ARBEITEN AUS DEM INSTITUT FÜR GEOGRAPHIE DER KARL-FRANZENS-UNIVERSITÄT GRAZ
Band 33 S. 127-139
Beiträge zur Permafrostforschung in Österreich Graz 1996

Trendflächen in der Geographie am Beispiel der Untergrenzen der intakten Blockgletscher in den Hohen Tauern

von **Josef GSPURNING**, Graz
mit 4 Abbildungen und 2 Tabellen im Text

Zusammenfassung

Seit ihrer in den 50er-Jahren erfolgten Einführung in die Geowissenschaften erwies sich die Trendflächenanalyse als nützliches Hilfsmittel, wenn es darum ging, aus empirisch gewonnenen Daten Trends herauszufiltern bzw. aus diesen Daten Modelle abzuleiten. Die Arbeit widmet sich den methodischen Grundlagen und Problemen des Verfahrens. Anhand des Beispiels der Untergrenzen der intakten Blockgletscher in den Hohen Tauern wird in weiterer Folge versucht, durch den Einsatz von Polynomen höherer Ordnung eine über die simple Trendextraktion hinausgehende Modellanpassung durchzuführen und diese auch entsprechend abzusichern.

Summary: Trend surfaces in geography - the example of the lower limits of intact rock glaciers in the Hohe Tauern range

Introduced in earth science in the late fifties, trend surface analysis proved as a useful tool to extract trends from empirically gathered data or to derive models from these data. The article discusses the methodical basics and statistical problems of the trend surface procedure. With the help of the lower limits of the intact rock glaciers in the Hohen Tauern range the author attempts to show the possibilities and limits of adjusting optimal trend surfaces by the use of high order polynomials.

Inhalt

1. Grundlagen und Probleme der Anwendung 127
2. Der Einsatz von Trendflächen bei der Beschreibung der Verbreitung von intakten Blockgletschern 132
Literatur 139

1. Grundlagen und Probleme der Anwendung

Die Methode der Trendflächen-Analyse (*trend surface analysis*) wurde von OLDHAM & SUNDERLAND 1955, MILLER 1956, KRUMBEIN 1956, 1959 und anderen in die Erdwissenschaften eingeführt und konnte sich, ausgehend von ihren ursprünglichen Anwendungsschwerpunkten bei der Erstellung von *gravity maps*, bei Fragestellungen der Sedimentologie und in der Stratigraphie bei der Konstruktion von Isopachen im Laufe der Zeit in zunehmendem Maße auch in der Geographie etablieren.

Ihrem Wesen nach handelt es sich prinzipiell um einen mehrdimensionalen Spezialfall der multiplen Regression, worin versucht wird, eine abhängige Variable Z mittels einer Reihe von unabhängigen Variablen und Parametern zu beschreiben. Obwohl nicht unabdingbare Notwendigkeit, liegt der räumliche Bezug dieser Variablen - häufig in Form von rechtwinkeligen Koordinaten - in der Natur der meisten geographischen Fragestellungen. Aus statistischer Sicht läßt sich die Gesamtheit der Einflußfaktoren grob in eine deterministische (d) und eine

läßt sich die Gesamtheit der Einflußfaktoren grob in eine deterministische (d) und eine stochastische Komponente (e) zerlegen, wobei erstere als Kombination von unabhängigen (d.h. die abhängige Variable bestimmenden) Variablen (X_j) zu verstehen ist und den modellimmanenten Trend repräsentiert. Im einfachsten Fall besitzt die Trendgleichung also die allgemeine Form

$$Z = d + e \qquad [1]$$

d seinerseits setzt sich für den linearen Fall ($z_i = d_i + e_i$) wie folgt zusammen

$$d_i = b_0x_{i0} + b_1x_{i1} + b_2x_{i2} + \ldots + b_mx_{im} \qquad [2]$$

wobei b_j die Beobachtungswerte der unabhängigen Variablen X_j darstellen.

Trendunabhängige Restschwankungen unterschiedlichsten Ursprunges bilden als Restwerte (e_i) die stochastische Komponente und ergänzen das Polynom in der Form

$$z_i = b_0x_{i0} + b_1x_{i1} + b_2x_{i2} + \ldots + b_mx_{im} + e_i \qquad [3]$$

zur Trendgleichung. Die Anzahl der verwendeten Polynomelemente (g) steht dabei in direktem Zusammenhang mit dem Grad r des Polynoms und zwar nach der Beziehung

$$g = (r+1)*(r+2)/2. \qquad [4]$$

Für den linearen Fall r = 1 wird, in Analogie zur zweidimensionalen Regressionsstatistik und im Sinne einer Regressionsgeraden, mittels der Methode der kleinsten Abweichungsquadrate eine Anpassung der Trendwerte t_i an die Beobachtungswerte b_i vorgenommen. Differenzen zwischen t_i und b_i erscheinen - wie bereits oben erwähnt - als Residuen e_i. Ihren geometrischen Niederschlag findet die solcherart erzeugte lineare Trendfläche in einer Ebene mit den relevanten Kennwerten Neigungswinkel und Neigungsrichtung. Die Größe des Neigungswinkels steht dabei in direktem Zusammenhang mit der Stärke des extrahierten Trends (Neigungswinkel = 0 weist auf eine trendfreie Verteilung hin) während die Neigungsrichtung Rückschlüsse auf die Größe der Variableneinflußnahme zuläßt.

Es liegt auf der Hand, daß sich durch eine Erweiterung der Trendgleichung um zusätzliche Glieder auch komplexere (quadratische, kubische, quartische, quintische und höhere) Oberflächen generieren lassen. Denkbar, unter bestimmten Umständen auch sinnvoll und tatsächlich verwendet wurden Trendflächen 8. Grades zum Beispiel von WHITTEN 1970 bzw. von COONS et al. 1967, die in ihrer Arbeit über Fragen der kontinentalen Gravitationsverteilung sogar Oberflächen der 13. Ordnung zur Anwendung brachten.

Ähnlich wie im zweidimensonalen Fall kann auch bei Trendflächen eine Reihe von Kenngrößen berechnet werden, die eventuell bei geographischen Fragestellungen für eine intensivere Untersuchung des Datenmaterials Relevanz besitzen. Die Stärke des Zusammenhanges zwischen abhängiger und unabhängigen Variablen bzw. die Anpassungsgüte des Regressionsmodells wird durch den multiplen Korrelationskoeffizienten R oder durch das Bestimmtheitsmaß R^2 repräsentiert, wobei gilt

$$R^2 = Q_t / Q_g \qquad [5]$$

und für die Trendquadratsumme $Q_t = \sum_{i=1}^{n} (d_i - \bar{z})$ bzw.

[6]

die Gesamtquadratsumme $Q_g = \sum_{i=1}^{n} (z_i - \bar{z})$.

[7]

Daraus abgeleitet kann nach RSS = B *100 %

[8]

mit dem RSS-Faktor eine Kenngröße ermittelt werden, die angibt, wieviele Prozente der Regressionsvarianz durch das verwendete Modell erklärt werden können. Grundsätzlich strebt der Betrag von RSS mit Verwendung höherer Polynome (d.h. mit der Einbindung zusätzlicher Erklärungsfaktoren) der 100%-Marke zu, ohne sie jedoch zu erreichen. Im Gegenteil kann bei Verwendung von Polynomen ab der sechsten Ordnung ein Umkehreffekt auftreten, der den RSS-Wert wieder verkleinert.

Besonders aus dem Blickwinkel der geographischen Forschung präsentiert sich die Frage nach dem für eine Untersuchung optimalen Grad der Trendgleichung (genauso wie jene der zu berechnenden Kenngrößen) in erster Linie abhängig vom Zweck der Untersuchung bzw. der Art und Weise, wie die Trendflächenanalyse eingesetzt werden soll. Vorweg und unter Außerachtlassung mathematisch-statistischer Begründungen müssen die am Beginn der Trendflächen-Forschung vielfach vorgebrachten Bedenken gegen den mit zunehmender Ordnung rasch anwachsenden Rechenaufwand mit stärkerer Verbreitung leistungsstarker Personal Computer als nicht mehr stichhaltig zurückgewiesen werden. Nicht entkräftet werden können jedoch die Vorbehalte hinsichtlich der wachsenden Unübersichtlichkeit hochgradiger Oberflächen, die eine visuelle Verifizierung und Interpretation der errechneten Ergebnisse beinahe unmöglich machen. Nicht zuletzt aus diesem Grund beschränkt sich der Großteil der geographisch motivierten Arbeiten auf die Verwendung von Oberflächen bis maximal zur dritten Ordnung.

Allgemein kann angenommen werden, daß die Methode der *trend surface analysis* vor allem dann nützlich und anwendbar ist, wenn folgende Voraussetzungen gegeben sind:

a) Die räumliche Verteilung des Trends bzw. der Abweichungen der Beobachtungswerte von diesem Trend (= Residuen) ist von Interesse oder
b) eine vergleichsweise geringe Zahl der verfügbaren Beobachtungen macht ausgedehnte Interpolationsvorgänge notwendig, um überhaupt eine Interpretation der Daten zuzulassen.

Ein weit systematischerer Ansatz findet sich in einer Übersicht über die Hauptanwendungsgebiete der Trendflächen-Analyse bei STEINER 1977, 5f. Sieht man von den dort u.a. angeführten Möglichkeiten einmal ab, dieses Verfahren zur Generalisierung, Datenverdichtung durch Interpolation und kompakteren Speicherung der Rohdaten zu „mißbrauchen", so befindet sich der Anwender am Scheideweg zwischen zwei Denkmodellen, deren Anforderungen an das Verfahren einander diametral entgegenlaufen. Abhängig davon, ob der Trend oder die Residuen Gegenstand des Interesses sind, müssen zwangsläufig Trendflächen unterschiedlicher Ordnung zum Einsatz kommen.
Bei dem Versuch einer vereinfachten Beschreibung der Rohdaten bzw. der Reduzierung eines vielfältig strukturierten Originalbestandes auf seine wesentlichen Charaktereigenschaften scheint es sinnvoll, den Umfang des Polynomes (und damit die Ordnung der Anpassungsgleichung) möglichst klein zu halten. In diesem Fall sind lokale und sublokale Einflüsse unwesentlich bzw. sogar störend und können beispielsweise durch Verwendung quadratischer

oder kubischer Trendflächen eliminiert werden, ohne daß dabei überregional wirksame Extrema dem auftretenden Glättungseffekt zum Opfer fallen.

Demgegenüber konzentriert sich die „klassische" Trendflächen-Analyse ganz im Sinne der Trenddefinition von GRANT 1957 auf die möglichst vollständige, über die Grobseparation in systematischen und zufälligen Anteil weit hinausgehende Trennung der Variationskomponenten. Hierbei steht nicht der Trend an sich im Mittelpunkt des Interesses. Wesentlich wichtiger sind die nach weitestgehender Extraktion des Haupttrends übrig bleibenden lokalen Abweichungen. Mit STEINER 1977 können hiebei drei Elemente nach der Stärke ihrer Wirksamkeit unterschieden und definitorisch abgegrenzt werden:

a) Regionaler Trend: Räumliche Variation, die von Faktoren bewirkt wird, deren Einflußzone sich über das ganze Untersuchungsgebiet oder sogar darüber hinaus erstreckt. Das durch einen regionalen Trend verursachte räumliche Muster wiederholt sich nicht innerhalb des Untersuchungsgebietes.
b) Lokale Abweichungen: Abweichungen vom regionalen Trend, die als Folge von lokalen Trends angesehen werden können. Ihre Einflußsphäre umfaßt Flächen, die größer sind als der mittlere Abstand zwischen den Beobachtungspunkten, d.h. räumliche Muster können sich innerhalb des Untersuchungsgebietes wiederholen.
c) Residuen: Restliche Abweichungen, die keine systematische räumliche Variation mehr enthalten und deshalb als stochastische Komponente aufgefaßt werden.

Für ihre Existenz können Meßfehler, Stichprobenfehler und sogenannte sublokale Faktoren (deren Wirksamkeit unter dem mittleren Abstand zwischen den Stützpunkten der Oberfläche liegt) verantwortlich gemacht werden.

Während im Falle eines rein explorativen Einsatzes der Trendflächen-Analyse die ausschließlich deskriptivstatistischen Kenngrößen zur Beschreibung der Daten in den meisten Fällen ausreichen, gestaltet sich der Einsatz des Verfahrens in dem Maße schwierig, in dem über verschiedene Verfahren der Teststatistik versucht wird, weitergehende Erkenntnisse aus dem Trendmodell abzuleiten. Formalstatistisch betrachtet stellt bereits die Regressionsanalyse bestimmte Anforderungen an das Datenmaterial, deren Nichterfüllung den Wert der Ergebnisse in Frage stellen kann.

So sollten Beobachtungswerte nicht in Gruppen „geclustert" vorliegen, sondern in Form eines regelmäßigen Punktegitters oder zumindest in zufälliger Lage. Bereits die strikte Einhaltung dieser Forderung würde die Ermittlung des Trends in vielen raumorientierten Fragestellungen unterbinden! Glücklicherweise verhält sich der RSS-Faktor vor allem bei der Verwendung von Oberflächen niederer Ordnung relativ robust gegen Abweichungen von der Idealverteilung. Des weiteren sollten die Beobachtungswerte normalverteilt sein. Dies würde in den meisten Fällen jedoch eine Transformation der Daten erfordern.

Darüber hinaus setzen viele der auf einer ermittelten Trendfläche bzw. ihren Residuen basierenden Verfahren (genauso wie die Regression selbst) die Normalverteilung der Residuen voraus. Eine Prüfung auf Normalverteilung kann aber klarerweise erst stattfinden, wenn bereits eine Trendfläche generiert wurde. Andernfalls müßten für die selben Meßpunkte mehrere Werte vorliegen.

Unter diesen Gesichtspunkten warnt AGTERBERG 1984 - unter dem Hinweis, daß solche Verfahren nur bei stastistischer Unabhängigkeit stichhaltige Ergebnisse liefern - ausdrücklich davor, sich bei diesbezüglichen Analysen allzu sehr auf Prüfverfahren wie etwa t-Tests (zur Prüfung der Residuen auf Ausreißer) oder die Ermittlung von sogenannten *confidence belts* zu stützen. Stattdessen vertritt er die Ansicht, daß die Residuen einer Oberfläche in der Praxis nur in den seltensten Fällen statistisch unabhängig vorliegen. Vielfach lassen sich innerhalb der (positiven oder negativen) Residualbereiche eindeutige Erhaltensneigungen nachweisen. Diese räumliche Autokorrelation wirkt sich negativ auf die Schätzung der Varianz der

Regressionskoeffizienten aus und unterbindet eigentlich die weitergehende Anwendung induktiver Methoden.

Die Beurteilung der optimalen Trendfläche reduziert sich de facto auf die Identifikation des *break points* einer Trendreihe, d. h. jener Schwelle, bei der durch eine weitere Erhöhung der Trendflächenordnung keine wesentliche Verbesserung der Anpassungsgüte mehr erreicht werden kann. Angesichts der bereits oben angedeuteten restriktiven Rahmenbedingungen herrscht in der einschlägigen Literatur Konsens über die Zulassung auch subjektiver Beurteilungsverfahren zur Abschätzung von Trendflächen. In diesen Fällen ist die Zielgröße kein numerischer Wert, Trendflächen werden vielmehr aufgrund ihrer äußeren Form beurteilt und erklärt, wobei eine geeignete graphische Darstellung der Trendfläche als Entscheidungsgrundlage dient. Es versteht sich von selbst, daß der Nutzen solcher Einschätzungen in höchstem Maße von der Sachkenntnis des Bearbeiters bzw. von seinem Erfahrungsschatz abhängt. Die Interpretationsmöglichkeiten beschränken sich dabei zwar auf allgemeinere Aussagen, alle weitergehenden Verfahren unterliegen jedoch in unterschiedlich starkem Maße den oben angeführten Einschränkungen und können nur auf informelle Art eingesetzt werden.

Das gilt auch für die von vielen Autoren vertretene Ermittlung des *break points* mit Hilfe von Bestimmtheitsmaß oder RSS-Faktor (CHAYES 1970), sowie auch für Verfahren, die ihre Aussagekraft aus der Untersuchung der Residualvarianz ableiten. Letzterer von MANDELBAUM 1963 angeregte Ansatz beruht auf der Überlegung, daß für ein Polynom des Grades r nach der Formel

$$s_e^{2(r)} = \frac{Q_e^{(r)}}{n - g^{(r)}}$$

n = Anzahl der Datenpunkte, g = Anzahl der Komponenten des Polynoms r

[9]

mit steigender Polynomordnung r die Anpassung der Oberfläche besser (und damit die Quadratsumme der Residuen zunächst geringer) wird. Fortgesetze Erweiterungen des Polynomes bewirken schlußendlich jedoch, daß der damit verbundene Verlust an Freiheitsgraden nicht mehr kompensiert werden kann und als Folge davon der zahlenmäßige Betrag der Residuenvarianz wieder ansteigt.

Eines anderen Ansatzes bediente sich KRUMBEIN 1963, der vorschlug, die Güte von Trendflächen durch die Konstruktion von 95%-Konfidenzintervallen zu charakterisieren. Allerdings fußt auch diese Methode auf der Residuenvarianz, setzt also zufällige Verteilung und nicht existente Autokorrelation voraus.

Schlußendlich sei noch auf ein Verfahren hingewiesen, das trotz der ihm anhaftenden Mängel in den einschlägigen Arbeiten breite Verwendung findet. Es handelt sich dabei um einen informellen varianzanalytischen Test, in dessen Verlauf für jede Polynomordnung r nach

$$F = \frac{Q_t(n-g)}{Q_e(g-1)}$$

(n-g) = Anzahl der Freiheitsgrade von Q_t, (g-1) = Anzahl der Freiheitsgrade von Q_e

[10]

die sogenannte F-Ratio (*ratio of mean squares*) bestimmt und die Trendkomponente durch den Vergleich von F mit tabellierten Werten für ein bestimmtes a-Niveau auf Signifikanz geprüft wird.

2. Der Einsatz von Trendflächen bei der Beschreibung der Verbreitung von intakten Blockgletschern

Wie aus den im ersten Abschnitt geäußerten Bedenken hervorgeht, handelt es sich bei der Anwendung von Trendflächen im allgemeinen und bei der Abschätzung der „optimalen" Trendfläche infolge der meist auftretenden Begleitumstände um ein recht problembehaftetes Unterfangen. Trotzdem soll im nachfolgenden Teil anhand der (für die Arbeit von LIEB 1996 relevanten) Daten der intakten Blockgletscher versucht werden, eine möglichst gute Anpassung der Trendfläche an die tatsächlichen Gegebenheiten vorzunehmen. Dabei können zwei unterschiedliche Strategien verfolgt werden, die u. a. von HAGGETT 1964 angewandte Zerlegung eines Gesamttrends in regionale Teiltrends bzw. die Bestimmung der Trendfläche durch Ermittlung des dafür geeignetsten Gleichungspolynoms. Da ein Vergleich der beiden Verfahren den Rahmen dieses Beitrages sprengen würde, soll an dieser Stelle nur die letztgenannte Möglichkeit diskutiert werden. Dabei war die Frage der „optimalen" Trendfläche insoferne von untergeordneter Bedeutung, als in der Arbeit von LIEB 1996 (besonders Abb.48) von anderen Voraussetzungen ausgegangen wurde und zumindest zwei sachliche Gründe für einen vorzeitigen Abbruch des Anpassungsvorganges nach der Trendfläche 2. Ordnung sprachen:

a) Eine visuelle Kontrolle der aus der Trendoberfläche abgeleiteten Isarithmen ergab ein insgesamt „gefälligeres", weil der - auf den Erfahrungen des Autors fußenden - Realität entsprechendes Bild; eine Erweiterung des Polynomes hätte keine wesentliche Verbesserung mehr erbracht.
b) Die Ergebnisse von LIEB 1996 sollten in bestimmten Bereichen mit anderen, thematisch ähnlich gelagerten Werken aus der Schweiz (besonders BARSCH 1980) vergleichbar sein.

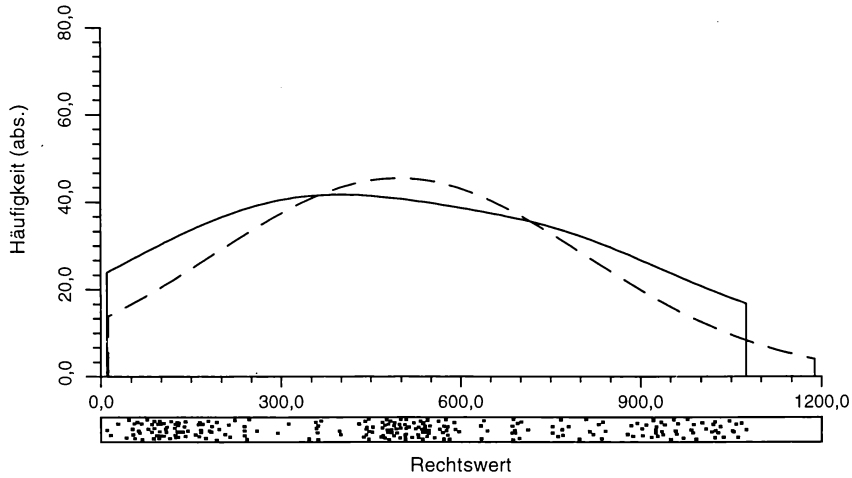
Außerdem zeigt die statistische Praxis, daß negative Einflußfaktoren (wie etwa mangelnde Normalverteilung der Rohdaten, Autokorrelation etc.) den Wert der errechneten Ergebnisse relativieren. Dieser Wertminderungseffekt tritt mit steigendem Ordnungsgrad der Trendfläche in zunehmendem Maße in Erscheinung.

Zur Überprüfung der Ausgangsvariablen „Rechtswert", „Hochwert" und „Untergrenze (der Blockgletscher)" auf Normalverteilung wurden die Häufigkeiten der entsprechenden Beobachtungswerte ermittelt und - gemeinsam mit der zugehörigen Normalverteilungskurve - in Diagrammen zusammengestellt. Ein Vergleich zeigt für alle drei Meßwertreihen eine Übereinstimmung, die für eine weitere Untersuchung als ausreichend angesehen werden soll (Abb.1).

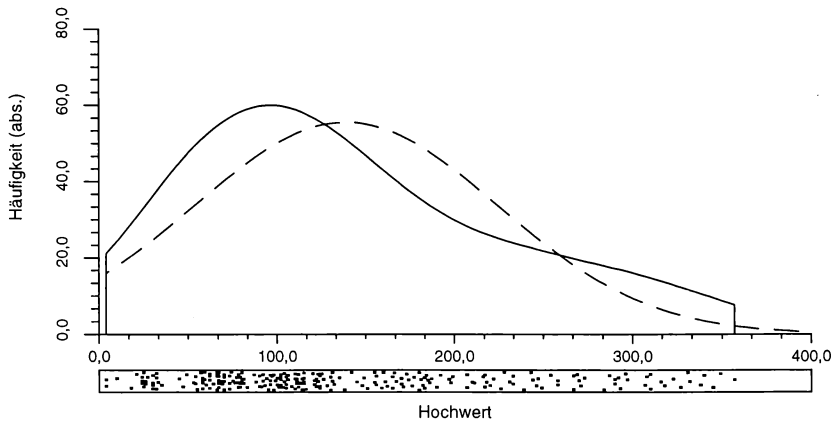
In der Praxis bewirkt jedoch die vorliegende Normalverteilung der unabhängigen Variablen in x- und y-Richtung zwangsläufig die räumliche Konzentration der Werte; gerade dies widerspricht jedoch in krasser Weise der Forderung nach statistischer Unabhängigkeit von z und läßt massive Einflußnahmen durch räumliche Autokorrelation erwarten. Aus diesem Grund muß den nachfolgend durchgeführten Untersuchungen von Trendflächen (bis zum 10. Grad) das notwendige Maß an Skepsis entgegengebracht werden. Die mit einigen ausgewählten Methoden erzielten Ergebnisse besitzen informellen Charakter und sollen nur zur Orientierung dienen.

Abb. 1: Häufigkeitsverteilung der Trendflächen-Parameter Rechtswert, Hochwert und Untergrenze *)
(gestrichelte Linie: Normalverteilungskurve).
Die Lage der Rohdaten wird aus dem *density trace* unter der x - Achse erkennbar.

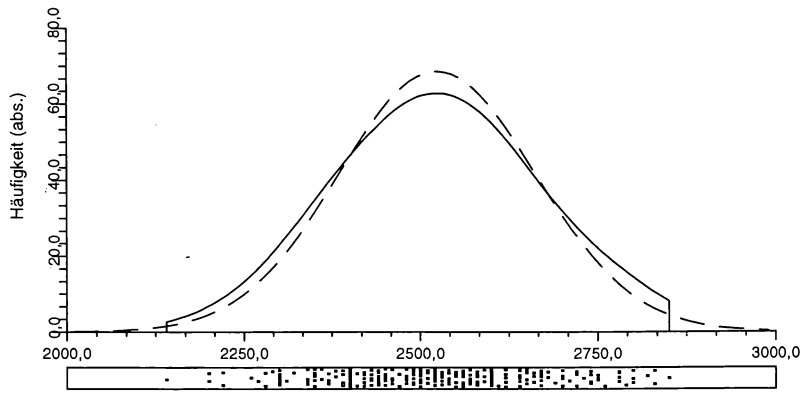
a) Rechtswert



b) Hochwert



c) Untergrenze



*) Zur besseren Lesbarkeit wurde die x - Achse in a), b) und c) unterschiedlich skaliert, was einen unmittelbaren Vergleich der drei Darstellungen verhindert.

Abgesehen von der u.a. bei LIEB 1996 angewandten Methode der visuellen Abschätzung bzw. der Beurteilung der Anpassungsgüte aus dem Erfahrungsschatz besteht die relativ aufwandsarme Möglichkeit, den *break point* durch Beobachtung der Entwicklung des multiplen Bestimmtheitsmaßes zu bestimmen. Die Ergebnisse finden sich in Tab.1.

Tab. 1: Entwicklung von B (R^2) und Residualvarianz abhängig vom Polynomgrad (Werte gerundet)

Polynomgrad	R^2	erklärte Varianz in %	Veränderung in %	Residualvarianz	Veränderung
1	0,2600	26,00	-	14463,49	-
2	0,3211	32,11	+6,11	13442,02	-1021,47
3	0,3682	36,82	+4,71	12714,97	-727,05
4	0,3942	39,42	+2,60	12459,04	-255,93
5	0,4250	42,50	+3,08	12167,13	-291,91
6	0,4626	46,26	+3,76	11781,15	-385,98
7	0,4883	48,83	+2,57	11636,91	-144,24
8	0,5362	53,62	+4,79	11182,71	-454,20
9	0,5500	55,00	+1,38	11332,85	**+150,14**
10	0,6399	63,99	+8,99	11133,46	-199,39

Vergleicht man die Zunahme von B über die einzelnen Anpassungsschritte, so zeigt die Reihe den erwarteten kontinuierlichen Anstieg der Bestimmtheit. Bei näherer Betrachtung fallen Einbrüche beim Wechsel von der 3. in die 4.Ordnung bzw. zwischen den Trendflächen mit den Rängen 8 und 9 auf. Dieses Stagnieren kann als erster Hinweis für die Existenz zweier möglicher Abbruchpunkte gedeutet werden. Die Verwendung des unteren Einbruches hätte den Vorteil der größeren Robustheit des zugrundeliegenden Modells, für den Einsatz einer Trendfläche 8. Ordnung sprächen der höhere Erklärungsgrad und die ausgeprägtere Schwelle.

Rückt man nach MANDELBAUM 1963 (vgl. dazu [9]) die ebenfalls aus Tab.1 ersichtliche Veränderung der Residualvarianz in den Mittelpunkt der Betrachtung, wird die Zäsur zwischen den Polynomgraden 8 und 9 durch die Umkehr des Reihentrends bzw. die lokale Zunahme der Varianz noch stärker betont. Es scheint sich innerhalb der Beobachtungsgrenzen vom statistischen Standpunkt aus die Trendfläche 8.Ordnung als ideal herauszukristallisieren, wenngleich betont werden muß, daß solche Schwankungen durchaus auch als Folge mathematischer oder formalstatistischer Einflüsse auftreten können. Immerhin scheinen die aus der Interpretation von B resultierenden Schlüsse bestätigt, weil ab dieser Stufe auch die Quadratsumme des erklärten Modellanteiles betragsmäßig größer wird als jene der Residuen.

Die Oberfläche 8.Ordnung würde im vorliegenden Fall durch die (unten nur teilweise wiedergegebenen) 66 Glieder der Trendgleichung

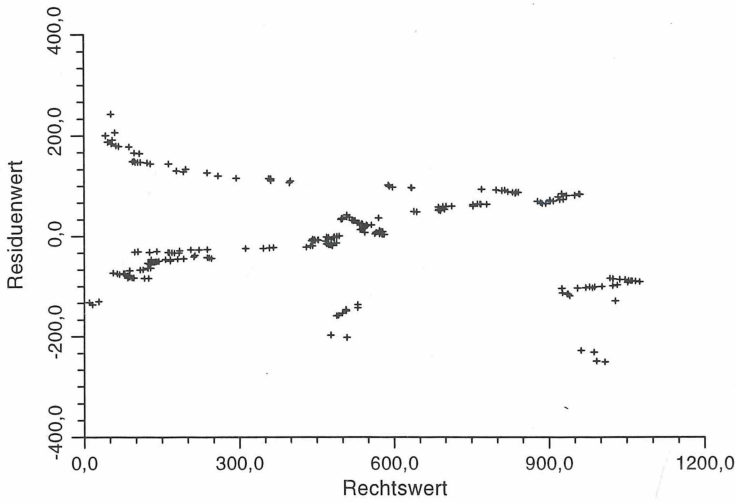
„z(x,y) = 4129.81 + -79.5181y + 0.805301y^2 + 0.00388558y^3 + -0.000116812y^4 + 8.44056e-007y^5 + -2.96728e-009y^6 + 5.27582e-012y^7 + -3.81973e-015y^8 + -23.9648x + 1.35526xy + -0.0178663xy^2 + 9.88947e-005xy^3 + -2.40718e-007xy^4 + 1.37787e-010xy^5 + 2.79484e-013xy^6 + -1.76328e-016xy^7 + 0.108507x^2 + -0.00685437x^2y + 7.69464e-005x^2y^2 + -3.43242e-007x^2y^3 + 6.83741e-010x^2y^4 + -3.48332e-013x^2y^5 + -4.89757e-016x^2y^6 + -0.000148131x^3 + 1.55057e-005x^3y + -1.51338e-007x^3y^2 + ...“

beschrieben. Unter der Voraussetzung, daß man das in Abb.2 dargestellte Verhalten der Residuen der Trendfläche 8.Grades gegenüber Rechtswert, Hochwert und Trendkomponente als annähernd gleichmäßig verteilt akzeptiert, kann damit der Trend als in befriedigendem Ausmaß extrahiert angesehen werden (Abb.2).

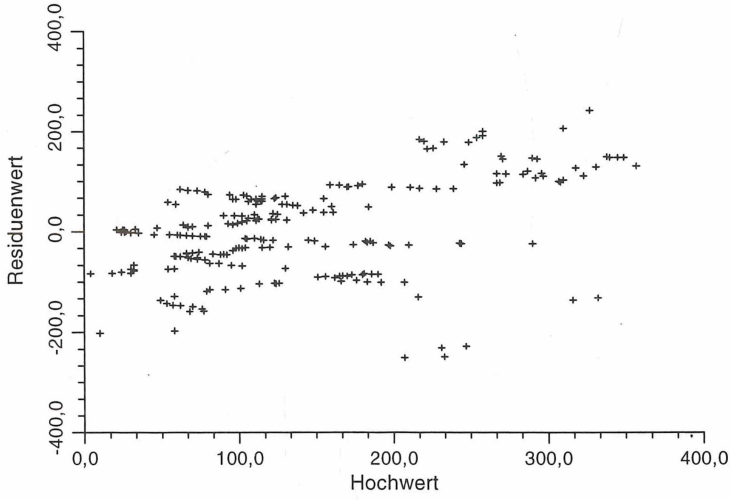
Der Vollständigkeit halber soll der solcherart gewonnene Eindruck noch durch eine Untersuchung der F-Ratio ergänzt werden, wobei die Ermittlung des zur aktuellen Trendfläche ge-

Abb. 2: Verhalten der Residuen der Trendfläche 8. Ordnung gegenüber Rechts-, Hoch- und Trendwert der Blockgletscher-Untergrenze *)

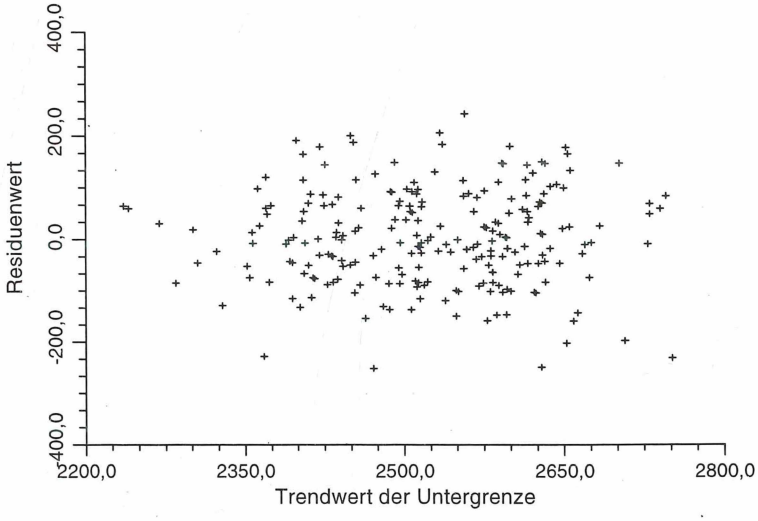
a) Residualwert gegen Rechtswert



b) Residualwert gegen Hochwert



c) Residualwert gegen Trendwert der Blockgletscher-Untergrenze



*) Zur besseren Lesbarkeit wurde die x - Achse in a), b) und c) unterschiedlich skaliert, was einen unmittelbaren Vergleich der drei Darstellungen verhindert.

hörigen F-Wertes sowohl nach dem allgemeingültigen Konzept der in [10] dargestellten Form(I) als auch nach der dem Vorschlag von STEINER 1977, 14 folgenden Form (II)

$$F = \frac{\left\{Q_t^{(r)} - Q_t^{(r-1)}\right\}\left(n - g^{(r)}\right)}{Q_e^{(r)}\left(g^{(r)} - g^{(r-1)}\right)} \qquad [11]$$

durchgeführt wird. Wie aus dem Formelmaterial ersichtlich, operiert die Variante II nicht mit den Trendquadratsummen, sondern mit den Differenzen der Quadratsummen der Polynome vom Grad r und (r-1) bzw. der Anzahl ihrer Glieder. Dadurch erhalten die durch die Erweiterung des Polynomes verursachten Veränderungen besonderes Gewicht. Die beobachteten F-Werte wurden in Tab.2 zusammengefaßt und mit den theoretischen Werten hinsichtlich ihrer Signifikanz verglichen.

Für jene Polynomgrade, deren errechneter F-Wert zum Teil wesentlich größer als der tabellierte F-Wert ist, würde nach formalstatistischen Gesichtspunkten gelten: Auf 5%-Niveau ist der multiple Korrelationskoeffizient signifikant von 0 verschieden. Anders ausgedrückt, ist (nach F II) die erklärte Varianz bei Verwendung der Polynomgrade 1, 2, 3, 5, 6, 8 und 10 signifikant größer als der nicht erklärte Varianzanteil. Vor allem im Hinblick auf die mit den anderen Verfahren gewonnenen Ergebnisse kann somit das Modell 8.Grades trotz der weiter oben geäußerten Bedenken als zumindest wahrscheinliche Lösung für eine „optimal" angepaßte Trendfläche angesehen werden. Die Abb.3 und 4 zeigen eine solche Trendfläche und ihre Residuen. Bei einer vergleichenden Auswertung der Residuenabweichungen von den tatsächlichen Blockgletscheruntergrenzen liegen 39,8 % der Residuen im Bereich von +/- 50m um den Beobachtungswert und immerhin noch 22,9 % innerhalb +/- 25m. Im Gegensatz dazu erbrachte das lineare Modell 27,5 % (100m Intervall) bzw. 13,6 % (50m Intervall) und das bei LIEB 1996 (Abb.48) verwendete Polynom 2.Grades 30,9 % (100m Intervall) bzw. 16,9 % (50m Intervall).

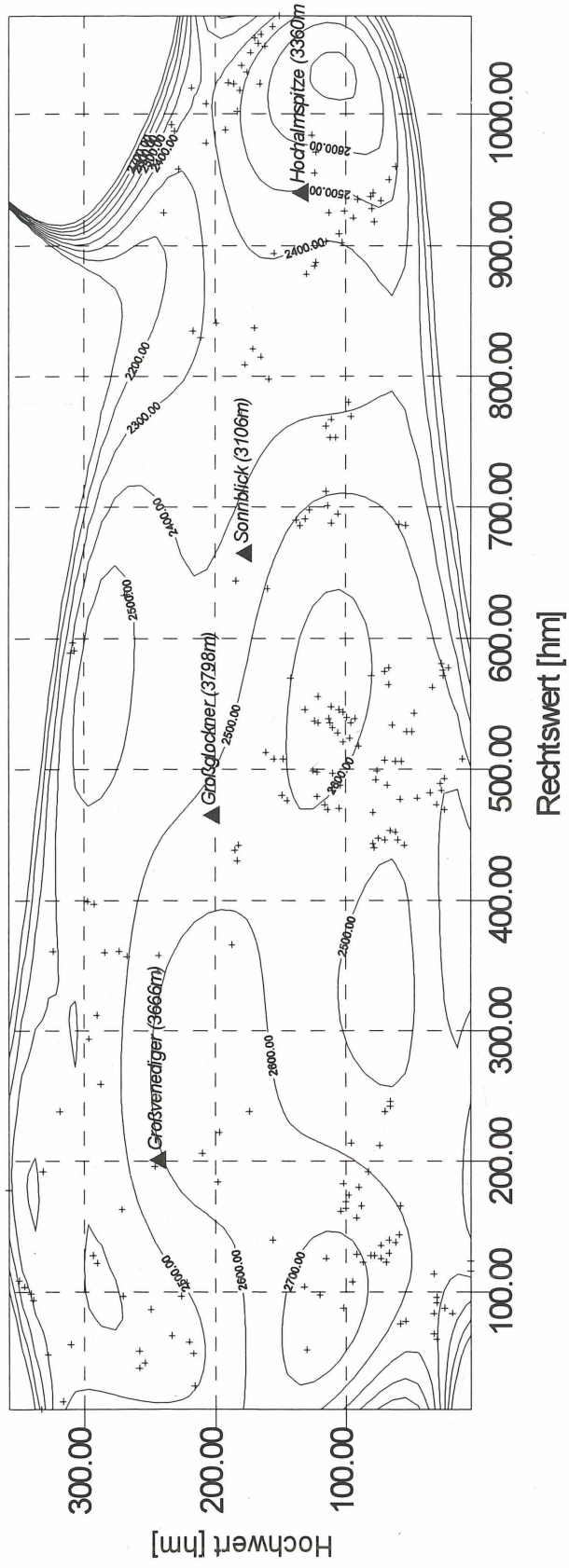
Tab. 2: Entwicklung der F-Werte in Abhängigkeit vom Polynomgrad
(Werte gerundet)

Polynomgrad	F (I) / (m_1,m_2)	Signifikanz (5%)	F (II) / (m_1,m_2)	Signifikanz (5%)
1	40,93 (2,233)	ja	27,29 (3,233)	ja
2	21,75 (5,230)	ja	6,89 (3,230)	ja
3	14,65 (9,226)	ja	4,21 (4,226)	ja
4	10,29 (14,221)	ja	1,90 (5,221)	nein
5	7,95 (20,215)	ja	1,92 (6,215)	ja
6	6,62 (27,208)	ja	2,08 (7,208)	ja
7	5,46 (35,200)	ja	1,26 (8,200)	nein
8	4,96 (44,191)	ja	2,17 (9,191)	ja
9	4,09 (54,181)	ja	0,55 (10,181)	nein
10	4,03 (65,170)	ja	3,34 (11,170)	ja

(m_1,m_2) = Anzahl der Freiheitsgrade der größeren Varianz (m_1) bzw. der kleineren Varianz (m_2).

Im Hinblick auf die Zielsetzung der Arbeit können folgende Schlüsse gezogen werden. Sprechen gewichtige Gründe wie etwa die Vergleichbarkeit mit anderen Arbeiten oder das Bemühen um die Extraktion grundlegender Variablentendenzen dafür, kann die Trendflächen-Analyse mit befriedigenden Ergebnissen angewandt werden. Dies gilt besonders bei Verwendung von Polynomen niederen Grades. Weiters zeigt sich, daß eine Erhöhung des Polynomgrades innerhalb bestimmter Grenzen zwar zu einer Verbesserung des Anpassungsmodelles führt, die Bestimmung ebendieser Grenzen jedoch aus formalstatistischer Sicht meist nur durch Hilfskonstrukte möglich wird. Diese Bedenken und die auch mit zunehmender Komplexität der Trendgleichung verhältnismäßig geringe Anpassungstreue von Trendflächen lassen andere Verfahren zur Variablenmodellierung (z.B. Kriging) zumindest diskussionswürdig erscheinen.

Abb.3: Untergrenzen der intakten Blockgletscher - Trendfläche achter Ordnung



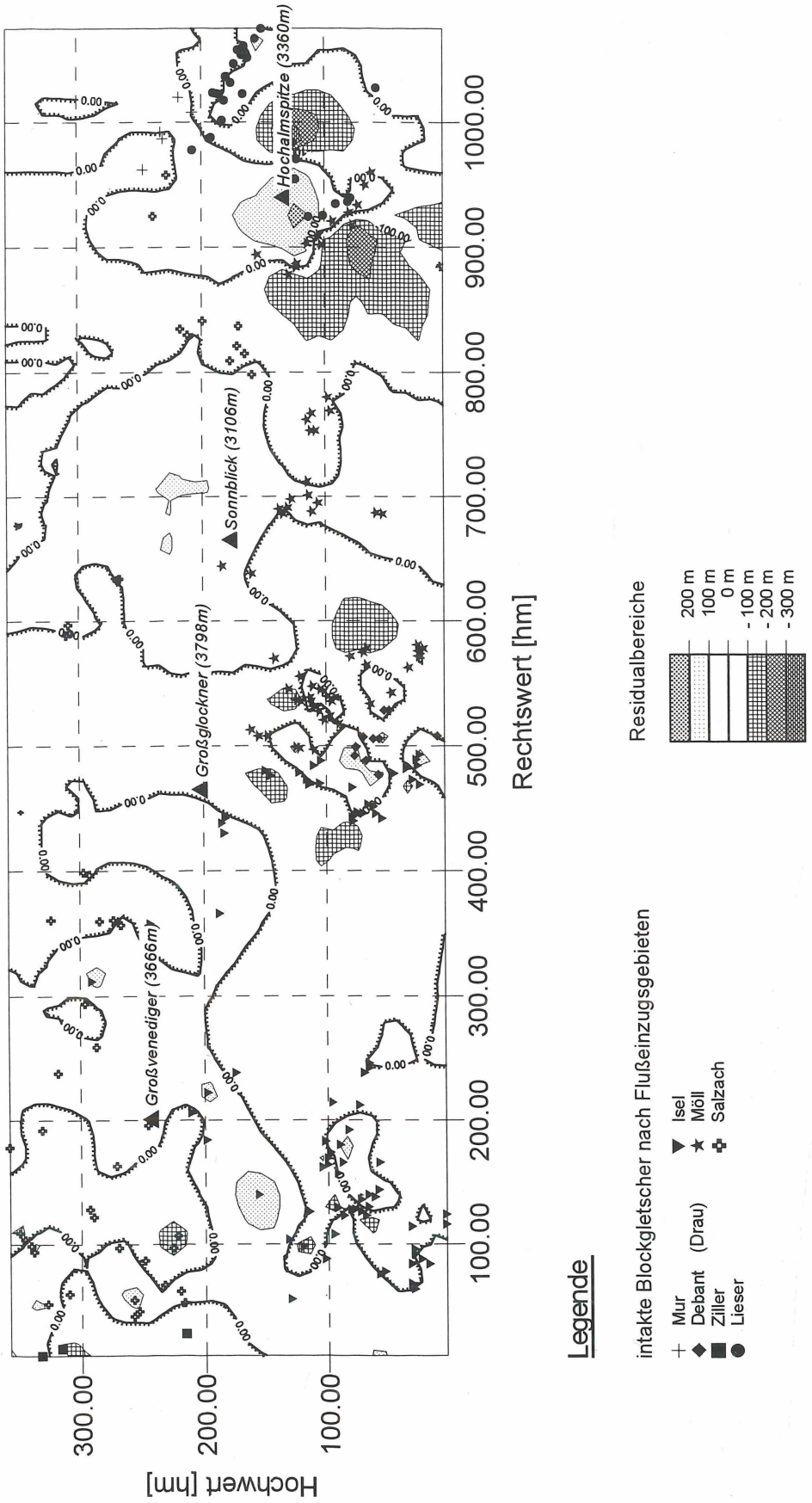
Erläuterungen

Grundlage der Darstellung ist ein an das österreichische Bundesmeldenetz (BMN) angelehntes, rechtwinkeliges Koordinatensystem. Zur Vereinfachung von Berechnung und Darstellung erfolgt die Angabe von Rechts- und Hochwerten in Hektometern bezogen auf einen imaginären Nullpunkt mit den BMN -Koordinaten ($^{3}55/^{1}95$). Zur leichteren Orientierung wurden zusätzlich ausgewählte Gipfel in die Abbildung aufgenommen.

Die Darstellung der Isarithmen erfolgte in Metern über NN. Zur Verbesserung der Übersichtlichkeit beschränkt sich die Betrachtung der Untergrenzen auf den plausiblen Höhenbereich zwischen 2000 und 3000 m. Die aus der Komplexität der Trendgleichung bzw. aus verschiedenen Kanteneffekten resultierenden (rein hypothetischen) Maxima und Minima wurden gekappt.

+ symbolisiert die Lagen der für die Berechnung herangezogenen intakten Blockgletscher.

Abb.4: Residuen der Untergrenzen intakter Blockgletscher - Trendfläche achter Ordnung



Für allgemeingültige Hinweise zu Abb. 3 und 4 siehe Erläuterungen zur Abb. 3.

Literatur

AGTERBERG, F. P., 1984: Trend Surface Analysis. - In: G. L. GAILE & C. J. WILLMOTT (Hrsg.): Spatial Statistics and Models, 147-171.

BARSCH, D., 1980: Die Beziehungen zwischen der Schneegrenze und der Untergrenze der aktiven Blockgletscher. - In: JENTSCH, C., & LIEDTKE, H. (Hrsg.): Höhengrenzen in Hochgebirgen. - Arb. aus dem Geogr. Inst. d. Univ. d. Saarlandes 29, 119-127.

CHAYES, F., 1970: On deciding whether trend surfaces of progressively higher order are meaningful. - Geological Society of America, Bulletin 81, 1273-1278.

COONS, R. L., WOOLARD, G. P. & HERSHERY, G., 1967: Structural significance and analysis of mid-continent gravity height. - Bulletin of the American Association of Petroleum Geologists 51, 2381-2399.

GRANT, F. A., 1957: A problem in the analysis of geophysical data. - Geophysics 22, 309-344.

HAGGETT, P., 1964: Regional and local components in the distribution of forested areas in southeast Brazil: a multivariate approach. - Geographical Journal 130, 356-380.

KRUMBEIN, W. C., 1956: Regional and local components in facies maps. - Bulletin of the American Association of Petroleum Geologists 40, 2163-2194.

KRUMBEIN, W. C., 1959: Trend surface analysis of contour type maps with irregular control point spacing. - Journal of Geophysical Research 64, 823-834.

KRUMBEIN, W. C., 1963: Confidence intervals on low-order polynomial trend surfaces. - Journal of Geophysical Research 68/20, 5869-5878.

LIEB, G.K., 1996: Permafrost und Blockgletscher in den östlichen österreichischen Alpen. - In diesem Band.

MANDELBAUM, H., 1963: Statistical and geological implications of trend mapping with non-orthogonal polynomials. - Journal of Geophysical Research 68/2, 505-519.

MILLER, R. L., 1956: Trend surfaces: their application to analysis and description of environments of sedimentation. - Journal of Geology 64, 425-446.

OLDHAM, C. H. G. & SUTHERLAND, D. B., 1955: Orthogonal polynomials: their use in estimating the regional effect. - Geophysics 20, 295-306.

STEINER, D., 1977: Grundsätzliches zur Trendflächen-Analyse. - In: Beiträge zur Trendflächen-Analyse. - Publikation des Geographischen Institutes der ETH Zürich, Publ.Nr. 58, 1-27.

WHITTEN, E. H. T., 1970: Orthogonal polynomial trend surfaces for irregular spaced data. - Journal of Mathematical Geology 2, 141-152.

Anschrift des Verfassers:

Mag. Josef GSPURNING
Institut für Geographie
Universität Graz
Heinrichstraße 36
A-8010 Graz

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Arbeiten aus dem Institut für Geographie der Karl-Franzens-Universität Graz

Jahr/Year: 1996

Band/Volume: 33_1996

Autor(en)/Author(s): Gspurning Josef

Artikel/Article: Trendflächen in der Geographie am Beispiel der Untergrenzen der intakten Blockgletscher in den Hohen Tauern 127-139