hin, daß er wie sein Vorgänger versucht habe, den durch Schreibfehler entstellten griechischen Text zu verbessern. An dieser Stelle seiner Übersetzungsarbeit erhebt er sich m. E. nicht über den Rang eines gewöhnlichen Abschreibers. Es muß aber hinzugefügt werden, daß sich diese Beurteilung nur auf den in Frage stehenden Abschnitt seiner Übersetzung bezieht. Heiberg, der die Gesamtleistung von Jacob übersieht, beurteilt ihn im ganzen günstiger.[2]

Die sonst noch vorhandenen Archimedes-Handschriften, die alle vom Cod. V. oder von den obengenannten Übersetzungen abstammen, werden hinsichtlich des nachgewiesenen Fehlschlusses kaum noch etwas Neues zutage fördern können. Eine Ausnahme bilden aber die beiden Codices, welche der Erstausgabe der Werke von Archimedes zugrunde liegen und die der Herausgeber vor der Drucklegung kritisch durchsehen und, wo es nötig war, berichtigen mußte.

---

[1] Heiberg erwähnt übrigens diese Stelle in seinen „Quaestiones Archimedeae" unter den kritischen Bemerkungen:* „P. 287, 51 (d. i. Seiten- und Zeilenzahl bei Torelli): πολλῷ ἄρα recte Bas., codd.; 'multo magis' Cr." Hiermit will er offensichtlich die Abweichung der lateinischen Übersetzung des Jacob von Cremona von den Handschriften und dem Baseler Erstdruck, griech. Teil, feststellen.

* Heiberg, Quaestiones Archimedeae, Hauniae 1879, S. 165.

[2] Heiberg, Arch. op. omn., III, S. LXXVII.

## 3. DER FEHLER IN DER EDITIO PRINCEPS

Die *Editio princeps*[1] erschien 1544 in Basel und wurde von Thomas Gechauff (1490 bis 1551) veröffentlicht. Aus der Widmung, mit der er das Werk den Ratsherren seiner Vaterstadt Nürnberg zueignet, erfahren wir, daß er für den griechischen Text die Handschrift zugrunde legte, welche Wilibald Pirkheimer (1470–1530) von Rom nach Nürnberg gebracht hatte[2] und die sich heute in der dortigen Stadtbibliothek befindet unter der Bezeichnung *Codex Cent. V, app. 12*. Für die lateinische Übersetzung bediente sich Venatorius einer Handschrift, die von Johannes Regiomontanus (1436–1476) nach der Übersetzung des Jacob von Cremona angefertigt wurde, später in den Besitz von Venatorius kam und heute gleichfalls in der Stadtbibliothek Nürnberg als *Codex Cent. V, app. 15 (Regiomontanus)* aufbewahrt wird.

Der *Cod. V, 12* ist nach Heibergs Ansicht eine Abschrift des Cod. Laurent. oder wo-

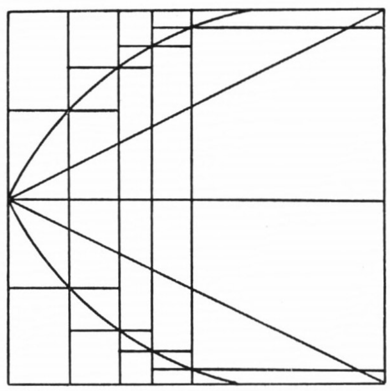


Fig. 6

möglich des Cod. V. selber.[3] Sein Text stimmt, was die hier in Frage kommenden Abschnitte anlangt, einige kleinere Versehen beim Abschreiben nicht gerechnet, fast Wort für Wort mit dem Cod. Laurent. überein; insbesondere finden sich bei ihm die Fehler und Abweichungen vom heute gebräuchlichen Text wieder, die dort unter (a) bis (k) vermerkt sind, mit alleiniger Ausnahme von (e), wo der Schreiber des *Cod. V, 12* das betreffende Wort richtig in ἐγγεγραμμένῳ verbessert. Der Satz über das Paraboloidsegment ist unter der Zahl $\overline{\varkappa\gamma}$ (23) aufgeführt; die Nummer der früheren Einteilung $\overline{\varkappa\alpha}$ (21) ist mit roter Tinte danebengeschrieben. Im Baseler Erstdruck erschien später nur die neue Nummer $\overline{\varkappa\gamma}$. Die zugehörige Figur (Fig. 6) ist ganz ähnlich wie die entsprechende Figur im Cod. Laurent. ausgeführt; es fehlen aber die Bezeichnungen. Dieser Mangel macht sich übrigens ungefähr bei jeder 3. Figur in diesem Teil der Handschrift bemerkbar. Will man die fehlenden

[1] Ἀρχιμήδους τοῦ Συρακουσίου, τὰ μεχρὶ νῦν σωζόμενα, ἅπαντα. Archimedis Syrakusani opera, quae quidem extant, omnia, primum et Graece et Latine in lucem edita. Basileae 1544. – Herausgeg. von Thomas Gechauff mit dem Zunamen Venatorius (Editio princeps).

[2] Ed. princ., Vorwort, S. 2.

[3] Heiberg, a. a. O., III, S. XLI.

Bezeichnungen nach dem Text in die Figur eintragen, so ist der Fehler bei (a) hinderlich, weil es nun fraglich bleibt, wie der dem Scheitel benachbarte Teilpunkt der Achse benannt werden muß. Aus der Höhenangabe $\overline{\vartheta\iota}$ für den kleinsten Teilzylinder von 𝔈 folgt, daß entweder $\vartheta$ oder $\iota$ dafür in Betracht kommt. Klarheit läßt sich erst gewinnen, wenn man die Höhenangaben für den großen Zylinder an den Stellen (d) und (k) miteinander vergleicht; da $\overline{\delta\gamma}$ bei (d) offensichtlich keinen Sinn ergibt, käme allenfalls $\overline{\delta\iota}$ in Betracht; es wäre hiernach also sowohl bei (d) wie auch bei (a) der Buchstabe $\gamma$ durch $\iota$ zu ersetzen. Als Venatorius die Handschrift als Unterlage für den Druck des griechischen Textes vorbereitete, ersetzte er an der Stelle (a) das $\gamma$ durch $\vartheta$ statt durch $\iota$ (s. Abb. 2);[1] die falsche Höhenangabe $\overline{\delta\gamma}$ bei (d) ließ er unverändert stehen. Diese willkürliche Entscheidung des Herausgebers ist um so unverständlicher, als in dem ihm vorliegenden lateinischen *Cod. V, 15* der dem Scheitel benachbarte Teilpunkt der Achse mit *i* bezeichnet ist. Welche Rück-

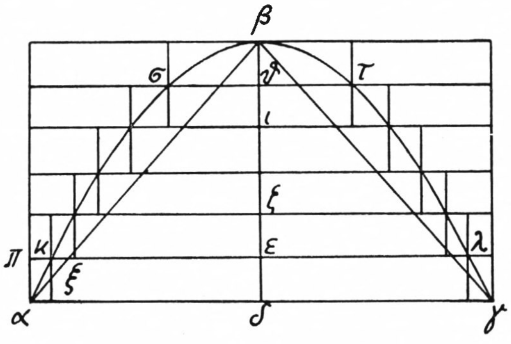



Fig. 7

wirkung seine Maßnahme auf die Beweisführung hatte, soll weiter unten an der entsprechenden Figur der Editio princeps erläutert werden.

Der griechische Text des Baseler Erstdrucks stimmt mit dem von Venatorius korrigierten *Cod. V, 12*, von einigen unwesentlichen Stellen abgesehen, so genau überein, daß nicht daran zu zweifeln ist, die Handschrift habe dem Setzer in Basel bei seiner Arbeit vorgelegen. Insbesondere finden sich im Erstdruck alle im Cod. Laurent. hervorgehobenen Fehler und Abweichungen wieder mit Ausnahme von (e), wo der Text bereits im *Cod. V, 12* richtiggestellt war, und von (a), wo $\overline{\beta\gamma}$ in $\overline{\beta\vartheta}$ abgeändert ist. An Stelle der unvollkommenen Figur im *Cod. V, 12* ist aber der griechische Teil der Editio princeps mit einer guten Figur ausgestattet (Fig. 7); ihre Bezeichnung entspricht dem Wortlaut des Textes.

Wenn man die Figur betrachtet, überzeugt man sich leicht, daß die Buchstabenvertauschung von $\vartheta$ und $\iota$ den im Beweis früher festgestellten Fehler noch verschlimmert. Die bisherige, man könnte sagen, leichtere Form des Fehlers führte zu der falschen Aussage, daß der nur um *einen* Teilzylinder verkürzte große Zylinder (hier der Zylinder mit der Höhe $\overline{\delta\vartheta}$) *größer* als das Doppelte von 𝔈 ist, während tatsächlich *Gleichheit* besteht. Nun kommt es zu einem weit gröberen Fehler durch die Schlußfolgerung, daß der um *zwei*

[1] Die Abb. 2–4 werden mit freundlicher Genehmigung der Stadtbibliothek Nürnberg wiedergegeben.

Teilzylinder verkleinerte große Zylinder größer als das Doppelte von $\mathfrak{E}$ ist, während der Zylinder mit der Höhe $\overline{\delta\iota}$ tatsächlich *kleiner* als das Doppelte von $\mathfrak{E}$ ist.

*Es ist also zum griechischen Text des Lehrsatzes $\overline{\varkappa\gamma}$ im Baseler Erstdruck festzustellen, daß er genau wie Cod. V, 12 oder Cod. Laurent. neben mehreren Unebenheiten die große Lücke bei (b) aufweist, daß er aber weiterhin einen Fehlschluß enthält, der schwerer wiegt als die falsche Schlußfolgerung, die im Cod. V. vorbereitet und im Cod. Ottobon. Lat. vollzogen wurde.*

Der *Cod. V, 15* ist von Regiomontan während seines ersten Aufenthaltes in Italien in den Jahren 1461–1464 nach der Übersetzung des Jacob von Cremona eigenhändig geschrieben worden.[1] Da Regiomontan beabsichtigte, die Archimedes-Übersetzung herauszugeben – wozu er allerdings infolge seines frühen Todes nicht kam –, verglich er sie mit

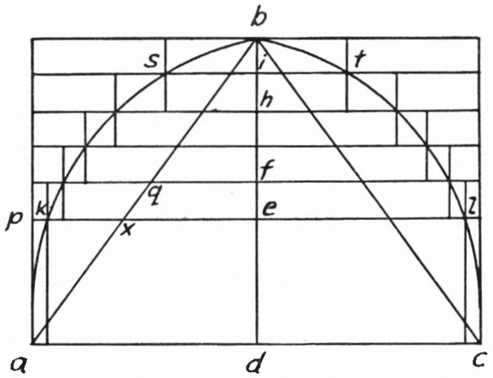


Fig. 8

allen ihm zugänglichen Archimedes-Handschriften, vermerkte, wo ihm die lateinische Fassung nicht einwandfrei erschien, am Rande die betreffende Stelle und verbesserte und berichtigte auch sonst den lateinischen Text. Welches Exemplar der Übersetzung des Jacob er bei seiner Abschrift benutzte, ist ungewiß; fest steht aber, daß er Gelegenheit hatte, aus der Bibliothek des ihm befreundeten Kardinals Bessarion den griechischen Cod. Marc. 305, eine unmittelbare Abschrift des Cod. V., und den obengenannten Cod. Marc. Lat. 327 für seine Zwecke zu verwenden.

Der Lehrsatz über das Paraboloidsegment findet sich unter der Nr. XXIII auf den Seiten 79–81 des *Cod. V, 15.* Sein Text stimmt mit dem Cod. Marc. Lat. fast Wort für Wort überein. Regiomontan hat gerade an dieser Stelle seiner Abschrift viele Fehler durch Ausradieren und Darüberschreiben beseitigt und auch sonst Verbesserungen vorgenommen, teils im Texte selbst, teils durch Randbemerkungen. Dies erkennt man deutlich an den beiden Abbildungen 3 und 4.

Abb. 3 bringt von der S. 80 des *Cod. V, 15* den Teil, der Z. 2–7 v. o. und weiter von Z. 19 ab die Vergleichsabschnitte aus dem Lehrsatz XXIII enthält; Abb. 4 gibt von diesem Ausschnitt den wichtigsten Teil vergrößert wieder. Die zu Lehrsatz XXIII gehörige Figur (Fig. 8) ist sorgfältig ausgeführt; die Teilzylinder sind allerdings nicht alle gleich hoch gezeichnet.

[1] Heiberg, a. a. O., III, S. LXX.

Im einzelnen ist zu denjenigen Stellen des *Cod. V, 15*, die den oben angemerkten Stellen des Cod. Marc. Lat. entsprechen, folgendes zu sagen:

l) (S. 80, Z. 3 v. o.) *ed* ist offenbar eine nachträgliche Verbesserung für *ad*, was zuerst dastand.

m) (Z. 5–7 v. o.) Die Beschreibung des größten Teilzylinders von 𝔈 ist scheinbar beim Abschreiben sofort in „kylindrorum vero, ex quibus figura inscripta componitur, maximus sit ille, qui basim habeat circulum circa *kl* constitutum, axem vero *de*" verbessert worden. Wenn man die Stelle aber genauer betrachtet, entdeckt man, daß Regiomontan ursprünglich die falschen Angaben von Jacob, *st* und *hi*, übernommen und sie erst nachträglich in *kl* und *de* umgeändert hat. Ebenso ist erst später am Rande beigefügt „minimus autem, qui basim habeat circulum circa *st* diametrum, axem autem *hi*".

n) (Z. 20 v. o.) Am Rande findet sich die nachträgliche Bemerkung „ad cylindrum in figura inscripta", womit Regiomontan den Text sinngemäß ergänzt.

o) (Z. 20 v. o.) Die fehlerhafte Wendung „qui basim habeant eandem" wird beibehalten.

p) (Z. 24 v. o.) Bei der Streckenangabe *di* ist unschwer zu erkennen, daß an Stelle des *i* vorher ein andrer Buchstabe stand, der ausradiert wurde, der aber, nach seinen schwachen Überresten zu urteilen, ein *b* gewesen sein könnte. Dafür spricht auch die Buchstabenänderung bei (q).

q) (Z. 29 v. o.) Bei *db* ist *b* mit drei feinen Strichen ungültig gemacht, und *i* ist rechts darübergeschrieben.

r) (Z. 30 v. o.) Regiomontan nimmt die falsche Übersetzung von „πολλῷ" durch „multo magis" unverändert in seine Abschrift auf.[1]

Der Ausschnitt von S. 80 des *Cod. V, 15* offenbart also die überraschende Tatsache, daß sich im *Cod. V. 15* ein Ansatz zur richtigen Durchführung des Beweises von Lehrsatz XXIII findet; erst die Abänderung von *db* in *di* bei (p) und (q) führte zu der falschen Schlußfolgerung, die erstmalig bei Wilhelm von Moerbeke nachgewiesen ist. Aus dem vorliegenden Text läßt sich nicht mit Sicherheit feststellen, ob die Änderung von Regiomontan oder von Venatorius herrührt. Die Ausführung der Korrektur sowie die näheren Umstände scheinen mir aber mehr für ersteren zu sprechen.

Zunächst leuchtet ohne weiteres ein, daß Regiomontan bei (p) an der sinnlosen Angabe *dc* für die Achse des Vergleichszylinders Anstoß nehmen mußte. In richtiger Auffassung des mathematischen Zusammenhanges setzte er dafür *db* ein und änderte hernach auch bei (q) *di* in *db* ab. Freilich ließ sich die dann folgende Übersetzung von „πολλῷ" durch „multo magis" nicht mit der vorhergehenden Angabe *db* für die Achse des Vergleichszylinders vereinbaren.

Später hatte Regiomontan Gelegenheit, seine Abschrift mit der Übersetzung des Wilhelm von Moerbeke zu vergleichen.[2] Sehr wahrscheinlich hat er damals seine Abschrift an zahlreichen Stellen verbessert. Folgende Berichtigungen im Beweis zum Lehrsatz XXIII können auf den Cod. Ottobon. Lat. zurückgeführt werden:

[1] Der Schreibfehler „dupla" statt „duplae" (Z. 28 v. o.) ist unwesentlich.

[2] Heiberg, a. a. O., III, S. LXXI.

1. Bei (l) die Änderung von *ad* in *ed*.

2. Bei (m) die umfangreichen Verbesserungen in der Beschreibung des größten und kleinsten Teilzylinders von 𝔈.

3. Bei (n) die Randbemerkung „ad cylindrum in figura inscripta", die wohl durch Wilhelms Hinweis auf die Lücke im Text („deficit puto") veranlaßt wurde.

4. Überdies findet sich Z. 8 v. o. eine nachträgliche Verbesserung; die falsche Angabe *c* für den Basisdurchmesser des großen Zylinders, die sich bei Jacob vorfindet und aus der falschen Angabe $\gamma$ im Cod. V. entstanden war, ist von Regiomontan zuerst übernommen, später aber in *ac* berichtigt worden. Wilhelm hat hier richtig *ac* übersetzt.

Die Vermutung liegt nahe, daß sich Regiomontan nach so vielen Verbesserungen bestimmen ließ, auch bei (p) und (q) der Übersetzung von Wilhelm zu folgen und die Achsen-

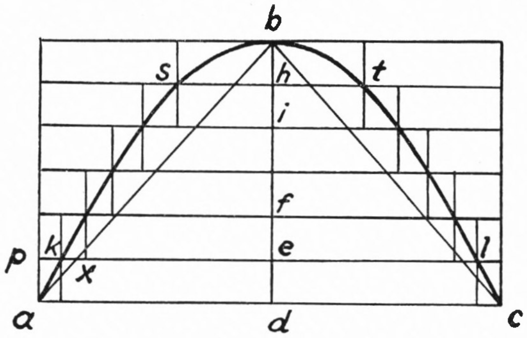



Fig. 9

länge *db* in *di* abzuändern. Möglicherweise wurde er in diesem Entschluß noch bestärkt durch den in seiner Abschrift folgenden, von Jacob übernommenen Ausdruck „multo magis" für „πολλῷ".

Die Vergleichung des *Cod. V, 15* mit dem Cod. Ottobon. Lat. und dem Cod. Marc. Lat. zeigt also, wenigstens was die hier zitierten Abschnitte aus dem Beweis zu Lehrsatz XXIII betrifft, *daß die Abschrift des Regiomontan in der sprachlichen Form der Übersetzung des Jacob von Cremona folgt, dagegen inhaltlich der Übersetzung des Wilhelm von Moerbeke entspricht.*

*Hiernach neige ich der Ansicht zu, daß Regiomontan selbst an den Stellen (p) und (q) die Achse des Vergleichszylinders von db in di abgeändert hat.*

Vergleicht man schließlich die lateinische Übersetzung des Lehrsatzes XXIII in der Editio princeps[1] mit dem entsprechenden Abschnitt des *Cod. V, 15,* so kann man wie beim griechischen Text die fast völlige Übereinstimmung zwischen Manuskript und Druck in allen wesentlichen Punkten feststellen; insbesondere findet sich im lateinischen Text die verkehrte Angabe „qui basim habeat eandem" wie an der Stelle (o) im *Cod. V, 15*.

Die Figur zur lateinischen Übersetzung (Fig. 9) entspricht in ihren Abmessungen genau der Figur zum griechischen Text. Aber bei ihrer Bezeichnung kommt es zu einer *schlimmen Verwechslung.* Während im *Cod. V, 15* die Teilpunkte der Achse vom Scheitelpunkt *b*

[1] Ed. princ., lat. Teil, S. 80.

abwärts der Reihe nach mit *i*, *h* benannt werden, ändert Venatorius in der Figur zur lateinischen Übersetzung der Editio princeps die Reihenfolge in *b*, *h*, *i* ab, vermutlich um Übereinstimmung mit der Bezeichnung der Figur zum griechischen Text (Fig. 7) zu erzielen, wo die Reihenfolge $\beta$, $\vartheta$, $\iota$ ist. Diese Änderung wurde offenbar erst nachträglich vorgenommen; man hat es dann aber versäumt, im lateinischen Text bei der Beschreibung der größten und kleinsten Teilzylinder die nötigen Änderungen vorzunehmen, so daß dort jetzt dem kleinsten Teilzylinder von 𝔘 die Achse *bi* (!) zukommt. Durch die Vertauschung der Buchstaben *h* und *i* in der Figur wird aber auch in der lateinischen Übersetzung die nämliche Verschlimmerung des Fehlers herbeigeführt, die oben beim griechischen Text festgestellt wurde. Dies alles wäre vermieden worden, wenn sich Venatorius bei der Bezeichnung der Figur zum griechischen Text nach der Figur des Regiomontan im *Cod. V, 15* gerichtet und den dem Scheitelpunkt $\beta$ benachbarten Teilpunkt der Achse mit $\iota$ und nicht mit $\vartheta$ benannt hätte.

Versuchte so der Herausgeber der Editio princeps, allerdings mit wenig Glück, eine Überstimmung zwischen den Figuren zum griechischen und lateinischen Text des Lehrsatzes herzustellen, so hat er es auffallenderweise nicht für nötig befunden, das gleiche auch für die Texte selbst anzustreben. Er läßt im griechischen Text die Lücke bei (b) bestehen, obwohl der Inhalt der Stelle unbedingt erfordert, dem Teilzylinder im großen Zylinder einen Teilzylinder von 𝔈 gegenüberzustellen. Auch die Beibehaltung der falschen Wendung „qui basim habeant eandem" an der Stelle (o) beweist, daß vor der Drucklegung die griechische und lateinische Handschrift nicht gründlich genug miteinander verglichen und aufeinander abgestimmt wurden.

## 4. DER FEHLER IN SPÄTEREN ARCHIMEDES-AUSGABEN

Die Fehler der Editio princeps beim Beweis des Lehrsatzes XXIII blieben nicht lange unbemerkt. Bereits in der 1558 von F. Commandino (1509–1575) herausgegebenen lateinischen Übersetzung der Werke von Archimedes[1] sind sie ausgemerzt.[2]

Der Inhaltsberechnung des Paraboloidsegments (Lehrsatz XXIII) fügt Commandino eine Figur bei, die mit der Figur zur lateinischen Übersetzung der Editio princeps in den Abmessungen und Bezeichnungen völlig übereinstimmt. Er ergänzt die Lücke (b) des griechischen Textes sinngemäß ohne weiteren Kommentar. In der Beweisführung weicht er aber vom Baseler Erstdruck ab, indem er den einbeschriebenen Körper sofort mit dem ganzen großen Zylinder vergleicht und sich zu dieser Änderung in den „Erläuterungen" eingehend äußert.[3]

[1] Archimedis opera nonnulla a Federico Commandino Urbinate nuper in Latinum conversa, et commentariis illustrata. Venetiis 1558.

[2] Commandino hat für seine Übersetzung nach Heiberg* mehrere Handschriften benutzt, darunter auch eine griechische, die Regiomontan für die Verbesserung der lateinischen Übersetzung des Jacob von Cremona herangezogen hatte. Im Vorwort seiner Archimedes-Ausgabe erwähnt er die Absicht des Regiomontan, diejenigen Abhandlungen des Archimedes, welche Eutokios nicht kommentiert habe – und dazu gehört auch die Abhandlung De con. et sphaer. –, mit Erläuterungen zu versehen und herauszugeben; leider sei sein Vorhaben nicht verwirklicht worden.

* Heiberg, a. a. O., S. LXXXIII f.

[3] Commandino, a. a. O., Comment., Bl. 45.

Zunächst stellt er ohne nähere Begründung fest, daß alle Teilzylinder, die in dem großen Zylinder mit der Höhe *di* (Fig. 9) enthalten sind, nicht größer, sondern kleiner als das Doppelte von 𝔈 sind. Davon, daß der um den obersten Teilzylinder verkürzte große Zylinder gleich dem Doppelten von 𝔈 ist, erwähnt er nichts. Er schlägt vor, im griechischen Text an der Stelle „καὶ πάντες οἱ κύλινδροι οἱ ἐν τῷ κυλίνδρῳ, οὗ βάσις μέν ἐστιν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὰν $\overline{\alpha\gamma}$, ἄξων δέ ἐστιν ἁ $\overline{\delta\eta}$[1] εὐθεῖα" und bald danach bei „ὥστε καὶ οἱ κύλινδροι πάντες οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, οὗ ἄξων ὁ $\overline{\delta\iota}$" nicht $\overline{\delta\eta}$ bzw. $\overline{\delta\iota}$, sondern an beiden Stellen $\overline{\delta\beta}$ zu schreiben, und weiter unten im Satze „πολλῷ ἄρα καὶ ὁ ὅλος κύλινδρος usw." das Wort „πολλῷ" zu streichen. Als Begründung führt er in den „Erläuterungen" an:

„Nisi enim omnes assumantur cylindri, qui in toto cylindro sunt, cuius axis *db*, non video, quo pacto demonstrari possint esse maiores, quam dupli figurae inscriptae, cum non sint. cylindri namque omnes in cylindro contenti, cuius axis est *di*, tantum abest, ut sint maiores, quam dupli inscriptae figurae, ut etiam sint multo minores."

Er ist also der Ansicht, wenn man nicht sofort *alle* Teilzylinder des großen Zylinders mit dem einbeschriebenen Körper vergleiche, bestehe keine Möglichkeit für den Nachweis, daß der große Zylinder mit der Höhe $\overline{\delta\beta}$ größer als das Doppelte des einbeschriebenen Körpers sei. Schließlich erläutert er noch, daß alle Voraussetzungen für die Anwendung der Hilfssätze I und II erfüllt sind.

*Commandino hat somit, was hier besonders hervorgehoben werden soll, als erster auf die fehlerhafte Beweisführung beim Lehrsatz XXIII in der Editio princeps hingewiesen und einen Weg angegeben, wie die Mängel zu beseitigen sind.* Die von ihm vorgeschlagene Streichung von πολλῷ ist allerdings nach dem, was über die Bedeutung dieses Wortes oben ausgeführt wurde, nicht erforderlich.

Die nächste Ausgabe von Archimedes erschien 1615 in Paris. Ihr Herausgeber ist David Rivault (1571–1616),[2] der die Editio princeps benutzte sowie eine in Paris vorhandene Archimedes-Handschrift, den Cod. Parisin. 2360, der eine Abschrift des Cod. V. ist.[3] Rivault gibt nur den Inhalt der Lehrsätze griechisch wieder; die lateinische Übersetzung der Beweise schließt sich nicht wortgetreu an den griechischen Text an, sondern stellt mehr eine Überarbeitung dar. Dies zeigt sich deutlich beim Lehrsatz XXIII vom Paraboloidsegment. Nachdem er die Proportionen für entsprechende Teilzylinder und die zugehörigen Verhältnisstrecken aufgestellt hat, begründet er eingehend ähnlich wie Commandino, daß die Hilfssätze I und II angewandt werden dürfen. Den Fehlschluß der Editio princeps vermeidet er. Bei der Zeichnung der Figur weicht er von seiner Vorlage ab, indem er die Achse des Paraboloidsegments nicht in 6, sondern in 4 gleiche Teile zerlegt. Rivaults Beweise zu den Lehrsätzen über Hyberboloid- und Ellipsoidsegmente, bei ihm die Lehrsätze XXVII, XXVIII, XXIX und XXXI, zeigen die gleiche Gründlichkeit und Ausführlichkeit wie bei Lehrsatz XXIII.

Zeitlich folgt nun die *deutsche* Archimedes-Ausgabe von Joh. Chr. Sturm (1635–1703), die 1670 in Nürnberg erschienen ist.[4] Wie Sturm in der Einleitung sagt, soll in seiner Über-

[1] In der Editio princeps $\overline{\delta\gamma}$ bzw. *di*.

[2] Ἀρχιμήδους πάντα σωζόμενα. Archimedis opera quae exstant, novis demonstrationibus commentariisque illustrata. Per Davidum Rivaltum a Flurantia. Parisiis 1615.

[3] Heiberg, a. a. O., III, S. XV u. LXXXV.

[4] Joh. Chr. Sturm, Des unvergleichlichen Archimedis Kunstbücher, übersetzt und erläutert. Nürnberg 1670.

setzung „nicht sowohl das Wort als die *Meinung* des Archimedes" deutlich ausgedrückt werden. Auch will er sich mit den Meinungen etlicher Gelehrten, vornehmlich denen des Rivault de Flurance, auseinandersetzen. Er gibt nur den Wortlaut der Lehrsätze genau nach Archimedes wieder, während er die Übersetzung der Beweise freier gestaltet.

Die Berechnung des Paraboloidsegments erscheint bei ihm als Lehrsatz XXIII. Er vergleicht sofort den *ganzen* großen Zylinder mit $\mathfrak{E}$ und wendet den Hilfssatz I richtig an. In einer Anmerkung begründet er die Verwendung dieses Hilfssatzes und sagt abschließend zu Lehrsatz XXIII „daß Archimedis Beweiß in diesem Stükk ein wenig anderst gehe / aber / meines Bedunkens / nicht so leicht und deutlich; daß dannenhero nicht ohne Ursach dieser Weg zu schliessen vor jenem beliebet worden". Die Figur zum Lehrsatz XXIII entspricht in der Ausführung und Abmessung ganz der Figur in der Editio princeps, lat. Teil, nur daß statt der kleinen hier große lateinische Buchstaben verwendet werden, und daß statt des $K$ versehentlich ein $B$ steht.[1]

Für die *lateinische* Archimedes-Ausgabe von Is. Barrow (1630–1677),[2] die 1675 in London erschien, gilt im ganzen das, was zu den Ausgaben von Rivault und Sturm gesagt wurde. Auch Barrow gibt keine Übersetzung, sondern eine Bearbeitung der Abhandlungen von Archimedes. Von den Beweisen gibt er nur in knappster Weise das Gerippe und weist für die Begründung der Schlußfolgerungen in Randbemerkungen auf die betreffenden Lehrsätze hin. Da er die Abhandlung De con. et sphaer. in andrer Weise als seine Vorgänger einteilt, findet sich bei ihm die Inhaltsberechnung des Paraboloidsegments als Lehrsatz XXVI. Am Beweis ist nichts auszusetzen.

Ende des 18. Jahrhunderts erschien nach rund 250 Jahren wieder eine griechisch-lateinische Gesamtausgabe von Archimedes. Sie rührt von I. Torelli (1721–1781) her, wurde aber erst nach seinem Tode von A. Robertson (1751–1826) 1792 in Oxford veröffentlicht.[3] Torelli benutzt als Vorlage die Baseler Erstausgabe und bringt den Satz über das Paraboloidsegment wie dort als Lehrsatz XXIII. Die Figur hierzu stimmt in den Abmessungen und Bezeichnungen mit der in der Editio princeps, griech. Teil, überein (Fig. 7), nur daß statt der kleinen griechischen Buchstaben die großen verwendet werden. Leider ist bei dieser Ausgabe nicht die nötige Sorgfalt auf die Korrektur verwandt worden: Akzente fehlen oder sind falsch gesetzt, die Interpunktion wirkt oft geradezu sinnstörend. Die in den Handschriften unter (b) festgestellte Lücke des griechischen Textes wird auch von Torelli nicht geschlossen. In der lateinischen Übersetzung wird der Satz sinngemäß

---

[1] In sprachlicher Hinsicht hat Sturms Übersetzung eine besondere Bedeutung. Hier wird das Ziel verfolgt, eine *deutsche* Übertragung von Archimedes ohne Beimischung fremder Wörter zu geben; daher verdeutscht Sturm systematisch alle griechischen und lateinischen „Kunstwörter" und gibt beispielsweise Konoid durch „Afterkegel oder Kegel-ähnliche Figur", Sphäroid durch „Afterkugel" wieder. Freilich haben sich die wenigsten seiner Verdeutschungen eingebürgert.

Jeder Abhandlung schickt Sturm die wichtigsten darin bewiesenen Lehrsätze in Versform voraus. Für den Lehrsatz XXIII zeigt dies die Abbildung 5, die mit freundlicher Genehmigung der Universitätsbibliothek Erlangen aus der Sturmschen Archimedes-Bearbeitung, S. 313, wiedergegeben wird. Das Original befindet sich auf dem Titelblatt zu „Archimedis Buch von Denen Kegel- und Kugel-ähnlichen Figuren".

[2] Archimedis opera, Apollonii Pergaei conicorum libri IIII, Theodosii sphaerica, methodo nova illustrata, et succincte demonstrata. Per Is. Barrow, Londini 1675.

[3] Ἀρχιμήδους τὰ σωζόμενα μετὰ τῶν Εὐτοκίου Ἀσκαλωνίτου ὑπομνημάτων. Archimedis quae supersunt omnia cum Eutocii Ascalonitae commentariis, ex recensione Josephi Torelli, Veronensis, cum nova versione Latina. Oxonii 1792.

ergänzt; der Herausgeber unterläßt es aber, am griechischen Text die entsprechende Änderung vorzunehmen, obwohl die Stelle offensichtlich verstümmelt ist. Der Fehler der Editio princeps beim Vergleich von 𝔈 mit dem großen Zylinder wiederholt sich nicht; vielmehr ermittelt Torelli sofort das Verhältnis *aller* Teilzylinder in dem großen Zylinder mit der Höhe $AB$ zu allen Teilzylindern von 𝔈 und folgt dann dem Vorschlag von Commandino, in dem Satz „πολλῷ ἄρα καὶ ὁ ὅλος κύλινδρος, οὗ ἄξων ἁ $BΔ$ usw." das Wort πολλῷ zu streichen. Torelli läßt πολλῷ einfach weg und fährt mit „ἄρα καὶ ὁ ὅλος κύλινδρος usw." fort,[1] ohne zu bedenken, daß ἄρα eine postpositive Konjunktion ist und es demnach heißen müßte „καὶ ἄρα ὁ ὅλος κύλινδρος usw."

Torelli bzw. der Herausgeber haben der Ausgabe die Varianten aus den vier Pariser Handschriften, Cod. Parisin. 2359, 2360, 2361 und 2362, sowie aus dem Cod. Marcian. 305 und dem Cod. Laurent. Plut. 28, 4 beigefügt. Infolge der mangelhaften Korrektur sind die Ergebnisse aber nicht als zuverlässig anzusehen, wie bereits Nizze[2] feststellte und später Heiberg[3] und Heath[4] bestätigten.

Die erste Gesamtausgabe von Archimedes' Werken in *französischer* Sprache erschien 1807 in Paris und hat F. Peyrard (1760–1822) zum Verfasser.[5] Man vermißt im Vorwort die Angabe des griechischen Textes, welche der Übersetzung zugrundegelegt wurde. Einzelheiten des französischen Textes deuten darauf hin, daß es die griechische Ausgabe von Torelli gewesen sein muß. Die Übersetzung schließt sich eng an diese Vorlage an; sie wird als zuverlässig gelobt. Es fällt auf, daß sich im Vorwort kein Hinweis auf etwa benutzte Archimedes-Handschriften findet, obwohl Peyrard doch die Pariser Codices zugänglich gewesen sein mußten.

Das Vorhandensein der deutschen Archimedes-Übersetzung von Sturm ist Peyrard offenbar entgangen; denn er führt sie in seinem Literaturverzeichnis nicht auf. So konnte er wohl der Meinung sein, daß bisher „les Œuvres d'Archimède n'avoient encore été traduites dans aucune Langue vivante".[6]

Neben anderen Archimedesausgaben erwähnt Peyrard die Ausgabe von Torelli und äußert sich über die der Übersetzung beigefügten Varianten wie folgt:[7] „Les variantes qui sont au bas des pages et à la fin du volume sont infiniment précieuses." Dieses Lob trifft nach dem, was über die Varianten oben gesagt wurde, jedoch keineswegs zu. Die Bemerkung von Peyrard läßt erkennen, daß die griechische Vorlage nicht kritisch geprüft wurde.

Peyrard bringt die Inhaltsberechnung des Paraboloidsegments als Lehrsatz XXIII in einwandfreier Weise. Unter den Bemerkungen, die er seiner Übersetzung beigibt, ist die Anm. (γ) zur Aufstellung der Proportion aus den Reihensummen erwähnenswert.[8] Sie zeigt

---

[1] Torelli, a. a. O., S. 287.

[2] Ernst Nizze, Archimedes' vorhandene Werke, übersetzt und erklärt. Stralsund 1824, S. IX.

[3] Heiberg, Quaest. Arch., S. 1 f.

[4] Archimedes' Werke von Sir Thomas L. Heath, Deutsch von Fr. Kliem, Berlin 1914, S. 18.

[5] F. Peyrard, Œuvres d'Archimède, traduites littéralement, avec un commentaire, suivies d'un mémoire du traducteur, sur un nouveau miroir ardent, et d'un autre mémoire de M. Delambre, sur l'arithmétique des Grecs. Paris 1807.

[6] Peyrard, a. a. O., S. V.

[7] Peyrard, a. a. O., S. XXXVII.

[8] Peyrard, a. a. O., S. 486.

ganz klar, daß er hier den durch ἤ τινα αὐτῶν charakterisierten zweiten Fall des Hilfssatzes II angewandt wissen will.

Den Anmerkungen ist bisweilen nicht die nötige Sorgfalt gewidmet worden, worüber schon NIZZE[1] klagt. Von auftretenden Unstimmigkeiten seien hier nur zwei Fälle, die mit dem Beweis von Lehrsatz XXIII zusammenhängen, kurz erwähnt: In der Anm. (α)[2] findet sich beim Beweis des Hilfssatzes I eine fehlerhafte rechnerische Entwicklung, und in der Anm. (β)[3] zum Hilfssatz II ist der Beweis für den zweiten Fall (ἤ τινα αὐτῶν) mißglückt.

Die bisher beste deutsche Übersetzung von Archimedes wurde 1824 von E. NIZZE (1788 bis 1872) herausgegeben.[4] Nizze hat die Arbeiten seiner Vorgänger sorgfältig ausgewertet. Er schließt sich möglichst eng an den griechischen Text an, wobei er in erster Linie der

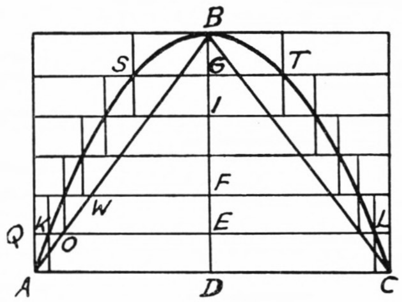



Fig. 10

Ausgabe von Torelli folgt. Da sich nach seiner Ansicht gerade in den Abhandlungen von Archimedes „Stellen in Menge finden, in denen eine rasch übersehene Schlußreihe mit übersprungenen Mittelgliedern dargelegt ist", so fügt er seiner Übersetzung da, wo es ihm zum besseren Verständnis erforderlich erscheint, erklärende Anmerkungen bei. Außerdem unterzieht er den gesamten griechischen Text einer eingehenden Kritik, wie es vor ihm schon Barrow und Wallis für einzelne Abhandlungen getan hatten. In den „Kritischen Anmerkungen", die er seiner Übersetzung folgen läßt, findet sich auch (S. 288) die Ausfüllung der mehrmals erwähnten bedeutenden Lücke bei (b) in den Archimedes-Handschriften.

Beim Satz über das Paraboloidsegment (Satz XXIII) hält sich Nizze an den nach dem Vorschlag von Commandino revidierten Text von Torelli, vergleicht also sofort den *ganzen* großen Zylinder mit 𝔈 und übersetzt richtig (Fig. 10):[5] „Daher wird die Summe der Zylinder demjenigen Zylinder, dessen Grundfläche der Kreis um den Durchmesser $AC$ und dessen in Achse $DB$ ist, zu der Summe der Zylinder in dem eingeschriebenen Körper sich so verhalten wie die Summe der Halbmesser der Kreise, welche die Grundflächen der erwähnten

[1] Nizze, a. a. O., S. V.
[2] Peyrard, a. a. O., S. 476.
[3] Peyrard, a. a. O., S. 477.
[4] Siehe Fußnote 2, Seite 30.
[5] Nizze, a. a. O., S. 181 ff.

Zylinder sind, zur Summe der Teile derselben zwischen den geraden Linien $AB$, $BD$. Die Summe jener Linien beträgt aber mehr als das Doppelte der Summe dieser ohne $AD$ (Satz 1). Also beträgt auch die Summe der Zylinder in dem ganzen, dessen Achse $DB$ ist, mehr als das Doppelte des eingeschriebenen Körpers. Demnach ist auch der ganze Zylinder, dessen Achse $DB$ ist, größer als das Doppelte des inneren Körpers".

Nun faßt aber Nizze diese Stelle offenbar als eine „Schlußreihe mit übersprungenen Mittelgliedern" auf, für die er dem Leser eine Erklärung schuldig ist, und fügt eine Anmerkung bei,[1] die jedoch das in der Übersetzung gegebene Beweisverfahren nicht erläutert, sondern es vielmehr abändert und mit der eingangs besprochenen falschen Schlußfolgerung belastet. Bei der Anwendung des Hilfssatzes II beachtet Nizze nämlich nicht, daß hier der Fall „ἤ τινα αὐτῶν" vorliegt; er mußte also zu den $n-1$ Teilzylindern des großen Zylinders noch den obersten Teilzylinder hinzufügen, obwohl dieser mit keinem Teilzylinder von $\mathfrak{C}$ verglichen wird, und entsprechend bei der Summe der Grundkreisradien DA verfahren; so wäre er zu dem richtigen Ergebnis $n \cdot C : K' = n \cdot DA : (EO + FW + \cdots)$ gelangt, das ihm die Anwendung des Hilfssatzes I gestattete: $n \cdot DA > 2\,(EO + FW \ldots)$, also $n \cdot C > 2K'$ usw.

*Nizze übermittelt also im Haupttext der Übersetzung eine richtige Darstellung des Beweises. In der Anmerkung (δ) wiederholt er aber die Abart des Beweises mit der falschen Schlußfolgerung, wie sie sich in allen griechischen Archimedes-Handschriften findet. Damit gab Nizze den Anstoß dafür, daß die fehlerhafte Fassung des Beweises wieder auflebte und in den nächsten Jahrzehnten weitere Verbreitung fand.*

Etwa 90 Jahre nach Torelli gab J. L. Heiberg (1854–1928) eine griechisch-lateinische Gesamtausgabe von Archimedes' Werken in 3 Bänden heraus,[2] der er 1910–1915 eine zweite erweiterte Auflage folgen ließ.[3,4]

---

[1] Anm. (δ) auf S. 182: Der ganze Zylinder sei $K$; er sei durch die parallelen Ebenen in $n$ Zylinder geteilt, deren jeder $= C$ sein soll; also $K = n \cdot C$. Der innere Körper sei $K'$; es befinden sich in ihm $n-1$ Zylinder, alle von verschiedener Größe; der größte sei $c$, und die folgenden nach der Reihe $c'$, $c''$, $c'''$ etc. Dann verhält sich

$$\begin{array}{l} C : c = DA : EO \\ C : c' = DA : FW, \text{ usw.} \\ \hline (n-1)\, C : K' = (n-1)\, DA : (EO + FW + \cdots). \end{array}$$

Nun haben die Linien $DA$, $EO$, $FW$ etc. gleiche Unterschiede, und der Unterschied ist der kleinsten gleich, weil $BD$ in lauter gleiche Teile zerlegt worden; auch ist $DA$ die größte dieser Linien; daher ist (nach Satz 1)

$$(n-1) \cdot DA > 2\,(EO + FW + \cdots),$$

mithin auch $(n-1) \cdot C > 2\,K'$, und um desto mehr $K > 2\,K'$.

[2] Siehe Fußn. 3, S. 16.

[3] Siehe Fußn. 1, S. 5.

[4] Heibergs Ausgabe beruht auf eingehendem Quellenstudium, dessen Ergebnisse in den „Quaestiones Archimedeae" und später, erweitert und verbessert, in den „Prolegomena" zu Band III seiner 2. Archimedes-Ausgabe niedergelegt sind. An letzterem Ort findet man eine ausgezeichnete Zusammenstellung und Vergleichung aller Codices, die griechische Texte oder lateinische Übersetzungen der Abhandlungen von Archimedes enthalten. Heiberg gelang auch 1906 die Entzifferung eines in der Konstantinopeler Bibliothek entdeckten Palimpsestes, der neben bekannten auch bisher unbekannte Abhandlungen von Archimedes enthielt, darunter die Ἔφοδος, die zum erstenmal einen Einblick in die Arbeitsweise von Archimedes gewährt. Die Abhandlung Περὶ κων. καὶ σφαιρ. fehlt allerdings in der Konstantinopeler Handschrift.

Heiberg hat bei der Herausgabe der Abhandlung Περὶ κων. καὶ σφαιρ. die frühere Einteilung wieder hergestellt, wie sie die griechischen Handschriften aufweisen. Der Lehrsatz über das Paraboloidsegment ist darnach bei ihm wieder als Lehrsatz XXI aufgezeichnet. Aus zahlreichen textkritischen Anmerkungen und Fußnoten geht hervor, daß er neben den Codices auch den Baseler Erstdruck, die Ausgabe von Torelli, die „Kritischen Anmerkungen" von Nizze u. a. zur Textgestaltung herangezogen hat. Nach Nizzes Vorschlag ergänzt er die mehrfach erwähnte Lücke (b) im griechischen Text von Lehrsatz XXI. In der dem Beweis zugrunde liegenden Figur stellt er die Bezeichnungen der griechischen Handschriften (Cod. Laurent.) wieder her, wobei er nach dem Vorgang von Torelli die kleinen griechischen Buchstaben durch große ersetzt. Beim Beweis selbst schließt er sich eng an die Lesart der griechischen Handschriften an, was dann zu dem eingangs festgestellten Fehlschluß führt.

Wahrscheinlich wußte Heiberg von dem Einwand des Commandino gegen die Beweisführung in der Editio princeps und nahm an, daß der dortige Fehler vermieden wird, wenn man statt des großen Zylinders mit der Höhe $\overline{\delta\iota}$ (Fig. 7) den Zylinder mit der Höhe $\overline{\delta\vartheta}$ benützt oder, was auf das gleiche hinausläuft, wenn man unter Beibehaltung des griechischen Textes der Editio princeps in der Figur die Buchstaben $\vartheta$ und $\iota$ vertauscht. Heiberg mochte wohl der Meinung sein, das Verfahren von Commandino, Torelli u. a., die sofort das Verhältnis von $\mathfrak{E}$ zum *ganzen* großen Zylinder ermitteln und dadurch die früher erforderlichen zwei Schlußfolgerungen durch eine einzige ersetzen, sei eine durch nichts gerechtfertigte Abkürzung des älteren, mehr ins einzelne gehenden Schlußverfahrens. In dieser Hinsicht mußte ihn das Beispiel von Nizze bestärken, der, wie oben gezeigt wurde, in seiner Anm. (δ) zum fraglichen Beweis das alte, von der Editio princeps abweichende Beweisverfahren der griechischen Handschriften wieder in Erinnerung gebracht und als richtig hingestellt hatte.

Heiberg hat die fehlerhafte Stelle im Beweis des Lehrsatzes XXI aus der 1. Auflage unverändert in die 2. Auflage übernommen. In den 30 Jahren, die zwischen den beiden Ausgaben liegen, hat ihn also niemand auf diesen Fehlschluß aufmerksam gemacht.

Im Jahre 1897 gab Sir T. L. Heath (1861–1940) die Werke von Archimedes in *englischer* Sprache heraus;[1] das Buch wurde später ins Deutsche übertragen.[2] Der deutschen Ausgabe wurden auch die durch die Konstantinopeler Handschrift erst bekannt gewordenen Abhandlungen von Archimedes eingefügt.[3]

Heath hat für seine Übersetzung vor allem die Ausgaben von Torelli, Nizze und Heiberg benutzt. In der Abhandlung über die Rotationskörper faßt er die Beweise für die Lehrsätze

---

[1] T. L. Heath, The Works of Archimedes. Cambridge 1897, unveränderter Neudruck [The Works of Archimedes, edited in modern notation with introductory chapters by T. L. Heath with a supplement The Method of Archimedes, recently discovered by Heiberg], New York [1953].

[2] Siehe Fußnote 4, S. 30

[3] Heath übersetzte wortgetreu nur die Begleitschreiben, mit denen Archimedes seine Abhandlungen an Freunde übersandte, sowie die den einzelnen Arbeiten vorausgeschickten Erläuterungen; bei der Wiedergabe der Beweise bediente er sich der modernen mathematischen Bezeichnungen und zog gelegentlich die Beweise von Lehrsätzen, die sich nicht wesentlich voneinander unterscheiden, zu *einem* zusammen. Seine Absicht, eine zuverlässige und übersichtliche Wiedergabe der Werke von Archimedes zu bieten, hat er in

XXI und XXII (letzterer handelt von dem Paraboloidsegment, das schief zur Rotationsachse abgeschnitten ist) zu *einem* zusammen, folgt aber nicht dem Heibergschen Text, sondern ermittelt sofort das Verhältnis von 𝔈 zum *ganzen* großen Zylinder. Eine Begründung für diese Abweichung vom griechischen Text bei Heiberg oder ein Hinweis auf die dortige falsche Schlußfolgerung fehlt bei Heath. Er mochte wohl des Glaubens sein, durch seine Richtigstellung die Sache abgetan zu haben. Die Folgezeit lehrte aber, daß es nicht genügt, einen Fehler zu erkennen und stillschweigend auszumerzen; man muß vielmehr ausdrücklich auf ihn aufmerksam machen; sonst besteht die Gefahr, daß er früher oder später wiederkehrt. Und solche Wiederholungen des Fehlschlusses haben sich in unserem Falle tatsächlich ereignet.

Schon 1921 tritt der Fehler wieder auf, und zwar in der *französischen* Übersetzung der Gesamtwerke von Archimedes, die P. VER EECKE (1867–1948) herausgegeben hat.[1, 2]

Ver Eecke hält sich bei seiner wortgetreuen Übersetzung an den griechischen Text von Heiberg; auch die Figur, die er dem Satz über das Paraboloidsegment zugrunde legt, entspricht mit ihren Bezeichnungen völlig der Figur bei Heiberg (Fig. 1).

Der Abschnitt, der den Fehlschluß enthält (Heiberg I, 350, 13–352,1), lautet in der französischen Übersetzung folgendermaßen:[3]

Par conséquent, le rapport de la somme des cylindres situés dans le cylindre, dont la base est le cercle décrit autour du diamètre $A\Gamma$ et dont l'axe est la droite $\Delta I$, à la somme des cylindres situés dans la figure inscrite est le même que le rapport de la somme des droites, qui sont les rayons des cercles de base des cylindres que nous venons de dire (3), à la somme des droites interceptées sur les droites précédentes entre les droites $AB$, $B\Delta$ (4). Or, la somme de ces premières droites est plus grande que le double de la somme de ces secondes droites, exception faite de la droite $A\Delta$ (5); de telle sorte que la somme des cylindres situés dans le cylindre dont l'axe est $\Delta I$ est aussi plus grande que le double de la figure inscrite. Par conséquent, le cylindre entier, dont l'axe est $\Delta B$, est plus grand encore que le double de la figure inscrite (1).

Die Fußnoten (3) und (4) wiederholen nur das im Haupttext Gesagte mit andern Worten; in (4) findet sich außerdem ein Hinweis auf den Hilfssatz II. In (5) zeigt Ver Eecke ähnlich wie Heiberg in der Fußnote (7) seiner lateinischen Übersetzung, daß sich die Strecken $\Delta A$, $E\Xi$, $ZO$ usw. wie die Glieder einer arithmetischen Reihe verhalten, und fährt dann fort: „Dès lors, par application de la seconde partie du lemme qui précède la proposition I, on aura, comme le texte: $\Sigma$ rayons de base cyl. compris dans cyl. de base cercle $A\Gamma$ et de hauteur $\Delta I > 2\ \Sigma$ droites interceptées $\Delta A$, $E\Xi$, $ZO$ etc. – la plus grande $\Delta A$."

vollem Maße verwirklicht. Besonders wertvoll wird die Arbeit von Heath durch die umfangreiche Einleitung, und hier vor allem durch die Kapitel, in denen er vom Standpunkt des Mathematikers und Naturwissenschaftlers einen vergleichenden Überblick über das Gesamtwerk von Archimedes gibt.

[1] Paul Ver Eecke, Les œuvres complètes d'Archimède, traduites du grec en français, avec une introduction et des notes. Paris u. Brüssel 1921.

[2] In der Einleitung gibt Ver Eecke ein vollständiges Verzeichnis aller bis dahin erschienenen Ausgaben und Übersetzungen archimedischer Abhandlungen. Interessanterweise wird der deutsche Archimedesforscher Ernst Nizze von ihm als „le danois" bezeichnet.*

* Ver Eecke, a. a. O., S. LVIII.

[3] Ver Eecke, a. a. O., S. 190 uf.

Die Fußnote (1) auf S. 191 lautet: ,,L'inégalité qui précède, portée dans la relation de la note avant-précédente, donne: $\Sigma$ cyl. compris dans cyl. de base cercle $A\Gamma$ et de hauteur $\Delta I > 2$ fig. inscrites. Or, cylindre entier de base cercle $A\Gamma$ et de hauteur $\Delta I$[1] $> \Sigma$ cyl. compris dans cyl. de base cercle $A\Gamma$ et de hauteur $\Delta I$, d'où, a fortiori, comme le lexte: cylindre entier $>$ 2 figures inscrites."

Ver Eecke gelangt also in seiner Übersetzung zu der falschen Schlußfolgerung, daß ,,die Summe der Teilzylinder, die im Zylinder mit der Höhe $\Delta I$ enthalten sind, größer als das Doppelte der einbeschriebenen Figur ist". Wie die beigefügten Erläuterungen zeigen, unterstellt er diese Aussage ausdrücklich als richtig. Zugleich gewähren uns aber seine Anmerkungen einen Einblick, wie er zu seinem Fehlschluß kommt. Dem oben zitierten Abschnitt der Anm. (5) ist zu entnehmen, daß er den Hilfssatz I richtig anwendet, da er *alle* im großen Zylinder mit der Höhe $\Delta I$ auftretenden Radien von $A\Delta$ bis einschließlich $A'I$ (Fig. 2) zu der zuerst genannten Summe vereinigt; denn daß er $A\Delta$ hinzunimmt, beweist der Subtrahend ,,la plus grande $\Delta A$" bei der zweiten Summe; und andrerseits könnte er ohne $A'I$ nicht den Abschnitt $II'$ erhalten. Beim Übergang von den Vergleichsstrecken zu den Teilzylindern unterläuft ihm aber ein Irrtum, wie der erste Satz der Anm. (1) deutlich zeigt. Da in der Summe der Vergleichsstrecken jedem Radius von $A\Delta$ bis $A'I$ je ein Teilzylinder entspricht, der obersten Vergleichsstrecke $A'I$ also der oberste Teilzylinder, so entspricht der Summe aller Radien von $A\Delta$ bis $A'I$ der *ganze* Zylinder mit der Höhe $\Delta B$, und nicht nur der verkürzte Zylinder mit der Höhe $\Delta I$, wie Ver Eecke annimmt.

Die Worte ,,πολλῷ . . . μείζων" des griechischen Textes übersetzt Ver Eecke mit ,,plus grande encore", dem in der Anm. (1) die Wendung ,,a fortiori" entspricht. Er legt also ,,πολλῷ" einen Sinn unter, den das Wort im Griechischen nicht hat.

Bald nach dem Erscheinen der französischen Archimedes-Ausgabe von Ver Eecke findet sich der Fehler wieder in einer deutschen Übersetzung. In Ostwalds Klassikern der exakten Wissenschaften wurde 1923 die Abhandlung von Archimedes über Paraboloide usw. als 210. Heft durch Herrn A. Czwalina veröffentlicht.[2] Zwar findet sich keine Angabe über die bei der Übersetzung benutzte Archimedes-Ausgabe; offenbar ist es aber eine der Heibergschen Ausgaben von 1880 oder 1910; denn die Übersetzung schließt sich eng an deren Text an, verwendet als Vergleichszylinder zunächst gleichfalls den um den obersten Teilzylinder verkürzten großen Zylinder, also den Zylinder mit der Höhe $\Delta I$ (in der Übersetzung $DI$) und gibt die Stelle der Heiberg-Ausgabe I, 350, 20–25 (αἱ δὲ εἰρημέναι εὐθεῖαι . . .) mit den Worten wieder:

,,Das dritte Glied dieser Proportion hat aber zum 4. Glied der Proportion ein Verhältnis, das größer als 2:1 ist (s. Definitionen, letzter Absatz). Daher ist die Summe aller Teilzylinder des Zylinders, der $AC$ zum Durchmesser der Grundfläche und $DI$ zur Achse hat, größer als das Doppelte der eingeschriebenen Figur. Um so mehr ist also der ganze Zylinder von der Achse $DB$ größer als das Doppelte der eingeschriebenen Figur."

Der letzte Absatz der Definitionen, auf den hier hingewiesen wird, enthält den Hilfssatz *I*, den auch Heiberg an dieser Stelle in der Fußnote (7) anführt.

---

[1] Es muß richtig $\Delta B$ heißen.

[2] Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften, Nr. 210. ,,Über Paraboloide, Hyperboloide und Ellipsoide" von Archimedes. Übersetzt und mit Anmerkungen versehen von Dr. Arthur Czwalina, Leipzig 1923.

Auch in dieser Übersetzung erhält das Wort „πολλῷ“ eine falsche Bedeutung, indem es durch „um so mehr“ wiedergegeben wird.

Der Übersetzer fügt dieser Stelle keine Bemerkung bei, woraus man schließen muß, daß er die falsche Schlußfolgerung nicht als solche erkannt hat. Ob er vielleicht auch, wie es oben für Heiberg ausgeführt wurde, das richtige kürzere Schlußverfahren von Commandino, Torelli u. a. für eine unzulässige Abweichung vom griechischen Text hielt und deshalb verwarf, mag dahingestellt bleiben. M. W. hat bis heute noch niemand darauf hingewiesen, daß der genannte Fehler der Archimedes-Ausgabe von Heiberg in das Heft 210 von Ostwalds Klassikern der exakten Wissenschaften Eingang gefunden hat.

In den Jahren 1938–1944 erschien die niederländische Archimedes-Bearbeitung von E. J. Dijksterhuis.[1, 2]

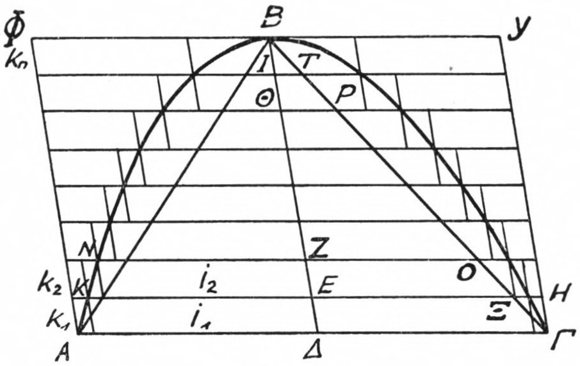



Fig. 11

Ihr Verfasser beschränkt sich bei der Abhandlung über „Conoide und Sphäroide“ darauf, jeweils nur den Beweis für den schief zur Achse abgeschnittenen Rotationskörper zu bringen, da der Beweis für den senkrecht zur Achse abgeschnittenen Körper in jenem als Sonderfall enthalten ist. Daher erörtert Dijksterhuis eingehend den Lehrsatz XXII, der vom schief abgeschnittenen Paraboloidsegment handelt, und greift an der Stelle, wo sich Archimedes auf seine Ausführungen in Lehrsatz XXI beruft,[3] auf diesen Lehrsatz zurück. Dementsprechend entwickelt er das Verhältnis der Summe aller Zylinderscheiben in $\mathfrak{E}$ zur Gesamtheit aller Zylinderscheiben im Zylinderstumpf mit der Achse $\Delta I$:

$$(i_1 + i_2 + \cdots i_{n-1}, k_1 + k_2 + \cdots k_{n-1}) = (E\Xi + ZO + \cdots IT, (n-1)\,\Delta\Gamma)$$

(Fig. 11) und fährt dann fort (S. 23): „Archimedes merkt nu verder op, dat de lijnstukken $IT \ldots E\Xi$, $\Delta\Gamma$ een rekenkundige reeks vormen, waarvan het verschil gelijk is aan den kleinsten term en hij concludeert hierut tot

$$(n-1)\,\Delta\Gamma > 2\,(E\Xi + ZO + \cdots + IT).$$

Deze conclusie is blijkbaar onjuist; de beide leden zijn gelijk.“

---

[1] E. J. Dijksterhuis, Archimedes, Groningen 1938–1944 (in „Euklides“, Bd. 15/17 u. 20).

[2] Erst nach Fertigstellung der vorliegenden Untersuchung konnte ich durch das Entgegenkommen von Herrn Dijksterhuis Einblick in diese Archimedes-Bearbeitung nehmen. Aus einer deutschen Bibliothek war das Werk trotz aller Bemühungen nicht zu erhalten.

[3] Heiberg, a. a. O., 360, 23 uf.: δειχθήσεται οὖν ὁμοίως τοῖς πρότερον ...

Nachdem Herr Dijksterhuis noch festgestellt hat, daß dieser Fehlschluß nichts am richtigen Ergebnis des Beweises ändert, weist er darauf hin, daß sich die fehlerhafte Schlußfolgerung vermeiden lasse, wenn man *sofort* das Verhältnis zwischen $\mathfrak{C}$ und dem *ganzen* Zylinderstumpf mit der Achse $\Delta B$ ermittelt und dann den Hilfssatz I, 2. Teil anwendet.

*Herr Dijksterhuis hat demnach als erster auf die fehlerhafte Schlußfolgerung hingewiesen, die sich in der Heibergschen Archimedes-Ausgabe bei der Berechnung des Paraboloidsegments vorfindet. Auf die Urheberschaft des Fehlers geht er nicht näher ein.*

## 5. ZUSAMMENFASSUNG

Dieser Querschnitt, welcher den genannten Fehler im Beweis des Satzes vom Paraboloidsegment von seinem frühzeitigen Auftreten an bis in die neueste Zeit verfolgt, übermittelt uns also folgendes Bild:

Bereits in der ältesten uns bekannten Archimedes-Handschrift, dem Codex Valla, haben sich, wie man mit größter Wahrscheinlichkeit schließen kann, bei der Inhaltsberechnung des Paraboloidsegments zwei verschiedene falsche Angaben für die Achse des großen Vergleichszylinders vorgefunden. Die Fehler wiederholten sich von Abschrift zu Abschrift. Noch kann man in diesem Stadium nicht von einer fehlerhaften Beweisführung sprechen, weil es sich offenbar zunächst nur um Versehen beim Abschreiben handelt; angesichts der sich widersprechenden Angaben für die Höhe des Vergleichszylinders (vgl. Abb. 1, Z. 21: $\overline{\delta\gamma}$ und Z. 27: $\overline{\delta\iota}$) kann man unmöglich dem Abschreiber die Absicht unterstellen, er habe an dem Beweis etwas ändern wollen. Erst als man, sei es bei der Übertragung der Abhandlung ins Lateinische, sei es bei der Durchsicht des Textes vor der ersten Drucklegung, auf die fehlerhafte Stelle aufmerksam wurde, verdichteten sich die genannten Schreibfehler zu einer Abänderung des Beweisverfahrens, das jetzt mit einer fehlerhaften Schlußfolgerung belastet wurde.

In der ältesten vorhandenen lateinischen Übersetzung von Archimedes, dem Codex Ottobon., wird die falsche Angabe $\overline{\delta\gamma}$ für die Zylinderachse in $\overline{\delta\iota}$ abgeändert. In dieser Handschrift findet sich also, soweit wir feststellen können, zum erstenmal der Beweis mit der irrtümlichen Schlußfolgerung, daß der um den obersten Teilzylinder verkleinerte große Zylinder *größer* als 2 $\mathfrak{C}$ sei, während tatsächlich *Gleichheit* besteht. Nur einmal, im *Codex V, 15*, findet man für den Vergleichszylinder zunächst die richtige Höhe *db* angeführt; diese Angabe ist aber später wieder in *di* abgeändert worden.

Bei der Vorbereitung des Baseler Erstdruckes kommt es dann zu einer Verschärfung des Fehlers, indem der Herausgeber in der Figur zum Text des *Cod. V, 12* die Bezeichnungen verkehrt einträgt; dies führt zu der falschen Schlußfolgerung, daß der um *zwei* Teilzylinder verkürzte Vergleichszylinder *größer* als 2 $\mathfrak{C}$ sei, während er tatsächlich *kleiner* als 2 $\mathfrak{C}$ ist.

Von diesen beiden fehlerhaften Schlußfolgerungen ist letztere sehr bald als falsch erkannt worden, und zwar von Commandino; jetzt erhielt der Beweis im großen und ganzen wieder *die* Form, die er vermutlich schon bei Archimedes hatte. Damit wurde aber nur die gröbere Form des Fehlers endgültig beseitigt, nicht jedoch die andere, man könnte sagen, leichtere

Form; diese schien zwar zeitweilig zurückgedrängt, konnte aber, nachdem Nizze sie wieder in Erinnerung gebracht hatte, erneut aufleben und sogar Eingang in die Archimedes-Ausgabe von Heiberg finden; von hier aus gelangte sie in zwei neuere Übersetzungen der Abhandlung über die Rotationskörper. Erst in allerjüngster Zeit hat Herr E. J. Dijksterhuis ausdrücklich auf diese fehlerhafte Schlußfolgerung aufmerksam gemacht.

Ist das Bild, das wir uns so über die Entstehung und Verbreitung des Fehlers machen können, auch nur lückenhaft, und sind wir bei seiner Darstellung vielfach auf Vermutungen angewiesen, so kann doch darüber kein Zweifel bestehen, wie die fragliche Stelle ursprünglich bei Archimedes gelautet hat. Betrachtet man den betreffenden Abschnitt des Beweises für sich allein, so erkennt man unschwer, daß der Text nur dann einen vernünftigen Sinn ergibt, wenn man sofort den *ungekürzten* Zylinder mit der Höhe $\Delta B$ in Beziehung zum einbeschriebenen Körper bringt. Zur Gewißheit wird diese Erkenntnis, wenn man den Lehrsatz XXI mit den folgenden Lehrsätzen über das Hyperboloid- und Ellipsoidsegment vergleicht und außerdem beachtet, in welcher Weise Archimedes alle Schlußfolgerungen in seinen Beweisen durch vorangeschickte Hilfssätze vorbereitet hat. Es würde den klar gegliederten Aufbau der Abhandlung stören und gegen die Ökonomie der archimedischen Beweisführung verstoßen, wollte man annehmen, Archimedes habe *nicht* sofort den ungekürzten Zylinder mit der Höhe $\Delta B$ zum Vergleich mit dem einbeschriebenen Körper herangezogen. *Damit wird aber auch offenbar, daß die fehlerhafte Schlußfolgerung keinesfalls von Archimedes herrührt, vielmehr erst nachträglich, veranlaßt durch Fehler beim Abschreiben, in die Abhandlung hineingetragen wurde.*

# NACHWORT

Das Erscheinen dieser Abhandlung nehme ich zum willkommnen Anlaß, in Dankbarkeit des Mannes zu gedenken, von dem ich vor Jahrzehnten stärkste Impulse auf didaktischem und mathematikgeschichtlichem Gebiet empfing, des leider zu früh verstorbenen OTTO TOEPLITZ. Der Gedanke der „Querschnitte", den TOEPLITZ bei der Behandlung didaktischer Probleme mit Vorliebe anzuwenden pflegte, kehrt in vorstehender Untersuchung wieder, freilich mit veränderter Zielsetzung

Für Literaturnachweise und wertvolle Ratschläge sowie für die Unterstützung bei der Korrektur fühle ich mich vor allem Herrn J. E. HOFMANN (Ichenhausen/Schw.) zu größtem Dank verpflichtet. Ferner danke ich für freundliche Hilfe bei der Entstehung dieser Untersuchung den Herren E. J. DIJKSTERHUIS (Bilthoven, Niederlande), M. ZACHARIAS (Quedlinburg), P. ZÜHLKE (Treysa) und dem Mathematischen Forschungsinstitut in Oberwolfach/Baden (Prof. W. SÜSS). Dem Direktor des Schlew.-Holst. Landesarchivs, Herrn Prof. G. E. HOFFMANN (Schleswig), verdanke ich die Vermittlung der Archimedes-Handschriften aus der Nürnberger Stadtbibliothek, der Deutschen Forschungsgemeinschaft die Beschaffung der Mikrofilme von Handschriften aus italienischen Bibliotheken.

Schleswig, den 4. Juni 1953 — Siegfried Heller

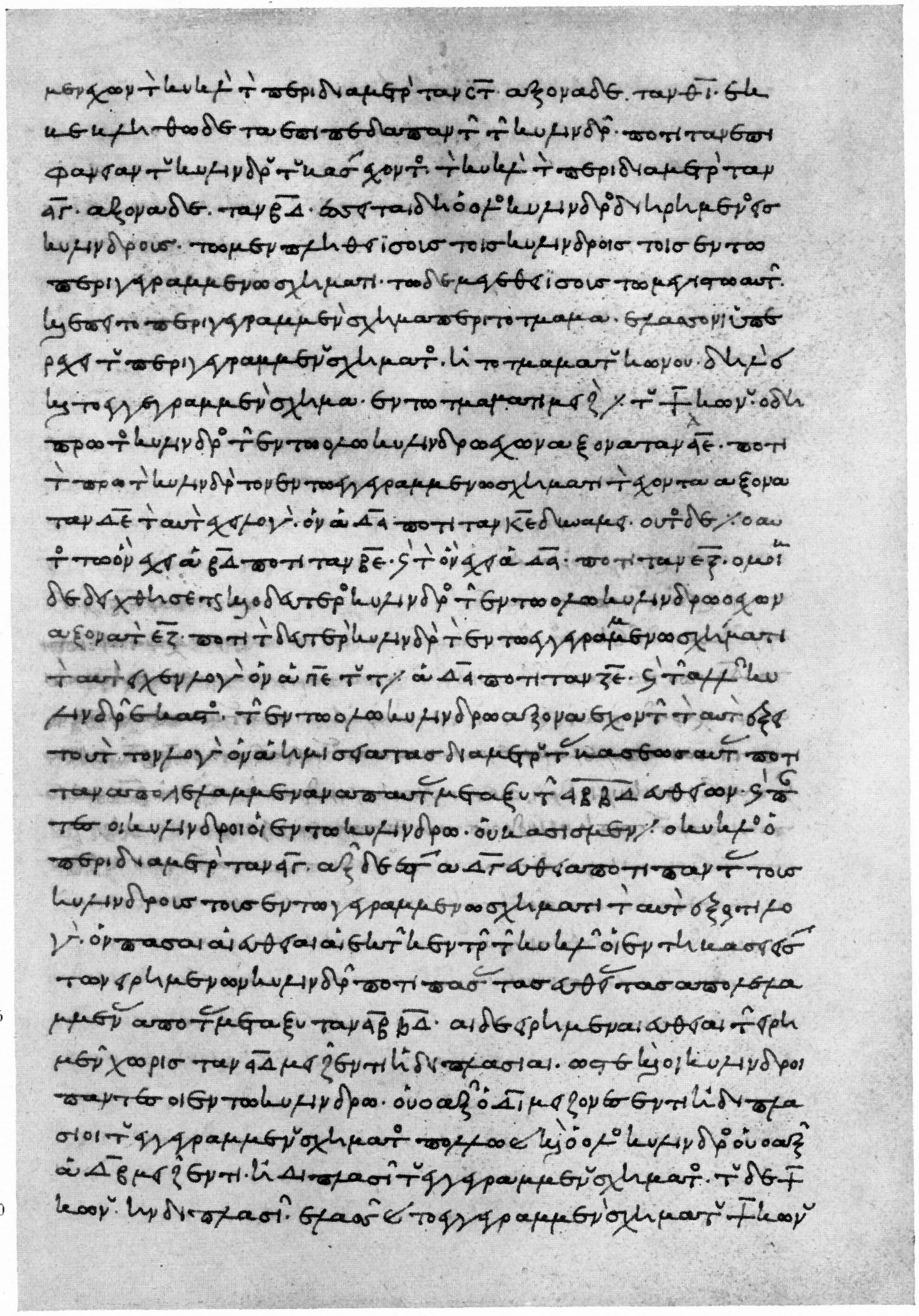


Abb. 1
Cod. Laurent. Plut. 28, 4, Bl. 56a (entspr. Heiberg, Arch. I, 348, 4–352, 3)
Wichtig: Zeile 16–29

Abb. 2

Cod. V 12, Bl. 77b, Z. 2–16 (entspr. Heiberg, Arch. I, 346, 18–348, 11)

Wichtig: Z. 8

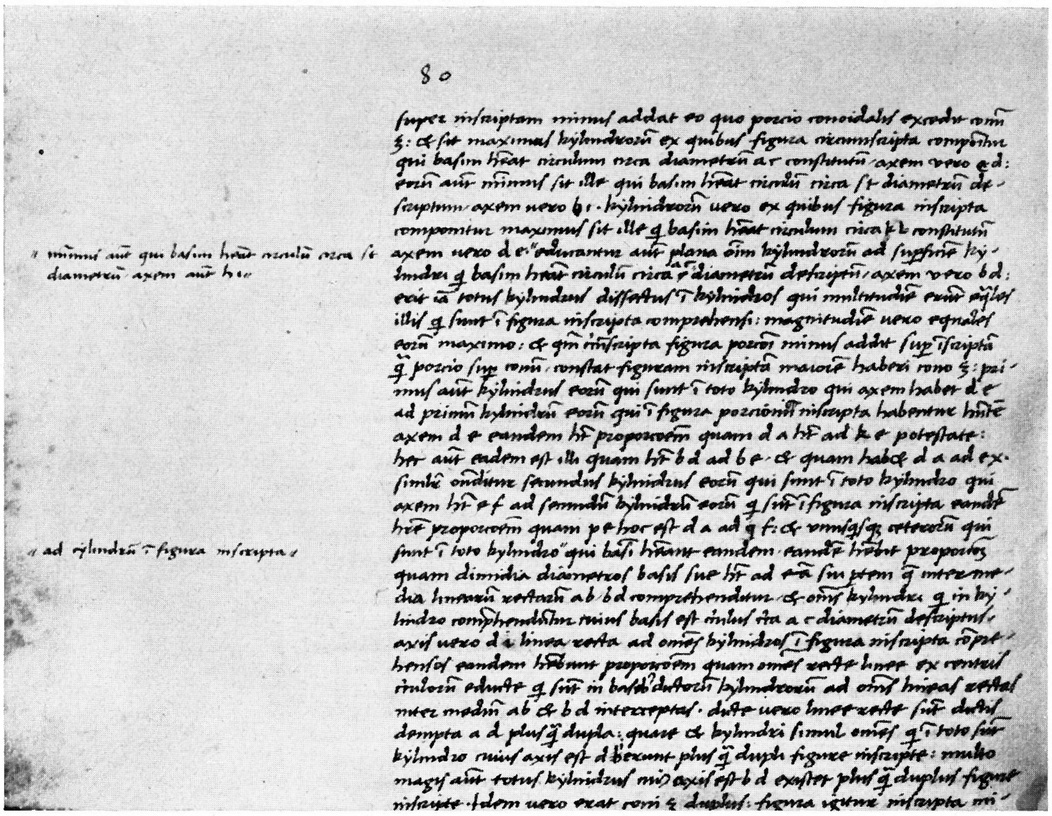


Abb. 3
Cod. V 15, S. 80, Z. 1–31 (entspr. Heiberg, Arch. I, 347–351)
Wichtig: Z. 2–7, Z. 8, Z. 19–31

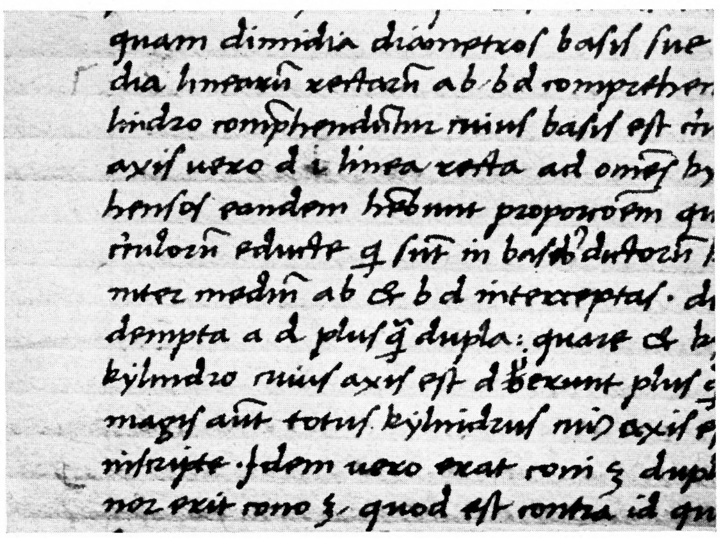
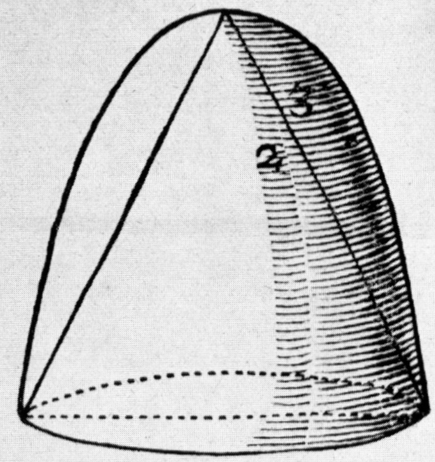


Abb. 4
Vergrößerung eines Teiles von Abb. 3
Wichtig: Z. 24 und 29




**Der XXIII. Lehrsatz.**

**Der After-Kegel hier zum rechten
( der sich stellt
gleich-hoch auf einem Grund ) wie
drey zu zwey sich hält.**

Abb. 5

Aus Joh. Chr. Sturm „Archimedes“, S. 313

Zeitschrift/Journal: Abhandlungen der Bayerischen Akademie der Wissenschaften - Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse

Jahr/Year: 1954

Band/Volume: NF_63

Autor(en)/Author(s): Heller Siegfried

Artikel/Article: Ein Fehler in einer Archimedes-Ausgabe, seine Entstehung und seine Folgen 2-38