VIII.

Über die Biegungselastizität von Pflanzentheilen.

Von

Dr. Emil Detlefsen,

Gymnasiallehrer zu Wismar.

I. Theil, mit 11 Holzschnitten.

Als feste Körper setzen die Pflanzentheile Form- und Größenänderungen jeder Art, die ihnen durch äußere Kräfte aufgenöthigt werden, einen mehr oder minder namhaften Widerstand entgegen und sie kehren, wenn die äußeren Kräfte aufhören zu wirken, mehr oder minder vollständig wieder in ihren früheren Zustand zurück, was man bekanntlich als ihre Elastizität bezeichnet und wohl von ihrer Festigkeit unterscheiden muß. Denn die Festigkeit ist der Widerstand gegen eine vollständige Aufhebung des inneren Zusammenhanges zwischen den Theilen eines Körpers. Leider ist dieser Unterschied von manchen Botanikern, die über das Verhalten von Pflanzentheilen gegen äußere Kräfte geschrieben haben, durchaus nicht immer beachtet worden. Man braucht z. B. den Ausdruck »Biegungsfestigkeit« nicht selten in dem Sinne von »Biegungselastizität«, was nicht gerade zur Erleichterung des Verständnisses beiträgt. Wenn Jemand das Bedürfnis fühlt, sich unbestimmt auszudrücken, sollte er dies doch auch äußerlich durch die Wahl seiner Worte kenntlich machen, denn man schreibt doch für Leser, die das Geschriebene verstehen wollen, nicht aber für solche, die gerade das bewundern, was sie nicht recht verstehen können.

Da die Erscheinungen der Festigkeit von Pflanzentheilen eine theoretische Behandlung nicht zulassen, werde ich auf deren Besprechung hier verzichten, und nur dasjenige, was über ihre Elastizität und zwar speziell ihre Biegungselastizität bekannt ist, resp. sich aus bekannten Thatsachen ohne weiteres ergiebt, zusammenstellen. Daß ich gerade den Erscheinungen der Biegungselastizität eine eingehendere Behandlung zu Theil werden ließ, ist darin begründet, daß unter allen Veränderungen, die in den oberirdischen Theilen der Landpflanzen durch äußere formändernde Kräfte hervorgerufen werden, Biegungen so hervorragend und so augenfällig sind, daß sie besonders von jeher die Aufmerksamkeit der Beobachter auf sich gezogen haben. Von mathematischen Deduktionen konnte dabei nicht völlig Abstand genommen werden, ich hielt es im Gegentheil gerade für wesentlich, überall, wo die Natur des Gegenstandes es erforderte, in möglichst einfacher und elementarer Weise auf den Zusammenhang zwischen den Größen, die sich aus den Beobachtungen ergeben, hinzuweisen. Damit daß man dem Leser bloß die Gleichungen vorführt, durch welche dieser Zusammenhang mathematisch ausgedrückt wird, kann man dies nicht erreichen. Wenigstens müßte man doch die Voraussetzungen, unter denen diese Gleichungen abgeleitet worden, genau angeben.

Die Veränderungen im Innern eines gebogenen Körpers können von dreierlei Art sein: 1) Dimensionsänderungen; 2) Verschiebungen; 3) Drehungen. Änderungen der ersten Art, Ausdehnung und Zusammendrückung, und durch sie hervorgerufene Zug- und Druckspannungen findet man in jedem gebogenen Körper. Fast immer sind sie von kleinen gegenseitigen Verschiebungen der Theilchen des gebogenen Körpers und den entsprechenden Schubspannungen begleitet. Es läßt sich zwar für einen bestimmten biegenden Kräften ausgesetzten Körper von gegebenen Eigenschaften eine solche Anordnung und Verbindung seiner Elemente berechnen oder konstruiren, daß dabei Schubspannungen vollständig ausgeschlossen sind und also in einem solchen Körper nur noch Zug- und Druckspannungen wirken, aber ein derartiger Bau konnte bis jetzt in Pflanzentheilen noch nicht mit Sicherheit nachgewiesen werden. Wohl aber sind überaus zahlreiche Fälle bekannt, in denen man, so lange es sich um geringe Biegungen handelt, die Spannungen der zweiten Art gegenüber den durch Dimensionsänderungen hervorgerufenen füglich vernachlässigen kann. Um die Aufgabe nicht unnöthig zu kompliziren, sehe ich ab von einer Behandlung der so überaus häufig mit den Biegungen verbundenen Drehungen und der daraus hervorgehenden Torsionsspannungen. Hoffentlich bin ich später einmal in der Lage, diesen Gegenstand in einer besondern Arbeit zu behandeln.

Verhalten der Zellmembranen bei der Dehnung[1]), Elastizitätsmodulus.

Bekanntlich sind die Veränderungen, die ein Metallstück unter dem Einflusse äußerer Kräfte erleidet, fast unabhängig von der Dauer der Wirkung dieser Kräfte. Ein Stahldraht z. B., der am einen Ende belastet wird, während das andre fest eingespannt ist, verlängert sich so rasch und zeigt schon nach einer Sekunde nur noch so verschwindend kleine Längenänderungen, daß es gestattet ist, die eingetretene Veränderung als momentan

1) Vergl. Nägeli und Schwendener, Das Mikroskop. II. Aufl. p. 396 ff.

stattfindend zu betrachten, und daß man also die Längenänderung eines gedehnten Stahldrahtes bloß als abhängig von seinen Dimensionen, der Natur des Metalles und der Größe des Zuges, aber als unabhängig von der Dauer des letzteren ansehen kann. Ebenso werden nach der Entlastung die eingetretenen Verlängerungen fast momentan wieder ausgeglichen. Beides findet aber nur statt, wenn die Längenänderungen gering waren. In einem solchen Falle läßt sich für die Härte des elastischen Körpers, d. h. für die Größe des Widerstandes, den er einer Verlängerung entgegensetzt, ein einfacher arithmetischer Ausdruck finden. Wird nämlich eine vollkommen homogene elastische Stange, deren Querschnitt überall dieselbe Größe hat, durch einen in ihrer Längsrichtung wirkenden Zug ausgedehnt, dann besteht zwischen ihrer ursprünglichen Länge und der Größe ihrer Verlängerung dasselbe Verhältniß wie zwischen der Länge eines beliebigen Theiles der Stange und dessen Verlängerung, und dasselbe gilt natürlich auch für verschieden lange Stangen gleichen Querschnitts aus demselben Material, die dem Einfluß derselben dehnenden Kraft ausgesetzt werden.

Verlängert sich also eine Stange von 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt, wenn sie einem Zuge von 1 kg ausgesetzt ist, um $\frac{1}{E}$ m, wo E gewöhnlich eine ziemlich große Zahl ist, so ist, wie leicht ersichtlich, für eine Stange von der Länge L, die aus demselben Material besteht, überall denselben Querschnitt hat und demselben Zuge ausgesetzt ist, die Verlängerung gleich $\frac{L}{E}$. Durch Versuche mit derselben Stange unter dem Einflusse verschiedener Belastungen, die aber immer so klein gewählt werden müssen, daß keine dauernden Veränderungen eintreten, überzeugt man sich leicht[1]), daß die Verlängerungen, welche dieselbe Stange unter dem Einflusse ungleicher Belastungen erfährt, der Größe dieser Belastungen proportional gesetzt werden können. Da aber eine homogene Stange von Q qmm Querschnitt sich gegen eine sie dehnende Kraft P gerade so verhält, wie ein System von Q Stangen, von denen jede 1 qmm Querschnitt hat, durch eine Kraft $\frac{P}{Q}$ gedehnt wird und die dem entsprechende Verlängerung erleidet, so ist also die Verlängerung V einer Stange aus demselben Material wie die oben zum Ausgangspunkt dieser Betrachtungen genommene unter den angegebenen Bedingungen

$$V = \frac{L}{E} \; \frac{P}{Q}.$$

mithin

$$\frac{V}{L} = \frac{1}{E} \; \frac{P}{Q}, \text{ oder } \frac{V}{L} E = \frac{P}{Q}.$$

Es ist also zwischen der spezifischen[2]) Verlängerung $\frac{V}{L}$ und der spezi-

1) Vergl. Wertheim, »Untersuchungen über die Elastizität«. Poggendorff's Annalen, Ergänzungsband II.

2) Die spezifische Verlängerung ist die Verlängerung der Längeneinheit, die spezifische Spannung die Spannung der Querschnittseinheit.

fischen Spannung $\frac{p}{L}$ eine höchst einfache Beziehung vorhanden. So lange es sich um sehr geringe Längenänderungen handelt, ist nämlich die Zahl E als eine Konstante zu betrachten, deren Größe nur von der Natur des Materiales abhängt und die man als »Elastizitätsmodulus« bezeichnet. Bliebe der Elastizitätsmodulus konstant, dann müßten alle relativen Verlängerungen den relativen Belastungen proportional sein. Wie genaue Versuche, besonders mit Schmiedeeisen, Gußeisen und trocknem Holz angestellt[1]), ergaben, ist dies aber nicht der Fall, sondern die Verlängerungen wachsen etwas rascher als die Belastungen. Will man also E als Konstante beibehalten, so würde man das Verhalten eines Körpers bei der Dehnung ausdrücken können durch

$$\frac{P}{Q} = \frac{V}{L} E + \alpha \left(\frac{V}{L}\right)^2 E + \beta \left(\frac{V}{L}\right)^3 E,$$

wo dann α und β noch besondere, in Übereinstimmung mit den Versuchen zu berechnende und selbstverständlich für jede Substanz verschiedene Zahlen sind. Wenn $\frac{V}{L}$ ein kleiner Bruch ist, und das ist ja bei den Metallen immer der Fall, dann kann man, so lange es nicht auf sehr große Genauigkeit ankommt, das zweite und dritte Glied in der obigen Gleichung gleich 0 setzen.

Versuche, die zur genauen Bestimmung dieser wichtigen Zahl dienen könnten, sind für Pflanzengewebe meines Wissens nur von Wertheim und Chevandier gemacht worden[2]). Die Verfasser bestimmten die Elastizität des Holzes von 15 verschiedenen Baumarten zusammen an 94 Stämmen und zwar in 4 verschiedenen Zuständen, nämlich als frisches Holz und in 3 verschiedenen Stadien der Austrocknung. Die Holzstücke wurden in 3 verschiedenen Richtungen geschnitten: parallel den Fasern, in radialer und in tangentialer Richtung. Uns interessiren hier natürlich nur die ersteren Versuche, denn sie allein können zu einer Bestimmung des Elastizitätsmoduls der das Holz bildenden Zellmembranen dienen. Der Elastizitätsmodul wurde nicht bloß durch Ausdehnung von Streifen bestimmt, die bei quadratischem Querschnitt und 7 bis 10 mm Seite eine Länge von 2 m hatten, sondern auch nach einem von Chladni angegebenen Verfahren durch Bestimmung des Longitudinaltones dieser Streifen, und endlich noch durch Biegungsversuche mit 2 m langen, cylindrisch zugearbeiteten Stammstücken.

Die Verlängerungen und Längen wurden mit dem Kathetometer bis auf 0,01 mm genau gemessen. Die Verfasser theilen den Elastizitätsmodulus mit für einen Feuchtigkeitsgehalt des Holzes von 20%. Da sie aber für die Veränderung derselben mit der Veränderung des Feuchtigkeitsgehaltes

1) Vergl. Weisbach, »Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinenmechanik«. 5. Aufl. I. Th. »Theoretische Mechanik« p. 405 ff.

2) Poggendorff's Annalen. Ergänzungsband II, p. 481 ff. (eine wörtliche Übersetzung der Mittheilung in den Comptes rendus Tom. 23, 1846, p. 663 ff.).

eine Formel geben, die mit den Versuchen übereinstimmt, konnte ich die Zahlen leicht auf den Feuchtigkeitsgehalt von 23⁰/₀ umrechnen. Nach Sachs [1]) nehmen nämlich 100 g trockne Holzzellwand im Mittel 30 g Wasser bis zur Sättigung auf, also enthalten 100 g mit Wasser gesättigter Holzzellwand 23,0 g Wasser.

Ferner sind nach Sachs [2])

100 g trockne Holzwand = 61,1 ccm.

Daraus findet man das spez. Gewicht der mit Wasser getränkten Holzwand zu 1,38.

In den Tabellen von Wertheim und Chevandier [3]) sind die Elastizitätsmoduli für den äußern Querschnitt der Holzstücke berechnet. Da die Verf. aber auch die spezifischen Gewichte der von ihnen untersuchten Hölzer und eine Formel für deren Veränderung mit Zunahme des Wassergehaltes geben, kann man also die Elastizitätsmoduli für die Zellwände berechnen. Die so erhaltenen Zahlen würden freilich nur dann ganz korrekt sein, wenn im Holze keine Querwände vorkämen. Wegen der Querwände ist der von mir berechnete Querschnitt immer etwas größer als der bei der Dehnung wirksame Querschnitt, und in Folge dessen sind die berechneten Zahlen etwas zu klein. Da aber die aus verschiedenen Beobachtungsreihen sich ergebenden Zahlen für das Holz derselben Baumart nicht unerheblich differirten, da die Verf. sogar für Streifen, die an verschiedenen Seiten desselben Baumes in derselben Höhe aus denselben Jahresschichten genommen waren, etwas verschiedene Elastizitätsmoduli fanden [4]) und die mitgetheilten Zahlen Mittel aus den Resultaten sämmtlicher Versuche sind, die bis auf eine Dezimalstelle berechnet sind, glaubte ich der erwähnten Fehlerquelle genügend Rechnung getragen zu haben, indem ich von den berechneten Zahlen auch die Einer noch fortließ.

Die so erhaltenen Zahlen sind folgende

Kiefer [5])	1290
Traubeneiche [6]) . .	1390
Pappel (»Peuplier«) .	1440
Buche	1540
Birke	1600
Hagebuche	1870
Ahorn	1980
Ulme (»Orme«) [7]) . .	2090

1) Diese »Arbeiten« Bd. II, p. 307.

2) ibidem p. 330.

3) l. c. p. 484 und 487.

4) l. c. p. 493.

5) »Pin sylvestre«, in der Übersetzung an manchen Stellen als »Fichte« bezeichnet.

6) »Chêne à glandes sessiles«, also Quercus sessiliflora; in der Übersetzung steht: »Quercus robur«.

7) l. c. als »Hagebuche« bezeichnet.

Esche	2160
Sykomore	2240
Akazie (»Acacia«)[1]	2350
Espe	2350
Erle	2410
Tanne	2970
Mittel	1970

Selbstverständlich darf man das Mittel aus diesen Zahlen bei den bedeutenden Abweichungen nicht etwa so verwenden, daß man für eine verholzte Zellmembran, deren Elastizitätsmodulus man nicht kennt, denselben nun einfach diesem Mittel gleichsetzt.

Bei dem Bau des Holzes ist es von vornherein wahrscheinlich, daß der Widerstand von in radialer und tangentialer Richtung geschnittenen Holzstücken gegen eine Verlängerung viel kleiner ausfallen muß, als der Widerstand, den gleiche, longitudinal aus demselben Baum geschnittene Stäbe der gleichen Längenänderung entgegensetzen, denn eine Zellwand ist unter sonst gleichen Umständen um so mehr im stande, einen Theil der in einem Gewebe durch äußere Kräfte hervorgerufenen Spannungen aufzunehmen, je mehr ihre Richtung derjenigen parallel ist, in der die größten Veränderungen des gegenseitigen Abstandes zweier materiellen Punkte des gespannten Körpers stattfinden. Bei dem gleichen äußeren Querschnitt und der gleichen Länge erfahren longitudinal, radial und tangential geschnittene Holzstäbe von Abies pectinata (»Sapin distique«) dieselbe Verlängerung, wenn die Zugkräfte, die in ihrer Längsrichtung wirken, sich verhalten wie 1 : 0,085 : 0,031[2].

Ich erinnere mich nicht, diese Versuche, die auch jetzt nach 38 Jahren noch wie eben gezeigt brauchbare Zahlen ergeben, in der neueren botanischen Litteratur erwähnt gefunden zu haben, wohl aber findet man sehr oft erwähnt die Versuche von Schwendener[3], Th. v. Weinzierl[4] und Ambronn[5]. Da die genannten Beobachter aber nicht den gegenseitigen Abstand zweier auf oder an dem untersuchten Objekt angebrachten Marken, sondern den Abstand der beiden Schraubzwingen, in welche das Objekt eingeklemmt war, gemessen haben, kann ich diese Versuche hier leider schon deshalb nicht brauchen, denn ich wage nicht zu behaupten, daß die gemessenen Abstandsänderungen immer den Dimensionen des Objektes entsprachen. Außerdem ist in allen Bestimmungen des Elastizitätsmodulus durch Aus-

1) Wie der Zusammenhang wahrscheinlich macht, ist wohl die Robinie gemeint.

2) Berechnet nach Wertheim und Chevandier l. c. p. 486 und 488.

3) »Das mechanische Prinzip im anatomischen Bau der Monocotylen«. 1874.

4) »Beiträge zur Lehre von der Festigkeit und Elastizität vegetabilischer Gewebe und Organe«. Sitzungsber. d. W. A. d. W. Jahrg. 1877.

5) »Über die Entwicklungsgeschichte und die mechanischen Eigenschaften des Collenchyms« Pringsh. Jahrb. Bd. XII.

dehnung von aus Pflanzentheilen herausgeschnittenen schmalen Streifen eine sehr schlimme Fehlerquelle dadurch enthalten, daß es niemals gelingt, die Differenzen in der Größe der Querschnitte genügend klein zu erhalten, und daß natürlich in Folge dessen die spezifische Spannung und also auch die spezifische Ausdehnung nicht überall dieselbe Größe hat. Aber selbst angenommen, diese Differenzen seien genügend klein, um vernachlässigt werden zu können, immer machen sich doch die Differenzen in der Querschnittsgröße sehr bemerkbar, wenn man nun den Elastizitätsmodul aus den Daten des Versuchs mit Hilfe der obigen Gleichung $\left(\frac{V}{L}E=\frac{P}{Q}\right)$ berechnen will.

Beispiel:

Ein Streifen aus einem der unteren Internodien von Phragmites communis wurde mit seinen Enden in ein paar Schraubzwingen aus Messing von 13 g Gewicht befestigt (am 2. Okt. 1883). Jede der Schraubzwingen hatte in der Mitte eine runde Öffnung. Die obere wurde an einem von der Decke herabhängenden Eisendraht befestigt, die untere trug eine leichte, zur Aufnahme der Gewichte dienende Schale, die während der ganzen Dauer des Versuchs an ihr verblieb. Aus einem hochstehenden Gefäß mit Wasser war ein Baumwollenfaden an das obere Ende des Riemens angelegt, wodurch er beständig naß gehalten wurde. An dem Riemen waren oben und unten aus Insektennadeln gefertigte Klemmen horizontal befestigt. Dieselben sind so äquilibrirt, daß ihr Schwerpunkt an der Stelle liegt, wo sie den Riemen umfassen. Befestigt man diese Klemmen in derselben Weise an einem vertikal gespannten Menschenhaar, so bleiben sie, wie ich mich vorher überzeugte, selbst bei Erschütterungen in ihrer Lage. Unter der Wagschale befand sich eine Arretirungsvorrichtung sehr einfacher Art, bestehend aus einem Tischchen mit hoch und niedrig stellbarer Platte. Vor jeder Belastung wurde dieselbe gehoben, bis die Schale auf ihr ruhte, und nach dem Auflegen der Gewichte wurde sie langsam herabgelassen.

Die Verlängerungen beobachtete ich mit einem Kathetometer, das auf einem an der Wand befestigten eisernen Tisch aufgestellt war. Der Nonius des Kathetometers giebt $^1/_{10}$ mm an.

Länge (d. h. Abstand der Spitzen) 218,6 mm.

Last	Verlängerung
0,5 k	0,1 mm
1,0 -	0,2 -
3,0 -	0,6 -

Die Verlängerungen und ebenso die Verkürzungen bei der Entlastung sind innerhalb der Grenzen des Versuchs momentan.

Nun wurden mehrere Querschnitte angefertigt und mit der Camera lucida genau auf gleichmäßig gearbeiteten Karton gezeichnet, dann ausgeschnitten und gewogen. Durch Wägung eines Kartonstückes von rechteckiger

Form, dessen eine Seite gleich dem Bilde einer Linie von 0,5 mm Länge, bei demselben Objektiv und derselben Lage des Kartons zur Camera, dessen andre Seite dem Bilde einer Linie von 1 mm Länge gleich war, hatte ich somit die Möglichkeit, die Größe der gezeichneten Querschnitte zu berechnen. Bei stärkerer Vergrößerung gezeichnete Bilder, aus denen die Zelllumina herausgeschnitten wurden, und Wägung der Stücke setzten mich in den Stand, das Verhältniß von Wandquerschnitt und Gesammtquerschnitt zu finden und somit die untersuchten Querschnitte auf die Größe der Zellwandquerschnitte zu reduziren. Wenn man sorgfältig arbeitet, ist der Fehler kleiner als $^1/_{100}$ des Betrages. So fand ich im vorliegenden Falle den kleinsten Querschnitt zu 0,437 qmm, den größten zu 0,538 qmm.

Der daraus berechnete Elastizitätsmodulus liegt zwischen 2000 und 2300.

Dagegen sind Versuche dieser Art sehr brauchbar, um das Verhalten eines Pflanzentheils bei zunehmender Dehnung zu beobachten.

Streifen aus der Rinde von Cannabis sativa, ♀ Pfl. Versuchsanstellung wie oben.

Zeit	Last	Länge	Verlängerung
11. Okt. 83 8^h am	0 k	958,6 mm	
9^h 33	0,5 -		
9^h 38		958,8 -	0,2 mm
9^h 51	0,0 -		
9^h 56		958,6 -	0,0 -
4^h 5 pm	1,0 -		
4^h 10		961,0 -	2,4 -
4^h 25		961,1 -	2,5 -
4^h 26	0,0 -		
4^h 31		959,1 -	0,5 -
4^h 36		958,8 -	0,2 -
4^h 46		958,8 -	0,2 -
4^h 50			
	1,25 -		
4^h 55		961,7 -	2,9 -
5^h 5		961,8 -	3,0 -
5^h 10		961,85 -	3,05 -
5^h 10	0,0 -		
5^h 15		959,9 -	0,9 -
5^h 30		959,1 -	0,5 -
12. Okt. 11^h 10 am		958,8 -	0,2 -

Bei größeren Belastungen treten »elastische Nachwirkungen« ein, d. h. dies spez. Verlängerung ist jetzt nicht bloß eine Funktion der spez. Spannung, sondern auch eine Funktion der Zeit, und ebenso ist die Annäherung an den früheren Zustand nicht momentan, sondern es dauert eine geraume Zeit, bis nach der Entlastung ein stabiler Zustand wieder erreicht wird.

Die Steifheit der Pflanzenorgane.

Den Widerstand, den ein fester Körper einer Biegung entgegensetzt, nennt man seine Steifheit. Jeder Spaziergang giebt uns Gelegenheit, zu erkennen, daß die Steifheit verschiedener Pflanzenorgane sehr ungleich ist. Während der leiseste Wind die Blätter und Halme des Schilfes in Bewegung setzt, ist selbst ein heftiger Sturm kaum im stande, den mächtigen Stamm einer vielhundertjährigen Eiche merklich zu biegen.

Es gewährt ein besonderes Interesse, den Zusammenhang zwischen dem anatomischen Bau eines Pflanzentheiles und seiner Steifheit aufzusuchen, wenn man auch wegen der komplizirten Verhältnisse im Pflanzenkörper nicht erwarten kann, daß es möglich sei, die Steifheit eines Pflanzenorganes mit derselben Genauigkeit, wie etwa diejenige einer eisernen Gitterbrücke zu berechnen.

Wir betrachten zunächst die bei der Biegung eines spannungslosen, homogenen und isotropen[1]) geraden[2]) Körpers auftretenden Dimensionsänderungen und die diesen entsprechenden Spannungen. Alle biegenden Kräfte sollen untereinander parallel sein und senkrecht gegen die Achse des Körpers wirken.[3])

Da in einem gebogenen geraden Körper stets die konkav werdende Seite zusammengedrückt, die konvexe dagegen ausgedehnt ist, folgt daraus mit Nothwendigkeit, daß zwischen beiden eine Schicht vorhanden sein muß, die weder ausgedehnt noch zusammengedrückt ist, sondern noch ihre ursprüngliche Länge hat. Man nennt sie die neutrale Faserschicht, ihren Durchschnitt mit der Ebene, in der die biegenden Kräfte wirken, die neutrale Achse. Durch die Form der neutralen Achse (mit dem besonderen Namen »elastische Linie« bezeichnet) ist zugleich die Formänderung des gebogenen Körpers bestimmt.

Es sei $ABCD$ (Fig. 1) ein an einem Ende AB in horizontaler Richtung befestigter Körper von den genannten Eigenschaften. Es wirken auf ihn in der Ebene des Papieres die biegenden Kräfte P_0, P_1, P_2, P_3, ferner sein eigenes Gewicht, angreifend in seinem Schwerpunkte, und der Gegendruck der Wand, in der er jenseits AB befestigt ist. NN_1 ist die neutrale Achse, EF ein beliebiger Querschnitt des Körpers. Das Gewicht des Stückes $EFDC$ sei gleich p und sein Schwerpunkt sei S. Die statischen Momente[4]) der

---

1) Isotrop nennt man einen Körper, der in der Richtung jeder beliebigen durch ihn hindurch gelegten geraden Linie dieselben Eigenschaften zeigt.

2) Gerade ist ein Körper dann, wenn man durch ihn eine beliebige Anzahl von untereinander parallelen Schnitten legen kann, deren Mittelpunkte sämmtlich in einer geraden Linie der Achse des Körpers liegen.

3) Bei der nachfolgenden Darstellung bin ich im wesentlichen der hübschen Behandlung des Gegenstandes in Weisbach, Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinenmechanik, 5. Aufl., Bd. I, p. 421 ff. gefolgt.

4) d. h. diejenigen Kräfte, die angreifend an einer Linie, die zu ihrer Richtung senk-

Kräfte p, P_0, P_1, P_2 in Bezug auf den in der neutralen Achse liegenden Punkt G der Ebene EF sind $p \cdot \overline{GK}$, $P_0 \cdot \overline{GL}$, $P_1 \cdot \overline{GI}$ u. s. w. Setzt man

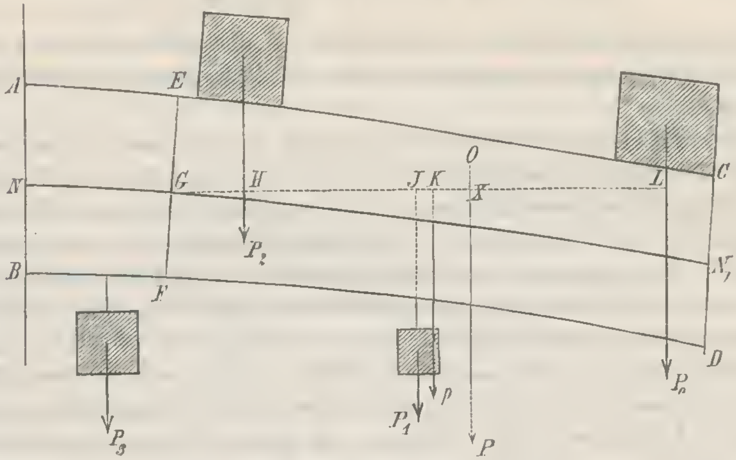

Fig. 1.

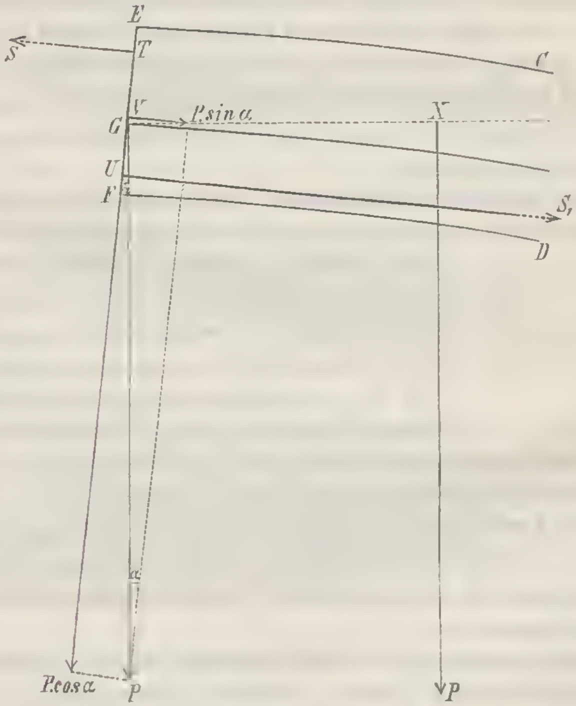

Fig. 2.

---

recht ist, im Abstande 1 von G dieselbe Wirkuug hervorbringen, wie p im Abstande GK, P_0 im Abstande GL u. s. w.

$$P = p + P_0 + P_1 + \cdots,$$

so ist es immer möglich, einen Abstand GX zu bestimmen, so daß

$$P \cdot \overline{GX} = p \cdot \overline{GK} + P_0 \cdot \overline{GL} + P_1 \cdot \overline{GI} + P_2 \cdot \overline{GH}.$$

$P \cdot \overline{GX}$, das statische Moment sämmtlicher auf der einen Seite des Querschnittes EF wirkenden biegenden Kräfte, wird im Folgenden immer mit M bezeichnet.

Über die auf EF wirkenden Spannungen orientirt man sich am besten in folgender Weise: Man denke sich den gebogenen Körper in EF durchgesägt (Fig. 2) und untersuche nun, welche äußeren Kräfte auf EF wirken müssen, um den der Kraft P vom statischen Momente M unterliegenden Körper im Gleichgewicht zu halten. Zunächst ist es klar, daß EF einen nach unten gerichteten Zug, der parallel und gleich P ist, auszuhalten hat, daß also auf EF, wenn Gleichgewicht bestehen soll, ein der Kraft P gleicher, aber ihr entgegengesetzt gerichteter Druck wirken muß, dessen Mittelpunkt V, dessen Winkel mit der Ebene $EF = \alpha$ ist. Es empfiehlt sich, diese Kraft in 2 Komponenten zu zerlegen, von denen die eine von der Größe $P \cdot \cos \alpha$ der Ebene EF parallel, die andre, deren Größe $P \cdot \sin \alpha$, zu dieser Ebene senkrecht ist. Je kleiner der Winkel α ist, desto mehr nähert sich die Größe $P \cdot \sin \alpha$ dem Werthe O und $P \cdot \cos \alpha$ dem Werthe P, so daß es also für äußerst geringe Formänderungen des gebogenen Körpers gestattet ist, die in EF der Kraft $P \cdot \cos \alpha$ entgegenwirkende Schubspannung P_1 (in der Fig. 2 nicht angegeben) gleich P, den senkrecht gegen EF wirkenden Zug dagegen gleich O zu setzen.

P und P_1 bilden ein Kräftepaar. So bezeichnet man nämlich zwei gleiche und parallele, aber entgegengesetzt gerichtete Kräfte, die auf einen frei beweglichen Körper einwirken. Wäre P kleiner als P_1, dann ließe sich immer für eine Kraft $p = P - P_1$ ein Angriffspunkt bestimmen, in dem dieselbe wirkend den beiden P und P_1 das Gleichgewicht hielte (Fig. 3). Je mehr aber P_1 sich der Größe P nähert, desto kleiner wird p und desto weiter entfernt sich sein Angriffspunkt von x, bis endlich für $P_1 = P$ die Kraft $p = O$, die Länge des Hebelarmes, an dem sie wirkt, aber unendlich wird. Es giebt also keine einzelne Kraft, die einem auf einen frei beweglichen Körper wirkenden Kräftepaar das Gleichgewicht hielte. Wohl aber kann dies durch ein andres Kräftepaar von gleichem Momente und entgegengesetzter Drehungsrichtung geschehen.

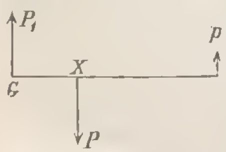

Fig. 3.

Alle auf der konvexen Seite der neutralen Achse liegenden Theile des gebogenen Körpers sind gedehnt. Die in ihnen wirkenden Spannungen lassen sich zu einer in T (Fig. 2) angreifenden Resultirenden S vereinigen. Ebenso geben die Druckspannungen auf der andern Seite der neutralen Achse eine in U angreifende Resultirende S_1. Da S und S_1 zusammen dem

Kräftepaar PP_1 das Gleichgewicht halten, müssen sie selbst ebenfalls ein Kräftepaar bilden, also $S_1 = - S$ oder

$$S + S_1 = 0,$$

und deren Moment $S \cdot \overline{TU} = M$.

Welches auch die Form des Körpers sei, den man der Biegung unterwerfen will, immer kann man sich in gleichem Abstande von EF zwei unter sich und mit EF parallele Ebenen ab und cd (Fig. 4) in so geringer Entfernung voneinander durch denselben hindurch gelegt denken, daß es gestattet ist, das hierdurch aus dem geraden unbelasteten Körper herausgeschnittene Stück als ein Prisma mit der Grundfläche ab zu betrachten, die natürlich jede beliebige Form haben kann (unsre Figur zeigt ja nur einen Durchschnitt durch den Körper in der Ebene der Krümmung und daher alle Ebenen, die zu dieser senkrecht sind, als gerade Linien). Man denke sich ferner den Körper $abdc$ durch Ebenen, die seiner Achse parallel und auf der Ebene der Krümmung senkrecht sind, in eine so große Anzahl von Streifen zerlegt, daß es möglich ist, den Unterschied in der Verlängerung resp. Verkürzung der Ober- und Unterseite jedes Streifens bei der Biegung zu vernachlässigen. Schon bei den in Fig. 4 und 5 gewählten Dimensionen sind die Durchschnitte der einzelnen Streifen von Rechtecken für das Auge nicht mehr unterscheidbar. Läßt man nun dadurch, daß man die den Körper schneidenden Ebenen immer dichter aneinander rückt, Höhe und Breite jedes Streifens immer mehr abnehmen, so verschwindet auch der Fehler im Resultate der Rechnung, der dadurch entsteht, daß man als alleinige Veränderung jedes Streifens während der Biegung je nach seiner Lage zur neutralen Faserschicht bloß eine Verlängerung oder Verkürzung annimmt, endlich vollständig. Denn ein Fehler, der kleiner als jede angebbare Größe wird, ist eben kein Fehler mehr.

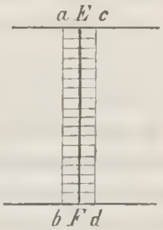

Fig. 4.

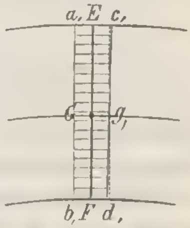

Fig. 5.

Zieht man durch g_1 (Fig. 5), den Schnittpunkt von $c_1\,d_1$ mit der neutralen Achse, eine Linie parallel $a_1 b_1$, so ist der Abstand dieser Linie von $c_1\,d_1$ an jeder Stelle gleich der dort vorhandenen Längenänderung, und es ist ohne weiteres klar, daß die Längenänderungen der einzelnen Streifen ihren Abständen von der neutralen Achse proportional sind. Nimmt man also die ursprüngliche Länge der Streifen als Einheit und bezeichnet dem entsprechend die Verlängerung eines Streifens, dessen Entfernung von der neutralen Achse dieser Einheit gleich ist, mit v, so sind die Verlängerungen von Streifen, die in den Abständen s_0, s_1, s_2 u. s. w. von der neutralen Achse liegen

$$v\,s_0,\ v\,s_1,\ v\,s_2 \text{ u. s. w.}$$

Nimmt man diese Ausdrücke für die konvexe Seite positiv, so müssen sie natürlich für die konkave Seite negativ werden. Es seien die Querschnittsflächen der einzelnen Streifen F_0, F_1, F_2, $\cdots$, der Elastizitätsmodulus der Substanz E. Da wir hier ja nur sehr geringe Biegungen betrachten, bei denen die Dimensionsänderungen der einzelnen Streifen so gering sind, daß die dadurch hervorgerufenen Spannungen als diesen Dimensionsänderungen proportional betrachtet werden können, ist also die Kraft, mit der jeder Streifen sich zu verkürzen resp. zu verlängern strebt

$$s_0\, v\, F_0 E,\quad s_1\, v\, F_1 E,\quad s_2\, v\, F_2 E, \cdots\cdots$$

Es ist aber die Summe dieser Spannkräfte

$$vE\, s_0\, F_0 + vE\, s_1\, F_1 + vE\, s_2\, F_2 + \cdots\cdots = S + S_1 = 0,$$

also auch die Summe der statischen Momente für die einzelnen Elemente der Querschnittsfläche

$$s_0\, F_0 + s_1\, F_1 + s_2\, F_2 + \cdots = 0,$$

d. h. die neutrale Achse geht durch die Schwerpunkte aller Querschnittsflächen. Dies gilt natürlich nur unter den obigen Voraussetzungen. Hat z. B. der Elastizitätsmodul für sämmtliche im gebogenen Körper vorkommenden Längenänderungen nicht denselben Werth, oder ist der Neigungswinkel der Querschnittsfläche des gebogenen Körpers gegen die Richtung der biegenden Kräfte so groß, daß es nicht mehr gestattet ist, seinen Sinus gleich 0 zu setzen, oder darf man die in Folge der Biegung auftretenden kleinen gegenseitigen Verschiebungen der Elemente des gebogenen Körpers nicht, wie dies eben geschehen ist, vernachlässigen; in diesen und vielen andern Fällen liegen neutrale Achse und geometrische Achse des gebogenen Körpers im allgemeinen nicht an derselben Stelle.[1])

Soll in dem hier betrachteten Körper Gleichgewicht bestehen, so muß die Summe der statischen Momente der in den gedrückten und gedehnten Streifen wirkenden Spannkräfte der Größe M gleich sein. Diese statischen Momente sind

$$s_0 \cdot s_0\, F_0\, vE,\quad s_1 \cdot s_1\, F_1\, vE \text{ u. s. w.},$$

ihre Summe

$$(s_0^2\, F_0 + s_1^2\, F_1 + s_2^2\, F_2 + \cdots\cdot)\, vE = M.$$

Die Summe der Produkte aus den Querschnittselementen und den Quadraten ihrer Abstände von der neutralen Faserschicht muß in jedem besondern Falle durch Integration bestimmt werden. Man bezeichnet sie mit W und nennt sie das Maß des Biegungsmomentes.

Zur Bestimmung von v verlängere man die beiden konvergirenden Linien $a_1\, b_1$ und $c_1\, d_1$ in Fig. 5, bis sie sich schneiden. Ihr Schnittpunkt ist der Mittelpunkt des Berührungskreises der elastischen Linie im Punkte G, d. h. desjenigen Kreises, der von allen am meisten in seiner Form sich der-

1) Schwendener hat dies offenbar übersehen, denn er sagt l. c. p. 20 von der neutralen Achse: »Dieselbe geht stets durch die Schwerpunkte sämmtlicher Querschnittsflächen«.

jenigen der elastischen Linie im Punkte G annähert. r, der Radius des Berührungskreises, giebt ein Maß für die Krümmung der elastischen Linie in G. Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke folgt, daß sich die Verlängerungen der einzelnen Streifen zu ihren Abständen von der neutralen Achse verhalten wie ihre ursprüngliche Länge zu r. Nun haben wir aber die ursprüngliche Länge der Streifen gleich 1 gesetzt, und v ist die Verlängerung eines Streifens, dessen Abstand von der neutralen Achse 1 ist, also

$$v : 1 = 1 : r,$$

$$v = \frac{1}{r}.$$

Mithin:

$$\frac{WE}{r} = M \text{ oder } r = \frac{WE}{M}.$$

Durch den Krümmungsradius ist natürlich die Form der elastischen Linie genau bestimmt.[1]) Je größer für denselben Querschnitt eines gebogenen Körpers M wird, desto kleiner ist r, d. h. desto stärker die Krümmung. Umgekehrt kann man natürlich auch sagen: die Kraft, mit der ein gebogener gerader Körper sich gerade zu strecken strebt, wächst für jeden Querschnitt mit der Zunahme der Krümmung. Will man also die Steifheit zweier verschiedenen Körper vergleichen, so muß man fragen, wie verhalten sich die Momente der biegenden Kräfte, durch die beiden dieselbe äußerst geringe Krümmung aufgenöthigt wird?

Da die Krümmungsradien gleich sind, ist in diesem Falle

$$\frac{WE}{M} = \frac{W_1 E_1}{M_1} \text{ oder } \frac{M}{M_1} = \frac{WE}{W_1 E_1},$$

d. h. die Momente der biegenden Kräfte verhalten sich wie die Produkte aus dem Maß des Biegungsmomentes und dem Elastizitätsmodulus. Man nennt deshalb dieses Produkt auch geradezu das Biegungsmoment des Querschnittes. Durch das Biegungsmoment seines Querschnittes ist also die Steifheit eines Körpers numerisch bestimmbar, wenn man das Biegungsmoment eines andern Körpers und dessen Steifheit als Einheit annimmt. Es geben uns z. B. für homogene, isotrope, gerade, spannungslose Körper kongruenten Querschnittes, die aber aus ungleichem Material bestehen, die Elastizitätsmoduli Maße für ihre Steifheit. In folgender Tabelle wurde die Steifheit eines Körpers aus chemisch reinem Blei gleich 1 gesetzt.

Material	E[2])	Steifheit
Blei gegossen . . .	1775	1
Zinn, ausgezogen . .	3840	2,16
Silber, - . .	7358	4,15
Kupfer, - . .	12449	7,01
Schmiedeeisen . .	20869	11,76
Feiner Gußstahl . .	29200	16,45

1) Für manche praktische Zwecke ist es nöthig, die Größe der Durchbiegung y in einem gegebenen Abstande x vom Befestigungspunkte, oder diejenige des Neigungswinkels α an dieser Stelle zu kennen. Diese Größen kann man, wenn r gegeben ist, immer durch Rechnung finden.

2) Die Elastizitätsmnduli sind mit Ausnahme desjenigen für feinen Gußstahl (nach

Vergleicht man damit die oben für die Substanz der Holzzellen von Bäumen mitgetheilten Elastizitätsmoduli, die zwischen 1300 und 3000 liegen, da kommt man zu dem wohl kaum erwarteten Resultat, daß die Steifheit eines Baumstammes im günstigsten Falle (Tanne) fast so groß ist, als ob diese Konstruktion aus Holzsubstanz in völlig gleicher Weise und mit dem gleichen Materialaufwande aus Zinn ausgeführt wäre. Von vielen Bäumen ist dieselbe aber geringer als die Steifheit einer kongruenten Konstruktion aus reinem Blei.

Sind andrerseits für aus gleichem Material bestehende Körper die Querschnitte verschieden, resp. hat derselbe Körper nicht überall denselben Querschnitt, dann ist die Steifheit durch das Maß des Biegungsmomentes bestimmt: $\frac{M}{M_1} = \frac{W}{W_1}$.

Beispiel:

Aus dem gleichen Material seien gleich lange und gleich schwere massive Stäbe von regelmäßig polygonalem Querschnitt hergestellt. Die nachfolgende Tabelle giebt deren Steifheit, wobei die Steifheit eines massiven Cylinders von gleichem Querschnitt willkürlich gleich 1 gesetzt wurde.

Querschnittsform	W[1])	Steifheit
Kreis	0,079578 Q^2	1
Dreieck	0,096225 Q^2	1,2092
Quadrat	0,083333 Q^2	1,0472
Fünfeck	0,080928 Q^2	1,0170
Sechseck . . .	0,080188 Q^2	1,0077
Siebeneck . . .	0,079894 Q^2	1,0040
Achteck	0,079759 Q^2	1,0023
Neuneck . . .	0,079689 Q^2	1,0014
Zehneck . . .	0,079650 Q^2	1,0009

Man bemerkt, daß von allen prismatischen Stäben mit regelmäßigem Querschnitt der dreikantige die größte Steifheit hat, und daß die Steifheit abnimmt, je mehr sich die Stäbe in ihrer Form dem Cylinder annähern.

Wie mag es wohl kommen, daß die größte Mehrzahl der Pflanzenstengel annähernd cylindrisch ist, während doch dreikantige oder vierkantige

WEISBACH l. c. Bd. I p. 416) nach WERTHEIM (POGGENDORFF's Annalen, Ergänzungsbd. II p. 59 und 60).

1) Bezeichnet man mit Q die Querschnittsgröße und mit n die Seitenzahl eines regulären Polygons, so ist

$$W = Q^2 \frac{1 + 2 \cdot \cos^2 \frac{\pi}{n}}{6n \cdot \sin 2 \frac{\pi}{n}}.$$

Nach dieser Formel, die im Grenzfalle ($n = \infty$, Cylinder) übergeht in $W = Q^2 \frac{1}{4\pi}$, sind die mitgetheilten Werthe berechnet.

SCHWENDENER giebt l. c. p. 23 eine ähnliche Tabelle, die dort angegebene Zahl für den dreikantigen Balken ist falsch.

Stengel bei dem gleichen Materialaufwande eine größere Steifheit besitzen? Es zeigt dieses Beispiel, daß im Pflanzenkörper die Herstellung der erforderlichen Steifheit durchaus nicht immer mit möglichst geringem Materialaufwande stattfindet, daß eben auch andere Faktoren beachtet werden müssen, wenn man den Bau eines Pflanzenstengels recht verstehen will. Wer in mechanischen Dingen wenig bewandert ist, könnte glauben, ein dreikantiger Balken unterscheide sich dadurch von einem cylindrischen, daß er einem zentral gerichteten Drucke, je nachdem dieser Druck eine Wandfläche senkrecht trifft oder nicht, einen völlig ungleichen Widerstand entgegensetze, was auch bei den übrigen Polygonen der Fall sein müsse, beim Cylinder aber natürlich wegfalle. In diesem Irrthum würde er dann noch bestärkt werden durch eine Äußerung SCHWENDENER's (l. c. p. 23: »Die Richtung der biegenden Kraft wurde hier der Einfachheit wegen rechtwinklig zu einer Seite des Polygons angenommen«), die mir völlig unverständlich geblieben ist, da SCHWENDENER doch ganz bestimmt gewußt hat, daß ein isotroper, gerader, spannungsloser Stab mit regelmäßig polygonalem Querschnitt der Biegung durch eine rechtwinklig zur neutralen Achse gerichtete Kraft konstanten Momentes an demselben Querschnitt stets denselben Widerstand entgegensetzt, einerlei ob die Kraft senkrecht oder schief gegen eine Seitenfläche oder gegen eine Kante wirkt.[1])

Übrigens gestattet dieser Satz noch eine allgemeinere Fassung, in der er, angewandt auf unsern Gegenstand, folgendermaßen formulirt werden kann:

Streng radiär gebaute gerade Pflanzenorgane haben allseitig die gleiche Steifheit.

Nachfolgender Versuch möge zur Illustration des Gesagten dienen: Ein aus 3 Internodien bestehendes gerades Stück eines blühenden Sprosses von Lamium album, 15 cm lang, wurde an seinem basalen Ende horizontal in einem Halter befestigt, durch dessen Drehung auch das Versuchsobjekt um seine Achse gedreht werden konnte. An der Spitze des Objektes war eine Nähnadelspitze horizontal befestigt, deren Stellung mit dem Kathetometer beobachtet wurde. Zur Aufnahme der Belastung diente ein an 4 dünnen Seidenfäden aufgehängtes Glimmerblättchen. Einer der Fäden bildete eine Schlinge, die fest um die Spitze des Objekts geschlungen war. Da ich die Last (0,2 g) immer nur kurze Zeit (höchstens 5 Minuten lang) wirken ließ, und da die Durchbiegungen immer sehr gering waren, war von elastischer Nachwirkung nichts zu bemerken. Ich konnte also die Beobachtungen sehr rasch aufeinander folgen lassen. Es ergab sich, sowohl wenn der Sproß mit einer Fläche als auch wenn er mit einer Kante nach unten lag, dieselbe Durchbiegung des Endes von 0,7 mm. Ein derartiges Verhalten von geraden Pflanzentheilen kann natürlich nur dann auftreten, wenn sie nicht bloß in ihrer Form und ihrem anatomischen Bau, sondern auch in den physi-

1) Den Beweis des Satzes findet man bei WEISBACH l. c. p. 451.

kalischen Eigenschaften ihrer Elemente streng radiär gebaut sind, d. h. durch wenigstens 2 verschiedene Ebenen in symmetrische Hälften zerlegt werden können, von denen sowohl die links als auch die rechts von der Schnittfläche liegenden sämmtlich unter einander nicht bloß in geometrischem Sinne, sondern auch in ihren physikalischen Eigenschaften kongruent sind.

Besonders um Differenzen resp. Veränderungen der letzteren nachzuweisen, könnten Versuche wie der eben mitgetheilte von Nutzen sein.

Wie aus der obigen Tabelle ersichtlich, kann man das Maß des Biegungsmomentes für einen homogenen soliden prismatischen Stab, dessen Querschnitt ein regelmäßiges Polygon ohne einspringende Winkel ist, allgemein ausdrücken durch $A \cdot Q^2$, wobei A einen Zahlenfaktor bedeutet, der nur von der Zahl der Ecken des Polygons abhängt. Es verhalten sich also die Maße der Biegungsmomente ähnlicher Polygone wie die Quadrate ihrer Flächen oder wie die 4ten Potenzen homologer Linien, z. B. ihrer Seiten oder der Radien von ihnen umschriebenen Kreisen. Soll also z.B. ein Stab hergestellt werden, dessen Steifheit doppelt so groß ist als die eines gleichgeformten Stabes aus demselben Material von 1 cm Dicke, so muß man seine Dicke so groß nehmen, dass ihre 4. Potenz gleich 2 wird, d. h. die Dicke eines solchen Stabes ist $\sqrt[4]{2} = 1,189$ cm, und zwar gilt dies nach dem Obigen für alle prismatischen Stäbe von regulärem Querschnitt. Wird also über einen Cylinder von 1 cm Dicke eine genau anschließende Röhre aus demselben Material von 0,095 cm Wanddicke geschoben, so wird dadurch die Steifheit des Cylinders auf den doppelten Betrag erhöht, oder was dasselbe ist: ein Cylinder von 1 cm Dicke und ein hohlcylindrisches Rohr aus demselben Material von 0,095 cm Wanddicke setzen einer Biegung von derselben äußerst geringen Größe den gleichen Widerstand entgegen, wenn es gestattet ist, von den in ihnen während der Biegung eintretenden Veränderungen alle mit Ausnahme der Verlängerungen resp. Verkürzungen ihrer Elemente parallel der neutralen Axe zu vernachlässigen. Dabei verhalten sich die Gewichte gleich langer Stücke des massiven Cylinders und des hohlen Rohres wie 1 : 0,414. Man braucht also für das Rohr noch nicht die Hälfte des Materiales, das zur Herstellung eines massiven Cylinders von gleicher Steifheit nöthig wäre.

Umgekehrt kann man natürlich auch, wenn Durchmesser und Wanddicke eines Hohlcylinders gegeben sind, berechnen, wie viel größer seine Steifheit ist als diejenige eines aus dem gleichen Material hergestellten Cylinders von gleicher Querschnittsgröße. Der Durchmesser einer Röhre sei 7 cm, ihre Wanddicke 1 cm[1]), also ihr Querschnitt 18,8496 qcm. Das

1) Diese Dimensionen entsprechen den an einem Stück Bambusrohr gemessenen. Damit soll natürlich nicht gesagt sein, daß die obige Rechnung auf den Bambusstamm sich ohne weiteres beziehen lasse, denn derselbe ist zwar gerade, aber weder homogen und isotrop noch im ungebogenen Zustande spannungslos.

Maß des Biegungsmomentes für den als voll gedachten äußeren Kreis ist 117,8588, für den inneren Kreis 30,6796, also für den ringförmigen Querschnitt 87,1792. Das Maß des Biegungsmomentes eines massiven Cylinders vom Querschnitt 18,8496 ist 1,5000. Mithin ist die Steifheit der Röhre 58,12 mal so groß als diejenige des Cylinders, und es würde dementsprechend das Rohr erst durch einen gegen seine Spitze wirkenden Druck von 58,12 kg ebenso stark gebogen werden, wie der gleichlange und gleichschwere Cylinder durch einen an derselben Stelle wirkenden Druck von 1 kg. Andrerseits müßte, wenn ein massiver Cylinder dieselbe Steifheit haben sollte wie die eben behandelte Röhre, sein Querschnitt 33,099 qcm 1) also 1,756 mal so groß als derjenige der Röhre sein. Dem entspricht ein Radius von 3,246 cm. Ein massiver Cylinder aus demselben Material und von derselben Steifheit wie ein Hohlcylinder von 7 cm Durchmesser und 1 cm Wanddicke ist also $1^3/_4$ mal so schwer und nur 0,508 cm dünner als der Hohlcylinder.

Der Nutzen, den hohle Stengel den Pflanzen gewähren, ist somit augenscheinlich. Sie gewähren die nöthige Steifheit mit verhältnißmäßig geringem Materialaufwande. Es scheint nicht überflüssig, darauf hinzuweisen, daß hohle Sprosse, wenn auch durchaus nicht immer, so doch überaus oft von kurzer Lebensdauer sind, daß dagegen langlebige Sprosse gewöhnlich massiv sind. Also sind wohl auch mit der Konstruktion der hohlen Röhre Nachtheile verbunden?

Ein Hauptübelstand für die Berechnung der Steifheit eines Pflanzentheiles ist, daß in allen Theilen der Pflanzen Spannungen vorhanden sind und daß also, von allem andern abgesehen, die durch die Biegung hervorgerufenen Längenänderungen der Elemente eines gebogenen Pflanzentheiles und die aus ihnen resultirenden Spannungen einander nicht proportional zu sein brauchen. Ist z. B. die Rinde vor der Biegung schon durch das Ausdehnungsbestreben von Holz und Mark gespannt, und wirkt noch dazu in jeder Zelle ein mehr oder minder großer hydrostatischer Druck (Turgor), da kann man doch auf dieses Gewebe, selbst wenn man von einer etwa vorhandenen Ungleichheit im Elastizitätsmodulus der Zellwände absehen wollte, nicht die für spannungslose Körper abgeleiteten Formeln anwenden, und das Biegungsmoment ihres Querschnitts aus der Summe der Biegungsmomente der quer durchschnittenen Zellwände berechnen, indem man diese dabei als fest mit einander verbundene, der Achse des Pflanzentheiles parallele spannungslose Platten betrachtet. Dazu kommt noch, daß, wie ich in einer früheren Arbeit 2) zeigte, an Querschnitten von Organen mit bedeutender Gewebespannung durch Verminderung der Längsspannungen

1) $\frac{Q}{4\pi} = 87{,}1792; \quad Q = \sqrt{4\pi \cdot 87{,}1792}.$

1) Diese »Arbeiten« Bd. II p. 37 und 38.

und die dadurch hervorgerufene Änderung der radial und tangential gerichteten Querspannungen mehr oder minder bedeutende Formänderungen eintreten, so daß also das mikroskopische Bild des Querschnittes nicht genau der Konfiguration der Zellwände im unverletzten Organ entspricht, ein Umstand, der in manchen Fällen von großer Bedeutung sein kann. Ist z. B. eine Zellwand so stark zusammengedrückt, daß sie in Folge dessen sich faltet, so wird sie natürlich erst dann elastisch wirksam sein können, wenn das Gewebe durch einen Zug so stark angespannt wird, daß die Falten in der gedrückten Zellwand verschwinden.[1])

SCHWENDENER hat[2]) für einige Stammorgane von Monokotyledonen das Maß des Biegungsmomentes bestimmt unter Voraussetzungen, die zwar nicht vollkommen der Wirklichkeit entsprechen, die aber, wenn man überhaupt derartige Rechnungen ausführen will, nicht wohl umgangen werden konnten. Er betrachtet nämlich jedes Organ als ein spannungsloses System von fest mit einander verbundenen Platten oder Stäben aus Stereom. Mit diesem gemeinsamen Namen bezeichnet er bekanntlich Gewebe, die auch in ihren physikalischen Eigenschaften sehr verschieden sind (mit einander verbundene Sklerenchymfasern, sklerotische Faserzellen und Collenchym) und eigentlich nur darin übereinstimmen, daß sie aus verhältnißmäßig langgestreckten, engen und dickwandigen Zellen bestehen. Der Widerstand, den die andern Gewebe Dimensionsänderungen ihrer Zellhäute entgegensetzen, wird gleich 0 gesetzt. Nur bei den untersuchten Scirpusarten und Juncus glaucus wurde auch das Maß des Biegungsmomentes für die Epidermis berechnet und einfach zu dem des Stereoms addirt. Das letztere wurde in allen Beispielen als vollkommen homogen betrachtet, das Maß seines Biegungsmomentes wurde meist berechnet, indem die Querschnittsgröße jedes »Bastbündels« mit dem Quadrate des Abstandes seines Schwerpunktes von der neutralen Faserschicht multiplizirt, und indem die so erhaltenen Produkte addirt wurden. Das ist zwar nicht ganz genau, denn der Querschnitt eines Bastbündels ist nicht verglichen mit dem Querschnitt des ganzen Organs unendlich klein, der daraus resultirende Fehler hat aber gegenüber den aus den obigen Annahmen hervorgehenden keine Bedeutung. Um den Einfluß der Vertheilung des Stereoms auf dem Querschnitt klar hervortreten zu lassen, wurde W zunächst für einen Durchmesser des

---

1) Bekanntlich hat SCHWENDENER behauptet (»Die Schutzscheiden und ihre Verstärkungen« Abh. d. K. A. d. W. Berlin 1882), daß die bekannte Faltung der tangentialen Wände der Endodermis am lebenden Organ »meist gar nicht vorhanden« sei, sondern erst durch die Spannungsänderungen während der Präparation entstehen. Es gelang ihm (l. c. p. 44), aus Iriswurzeln Präparate zu erhalten, in denen diese Faltung fehlte, und in andern Präparaten die vorhandene Faltung zum Verschwinden zu bringen. Doch beweisen diese Ergebnisse gar nichts, denn die Bedingungen, unter denen sie eintreten, sind von den in der lebenden Wurzel vorhandenen durchaus verschieden.

2) Mech. Prinzip p. 43 bis 76.

kreisrund gedachten Stengels von 10 m berechnet und dann der Gesammtquerschnitt des Stereoms unter Beibehaltung der gegenseitigen Abstände der Schwerpunkte der einzelnen Massen auf 12 000 qcm reduzirt. So konnten die erhaltenen Zahlen auch mit dem Maß des Biegungsmomentes einer doppelwandigen kreisrunden Röhre von 10 m Durchmesser verglichen werden, deren beide Wände 50 cm von einander entfernt, 1,5 cm dick und durch 20 radial gestellte Rippen von 1 cm Dicke mit einander verbunden sind. Für dieselbe ist $W = 1400$ Millionen.

Schwendener's Resultate sind in folgender Tabelle zusammengestellt.

Name der Pflanze	W (in Millionen)	Gesammtquerschnitt des Stereoms (12000 qcm = 1 gesetzt)
Blattstiele und Blüthenstiele von Aroideen	1380 [1]	3,33
Scirpus caespitosus	1087	4,09
Scirpus holoschoenus	1250	4,64
Scirpus lacustris	1380	0,66
Juncus glaucus	1108	4,17
Molinia coerulea	1250	7,50
Bambusa spec.	1200	12,50
Allium vineale	1030	11,66
Veltheimia viridissima . . .	1200	7,75
Ixia grandiflora	1200	9,33
Lilium auratum	1300	8,33

Für die Querschnittsform der erwähnten Doppelröhre wurden Verhältnisse angenommen, die in ähnlicher Weise bei Konstruktion einer schmiedeeisernen Röhrenbrücke, der Britanniabrücke, in Anwendung gekommen sind. Aus der mitgetheilten Tabelle geht hervor, daß in den untersuchten Pflanzenstengeln mit dem aufgewandten Material eine verhältnißmäßig nur geringe Steifheit erreicht ist. Die größte mögliche Steifheit von allen aus demselben Material bestehenden cylindrischen Körpern von 12 000 qcm Querschnitt hat nämlich, wie leicht ersichtlich, ein Hohlcylinder mit massiver Wandung. Das Maß seines Biegungsmomentes ist nämlich 1856 Millio-

1) Die von Schwendener l. c. p. 43 berechnete Zahl 1500 Millionen ist falsch.

Wenn 25 gleich weit von einander abstehende quadratische Träger von 40 cm Seitenlänge in tangentialer Richtung mit einander zu einem ringförmigen Gebilde von 10 m äußerem Durchmesser verbunden sind, darf nicht »das Maß des Biegungsmomentes.... als gleichwerthig mit dem eines Kreisringes von gleichem Querschnitt und gleichem Durchmesser betrachtet werden.«

Es ist vielmehr

$$W = 1600\, d^2 \left(\sin^2 \frac{2\pi}{25} + \sin^2 \frac{4\pi}{25} + \sin^2 \frac{6\pi}{24} + \cdots \sin^2 \frac{48\pi}{25}\right),$$

$$d = 480, \quad W = 4\,608\,000\,000,$$

woraus sich bei der Reduktion des 40 000 qcm großen Querschnitts auf 12 000 qcm die obige Zahl ergiebt.

nen. Wenn es also nur auf Steifheit ankäme, wäre der Sporangienträger eines Mucor rationeller konstruirt als ein Bambusrohr.

Aus den vorstehenden Daten folgt natürlich keineswegs, daß der Nutzen, den die eigenthümliche und so ungeheuer mannigfaltige Lagerung der harten Gewebe in den Stengeln monokotyledonischer Pflanzen denselben dann gewährt, wenn sie biegenden Kräften ausgesetzt sind, unter den gleichen Gesichtspunkten zu betrachten sei, wie die Konstruktion einer eisernen Röhrenbrücke.

Um die Zulässigkeit seiner Voraussetzungen zu prüfen, stellte Schwendener mit einer Anzahl von prismatischen Stengelstücken Biegungsversuche an.[1]) Dieselben wurden mit dem einen Ende horizontal eingespannt, am freien Ende belastet und die Senkungsgröße dieses Endes gemessen. Ist außer W auch noch der Elastizitätsmodul des Bastes bekannt, dann kann die Senkungsgröße, die unter den obigen Voraussetzungen eintreten mußte, berechnet werden. Sie ist $S = \frac{Pl^3}{3\,WE}$, wobei P die am Ende des belasteten Stückes von der Länge l wirkende Last ist. S, P und l müssen natürlich mit denselben Maßeinheiten gemessen werden, die bei Bestimmung von W und E zu grunde gelegt wurden.

Name der Pflanze	S berechnet	S beobachtet	P in g
Molinia coerulea . . .	4,7 mm	1,6 mm	20
Piptatherum multiflorum	4,17 -	3,5 -	20
Secale cereale	1,25 -	1,5 -	50
Juncus glaucus . . .	5,3—6,8 -	5,0 -	10
Lilium auratum . . .	4,4—5,5 -	4,5 -	400
Funckia ovata	3,6 -	3,0 -	200
Papyrus antiquorum . .	2,66 -	4,0 -	200

Schwendener weist zur theilweisen Erklärung des in manchen Fällen, z. B. gleich im ersten, recht bedeutenden Unterschiedes zwischen der beobachteten und gemessenen Senkung auf die Ungenauigkeit in der Bestimmung von W und E hin, sowie darauf, daß das benutzte Halmstück von Papyrus nicht genau prismatisch, sondern an seiner Spitze merklich dünner gewesen sei. Auch der Einfluß des Turgors in den parenchymatischen Geweben auf die Steifheit wird erwähnt.

Außerdem sind noch 2 von Schwendener nicht erwähnte Fehlerquellen anzuführen, die bei derartigen Versuchen störend wirken:

1) die Art der Befestigung;

2) die elastische Nachwirkung.

Bei den im folgenden mitgetheilten Biegungsversuchen wurden die Objekte immer horizontal in eine eiserne Schraubzwinge eingeklemmt, die im Schraubstock oder an einem sehr festen und schweren Stativ so befestigt

1) l. c. p. 113—115.

wurde, daß ihre Backen über und unter dem Versuchsobjekt lagen. Dennoch bewirkte ein geringes Anziehen der Schraube oft eine deutliche Verminderung der Senkung. Ich habe darum, wenn ich mehrere Biegungsversuche mit demselben Objekt machte, während der Versuche und zwischen denselben an der Einspannung der Objekte keine Änderung vorgenommen. Will man dagegen die Resultate von Biegungsversuchen in ähnlicher Weise verwerthen, wie dies von Schwendener geschehen ist, dann legt man den Körper, den man biegen will, am besten mit seinen Enden auf Unterlagen und läßt dann die Last auf die Mitte desselben wirken.

Die Nachwirkung ist nur bei geringen Belastungen unmerklich. Um die Halme während der Versuche, die ich über diesen Gegenstand machte, und die oft mehrere Tage dauerten, frisch zu erhalten, ließ ich deren basales Ende etwa einen Dezimeter über die Schraubzwinge hinausragen. Es wurde mit nasser Watte umwickelt, die in ein unmittelbar darunter gestelltes bis an den Rand gefülltes Gefäß mit Wasser tauchte. Die Durchbiegungen wurden mit dem Kathetometer gemessen. Zur Aufstellung von Halter und Kathetometer dienten 2 neben einander in der Wand befestigte eiserne Tische.

1. Vers. Halmspitze von Secale cereale, das zum Versuch dienende Stück 300 mm lang, am 4. Juli 11^h am horizontal befestigt.

Zeit	Last	Senkung
4. Juli 3^h 10′ pm	0,02 g	
3^h 20′		0,3 mm
3^h 53′		3.0 -
3^h 54′	0 -	
3^h 54′ 15″		0,0 -
3^h 59′	0,05 -	
4^h 0′		0,9 -
6^h 6′		0,9 -
6^h 10′	0 -	
6^h 11′		0,0 -
6^h 33′	0,50 -	
6^h 35′		9,2 -
6^h 38′		9,3 -
5 Juli 8^h 0′ am		9,3 -
8^h 10′	0 -	
8^h 12′		0,2 -
8^h 20′		0,1 -
8^h 40′		0,05 -
3^h 0′ pm		0,0 -
6^h 32′	1,00 -	
6^h 35′		18,1 -
6^h 42′		18,3 -
7^h 30′		18,5 -
6. Juli 9^h 0′ am		18,8 -
12^h 0′ u. 6^h 35′ pm		18,8 -
6^h 38′	0 -	
7. Juli 10^h 0′ am		0,0 -

2. Vers. Phragmites communis, Internodium aus dem untern Theil einer kräftigen Pflanze, 216 mm lang.

Zeit	Last	Senknng
1. Oktbr. 9h 0′ am	100 g	
9h 1′		3,35 mm
9h 5′		3,4 -
9h 10′		3,5 -
9h 20′		3,6 -
9h 30′		3,6 -
9h 30′	0 -	
9h 35′		0,3 -
2h 0′ pm		0,0 -
2h 15′	200 -	
2h 16′		7,1 -
2h 20′		7,7 -
2h 25′		8,1 -
2h 35′		8,4 -
2h 45′		8,6 -
2h 45′	0 -	
2. Oktbr. 10h 0′ am		1,0 -

In diesem Falle war also eine bleibende Formänderung eingetreten.

Nach Beendigung beider Versuche überzeugte ich mich davon, daß die Objekte frisch geblieben waren.

Ich theile hier gerade solche Versuche mit, die mit fast ganz aus verholzten Zellen bestehenden Pflanzentheilen gemacht wurden. In dem Internodium von Phragmites bestanden nur die Basttheile der Gefäßbündel und das abgestorbene und zerrissene Mark aus Zellen, deren Wände sich bei der Behandlung eines Schnittes mit Chlorzinkjod blau färbten, alle andern Wände werden gelb oder braun. Über das Verhalten turgeszirender parenchymatischer Gewebe gegen Zug und Druck ist nämlich noch zu wenig bekannt, und was ich darüber bis jetzt beobachten konnte, eignet sich noch nicht zur Veröffentlichung.

Die folgenden Versuche sollten dazu dienen, direkt zu bestimmen, ob denn die peripherisch gelagerten Gewebe (Epidermis und Rinde) wirklich einen so geringen Einfluß auf die Steifheit haben, als dies von SCHWENDENER überall vorausgesetzt wird. Ist dies wirklich der Fall, dann muß natürlich dasselbe Objekt, in derselben Weise belastet, einmal im intakten Zustande und einmal nach Entfernung der peripherischen Schichten Senkungsgrößen des freien Endes zeigen, die nur wenig von einander differiren. Die in den Versuchen benutzten geraden Stücke wurden, wie dies auch bei den vorigen Versuchen geschah, vorher 1—2 Tage lang in lothrechter Stellung in Wasser untergetaucht. Dasselbe geschah noch einmal mit den enthäuteten Stücken. Die Schraubzwinge blieb bis zur Beendigung der Versuchsreihe immer an dem Objekte unverändert befestigt und es waren selbstverständlich immer dieselben Seiten bei der Biegung oben und unten. Um die elastische Nachwirkung möglichst auszuschließen, wählte ich verhältnißmäßig kleine Lasten und ließ dieselben während gleicher Zeiten wirken. Wie leicht ersichtlich $\left(S = \frac{Pl^3}{3\,WE}\right)$, sind für homogene, isotrope, spannungslose, gerade Körper die Biegungsmomente den Senkungsgrößen umgekehrt proportional. Wenn also derselbe Lindenzweig, in gleicher Weise belastet, im intakten Zustande seine Spitze um 6,2 mm, entrindet dagegen um 12,2 mm senkt, so müssen also die Biegungsmomente von 2 Metallstangen, von denen die eine dem intakten, die andere dem entrindeten Lindenzweige äquivalent ist, sich verhalten wie $1 : \frac{1}{2}$, d. h. der Lindenzweig verdankt seiner Rinde die Hälfte seiner Steifheit.

	Zeit	Last	Senkungen.
Allium Porrum,	10. Juli 1883		
Stück des Blüthenschaftes, 25 cm lang:	11h 12′	5 g	
intakt:	11h 14′		8,5 mm
nach Entfernung der Epidermis:	11h 30′	- -	
	11h 32′		10,15 -
Rinde bis auf den Bastring entfernt:	11h 44′	- -	
	11h 46′		12,1 -
Tilia parvifolia,			
1) Zweig von 11 mm mittl. Dicke und 64 cm Länge	8. Sept. 1883		
intakt:	6h 53′	25 -	
	6h 58′		6,2 -
entrindet:	7h 16′	- -	
	7h 21′		12,2 -
2) Zweig von 4 mm mittl. Dicke und 72 cm Länge	10. Sept. 1883		
intakt:	5h 44′	0,2 -	
	5h 49′		0,6 -
entrindet:	6h 54′	- -	
	6h 59′		1,3 -
Cannabis sativa,			
♀ Pfl. Stamm 1,105 m lang, 18—10 mm dick	16. Sept. 1883		
intakt:	12h 18′	25 -	
	12h 20′		9,5 -
entrindet:	12h 41′	- -	
	12h 43′		12,1 -
Impatiens glandulifera,			
Stammstück, 1 m lang, 5—2 cm dick	15. Sept. 1883		
intakt:	5h 12′	25 -	
	5h 15′		7,5 -
Epidermis und subepidermales Collenchym entfernt:	5h 50′	- -	
	5h 53′		8,6 -

Zur Befestigung des Stammstückes von Impatiens diente ein starker Halter.

Da die Biegsamkeit in verschiedenen Querschnitten, d. h. die Größe der durch dieselbe Kraft in ihnen hervorgerufenen Formänderung, dem Biegungsmoment und also auch der Steifheit umgekehrt proportional ist, schließt natürlich jede Untersuchung der Steifheit von Pflanzentheilen zugleich diejenige ihrer Biegsamkeit in sich ein. Im gewöhnlichen Leben nennt man einen Körper, der in allen Querschnitten ein großes Biegungsmoment hat, steif, einen solchen von überall kleinen Biegungsmomenten dagegen biegsam. Aus dem eben gesagten ist aber klar, daß man mit der gleichen Berechtigung von der Biegsamkeit eines Baumstammes wie von der Steifheit eines Haares reden kann.

Die Grenze der Biegungselastizität.

Ebenso wie nach der Dehnung eines Körpers durch in entgegengesetzter Richtung wirkende Zugkräfte eine bleibende Verlängerung vorhanden ist, deren Betrag abhängt von der Natur des gedehnten Körpers und der Größe und Dauer der vorhergehenden Ausdehnung, und die nur nach geringen Dimensionsänderungen verschwindend klein ist, treten auch nach Biegungen elastischer Körper kleine, aber mit zunehmender Inanspruchnahme des gebogenen Körpers sich stetig steigernde bleibende Formänderungen auf.

Die Kenntniß derselben ist für die Beurtheilung der Zweckmäßigkeit einer Konstruktion ebenso wichtig wie die Kenntniß ihrer Steifheit. Wir verlangen z. B. von einer Eisenbahnbrücke nicht bloß, daß sie unter der Last eines auffahrenden Zuges nur eine äußerst geringe Durchbiegung erleidet, sondern auch, daß diese Durchbiegung nach Entlastung der Brücke vollständig wieder ausgeglichen wird. Denn wenn die Brücke nicht steif genug wäre, würde durch ihr federn die Sicherheit der darüber hinfahrenden Züge wesentlich beeinträchtigt. Würden andrerseits sich wiederholende Belastungen bleibende Verbiegungen der Brücke zur Folge haben, so müßte endlich deren Form ja eine völlig andre werden, als sie ursprünglich vom Erbauer beabsichtigt war. Es muß also eine Brücke auch die nöthige Tragfähigkeit haben, d. h. auch die größte mögliche Belastung darf keine bleibende Verbiegung derselben hervorrufen. Ist diesen Bedingungen genügt, dann kann uns die Biegungsfestigkeit der Brücke gleichgültig sein, ebenso wie sich Niemand um die Zugfestigkeit einer Stange kümmert, wenn er weiß, daß ihre Verlängerung durch den Zug, dem sie ausgesetzt werden soll, niemals das zulässige Maß überschreitet und keine bemerkbare bleibende Verlängerung zur Folge haben kann.

Auch die Leistung von Federn beruht auf ihrer Steifheit und an sie muß ebenfalls die Anforderung gestellt werden, daß sie keine bleibenden

Verbiegungen erleiden. Während es aber bei Brücken, Wagebalken, Krahnen, Balanciers von Dampfmaschinen auf Steifheit und Tragfähigkeit ankommt (daher die gemeinsame Bezeichnung: »Träger«), interessirt es oft bei Federn, mehr zu wissen, einer wie großen Biegung man sie ohne Überschreitung der Grenze der Biegungselastizität aussetzen kann, und während Körper der ersteren Art immer nur äußerst geringe Formänderungen erleiden, sind andrerseits Federn immer bestimmt, größere Biegungen ohne Verbiegung zu ertragen. Die Leistung einer Feder wird durch deren Steifheit und *Biegungsfähigkeit* bestimmt.

Es bedarf nur geringen Nachdenkens, um zu erkennen, daß die mechanische Leistungsfähigkeit elastischer Pflanzentheile weit häufiger darin besteht, daß sie bei mehr oder minder bedeutender Steifheit fähig sind, bedeutende Biegungen ohne Schaden zu ertragen, als daß sie durch die Beschaffenheit und Anordnung des Materiales, aus dem sie bestehen, solche Biegungen von vorn herein unmöglich machen. Man beachte nur ein im Winde bewegtes Kornfeld oder einen Scirpushalm. Wo ist da die Ähnlichkeit mit einem Krahn oder einer Gitterbrücke?

Entsprechend der großen Mannigfaltigkeit der Bedingungen, unter denen die verschiedenen Pflanzenorgane existiren, findet man auch in ihrem Verhalten gegen biegende Kräfte große Verschiedenheiten. Neben Pflanzentheilen, die einer bedeutenden Steifheit nicht bedürfen, wohl aber einer ziemlich großen Biegungsfähigkeit (Wurzeln, Stämme von Kletterpflanzen und manche untergetaucht lebende Wasserpflanzen, Ranken, Bewegungsgelenke u. a.) findet man andere, die zwar sehr steif sind, aber nur äußerst geringe Biegungen vertragen, ohne zu zerbrechen (Cacteenstacheln, Brennhaare); in energischer Streckung begriffene Organe ermangeln niemals einer zwar nicht sehr bedeutenden Steifheit und Tragfähigkeit, dagegen sind sie bekanntlich so gut wie gar nicht biegungsfähig, so daß sie schon nach einer geringen Biegung nicht wieder in ihre vorige Form zurückkehren. Ein Gebilde, das sehr steif und tragfähig ist, braucht darum noch durchaus keine große Biegungsfähigkeit zu besitzen, wie uns dies jede Gitterbrücke zeigt, andrerseits hat aber natürlich ein Körper, der bei großer Biegungsfähigkeit sehr steif ist, auch eine große Tragfähigkeit, und von dieser Beschaffenheit sind die meisten Sprosse.

Natürlich ist es immer eine mißliche Sache, wenn man sich auf Grund der mikroskopischen Untersuchung einiger Quer- und Längsschnitte durch einen Pflanzentheil und vielleicht noch mit Hilfe von ein paar mikrochemischen Reaktionen eine Vorstellung von der mechanischen Leistungsfähigkeit der einzelnen Gewebe eines Pflanzenorganes bilden will. Das würde in vollkommen exakter Weise selbst dann nicht möglich sein, wenn man außer der Form, Dicke und Lage der einzelnen Zellhäute auch die relative Mächtigkeit und die Elastizitätskonstanten ihrer einzelnen Schichten sowie die Größe und Vertheilung der Spannungen, die in dem frei gedachten

Organ vorhanden sind, genau kennen würde. Ist es doch sogar unmöglich, die Biegungsfähigkeit eines homogenen isotropen spannungslosen Cylinders theoretisch zu bestimmen, wenn das Verhalten des Materiales, aus dem er besteht, bei Dehnung und Kompression genau bekannt ist. Es ist ja bekannt, daß auch innerhalb der Elastizitätsgrenze kein Körper vollkommen elastisch ist, daß ferner die Größe der bleibenden Dimensionsänderungen nicht der vorhergehenden Ausdehnung oder Zusammendrückung proportional ist. In einer gebogenen Stange sind, wie oben gezeigt wurde, die parallel der neutralen Faserschicht stattfindenden Längenänderungen der Elemente ihren Abständen von derselben proportional. Nach dem Aufhören der biegenden Kraft sind Elemente, die der neutralen Faserschicht nahe lagen, also überhaupt nur geringen Längenänderungen ausgesetzt waren, ebenso lang wie vor der Biegung. Der innere Theil der Stange würde daher, isolirt gedacht, wieder vollkommen gerade werden, während er jetzt durch die bleibenden Dimensionsänderungen, die in den weiter von der neutralen Faserschicht entfernten Theilen der Stange eingetreten sind, hieran gehindert wird. Spannungen zwischen den einzelnen Elementen der Stange sind also jetzt vorhanden, die aber je nach den Umständen sehr verschieden sein werden, so daß ihre Wirkung eine allgemeine Behandlung nicht zuläßt. Nur so viel ist klar: Die Krümmung, welche ein elastischer Körper ohne bleibende Verbiegung erträgt, ist unter sonst gleichen Umständen um so größer, je näher seine Elemente der neutralen Achse liegen und innerhalb je größerer Dimensionsänderungen dieselben als vollkommen elastisch angesehen werden können. Würden z. B. ein Rohr von kreisförmigen Querschnitt und eine cylindrische massive Stange aus demselben Materiale, beide von demselben äußern Durchmesser, gleich stark gebogen, so ist es klar, daß nachher die Verbiegung des Rohres bedeutender sein muß als diejenige der Stange. Es kann sogar der Fall eintreten, daß die Stange nachher wieder vollkommen gerade erscheint, während das Rohr in augenfälliger Weise verbogen ist. Während man zur Herstellung eines Trägers von bestimmter Tragfähigkeit bei möglichst geringem Materialaufwande darauf bedacht sein muß, die Hauptmasse des Materiales in einem solchen Abstande von der neutralen Faserschicht zu verwenden, daß die Dimensionsänderungen desselben bei der Biegung so groß werden, als sie nur werden können, ohne daß bleibende Längenänderungen von merklicher Wirkung eintreten, und ein Materialaufwand bei Herstellung von weiter nach innen gelegenen Konstruktionstheilen nur insoweit berechtigt ist, als dieselben dazu dienen, Änderungen in der Lage der gedehnten und gedrückten Theile (»Gurtungen«) des Trägers zu verhüten, ist die Konstruktion eines Körpers, der nicht bloß dieselbe Tragfähigkeit, sondern auch noch eine bestimmte, ziemlich große Biegungsfähigkeit haben soll, in völlig anderer Weise auszuführen. Wie man auch im Einzelnen diese Aufgabe lösen wird, immer wird ein weit größerer Materialaufwand nöthig sein, als wenn es gilt, einen Träger von gleicher Tragfähigkeit herzustellen. Darum ist es eben auch ganz unzulässig, den Bau eines Pflanzenstengels mit der Konstruktion einer Brücke oder eines Thurmes aus Schmiedeeisen zu vergleichen. Denn ein Träger, hergestellt aus einem Material, dessen Elastizitätsmodulus zwar nur etwa $\frac{1}{10}$ von demjenigen des Eisens ist, das aber, um bis zur Elastizitätsgrenze gedehnt zu werden, eine 15 bis 22 mal so große Verlängerung als jenes gestattet[1]) (wo man also doch ohne alles Bedenken den Gurtungen wenigstens einen zehnmal so großen Abstand von der neutralen Faserschicht geben kann), würde sich, da $W = QD^2$, bei gleicher Tragfähigkeit aus »Bast« mit einem Materialaufwande herstellen lassen, der etwa $\frac{1}{10}$ von demjenigen ist, der für eine dasselbe leistende Konstruktion aus Schmiedeeisen erfordert wird. Das giebt bei Reduktion auf den gleichen Durchmesser für die Gurtungen der Konstruktion aus »Bast« eine Querschnittssumme, die, wenn wir diejenige der Eisenkonstruktion gleich 1 setzen, $\frac{1}{1000}$ ist. Entsprechend dem größeren Abstand der Gurtungen von der neutralen Schicht und dem kleineren Elastizitätsmodul der benutzten Substanz müßten natürlich die »Füllungen«, d. h. diejenigen Konstruktionstheile, die zur festen Verbindung der Gurtungen dienen, weit größeren Querschnitt haben als bei einer Eisenkonstruktion. Da das Gewicht der Füllungen einer eisernen Brücke von größerer Spannweite etwa $\frac{1}{2}$ von dem der Gurtungen beträgt[2]), würde also, wenn man eine Konstruktion mit Gurtungen aus Schmiedeeisen und Füllungen aus »Bast« herstellte, der Querschnitt der Füllungen etwa 5 mal so groß sein müssen als derjenige der eisernen Gurtungen. Nehmen wir nun in einem als Träger konstruirten Pflanzenorgan die Querschnittssumme der Füllungen 99mal so groß als diejenige der Gurtungen.[3]) Selbst in diesem Falle würde man als Gesammtquerschnitt aller mechanisch wirksamen Elemente, wenn man die Querschnittssumme aller Theile der Eisenkonstruktion gleich 1 setzt, 0,15 erhalten. Wäre Schwendener's Betrachtungsweise richtig, dann wären in sämmtlichen von ihm gemessenen und berechneten Fällen (s. oben in der Tabelle p. 163 die letzte Kolumne) die Pflanzentheile mit ganz unglaublicher Materialverschwendung konstruirt.

Je dünner ein Pflanzentheil ist, desto weiter können unbeschadet seiner Biegungsfähigkeit die gedrückten und gedehnten Partien von der neutralen Schicht entfernt sein. Ein polygonaler Querschnitt resp. vorspringende Kanten bedingen eine größere Steifheit als eine kreisförmige Quer-

---

1) Ich nehme hier Schwendener's Zahlen: Elastizitätsmodul des »Bastes« durchschnittlich 2000, Verlängerung bei einer Dehnung bis zur Elastizitätsgrenze 10 bis 15 pro mille. — Für Schmiedeeisen in Stäben ist der Elastizitätsmodul 20 000, die Verlängerung bei der Elastizitätsgrenze 0,67 pro mille (Weisbach p. 416).

2) Schwendener l. c. p. 21.

3) Das ist doch gewiß nicht zu wenig!

schnittsform. Aber je stärker die Kanten vorspringen, desto größer ist auch damit die Gefahr, daß die in ihnen liegenden Gewebe nach Biegungen bleibende Längenänderungen erleiden. Für dünne Pflanzenstengel von dieser Querschnittsform (Cyperaceen, Labiaten u. s. w.), ist wegen des geringen Abstandes aller Theile von der Mitte auch nach starken Krümmungen und bei der ungünstigsten Lage der Krümmungsebene diese Gefahr kaum größer, als für die ebenfalls mit vorspringenden Kanten versehene Basis eines mächtigen Baumstammes, bei dessen Steifheit große Krümmungen überhaupt ausgeschlossen sind.

Von allen Körpern mit kreisrundem Querschnitt gewährt bei gleichem Materialaufwande die hohle Röhre die größte Steifheit. Hohle Röhren sind z. B. die Sporangienträger der meisten Phycomyceten, die Schläuche der Siphoneen, viele Haare höherer Pflanzen. Das sind aber alles äußerst dünne Röhren. Bei größeren Pflanzenorganen dient immer ein mehr oder weniger bedeutendes Quantum von Material zur Herstellung von weiter nach innen liegenden Konstruktionstheilen. Daß die in diesem Theile gewöhnlich vorhandene Fächerung in ringsum geschlossene Zellen aus mechanischen Gründen nicht durchaus erforderlich ist, lehrt auch die Betrachtung solcher Pflanzen, denen sie mangelt. Es wird denselben mechanischen Anforderungen, denen bei anderen ähnlich gestalteten und unter gleichen Bedingungen lebenden Pflanzen der celluläre Bau ihrer Organe entspricht, bei den nicht cellulären Pflanzen genügt durch ein im Innern vorhandenes System von Stäben (Caulerpa) oder Platten, die nicht so gelagert sind, daß dadurch geschlossene Kammern entstehen (Halimeda, Codium, Galaxaura).

Je zahlreicher und je verschiedener die Anforderungen sind, denen ein Organ genügen muß, desto weniger kann man erwarten, Eigenschaften an demselben stark hervortreten zu sehen, die für die Erhaltung des Organes entbehrlich sind. Der Stiel eines Agaricus oder die Blumenblätter einer phanerogamischen Pflanze bedürfen weder großer Steifheit noch großer Biegungsfähigkeit, da während ihrer kurzen Lebensdauer die Wahrscheinlichkeit einer Beschädigung durch bedeutende Biegungen gering ist. Für Internodien, die sich in rascher Streckung befinden, würde ein hoher Grad von Biegungsfähigkeit nicht besonders nützlich sein, da sie in der Lage sind, durch äußere biegende Kräfte hervorgerufene Formänderungen leicht wieder durch Wachsthum auszugleichen.

Ehe man aber zu dem verzweifelten Schritte sich entschließt, zu sagen, daß Organe, wie die Palmenstämme und -blätter, die bei ihrer Größe und den gewaltigen Druckkräften, denen sie während eines Orkanes ausgesetzt sind, Erstaunliches leisten müssen, einen für ihre Biegungselastizität unvortheilhaften Bau hätten[1], dürfte es sich doch empfehlen zu überlegen, ob denn der Vergleich mit Krahnen und eisernen Brücken, der zu diesem Resultat führte, ein besonders glücklicher war.

1) Haberlandt, »Die physiologischen Leistungen der Pflanzengewebe« p. 616.

Man bekommt sofort vom anatomischen Bau eines Palmenstammes die richtige Vorstellung, wenn man bedenkt, daß die außerhalb des Hohlcylinders aus harten Geweben liegende weichere Rinde zur Erhöhung der Steifheit nicht unwesentlich beitragen muß, und zwar um so mehr, je zahlreicher die sie durchziehenden Sklerenchymfaserbündel sind. So vermindert sie den Betrag der unter der Wirkung biegender Kräfte eintretenden Formänderung, ohne andrerseits selbst nach relativ bedeutenden Biegungen bleibende Veränderungen zu veranlassen, während die innerhalb der härtesten Zone im Marke liegenden Stränge harten Gewebes zwar im allgemeinen um so weniger zur Steifheit beitragen, je näher sie der Mitte liegen, wohl aber das Zurückkehren in die vorige Gestalt nach dem Aufhören der Biegung wesentlich unterstützen. Bei SCHWENDENER's Standpunkt ist das Vorhandensein von Rindenbildungen bei Stammorganen mechanisch nicht erklärbar. Er muß daher nach anderen Erklärungen dieser so allgemein verbreiteten Erscheinung suchen, die man kurz als ein Zurückweichen der härteren Gewebe von der Oberfläche der Organe bezeichnen kann. In einem Falle lag diese Erklärung nahe, nämlich wenn die Rindenzellen chlorophyllhaltig sind: ausgiebige Assimilation ist nur bei peripherischer Lagerung der grünen Zellen möglich. Aber es giebt nur leider so ungeheuer viele Rinden mit fast farblosen Zellen, oder solche, die nur in den äußersten Zellschichten Chlorophyll enthalten. Soll man hier denn nun auch annehmen, irgend eine bis jetzt noch unbekannt gebliebene Funktion der farblosen Zellen erheische deren peripherische Lagerung?

Die in der Rinde vorkommenden Sklerenchymfaserstränge sollen hier ebenso wie in den Rinden der dikotyledonischen und gymnospermischen Holzgewächse und wie die im Marke nicht selten zu findenden, besonders in der Nähe der Gefäßbündel auftretenden Stränge, resp. Belege gleicher Art, lokalen mechanischen Zwecken dienen. Gegen Druckkräfte, die senkrecht zur Richtung der Fasern wirken [1]), oder gegen ihnen parallel gerichtete Schubspannungen [2]) sind dieselben ohnehin fast wirkungslos. Gegen Ausdehnung der Gefäßbündel in ihrer Längsrichtung giebt es aber bei gegebenem Abstande derselben von der Mitte nur ein wirksames Mittel, nämlich Erhöhung der Steifheit des ganzen Organes, denn die bei einer Biegung eintretende Verlängerung eines Elementes des gebogenen Körpers wird nur durch seinen Abstand von der neutralen Achse und durch die Größe des Krümmungsradius bestimmt, und zwar ist sie, wie oben gezeigt wurde, dem Abstande von der neutralen Axe direkt und der Größe des Krümmungsradius umgekehrt proportional. Sollen also Stränge aus Sklerenchym dazu dienen, schädliche Ausdehnungen des Cambiforms der Fibro-

1) SCHWENDENER, Schutzscheiden, p. 45.

2) SCHWENDENER, Mech. Princip, p. 47. Vergl. auch über diesen Gegenstand das weiter unten von mir bei Besprechung dieser Spannungen Gesagte.

vasalstränge zu verhüten, so müssen beide sich nicht aufsuchen, sondern im Gegentheil fliehen, der Bast muß an der Peripherie, die Fibrovasalstränge müssen möglichst nahe dem Centrum des Organes liegen.

Daß die Sklerenchymmassen so ganz gewöhnlich in unmittelbarer Nähe der Fibrovasalstränge vorkommen, scheint vielmehr einen ganz anderen Grund zu haben. Wenn eine Zellwand ein so bedeutendes und rasches Dickenwachsthum besitzt, bedarf sie natürlich reichlicher Zufuhr von Nahrungsstoffen; diese findet sie am reichlichsten in unmittelbarer Nähe der Gewebe, in denen diese Stoffe transportirt werden.

Übrigens findet man nicht bloß in der Rinde vieler Pflanzen ohne Anschluß an Fibrovasalmassen verlaufende Sklerenchymstränge, sondern auch im Marke[1]) kommen solche vor. De Bary beschreibt den Verlauf der an diesem Orte in den Stämmen von Cyatheaceen[2]) vorhandenen. Sehr zahlreich sind solche Stränge auch in dem gleichen Gewebe der in Fig. 6 gezeichneten Blattscheide einer Musa. Hier tritt die Zone harter Gewebe fast bis an die Epidermis vor und geht nach innen zu ganz allmählich in das Mark über. In solchen Fällen sieht es dann manchmal aus, als sei gar keine Rinde vorhanden. Auf dem Querschnitt eines der unteren Internodien von einer alten Maispflanze findet man unterhalb der Epidermis, an die sich kleine Sklerenchymstränge anlehnen, 2 bis 3 Schichten dünnwandiger Zellen, die mit den genannten Geweben zusammen die Rinde bilden. Diese Rinde umgiebt einen festen Hohlcylinder aus Gefäßbündeln und dickwandigen, ziemlich engen, verholzten, parenchymatischen Zellen. Die Gefäßbündel haben besonders auf ihrer Innenseite dicke Sklerenchymbelege. Solche Belege findet man auch im Umfang der im Mark verlaufenden Gefäßbündel, und zwar sind dieselben um so dicker, je näher sie dem Umfange des Markes liegen.

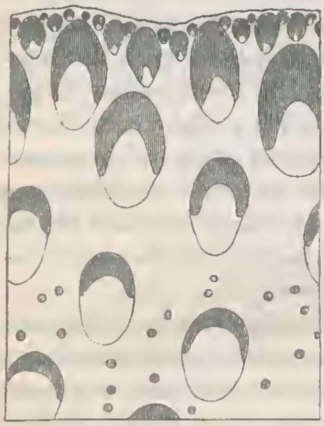
Fig. 6.

Die sehr biegungsfähigen Organe, deren harte Gewebe darum auch so weit als möglich von der Oberfläche entfernt sind (Wurzeln etc.), wurden schon oben erwähnt. Umgekehrt giebt es aber auch sehr steife Organe, deren harte Gewebe sich unmittelbar an die Epidermis anschließen und die darum der Rinde vollständig entbehren: die Stacheln von Agaven und Palmen, die Nadeln der Coniferen. Lederartige Blätter verdanken sogar in

1) Die Ausdrücke »Mark« und »Rinde« brauche ich hier ohne alle morphologische Nebenbedeutung zur Bezeichnung der innerhalb und außerhalb der Zone harter Gewebe liegenden weicheren Theile.

2) Vergl. Anat. p. 444 und 445.

der Regel ihre Steifheit vorwiegend der Epidermis, da hypodermale Faserbündel den meisten von ihnen fehlen.[1]) Daß die Blüthenschäfte von Corallorrhiza innata und die Achsen der sterilen Sprosse von Equisetum Telemateja, die durch ihren Standpunkt, und daß die unteren Theile der Internodien vieler Gramineen, die durch die Umhüllung mit steifen Scheiden gegen starke Biegungen geschützt sind, eine sehr weit nach außen gerückte Lagerung des Sklerenchyms haben, wird von Schwendener (l. c. p. 106) erwähnt, aber in anderer Weise, als dieses hier geschehen ist, gedeutet.

Schließlich sei hier noch darauf hingewiesen, daß, wo Collenchym und Sklerenchym in einem Organ zusammen vorkommen, ihre gegenseitige Lagerung (Collenchym außen; Sklerenchym innen) unserer Auffassung durchaus entspricht.

Gegenseitige Spannungen der Elemente gebogener Körper und deren Einfluſs auf ihre Biegungselastizität.

Bei Ableitung der Formel für die Steifheit eines geringen Biegungen unterworfenen spannungslosen isotropen geraden Körpers gingen wir von der Voraussetzung aus, daß die gegenseitige Lage seiner Elemente und deren Abstand von der neutralen Faser während der Biegung unverändert bleibe.

Untersuchen wir jetzt zunächst die durch die gegenseitigen Spannungen der Elemente hervorgerufenen Änderungen der Querschnittsform. Wird ein krummer Streifen ausgedehnt, so muß er gerade werden, wenn nicht ein gegen seine konkave Seite wirkender Druck dies verhindert, und er übt natürlich auf eine feste Unterlage, die ihn daran hindert, einen Druck aus, dessen Größe unter gegebenen Voraussetzungen berechnet werden kann. Es drückt also in dem Querschnitt eines gebogenen elastischen Körpers (Fig. 1 p. 153) jedes auf der konvexen Seite der neutralen Schicht liegende Element nach innen senkrecht gegen diese und ist selbst dem Drucke sämmtlicher weiter außen in derselben der Krümmungsebene parallelen Ebene gelegenen Elemente ausgesetzt. Am stärksten wirken diese Druckkräfte auf einen in der neutralen Schicht liegenden Streifen[2]), wo ihnen durch einen gleichen, aber entgegengesetzt gerichteten Druck das Gleich-

---

1) De Bary, Vergl. Anat. p. 434.

2) Den Druck gegen eine Flächeneinheit der neutralen Faserschicht kann man folgendermaßen berechnen: Es sei x der Abstand eines Streifens von der neutralen Schicht, seine Dicke dx, der Krümmungsradius der elastischen Linie an dieser Stelle r, dem entsprechend die durch die Längenänderung des Streifens hervorgerufene spez. Spannung

$$p = \frac{x\,E}{r}.$$

Nach einer bekannten Formel (cf. Nägeli, Stärkekörner p. 304) ist der einer tangengewicht gehalten wird. Es drücken nämlich auch auf der konkaven Seite alle Elemente gegen die neutrale Schicht, da ein krummer Streifen, der einem in seiner Längsrichtung wirkenden Druck ausgesetzt ist, das Bestreben hat, seine Krümmung zu vergrößern und also, wenn er hieran gehindert wird, auf seiner konvexen Seite einen Druck ausübt. Die unter der Wirkung des Querdruckes und der Längsspannungen in massiven stabförmigen Körpern eintretenden Änderungen der Querschnittsform sind meist so gering, daß sie füglich vernachlässigt werden können; dies ist aber bei der Biegung eines Rohres oder eines Systems von verhältnißmäßig dünnen Platten durchaus nicht der Fall. Die hier eintretenden Änderungen der Querschnittsform haben Ähnlichkeit mit den Wirkungen einer in der Krümmungsebene stattfindenden Zusammendrückung des Körpers, nur muß man sich bei kreisförmigem Querschnitt den Druck nicht gleichmäßig wirkend denken, sondern derselbe ist in der durch die neutrale Axe gelegten Krümmungsebene am größten und nimmt von dort nach beiden Seiten hin ab. Natürlich hängt die Größe der an verschiedenen Punkten wirkenden Kräfte nicht bloß von der Form der elastischen Linie, die selbstverständlich für denselben Körper je nach der Größe, Vertheilung und Richtung der biegenden Kräfte sich ändert, sondern auch von der Form des Querschnittes und der Vertheilung des Materiales in ihm ab. Zur Orientirung über diese Veränderungen bei hohlen Röhren kann man recht gut weiche Gummischläuche [1]) oder über der Lampe erweichte Glasröhren verwenden. Man sieht da nicht bloß, daß mit zunehmender Biegung der Durchmesser des Rohres in der Richtung der Krümmungsebene immer kleiner wird, wobei

---

tialen Spannung p in einem Cylindermantel von der Dicke dx und dem Krümmungsradius $r + x$ entsprechende radiale Druck pro Flächeneinheit

$$k = \frac{p\,dx}{r+x} = \frac{E}{r}\,\frac{x\,dx}{r+x}.$$

Für eine Stelle, wo der Abstand der Oberfläche von der neutralen Schicht gleich a ist, findet man den Druck auf die Flächeneinheit dieser Schicht gleich

$$\frac{E}{r}\int_0^a \frac{x\,dx}{r+x} = \frac{E}{r}\left(a - r \log \text{nat} \frac{a+r}{r}\right)$$

Der Druck ist also stets kleiner als $\frac{Ea}{r}$, d. h. als die Längsspannung in den äußersten Schichten des gebogenen Körpers, und zwar um so mehr, je größer a im Verhältniß zu r ist.

Für einen im Innern liegenden Streifen, dessen Abstand von der neutralen Faser x ist, findet man

$$\frac{E}{r}\int_x^a \frac{r\,dx}{r+x} = \frac{E}{r}\left(a - x - r \log \text{nat} \frac{a+r}{x+r}\right).$$

Diese Rechnungen gelten auch für die Druckverhältnisse auf der konkaven Seite.

1) cf. Schwendener l. c. p. 24.

der Querschnitt sich immer mehr verbreitert und abplattet, so daß er zuletzt sich der Biskuitform annähert, sondern man fühlt auch an dem abnehmenden Widerstande gegen die biegende Hand, daß, sobald diese Änderung hervortritt, die Steifheit entsprechend dem verminderten Abstande der Elemente von der neutralen Schicht abnimmt. Wird bei Versuchen mit einem wagerecht eingespannten Rohr, das durch allmählich gesteigerte Belastung gebogen wird, dieser Zustand erreicht, dann muß natürlich eine geringe Zunahme der Biegung plötzliches Einknicken zur Folge haben. Auch vorher macht sich die Abnahme des Biegungsmomentes (durch Verkleinerung von W) dadurch bemerklich, daß die Senkung des belasteten Endes nicht der Größe der Belastung proportional wächst, sondern eine raschere Zunahme zeigt[1]), während doch bei massiven Körpern in Folge der Richtungsänderung der einzelnen Querschnitte alsbald eine geringere Zunahme der Senkung eintritt.

1. Versuch:

Sägeblatt von 18 cm Länge, 5 mm Breite und 0,2 mm Dicke, horizontal eingespannt,

am freien Ende:				
Belastung: (in g)	1	2	3	4
Senkung: (in mm)	10,5	21,0	29,0	36,6

Elastische Nachwirkung war nicht bemerkbar.

2. Versuch:

Roggenhalm, 30 cm langes Stück aus dem obersten Internodium, horizontal eingespannt,

am freien Ende:			
Belastung: (in g)	0,5	1	2
Senkung: (in mm)	9,3	18,8	38,2

Ich ließ die Last, wegen der elastischen Nachwirkung, immer so lange wirken, bis die Zunahme der Senkung im Laufe mehrerer Stunden unmerklich (kleiner als $\frac{1}{10}$ mm) wurde, die nächste Belastung wurde erst vorgenommen, nachdem der Halm in seine vorige Lage zurückgekehrt war. Nach 24 stündiger Belastung mit 2 g dauerte dies fast 48 Stunden.

Während ein hohler Träger so konstruirt sein muß, daß die Änderungen der Querschnittsform auch bei den größten möglichen Biegungen doch immer verschwindend klein bleiben, ist für hohle Pflanzenstengel eine geringe Querschnittsänderung geradezu vortheilhaft, denn sie hat zur Folge, dass die Längenänderungen der Elemente geringer sind, als sie bei derselben Biegung und bei unveränderlichem Querschnitt sein müßten, und

1) Daneben wirkt natürlich auch die Disproportionalität in der Zunahme der spezifischen Ausdehnung und der spezifischen Spannung (s. oben).

daß somit um so größere Biegungen ohne bleibende Formänderung möglich sind, je leichter der gebogene Pflanzentheil die Höhe eines Querschnittes vermindert. Je mehr aber so die Biegungsfähigkeit zunimmt, desto kleiner wird auch die Tragfähigkeit bei wachsender Gefahr des Einknickens. Man findet darum Einrichtungen zur Verminderung der Querschnittsänderungen in allen größeren Pflanzenorganen. Schon in Pflanzenhaaren treten dieselben in Form von Quer- und Längswänden auf.

Schwendener hat diesen Gegenstand ziemlich eingehend behandelt.[1] Er wies darauf hin, daß die Veränderungen des Querschnittes in einer Verminderung des Durchmessers parallel der Ebene des Druckes und in einer Vermehrung desselben parallel der neutralen Schicht bestehen, und daß also alle Zellwände, die quergerichtete Zug- oder Druckspannungen aufnehmen können, auch zur Erhaltung der Querschnittsform beitragen. In dieser Weise wirken nach Schwendener:

1) das Parenchym, das die Querverbindungen zwischen den einzelnen mechanisch besonders wirksamen Geweben bildet, und dessen Zellwände manchmal eine höchst auffallende Anordnung in Richtung der Linien des stärksten Druckes zeigen[2];
2) die Fächerung der Luftgänge in den Stengeln von Sumpf- und Wasserpflanzen und die so häufig in diesen und anderwärts vorkommenden Anastomosen der Gefäßbündel;
3) das in den Luftgängen von Junceaceen und Cyperaceen vorkommende Fasergebälke und Schwammgewebe;
4) die Knoten der Gramineen.

Auch eine ganze Reihe von anderen Eigenthümlichkeiten des Baues von Pflanzenorganen hat den gleichen Nutzen: Die so überaus häufige Kammerung weiterer Fasern durch Querwände, die dicken, säulenartig die obere und untere Epidermis der Blätter von Olea fragrans verbindenden Sklerenchymfasern[3], die Verstärkungen des Pallisadenparenchyms in den Blättern von Hakea nitida[4] und Statice purpurea[5], die radial nach außen laufenden und sich bis ins Cambium hinein fortsetzenden Cellulosebalken in den Tracheiden des Holzes von Pinus silvestris.[6] Man erkennt sofort, daß die Wirkung derartiger radialer Stäbe ebensowohl erhöht wird, wenn man sie in der Querrichtung so dicht neben einander gestellt denkt, daß eine Querwand entsteht, als auch wenn sie, über einander gestellt, sich zu

---

1) l. c. p. 84 ff.

2) Über das Zustandekommen dieser Anordnung durch Wachsthum vergl. diese »Arbeiten« Bd. II p. 34.

3) De Bary, Vergl. Anat. p. 440.

4) Meyen »Die neuesten Fortschritte« Taf. V, 2. — H. v. Mohl, Verm. Schriften, Taf. VII, 2.

5) De Bary, Vergl. Anat. p. 441.

6) Sanio, Pringsheim's Jahrb. IX, p. 59.

einer Längswand zusammenschließen. Diese Längswände leisten natürlich auch allen andern Spannungen Widerstand, die bei der Zerlegung eine der Wandfläche gleichgerichtete Komponente liefern.

Schubspannungen, d. h. Spannungen, die durch gegenseitige Verschiebungen der Elemente hervorgerufen werden, treten ebenfalls stets in gebogenen Pflanzenorganen auf, und wir müssen deren Wirkung darum hier auch noch kurz besprechen. Sie stehen im engsten Zusammenhang mit den durch Dimensionsänderungen hervorgerufenen Spannungen. Nur in einem speziellen Falle würden in einem Pflanzentheile keine Schubspannungen beim Biegen entstehen, wenn nämlich seine Zellwände und seine harten Gewebe auf dem medianen Längsschnitt eine ähnliche Konfiguration zeigten wie die Kurven unserer Figur 7 [1]), und wenn die eintretenden Biegungen immer nur sehr geringe wären. Der in der Figur dargestellte Körper ist ein aufrechter parallelepipedischer Träger, dessen Gewicht vernachlässigt wurde und der durch eine an seiner Spitze in senkrechter Richtung zur Oberfläche angreifende Kraft gebogen wird, während er an seiner Basis befestigt ist. Da Verschiebungen zwischen 2 einander unendlich nahen Elementen im Innern eines gebogenen Körpers nur dann stattfinden, wenn deren Dimensionsänderung ungleich ist, so findet man dementsprechend als die Flächen, in denen diese Verschiebungen verschwindend klein werden, diejenigen, in denen die Änderung des Abstandes zweier materiellen Punkte des gebogenen Körpers entweder ein Maximum oder ein Minimum ist. In jeder nach der konkav werdenden Seite sich hinüberneigenden Kurve findet Ausdehnung statt, in der Richtung der dazu senkrechten und dementsprechend gegen die konvex werdende Seite verlaufenden Kurven dagegen Kompression. Die Größe der Dimensionsänderungen und diejenige der ihnen entsprechenden Spannungen soll durch die ungleiche Dicke der Linien angedeutet werden. Natürlich ist der Verlauf dieser Kurven je nach der Form und den Größenverhältnissen des gebogenen Körpers und nach der Wirkungsweise der biegenden Kräfte ein anderer, doch bleibt der Charakter von selbst unter sehr verschiedenen Voraussetzungen ausgeführten Konstruktionen im wesentlichen immer derselbe.

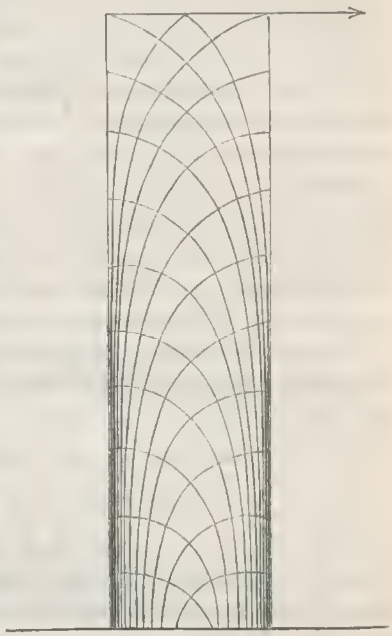

Fig. 7.

1) Eine Kopie von SCHWENDENER's Fig. 3.

Nur dann ist ein Träger mit möglichst geringem Materialaufwande hergestellt, wenn die einzelnen Konstruktionstheile in der Richtung der eben erwähnten Maximal- und Minimalspannungen angeordnet sind. Da aber die Pflanzenorgane, die unter normalen Bedingungen großen Biegungen unterworfen sind, als Träger nicht betrachtet werden dürfen, so kann es uns auch nicht wunder nehmen, daß SCHWENDENER in denselben eine Anordnung der Theile nach Richtung der genannten Kurven mit Bestimmtheit nicht nachweisen konnte. [1])

Ebenso wie man sämmtliche Dilatationen betrachten kann als resultirend aus den in 3 zu einander senkrechten Richtungen (in der Krümmungsebene parallel der neutralen Schicht und senkrecht zu ihr und senkrecht zur Krümmungsebene) stattfindenden, so kann man auch die bei der Biegung eintretenden Verschiebungen auf ein System rechtwinkliger Koordinaten von derselben Lage beziehen. Damit sind denn auch die Schubspannungen bestimmt, falls es gestattet ist, sie als den sie bedingenden Verschiebungen proportional zu betrachten, und die einer bestimmten Verschiebung entsprechende Spannung bekannt ist. Wir betrachten im Folgenden nur die der neutralen Achse parallele Schubspannung, da die Wirkungen der beiden andern für die Beurtheilung der vorliegenden Verhältnisse von zu geringem Belang sind.

Wird ein Bündel von parallelen, nicht mit einander verbundenen und sich nicht reibenden geraden Stäben gebogen, so ist, wie leicht ersichtlich, der Widerstand, den es dieser Formänderung entgegensetzt, gleich der Summe der Widerstände der einzelnen Stäbe und wird gemessen durch

$$\Sigma\, WE = W_1\, E_1 + W_2\, E_2 + W_3\, E_3 + \cdots,$$

wo W_1, W_2 u. s. w. die Maße der Biegungsmomente für die einzelnen Stäbe bezogen auf eine durch ihren Schwerpunkt gehende Achse und E_1, E_2 u. s. w. die Elastizitätsmoduli der Substanzen sind, aus denen sie bestehen. Die Steifheit eines solchen Systems von Stäben ist unter sonst gleichen Umständen um so geringer, je dünner jeder von ihnen ist, um so größer ist aber auch die Biegungsfähigkeit des Ganzen.

Sind dagegen die einzelnen Stäbe so fest mit einander verbunden, daß die gegenseitigen Verschiebungen derselben, die beim Biegen parallel der nunmehr gemeinsamen neutralen Achse eintreten, vernachlässigt werden können, so daß also jeder Stab nicht nur eine der Biegung des Ganzen gleiche Biegung, sondern daneben noch eine durch seine Lage zur neutralen Schicht bestimmte Längenänderung erleidet, dann ist der Widerstand, den ein Stab vom Biegungsmoment $W_1\, E_1$, dessen Querschnittsfläche an einer bestimmten Stelle F_1 ist, bei einem Abstande D_1 ihres Schwerpunktes von der neutralen Schicht, einer Biegung entgegensetzt, zu messen durch

$$(F_1\, D_1{}^2 + W_1)\, E_1.$$

---

1) l. c. p. 33.

Bei dünneren Stäben und besonders solchen, deren Abstand von der neutralen Achse nicht allzuklein ist, hat $F_1 D_1{}^2 E_1$, das Moment der aus der Längenänderung resultirenden Kraft, einen weit größeren Werth als $W_1 E_1$; je mehr dies aber der Fall ist, desto fester muß natürlich auch der Stab mit den weiter nach innen liegenden verbunden sein, wenn größere Verschiebungen zwischen ihnen unmöglich gemacht werden sollen. Jeder Stab ist ja aber auch gewöhnlich noch mit weiter nach außen gelegenen Stäben verbunden, die entsprechend ihrer Längenänderung ihm eine Verschiebung ertheilen, die der aus seiner eigenen Längenänderung resultirenden gleichsinnig ist. Dementsprechend sind die Schubspannungen in den von der neutralen Achse entferntesten Elementen 0 und wachsen von dort bis zur neutralen Schicht, in der sie ihr Maximum erreichen, da die Verschiebungen sämmtlicher Elemente der konvexen Seite in entgegengesetztem Sinne erfolgen als diejenigen, denen die Elemente der konkaven Seite unterworfen sind. In speziellen Fällen kann übrigens die Schubspannung längs der neutralen Schicht eines gebogenen Körpers kleiner sein als zwischen anderen ihr parallelen Schichten, wenn nämlich der Körper in der neutralen Schicht einen viel größeren Durchmesser hat als in den anderen Schichten. Nur wenn die longitudinalen Verschiebungen in einem System von Stäben oder Platten, die der neutralen Achse parallel sind, verschwindend klein sind, kann man das Biegungsmoment jedes einzelnen Stabes oder jeder einzelnen Platte in der eben angegebenen Weise berechnen, und dann durch Summirung das Biegungsmoment des Ganzen finden. Treten aber so namhafte Verschiebungen auf, daß es nun nicht mehr gestattet ist, die Längenänderungen der einzelnen Theile des gebogenen Körpers ihren Abständen von der neutralen Schicht proportional zu setzen, da dieselben ja in Folge der Verschiebungen kleiner ausfallen, so ist in Folge dessen die Biegungsfähigkeit eines Körpers um so größer, je leichter seine Theile bei einer Biegung sich in longitudinaler Richtung verschieben. Das Umgekehrte gilt natürlich von der Steifheit. Für die letztere können daher frei in den Interzellularräumen parallel der Längsrichtung eines Organes verlaufende Sklerenchymfasern, wie man sie in einer ganzen Anzahl von Aroideen und in Mark und Rinde der Rhizophora-Arten findet[1]), offenbar viel weniger leisten als solche, die sich im festen Gewebeverbande finden, dafür aber gestatten sie auch viel bedeutendere Biegungen der Organe, ohne bleibende Formänderungen derselben zu bedingen. Ebenso findet man so äußerst häufig in Pflanzenorganen die harten Gewebe nicht zu einem Ganzen verschmolzen, sondern die einzelnen Stränge oder Platten sind durch weicheres Parenchym verbunden, das selbsverständlich viel bedeutendere Verschiebungen derselben gestattet. Figur 8 (S. 182), ein Querschnitt durch ein Gefäßbündel und dessen Umgebung aus dem inneren Gewebe

---

1) DE BARY, Vergl. Anat. p. 233 und 234.

des Stammes einer Bambusa, zeigt, daß unter Umständen diese Zerklüftung der harten Gewebe sehr weit gehen kann: vier getrennte Sklerenchymstränge liegen den 4 Seiten des Gefäßbündels an, das außerdem sowohl innen als auch außen von 2 mächtigen, rings von Parenchym umgebenen Sklerenchymsträngen begleitet wird. Überall in der innern Hälfte des Stammquerschnittes findet man den auf der Innenseite der Gefäßbündel gelagerten und durch Parenchym von denselben getrennten Sklerenchymstrang, während der äußere Sklerenchymstrang nur bei einzelnen Gefäßbündeln vorkommt. Entsprechend der Vertheilung der Schubspannungen werden die eingeschobenen Parenchymlamellen um so dünner, je näher das Gefäßbündel der Oberfläche des Stammes liegt, und verschwinden etwa in der Mitte zwischen dem innern und äußern Umfange des ringförmigen Stammquerschnittes vollständig. [1])

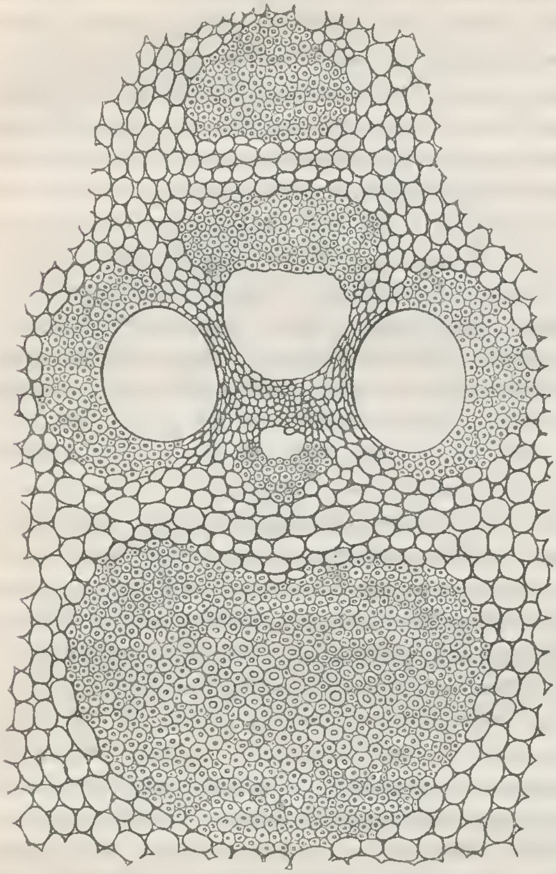

Fig. 8.

Je größer der Widerstand ist, den ein peripherisch gelagertes Gewebe einer Änderung seiner Länge entgegensetzt, desto größer müssen selbstverständlich auch die Schubspannungen sein, die beim Biegen zwischen ihm und den inneren Geweben entstehen, was SCHWENDENER offenbar übersehen hat, denn er vermuthet (l. c. p. 67), daß die rindenständigen Bast-

1) SCHWENDENER sprach l. c. p. 65 die Vermuthung aus, daß diese Einrichtung eine mechanische Bedeutung, über deren Natur er freilich im Unklaren blieb, haben könne. Über die Bedeutung, die SCH. diesen Parenchymlamellen für Diffusionsbewegungen von Nahrungsstoffen zuschrieb, vergl. FALKENBERG, »Vergl. Untersuchungen über den Bau der Vegetationsorgane von Monocotylen« p. 156.

bündel in den Palmenstämmen »das Zerreißen oder *Abschieben* der Rinde beim Biegen des Stammes . . . verhüten sollen.«

Anhang: Körper gleichen Widerstandes.

Einen Körper, in dem unter dem Einfluß formändernder Kräfte von bestimmter Richtung und Vertheilung überall gleichzeitig eine bleibende Formänderung eintritt, nennt man in Bezug auf diese Kräfte einen Körper gleichen Widerstandes.

Wie leicht ersichtlich, ist unter allen Formen, die man einem in bestimmter und stets in gleicher Weise in Anspruch genommenen Träger geben könnte, diejenige des Körpers gleichen Widerstandes dadurch ausgezeichnet, daß sie bei möglichst geringem Materialaufwande die größte Tragfähigkeit gewährt. Würde z. B. bei Herstellung eines Wagebalkens an den Enden mehr Material verwandt als der Anforderung, daß derselbe ein Körper gleichen Widerstandes sei, entspricht, so wäre das natürlich vollkommen unnütz, denn man könnte die Belastung der Wage doch nicht weiter steigern, als bis an einer Stelle die Grenze der Biegungselastizität erreicht ist. Damit der Wagebalken aber überall die gleiche Sicherheit gewährt, muß die Tragfähigkeit der einzelnen Querschnitte dem Momente der auf sie bezogenen biegenden Kräfte proportional wachsen. Man giebt also den einzelnen Querschnitten des Wagebalkens eine solche Form, daß in allen die Längenänderung der äußersten, von der neutralen Schicht am meisten entfernten Elemente bei einer Biegung dieselbe ist, und also auch das innerhalb der Elastizitätsgrenze zulässige Maximum überall gleichzeitig erreicht wird. Da die Biegungen eines belasteten Wagebalkens immer äußerst geringe sein müssen, kann man die Rechnung, welche seiner Konstruktion zu Grunde gelegt werden muß, auf Grund des oben über das Biegungsmoment homogener gerader isotroper Körper Gesagten ausführen. Wenn man auch so keine absolute Genauigkeit erreicht (vgl. oben p. 170), so ist doch die Annäherung an die Wirklichkeit für den vorliegenden Zweck groß genug.

Fig. 9.

Fig. 10.

Natürlich kann ein elastischer Körper immer nur für eine ganz bestimmte Vertheilung der biegenden Kräfte ein Körper gleichen Widerstandes sein. Soll z. B. ein Körper, dessen Dicke überall dieselbe ist, dessen Querschnitte Rechtecke sind und der, während er an der Basis horizontal befestigt ist, einen auf seine Spitze wirkenden vertikal nach unten gerichteten Druck auszuhalten hat, ein Körper gleichen Widerstandes sein, so muß seine Grundfläche dreieckige Form haben (Fig. 9), während man derselben, wenn er einem gleichmäßig über seine Oberfläche vertheilten, vertikal nach unten gerichteten Druck ausgesetzt ist, die in Fig. 10 gezeichnete Form geben muß[1]. Die Kurven AB und AC sind Schenkel von Parabeln, deren Scheitel bei A liegt und deren Hauptachse parallel BC ist.

Der Ausdruck »Träger gleichen Widerstandes« ist völlig nichtssagend, sobald nicht die Wirkungsweise der biegenden Kraft dabei angegeben wird, denn ein Körper, der für alle biegenden Kräfte ein Körper gleichen Widerstandes sei, ist eben doch ganz unmöglich. Darum war es mir recht befremdlich, daß Schwendener immer schlechthin von »Trägern gleichen Widerstandes« redet.[2] Ich merkte aber bald, daß damit immer nur Träger gleichen Widerstandes gegen an der Spitze rechtwinklig angreifende biegende Kräfte gemeint sind. Daß der Ausdruck »Träger« im Sinne der Technik auf die meisten Pflanzenorgane nicht anwendbar ist, glaube ich hinreichend dargethan zu haben, es erübrigt also nur noch eine kurze Betrachtung der Frage, ob die besonders tragfähigen Pflanzenorgane für die biegenden Kräfte, denen sie im normalen Verlauf ihres Lebens ausgesetzt sind, Körper gleichen Widerstandes sind.

Nur muß man nicht glauben, daß diese Frage, wie Schwendener[3] dies gethan hat, durch Rechnungen erledigt werden könne. Um denselben auch nur annähernd den nöthigen Grad von Genauigkeit zu geben, wäre denn doch nöthig, daß man die Vertheilung der auf das zu untersuchende Pflanzenorgan wirkenden biegenden Kräfte, alle Einzelheiten seines anatomischen Baues und die Elastizität seiner Zellhäute, die doch ganz sicher nicht für alle Querschnitte in den entsprechenden Geweben dieselbe ist, genau kennte.

Schwendener spannte Halme von Juncus glaucus und solche von Molinia coerulea wagerecht ein, und beobachtete dann die bei einer Belastung der Spitze (deren Größe und Dauer nicht angegeben wird (?), statt dessen werden die Senkungen auf 10 und im 2. Falle auf 20 g reduzirt) in verschiedenen Abständen von der Basis eintretenden Senkungsgrößen, ferner wurden noch die Durchmesser des Stengels an mehreren Stellen bestimmt. Die letzteren Werthe wurden mit den für die entsprechenden Abstände von der Basis berechneten Durchmessern eines massiven homogenen »Trägers gleichen Widerstandes« gegen einen auf seine Spitze wirkenden quergerichteten Druck verglichen. Es mußte, um leidliche Übereinstimmung zu erzielen, die Länge des Trägers im ersteren Falle 300 mm, im zweiten 200 mm größer genommen werden als diejenige des untersuchten Objektes. Selbst wenn die Übereinstimmung der Zahlen eine größere gewesen wäre, beweist dieselbe durchaus nichts. Oder kann man Binsenstengel und Grashalme als homogene Körper ansehen?[4] Zum Vergleich mit

[1] cf. Weisbach l. c. p. 538 und 541.

[2] Die Wirkung dieser Unklarheit kann man recht hübsch bei Westermaier (Beitr. z. Kenntn. d. mech. Gewebesyst.« Ber. d. Berl. A. d. W. 20. Januar 1881) p. 67 beobachten.

[3] l. c. p. 94 ff.

[4] Über die großen Verschiedenheiten im anatomischen Bau von Basis und Spitze der Halme von Juncus glaucus vergl. Schwendener l. c. p. 101.

den beobachteten Senkungsgrößen wollte Schwendener doch offenbar die Senkungsgrößen der elastischen Linie des von ihm berechneten Trägers bestimmen, hat aber leider dieselben für ein System von hinter einander gestellten ungleich dicken Cylindern berechnet[1], denn die Formel $S = \frac{Pl^3}{3WE}$ gilt doch nicht von jedem beliebigen Träger, sondern bekanntlich nur von prismatischen Stäben, und man wird doch wohl nicht ein 300 mm langes, sich verjüngendes Stück von kreisförmigem Querschnitt, das an der Basis 2,06, an der Spitze dagegen 1,7 mm Durchmesser hat[2], einen Cylinder nennen wollen!

Auch die Fichtenstämme unterlagen einer derartigen Behandlung. Wie Schwendener seine Behauptung: »Große schön gewachsene Fichtenstämme sind annähernd Träger von gleichem Widerstande«[3], aus dem Resultat seiner Berechnung herleiten will, wonach an einem Fichtenstamm, wenn derselbe ein Träger gleichen Widerstandes ist, die Dicke der Jahresschichten in der Höhe von 30—36 m über dem Boden doppelt so groß sein muß, als in der Höhe von 0—6 m, während er die Beobachtung von Sanio[4] citirt, daß die Jahresschichten »oben wie unten ungefähr dieselbe Mächtigkeit haben«, ist mir unbegreiflich. Wem es Vergnügen macht zu wissen, ob ein Fichtenbaum ein solcher Körper gleichen Widerstandes sei, der braucht denselben ja nur an der Spitze zu fassen und ihn seitwärts zu biegen.[5] Da sieht man dann, daß durch einen Zug, der in 1 m Entfernung von der Spitze keine merkliche Bewegung hervorruft, schon nach einer Dauer von wenigen Minuten der Wipfel eine bleibende Verbiegung erleidet. Es ist ja durchaus nicht unwahrscheinlich, daß ein Fichtenstamm annähernd ein Körper gleichen Widerstandes gegen die Kräfte sei, die auf ihn wirken, wenn der Wind den Baum erfaßt. Wie soll man aber darüber Versuche machen?

Um zu erfahren, ob ein Pflanzentheil ein Körper gleichen Widerstandes gegen eine an seiner Spitze rechtwinklig zu seiner Achse angreifende biegende Kraft sei, spannte ich ihn mit Hilfe von Schraubstock und Schraubzwinge so ein, daß er wagerecht dicht über der Fläche eines Tisches sich befand, auf dem ein großes Blatt Papier ausgespannt war. Nachdem mit einem scharfen Bleistift der Umriß einer Seite des Pflanzentheils gezeichnet war (Fig. 11, *a*), wurde er mit Hilfe eines um seine Spitze geschlungenen Fadens, der immer senkrecht gegen die Richtung der Spitze gespannt gehalten wurde, langsam gebogen und dann so einige Minuten lang festgehalten. Nachdem dann abermals der Umriß gezeichnet war (Fig. 11, *b*), wurde

1) l. c. p. 99 und 100.

2) l. c. p. 99.

3) l. c. p. 161.

4) In Pringheim's Jahrb. VIII.

5) Ich that dies mit mehreren etwa 4 m hohen Fichten, neben die ich mir eine freistehende Leiter stellen ließ.

die den Faden haltende Nadel entfernt, der Faden mit einer scharfen Scheere abgeschnitten, und der Pflanzentheil sich selbst überlassen. Wenn dann endlich die elastische Nachwirkung unmerklich wurde, d. h. die Spitze im Laufe von 20 Minuten ihre Stellung nicht mehr änderte, was gewöhnlich erst mehrere Stunden nach der Biegung der Fall war, wurde wiederum eine Zeichnung gefertigt (Fig. 11, *c*), und nun von dieser mittelst Pauspapier eine genaue Kopie genommen, die auf die Zeichnung des ungebogenen Körpers gelegt wurde, so daß man dann erkennen konnte, an welchen Stellen bleibende Formänderungen stattgefunden hatten [1]).

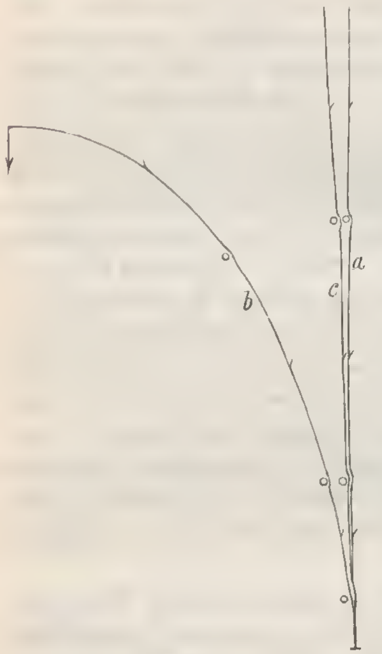

Fig. 11.

Es ist mir aber nicht gelungen, ein Pflanzenorgan zu finden, das ein Körper gleichen Widerstandes gegen biegende Kräfte der bezeichneten Art ist. Besonders mit Getreidehalmen (Roggen und Weizen) machte ich derartige Versuche. Ich wurde dazu nicht durch die »eleganten Krümmungen« [2]) bewogen, wohl aber durch die Überlegung, daß, wenn irgendwo, so gewiß hier eine solche Vertheilung der Tragfähigkeit zu finden sei, da die schweren Ähren dem Winde eine nicht unbeträchtliche Fläche darbieten. Wegen der Nachwirkung schnitt ich die Ähren 24 Stunden vor dem Versuch ab und stellte die Halme so lange aufrecht in Wasser. Während des Versuches wurden sie durch Umwickeln des basalen Endes mit nasser Watte frisch erhalten. Die Blätter wurden vor dem Versuch entfernt, dagegen deren Scheiden natürlich am Halme belassen. Fig. 11 ist nach einer so erhaltenen Skizze von einem Roggenhalm gezeichnet, der vor etwa 3 Wochen geblüht hatte und zur Zeit der Untersuchung (24. Juni) in der Ähre Körner von 5 bis 8 mm Länge hatte. Nach derartigen Biegungen war eine Formänderung in allen Knoten aber nur hier bemerkbar, nach geringeren Biegungen dagegen nur in den unteren Knoten. Die Knoten sind in der Zeichnung, wie ich dies auch immer bei Anfertigung der Skizzen that, durch Kreise markirt. Das obere Internodium, allein in derselben Weise behandelt, zeigte immer zuerst an seinem unteren, innerhalb der Blattscheide befindlichen Ende bleibende Verbiegungen.

1) Die Methode gleicht der von SACHS (diese »Arb.« Bd. I, p. 393) bei Biegungsversuchen mit Wurzeln angewandten.

2) SCHWENDENER l. c. p. 99.

Versuche mit blühenden Weizenhalmen hatten dasselbe Resultat.

Bei älteren Roggenhalmen (Länge der uoch weichen Köruer durchschnittlich 10 mm) von demselben Standort erlitten die Kurven selbst nach bedeutenden Biegungen keine bemerkbaren bleibenden Veränderungen. Die erste bleibende Veräuderung nach der Biegung fand jetzt in dem dünnen Theil des obersten Internodiums statt, wo dasselbe nicht von der Scheide bedeckt war. Daneben findet man freilich bisweilen auch eine geringe bleibende Krümmung des ganzen Halmes.