BAYERISCHE AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE KLASSE

ABHANDLUNGEN · NEUE FOLGE HEFT 77

GOTTFRIED ECKART

Die Analyse der Störungen der Dielektrizitätskonstanten dielektrisch turbulenter Zonen mittels Streufeldbeobachtungen

(Dritter Teil einer Theorie der Streuung elektrischer Wellen in turbulenter Atmosphäre)

Vorgelegt von Herrn Winfried O. Schumann
am 11. November 1955

MÜNCHEN 1956
VERLAG DER BAYERISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
IN KOMMISSION BEI DER C. H. BECK'SCHEN VERLAGSBUCHHANDLUNG

Druck der C. H. Beck'schen Buchdruckerei Nördlingen
Printed in Germany

INHALT

ÜBERSICHT

Seit Jahrzehnten bemüht sich eine Anzahl von Forschern, aus Beobachtungen der Schwankungen des Ultrakurzwellenempfanges Schlüsse auf Vorgänge in der Troposphäre zu ziehen. Man konnte dabei Schwankungen des mittleren Gradienten der Dielektrizitätskonstante der Troposphäre ermitteln. Mit Radargeräten konnte man Reflexionen feststellen, die man als von Regen- oder Nebeltropfen herrührend annahm. Für eine genauere Analyse fehlte bisher eine tiefere Studie der mathematischen Zusammenhänge zwischen der Störung der Dielektrizitätskonstante und dem Streufeld die in eindeutig umkehrbarer Weise die Größen des Streufeldes und der ε-Störung verbindet und so aufzeigt, welche Größen auf Grund welcher Messungen ermittelt werden können.

Dieses Problem wird in der vorliegenden Arbeit behandelt. Wir sehen dabei, daß aus Messungen des Streufeldes, die sich auf dessen Amplitude beschränken, ohne die Phase miteinzubeziehen, tiefere Erkenntnisse kaum gewonnen werden können: reine „Fadingregistrierungen" liefern nicht genügend Daten für eine Analyse, auch wenn man sich auf die Gewinnung statistischer Werte beschränken will. Um die für eine feinere Analyse der Atmosphäre notwendigen Daten zu gewinnen, sind, wie sich aus dem folgenden ergibt, außerordentlich schwierige Experimente notwendig, so daß es fraglich erscheint, ob bei dem heutigen Stande der experimentellen Technik eine solche Feinanalyse der Atmosphäre überhaupt möglich ist. Doch scheint die theoretische Klärung dieser Fragen notwendig und interessant zu sein.

1. EINFÜHRUNG

In zwei vorhergehenden Arbeiten [1], [2] waren folgende Probleme behandelt worden:

1. Die dielektrische Turbulenz, d. h. es waren statistische Untersuchungen über die kleinen Störungen der Dielektrizitätskonstante der Troposphäre durchgeführt worden, die mit der atmosphärischen Turbulenz in Zusammenhang stehen.

2. Die Streuung elektrischer Wellen an Zonen dielektrischer Turbulenz.

Die Aufgabe der vorliegenden Untersuchung ist die Umkehrung des letzteren Problems. Wir wollen aus Streufeldbeobachtungen auf die ε-Störung in einer Zone dielektrischer Turbulenz schließen. Eine vorläufige Lösung dieser Frage wurde in [4] geliefert für einen speziellen Fall. In der vorliegenden Arbeit soll das ganze Problem nochmals neu behandelt werden in viel allgemeinerem Rahmen. Es handelt sich also darum, eindeutig umkehrbare Beziehungen zwischen Streufeld und DK-Störung anzugeben. Die Versuche, aus Fadingregistrierungen bei Ultrakurzwellen auf troposphärische Vorgänge zu schließen, gehen auf Jahrzehnte zurück. So konnten z. B. Beziehungen zwischen Intensitätsschwankungen des Empfangsfeldes und Variationen des Dichtegradienten der Troposphäre verifiziert werden, wie sie die Theorie fordert. Auch Radarreflexionen wurden verwendet, um Zonen mit Wassertropfen (Regen, evtl. auch Nebel) zu studieren. Doch mußten eine Anzahl von Fragen der Feinstruktur der Dielektrizitätskonstante unbeantwortet bleiben, weil man keine präzise Kenntnis über die Zusammenhänge zwischen dielektrischer Turbulenz und Streufeld besaß, insbesondere was die Umkehrbarkeit der Beziehungen anbelangt, d. h. die Auflösbarkeit der Gleichungen nach der ε-Störung in Abhängigkeit vom Streufeld. Es wird sich hier unter anderem ergeben, daß es für eine Feinanalyse unerläßlich ist, das Streufeld nach Amplitude und Phase zu messen. Ganz allgemein soll in der vorliegenden Arbeit diese Auflösbarkeit der Gleichungen untersucht werden für eine direkte Analyse der ε-Störung und für den Fall statistischer Untersuchungen. Inwieweit die zur praktischen Durchführung außerordentlich schwierigen Experimente bei dem heutigen Stand der Technik möglich sind, ist noch zu entscheiden. Auf alle Fälle erscheint aber die theoretische Klärung dieser Zusammenhänge wichtig und interessant.

2. DIE ANALYSE DER MITTEL EBENER SCHICHTEN IM FALLE EINES SENDERS UND EINES EMPFÄNGERS

Die einfachste Versuchsanordnung für Fadingstudien besteht aus einem Sender und einem Empfänger. Wir wollen diese Anordnung zunächst studieren. Die Arbeit [2] hat schon gezeigt, daß Amplitude und Phase des Streufeldes studiert werden müssen. Doch wird sich dies im folgenden noch mehr herauskristallisieren. Wir setzen die Anordnung voraus, deren Schema in [2] Fig. 1 dargestellt ist.

Aus einer „sehr großen" Entfernung R_1 strahle ein gerichteter Sender auf die räumlich begrenzte Streuzone, so daß sich diese im Strahlungsmaximum der Sendercharakteristik in einem so engen Bereich befinde, daß man ohne zu großen Fehler die einfallende Feldstärke in der ganzen Störzone als von konstanter Amplitude annehmen kann, und daß Gangunterschiede einfach als Projektionen auf die Strahlrichtung gemessen werden können, wie es etwa in der Theorie der Gitterbeugung üblich ist. Die Entfernung R_2 des Empfängers von der Störzone sei ebenfalls groß genug, daß bei einer Integration des Streufeldes über sie R_2 vor das Integral genommen werden kann und Gangunterschiede wie oben zu berücksichtigen sind. Wir können dies auch so ausdrücken: die Entfernungen R_1 und R_2 sollen so groß sein, daß wir es in Streuzone und Empfänger praktisch mit ebenen Wellen zu tun haben, die einfach mit $^1/R_1$ und $^1/R_2$ zu multiplizieren sind, wo R_1 und R_2 die Abstände des Senders und Empfängers von irgendeinem Punkt der Störzone sind. Dann hatten wir in [2] gesehen, daß das Streufeld die Fourier-Transformierte von Mittelwerten der ε-Störung ist, die über die Ebenen zu nehmen sind, die parallel zu der Winkelhalbierenden von Sende- und Empfangsrichtung liegen. Um eine Analyse der ε-Störung, d. h. hier dieser Ebenenmittel vorzunehmen, brauchen wir dann nur diese Fourier-Transformation zu invertieren. Wir können hier sowohl mit Impulsen als auch mit „Dauerstrich", d. h. kontinuierlichen Wellenzügen arbeiten, müssen aber im letzteren Falle die Frequenz variieren, wie wir weiter unten sehen werden.

a) Die Analyse mittels Impulsen

Wenn wir Impulse vom Sender ausstrahlen, so nehmen wir an, daß 1. die Impulsdauer und 2. die Zeit, die der Impuls zum Durchlaufen der Störzone benötigt, sehr klein sei gegenüber der Zeit, in der sich $\Delta\varepsilon$ an einer Stelle merklich ändert. Wir setzen also voraus, daß die zeitliche Änderung von $\Delta\varepsilon$ relativ langsam vor sich geht, so daß der durchlaufende Impuls eine „Momentaufnahme" der Störzone erzeugen kann. An der Stelle (oder in der Niveauebene $y = 0$) habe der Impuls die zeitliche Form:

$$f(t) = \cos \Omega t\, \varphi(t) \tag{1}$$

wo Ω die Kreisfrequenz der Trägerwelle und $\varphi(t)$ die Amplitudenkurve oder die Hüllkurve bedeuten möge, die aus einem Rechteck oder einem Dreieck oder einer Glockenkurve oder sonst einer geeigneten Form bestehen kann. $\pm\beta^{\times}$ seien die Richtungskosinus der Einfalls- und der Ausstrahlungsrichtung in bezug auf die y-Achse. Die Störzone befinde sich zwischen $y = 0$ und Y; außerhalb sei $\Delta\varepsilon \equiv 0$ und natürlich auch außerhalb der oben beschriebenen zentralen Zone in den Maxima der Richtcharakteristiken von Sender und Empfänger. Die Welle kommt nun vom Sender, durchläuft unverzerrt die Zone bis $y = 0$; dann strahlt die Streuzone. Wenn die Streustrahlung nach unten die Zone $y = 0$ durchlaufen hat, läuft sie unverzerrt weiter bis zum Empfänger. Wenn wir die Zeiten, die die Welle braucht, um diese verzerrungsfreien Zonen zu durchlaufen, herausnehmen, also Sende- und Empfangszeit auf die Ebene $y = 0$ beziehen, so lautet die im Empfänger ankommende Strahlung im HERTZschen Vektor $\vec{\Pi}$, geschrieben:

$$\vec{\Pi} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_1 R_1 R_2} \int\limits_{y=0}^{y=Y} \overline{\Delta}^{xz} \varepsilon(y)\, f\left(t - \frac{2y\beta^{\times}}{c'}\right) dy = \Phi(t) \tag{2}$$

wo $\overline{\Delta}^{x,z}\, \varepsilon(y)$ das über x und z genommene Ebenenmittel der Störung von ε bedeutet. Mit $\vec{\Pi} = \frac{1}{R} f(t - R/c')$ der HERTZschen Lösung ist das uns hier interessierende Fernfeld in $\vec{E}$

$$\vec{E} = E_{\vartheta} = \sin\vartheta\, f''(t - R/c') / r \cdot c'^2$$

das beobachtete E-Feld ist in ein $\vec{\Pi}$-Feld umzurechnen. $2y\beta^{\times}$ ist der Lichtweg, den das Signal von $y_0 = 0$ nach y und zurück nach $y_0 = 0$ durchläuft, c' ist die Lichtgeschwindigkeit in der ungestörten Atmosphäre.

Nun betrachten wir $f\left(t - \frac{2y\beta^{\times}}{c'}\right)$ im Lichte der Gleichung (1): Es ist

$$\begin{aligned} f\left(t - \frac{2y\beta^{\times}}{c'}\right) &= \cos\Omega\left(t - \frac{2y\beta^{\times}}{c'}\right)\, \varphi\left(t - \frac{2y\beta^{\times}}{c'}\right) \\ &= \left(\cos\Omega t \cos\frac{2y\beta^{\times}}{c'} + \sin\Omega t \sin\frac{2y\beta^{\times}}{c'}\right) \varphi\left(t - \frac{2y\beta^{\times}}{c'}\right) \end{aligned} \tag{3}$$

d. h. aber: im Empfänger kommt eine Komponente an, die in Phase ist mit $\cos\Omega t$ und eine um 90° dagegen verschobene Komponente.

Dies ist in Gleichung (2) enthalten. Wenn wir sagen, wir haben $\Phi(t)$ „beobachtet", so müssen wir über diese beiden Anteile Bescheid wissen. Eine Beobachtung der Amplitudenfunktion des Streufeldes, d. h. der Hüllkurve genügt allein nicht. Mit

$$\begin{aligned}(4)\qquad & \frac{1}{4\pi\varepsilon_1 R_1 R_2}\left[\int_0^Y \left(\overline{\Delta}^{xz}\varepsilon(y)\ \cos\ \frac{2y\beta\varkappa}{c'}\cdot\varphi\left(t-\frac{2y\beta\varkappa}{c'}\right)\right)\ \cos\ \Omega t\, dy\right.\\ & \left.+\int_0^Y \left(\overline{\Delta}^{xz}\varepsilon(y)\ \sin\ \frac{2y\beta\varkappa}{c'}\ \varphi\left(t-\frac{2y\beta\varkappa}{c'}\right)\right)\ \sin\ \Omega t\, dy\right] =\\ & = \Phi_c(t)\cos\Omega t + \Phi_s(t)\sin\Omega t\end{aligned}$$

(die Bedeutung von Φ_c und Φ_s tritt unmittelbar in (4) in Erscheinung) erhalten wir die beiden Integralgleichungen:

$$(5)\qquad \int_0^Y \overline{\Delta}^{xz}\varepsilon(y)\ \cos\ \frac{2y\beta\varkappa}{c'}\ \varphi\left(t-\frac{2y\beta\varkappa}{c'}\right) dy = 4\pi\varepsilon_1 R_1 R_2\,\Phi_c(t)\,;$$

$$(6)\qquad \int_0^Y \overline{\Delta}^{xz}\varepsilon(y)\ \sin\ \frac{2y\beta\varkappa}{c'}\ \varphi\left(t-\frac{2y\beta\varkappa}{c'}\right) dy = 4\pi\varepsilon_1 R_1 R_2\,\Phi_s(t)\,.$$

Diese beiden Gleichungen können wir leicht nach $\overline{\Delta}^{xz}\ \varepsilon(y)\ \cos\ \frac{2\beta\varkappa y}{c'}$ und $\overline{\Delta}^{xz}\ \varepsilon(y)$ $\sin \frac{2y\beta\varkappa}{c'}$ auflösen. Aus beiden Gleichungen muß dann dasselbe $\overline{\Delta}^{xz}\ \varepsilon(y)$ resultieren. Wir sehen nun: Eine Lösung des Problems der Schichtmittelanalyse ist schon mit einer der Komponenten (cos- oder sin-Komponente) möglich. Diese muß aber für sich gemessen und herausgeschält sein. Zunächst wollen wir einmal die beiden Integralgleichungen (5) und (6) lösen:

Da wir außerhalb des Intervalls (o, Y) $\Delta\varepsilon = 0$ vorausgesetzt hatten, können wir ohne Schwierigkeit die Integrationsgrenzen nach $\pm\infty$ verlegen. Wir führen ferner die Variable $y' = \frac{2\beta y\varkappa}{c'}$ ein und erhalten aus (5) und (6)

$$(7)\qquad \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{\Delta}^{xz}\varepsilon\left(\frac{c'}{2\beta\varkappa}y'\right)\ \cos y'\ \varphi(t-y')\,dy' = 4\pi\varepsilon_1 R_1 R_2 \frac{2\beta\varkappa}{c'}\ \Phi_c(t)$$

$$(8)\qquad \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{\Delta}^{xz}\varepsilon\left(\frac{c'}{2\beta\varkappa}y'\right)\ \sin y'\ \varphi(t-y')\,dy' = 4\pi\varepsilon_1 R_1 R_2 \frac{2\beta\varkappa}{c'}\ \Phi_c(t)$$

Dies sind Integralgleichungen vom Faltungstypus im Intervall $(-\infty, +\infty)$, die mittels der FOURIER-Transformation leicht zu lösen sind. Schreiben wir:

$$(9)\qquad \mathfrak{F}\{\varphi(t);\,\omega\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty}\varphi(t)\ \exp\,[-j\omega t]\,dt$$

$$= \text{FOURIER-Transformierte von } \varphi(t)$$

(10) $$\mathfrak{F}\{\bar{\Delta}^{xz}\,\varepsilon(y'');\,\omega\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\bar{\Delta}^{xz}\varepsilon(y'')\exp[-j\omega y'']\,dy'' \qquad y'' = \frac{c'}{2\beta\times}y'$$

$$= \text{Fourier-Transformierte von } \bar{\Delta}^{xz}\,\varepsilon(y'')$$

(11) $$\mathfrak{F}^{-1}\{\psi(\omega);\,y''\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\psi(\omega)\exp[j\omega y'']\,d\omega$$

$$= \text{inverse Fourier-Transformierte von } \psi(\omega) \quad (\psi \text{ beliebig})$$

so bekommen wir nach dem Faltungssatz der Fourier-Transformation:

(12) $$\mathfrak{F}\{\bar{\Delta}^{xz}\,\varepsilon(y'')\cos y';\,\omega\} \times \mathfrak{F}\{\varphi(t);\,\omega\} = 4\pi\varepsilon_1 R_1 R_2 \frac{2\beta\times}{c'}\,\mathfrak{F}\{\Phi_c(t);\,\omega\}$$

(13) $$\mathfrak{F}\{\bar{\Delta}^{xz}\,\varepsilon(y'')\sin y';\,\omega\} \times \mathfrak{F}\{\varphi(t);\,\omega\} = 4\pi\varepsilon_1 R_1 R_2 \frac{2\beta\times}{c'}\,\mathfrak{F}\{\Phi_s(t);\,\omega\}$$

Daraus ergibt sich dann:

(14) $$\bar{\Delta}^{xz}\,\varepsilon\left(\frac{c'}{2\beta\times}y'\right) = \frac{4\pi\varepsilon_1 R_1 R_2 \frac{2\beta\times}{c'}}{\cos y'}\,\mathfrak{F}^{-1}\left\{\frac{\mathfrak{F}\{\Phi_c(t);\,\omega\}}{\mathfrak{F}\{\varphi(t);\,\omega\}};\,y'\right\}$$

$$= \frac{4\pi\varepsilon_1 R_1 R_2 \frac{2\beta\times}{c'}}{\sin y'}\,\mathfrak{F}^{-1}\left\{\frac{\mathfrak{F}\{\Phi_s(t);\,\omega\}}{\mathfrak{F}\{\varphi(t);\,\omega\}};\,y'\right\}.$$

womit unser Problem gelöst ist.

Wir sehen dabei, daß es notwendig ist, mindestens $\Phi_c(t)$ oder $\Phi_s(t)$ zu kennen; $\varphi(t)$ stellt die Hüllkurve des Impulses dar. Damit haben wir das Streufeld in bezug auf eine normale Phase, z. B. diejenige beim Eintritt in die Störzone bei $y = 0$ zu messen. Wenn wir eine andere Phase wählen, d. h. auf der Verbindungsleitung zwischen Sender und Empfänger einstellen, so würde dies nur einer Verschiebung der Ebene $y = 0$ entsprechen. Wir sehen auch, daß es nicht genügt, nur die Hüllkurve des Impulses zu betrachten, es muß die Phasenfeinstruktur des Signals studiert werden. Dies wäre bei einer direkten Behandlung von Gleichung (2) mittels der Fourier-Transformation nicht so explizit in Erscheinung getreten. Wir hatten in [5] diese mehr globale Methode gewählt, die Lösung dort ist aber auch im Sinne der vorliegenden Betrachtung zu verstehen.

b) Die Analyse der Mittel ebener Schichten mittels kontinuierlicher Wellen (Frequenzdurchdrehaufnahmen)

Wenn wir für die Analyse der Schichtenmittel keine Impulse, sondern kontinuierliche Wellenzüge verwenden wollen, so finden wir folgendes:

Wir schreiben zunächst einmal das Streufeld in einem Empfänger unter Voraussetzung derselben räumlichen Anordnung an wie oben, aber jetzt nicht für einen Impuls, sondern für einen kontinuierlichen Wellenzug der Frequenz Ω und nehmen dabei das Streufeld wieder auf den Hertzschen Vektor $\vec{\Pi}$ reduziert an: $(-\vec{\Pi}k^2\,\sin\vartheta = \vec{E}$ siehe [2], [4])

$$\vec{\Pi}(\Omega, t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_1 R_1 R_2} \int_0^Y \overline{\Delta}^{xz}\varepsilon(y, t)\ \exp\,[-j\,2k\beta^\times y]\,dy \tag{15}$$

mit $k = \Omega/c' = 2\,\pi/\lambda'$. λ' = Wellenlänge in der homog. Atmosphäre

Wir haben hier einen Faktor $\exp\,[-j\Omega t]$ bereits unterdrückt. Wenn wir bei einer Kreisfrequenz Ω die Größe Π nach Amplitude und Phase beobachten, so haben wir in jedem Augenblick die FOURIER-Transformierte der $\overline{\Delta}^{xz}\varepsilon$-Verteilung aber nur in einem reellen Punkt Ω vorliegen. Dabei haben wir wieder angenommen, daß die Zeit, die eine Phase braucht, um die Störzone zu durcheilen, klein sei gegenüber der Dauer, innerhalb derer sich $\overline{\Delta}^{xz}\varepsilon$ an irgendeiner Stelle merklich ändert. Um nun eine Variable zu finden, abhängig von der das $\vec{\Pi}$ in jedem Augenblick beobachtet werden kann, betrachten wir das Produkt $2k\beta^\times = 2\beta^\times\Omega/c'$. Diese Größe können wir variieren a) durch Variation von Ω, b) durch Variation von $\beta^\times$, d.h. des Einfalls- und Abstrahlungswinkels zu gleicher Zeit. Diese Möglichkeit würde wohl schwer zu realisieren sein. Es bleibt also doch nur die Frequenz über als zu variierender Parameter. Schreiben wir jetzt:

$$\frac{2}{c'}\,\beta^\times y = y'' \tag{16}$$

so bekommen wir:

$$\frac{4\pi\varepsilon_1 R_1 R_2 c'}{2\beta^\times}\,\Pi(\Omega, t) = \int_0^Y \overline{\Delta}^{xz}\varepsilon(y'', t)\ \exp\,[-j\Omega y'']\,dy'' \tag{17}$$

woraus $\overline{\Delta}^{xz}\varepsilon(y'')$ direkt durch FOURIER-Inversion folgt.

$$\overline{\Delta}^{xz}\varepsilon(y'', t) = \frac{1}{2\pi} \times \frac{4\pi R_1 R_2 c'}{2\beta^\times} \int_{-\infty}^{+\infty} \Pi(\Omega, t)\ \exp\,[j\Omega y'')\,d\Omega. \tag{18}$$

In diesem Ausdruck läuft Ω von $-\infty$ bis $+\infty$. Wir denken dabei daran, daß $\overline{\Delta}^{xz}\varepsilon(y'')$ stets reell ist; damit muß nach bekannten Sätzen über die FOURIER-Transformation

$$\Pi(-\Omega, t) = \Pi^*(\Omega, t) \tag{19}$$

sein, wo der Stern den konjugiert komplexen Wert andeutet.

Man müßte eigentlich die Frequenz in dem Band von $0 < \Omega < \infty$ durchdrehen und anschließend die nach Größe und Phase bekannte Variable Π nach FOURIER invertieren. Man kann aber auch die FOURIER-Inversion nach Art eines Interpolationsproblems durchführen, wenn die zu invertierende Funktion nur in einem beschränkten Band vorliegt, wenn man sie außerhalb dieses Bandes mit genügender Näherung vernachlässigen kann und erhält dann eben Näherungen. Die dazu notwendigen Hinweise findet man in [6] S. 75–84. Da sehr tiefe Frequenzen ($\lambda \gg Y$) und sehr hohe Frequenzen nur kleine Amplituden Π liefern, so wird sich ein Band zum Durchdrehen finden lassen, das praktisch brauchbar ist und genügend Näherung für $\overline{\Delta}^{xz}\varepsilon(y)$ liefert.

Damit wäre die Schichtenanalyse behandelt. Wir sehen, daß diese die Kenntnis des Streufeldes nach Größe und Phase erfordert; die üblichen Fadingregistrierungen, die sich auf die Amplitude beschränken, liefern kein brauchbares Resultat.

3. PUNKTWEISE ANALYSE MITTELS IMPULSABTASTUNG

Wir betrachten noch einmal unser Versuchsschema Fig. 1. Wir hatten die Streuzone in zwei Strahlungskegel, denjenigen des Senders und denjenigen des Empfängers, so eingeschlossen, daß alle Punkte mit ungefähr gleicher Intensität erregt wurden. Dann liefern uns die obigen Methoden die Mittel der ebenen Schichtschnitte parallel zu x, z-Ebene. Wir verändern nun die räumliche Anordnung von Sender und Empfänger in folgender Weise: die Empfängeranordnung bleibe erhalten, den Sender bündeln wir außerordentlich stark, so daß sein Richtdiagramm in der x, z-Ebene höchstens noch die Breite und Tiefe d hat und nicht mehr den ganzen Schnitt umfaßt. Wenn wir dann wieder wie in 2.a mit Impulsen arbeiten, so liefert uns eine Aufnahme die Mittel über die relativ kleinen Querschnitte des Strahlenbündels anstelle der Mittel über die ganzen Schichten. Durch geeignetes Variieren der Richtung des Senderstrahles, die naturgemäß nur sehr kleine Winkelveränderungen erleidet, kann damit eine vollständige Abtastung erreicht werden. Da wir die Störzone in einem an sich sehr kleinen Winkelbereich befindlich vorausgesetzt hatten und nur kleine Ausschnitte aus den früheren Ebenen herausgenommen werden, so werden diese kleinen Winkelvariationen nicht stören. Bei genügend schneller Steuerung der Abtastung müßte diese in einem Zeitraum möglich sein, der klein ist gegenüber Zeiten, in denen sich $\overline{\Delta}^{xz}\varepsilon$ an einer Stelle merklich ändert.

4. PUNKTWEISE ANALYSE MITTELS RICHTCHARAKTERISTIKEN

In [4] hat der Verfasser eine vorläufige Lösung dieses Problems gegeben, die wir im folgenden Abschnitt 4.a kurz referieren werden, um dann in 4.b eine weitere Lösung anzugeben.

Wir wollen dabei aber ausdrücklich betonen, daß es sich hier um Gedankenexperimente handelt, die Aufschlüsse über eindeutig umkehrbare Beziehungen zwischen Störzone und Feldstreuung liefern; der folgende Text zeigt, daß für eine Realisierung ein ungeheurer Aufwand nötig wäre, da ja wieder jede Streufeldmessung Größe und Phase liefern muß. Wir erkennen wieder, wie unzulänglich die gewöhnlichen Fadingmessungen sind.

a) Analyse bei einer Frequenz mittels variablem Einfallswinkel

Wir referieren in diesem Abschnitt einen Teil von [4], der aber sowieso zum Verständnis des darauf folgenden notwendig ist.

Bedeuten α, β, γ; $\alpha^\times$, $\beta^\times$, $\gamma^\times$ beziehungsweise die Richtungscosinus der einfallenden und ausstrahlenden Wellen, für die letzteren also der Richtungen zum jeweiligen Aufpunkt, dann stellt sich das Streufeld wie folgt dar:

$$\Pi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_1 R_1 R_2} \iiint\limits_{Störzone} \Delta\varepsilon(x,y,z) \exp\left[jk((\alpha-\alpha^\times)x+(\beta-\beta^\times)y+(\gamma-\gamma^\times)z)\right] dx\,dy\,dz \tag{20}$$

mit

$$u_1 = k(\alpha-\alpha^\times), \quad u_2 = k(\beta-\beta^\times), \quad u_3 = k(\gamma-\gamma^\times) \tag{21}$$

ist Π eine Funktion der 3 Veränderlichen u_1, u_2, u_3, die 3 dimensionale FOURIER-Transformierte von $\Delta\varepsilon(x, y, z)$. Dabei müssen wir aber über die fünf unabhängigen Variablen k, α, $\alpha^\times$, β, $\beta^\times$ so verfügen, daß die 3 Größen u_1, u_2, u_3 voneinander „fast überall" unabhängig sind, d.h. in einem Kontinuum bis auf eine Menge von Punkten vom räumlichen Maß 0. Wir erreichen dies in der Weise, daß wir k = const wählen und α als Funktion der drei Größen $\alpha^\times$, β, $\beta^\times$ so festsetzen, daß die Funktionaldterminante der u_i nach $\alpha^\times$, β, $\beta^\times$ in einem Kontinuum nicht verschwindet. Dann ist, wie in [4] gezeigt wurde, die FOURIER-Transformierte von $\Delta\varepsilon$ in einem solchen Kontinuum eine ganze analytische Funktion und eindeutig ins Unendliche fortsetzbar. Ein solches Funktionselement von $\Pi(\alpha^\times, \beta^\times, \beta)$ der FOURIER-Transformierten ist dann wie folgt zu gewinnen (siehe [4]). Wir wählen α = const., d. h. wir lassen die Einfallsrichtung einen Kegel um die x-Achse durchlaufen in dem Oktanten, in dem:

$$x < 0, \quad y < 0, \quad z > 0, \quad \alpha < 0, \quad \beta < 0, \quad \gamma > 0$$

und messen für jedes β bei diesem festen α eine Richtcharakteristik in $\alpha^\times$, $\beta^\times$ in demjenigen Oktanten, in dem

$$x > 0, \quad y > 0, \quad z > 0, \quad \alpha^\times > 0, \quad \beta^\times > 0, \quad \gamma^\times > 0.$$

Dieses 3-dimensionale Gebilde in β, $\alpha^\times$, $\beta^\times$ stellt in u_1, u_2, u_3 ein Funktionselement der FOURIER-Transformierten von $\Delta\varepsilon$ dar, das von seinem endlichen Anfangsbereich beliebig fortgesetzt werden kann. Diese Funktion von u_1, u_2, u_3 muß dann nach FOURIER invertiert werden und liefert dann $\Delta\varepsilon(x, y, z)$.

Diese Methode ist praktisch kaum realisierbar, wir sehen wieder, daß die Π-Werte alle nach Größe und Phase vorliegen müßten. Als Gedankenexperiment hat die Methode aber den Wert, daß man sieht, was für Kenntnisse vorliegen müssen, um eine $\Delta\varepsilon$-Analyse zu ermöglichen. Sie war bereits in [4] angegeben, wurde aber hier referiert, einesteils der Vollständigkeit halber, andernteils, weil wir sie im folgenden zum Verständnis nötig haben. Wir geben ein zweites Gedankenexperiment, das etwas einfacher zu realisieren sein dürfte, aber wohl auch kaum durchgeführt werden kann.

b) Punktweise Analyse der Stör-Zone bei festem Einfallswinkel mittels Variation der Frequenz

Wir wollen jetzt die 3 Funktionen u_1, u_2, u_3 in (21) folgendermaßen fixieren: Wir wählen

$$\alpha = 0, \quad \beta = 1, \quad \gamma = 0, \tag{22}$$

d. h., wir setzen einen in der $-y$-Achse weit entfernt befindlichen Sender voraus. Dann sind u_1, u_2, u_3 abhängig von den 3 Veränderlichen $\alpha^\times$, $\beta^\times$, k und wir suchen in diesen Variablen ein Gebiet heraus, in dem u_1, u_2, u_3 voneinander unabhängig sind, in dem also die Funktionaldeterminante nicht verschwindet:

$$(23)\qquad \Delta = \begin{vmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial k} & \frac{\partial u_1}{\partial \alpha^\times} & \frac{\partial u_1}{\partial \beta^\times} \\ \frac{\partial u_2}{\partial k} & \frac{\partial u_2}{\partial \alpha^\times} & \frac{\partial u_2}{\partial \beta^\times} \\ \frac{\partial u_3}{\partial k} & \frac{\partial u_3}{\partial \alpha^\times} & \frac{\partial u_3}{\partial \beta^\times} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\alpha^\times & k & 0 \\ 1-\beta^\times & 0 & -k \\ -\gamma^\times & \frac{k\alpha^\times}{\gamma^\times} & \frac{k\beta^\times}{\gamma^\times} \end{vmatrix}$$

$$= -k^2\left(\frac{\alpha^{\times 2}}{\gamma^\times} - \gamma^\times + \frac{(1-\beta^\times)\beta^\times}{\gamma^\times}\right) \neq 0.$$

Diese Determinante verschwindet für:

$$(24)\qquad 1 - 2\alpha^{\times 2} + \beta^\times = 0,$$

also auf einer Kurve in $\alpha^\times$, $\beta^\times$ identisch in k, somit im $\alpha^\times$, $\beta^\times$, k-Raum auf einer Fläche, also einer Menge vom räumlichen LEBESGUEschen Maße Null.

Wir brauchen jetzt nur in einem $\alpha^\times$, $\beta^\times$-Gebiet, das die Kurve (24) nicht enthält, mittels Durchdrehen der Frequenz, Richtcharakteristiken aufzunehmen, d. h. in einer genügend großen Anzahl von Punkten in großer Entfernung Empfänger aufzubauen, im Sender die Frequenz von „Null bis Unendlich", d. h. in einem genügend breiten Band durchzudrehen und in jedem Empfänger das Π in Abhängigkeit von der Frequenz nach Größe und Phase zu registrieren. Im Falle unendlich vieler Empfänger würden wir so ein Funktionselement gewinnen, das wir umgerechnet in u_1, u_2, u_3 analytisch fortsetzen und FOURIER-Invertieren. Dies liefert $\Delta\varepsilon$ in der Störzone. Wird das Durchdrehen so schnell gemacht, daß sich während einer Aufnahme $\Delta\varepsilon$ nirgends merklich ändert, so kann man prinzipiell durch Wiederholen des Vorgangs $\Delta\varepsilon$ als Funktion von Raum und Zeit angeben. Bei endlicher Zahl von Empfängern und einem beschränkten Frequenzband verweisen wir wieder auf [6], S. 75–84 und das im Abschnitt 2.2 Gesagte.

5. DIE GEWINNUNG STATISTISCHER DATEN ÜBER DIE ZONE DIELEKTRISCHER TURBULENZ

Wir wollen uns in diesem Falle wieder auf die Analyse der Schichtmittel, d. h. die Anordnung eines Senders und eines Empfängers mit Frequenzdurchdrehaufnahmen beschränken.

Eine zunächst einfache Methode, statistische Daten über die Streuzone zu erhalten, besteht darin, mittels der obigen Methoden eine große Anzahl von $\overline{\Delta}^{xz}\varepsilon(y)$-Verläufen in y mittels FOURIER-Inversion von Durchdrehaufnahmen zu ermitteln und aus diesen dann statistische Daten, d. h. Häufigkeitsfunktionen beliebig hoher Ordnung herzustellen.

Es ist aber auf alle Fälle von Interesse, statistische Kenngrößen der ε-Störung mittels statistischer Kenngrößen des Streufeldes anzugeben. In [2] waren wir den umgekehrten Weg gegangen und hatten gesehen, daß wir zur Angabe einer Häufigkeitsfunktion 1. Ordnung des Streufeldes eine Häufigkeitsfunktion N-ter Ordnung mit $N \to \infty$ der ε-Störung benötigten. Auch sehen wir in [2], daß für den umgekehrten Fall wir nicht einfach irgendwelche Größen der ε-Störung mittels FOURIER-Inversion der entsprechenden Größe des Streufeldes gewinnen können. Um eine erste Häufigkeitsfunktion der ε-Störung zu bekommen, müssen wir ebenfalls wieder von einer solchen N-ter Ordnung mit $N \to \infty$ ausgehen, wobei das Streufeld nach reellem und imaginärem Teil vorliegt, während $\Delta\varepsilon$ stets reell ist.

Wir wollen jetzt also vom Streufeld aus statistische Daten der ε-Störzone gewinnen. Zu jeder „Realisation" von $\overline{\Delta}^{xz}\varepsilon(y)$ gehört eine Streufeldfunktion im Empfänger, die eine analytische ganze Funktion von Ω ist. Dies folgt einfach daraus, daß jede Realisation von $\overline{\Delta}^{xz}\varepsilon(y)$ auf den Raum $0 \leq y \leq Y$ beschränkt und endlich, stetig angenommen werden kann. Das Streufeld ist dann in Π durch (17) gegeben und hat die wesentliche Eigenschaft (19). Wenn wir daraus $\overline{\Delta}^{xz}\varepsilon(y)$ angeben wollen, so können wir (18) wegen (19) folgendermaßen umformen:

$$\overline{\Delta}^{xz}\varepsilon(y'', t) = \frac{1}{2\pi}\,\frac{4\pi\varepsilon_1 R_1 R_1 c'}{2\beta\varkappa}\int_{-\infty}^{+\infty}\Pi(\Omega, t)\,\exp\,[j\,\Omega y'']\,d\Omega \tag{25}$$

$$= \frac{1}{2\pi}\,\frac{4\pi\varepsilon_1 R_1 R_2 c'}{2\beta\varkappa}\,2\int_{0}^{\infty}\Re\{\Pi(\Omega, t)\}\,\cos\,\Omega y''\,d\Omega.$$

D. h. wir müssen $\Re\{\Pi(\Omega, t)\}$ beobachten und können es dann als FOURIER-Cosinus-Transformierte betrachten und invertieren. Wenn wir jetzt in einer gewissen Analogie zu dem statistischen Teil der Arbeit [2] aus den Häufigkeitsfunktionen von $\Re\{\Pi(\Omega, t)\}$ auf diejenigen von $\overline{\Delta}^{xz}\varepsilon(y'')$ schließen wollen, so haben wir hier die Erleichterung, daß wir es nur mit lauter reellen, einphasigen Vektoren zu tun haben, deren Summenverteilung uns interessiert. Da wir hier im Intervall $(0, \infty)$ zu operieren haben (in Ω), so gehen wir zunächst bis zu einer oberen Grenze Ω_N, das wir später $\to \infty$ gehen lassen; das Intervall $(0, \Omega_N)$ zerlegen wir in N gleichgroße Teile. Wir nehmen an, daß für ein Ω_i in jedem dieser Intervalle die Häufigkeitsfunktionen bekannt sind, wobei diese nicht voneinander unabhängig zu sein brauchen; also:

$$0 \leq \Omega_1' \leq \Omega_1 \leq \Omega_2' \leq \Omega_2 \leq \ldots\ldots\ldots \Omega_u' \leq \Omega_u \leq \ldots.\ \Omega_N' \leq \Omega_N, \tag{26}$$

wobei jeweils Ω_i' dem Intervall angehöre, dessen obere Grenze Ω_i ist. In Analogie zu dem in [2] gewählten Vorgehen nehmen wir folgendes an:

$$\begin{aligned}
f_1 &= \Re\{\Pi(\Omega_1', t)\} \text{ habe die Häufigkeitsfunktion } \tau_1(f_1, t_1)\\
f_2 &= \Re\{\Pi(\Omega_2', t)\} \text{ habe die Häufigkeitsfunktion } \tau_2(f_2, t_2\,|\,f_1, t_1)\\
f_3 &= \Re\{\Pi(\Omega_3', t)\} \text{ habe die Häufigkeitsfunktion } \tau_3(f_3, t_3\,|\,f_2, t_2, f_1, t_1)\\
f_N &= \Re\{\Pi(\Omega_N', t)\} \text{ habe die Häufigkeitsfunktion } \tau_N(f_N, t_N\,|\,f_{N-1}, t_{N-1}, \ldots.. f_1, t_1).
\end{aligned} \tag{27}$$

Natürlich können wir die t alle gleich wählen. Wir nehmen nur dieses Schema als gegeben an, um später den Weg zu tieferen Studien nicht verbaut zu haben, die wir aber in dieser Arbeit nicht mehr vornehmen wollen.

Alle t_i gleich vorausgesetzt würde dann die gleichzeitigen Häufigkeitsfunktionen liefern. Die Häufigkeitsfunktionen für $f(\Omega, t)\cos\Omega y = {}_{cy}f$ werden dann im Vergleich mit (27) beziehungsweise:

$$(28)\qquad \frac{1}{\cos \Omega_1' y''}\,\tau_1\left(\frac{f_1}{\cos \Omega_1' y''},\ t_1\right)$$

$$\frac{1}{\cos \Omega_2' y''}\,\tau_2\left(\frac{f_2}{\cos \Omega_2' y''},\ t_2 \,\middle|\, \frac{f_1}{\cos \Omega_1' y''},\ t_1\right)$$

$$\vdots$$

$$\frac{1}{\cos \Omega_N' y''}\,\tau_N\left(\frac{f_N}{\cos \Omega_N' y''},\ t_N \,\middle|\, \frac{f_{N-1}}{\cos \Omega_{N-1}' y''},\ t_{N-1} \ldots\ldots \frac{f_1}{\cos \Omega_1' y''},\ t_1\right)$$

Dann wird die zusammengesetzte Wahrscheinlichkeit für die Werte von ${}_{cy}f$:

$$(29)\qquad \tau = \frac{1}{\prod\limits_{n=1}^{N} \cos \Omega_n' y''} \prod_{n=1}^{N} \tau_n\left(\frac{f_n}{\cos \Omega_n' y''},\ t_n \,\middle|\, \frac{f_{n-1}}{\cos \Omega_{n-1}' y''},\ t_{n-1} \ldots\ldots \frac{f_1}{\cos \Omega_1' y''},\ t_1\right)$$

Wir betrachten nun einmal den Fall, in dem bei $t_1 = t_2 = \ldots t_N$ die Häufigkeitsfunktionen unabhängig von der Zeit sind. Da wird die Häufigkeitsfunktion erster Ordnung für $\Delta \varepsilon(y'')/K = \Delta$ mit

$$(30)\qquad K = (1/\beta\varkappa)\, \varepsilon_1 \cdot R_1' R_2' c'$$

$$(31)\qquad W\left(\frac{\overset{-xz}{\Delta}\varepsilon(y'')}{K}\right) d\Delta = \frac{d\Delta}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} A(\varrho_1)\, \exp\left[-j\varrho_1 \Delta\right] d\varrho_1 \qquad \text{vgl. [9].}$$

Wir bedienen uns hier wieder der MARKOFFschen Methode in der Form, in der sie in [9] von CHANDRASEKHAR dargestellt ist. In (31) ist

$$(32)\qquad A(\varrho_1) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \!\!\cdots\!\! \int df_1\, df_2 \ldots df_N \exp\left[j\varrho_1 \sum_{k=1}^{N} f_k\right] \times \prod_{u=1}^{N} \tau_u \Big/ \prod_{u=1}^{N} \cos \Omega_n' y''$$

$$= \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \!\!\cdots\!\! \int \exp\left[j\varrho_1 \sum_{1}^{N} f_u\right] \tau\, df_1 \ldots df_N$$

Damit hätten wir für einen stationären Prozeß, in dem die Häufigkeitsfunktion erster Ordnung unabhängig von t ist, diese Funktion angegeben und gehen gleich zu dem Spezialfall GAUSS-LAPLACEscher Verteilung über; analog zu [2] schließen wir uns dabei an [8] an und definieren die Größen:

$$(33)\qquad m_i = E\{f_i, t_i\} = \text{Erwartung (Mittelwert) von } f_i \text{ zur Zeit } t_i$$

$$(34)\qquad \lambda_{ii} = \sigma_i^2 = E\{(m_i - f_i)^2\}$$

$$(35)\qquad \lambda_{ik} = E\{(f_i - m_i)(f_k - m_k)\}.$$

Dann wird wieder wie in [2] die charakteristische Funktion der Verteilung der N-Größen f_i, $\tau(f_1 \ldots f_N)$

$$(36)\qquad \varphi(t_1 \ldots\ldots t_N) = \exp\left[-\frac{1}{2}\sum_{i,k=1}^{N} \lambda_{ik}\, t_i\, t_k\right] \exp\left[j\sum_{i=1}^{N} m_i\, t_i\right]$$

Mit Λ bezeichnen wir wieder die Momentenmatrix

$$(37)\qquad \Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_{11} \ldots\ldots \lambda_{1N} \\ \vdots \qquad\quad \vdots \\ \lambda_{N1} \ldots\ldots \lambda_{NN} \end{pmatrix}$$

Mit Λ_{ik} bezeichnen wir wieder das algebraische Komplement, den Cofaktor von λ_{ik} in $|\Lambda|$ Determinante der λ_{ik}.

Nun erhält man für die Häufigkeitsfunktion der f_i

$$(38)\qquad f(f_1, f_2 \ldots\ldots f_N) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2}} \frac{1}{\sqrt{|\Lambda|}} \exp\left[-\frac{1}{2|\Lambda|}\sum_{i,k=1}^{N} \Lambda_{ik}(f_i - m_i)(f_k - m_k)\right]$$

Somit wird

$$(39)\qquad \frac{1}{\prod\limits_{i=1}^{N} \cos \Omega_i' y''}\, \tau\left(\frac{f_1}{\cos \Omega_1' y''}, \frac{f_2}{\cos \Omega_2' y''} \ldots\ldots\ldots \frac{f_N}{\cos \Omega_N' y''}\right) =$$

$$\frac{1}{\prod\limits_{i=1}^{N} \cos \Omega_i' y''} \frac{1}{(2\pi)^{N/2}} \frac{1}{\sqrt{|\Lambda|}} \times \exp\left[-\frac{1}{2|\Lambda|}\sum_{i,k=1}^{N} \Lambda_{ki} \frac{(f_i - m_i \cos \Omega_i' y'')}{\cos \Omega_i' y''} \frac{(f_k - m_k \cos \Omega_k' y'')}{\cos \Omega_k' y''}\right]$$

Somit wird [vgl. (32)]

$$(40)\qquad A(\varrho) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \ldots\ldots \int df_1 \ldots\ldots df_N \exp\left[j\varrho \sum_{i=1}^{N} f_i\right] \cdot \frac{1}{\prod\limits_{i=1}^{N} \cos \Omega_i' y''} \frac{1}{(2\pi)^{N/2}} \frac{1}{\sqrt{|\Lambda|}}$$

$$\times \exp\left[-\frac{1}{2|\Lambda|}\sum_{i,k=1}^{N} \Lambda_{ki} \frac{(f_i - m_i \cos \Omega_i' y'')}{\cos \Omega_i' y''} \frac{(f_k - m_k \cos \Omega_k' y'')}{\cos \Omega_k' y''}\right]$$

Dieses Integral ist leicht mittels der bei Cramér angegebenen Methoden auszuwerten; in Analogie zu [2] ergibt sich:

$$(41)\qquad A(\varrho) = \exp\left[-\frac{\varrho^2}{2}\sum_{i,k=1}^{N} \cos i\Omega' y'' \cos k\Omega' y''\, \lambda_{ik} + j\varrho \sum_{i=1}^{N} m_i \cos i\Omega' y''\right]$$

wenn wir die Einteilung des Intervalles gleichmäßig vornehmen, so daß $\Omega_k' = k\Omega'$, wo $\Omega' = \Omega_1'$. Entsprechend (31) haben wir dieses A noch nach Fourier zu invertieren und stellen dazu die folgende Überlegung an:

Da wir hier gegenüber [2] Gleichung (51) nur die eine Variable ϱ haben, so wird die Fourier-Inversion hier einfacher. In der gesuchten Häufigkeitsfunktion haben wir dann die Variable $\bar{\Delta}^{xz} \varepsilon(y'') - \overline{\bar{\Delta}^{xz} \varepsilon(y'')}$, wo in der letzteren Größe die zweite Überstreichung den stationären Erwartungswert bedeuten soll. Dann erhalten wir also:

(42) $$W\left(\frac{\overset{-xz}{\Delta}\varepsilon(y'')}{K}\right)d\Delta = \frac{d\Delta}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} A(\varrho)\exp\left[-j\varrho\Delta\right]d\varrho =$$

$$\frac{d\Delta}{\sigma\sqrt{2\pi}}\,e^{-\frac{(\Delta-a)^2}{2\sigma^2}},\quad \text{wo } \Delta = \frac{\overset{-xz}{\Delta}\varepsilon(y'')}{K},\qquad a = E\{\Delta\} = \overline{\overset{-xz}{\Delta}\varepsilon(y'')}$$
$$\sigma^2 = E\{(\Delta-a)^2\}$$

Wir haben noch a und σ^2 explizit anzugeben; aus (41) folgt:

(43) $$a = \sum_{i=1}^{N} m_i \cos i\Omega' y'' \;\rightarrow\; \int\limits_0^{\infty} m(\Omega')\cos\Omega' y''\,d\Omega'$$

(44) $$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{N}\lambda_{ik}\cos i\Omega' y''\cos k\Omega' y''$$
$$\rightarrow \int\limits_0^{\infty}\int\limits_0^{\infty}\lambda(\Omega_1' y'',\,\Omega_2' y'')\cos\Omega_1' y\cos\Omega_2' y''\,d\Omega_1'\,d\Omega_2',$$

worin wir bereits den Grenzübergang von den diskreten Mittel- und Correlationswerten zum Continuum und in Ω den Übergang zum unendlichen Intervall vorgenommen haben. Damit haben wir die erste Häufigkeitsfunktion von $\overset{-xz}{\Delta}\varepsilon(y'')$ erhalten. Die zweite Verteilung, die sich mit $\Delta\varepsilon$-Werten an 2 verschiedenen Stellen, evtl. auch zu verschiedenen Zeiten befaßt, könnte analog zu [2] mit einer gewissen Vereinfachung erhalten werden. Wir brauchen aber, auch schon für die erste Verteilung, in $\Delta\varepsilon$ die N-te (mit $N\rightarrow\infty$) des Streufeldes. Wir wollen dies aber hier nicht weiter verfolgen.

Wir haben hier den Zusammenhang der ersten Verteilung von $\overset{-xz}{\Delta}\varepsilon(y'')$ mit den statistischen Kenngrößen des Streufeldes aufgezeigt. Um sie praktisch aufzustellen, würde man wohl schneller dadurch zum Ziele kommen, daß man jede Streufeldaufnahme invertiert und aus der daraus entstehenden Menge von $\Delta\varepsilon$-Verläufen sich die statistischen Verteilungen verschafft.

6. BEMERKUNGEN ÜBER ZEITLICH STATIONÄRE DIELEKTRISCHE TURBULENZ

Bei der Untersuchung stochastischer Prozesse legt man gewöhnlich das folgende Schema zugrunde:

Man betrachtet eine „sehr große Anzahl von Realisationen" des Prozesses und ermittelt aus ihnen die interessierenden Daten, d. h. Häufigkeitsfunktionen mit den sie charakterisierenden Größen, z. B. ihren Momenten. Auf Grund ergodischer oder stationärer Eigenschaften kann man dann in manchen Fällen Mittelwerte über die Zeit an Stelle der Erwartungswerte setzen, die aus Mittelungen über die Realisationen gewonnen werden.

Diese letztere Möglichkeit dürfte sich bei dielektrischer Turbulenz dann bieten, wenn man die ε-Störung hinter einem Gitter in einem Windkanal untersuchen will. Es scheint jedoch fraglich, inwieweit dielektrische Turbulenz in stationärer Form in der freien

Atmosphäre auftritt; denken wir z. B. Luftschlieren, die von einer sonnenbestrahlten Ebene oder einer sonnenbestrahlten Stadt mit flachen Dächern und Asphaltstraßen und Plätzen aufsteigen! Es erhebt sich die Frage, ob hier nicht bei jeder einzelnen Realisation des Prozesses die meteorologischen Anfangsbedingungen so verschieden sind (z. B. Barometerstand, Feuchtigkeit, Windstärke und Windrichtung), daß man die Prozesse nicht streng miteinander vertauschen kann, worauf die stationäre Eigenschaft hinführen würde. Oder betrachten wir einen Sandsturm in einer Wüste: hier wäre es interessant zu wissen, inwieweit Sandstürme in ihrer Zugstraße, Zugrichtung, Geschwindigkeit, Ausdehnung und innerer Struktur übereinstimmen, um ein Urteil zu ermöglichen über die Frage, ob und in welchem Maße eine größere Anzahl von Sandstürmen als Realisationen von homogenen und stationären stochastischen Prozessen gelten können. Diese Frage würde allerdings ein umfangreiches Forschungsprogramm darstellen.

7. ZUSAMMENFASSUNG

In der vorliegenden Untersuchung wurde festgestellt, daß eine erfolgreiche Analyse von Zonen dielektrischer Turbulenz mittels Streufeldern nur möglich ist, wenn das Streufeld nach Größe und Phase bekannt ist. Dies gilt für die verschiedensten Möglichkeiten der Analyse, mittels Impulsen, mittels kontinuierlicher Wellenzüge auch im statistischen Falle.

Damit ist klar geworden, daß sehr viele der bisher angestellten experimentellen Versuche, das vorliegende Problem zu lösen, nur unvollkommene Resultate liefern konnten.

LITERATUR

1. ECKART: Statistische Beschreibung der dielektrischen Turbulenz in der Troposphäre. Abh. d. Bayer. Akad. d. Wiss., Math. nat. Klasse NF. Heft 74. 1955.
2. ECKART: Die Streuung elektrischer Wellen an Zonen dielektrischer Turbulenz. Abh. d. Bayer. Akad. d. Wiss., Math. nat. Klasse NF. Heft 76. 1956.
3. ECKART: Über Fourierreihen, die in einem Teilintervall der Entwicklungsperiode identisch verschwinden. Sitzungsber. d. Bayer. Akad. d. Wiss. Math. nat. Klasse 1953. Sonderdruck Nr. 13.
4. ECKART: Über den Zusammenhang zwischen der Verteilung der Strahlungsdichte auf strahlenden Systemen und ihren Richtcharakteristiken. Archiv d. elektr. Übertragung 9 (1955) S. 177–180.
5. ECKART: Die Ermittlung der Feinstruktur des Verlaufes der Dielektrizitätskonstanten in einer schwach inhomogenen Schicht mittels Reflexionsversuch. Am. Univ. Saraviensis I, 4 (1952) S. 339–345.
6. GOLDMAN: Information Theory, Prentice Hall, New York 1953.
7. WHITTACKER-WATSON: Modern Analysis, Cambridge 1950.
8. CRAMER: Mathematical Methods of Statistics, Princeton 1950.
9. CHANDRASEKHAR: Stochastic Problems in Physics and Astronomy. Rev. of Modern Physics, Vol. 17 No 253 p. 323–342.