Uiber den erweiterten Gebrauch der Multiplikationskreise

von

F. Littrow,

Direktor der k. k. Sternwarte in Wien.

Für die Abhandlungen der k. böhm. Gesellschaft der Wissenschaften.

Prag 1820,

gedruckt bei Gottlieb Haase, böhm. ständ. Buchdrucker.

Uiber den erweiterten Gebrauch der Multiplikationskreise.

Da wir den Multiplikationskreisen den größten Theil der Fortschritte verdanken, welche die Astronomie und die Kunst zu beobachten in den letzten Decennien gemacht hat, so würde es zugleich interessant und nützlich seyn, wenn uns diejenigen Astronomen, welche ein langer Umgang mit diesem Instrumente vertraut gemacht hat, ihre Bemerkungen über dasselbe mittheilten. Uiber den Hauptgebrauch dieses Werkzeuges haben wir zwar bereits vor längerer Zeit treffliche Bemerkungen erhalten, unter welchen sich besonders die von Zach in der Mon. Korr. und die von Pottgießer im Berliner Jahrbuche vortheilhaft auszeichnen. Allein es schien mir immer, als ob dieser Kreis auch noch zu andern Zwecken, als zu bloßen wiederholten Höhenmessungen nahe bei dem Meridian, und als ob er noch auf andere Arten gebraucht werden könnte. Einige hieher gehörende Versuche sind da und dort schon gemacht worden, aber sie wurden auch, da sie die ersten Unternehmer nicht verfolgten, oder die übrigen nicht gehörig berücksichtigten, wieder der Vergessenheit übergeben. Der Hauptzweck dieser Instrumente ist, wie bekannt, die Bestimmung der Höhe der Körper des Himmels in allen Fällen, wo man diese Höhen mit großer Schärfe sucht, daher die Bestimmung der Polhöhe, die der Schiefe der Ekliptik, die der Deklinationen der vornehmsten Fixsterne u. s. w. eigentlich in das Gebiet des Multiplikationskreises gehören. Da ferner alle unsere genauen Beobachtungen der Rektascensionen und Deklinationen in der Ebene des Meridians angestellt werden müssen, der Multiplikationskreis aber seiner Natur nach seine Beobachtungen wenigstens in zwei verschiedenen Ebenen gibt, so ist sein Gebrauch vorzüglich auf die sogenannten Circummeridianhöhen beschränkt worden. Biot war, so viel mir bekannt ist, der erste, welcher dieses Instrument auch in größeren Entfernungen vom Meridian, in der Nähe des ersten Vertikalkreises, nicht zu unmittelbaren Höhenmessungen, sondern durch diese zu Zeitbestimmungen angewendet hat, und er versichert, daß man auf diese Weise sehr genügende Resultate erhalte, ja daß die Sicherheit dieser Zeitbestimmung selbst die übertrifft, welche man durch das Mittagsrohr erhält, ein Urtheil, von welchem man wünschen muß, daß es nicht durch bloßes Raisonnement, sondern durch eine Anzahl von Thatsachen unterstützt würde. Da die Refraktion, der scheinbare Ort des beobachteten Gestirnes und besonders gewisse konstante oder veränderliche Fehler, denen der Multiplikationskreis unterworfen zu seyn scheint, und die entweder von der ungleichen Ausdehnung des Instrumentes durch die Aenderung der Temperatur, oder von der Inflexion der einzelnen Theile desselben herrühren, auf diese Art von Zeitbestimmung einen oft sehr wesentlichen Einfluß äußern, so ist es nicht wahrscheinlich, daß das Mittagsrohr, welches zu dieser Gattung von Beobachtungen bisher ausschließend als das vorzüglichste erkannt wurde, von dem Kreise in seinem bisher behaupteten Vorrechte sollte gestört werden. Ein anderer Versuch, diesen Kreis auf eine von der gewöhnlichen verschiedene Art zu brauchen, rührt von einem französischen Offizier her, der mit einem Multiplikationskreis von Lenoir einige Tausend Beobachtungen des Durchmessers der Sonne anstellte. Die Resultate dieser Beobachtungen scheinen sehr befriedigend zu seyn; da er aber die einzelnen Beobachtungen nicht öffentlich mittheilte, so läßt sich darüber kein bestimmtes Urtheil fällen. Immer aber wäre es zu wünschen, daß man mit den viel vollkommneren Multiplikationskreisen von Reichenbach diese Untersuchungen in gehöriger Ausdehnung wiederholte, um so mehr, da wir, der Bemühungen so vieler Astronomen ungeachtet, über dieses wichtige Element noch immer nicht ganz im Reinen sind. Ein dritter Versuch, diese Instrumente auch zu andern, als unmittelbaren Höhenbeobachtungen nahe am Meridian zu brauchen, rührt von Oriani her, der damit auf der Sternwarte Brera Azimute beobachtete. Solche Beobachtungen lassen sich allerdings nur mit den größeren Kreisen dieser Art anstellen, deren Azimutalkreis von 2 zu 2 Sekunden getheilt ist, wie das mit den dreifüßigen Reichenbach'schen Kreisen der Fall ist. Aber auch an diesen größeren Instrumenten hat man diesen vollkommenen Azimutalkreis bisher größtentheils nur als einen Luxus des Instrumentes angesehen, der die Kosten desselben erhöht, ohne die Brauchbarkeit merklich zu vergrößern. Piazzi machte auch einmal den Versuch an seinem Kreise von Ramsden, einen Kometen durch Höhen und Azimute zu beobachten; allein er fand die Resultate so wenig genügend, daß er ganz von diesen Versuchen abstand, und fortan seinen Kreis bloß zu Höhenbeobachtungen im Meridian brauchte. Es ist noch nicht lange, daß ein rühmlichst bekannter Astronom, durch diese und ähnliche Versuche abgeschreckt, behauptete, daß, an diesen Instrumenten Azimute beobachten wollen, ein Schritt rück- nicht vorwärts in der praktischen Astronomie sey. Allein die Beobachtungen des Azimuts, welche Oriani an seinem dreifüßigen Kreise gemacht hat, beweisen das Gegentheil und die Kenntnisse, welche wir dadurch erlangen, ist als eine wahre Bereicherung dieses Instrumentes sowohl, als der beobachtenden Astronomie überhaupt anzusehen. Er beobachtete nämlich das Azimut des Thurmes der Kirche della Madonna di Ro, welche etwa 6967 Toisen von der Sternwarte im Nordost liegt, und fand aus 73 Beobachtungen bei Sonnenaufgang dieses Azimut 120° 13′ 60″7; und aus eben so vielen bei Sonnenuntergang 120° 13′ 46″9; also

im Mittel aus beiden 120° 13′ 53″8.

Eine Summe von 130 Beobachtungen des Polarsterns in beiden größten Digressionen im Jahre 1817, gab 120° 13′ 53″9; und von 136 Beobachtungen des Polarsterns im Jahre 1818 gaben 120° 13′ 53″1.

In demselben Jahre gaben noch 72 Beobachtungen von $\varkappa$ Draconis 120° 13′ 53″6 und endlich 40 Beobachtungen von β Ursae minoris 120° 13′ 53″9. Es ist kaum möglich, bessere Uibereinstimmungen bei Beobachtungen zu erhalten, die wie bekannt, zu den schwersten von allen gehören. Es wäre zu wünschen, daß auch andere Astronomen, welche mit solchen Kreisen versehen sind, ähnliche Beobachtungen anstellen und sie so in extenso mittheilen wollten, wie Oriani mit den vorhergehenden in den mailänder-Ephemeriden von 1820 gethan hat.

Andere Versuche, den Multiplikationskreis auf eine von der gewöhnlichen verschiedene Art zu brauchen, sind mir nicht bekannt geworden. Am ersten würden sie von solchen Astronomen zu erwarten seyn, die mit keinem großen Vorrathe von Instrumenten versehen, auf einige wenige beschränkt und gezwungen sind, durch ihr Genie dasjenige zu ersetzen, was ihnen an äußeren Mitteln fehlt. Dieser Zwang, diese alma artium mater, diese duris urgens in rebus egestas, wirkt oft sehr wohlthätig in seinen Folgen, wenn es gleich in der Gegenwart öfters sehr beschwerlich ist.

Wenn von dem erweiterten Gebrauche eines Instruments die Rede ist, so läßt sich dieser Gegenstand unter zwei wesentlich von einander verschiedene Gesichtspunkte bringen. Man kann fragen, ob sich das Instrument nicht noch zu andern Untersuchungen brauchen lasse, die zwar der Natur des Gegenstandes nach nicht die allergrößte Schärfe, aber doch eine für gegebene Umstände hinlängliche und genügende Genauigkeit gewähren, z. B. auf Reisen, oder bey geodätischen Aufnahmen eines kleinen Theils der Oberfläche der Erde, wo es bloß darum zu thun ist, die Länge und Breite eines Ortes auf einige Sekunden genau zu geben. Manche Mittel, die der Astronom auf einer fixen, mit Meridianinstrumenten wohl versehenen Sternwarte, mit Recht verschmäht, weil ihm bessere zu Gebote stehen, würden von einem Humboldt, einem Seetzen mit Unrecht vernachlässigt werden, und man würde die letzten mit vollem

Rechte einer zu weit getriebenen Mikrologie beschuldigen, wenn sie z. B. ihre Längenbestimmungen nur durch Bedeckungen der Fixsterne vom Monde geben wollten. Wenn also gezeigt werden kann, daß ein Instrument für diese Männer bisher unbekannte Vortheile hat, so wird man sich einer guten Aufnahme seiner Vorschläge versichert halten können, auch wenn der eigentliche Astronom keinen unmittelbaren Vortheil davon zu ziehen im Stande seyn sollte. — Man kann aber zweitens auch fragen, ob sich ein Instrument nicht auch noch auf eine bisher unbekannte Art zu solchen Untersuchungen anwenden lasse, zu welchen die größte Schärfe gehört, und wenn dieß durch Thatsachen gezeigt werden kann, so wird man, wenn auch nicht bei den reisenden Beobachtern, aber doch bei den eigentlichen Astronomen einer guten Aufnahme gewiß seyn, da durch einen solchen Vorschlag das wissenschaftliche Gebiet des Instrumentes wesentlich erweitert wird. Ein solcher ist der oben angeführte Versuch Orianis, der uns mit einem wissenschaftlichen Vortheile des Multiplikationskreises bekannt macht, der bisher den meisten verborgen war, und vielen gänzlich unmöglich schien.

Ich will es nun versuchen, dasjenige, was ich während meiner Beschäftigung mit diesem Instrumente gefunden habe, vorzutragen, und der größeren Deutlichkeit wegen die Umstände kurz angeben, welche mich darauf leiteten. Da es aber nicht schwer ist, bloße Einfälle und Muthmaßungen vorzutragen, die oft, sobald man wirkliche Versuche darüber anstellt, eben so geschwind wieder verschwinden, als sie entstanden sind, so beschränke ich mich in dem Folgenden vorzüglich auf drei Untersuchungen, von denen ich die sie beweisenden Thatsachen umständlich mit beilege, damit Jeder sie selbst beurtheilen kann, und überlasse dafür einige andere verwandte Untersuchungen von vielleicht nicht geringerem Interesse einer künftigen ähnlichen Abhandlung, zu welcher die Belege aus den Beobachtungen zu suchen, ich itzt beschäftiget bin.

I.

Die erste Sorge und oft die größte Plage des Astronomen, der mit keinem Mittagsrohre versehen ist, ist die genaue Zeitbestimmung. So viele Mittel man auch von Zeit zu Zeit zu diesem Zwecke vorgeschlagen hat, so trifft doch alle der Vorwurf, daß sie entweder nicht bequem für immer wiederkommende Bestimmungen, oder nicht unter allen Umständen anwendbar, oder endlich nicht genau genug sind. Zu den ersten gehören die korrespondirenden Höhen, die zwar, mit der gehörigen Umsicht genommen, eine in den meisten Fällen hinreichende

Schärfe gewähren, aber oft zu sehr von Umständen abhängen, über welche wir nicht gebieten können. Einzelne Höhen fern vom Meridian, fordern ein genaues höhenmessendes Instrument, und machen bei der Berechnung derselben viel Zeitverlust, die man oft zu etwas besserem brauchen könnte. Sternverschwindungen hinter Thürmen, eine der bequemsten und sichersten Methoden von allen, eignen sich doch nicht für reisende Astronomen, und sind selbst oft für fixe Beobachtungszimmer, ihrer äußeren Umgebungen wegen, nicht gut anwendbar. Dieß war auch der Fall auf der kleinen Sternwarte, welche ich in dem Garten der Universität in Kasan errichtet hatte. Nachdem ich auf dieser Sternwarte, die damals bloß mit einem 16zölligen Baumannischen Multiplikationskreise, aber noch mit keinem Mittagsrohre versehen war, alle mir bekannten Methoden der Zeitbestimmung durchgegangen war, und mich mehrere Wochen durch mit der durch terrestrische Objekte, welche den Aufsatz in dem berliner Jahrbuche vom Jahre 1819 veranlaßten, satt und müde geplagt hatte, stand ich eines Abends, den 10. Mai 1816, vor jenem Kreise, von ganzem Herzen beklagend, daß ich nicht einmal das alte Mittagsrohr erhalten konnte, welches mir die Petersburger Astronomen abzutreten bereit waren. Gleichsam unwillkührlich und um mir den Genuß eines solchen Instrumentes recht zu versinnlichen, stellte ich den Kreis in die Ebene des Meridians, dessen Lage mir schon früher wohl bekannt war, und ließ mehrere Sterne, wie sie sich eben darboten, durch den vertikalen Faden des Instrumentes gehen.

Die Beobachtungen waren 1816 Mai 10 alter Styl.

	Uhrzeit.	scheinb. Rekt.
α Virginis	13u 11′ 53″	13u 15′ 31″9
ζ —	13 21 43	13 25 20,8
89 —	13 36 15	13 39 54,4
τ —	13 48 41,5	13 52 18,5
d Bootis	13 58 28	14 2 1,3
κ —	14 3 43	14 7 17,4.

Da ich von der Horizontalität der Drehungsaxe des Kreises, so wie von der Abwesenheit der optischen Parallaxe des Rohrs überzeugt war, so versuchte ich es, diese Beobachtungen wie die eines Mittagsrohrs zu berechnen. Nach der bekannten Methode fand ich daraus das östliche Azimut des Rohres $w = 13''9$. Ist dann α, δ die scheinbare Rektascension und die Deklination des Sterns, t die beobachtete Uhrzeit, $\varphi = 55^\circ\ 48'$ die Polhöhe, so ist die Correktion der Uhrzeit

$$\alpha - t - w\,\frac{\text{Sin.}\,(\varphi - \delta)}{\text{Cos.}\,\delta}$$

also α Virginis …	Correktion der Uhr	0u 3′ 26″0
ζ —		3 26,4
89 —		3 25,5
τ —		3 25,7
d Bootis		3 25,7
α —		3 25,8
	Mittel:	0u 3′ 25″8.

Die Uibereinstimmung dieser Beobachtungen unter einander sowohl, als mit den an demselben Tage genommenen korrespondirenden Höhen war viel größer, als ich erwartete, vielmehr glaubte ich diese Uibereinstimmung nur einem günstigen Zufalle zu verdanken. Indessen schickte ich mich sogleich den folgenden Tag an, mehrere Beobachtungen dieser Art zu sammeln, um auf diese Art meiner Sache gewiß zu werden. Für die Rektifikation der horizontalen Drehungsaxe und der optischen Parallaxe, wurde gehörig gesorgt. Die Sicherheit der Beobachtungen zu vermehren, wurden noch zwei neue vertikale Fäden eingezogen, und da für etwas größere Azimute, die ich hier nicht immer bequem vermeiden zu können besorgt war, die vorhergehende abgekürzte Formel nicht mehr genau genug schien; so wurde folgender Ausdruck gesucht, in welchem α die scheinbare Rektascension, t die Uhrzeit der Beobachtung, x die Correktion der Uhr, und s der Stundenwinkel zur Zeit der Beobachtung ist. Bezeichnet man nämlich für einen zweiten Stern die

Zur Bestätigung desselben führe ich noch die Beobachtungen des folgenden 18. Mais alten Styls an, welche als Mittel aus drei Fäden, und wegen der größeren Verläßlichkeit in der scheinbaren Rektascension die beobachteten Sterne noch beträchtlich besser übereinstimmen, als die vorher angeführten ersten Beobachtungen dieser Art.

18. Mai 1816.

	Uhrzeit.				Scheinb. Rekt.				$m = \frac{\text{Sin.}(\varphi - \delta)}{\text{Cos.}\,\delta}$
α Aurigae	5u	2′	39″8	= t	5u	3′	4″9	= α	0″25
α Canis maj.	6	36	40,9		6	37	1,0		0,99
α Canis min.	7	29	17,5		7	29	38,8		0,77
α Leonis	9	58	11,9		9	58	33,4		0,70
α Virginis	13	15	11,4		13	15	31,6		0,93
α Bootis	14	6	55,0		14	7	17,5		0,62.

α Aurigae und α Canis majoris gibt

$$w = \frac{(\alpha - t) - (\alpha' - t)}{m - m'} = -6''76$$

daher die Werthe von $-mw$ nach der Ordnung

$-mw = +1''7$	und die Cor. der Uhr $x = +26''8$
$+6{,}7$	$26{,}8$
$+5{,}2$	$26{,}5$
$+4{,}7$	$26{,}2$
$+6{,}3$	$26{,}5$
$+4{,}2$	$26{,}7$

eine Uibereinstimmung, wie sie manches der gewöhnlichen Mittagsröhre nicht immer gewährt. Von diesem Tage an bestimmte ich meine Zeit immer auf diese Weise, und ich befand mich sehr wohl dabei. Da noch so manche Privatsternwarte in Deutschland kein Mittagsrohr hat, die 16 und 18 zölligen Multiplikationskreise aber mit jedem Jahre sich anhäufen, so hoffe ich, daß diese Art von Zeitbestimmung manchem willkommen seyn wird. Besonders empfehlenswerth aber scheint mir dieses Verfahren auf Reisen zu seyn. Wenn man, wie es zu wünschen ist, auf diesen Reisen, statt des gewöhnlichen Geräthes von Sextanten, künstlichen Horizonten und größeren Fernröhren bloß eine Uhr und einen solchen Kreis zu seinen Begleiter wählt, so kann man damit zu jeder willkührlichen Stunde eines heitern Abends sogleich seine Zeitbestimmung binnen wenigen Minuten erhalten, ohne erst den folgenden Tag und vielleicht noch manchen andern für die so ungewissen korrespondirenden Höhen abzuwarten. Fällt an demselben Tage eine Sternbedeckung, oder die Verfinsterung eines Jupitersatelliten vor, so läßt sich dieselbe auch durch das Rohr des Kreises beobachten. Wie man an demselben Abende nach seiner Ankunft sich endlich noch in einer halben Stunde seiner Polhöhe bis auf einige wenige Sekunden versichern kann, soll unten gezeigt werden. Besonders bequem zu allen diesen Zwecken sind die neueren Reichenbach'schen Kreise, da sie nicht mehr, wie die früheren, an einer vertikalen Säule hängen, die an ihren beiden Endpunkten befestiget ist, sondern da sie, wie ein Theodolit, auf drei Fußschrauben stehen, und sonach jeden Augenblick auf jedem festen Steine sogleich aufgestellt werden können. Für die Sicherheit dieser Aufstellung, die man auch bei den meisten kleineren englischen Kreisen bemerkt, hat Reichenbach durch einen sehr soliden und starken Bau der vertikalen Säule, die unten sich trompetenförmig endet, besondere Sorgfalt getragen.

II.

Die Bestimmung der Polhöhe wird bekanntlich am sichersten durch die Beobachtungen der Höhe derjenigen Gestirne erhalten, die dem Pole selbst am nächsten sind. Nennt man p, z, t die Poldistanz, die Zenithdistanz und den Stundenwinkel des Sterns, und ψ die Aequatorhöhe, so findet man unter der Voraussetzung, daß p sehr klein ist,

$$d\psi = dz + dt.\ tg.\ p\ Sin.\ t + dp.\ Cos.\ t.$$

Obschon man daher im allgemeinen zur Bestimmung der Polhöhe die Beobachtungen nahe am Meridian nehmen muß, so zeigt doch der vorhergehende Ausdruck, daß man für kleine Poldistanzen sich, ohne einen sehr nachtheiligen Einfluß zu besorgen, selbst solcher Sterne bedienen könne, die, so weit man will, vom Meridian entfernt sind. Um dieß näher zu untersuchen, wollen wir zuerst annehmen, daß man in der beobachteten Zenithdistanz einen Fehler dz begangen habe, so wird dieser Fehler in der gesuchten Aequatorhöhe im allgemeinen für jeden Stern den Fehler

$$d\psi = \frac{dz}{Cos.\ w}$$

zur Folge haben, wo w das Azimut des Sterns ist. Allein wenn, wie wir vorausgesetzt haben, p sehr klein ist, so ist, der Stern mag nahe oder fern vom Meridian stehen, immer sehr nahe Cos. w = 1 also $d\psi = dz$, das heißt, man wird die Aequatorshöhe selbst in den Zeiten der größten Digressionen des beobachteten Circumpolarsterns immer sehr nahe um den beobachteten Fehler der Zenithdistanz selbst fehlerhaft finden. Genau dasselbe hat aber auch bei den Beobachtungen im Meridian selbst, bei den beiden Kulminationen des Sterns, statt. Daraus folgt daher, daß für die Bestimmung der Polhöhe bei dem Pole sehr nahen Sternen, es in Beziehung auf den Beobachtungsfehler dz sehr nahe gleich viel ist, in welchem Punkte seines Paralellkreises man den Stern beobachtet hat, oder daß Meridianbeobachtungen vor jeden andern außer dem Meridian angestellten Beobachtungen in dieser Rücksicht keinen wesentlichen Vortheil haben.

Allein die gefundene Polhöhe hängt auch noch, wenn man nicht beide Culminationen beobachtet hat, von der Richtigkeit der vorausgesetzten Poldistanz p ab. Ist diese um dp fehlerhaft, so hat man allgemein

$$d\psi = dp.\frac{\text{Cos. } v}{\text{Cos. } w}$$

wo v der Winkel des Deklinationskreises mit dem Vertikalkreise ist, und wenn p sehr klein ist, so geht dieser Ausdruck in

$$d\psi = dp. \text{ Cos. } t$$

über, woraus folgt, daß für dem Pol nahe Sterne in Beziehung auf eine fehlerhafte Deklination es sogar vortheilhafter ist, in großen Entfernungen vom Meridian zu beobachten, da für Meridianbeobachtungen $d\psi$ sein Maximum dp erhält. In dieser Rücksicht haben also Meridianbeobachtungen nicht nur keinen Vortheil, sondern sie sind im Gegentheile die nachtheiligsten von allen. Zwar wird man zur Polbestimmung immer solche Circumpolarsterne wählen, deren Deklination genau bekannt ist; allein erstens ist ihre Anzahl eben nicht sehr groß, und zweitens bleibt es doch immer wahr, daß ein Fehler der zum Grunde gelegten Deklination im Meridian seinen größten, so wie in den Digressionen seinen kleinsten nachtheiligen Einfluß äußert, so daß, wenn man z. B. seine Polhöhe durch denjenigen Stern bestimmen wollte, der unter allen dem Pole am nächsten steht, und dessen Rektascension 8u 7′ und Poldistanz 0° 5′ ist, man zur Zeit der beiden größten Digressionen die Polhöhe immer richtig noch erhalten würde, wenn man auch in der vorausgesetzten Deklination einen beträchtlichen Fehler begangen hätte.

Endlich wird die gefundene Polhöhe auch noch fehlerhaft seyn, wenn die Zeit der Beobachtung fehlerhaft ist. Ist also dt dieser Fehler der Zeit, so ist allgemein für jeden Stern

$$d\psi = 15\, dt.\ \mathrm{Sin.}\, \psi\, \mathrm{tg.}\, w$$

woraus man für dem Pole nahe Sterne leicht findet

$$d\psi = 15\, dt.\ \mathrm{tg.}\, p\ \mathrm{Sin.}\ 15\, t$$

wenn t der Stundenwinkel in Zeitsekunden ist. Hier aber tritt, wie man sieht, der umgekehrte Fall ein, oder ein Fehler in der Zeitbestimmung hat den kleinsten Einfluß im Meridian, und einen desto größeren, je weiter der Stern vom Meridian entfernt ist, so daß also in dieser Rücksicht Meridianbeobachtungen offenbar den größten Vortheil vor allen andern haben. Allein, wenn man fragt, wie groß denn der Nachtheil der übrigen Beobachtungen außer dem Meridian ist, so findet man durch den letzten Ausdruck, daß selbst der größte Nachtheil, der zur Zeit der Digressionen statt hat, für den Polarstern, den man immer vorzugsweise zu Breitenbestimmungen wählen wird, *noch nicht eine halbe Raumsekunde* betrage. Da aber Fehler von einer halben Raumsekunde leider bei allen unsern besten Beobachtungen, die man mit den vorzüglichsten Instrumenten auch im Meridian selbst anstellt, sich noch nicht vermeiden lassen, so verschwindet auch hier der *bloß scheinbare* Vortheil, welchen man bisher den Meridianbeobachtungen ausschließend beigelegt hat. In der That, nimmt man an, daß man seine Zeitbestimmung um eine volle Zeitsekunde fehlerhaft hat, ein Fall, der bei einiger Umsicht nicht leicht eintrefen wird, so hat man für den Polarstern $p = 1° 41'$

t ...	6u ..	5u ..	4u ..	3u ..	2u ..	1u ..	0u
$d\psi$ ..	0″4 ..	0″4 ..	0″3 ..	0″3 ..	0″2 ..	0″1 ..	0″0

so daß ein Fehler von einer Zeitsekunde in der Zeitbestimmung selbst in dem ungünstigsten Falle erst einen Fehler von 0″4 Raumsekunden in der Polhöhe zur Folge hat. Ja selbst dieser kleine Fehler wird sich noch leicht völlig wegbringen lassen, wenn man die Vorsicht gebraucht, an demselben Tage auch auf der andern Seite des Meridians in beinahe gleicher Entfernung vom Meridian noch eine zweite Zenithdistanz zu beobachten. Denn da für beide Beobachtungen die Werthe von Sin. 15 t ihrer Größe nach dieselben, aber ihrem Zeichen nach, einander entgegengesetzt sind, so wird der kleine Fehler, den man wegen der unrichtigen Zeitbestimmung in der Polhöhe begangen hat, im Mittel beider Beobachtungen sich völlig aufheben, und auf diese Art eine fehlerhafte Zeitbestimmung, so wie bei den unmittelbaren Meridianbeobachtungen, keinen Einfluß auf die gesuchte Polhohe äußern können.

Aus allem vorhergehenden folgt, daß, wenn man zur Breitenbestimmung dem Pole sehr nahe Sterne wählt, wie man dieß ohnehin aus andern Gründen thun soll, und wenn man dabei mit der Umsicht, welche der Zustand der Wissenschaft und die Vollkommenheit der neueren Instrumente fordert, zu Werke geht, es sehr nahe, und bis auf so kleine Unterschiede, die nicht mehr in der Gewalt des Beobachters liegen, dasselbe sey, ob man diese Gestirne in ihren beiden Kulminationen, wo man sie bisher immer beobachten zu müssen glaubte, oder ob man sie in irgend einem anderen willkührlichen Punkte ihres Paralellkreises beobachtet.

Wenn es aber in Beziehung auf die Genauigkeit der Resultate gleich viel ist, ob man die Circumpolarsterne und unter diesen besonders den Polarstern, der sich unter allen am besten zu Breitenbestimmungen eignet, in oder außer dem Meridian beobachtet, so ist, wenn man auf die Bequemlichkeit und Anwendbarkeit sieht, der Vortheil offenbar auf die Seite der zweiten, hier vorgeschlagenen Methode. Bei der ersten, oder den Meridianbeobachtungen, ist man an einen bestimmten Augenblick gebunden, der alle zwölf Stunden nur einmal wieder kömmt, und oft von Umständen, über die sich nicht gebieten läßt, vereitelt wird. Bei der zweiten hingegen ist man von der Wahl der Zeit zu den Beobachtungen gänzlich unabhängig, und wenn Geschäfte, Wolken u. s. die Kulmination verhindert haben, so läßt sich in jedem folgenden günstigen Augenblicke das Verlorne sofort nachholen, ein Vortheil, welcher dem Astronom auf einer fixen Sternwarte nicht weniger, als dem reisenden Beobachter willkommen seyn muß. Dem letzten besonders kann es nicht anders als angenehm seyn, eine Methode zu besitzen, die an Genauigkeit den besten nicht nachsteht, und an Bequemlichkeit sie weit übertrifft: eine Methode, durch welche er in irgend einer willkührlich gewählten Stunde fruher oder später nach seiner Ankunft an einem Orte die Polhöhe dieses Ortes in kurzer Zeit und ohne alle Mühe genauer bestimmen kann, als dieß selbst durch mehrere Tage fortgesetzte Circummeridianhöhen der Sonne möglich ist. Was endlich die größere Anzahl der beobachteten Multiplikationen betrifft, von welchen itzt die meisten Astronomen schon zurück gekommen sind, da sie im allgemeinen dem Zwecke, den man dadurch zu erreichen suchte, der größeren Genauigkeit der Beobachtungen, mehr hinderlich als günstig sind, so läßt sich dieses oft nicht geringe Hinderniß bei der vorgeschlagenen Methode gänzlich vermeiden, ohne deßwegen auf die größere Anzahl der Beobachtungen, die immer wünschenswerth und vortheilhaft bleibt, Verzicht zu thun. Man braucht nämlich nur nach jedem zweiten oder vierten Paare von Beobachtuugen mit dem Multiplikationskreise abzulesen, und bald darauf, oder in willkührlich gewählten Zwischenräumen ein neues Set ähnlicher Beobachtungen anzufangen, wodurch man in einer einzigen Nacht durch eine große Anzahl von Beobachtungen sich seiner Polhöhe völlig versichern kann. Wie sich der Fehler, der aus einer fehlerhaften Zeitbestimmung entstehen kann, durch Beobachtungen auf beiden Seiten des Meridians in nahe gleichen Abständen von demselben eliminiren lasse, ist oben gezeigt worden. Ein Fehler in der Deklination aber ist nicht zu besorgen, wenn man, wie es gewöhnlich geschieht, den Polarstern zu seinen Breitenbestimmungen gewählt hat, da die Deklination dieses Sterns mit der größten Schärfe bekannt ist.

Hätte man aber auch einen andern in seiner Deklination minder gut bekannten Stern gewählt, so würde man sich demungeachtet auch von dieser Deklination unabhängig machen, wenn man die Vorsicht gebraucht, zu beiden Seiten der Digressionen und in beinahe gleichen Abständen von denselben seine Beobachtungen anzustellen, wie aus der oben angeführten Gleichung $d\psi = dp \text{ Cos. } t$ ohne weitere Erklärung von selbst folgt.

Nachdem ich so die Vortheile der vorgeschlagenen Methode der Breitenbestimmungen auseinander gesetzt habe, ist noch übrig, die Art ihrer Berechnung zu zeigen.

Am einfachsten wird diese Berechnung, wenn man die Beobachtungen mit einem nicht multiplicirenden Kreise angestellt hat, wie die englischen Kreise von Troughton, Carry etc. zu seyn pflegen. Ist nämlich die Uhrzeit der Kulmination und die Uhrzeit der Beobachtung, so wie der Gang der Uhr in der Zwischenzeit bekannt, so hat man den Stundenwinkel t zur Zeit der Beobachtung. Ist ferner p die scheinbare Poldistanz des Sterns, und z die durch die Refraktion korrigirte Zenithdistanz desselben, so suche man x aus

$$\text{tg. } x = \text{tg. } p. \text{ Cos. } t$$

und man findet sofort die Polhöhe $= 90 - \psi$ aus folgender Gleichung

$$\text{Cos. } (\psi - x) = \frac{\text{Cos. } x}{\text{Cos. } p} . \text{ Cos. } z.$$

Nicht minder einfach werden diese Berechnungen bei Multiplikationskreisen, wenn man, wie dieß in kleinen Zwischenzeiten bei dem Polarstern erlaubt seyn mag, die Höhenänderungen desselben der Zeit proportional setzt, wo dann in den vorhergehenden Ausdrücken z das Mittel der beobachteten Zenithdistanzen, und t den Stundenwinkel des Gestirnes für die Mitte der Beobachtungszeiten bezeichnet. Allein da diese Voraussetzung der gleichförmig fortgehenden Höhenänderungen nicht ganz, und zwar im allgemeinen desto weniger genau ist, je größer die Zwischenzeiten sind, so wollen wir die Reduktionen dieser Beobachtungen frei von allen bloß beinahe wahren Voraussetzungen suchen.

Man könnte aber für diese Reduktionen allerdings die längst bekannten Ausdrücke beibehalten, wodurch man die beobachteten Zenithdistanzen unmittelbar auf jene zu bringen pflegt, die für die Zeit der Kulmination, oder für die der größten Digression statt hat, je nachdem die Beobachtungen näher an diesem oder an jenem Zeitpunkte gemacht wurden. Da aber dann diese Reduktionen oft beträchtlich, und zu oft zu wiederholenden Rechnungen beschwerlich werden, so ist es vortheilhaft, ein einfacheres und bequemeres Verfahren aufzusuchen.

Ist also ψ die Aequatorhöhe des Beobachtungsrohrs, p die Poldistanz und t der Stundenwinkel des Gestirns für die Mitte der Beobachtungszeiten, und endlich z die noch unbekannte, zu jenem Stundenwinkel gehörende Zenithdistanz, so ist

$$\text{Cos. } z = \text{Cos. } p \text{ Cos. } \psi + \text{Sin. } p \text{ Sin. } \psi \text{ Cos. } t.$$

Sind dann $t + \theta$ und $z + z d$ dieselben Größen für irgend eine der in der That angestellten Beobachtungen, so ist eben so

$$\text{Cos. } (z + dz) = \text{Cos. } p \text{ Cos. } \psi + \text{Sin. } p. \text{ Sin. } \psi \text{ Cos. } (t + \theta).$$

Die Differenz dieser beiden Ausdrücke gibt sofort

$$\text{Cos.} - \text{Cos. } (z + dz) = \text{Sin. } p \text{ Sin. } \psi \left(2 \text{ Cos. } t \text{ Sin.}^2 \frac{\theta}{2} + \text{Sin. } t \text{ Sin. } \theta\right) \quad (\text{I.})$$

Setzt man aber der Kürze wegen die Konstanten

$$\frac{\text{Sin. } p \text{ Sin. } \psi}{\text{Sin. } z}. \quad \text{Sin. } t = m$$

$$\frac{\text{Sin. } p \text{ Sin. } \psi}{\text{Sin. } z}. \quad \text{Cos. } t = n$$

und endlich $w = m \text{ Sin. } \theta + 2n. \text{ Sin.}^2 \frac{\theta}{2}$

so erhält man durch eine bekannte Verwandlung aus der Gleichung (I.) folgende Reihe

$$dz = w - \frac{w^2}{1.2} \text{ Cotg. } z + \frac{w^3}{1.2.3} (1 + 3 \text{ Cotg.}^2 z)$$

$$- \frac{w^4}{1.2.3.4} (9 \text{ Cotg. } z + 15 \text{ Cotg.}^3 z) + \ldots$$

Setzt man der Kürze wegen

$A = n - m^2 \text{ Cotg. } z$

$B = m + 2\, mn \text{ Cotg. } z - \frac{2}{3} m^3 - 2 m^3 \text{ Cotg.}^2 z$

$C = n - 2m^2 n + (n^2 - 2m^2 + 3m^4) \text{ Cotg. } z -$
$6m^2 n \text{ Cotg. } z + 5 m^4 \text{ Cotg.}^3 z$

so wird der vorhergehende Ausdruck in folgenden übergehen

$$dz = m.\ 2 \text{ tg. } \frac{\theta}{2} + A.\ 2 \text{ tg.}^2 \frac{\theta}{2} - B.\ 2 \text{ tg.}^3 \frac{\theta}{2}$$

$$- C.\ 2 \text{ tg.}^4 \frac{\theta}{2} + . \qquad \text{(II.)}$$

Allein in der Anwendung wird man die beiden letzten Glieder dieser Reihe immer ohne merklichen Fehler vernachlässigen können, da schon das vorletzte für dem Pole nahe Sterne, wenn man die Beobachtungszeit nicht zu unmässig ausdehnt, was nach dem Vorhergehenden weder nützlich, noch nothwendig ist, als unmerklich zu betrachten ist. Dieses dritte Glied ist nämlich sehr nahe in seinem Maximum für $t = 90^\circ$, für welchen Fall es, wenn man der Kürze wegen $z = \psi$ setzt, übergeht in

$$B.\ 2 \text{ tg.}^3 \frac{\theta}{2} =$$

$$\frac{2\, m}{\text{Sin. } 1''}.\ (1 - \tfrac{2}{3} m^2 - 2\, m^2 \text{ Cotg.}^2 \psi).\ \text{tg.}^3 \frac{\theta}{2}.$$

Setzt man $\psi = 42^\circ$ und für den Polarstern $p = 1^\circ\, 45'$ so ist dieses Glied sehr nahe gleich

$$12562 \text{ tg.}^3 \frac{\theta}{2}.$$

Wenn man also auch die Beobachtungen eine volle halbe Stunde unausgesetzt fortführen wollte, was Niemand mit Uiberlegung thun wird, so wird $\vartheta = 4^\circ$, also jenes Glied $0''5$ oder eine halbe Raumsekunde. Ist aber die ganze Zwischenzeit der Beobachtungen 10, 8, 6 Zeitminuten, so wird jenes dritte Glied in derselben Ordnung $0''13$, $0''07$, $0''03$ Raumsekunden. Allein dazu kommt noch, daß diese, obschon äußerst geringen Fehler für die korrespondirende Beobachtung in der andern Hälfte das Zeichen ändern, daher eigentlich das dritte Glied, auch wenn sein Werth viel bedeutender wäre, doch hier als gänzlich verschwindend angesehen werden kann, wenn anders die Intervalle der einzelnen Beobachtungen nicht zu sehr von einander verschieden sind. Dieselbe Betrachtung läßt sich auch auf das e r st e Glied der Gleichung II., welches unter allen das größte ist, anwenden. Sind nämlich:

$\vartheta\ \vartheta'\ \vartheta''$ die Differenzen der Beobachtungszeiten von der Mitte der Beobachtungszeit in der einen, und

$\underset{\cdot}{\vartheta}\ \underset{\cdot}{\vartheta}'\ \underset{\cdot}{\vartheta}''$ dieselben korrespondirenden Größen in der andern Hälfte, so ist, wenn man das erste Glied durch $m\,\vartheta$ bezeichnet, die Summe aller ersten Glieder gleich

$$m. \left\{ \begin{array}{l} \vartheta + \vartheta' + \vartheta'' + \\ - \underset{\cdot}{\vartheta} - \underset{\cdot}{\vartheta}' - \underset{\cdot}{\vartheta}'' - \end{array} \right\}$$

eine Größe, die immer gleich Null ist, weil nach der Voraussetzung die ganze Beobachtungszeit in zwei gleiche Theile getheilt worden ist. Daraus folgt also, daß die gesammte Reduktion, wenn man, wie es immer erlaubt ist, die vierten Potenzen von tang. $\frac{\theta}{2}$ wegläßt, folgende seyn wird

$$dz = (n - m^2 \,\text{Cotg.}\, z).\ \frac{2\,\text{tg.}\ \frac{\theta}{2}}{\text{Sin.}\ 1''}$$

in welchem Ausdrucke z das Mittel aus allen beobachteten Zenithdistanzen bezeichnet. Die Größe $\frac{2\ \text{tg.}^2\ \frac{\theta}{2}}{\text{Sin.}\ 1''}$ kann man bis θ = ou 12′ aus der bekannten Reduktionstafel für Circummeridianhöhen nehmen; für größere Werthe von θ aber wird jene Tafel nicht mehr anwendbar seyn. Damit man aber nicht eine eigene Tafel zu konstruiren habe, sondern jene, die bereits in Jedermanns Händen ist, unmittelbar anwenden könne, kann man der Gleichung II. noch eine andere Gestalt geben. Zu diesem Zwecke ist bekanntlich

$$\text{tg.}\ \frac{\theta}{2} =$$

$$\text{Sin.}\ \frac{\theta}{2} + \tfrac{1}{2}\ \text{Sin.}^3\ \frac{\theta}{2} + \tfrac{3}{8}\ \text{Sin.}^5\ \frac{\theta}{2} + \tfrac{5}{16}\ \text{Sin.}^7\ \frac{\theta}{2}$$

wodurch die Gleichung (II.) in folgende übergeht:

$$dz = m.\ 2\,\mathrm{Sin.}\ \frac{\theta}{2} + A'.\ 2\,\mathrm{Sin.}^2\ \frac{\theta}{2} - B'.\ 2\,\mathrm{Sin.}^3$$

$$\frac{\theta'}{2} + C'\ 2\,\mathrm{Sin.}^4\ \frac{\theta'}{2} \quad . . (\mathrm{III.})$$

vorausgesetzt, daß man hat,

$A' = n - m^2\ \mathrm{Cotg.}\ z$

$B' = \frac{m}{2} + 2\,m\,n\ \mathrm{Cotg.}\ z - \frac{2}{3}\ m^3 - 2\,m^3$

$\mathrm{Cotg.}^2\ z$

$C' = 2\,m^2\,n - (n^2 - m^2 + 3\,m^4)\ \mathrm{Cotg.}\ z + 6$
$m^2\ n\ \mathrm{Cotg.}^2\ z - 5\,m^4\ \mathrm{Cotg.}^3\ z.$

Wendet man auf die Gleichung (III.) dieselben Schlüsse an, welche wir oben auf (II.) angewendet haben, so findet man für die ganze Reduktion der Beobachtungen den einfachen Ausdruck

$$dz = 2\,A'\ \frac{\mathrm{Sin.}^2\ \frac{\theta}{2}}{\mathrm{Sin.}\ 1''};$$

und nun läßt sich jene bekannte Tafel auch für größere Werthe von θ unmittelbar anwenden.

Nehmen wir alles Vorhergehende zusammen, so besteht das ganze Verfahren in folgendem:

Mit der beinahe bekannten Aequatorshöhe ψ und dem Mittel z der beobachteten Zenithdistanzen suche man die Größen m und n aus folgenden Gleichungen

$$m = \frac{\mathrm{Sin.}\ p\ \ \mathrm{Sin.}\ \psi}{\mathrm{Sin.}\ z}.\quad \mathrm{Sin.}\ t$$

$$n = \frac{\text{Sin. } p \ \text{Sin. } \psi}{\text{Sin. } z} \ \text{Cos. } t$$

wo t der Stundenwinkel des Gestirns für die Mitte der gesammten Beobachtungszeiten ist. Ist dann θ der Unterschied jeder einzelnen Beobachtungszeit von dem Mittel aller Beobachtungszeiten, so suche man aus den bekannten Tafeln für Circummeridianhöhen für jede einzelne Beobachtung den Werth von $\frac{2 \text{ Sin.}^2 \frac{\theta}{2}}{\text{Sin. } 1''}$, deren Summe durch die Anzahl N der Beobachtungen dividirt

$$A = \frac{1}{N} \cdot \Sigma \cdot \frac{2 \text{ Sin.}^2 \frac{\theta}{2}}{\text{Sin. } 1''}$$

seyn soll. Kennt man so diese Größe A, so ist

$$dz = (n - m^2 \text{ Cotg. } z). \ A$$

und wenn so der Werth von dz bekannt ist, so findet man ψ durch die schon oben gegebenen Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} \text{tg. } x &= \text{tg. } p. \ \text{Cos. } t \\ \text{Cos. } (\psi - x) &= \frac{\text{Cos. } x}{\text{Cos. } p} \cdot \text{Cos. } (z - dz) \end{aligned}\right\}$$

Es ist bereits bemerkt worden, daß das Glied von dz, dessen Faktor tg. $\frac{\theta}{2}$ ist, der Natur der Sache nach immer gleich Null ist. Der Faktor von

$tg.^3 \frac{\theta}{2}$ aber verschwindet nicht völlig, doch ist sein Werth bei Beobachtungen des Polarsterns, wenn man die Beobachtungszeiten nicht zu ungleich nimmt, und nicht zu unmässig ausdehnt, immer unbeträchtlich. Selbst das Glied, dessen Faktor $tg.^2 \frac{\theta}{2}$ oder $Sin.^2 \frac{\theta}{2}$ ist, und welches wir in dem Vorhergehenden allein betrachtet haben, hat in den meisten Fällen einen sehr kleinen Werth, der nicht leicht eine ganze Raumsekunde erreicht, so daß man auch ihn in allen den Fällen weglassen kann, wo man, wie auf Reisen, die Polhöhe nur inner der Gränzen einer einzigen Sekunde genau haben will, besonders wenn man, wie es überhaupt räthlich ist, nur immer zwei oder vier einfache Beobachtungen mit einander vergleicht. Um dieß genauer zu untersuchen, hat man in der Nähe der Kulminationen, wenn man der Kürze wegen $z = \psi$ setzt,

$$dz = Sin.\ p.\ \frac{1}{N}.\ \Sigma\ \frac{2\ Sin.^2 \frac{\theta}{2}}{Sin.\ 1''}$$

Hat man also z. B. in neun Minuten vier Beobachtungen des Polarsterns gemacht, zu denen die Werthe von $\theta = 4'\ 30''$, $1'\ 30''$ und $\theta = -4'\ 30'' - 1'\ 30''$ gehören, so ist $N = 4$, $Sin.\ p = 0{,}029$, also $dz = 0''64$, also nur wenig mehr als eine halbe Sekunde. Noch unbeträchtlicher wird diese Reduktion in der Nähe der größten Digressionen vom Meridian, wo man hat

$$dz = -\text{Sin.}^2\, p\ \text{Cotg.}\, \psi.\ \frac{1}{N}.\ \Sigma\ \frac{2\,\text{Sin.}^2\, \frac{\theta}{2}}{\text{Sin.}\ 1''}$$

Hat man also z. B. in vollen 24 Minuten sieben Beobachtungen vollendet, für welche die Werthe von $\theta = 0, \pm 4', \pm 8', \pm 12'$ gehören, so

ist $\Sigma\ \frac{2\,\text{Sin.}^2\, \frac{\theta}{2}}{\text{Sin.}\ 1''} = 879''6$, $N = 7$ und $\text{Sin.}^2 p.$ $\text{Cotg.}\ \psi = 0.000945$, wo für Wien $\psi = 41^\circ\ 48'$ vorausgesetzt wurde, also ist $dz = -0''119$ noch nicht zwei Zehntheile einer Raumsekunde, obschon die Beobachtungen bereits weiter ausgedehnt sind, als man sie in der Anwendung ausdehnen soll. Wenn man daher in der gesuchten Breitenbestimmung nicht die allergrößte Schärfe sucht, so kann man ohne Nachtheil $dz = 0$ setzen, wodurch dann die ganze Berechnung der Beobachtung auf die zwei einfachen Gleichungen

$$\text{tg. } x = \text{tg. } p.\ \text{Cos. } t$$

$$\text{Cos. } (\psi - x) = \frac{\text{Cos. } x}{\text{Cos. } p}.\ \text{Cos. } z$$

gebracht wird.

Ehe wir diesen Gegenstand verlassen, wollen wir noch einige besondere Fälle der vorhergehenden allgemeinen Auflösung näher betrachten. Für Kulminationen ist $t = 0$, also $m = 0$ und $n =$

$\frac{\text{Sin. p Sin. } \psi}{\text{Sin. z}}$, $w = 2 n \text{ Sin.}^2 \frac{\theta}{2}$, daher wird die vorhergehende Gleichung (II.)

$$dz = 2 \text{ Sin.}^2 \frac{\theta}{2} - 2 n^2 \text{ Cotg. z Sin.}^4 \frac{\theta}{2} +$$

$$\frac{4 n^3}{3} \text{ Sin.}^6 \frac{\theta}{2} (1 + 3 \text{ Cotg.}^2 z) - \ldots$$

welches die bekannte Reihe ist, die zuerst Delambre, aber in den höheren Gliedern unrichtig, und die später Mollweide vollständig gegeben hat.

Für die größten Digressionen aber kann man für t verschiedene Werthe voraussetzen. Ist erstens $t = 90$, so ist $n = 0$, $m = \frac{\text{Sin. p Sin. } \psi}{\text{Sin. z}}$, und $w = m \text{ Sin. } \theta$, also die Gleichung (II.)

$$dz = m \text{ Sin. } \theta - \frac{m^2}{1.2} \text{ Sin.}^2 \theta \text{ Cotg. z} + \frac{m^3}{6}$$

$$\text{Sin.}^3 \theta (1 + 3 \text{ Cotg.}^2 z) -$$

Wählt man aber zweitens zum Reduktionspunkt den Ort, wo $z = \psi$ ist, so ist in dem sphärischen gleichschenklichten Dreyecke

$$\text{Cos. t} = \text{tang. } \frac{p}{2} \text{ Cotg. } \psi, \text{ also auch}$$

$$n = 2 \text{ Sin.}^2 \frac{p}{2} \text{ Cotg. } \psi$$

$$m = \text{Sin. p.} \sqrt{1 - \text{tg.}^2 \frac{p}{2} \text{ Cotg.}^2 \psi} \text{ und}$$

$$w = 4 \, \text{Sin.}^2 \frac{p}{2} \, \text{Cotg.} \, \psi \, \text{Sin.}^2 \frac{\theta}{2} + \text{Sin. } p \, (1 - \text{tg.}^2 \frac{p}{2} \, \text{Cotg.}^2 \, \psi)^{\frac{1}{2}} \, \text{Sin. } \theta.$$

Wählt man endlich zum Vergleichungspunkt den Ort des Parallelkreises, wo der Höhenkreis senkrecht auf dem Deklinationskreis steht, so ist

$$\text{Cos. } t = \frac{\text{Sin. p. Cos. z}}{\text{Sin. } \psi}; \qquad \text{Sin. } t = \frac{\text{Sin. z}}{\text{Sin. } \psi}$$

also $m = \text{Sin. } p$ und $n = \text{Sin.}^2 \, p \, \text{Cotg. } z$
und daher die Gleichung (II), wenn man die vierten und höheren Potenzen von Sin. θ vernachlässigt.

$$dz = \text{Sin. } p \, \text{Sin. } \theta + \tfrac{4}{3} \, \text{Sin.}^3 \, p \, \text{Sin.}^3 \frac{\theta}{2}$$

welchen Ausdruck auch Delambre im dritten Bande seiner Astronomie gefunden hat. Er ist aber wegen dem oft beträchtlichen ersten Gliede, welches hier nicht, wie bei der vorhergehenden Methode verschwindet, nicht so bequem, als die oben vorgetragene ganz allgemeine Methode, bei welcher die Reduktion, wie wir gesehen haben, immer sehr klein, und bei welcher man an keinen Punkt des Parallelkreises vorzugsweise gebunden ist.

Zur Erläuterung dieser allgemeinen Methode wollen wir sie auf ein Beispiel anwenden, welches ich zu diesem Zwecke voraus berechnet habe. Nimmt man absichtlich die Poldistanz beträchtlich größer, als bei dem Polarstern oder $p = 10° \, 0' \, 0''$ und

und $\psi = 48^\circ\ 0'\ 0''$, so findet man, wenn der Stundenwinkel t gegeben ist, die ihm entsprechende Zenithdistanz z durch folgenden Ausdruck

$$\text{Sin.}\ \tfrac{1}{2} z = \frac{\text{Sin.}\ \frac{\psi + p}{2}}{\text{Cos. m}}\ \text{Sin.}\ \frac{t}{2} = \frac{\text{Sin.}\ \frac{\psi - p}{2}}{\text{Sin. m}}.$$

$$\text{Cos.}\ \frac{t}{2}$$ wo man hat

$$\text{tang. m} = \frac{\text{Sin.}\ \frac{\psi - p}{2}}{\text{Sin.}\ \frac{\psi + p}{2}}.\ \text{Cotg.}\ \frac{t}{2}$$

Mittelst dieser Gleichungen wurde berechnet

Stundenw. in Zeit . .	in Bogen . . .	z
4u40′ 0″	70° 0′ 0″	45° 19′ 25″,2
4 46 0	71 30 0	45 34 48,0
4 48 0	72 0 0	45 39 56,6
4 56 0	74 0 0	46 0 35,4
t = 4 47 30	71 52 30	z = 45 38 41,3

und nach denselben Gleichungen gibt

$t = 71^\circ\ 52'\ 30''$ den Werth von $z = 45^\circ\ 38'\ 39''65$.

Wir wollen nun die vorhergehenden Zahlen als solche betrachten, die man durch die Beobachtung unmittelbar erhalten hat, und annehmen, daß man aus vier Beobachtungen die mittlere Zenithdistanz

$$z = 45^\circ\ 38'\ 41''$$

gefunden habe, und daß die Stundenwinkel der einzelnen Beobachtungen seyen

$4^u\ 40'\ 0''$
$4\quad 46\quad 0$
$4\quad 48\quad 0$
$4\quad 56\quad 0$

also ihr Mittel $t = 4^u\ 47'\ 30''$.

Dieß vorausgesetzt hat man, selbst wenn man auf die Glieder, deren Faktor $tg.^3 \frac{\theta}{2}$ ist, Rücksicht nimmt;

θ	$\frac{2\, tg. \frac{\theta}{2}}{Sin. 1''}$	$\frac{2\, tg.^3 \frac{\theta}{2}}{Sin. 1''}$
— 7′ 30″	110″6	— 1. 81
— 1 30	4,4	— 0. 01
+ 0 30	0,5	0. 00
+ 8 30	141,9	+ 2. 63
Summe	+ 257,4	+ 0. 81

Man hat aber

$$\log. \frac{Sin.\ p\ Sin.\ \psi}{Sin.\ z} = 9.25642$$

$\log.\ m = 9.23432$
$\log.\ n = 8.74931$

Es ist daher

$$m = 0.1715$$
$$2mn \text{ Cotg. } z = 0.0188$$
$$\tfrac{2}{3} m^3 = -0.0034$$
$$2m^3 \text{ Cotg.}^2 z = -0.0096$$
$$0.1773$$

$$n - m^2 \text{ Cotg. } z = 0.02738$$

$$(0.02738)\ (257.4) = 7''053$$
$$(0.1773)\ (0.81) = 0,144$$

Summe der Reduktionen 6,909

deren 4ter Theil . $1''7 = dz$

$$z = 45^\circ\ 38'\ 41''3$$
$$z - dz = 45\ \ 38\ \ 39,6,$$

also das verbesserte z genau übereinstimmend mit dem, was oben durch Rechnung vorausgefunden wurde. Es ist klar, daß man, wenn man auf das Glied, dessen Faktor tg.$^3 \frac{\theta}{2}$ ist, keine Rücksicht genommen hätte, den Werth von der Correktion dz noch nicht um 0.04 einer Raumsekunde anders gefunden hätte. Mit dem so gefundenen Werthe von $z - dz = 45^\circ\ 38'\ 39''6$ und $t = 71^\circ\ 52'\ 30''0$ findet man dann nach den Gleichungen (A)

$$x = 3^\circ\ 8'\ 23''1$$
$$\psi - x = 44\ \ 51\ \ 36,9$$
$$\psi = 48\ \ 0\ \ 0$$ wahre Höhe des Aequa-

tors, genau so, wie wir sie oben vorausgesetzt haben.

Um aber einer, wie mir scheint, so nützlichen und anwendbaren Methode allgemeinen Eingang zu verschaffen, ist es nicht genug, ihre theoretische Richtigkeit dargethan zu haben, sondern es ist nothwendig, auch praktische Versuche darüber anzustellen, und diese mit allen zu ihrer Prüfung völligen Belegen öffentlich mitzutheilen. Dieß habe ich aber bereits im III. Bande der astronomischen Zeitschrift von Lindenau und Bohnenberger gethan, daher es hier hinreichen wird, nur die Resultate zu wiederholen, welche ich durch die Anwendung dieser Methode für die Polhöhe der neuen Ofner Sternwarte, durch die Beobachtungen des Polarsterns an dem dreifüßigen Kreise von Reichenbach, erhalten habe.

1816.	Zahl der Beobachtungen.	Polhöhe.	Zahl der Beobachtungen.	* Polhöhe.
Sept. 14.	10	47° 29′ 13″1	10	47° 29′ 13″1
14.	10	11,5	20	12,3
15.	10	14,0	30	12,9
17.	8	11,7	38	12,6
17.	10	11,8	48	12,4
23.	6	13,6	54	12,6
23.	6	12,8	60	12,6
23.	6	13,9	66	12,7
Okt. 4.	6	11,1	72	12,6
4.	6	12,6	78	12,6
8.	6	10,8	84	12,6
8.	6	12,1	90	12,4

1816.	Zahl der Beobachtungen.	Polhöhe.	Zahl der Beobachtungen.	Polhöhe.
Okt. 8.	. . 8 .	47 29′ 12″0	98	47° 29′ 12″4
9.	8	11,9	106	12,4
9.	6	13,0	112	12,4
9.	4	10,4	116	12,3
9.	8	11,2	124	12,3
9.	6	12,0	130	12,2
14.	6	11,7	136	12,2
14.	4	13,3	140	12,2

Indem ich das Urtheil über das Vorhergehende den Kennern überlasse, wünsche ich, daß, was an diesem Vorschlage Gutes ist, bald allgemeinen Eingang finden möge.

III.

Es ist kein Zweifel, daß die Multiplikationskreise, vorzüglich die von der Vollkommenheit, wie wir sie von Reichenbach erhalten, die Kunst zu beobachten, und die gesammte praktische Astronomie zu einem Grade der Vollkommenheit erhoben haben, welchen man vor der Erfindung dieser Instrumente kaum für möglich halten konnte. Der erste Gedanke des unsterblichen Tob. Mayers, auf welche sich diese Werkzeuge gründen, ist an sich eben so trefflich als einfach, und man muß sich, wie es beinahe bei allen wichtigen und nützlichen Entdeckungen geht, mit Recht verwundern, daß so viele ausgezeichnete praktische Astronomen und Mechaniker, die ihm vorhergiengen, nicht schon längst dieselbe fruchtbringende Idee gehabt haben. Da einmal alle unsere Beobachtungen mehr oder weniger beträchtlichen Fehlern unterworfen sind, auch nur von denen zu reden, die von der Un-vollkommenheit unserer eigenen Sinne herrühren, so bleibt uns nichts übrig, als dieselbe Sache so oft als möglich zu beobachten, und so durch das Mittel aus vielen Erfahrungen sich der Wahrheit viel mehr zu nähern, als dieß durch eine einzige abgesonderte Erfahrung möglich ist. Da aber die Wiederholung derselben Versuche besonders bei den Gegenständen des Himmels, die in immerwährender Bewegung sind, nicht immer in unserer Macht steht, und z. B. die Mittagshöhe der Sonne sich jeden Tag nur einmal beobachten läßt, so ist der Multiplikationskreis in dieser Rücksicht allen andern Instrumenten weit vorzuziehen, da er seiner innern Einrichtung nach, die Beobachtungen, die für andere Instrumente nur einzeln und isolirt da sind, nach dem Bedürfnisse und der Willkühr des Beobachters vervielfältiget. Er hat aber auch noch andere, nicht minder schätzbare Vorzüge. Während z. B. bei Mauerquadranten und fixen Kreisen dasselbe Gestirn immer auf demselben Punkte des eingetheilten Randes beobachtet wird, kann es bei dem Multiplikationskreise nach und nach auf allen Punkten desselben beobachtet werden, wodurch der so nachtheilige und so schwer zu entdeckende Fehler der Theilung gänzlich vermieden wird. Durch die diesem Instrumente eigene Art, denselben Gegenstand in zwei einander gerade entgegengesetzten Lagen des Instrumentes zu beobachten, werden mehrere andere Fehler unschädlich gemacht, die bei den übrigen Werkzeugen schwer zu entdecken, und noch schwerer zu verbessern sind, anderer Vorzüge nicht zu erwähnen, die bekannt genug sind, um sich nicht weiter dabei aufzuhalten.

Alles dieß zugestanden, muß man doch auch bekennen, daß gerade diese Multiplikationskreise es sind, die in den neueren Zeiten zu so manchen Spaltungen unter den Astronomen Anlaß gegeben haben, und daß die Beobachtungen mit diesen Instrumenten, wenn sie auch unter sich oft sehr gut harmoniren, doch mit den Beobachtungen anderer nicht minder trefflichen Instrumente nicht wohl in Uibereinstimmung gebracht werden können. Schon vor neun Jahren rückte Baron Zach in die bekannte Bibliotheque britanniques vier Briefe über die neue Konstruktion der Multiplikationskreise ein, die er als wesentlich fehlerhaft ansah. Die dort aufgestellten Bemerkungen erregten die Aufmerksamkeit aller Beobachter in hohem Grade und ihr Verfasser, einer unserer ersten praktischen Astronomen, ist seitdem so wenig von jenen Absichten abgegangen, daß er vielmehr in seiner vor kurzem erschienenen Correspondance astronomique noch anhaltender und dringender darauf zurück kömmt. In andern Orten dieses letzten Werkes klagt er über die verschiedenen und selbst sich widersprechenden Resultate, qu' il n' a pu encore asseoir un jugement bien sûr à ce sujet. Wenn sonst nur zwei Kreise für dieselbe Polhöhe sich widersprachen, obschon jeder für sich sehr harmonische Resultate gab, so sieht man in Dünkirchen sogar drei solche Instrumente, deren jedes etwas anderes für die Breite dieses Ortes gibt. Die Breite von Rom wurde von Conti mit einem Multiplikationskreise von 19 Zoll durch 2914 Beobachtungen gleich 41° 53′ 54″25, späterhin von Calandrelli mit einem Zenithsektor von 9 Fuß aus 128 Beobachtungen gleich 41° 53′ 54″18, und noch später von Oriani mit einem Reichenbach'schen Multiplikationskreise aus 1006 Beobachtungen gleich 41° 53′ 54″15 gefunden. Eine schönere Uibereinstimmung der Beobachtungen hat man noch nicht gesehen. Die Breite von Rom scheint also aus mehr als 4000 Beobachtungen auf das allergenaueste bekannt. — Allein im Jahre 1812 erhielten die Astronomen in Rom einen neuen Multiplikationskreis von Reichenbach, und aus einer Anzahl von 5340 Beobachtungen der Circumpolarsterne, die nicht minder trefflich unter einander harmonirten, fanden sie die Breite von Rom 41° 53′ 51″, also drei Sekunden kleiner. Nicht besser ging es dem Baron Zach in Neapel, wo er sogar mit demselben Multiplikationskreise eine Differenz von 3 Sekunden für die Breite erhielt. Carys Kreis in Königsberg gibt die Deklinationen der sogenannten Maskelynischen Sterne ebenfalls und zwar durchaus, drei Sekunden südlicher, als die Kreise von Pond, Piazzi und Oriani. Kurz der Sonderbarkeiten und Widersprüche ist kein Ende, und wir erwarten alle noch den Oedipus, der uns diese Räthsel auflösen soll. Zwar sind der Versuche zu dieser Auflösung bereits sehr viele gemacht worden, aber sie waren und blieben Versuche, und wir wissen noch immer nicht, woran wir sind. Die meisten Kreise geben die Polhöhe aus Sonnenbeobachtungen um 4 bis 5 Sekunden kleiner, als aus Circumpolarsternen, die meisten endlich geben die Schiefe der Ekliptik im Sommer größer als im Winter. Ist von allen diesen Erscheinungen die Erklärung in der Refraktion, oder wie ein anderer meinte, in den gefärbten Dampfgläsern, oder nach einem dritten, in der Flexibilität des Fernrohrs und der anderen Theile des Kreises, oder nach einem vierten in dem durch sein eigenes Gewicht gebogenen Faden im Brennpunkte des Fernrohrs, oder nach einem fünften in dem Umstande, daß der Mittelpunkt der Sonne nicht mit ihrem Schwerpunkte zusammen falle, oder nach einem sechsten in dem an der untern Seite der stählernen Axe des Alhidadenkreises dünnerem Uiberzuge von Fett u. s. w., ist die Auflösung dieses sonderbaren Räthsels in einer oder mehreren der vorhergehenden Erklärungen, oder ist sie ganz wo anders zu suchen — dieß läßt sich itzt, und vielleicht noch lange hin, nicht ausmachen. Astronomi certant, et adhuc sub judice lis est. Zach schließt daher seine Bemerkungen über diesen Gegenstand mit folgenden Worten, die vielleicht mancher andere, der mit den todten und lebenden Maschinen, von welchen hier die Rede ist, durch längeren Umgang inniger bekannt geworden ist, aus eigener Erfahrung bestätiget finden wird: On voit donc, qu'on ne peut par le tems qui court, pas plus compter sur les instrumens, que sur les hommes, et qu'il faut toujours être sur le qui - vive avec les uns, comme avec les autres.

Was nun immer die Ursache dieser sonderbaren Phänomene seyn mag, so will ich hier nur bemerken, daß die sonst so praktischen Britten und ihre Künstler bisher, wenige Ausnahmen abgerechnet, aller Prädilektion des festen Landes für die Multiplikationskreise ungeachtet, bei den nicht multiplicirenden Kreisen stehen geblieben sind, und daß die Beobachtungen, welche in Greenwich, Dublin und Palermo an solchen nicht multiplicirenden Kreisen angestellt wurden, den andern an den größten Multiplikationskreisen angestellten Beobachtungen wenigstens nicht nachstehen. Diese Thatsache scheint mir ohne Zweifel zu seyn. Die Beweise dazu sind in den Händen aller Astronomen. So gab Pond in dem Jahrgange 1813 der philosophical Transactions die Deklinationen der vornehmsten Fixsterne an seinem neuen Kreise von Troughton, und behauptet, daß sie bis auf $\frac{1}{4}$ einer Raumsekunde genau sind, eine Vorhersagung, die er in dem Jahrgange 1815, Vol. II. p. 387 desselben Werkes auf das beste durch neue Beobachtungen derselben Sterne bestätigte, die durchaus dieselben Resultate für die Deklinationen wieder gaben, welche er schon früher gefunden hatte. Nicht minder schön, und unter Astronomen des festen Landes bekannter sind die Beobachtungen Piazzis an einem sechsfüßigen, und Bessels an einem viel kleineren, ebenfalls nicht multiplicirenden Kreise.

Meine Absicht ist aber nicht, wie vielleicht mancher aus dem Vorhergehenden vermuthen könnte, dem Beispiele der angeführten Beobachter unbedingt zu folgen, und fortan die multiplicirenden Kreise zu verlassen. Das Princip der Multiplikation ist so schätzbar, und, wie groß auch die oben angeführten Schwierigkeiten seyn mögen, die sich endlich doch überwinden lassen werden, wenn wir mit dem Innern des Instruments uns noch näher bekannt gemacht haben, so wesentlich, daß man es keinem andern Vortheile aufopfern, sondern vielmehr andern kleinen Nachtheilen ungeachtet, beibehalten muß. Aber es entsteht die Frage, ob man das, was diese Instrumente von andern fixen Kreisen unterscheidet, ob man das Princip der Multiplikation nicht auf eine andere Weise anwenden und benützen kann, als auf die bisher gewöhnliche, und ob diese andere Weise nicht vielleicht wesentliche Vortheile vor der bisher gebrauchten enthalte?

Ich will meine Ansicht der Sache kurz und deutlich vortragen; die Versuche, welche ich darüber angestellt habe, zur öffentlichen Prüfung vorlegen, und das Urtheil über das Ganze den Kennern überlassen.

Da der Multiplikationskreis seiner Natur nach bestimmt ist, die Höhe desselben Gestirns in zwei einander entgegen gesetzten Lagen des Instrumentes zu messen, so ist eine unerläßliche Bedingung aller guten Beobachtungen mit einem solchen Kreise die Stabilität desselben während der Zeit zwischen den beiden einander ergänzenden Beobachtungen. Allein diese Stabilität wird durch zwei Dinge gestört, durch zwey Dinge, welche wesentlich zu der bisher gewöhnlichen Art, mit diesen Instrumenten zu beobachten, gehört. Das erste ist das immer zu wiederholende Oeffnen und Schließen der beiden Kreise. Vergebens wird man einwenden, daß bei den Kreisen mit fixer Axe der Künstler auf das beste dafür gesorgt habe, um den äußern Kreis sowohl an die Axe, als den Alhidadenkreis an den äußern Kreis zu befestigen. Wenn von der Genauigkeit einer Sekunde die Rede ist, so wird man, wie vollkommen auch die Druckschrauben beider Kreise gemacht werden, es doch vielleicht nie verhindern können, daß diese Schrauben, wenn sie geöffnet und geschlossen werden, nicht eine kleine falsche Bewegung der Kreise hervorbringen, daß alle Bewegung der Reaktion gänzlich entfernt, und daß nicht ein kleines Spiel der Elasticität übrig bleibe, welches um so gefährlicher ist, je weniger es beobachtet, je weniger es verbessert, oder durch wiederholtes Multipliciren weggeschafft werden kann. Das zweite ist das immerwährende Herumdrehen des ganzen großen, schweren Instrumentes selbst. Da diese konstante Verticalität der Drehungsaxe des Kreises die Hauptbedingung aller guten Beobachtungen ist, und diese Constantität bei dem Herumdrehen des Instrumentes durch jede, auch die kleinste Ungleichheit in den Enden der Axen, in den Pfannen derselben; die vom Staube nicht ganz frei gehalten werden können; ferner durch das immer zu wiederholende Oeffnen und Schließen des Azimutalkreises mittelst seiner Druckschrauben u. s. w., so leicht gestört werden kann, ja da eine Störung dieser Vertikalität, wenn von der letzten Sekunde die Rede ist, bei jenem übrigens noch so sanften Herumtreiben des ganzen schweren Instrumentes um sich selbst beinahe unvermeidlich ist, so kann man nicht umhin, diese beiden Hindernisse guter und vollkommener Beobachtungen entfernt zu wünschen.

Allein, wie lassen sie sich entfernen, ohne zugleich dem großen Vortheile des Instrumentes, dem Principe der Multiplikation zu entsagen, mit welchem sie beide innig zusammen zu hängen scheinen?

Die Antwort auf diese Frage gab mir der dreifüßige Kreis von Reichenbach auf der Ofner

Sternwarte, der wegen Unbeweglichkeit des Daches außer dem Meridian nicht zu brauchen war.

Ich stellte daher den äußeren Kreis mittelst seiner Hemmung fest an die vertikale Drehungsaxe, und brachte die Ebene des Kreises in die des Meridians, was mittelst des bis auf 2″ getheilten Azimutalkreises sehr genau geschehen konnte. Es versteht sich, daß die vorläufigen Rektifikationen der Verticalität der großen, der Horizontalität der kleinen Axe, des Paralellismus der Sehungsaxe mit der Ebene des Kreises rc. schon vorher gehörig besorgt wurden. In dieser Lage des Instruments beobachtete ich die Zenithdistanz mehrerer Sterne so, daß ich bloß den innern Kreis mit dem Fernrohr bewegte, und weder den äußern Kreis noch den Azimutalkreis in seiner Lage änderte. Stand diesen ersten Tag der eingetheilte Rand des Kreises gegen West, so gaben die vier Verniers I, II, III, IV, wenn Z die Zenithdistanz bezeichnet, $Z = \mathrm{I} = \mathrm{II} - 90 = \mathrm{III} - 180 = \mathrm{IV} - 270$.

Den folgenden Tag löste ich den Azimutalkreis und brachte ohne den äußern Kreis, der immer mittelst seiner Druckschraube an der Axe fest blieb, zu ändern, den Limbus des Instrumentes gegen Ost, und die Fläche der beiden Vertikalkreise wieder genau in den Meridian, und beobachtete wieder auf dieselbe Art, durch die bloße Bewegung des Alhidadenkreises mit seinem Fernrohre, dieselben Sterne, wodurch ich die vierfache Zenithdistanz

$Z' = 360 - I = 90 - II = 180 - III = 270 - IV$ erhielt. Beide Zenithdistanzen Z und Z' gaben sofort die wahre beobachtete Zenithdistanz $z = \frac{Z' + Z}{2}$ und den Collimationsfehler oder die Correktion jeder einzelnen Zenithdistanz $dz = \frac{Z' - Z}{2}$, also auch

$$z = Z + dz = Z' - dz$$

wo, wie es sich ohnehin versteht, Z, Z' die durch die Refraktion verbesserten beobachteten Zenithdistanzen bezeichnen.

Versuche, praktische Anwendungen, mußten entscheiden, ob und in welchem Grade dieses Verfahren brauchbare Resultate gibt. Wie man sieht, so setzt es zwei Bedingungen voraus. Erstens soll während allen Beobachtungstagen derselben Reihe, der äußere Kreis stets fest an der großen Axe bleiben, und sich in seiner Lage gegen dieselbe nicht ändern. Diese Bedingung war leicht zu erfüllen, da die zu diesem Zwecke bestimmte Druckschraube sehr vollkommen gearbeitet, und mit einer breiten Fläche versehen ist. Noch vollkommener könnte man diese Absicht durch zwey einander entgegengesetzte Hemmungen erreichen. Eine unmittelbare Prüfung der Unveränderlichkeit des äußern Kreises ließe sich sehr bequem durch eine Libelle erhalten, die an den Speichen dieses Kreises angebracht würde, wie dieß bei den neuen Meridiankreisen von Reichenbach der Fall ist. Allein die beste und sicherste Prüfung werden die Beobachtungen selbst geben. Man wird sich nämlich von der Unveränderlichkeit des äußern Kreises überzeugt halten, wenn man aus je zwei nächsten Tagen, oder noch besser, aus einer größeren Anzahl mehrerer auf einander folgenden Tage aus jedem einzelnen beobachteten Stern immer dieselben Werthe von z und dz erhält, wo, wie es sich ohne Erinnerung versteht, für Präcession, Aberration und Nutation gehörige Rechnung getragen werden muß. Die Beobachtungen, welche ich unten anführen werde, umfassen eine Periode von 38 Tagen, in welchen ich immer dieselben Sterne beobachtete, ohne den äußern Kreis aufzulösen, und die Konstantität des Collimationsfehlers zeigt, daß dieser ersten Bedingung Genüge gethan werde. Zweitens muß aber auch während der ganzen Beobachtungszeit die große Rotationsaxe des Kreises immer vertikal bleiben. Allein die Vertikalität dieser Axe ist zwar schwer, oder vielmehr unmöglich längere Zeit durch unverändert zu erhalten, dafür aber ist es desto leichter, jede kleine Abweichung derselben von der Vertikalität, welche sofort durch die hintere große Libelle angezeigt wird, sofort durch eben diese Libelle wieder zu verbessern, und da man diese Verbesserung jeden Augenblick, selbst zwischen den Beobachtungen vornehmen kann, so ist auch dieser zweiten Bedingung leicht und sicher Genüge zu thun. Man braucht dazu nur die Druckschraube des Azimutalkreises zu lösen, die große

Axe auf die bekannte Art durch Umdrehung zu rektificiren, und dann die Ebene des Kreises wieder in den Meridian zu bringen, und seine Beobachtungen fortzusetzen.

Ehe ich die auf diese Weise angestellten Beobachtungen mittheile, sey es mir erlaubt, noch einige Bemerkungen über die vorgeschlagene Methode beizufügen.

Der Einwurf, den man etwa machen könnte, daß man zu einer vollständigen Beobachtung eigentlich zwei verschiedene Tage brauche, kann der vorgeschlagenen Methode keinen wesentlichen Eintrag thun. Pond, Piazzi, Bessel brauchen an ihren fixen Kreisen ebenfalls zwei Tage, und da man an jedem derselben eine so große Anzahl von Sternen beobachten kann, als man nur will, so ist dabei an Zeit nichts verloren, ja die Beobachtungen dieser Art sind, wie man aus dem Vorhergehenden sieht, einfacher, bequemer und fördernder, als die gewöhnlichen an Multiplikationskreisen seyn können. Genau genommen, ist es nicht einmal nothwendig, den folgenden Tag abzuwarten, da man auch aus den Beobachtungen verschiedener Sterne, deren die eine Hälfte mit verkehrtem Limbus des Instrumentes genommen wurden, an einem und demselben Tage den Collimationsfehler des Instrumentes ebenfalls leicht ableiten kann. Selbst ein einziger Stern, an demselben Tage in beiden Lagen des Instrumentes beobachtet, während der äußere Kreis immer fest an der Axe bleibt, wozu sich vorzüglich der Polarstern eignet, wird hinreichen, den Collimationsfehler zu bestimmen. Ist endlich die Polhöhe des Beobachtungsortes und die Deklination der beobachteten Sterne genau bekannt, so könnte man selbst aus den Beobachtungen eines einzigen Tages, ohne den Kreis im Azimute zu bewegen, den Collimationsfehler bestimmen. Immer aber ist die oben vorgetragene Methode die einfachste und sicherste, die man daher auch vorzugsweise brauchen wird.

Ist es, wie auf Reisen, darum zu thun, die wahre Höhe eines Gestirns sogleich zu erhalten, so braucht man nur nach der ersten Beobachtung den Vertikalkreis um 180° im Azimute zu ändern, ohne den äußern Kreis zu berühren, und in dieser Lage die zweite Beobachtung zu vollenden. Hat man für beide Beobachtungen die Uhrzeit derselben angemerkt, so lassen sich beide durch eine leichte Rechnung auf die Zeit der Kulmination, oder auf die Mittagshöhe des Gestirns bringen. Diese Art von Beobachtungen läßt sich selbst in einigen Minuten öfters wiederholen, und so ganz auf die sonst gewöhnliche Weise Circummeridianhöhen des Gestirns in beliebiger Anzahl machen, nur mit dem Unterschiede, daß man den äußern Kreis nie berührt, ihn durch seine Druckschraube immer fest hält, und dafür bloß den innern Kreis mit seinem Fernrohre um seine horizontale Axe rotiren läßt.

Diese doppelte Beobachtung möchte besonders bei der Sonne anzuwenden seyn, wo die ungleiche Ausdehnung des Instrumentes durch die Wärme der Sonnenstrahlen eine Veränderlichkeit in die Lage des ganzen Werkzeuges gegen den Horizont und seiner Theile unter sich hervorbringen kann, die den folgenden Tag bei derselben Beobachtung nicht mehr dieselbe ist.

Schon durch das eben gesagte sieht man, daß bei dem neuen Gebrauche dieser Instrumente auf das, was sie wesentlich von den fixen Kreisen unterscheidet, auf das Princip der Multiplikation Rücksicht genommen ist. Allein diese Rücksicht läßt sich noch auf eine viel vollkommnere Weise nehmen, und diese ist es eigentlich, welche die vorgeschlagene Methode, wie ich hoffe, den Beobachtern vorzüglich empfehlen wird. Bisher wurde nämlich der Multiplikationskreis beinahe ganz, wie ein fixer Kreis behandelt, auch ist das vorgeschlagene Verfahren im allgemeinen dasselbe, welches Pond, Piazzi und Bessel bei ihren fixen Kreisen beobachten, mit dem Unterschiede, daß die zweite Beobachtung in der verkehrten Lage des Instrumentes sich viel leichter und bequemer anstellen läßt, als dieß mit dem Troughtonschen Kreis in Greenwich oder mit den neuen Meridiankreisen von Reichenbach geschehen kann.

Das bisher vorgetragene Verfahren ist also kurz folgendes:

Man schließe den äußeren Kreis, so daß nur der innere mit dem Fernrohre beweglich bleibt, stelle den eingetheilten Rand des Kreises gegen Ost, seine Ebene in den Meridian, und beobachtete die erste Nacht eine Reihe von Zenithdistanzen. In der folgenden Nacht bringe man den eingetheilten Rand gegen West, die Ebene des Kreises in den Meridian, und beobachte wieder die Zenithdistanzen derselben Sterne. Das Mittel aus je zwei Zenithdistanzen desselben Sterns gibt die wahre Zenithdistanz, und ihre halbe Differenz gibt den Collimationsfehler. Da so jeder Stern auf acht verschiedenen Punkten des Kreises beobachtet worden ist, so wird die gefundene Zenithdistanz schon sehr genau seyn, und noch genauer werden, wenn man in den folgenden Nächten dasselbe Verfahren wiederholt. Dabei hat man nun vorzüglich darauf zu sehen, daß die Vertikalität der großen Axe bei jeder Aenderung derselben, die durch die hintere große Libelle angezeigt wird, sogleich wieder hergestellt werde.

Wie man auf diese Weise den wahren Zenithpunkt des Instruments bestimmt, eben so kann man auch den wahren Polpunkt desselben bestimmen, wenn man z. B. in der ersten Nacht, den eingetheilten Rand gegen Ost, den Polarstern in seinen beiden Kulminationen beobachtet, und dasselbe in der folgenden Nacht mit dem verkehrten Instrumente wiederholt. Hat man in beiden Nächten noch eine Reihe anderer Sterne beobachtet, so wird man, da durch die beiden Kulminationen des Polarsterns der Polpunkt des Instrumentes gegeben ist, auch sofort die Poldistanzen dieser anderer Sterne erhalten.

Auf diese Art erhält man, wie man sieht, die Zenithdistanzen sowohl, als die Poldistanzen, unmittelbar und unabhängig von den Bestimmungen anderer Astronomen, aber, was nicht zu übersehen ist, nicht unabhängig von dem Theilungsfehler des Instrumentes. Und hier ist es, wo der Multiplikationskreis in seine Rechte eintritt, und eben dadurch dem kleinen Kreise einen wesentlichen Vortheil sichert, welchen selbst die größten fixen Meridiankreise nicht besitzen. Bisher sind nämlich immer dieselben Punkte des Kreises für dieselben Sterne gebraucht worden, und wenn diese Punkte einen Theilungsfehler haben, so läßt er sich durch die bisher angestellten Beobachtungen nicht wegbringen, wenn man sie auch ganze Jahre fortsetzen wollte. Allein wenn man die Sterne, deren Zenith- oder Poldistanz man mit der größten Schärfe kennen will, zwei, vier, sechs Tage nach einander beobachtet hat, bis man zu einem stehenden Resultate gekommen ist, so kann man itzt auch den äußern Kreis lüften, und ihn an irgend einem anderen

Orte durch seine Druckschraube wieder an die große Axe befestigen, und in dieser Lage eine neue Reihe von Beobachtungen, aber an acht ganz andern Punkten des Kreises anstellen. Wenn z. B. der Kreis in der ersten Lage nahe 0° gab, wenn das Rohr gegen das Zenith gerichtet ist, so kann er in der zweiten nahe 10° geben, wenn das Rohr senkrecht steht, in der dritten 20° u. s. w., wodurch man die eigentlichen acht Beobachtungspunkte jedes Sterns nach und nach auf allen Punkten des Kreises herum führen, sich von allen Theilungsfehlern gänzlich unabhängig machen, und endlich Resultate erhalten muß, die durchaus nichts mehr zu wünschen übrig lassen können.

Ich habe nun noch, meinem oben gegebenen Versprechen gemäß, die Beobachtungen dieser Art mitzutheilen, welche ich an dem dreifüßigen Kreise von **Reichenbach** in Ofen gemacht habe. Ich muß aber dabei bemerken, daß sie als **erste** Versuche dieser Art zu betrachten sind, und daß bei den Beobachtungen nur die zwei bequemsten gegenüberstehende Verniers abgelesen, die übrigen beiden aber nicht berücksichtiget wurden.

1819.			Beob. Z. D.			Barom. und äuß. Therm.	
Mai 19	α Hydrae	Ost	55°	20′	30″	27	6,7
	γ Leonis	Ost	26	43	16	+12.3 Réa.	
	ζ —	Ost	23	9	34		
	Venus Cent.	Ost	40	38	20		
20	α Hydrae	Ost	55	20	30	27	6,1
	γ Leonis	West	26	43	42	+13°3	
	ζ —	West	23	10	2		
	β —	West	31	54	2		
	β Virginis	West	44	41	34		
	η —	West	47	15	28		
	δ —	West	43	5	42		
	Venus	West	40	12	58		
21	Sonne L. Sup.	West	27	9	21	27	5,7
	α Hydrae	Ost	55	20	25	+12°6	
	ζ Leonis	Ost	23	9	30		
	γ —	Ost	26	43	13		
	β —	Ost	31	53	22	27	5,2
	β Virginis	Ost	44	41	4	+12°2	
	η —	Ost	47	7	38		
	δ —	Ost	43	5	16		
	36 Beren.	Ost	29	5	12		

1819.			Beob. Z. D.			Barom. und äuß. Therm.
Mai	α Hydrae	West	55°	20′	56″	27 5,4
22	β Leonis	West	31	53	58	+ 12°4
	β Virginis	West	44	41	34	
	η —	West	47	8	8	
	δ —	West	43	5	42	27 5,7
	Venus	Ost	39	36	14	+ 12°0
23	α Hydrae	Ost	55	20	28	27 4,6
	β Leonis	Ost	31	53	22	+ 13°0
	β Virginis	Ost	44	41	4	
	Venus	West	38	56	18	
24	Sonne L. Inf.	West	27	5	23	27 5,0
	α Hydrae	West	55	20	56	+ 13,4
	β Leonis	West	31	53	58	27 4,3
	β Virginis	West	44	41	34	13,6
	η —	West	47	8	10	
	δ —	West	43	5	46	
	36 Beren.	West	29	5	40	
	Venus	Ost	38	30	32	
25	α Hydrae	Ost	55	20	28	
	Venus	Ost	38	5	28	

1819.		Beob. Z. D.			Barom. und äuß. Therm.	
Mai υ Bootis	West	30°	47′	4″	27″	3‴2
29. η —	West	28	10	30	13	8
1 —	West	19	6	11		
τ Virginis	West	45	3	10		
Juni Sonne L. Sup.	Ost	25	13	54	27	5,6
1. δ Virginis	Ost	43	5	6	12,4	
36 Berch.	Ost	29	5	10	27	6,8
υ Bootis	Ost	30	46	24	11,0	
η —	Ost	28	9	54		
1 —	Ost	19	5	37		
τ Virginis	Ost	45	2	36		
4. ϱ Bootis	West	16	19	2	27	6,9
π —	West	30	17	8	14,6	
2 α Librae seq.	West	62	45	0		
β —	West	56	10	40		
δ Bootis	West	13	29	40		
o Coron. bor.	West	17	12	38		
η —	West	16	32	30		
2 g Librae	West	45	0	2		
14 Scorpii	West	74	52	2		
Venus	Ost	34	4	52	27	7,6
					14,8	

1819.			Beob. Z. D.			Barom. Therm.
Juni	τ Bootis	Ost	29°	6′	40″	27″ 2‴4
9.	υ —	Ost	30	46	30	15°4
	η —	Ost	28	9	58	
	l —	Ost	19	5	40	
	τ Virginis	Ost	45	2	42	
	α Bootis	Ost	27	20	44	
	φ Virginis	Ost	48	52	40	27 2,8
	ρ Bootis	Ost	16	18	30	15,2
	σ —	Ost	16	56	30	
	π —	Ost	30	16	32	
	ε —	Ost	19	38	10	
	μ Librae	Ost	60	50	50	
	2 α —	Ost	62	44	30	
	δ —	Ost	55	15	30	
11.	τ Bootis	Ost	29	6	40	27 4,4
	υ —	Ost	30	46	28	15,4
	η —	Ost	28	10	0	
	l —	Ost	19	5	44	
	τ Virginis	Ost	45	2	40	
	α Bootis	Ost	27	20	41	
	φ Virginis	Ost	48	52	40	
	ρ Bootis	Ost	16	18	28	
	σ —	Ost	16	56	33	
	π —	Ost	30	16	29	
	ε —	Ost	19	38	7	
	2 α Librae	Ost	62	44	32	

1819.		Beob. Z. D.			Barom. Therm.
Juni ξ Bootis	Ost	27°	37′	20″	
11. δ Librae	Ost	55	15	27	
Venus	Ost	31	32	32	
12. η Bootis	West	28	10	28	27″ 4‴3
1 —	West	19	6	10	16 3
τ Virginis	West	45	3	9	
κ —	West	56	53	48	
α Bootis	West	27	21	18	
ρ —	West	16	19	0	
σ —	West	16	57	8	
π —	West	30	17	3	
ε —	West	19	38	39	
2 α Librae	West	62	44	56 :	
ξ Bootis	West	27	37	39 :	
13. υ Bootis	West	30	47	0	27 4,1
η —	West	28	10	30	16,0
1 —	West	19	6	8	
τ Virginis	West	45	3	10	
ρ Bootis	West	16	19	0	
σ —	West	16	57	6	
π —	West	30	17	0	
ε —	West	19	38	41	
2 α Librae	West	62	44	58	
ξ Bootis	West	27	37	36	

						Barom.
1819.		Beob. Z. D.				Therm.
Juni	α Coron. bor.	West	20°	9′	20″	27″ 4‴0
15.	α Serpentis	West	40	28	40	17°3
	β —	West	31	29	16	
	μ —	West	50	20	38	
	ε —	West	42	27	0	
19.	γ Librae	Ost	61	38	7	27 3,2
	α Coron. bor.	Ost	20	8	54.	15,7
	α Serpentis	Ost	40	28	10	
	β —	Ost	31	28	46	
	μ —	Ost	50	20	8	
	ε —	Ost	42	26	30	
20.	ρ Bootis	West	16	19	2	27 3,6
	π —	West	30	17	0	+ 15,8
	ε —	West	19	38	40	
	2 α Librae	West	62	45	0	
	γ —	West	61	38	35	
	α Coron. bor.	West	20	9	28	
	α Serpentis	West	40	28	40	
	β —	West	31	29	18	
	μ —	West	50	20	37	
21.	γ Librae	West	61	38	37	27 4,9
	α Coron. bor.	West	20	9	25	15,4
	α Serpentis	West	40	28	40	

1819.		Beob. Z. D.			Barom. Therm.
Juni β Serpentis	West	31°	29′	20″	
21. μ —	West	50	20	35	
ε —	West	42	26	56	
22. γ Librae	West	67	38	40	27″ 5‴,1
α Coron. bor.	West	20	9	28	15°6
α Serpentis	West	40	28	40	
β —	West	31	29	20	
μ —	West	50	20	33	
ε —	West	42	26	53	
23. γ Librae	Ost	61	38	9	27 5,0
α Coron. bor.	Ost	28	8	57	15,6
α Serpentis	Ost	40	28	10	
β —	Ost	31	28	40	
μ —	Ost	50	20	2	
24. γ Librae	Ost	61	38	11	27 6,0
α Coron. bor.	Ost	28	8	56	14,8
α Serpentis	Ost	40	28	10	
β —	Ost	31	28	42	
μ —	Ost	50	20	4	27 5,6
ε —	Ost	42	26	22	14,4
26. τ Librae	West	64	32	58	27 5,7
β —	West	56	10	42	15,0
δ Bootis	West	13	29	34	

1819.		Beob. Z. D.	Barom. Therm.
Juni *o* Coron. bor.	West	17° 12′ 34″	
26. *η* —	West	16 32 28	
β —	West	17 45 5	
γ Librae	West	61 38 40	
α Coron. bor.	West	20 9 24	
α Serpentis	West	40 28 42	
β —	West	31 29 18	
μ —	West	50 20 38	
ε —	West	42 26 58	
ρ Scorp.	West	76 6 36	

Wenn man diese Beobachtungen näher untersucht, so findet man, daß der Collimationsfehler während der Zeit von 38 Tagen im allgemeinen unverändert geblieben ist. Dieser Collimationsfehler ist nämlich nahe 15″5, und er muß zu den östlichen Zenithdistanzen addirt, von den westlichen aber subtrahirt werden. Man findet so, wenn man auf die Differenz der Refraktionen Rücksicht nimmt:

den 20.	Mai	Collimationsfehler		15″1
21.	—	—	—	14,9
23.	—	—	—	15,0
24.	—	—	—	15,4
29.	—	—	—	16,4
4.	Juni	—	—	16,4
11.	—	—	—	15,8
13.	—	—	—	15,3
15.	—	—	—	14,9

den 19. Juni	Collimationsfehler			15″6
22.	—	—	—	16,5
26.	—	—	—	15,0
			Mittel	15,5

Um diese Reihe mit den Resultaten anderer Beobachtungen zu vergleichen, wähle ich die Bestimmungen des Collimationsfehlers an dem Cary-schen Kreise vom 12. und 13. April, in dem I. Theil der Königsberger Beobachtungen, deren Uibereinstimmung unter einander dort als gut erklärt wird.

20″1	22″7	18,6	22,5
19,5	24,5	20,1	20,5
21,7	18,6	19,1	17,5
19,1	20,0	17,0	19,3
20,1	19,0	18,9	19,7
23,1	21,0	21,1	18,7
18,8	20,0	19,2	

Es ist nun noch übrig zu sehen, wie die wahren Zenithdistanzen derselben Sterne aus den Beobachtungen verschiedener Tage unter einander übereinstimmen. Bringt man also an jede der oben gegebenen Zenithdistanzen den Collimationsfehler, welchen ich im Mittel 15″2 genommen habe, und die korrigirte Refraktion (nach Carlini) an, so erhält man folgende Resultate:

α Hydrae			Zenithdistanz
19.	Mai	Ost	55° 22′ 6″9
20.	—	Ost	6,0
21.	—	Ost	1,3
22.	—	West	1,7
23.	—	Ost	3,9
24.	—	West	1,2
25.	—	Ost	3,2
		Mittel	55° 22′ 3,5

β Virginis			Z. D.
20.	Mai	West	44° 42′ 14″2
21.	—	Ost	14,8
22.	—	West	14,3
23.	—	Ost	14,4
24.	—	West	13,8

γ Leonis			Zenithdistanz
19.	Mai	Ost	26° 43′ 59″6
20.	—	West	55,0
21.	—	Ost	56,5

π Virginis			Z. D.
20.	Mai	West	39° 51′ 50″6
21.	—	Ost	48,1
22.	—	West	49,7
23.	—	Ost	49,8
24.	—	West	54,2

η Virginis		Zenithdistanz	36 Berenices		Zenithdistanz
21. Mai	Ost	47° 8′ 53″7	21. Mai	Ost	29° 5′ 58″4
22. —	West	53,3	24. —	West	55,7
24. —	West	54,7	1. Juni	Ost	56,8

η Bootis		Z. D.	1 Bootis		Z. D.
29. Mai	West	28° 10′ 44″5	29. Mai	West	19° 6′ 14″9
1. Juni	Ost	39,6	1. Juni	Ost	11,8
9. —	Ost	42,7	9. —	Ost	14,2
11. —	Ost	44,7	11. —	Ost	15,2
12. —	West	42,2	12. —	West	13,7
13. —	West	44,3	13. —	West	11,8

τ Virginis			Zenithdistanz
29.	Mai	West	45° 3′ 50″3
1.	Juni	Ost	48,0
9.	—	Ost	52,3
11.	—	Ost	50,4
12.	—	West	48,8
13.	—	West	49,9

π Bootis			Z. D.
9.	Juni	Ost	30° 17′ 19″3
11.	—	Ost	16,4
12.	—	West	19,9
20.	—	West	17,0

ρ Bootis			Zenithdistanz
4.	Juni	West .	16° 19′ 3″1
9.	—	Ost	1,3
11.	—	Ost	0,0
12.	—	West	0,9
13.	—	West	0,9
20.	—	West	2,9

ε Bootis			Z. D.
4.	Juni	West .	19° 38′ 48″7
9.	—	Ost	44,8
11.	—	Ost	41,9
12.	—	West	43,4
13.	—	West	45,4
20.	—	West	44,5

2 α Librae		Zenithdistanz
4. Juni	West	62° 46′ 32″8
9. —	Ost	31,6
11. —	Ost	33,9
12. —	West	27,1
13. —	West	29,2
20. —	West	31,6

Bei den vorhergehenden Z. D. ist weder auf Präcession noch auf Aberration und Nutation Rücksicht genommen worden. Um aber die erhaltenen Resultate bequem mit denen der andern Beobachter vergleichen zu können, wähle ich die auf den Anfang des Jahres 1815 reduzirten Abweichungen der Königsberger Beobachtungen (Zeitschrift für Astronomie IV. Band p. 68); hier hat man für

α Aur. Abw. =	α Lyrae
45° 47′ 49″1	38° 36′ 63″9
45,1	59,8
51,9	67,2
48,2	58,4
47,0	66,5
47,1	63,9
44,8	61,1
44,2	66,9
48,3	58,4
43,3	59,4
49,4	59,4
40,2 2c.	57,6
	56,0 2c.

α Pegasi 14° 12′ 46″8	α Hydrae 7° 51′ 47″3
36,1	38,3
36,6	39,2
41,9	46,6
37,8	42,0
40,9	38,0
34,8	44,3
37,4	48,3
49,3	50,0
49,7	46,5
43,9	43,3
40,2	45,9

Da es aber ungerecht wäre, einen dreifüßigen Kreis von Reichenbach mit einem $12\frac{1}{2}$ zolligen Kreise von Cary unmittelbar zu vergleichen, so wollen wir noch einige der Resultate anführen, die Oriani mit einem ähnlichen Kreise von drei Fuß durch die gewöhnliche Behandlung des Multiplikationskreises erhalten hat. (Mail. Ephem. 1817 p. 11.)

α Tauri	α Leonis	α Virginis	α Bootis
16° 7′ 7″9	12° 53′ 9″6	10° 10′ 15″2	20° 10′ 16″5
11,1	13,0	13 0	15,5
9,9	15,0	17,6	17,2
9,9	12,9	13,3	19,3
7,7	10,9	14,5	18,2
8,8	10,2	13,5	17,9
8,8	11,8	13,7	12,6
10,7		13,1	17,8
6,9		14,2 ϰ+	18,6
			19,0
			18,0
			19,5
			18,1
			22,9

Aehnliche Zusammenstellungen haben öfters ihren Werth, und ich hoffe, daß durch sie die oben vorgeschlagene Methode, den Multiplikationskreis zu behandeln, nicht verlieren wird, so wie ich nach meiner eigenen individuellen Uiberzeugung zu urtheilen, versichert bin, daß man noch bessere Resultate erhalten wird, wenn man, wie ich nicht gethan habe, alle vier Verniere sorgfältig abließt, wenn man mehr Umsicht und Erfahrung zur Sache bringt, als ich bei einem bloßen ersten Versuche gebracht habe, und wenn man endlich nicht mit einer zweckwidrigen Aufstellung zwischen massiven Säulen von Gußeisen und von mehr als zwanzig Centner, zu kämpfen hat, die bei der geringsten Aenderung der Temperatur ihre nachtheiligen Einflüsse äußern, und bei dem ersten Strahl der Sonne, der nicht auf den Kreis selbst, sondern nur auf diese Säulen fällt, das ganze Instrument in allen seinen Theilen und Richtungen verziehen. Es würde mir der hier vorgeschlagenen Sache selbst wegen sehr angenehm seyn, durch das Vorhergehende andere Astronomen veranlaßt zu haben, diesen Gegenstand ihrer Prüfung zu unterwerfen.

Druckfehler.

Seite 16 Zeile 5 statt die lies: der

— 26 — 14 — Beobachtuugen lies: Beobachtungen

— 30 — 21 — $\mathrm{tg.}\,w^{\omega}\,\frac{\theta}{2}$ lies: $\mathrm{tg.}^{3}\,\frac{\theta}{2}$

— 32 — 5 — $\frac{2\,\mathrm{tg.}\,\frac{\theta}{2}}{\mathrm{Sin.}\,1''}$ lies: $\frac{2\,\mathrm{tg.}^{2}\,\frac{\theta}{2}}{\mathrm{Sin.}\,1''}$.

Pucherna fec.

Schloss Rotenhaus.