

## Über die Biegungselastizität von Pflanzentheilen.

Von

**Dr. Emil Detlefsen,**

Gymnasiallehrer zu Wismar.

II. Theil, mit 4 Holzschnitten.

Welchen Nutzen gewährt den Pflanzen die Biegungsfähigkeit ihrer Theile?

Der Druck des Windes auf die oberirdischen Pflanzenorgane vermindert sich nicht unbeträchtlich, wenn dieselben sich biegen. Besonders die breiten Blattflächen würden, wenn sie nicht so beweglich wären, bei etwas heftigerem Winde einem so ungeheuren Drucke ausgesetzt sein, daß größere Pflanzen, besonders reich belaubte Bäume, gar nicht existiren könnten. Keiner von ihnen würde einen Sturm überdauern. Aber die Blätter, die Blattstiele, die jungen blättertragenden Sprosse, sie alle sind in hohem Grade biegungsfähig. Sie alle biegen sich, sobald der Wind in die Krone hineinfährt, und zwischen ihnen entstehen überall enge oder weite Lücken. So verkleinert sich die vom Winde gedrückte Fläche, und je beweglicher die Belaubung einer Pflanze ist, desto kleiner ist unter sonst gleichen Umständen die Luftmasse, deren Druck sie auszuhalten hat, desto geringer also auch die Spannung, in welche die weniger beweglichen Theile: die größeren Äste, der Stamm und die Wurzeln versetzt werden. Auch ist die direkte Wirkung des Windes auf die von ihm ergriffenen Pflanzentheile für diese sehr wenig gefahrbringend, wenn er unter sehr spitzem Winkel auf sie drückt. An Stelle eines unter spitzem Winkel wirkenden Druckes kann man je zwei Kräfte setzen, einen parallel der Oberfläche wirkenden Zug und einen zu ihr senkrechten Druck. Dieser Druck ist für alle Pflanzentheile, die in Folge eingetretener Biegungen fast der Windrichtung parallel geworden sind, beinahe verschwindend klein, und sie sind fast nur noch einem in ihrer Längsrichtung wirkenden Zuge ausgesetzt. Von allen möglichen Spannungen sind aber gerade die durch Dehnung hervorgerufenen die ungefährlichsten, denn in diesem Falle werden alle Gewebe eines Querschnittes gleichmäßig ausgedehnt, sie alle leisten der Verlängerung Widerstand, jedes entsprechend dem Querschnitt

und Elastizitätsmodul seiner Zellhäute. Bei Biegungen sind dagegen die in der Neutralen liegenden und die ihr nahen Gewebe fast völlig wirkungslos, in um so höherem Grade sind aber die peripherisch gelagerten gefährdet.

Die Wurzeln sind durch ihre Lage im Boden keineswegs gegen Biegungen völlig geschützt. Wenn der Stamm einer Pflanze sich im Winde hin und her bewegt, werden besonders auf der Seite, nach der sich die Pflanze neigt, die oberen Theile ihrer Wurzeln nicht unbeträchtlich gezogen. Dem setzen sie nur einen geringen Widerstand entgegen, während die sich spannenden Wurzeln der gegenüberliegenden Seite die Pflanze halten. Gerade wegen des Zusammenwirkens aller Wurzeln bedürfen sie der Steifheit und Tragfähigkeit nicht und sind also bei größtmöglicher Biegefähigkeit am meisten gegen die durch Biegungen bedingten Spannungen geschützt.

Im Folgenden sollen einige Messungen über die Steifheit von Pflanzentheilen mitgetheilt werden. Mit diesem Namen bezeichnen wir ja die aus der Beschaffenheit eines Körpers hervorgehende Widerstandsfähigkeit desselben gegen biegende Kräfte. So lange die Biegungen gering sind, kann sie als konstant betrachtet werden; die Krümmungsradien sind den Momenten der Kräfte umgekehrt proportional. Ist  $M$  das Moment einer biegenden Kraft,  $r$  der Radius des Krümmungskreises der neutralen Axe,  $C$  eine Konstante, dann ist auch für nicht homogene, nicht isotrope und im ungebogenen Zustande gespannte Körper, wie die Pflanzentheile es ja alle sind, so lange sie nur gerade sind und die Krümmung unbeträchtlich, zu setzen

$$r = C : M.$$

Die Gleichung entspricht der für die geraden, homogenen, isotropen und spannungslosen Körper abgeleiteten  $r = WE : M$ , und wir bezeichnen unsere Konstante mit demselben Namen, mit dem wir die Konstante  $WE$  benannt haben, als das Biegemoment.

Die Bestimmungen des Biegemomentes führte ich immer direkt aus, d. h. ich berechnete dasselbe aus Biegeversuchen, die ich mit den betreffenden Pflanzentheilen anstellte. In vielen Fällen genügte es übrigens, das Verhältniß der Biegemomente verschiedener Pflanzentheile zu kennen.

Die Objekte wurden immer auf zwei Metallschneiden gelegt, und da ihre Weichheit eine merkliche Zusammendrückung voraussehen ließ, wurde zunächst auf die Schneide ein 1 cm langes Täfelchen von Spiegelglas von der Breite der Schneide gelegt, auf dem ein rinnenförmig zusammengebogenes Stück dicken Eisenblechs mit Siegellack festgekittet war. Bei Untersuchung von parallelepipedisch gearbeiteten Holzstücken fehlte natürlich die Metallrinne auf den Spiegelglasstücken. In Fig. 4 S. 444 sind dieselben nicht mitgezeichnet. Da die beweglichen, auf einem starken Eisenstabe verschiebbaren Schneiden immer mit der Wasserwaage genau horizontal gestellt wurden,

da die Befestigung des Eisenstabes in zwei starken Haltern eine genügende war, und auch die Schneiden jede mit zwei Schrauben befestigt wurden, erwies sich bei eigens zu diesem Zwecke angestellten Versuchen die Unterlage der Objekte als so wenig beweglich, daß dadurch kein bemerkbarer Fehler hervorgerufen wurde. Die Schneiden wurden immer so befestigt, daß sie von einer auf dem Eisenstabe genau in der Mitte zwischen seinen beiden Befestigungspunkten angebrachten Marke gleich weit entfernt waren. Da Änderungen in der Befestigung der Schneiden immer sehr umständlich sind, weil die neue Befestigung auch immer wieder geprüft werden muß, und es auch aus anderen Gründen besser ist, mit nicht zu viel verschiedenen Längen zu operiren, wandte ich später zwei Paare von Schneiden an, von denen das äußere etwa doppelt so weit von der Marke entfernte Paar 2 mm höher war. Die Belastung ließ ich immer genau in der Mitte wirken.

Die eintretenden Veränderungen, die sich beobachten lassen, sind doppelter Art:

1. Senkung,
2. Richtungsänderung.

Die Senkung erreicht in der Mitte, die bei der Biegung eintretende Richtungsänderung an den beiden Enden, wo die Objekte den Schneiden aufliegen, ihren größten Betrag. Ein fest mit dem Ende verbundener langer Zeiger würde während der Biegung eine größere Bewegung zeigen, als ein solcher, der an irgend einer anderen Stelle mit dem Objekte verbunden wäre.

Die Beobachtung der Senkung ist mit allerlei Übelständen verbunden. Der Krümmungsradius darf an keiner Stelle zu groß werden. Um dennoch meßbare Senkungen zu erhalten, durfte ich die untersuchten Stücke nicht zu kurz nehmen. Ich wählte als Länge 300 mm. So weit waren die Schneiden von einander entfernt. Das Objekt war natürlich einige Centimeter länger. An den Stellen oberhalb der Schneiden trug es beiderseits als Marke einen horizontalen Strich, über dem ein Pünktchen angebracht war. Eine Marke von derselben Art wurde in der Mitte nahe der Unterseite angebracht. Je nach der Färbung des Objektes nahm ich zu den Marken entweder weiße oder schwarze Tusche. Da die mittlere Marke nicht bedeckt werden durfte, benutzte ich zum Anhängen der Lasten einen länglichen, vorn offenen Ring aus starkem Stahldraht. Solcher Ringe hatte ich, ebenso wie von den Unterlagen für die Objekte, mehrere vorrätig, so daß ich immer die passenden auswählen konnte. Die Beobachtung der Senkungsgrößen geschah mit dem Kathetometer, dessen Fadenkreuz immer auf die unter dem Pünktchen liegende ihm zugekehrte Seite des horizontalen Striches eingestellt wurde. Leider giebt der Nonius des Kathetometers nur  $\frac{1}{10}$  mm an. Die Vergrößerung des Fernrohres, die Empfindlichkeit der Libelle (1 Theilstrich = 40 Sekunden) und die ganze äußerst solide Bauart des benutzten Apparates würden genauere Messungen gestatten. Es wurden

also in den meisten Fällen noch Hundertstel Millimeter durch Schätzung bestimmt. Die Beobachtung der Marken an den Enden des Objektes war nothwendig, weil nicht selten trotz aller Vorsicht ein geringes Rollen des Objektes auf seiner Unterlage eintrat, das auf diese Weise konstatirt werden konnte. Solche Versuche wurden dann natürlich sofort kassirt.

Wegen der drei mit aller Sorgfalt auszuführenden Messungen mußte ich die Belastung 8 Minuten lang dauern lassen. Es wurde immer zuletzt die Lage der mittleren Marke bestimmt, und am Ende der 8. Minute, unmittelbar vor der Entlastung, wurde das Zusammenfallen des Fadenkreuzes mit der Marke immer noch einmal konstatirt, resp. unmittelbar vorher mit Hilfe der Stellschraube noch eine kleine Korrektur vorgenommen. Nach dieser Methode habe ich nur die geringste Zahl meiner Messungen gemacht, denn sie ist zu umständlich und die Belastung dauert zu lange. Man muß ferner ziemlich stark belasten und bei der Länge der Objekte sind die theoretischen Grundlagen der Berechnungen auch nicht völlig unanfechtbar. Die Voraussetzung, daß die elastische Linie des gebogenen Pflanzentheils mit derjenigen eines geraden Prismas von derselben Länge, dessen Mitte sich um denselben Betrag unter der dort wirkenden Belastung senkt, übereinstimme, kann kaum gemacht werden, denn das Biegemoment hatte für verschiedene Querschnitte ganz gewiß recht ungleiche Werthe.

Ich brauchte diese Methode darum auch nur zu Versuchen über die gleich zu behandelnde Frage. In allen anderen Fällen wurde die Richtungsänderung der freien Enden bestimmt, wie dies weiter unten beschrieben werden soll.

#### Veränderung der Steifheit mit dem Wassergehalt.

Die Thatsache, daß vorwiegend aus parenchymatischen Zellen bestehende Pflanzentheile durch Wasserverlust »welk« werden, ist ja so allgemein bekannt, daß ich hier nicht weiter darauf einzugehen brauche. Wie steht es aber mit Pflanzentheilen, die nur zum geringen Theile aus turgescirenden Zellen bestehen? Wie verändert sich z. B. die Steifheit eines Getreidehalmes bei Abnahme des Wassergehaltes seiner Zellhäute? Es vermindert sich in diesem Falle nicht bloß die Turgescenz der parenchymatischen Zellen, sondern es wird auch der Elastizitätsmodul der Zellhäute ein anderer; da der Durchmesser des Halmes abnimmt, rücken alle Elemente in einen geringeren Abstand von der Neutralen. Wo reich entwickeltes turgescientes Parenchym die Verbindung zwischen den härteren Geweben herstellt, müssen nach Abnahme der Turgescenz diese bei der Biegung bedeutendere Änderungen ihrer gegenseitigen Lage zeigen als vorher. Deduktiv sind diese Fragen nicht zu behandeln.

Da ich eine Versuchsreihe natürlich immer mit demselben Objekt anstellte, da ich an demselben stets die Last auf denselben Punkt

wirken ließ und auch immer nahezu dieselben Punkte unterstützte — die Objekte wurden während des Welkens nicht viel kürzer — können die beobachteten Senkungen recht wohl eine Vorstellung von der in den einzelnen Querschnitten eintretenden Veränderung des Biegemomentes geben und man kann dieses recht wohl den Senkungen umgekehrt proportional setzen. Die Objekte ließ ich in aufrechter Stellung hängend in einem Dunkelschrank welken, später wurden sie dann an ein offenes Südfenster gehängt, wo sie auch zeitweilig dem Sonnenschein ausgesetzt waren. Zwischen jeder Beobachtung und der folgenden liegt ein Zeitraum von mehreren Stunden, nicht selten sogar von einem ganzen Tage. Ich hielt es eben gerade für wesentlich, die Welkung nicht zu rasch eintreten zu lassen. Zur Bestimmung des Wassergehalts wurden die Objekte zu Anfang und zu Ende jedes Versuches gewogen und aus den erhaltenen Zahlen das Mittel genommen. Um ungleichmäßige Austrocknung, besonders Austrocknung von den Schnittflächen aus zu verhindern, waren diese mit Staniolblättchen bedeckt, deren Gewicht natürlich immer von dem gefundenen Gewicht abgezogen werden mußte. Nach Beendigung des Versuches wurden die Objekte bei 120° C. getrocknet, bis kein Gewichtsverlust mehr eintrat. Daraus konnte dann leicht der Wassergehalt berechnet werden, den ich im Folgenden immer so angebe, daß ich das Trockengewicht des Objektes gleich 1 setze.

1. Versuch. 45 cm langes Stück aus einem geraden, kräftigen Stamm von *Impatiens glandulifera*. In der Mitte des Objektes lag ein Knoten. Durchmesser, bestimmt durch Messung an 14 je 2 cm von einander entfernten Punkten, im Mittel 26,33 mm.

Die Versuche dauerten vom 24. bis 28. Juli.

Trockengewicht 8,19 g.

Gewicht	Senkung bei 1 k Belastung	Wassergehalt	Biegemoment
131,42 g	4,35 mm	45,05	1
130,80 -	4,55 -	44,97	0,87
128,46 -	2,31 -	44,69	0,58
125,54 -	4,41 -	44,33	0,32
122,81 -	5,05 -	44,00	0,27
120,40 -	5,88 -	43,70	0,23
119,28 -	5,93 -	43,56	0,23

Nach der letzten Messung wurde wiederum an denselben Punkten der Durchmesser bestimmt. Es ergab sich das Mittel: 25,65 mm. Darauf wurden die Interzellularräume unter der Luftpumpe mit Wasser injiziert. Einige Stunden später fand ich wieder als Senkung der Mitte bei Belastung mit 1 k 1,4 mm. Die bedeutende Abnahme der Steifheit beim Welken beruht wohl hauptsächlich darauf, daß der nur durchschnittlich 0,3 mm dicke Holzring bei den eintretenden Biegungen seine Form bedeutend

stärker als im frischen Stengel veränderte. Die Verminderung des Stengeldurchmessers reicht nämlich zur Erklärung der beobachteten Veränderungen bei weitem nicht aus.

Es scheint überhaupt der Nutzen, den die Turgescenz der Zellen den Pflanzentheilen in Bezug auf Steifheit gewährt, hauptsächlich darin zu bestehen, daß durch sie alle Zellhäute in einer bestimmten gegenseitigen Lage festgehalten werden.

2. Versuch. Stück eines blühenden Sprosses von *Delphinium elatum*. 2. Juli bis 17. Juli. Trockengewicht 5,97 g.

Gewicht	Senkung bei 4 k Belastung	Wassergehalt	Biegemoment	Bemerkungen
23,98 g	2,1 mm	2,99	1,	
23,43 -	2,1 -	2,93	1,0	
22,60 -	2,3 -	2,75	0,91	
21,36 -	2,4 -	2,71	0,87	
19,89 -	2,6 -	2,33	0,84	
19,11 -	2,7 -	2,20	0,78	
17,31 -	2,7 -	1,90	0,78	
14,41 -	2,8 -	1,53	0,75	
12,45 -	2,8 -	1,08	0,75	
11,28 -	3,0 -	0,89	0,70	
7,40 -	2,2 -	0,07	0,93	Das Objekt war lufttrocken.

3. Versuch. *Secale cereale*. Gerades Internodium aus der Mitte eines Halmes, 39 cm lang, fast cylindrisch. Der Durchmesser in der Mitte verkleinerte sich bei der Trocknung von 4,9 auf 4,0 mm. Absolutes Trockengewicht 0,5336 g. Dauer des Versuchs vom 22. Juli bis zum 26. Juli.

Gewicht	Senkung bei 30 g Belastung	Wassergehalt	Biegemoment
4,2541 g	3,84 mm	1,341	1
4,1403 -	3,91 -	1,129	0,982
0,7170 -	3,93 -	0,339	0,977
0,6364 -	3,96 -	0,189	0,969
0,6190 -	3,99 -	0,156	0,963
0,6044 -	4,10 -	0,129	0,936

Also auch in diesem Falle vermindert sich das Biegemoment um so mehr, je trockner der Halm wird. Vor dem zuletzt aufgeführten Versuche war er sogar eine kurze Zeit lang über Chlorenchlorid ausgetrocknet.

Nach den mitgetheilten Versuchen möchte ich vermuthen, daß alle Pflanzentheile, wenn ihre Zellhäute mit Wasser gesättigt sind und ihre Zellen sich im Zustande höchster Turgescenz befinden, stets steifer sind als bei geringerem Wassergehalte, so daß also ein weniger Wasser enthaltender lebender Pflanzenteil stets nicht so steif ist, als er sein könnte. Wie Pflanzentheile sich bei künstlich gesteigerter, sehr scharfer Austrocknung verhalten, ist eine Frage von untergeordnetem Interesse.

## Biegungsversuche mit Spiegelbeobachtungen.

Wie schon oben auseinander gesetzt, sind mancherlei Unzuträglichkeiten mit Biegungsversuchen verknüpft, bei denen die Größe der Durchbiegung in der Mitte bestimmt wird.

Pscheidl<sup>1)</sup> hatte den glücklichen Gedanken, die Tangente des Winkels, um den die Lage der neutralen Axe eines beiderseits auf Schneiden aufliegenden geraden Prismas, das durch eine in seiner Mitte senkrecht zu seiner Oberfläche wirkende Kraft gebogen wird, sich an den Unterstützungspunkten ändert, nach POGGENDORF'S bekannter Methode der Spiegelablesung zu bestimmen. Bei dieser spiegelt sich bekanntlich ein entfernter Maßstab auf einer ebenen Fläche, gegen die ein Fernrohr senkrecht gerichtet ist, dessen Fadenkreuz mit einem bestimmten Punkte des Maßstabes koincidirt. Dreht sich der Spiegel um einen Winkel  $\alpha$ , so fällt nunmehr ein anderer Punkt des Maßstabes mit dem Fadenkreuz zusammen. Die somit beobachtete scheinbare Verschiebung des Maßstabes sei  $v$ , der Abstand des Maßstabes vom Spiegel sei  $d$ , dann ist  $\tan 2\alpha = v:d$  und da wir es hier mit sehr kleinen Winkeln zu thun haben, kann man setzen  $\tan \alpha = v:2d$ .

Der von mir benutzte Apparat hat folgende Form: Das Objekt ruht auf den beiden Schneiden  $a$  und  $b$ , die in der schon oben angegebenen

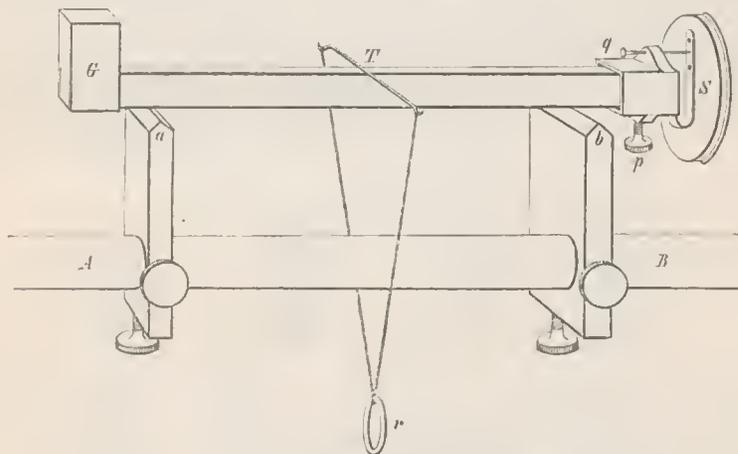


Fig. 4. Vergl. den Text.

Weise an der Stange  $AB$  befestigt sind. Über das Objekt ist genau in der Mitte ein wagerecht liegender starker Messingdraht  $T$  gelegt, an dem mit starken Seidenfäden der Ring  $r$  befestigt ist, in den die Schale mit den Gewichten

<sup>1)</sup> Bestimmung eines Elastizitätskoeffizienten durch Biegung eines Stabes. Sitzungsberichte der Wiener Akad. d. Wiss. Bd. 79, Abth. 2. Januar 1879.

gehängt wird. Der Spiegel, bestehend aus einem ebenen Glastäfelchen, das auf seiner dem Beschauer zugekehrten Vorderseite versilbert ist, ruht in einer Messinghülse  $S$ , die durch eine Feder mit einem vierseitigen Kästchen verbunden ist. Durch Bewegung der Schraube  $q$  kann der Spiegel vertikal gestellt werden. Das Kästchen ist etwas größer als die vierseitigen Holzstücke, an denen es befestigt wird, indem durch Anziehen der Schraube  $p$  ein rechteckiges, in der Figur nicht sichtbares Metallstück bewegt wird. Nach Lösung der Schraube  $p$  kann nöthigenfalls zur groben Einstellung des Spiegels demselben eine geringe seitliche Drehung gegeben werden. War so der Maßstab nahezu in das Gesichtsfeld des Fernrohres gebracht, dann genügte eine ganz geringe Verschiebung des vorderen, auf der Schneide  $b$  liegenden Theils unseres Objektes nach rechts oder links, damit das Bild des Maßstabes durch das Fernrohr im Spiegel sichtbar wurde. Das Fernrohr war etwa 4 m vom Spiegel entfernt, der Maßstab reichlich 3 m. Fernrohr und Maßstab standen fast in gerader Linie und natürlich in derselben Höhe. Der Maßstab stand genau vertikal. Der Spiegel wog etwas über 20 g und wurde durch ein auf der anderen Seite des Holzstückes angebrachtes Gegengewicht  $G$  im Gleichgewicht gehalten. Bei runden Objekten benutzte ich ein Spiegelchen, das mit Siegellaek an einem kleinen Flaschenkork befestigt war. Aus diesem ragten an der anderen Seite vier Nähnadelspitzen von 4—5 mm Länge hervor, die in den betreffenden Pflanzenstengel hinein gedrückt wurden. Dies muß mit sehr sicherer Hand gesehen. Hat man während des Hineindrückens der Nadelspitzen den Spiegel seitlich bewegt, so bewegt er sich naehher wieder langsam zurück und eine Beobachtung ist unmöglich. Übrigens ist es keineswegs schwer, den Spiegel in richtiger Lage zu befestigen, wenn man nur das Objekt möglichst vertikal und die Ebene des Spiegels möglichst horizontal hält, wenn es auch nicht immer gleich das erste Mal nach Wunsch gelingt. Das Objekt muß möglichst senkrecht zur Richtung der Schneiden liegen, sonst würde ja der Abstand der Unterstützungspunkte größer als der Abstand der Schneiden.

Diese Methode gestattet selbst bei verhältnißmäßig kurzen Objekten mit ziemlich kleinen Belastungen zu operiren. Wenn man das Einhängen der Last in den Ring und die Entlastung durch einen Gehilfen besorgen läßt, wie ich dies fast immer that, kann die Dauer jeder Belastung auf einige Sekunden beschränkt werden.

Zur Bestimmung des Biegemomentes wurden die Objekte als prismatisch betrachtet. Da Stammtheile dies niemals sind, wurden 2 Beobachtungen mit jedem gemacht, indem der Spiegel einmal am unteren und einmal am oberen Ende befestigt wurde. In der Regel war im letzteren Falle die Verschiebung des Spiegelbildes etwas größer. Aus beiden Werthen wurde das Mittel genommen und dies der Berechnung des Biegemomentes zu Grunde gelegt. Damit war denn auch ein aus etwas ungleicher Zu-

sammendrücke der beiden Enden hervorgehender Fehler möglichst beseitigt. Wird nämlich die Spitze des Objektes stärker zusammengedrückt als seine Basis, so folgt daraus auch schon eine Drehung des Spiegels und damit eine scheinbare Verschiebung des Maßstabes, während jede Senkung des Spiegels, die von keiner Drehung begleitet ist, keine Bewegung des Spiegelbildes bedingt. Daß nicht etwa durch ungleiche Senkung der Schneiden eine Bewegung hervorgerufen wird, wurde durch folgendes Experiment festgestellt. Der den Spiegel tragende Holzstab blieb unbelastet, dagegen ließ ich auf die Stange  $AB$  genau in der Mitte zwischen den beiden Schneiden eine Last von 5 k einwirken: Das Spiegelbild verschob sich nicht. Bei den Versuchen waren 2 k die größte angewandte Belastung. Der Maßstab war in Millimeter geteilt. Zehntel Millimeter wurden geschätzt.

Das Moment  $M$  der Last  $P$  ist  $M = C : r$  (vergl. oben S. 409). Bezeichnen wir die Länge des belasteten Stückes, also den Abstand der Schneiden mit  $l$ , den Neigungswinkel der elastischen Linie gegen die Horizontale in einem beliebigen, um die Länge  $x$  von der Mitte, dem Angriffspunkte der Last, entfernten Punkte mit  $\alpha$ , so ist  $M = 1/4 (l - 2x) P$ ,  $r = \frac{dx \sqrt{(1 + \tan^2 \alpha)^3}}{d \tan \alpha}$ ;

$$\text{also } 1/4 (l - 2x) P dx = C \frac{d \tan \alpha}{\sqrt{(1 + \tan^2 \alpha)^3}}.$$

Daraus ergibt sich für die Endpunkte durch Integration

$$1/16 l^2 P = C \cdot \frac{\tan \alpha}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}}.$$

Wegen der Kleinheit des Winkels kann  $\sqrt{1 + \tan^2 \alpha} = 1$  gesetzt werden,  $\tan \alpha = v : 2d$  (s. oben), also

$$C = \frac{d l^2 P}{8 v},$$

Experimentirt man mit homogenen Körpern, wird also  $C = W.E$ , so ergibt sich der Elastizitätsmodulus

$$E = \frac{d l^2 P}{8 W v},$$

z. B. für eine parallelepipedische Stange von der Breite  $b$  und der Höhe  $h$ , wo also  $W = 1/12 b h^3$ ,

$$E = \frac{3 d l^2 P}{2 b h^3 v}.$$

Die Belastungen wurden meistens so gewählt, daß die scheinbaren Verschiebungen 20 bis 30 Millimeter betragen. Dem entspricht bei 3200 mm Abstand des Maßstabes ein Drehungswinkel des Spiegels von 44 bis 16 Minuten. Bei einem Abstand der Schneiden von 110 mm ist dann für die am stärksten gekrümmte Stelle eines prismatischen Körpers, für die Mitte, der Krümmungsradius<sup>1)</sup> 4,4 bis 2,9 Meter. Bei so großem

<sup>1)</sup>  $r = C : M$ .  $C = d l^2 P : 8 v$ ,  $M = 1/4 l P$ ;  $r = d l : 4 v$ .

Krümmungsradius sind natürlich, wenn die Dicke der gebogenen Stäbe nur wenige Millimeter beträgt, die spezifischen Verlängerungen resp. Verkürzungen in allen ihren Theilen gering. Selbst bei einem Krümmungsradius von 2,9 Meter beträgt für die Mitte eines 6 mm dicken Stabes von rechteckigem Querschnitt die spezifische Längenänderung der oberflächlich gelagerten Fasern nur 4:4000. Diese große Feinheit der Methode, die schon mit geringen Formänderungen zu experimentiren gestattet, bedingt aber auch, daß bei unvorsichtiger Handhabung die Resultate ganz unbrauchbar werden. Das ist aber ja in gleicher Weise beim Gebrauch aller genannten Meßinstrumente der Fall.

Von den Fehlerquellen sei hier noch einmal die Veränderung der Querschnittsform durch Zusammendrückung erwähnt. Daß der Druck sich an den Unterlagen auf eine möglichst große Fläche vertheilt, wurde durch Auflegen der Glastafelchen auf die Metallschneiden erreicht. Die Beweglichkeit des Apparates wird dadurch nicht beeinträchtigt und die Krümmung ist in der Nähe der Unterlagen ohnehin verschwindend. Dagegen muß die in der Mitte angebrachte Last an einer möglichst schmalen Stelle wirken, und da gerade für diese das Moment der Last ein Maximum ist, muß eine Zusammendrückung sich hier durch Verkleinerung des Biegemomentes besonders bemerkbar machen. Das ist aber ein Fehler, der bei alten Biegeversuchen auftritt, und gerade die oben beschriebene Methode vermindert ihn mehr als jede andere, da sie ja ein Arbeiten mit so geringen Belastungen gestattet. Wählt man dagegen eine andere Methode der Befestigung, spannt man das Objekt in einen Schraubstock und belastet es am freien Ende, so erwächst aus dieser Art der Befestigung, die erst recht mit bedeutender Zusammendrückung verbunden ist, noch eine andere Fehlerquelle, da der eingeklemmte Theil des Objectes nicht in seiner ganzen Länge völlig unbeweglich ist<sup>1)</sup>.

Um zu entscheiden, ob trotz der außerordentlich geringen Formänderungen doch noch bleibende Veränderungen bemerkbar sind, machte ich einige Biegeversuche mit Stäben aus frischem Holze von quadratischem Querschnitt. Die Stellung des Spiegelbildes zum Fadenkreuz des Fernrohres wurde vor, während und nach der Belastung notirt. Die Dauer der Belastung betrug 5 Sekunden. 45 Sekunden nach der Entlastung wurde zum zweitenmal beobachtet, da nachher im Laufe der nächsten Minuten keine irgendwie bemerkbare Veränderung in der Lage des Spiegels mehr vorging. Die Länge der Stäbe betrug 45 cm, der Abstand der Schneiden 410,5 mm, die Entfernung des Maßstabes vom Spiegel 3214 mm.

1) In dieser Weise experimentirte SCHWENDENER mit 60 resp. 70 cm langen Stücken von Gras- und Binsenhalmen (Mech. Prinzip S. 98 u. f.), was ich hier deshalb anführe, da dieser Punkt infolge eines Irrthums leider von mir verkehrt dargestellt ist (S. 484 dieses Bandes).

Bei einer Belastung der Mitte mit 520 g beobachtete ich auf diese Weise an 6 Stäben aus dem Splint eines aufrechten, 12 cm dicken, fast kreisrunden Astes von *Ulmus campestris* bei einer totalen Verschiebung des Spiegelbildes um im Mittel 45,01 mm eine »bleibende« Verschiebung um im Mittel 0,26 mm, so daß also die elastische Verschiebung hier im Mittel 44,75 mm betrug. Jeder Stab wurde zweimal belastet, so daß die Krümmung einmal in der Richtung der radial gelagerten und einmal in derjenigen der tangential gelagerten Flächen vor sich ging. So hatte ich nämlich die Stäbe aus dem Aststücke herauschneiden lassen. Unter denselben Umständen fand ich an fünf 6 mm dicken Stäben aus dem Splinte eines 32 Jahre alten Stammes von *Juglans regia* das Mittel der totalen Verschiebung zu 28,20 mm, dasjenige der bleibenden Verschiebung zu 0,30 mm<sup>1)</sup>. Während also bleibende Verbiegungen sehr häufig bemerkt wurden, war dagegen von einer länger als einige Sekunden dauernden elastischen Nachwirkung auch bei den Versuchen mit krautigen, saftstrotzenden Pflanzentheilen nichts zu bemerken. Der Ausdruck elastische Nachwirkung bedeutet hier überall die bekannte Thatsache, daß die Formänderungen elastischer Körper, besonders solcher von geringer Härte niemals momentan sind. Wie lange Zeit es dauert, bis Pflanzentheile, die »fast ganz aus verholzten Zellen bestehen«, nach einer etwas beträchtlicheren Biegung wieder ihre vorige Gestalt annehmen, habe ich bereits früher<sup>2)</sup> gezeigt.

Folgendes Beispiel möge eine Vorstellung davon geben, wie die Versuchsergebnisse zur Berechnung der Biegemomente gebraucht wurden. Am 19. September wurde ein vollkommen gerader Schaft von *Typha latifolia*, 4,57 m lang, der an seiner Spitze einen großen, 225 mm langen Kolben trug, nach Entfernung dieses Kolbens und der Blätter (die Blattseiden, welche untereinander und mit der Axe durch zähen Schleim verklebt sind, wurden am Objekte belassen) in 6 gleichlange Stücke zerlegt, die in aufrechter Stellung einen Tag lang in Wasser untergetaucht wurden. Dies geschah auch bei allen folgenden Experimenten, um maximalen Wassergehalt der Objekte herzustellen. Jedes Stück wurde erst, wenn es zum Versuch gebraucht werden sollte, aus dem Wasser herausgenommen. Es mußten so lange Stücke genommen werden, da die Blattseiden bei ihrem bekannten anatomischen Bau einer Zusammendrückung nur sehr geringen Widerstand entgegensetzen. Das bedingte dann aber wieder für einzelne Stücke einen ziemlich großen Unterschied der an den beiden Enden beobachteten Verschiebungen. Das aus ihrem Mittel berechnete

1) Nach dieser oben beschriebenen Methode beabsichtige ich eine Untersuchung über die Veränderung des Elastizitätsmoduls frischen Holzes bei allmählicher Austrocknung. Die erwähnten Versuche mit zahlreichen anderen betrachte ich nur als Vorversuche. Die Bestimmung derartiger Konstanten ist eben eine Sache, die sich nicht in kurzem und mit einigen im Augenblicke gemachten Experimenten abthun läßt.

2) S. 466 dieser Arbeit.

Biegemoment kann man wohl als das Biegemoment der Mitte des untersuchten Stückes betrachten. Da der Querschnitt der einzelnen Stücke elliptisch war, wurde jedes Stück einmal so gebogen, daß es mit der schmalen Seite nach oben lag (die mit *A* bezeichneten Kolonnen), und dann so, daß es mit der breiten Seite nach oben lag (die mit *B* bezeichneten Kolonnen). Man erhält so das größte und das kleinste Biegemoment. Findet die Biegung nach einer anderen Richtung statt, so ist das hierbei wirksame, zwischen beiden liegende Biegemoment erforderlichenfalls aus ihnen durch Rechnung zu finden. Die einzelnen Stücke sind von unten nach oben numeriert. Neben die beiden Verschiebungen ist das der Berechnung zu Grunde gelegte Mittel gesetzt. Der Abstand *l* der beiden Schneiden betrug 236,0 mm, die Entfernung *d* des Maßstabes vom Spiegel war 3434 mm. *P* ist die in der Mitte wirkende Last.

Nr.	<i>P</i>	Verschiebung des Spiegelbildes		
		<i>A</i>	<i>B</i>	
I	0,520 k	30 } 32 f	34 mm } 40 } 41 f	40,5 mm
II	0,270 -	49 } 24 f	21,5 - } 23 f	22,5 -
III	0,270 -	23 } 23 f	23 - } 26 f	26 -
IV	0,220 -	28 } 33 f	30,5 - } 33 f	32,5 -
V	0,220 -	70 } 70 f	70 - } 83 f	77,5 -
VI	0,070 -	44 } 50 f	47 - } 56 f	52 -

Trotz der bedeutenden Verschiebung des Spiegelbildes, als Nr. V mit 220 g belastet wurde, war doch die bleibende Formveränderung hier äußerst gering. Nach der großen elastischen Verschiebung von 83 mm war die bleibende Verschiebung doch nur 0,7 mm.

Hieraus berechnen sich folgende Biegemomente:

Nr.	<i>A</i>	<i>B</i>
I	366 000	280 000
II	274 000	262 000
III	256 000	227 000
IV	157 000	148 000
V	69 000	62 000
VI	32 000	29 000

Gegen Biegungen in der Richtung des größten Durchmessers jedes Querschnitts ist der Widerstand zwar etwas größer als gegen Biegungen in der dazu senkrechten Richtung. Dafür ist aber im letzteren Falle die Biegefähigkeit etwas größer. Die Blattseiden sind in ihren Gefäß-

bündeln reich an verholzten dickwandigen Elementen, dennoch trägt die den Achsentheil des Sprosses umgebende Scheidenmasse nicht so sehr zur Erhöhung der Steilheit bei, als man hiernach bei ihrer in dieser Beziehung so überaus günstigen Lage erwarten sollte. Als nämlich das Stück I nach Entfernung der Blattscheiden in der Lage *B* in gleicher Weise wie vorher mit 320 g belastet wurde, betrug die Verschiebung des Spiegelbildes 74 mm. Daraus ergibt sich das Biegemoment 460 000 Kilogramm-Millimeter, während dasselbe Stück ja im intakten Zustande ein Biegemoment von 280 000 Kilogramm-Millimeter hat. Es verdankt also seinen Blattscheiden nur 43 Prozent seiner Steilheit. Das absolute Trockengewicht<sup>1)</sup> der Blattscheiden beträgt dagegen 52 Prozent von dem des ganzen Sproßstückes mit seinen Scheiden. Natürlich kann die Vergleichung der Trockengewichte nicht das Verhältniß der in Ache und Scheiden vorhandenen Zellwandquerschnitte mit vollkommener Genauigkeit geben. Das ist ja aber auch nicht nöthig. Annähernd giebt sie es jedenfalls. Würden wir also voraussetzen, die Elemente der Blattscheiden und auch diese selbst seien alle so fest mit einander verbunden, daß die Änderung ihrer gegenseitigen Lage ebenso wie die Veränderung der Querschnittsform des Ganzen bei einer geringen Biegung als nicht vorhanden angesehen werden dürfte, und würden wir somit in der bekannten Weise das Biegemoment der Blattscheiden und dasjenige der von ihnen umschlossenen Axe berechnen, dann würde sich ein völlig anderes Verhältniß derselben ergeben. Die beobachteten Thatsachen zeigen, daß die Einrichtungen, durch welche diesen Veränderungen entgegengewirkt wird, dies in ziemlich unvollkommener Weise thun und daß also ganz entsprechend dem, was ich früher hierüber gesagt habe und das SCHWEDENER nicht gelten lassen will<sup>2)</sup>, der Widerstand den diese Schäfte biegender Kräfte entgegensetzen, zwar nicht ganz so groß ist, als er bei anderer Anordnung und Verbindungsweise ihrer harten Gewebe sein könnte, daß dafür aber auch größere Biegungen ohne merkliche Verbiegung ertragen werden können. Sie sind gleich den meisten aufrechten Sproßaxen zugleich biegungsfähig und tragfähig und darum selbstverständlich weder das eine noch das andre so sehr, wie sie es bei gegebenem Materialaufwande sein könnten.

Über die Größe der Tragfähigkeit und Biegungsfähigkeit können diese Versuche selbstverständlich keinen Aufschluß geben. Bei Körpern von so großer Biegungsfähigkeit wie der vorliegende ist es, von allem andern abgesehen, doch nicht mehr statthaft, eine Größe der Berechnung zu Grunde zu legen, die unter der ausdrücklichen Voraussetzung bestimmt wurde,

1) Getrocknet bei 110 bis 120° C. in einem Trockenofen, bis der Gewichtsverlust unmerklich wurde.

2) Auf SCHWEDENER'S ERWIDERUNG (»Zur Lehre von der Festigkeit der Gewächse«, Sitzungsber. der K. Pr. A. d. Wiss. zu Berlin Bd. 46 S. 1045—1070) näher einzugehen habe ich keine Veranlassung.

daß nur äußerst geringe Biegungen eintreten. Übrigens verweise ich auf das, was ich früher über die Grenze der Biegeelastizität gesagt habe<sup>1)</sup>.

Eine tabellarische Zusammenstellung der aus den Versuchen berechneten Biegemomente ist wenig übersichtlich. Viel besser eignet sich zu diesem Zwecke eine graphische Darstellung, wie man sie erhält, wenn man auf einer horizontalen Linie eine Strecke  $OS$  abschneidet, die als eine verkleinerte Darstellung der Länge des untersuchten Stammes betrachtet wird. Der Punkt  $O$  entspricht der Stammbasis,  $S$  dem Scheitel. Die Pflanzen wurden immer an der Erdoberfläche abgeschnitten und diese Stelle also als Basis betrachtet. Die Punkte  $a, b,$

u. s. w. entsprechen den Mitten der untersuchten Stücke. Die in ihnen errichteten Senkrechten sind den gefundenen Biegemomenten proportional. Durch Verbindung ihrer Endpunkte  $a_1, b_1$  u. s. w. erhält man eine Kurve, deren Verlauf uns ein Bild giebt von der Abnahme der Biegemomente in den untersuchten Objekten. So wurde in unserer Figur die Abnahme des Biegemomentes in zwei möglichst verschiedenen Stämmen von *Helianthus tuberosus* dargestellt. Die sproßenden, welche noch im Längenwachstum begriffen waren, resp. in ihren unteren Theilen dieses eben beendigt

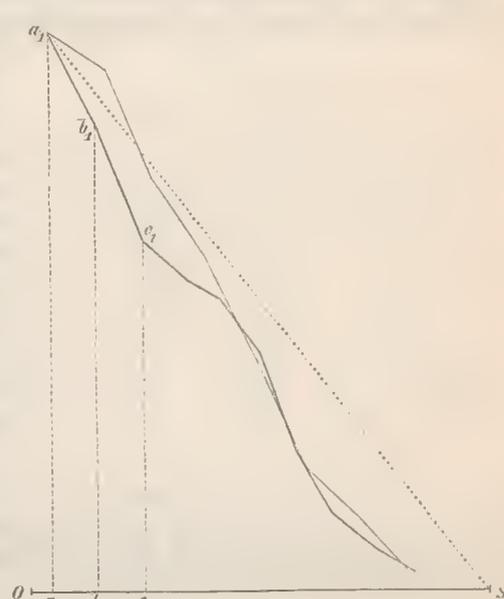


Fig. 2.

hatten, waren, wie ersichtlich, von der Untersuchung ausgeschlossen. Die dicker gezogene Kurve zeigt die Biegemomente in einem 3,08 Meter langen Stamme, der an sonnigem Standort in ziemlich feuchter Erde erwachsen war und am 25. September untersucht wurde. Von den 10 Stücken, in die er dann zerschnitten wurde, waren die drei unteren je 30 cm lang, alle anderen 25 cm. Die gefundenen Biegemomente betragen in Kilogramm-Millimetern

für Nr. I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
5820000	4850000	3640000	3230000	3010000	2440000	4410000	7660000	4530000	1930000

Die dünner gezogene Kurve zeigt die Biegemomente eines andern

<sup>1)</sup> S. 468 u. f.

Stammes derselben Art, der auf sehr trockenem Boden erwachsen war. Am 23. September, als er zum Versuch hergerichtet wurde, war seine Länge nur 2,30 Meter. Er wurde in 8 Stücke von je 25 cm Länge zerschnitten. Für diese ergaben sich folgende Biegemomente:

No. I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
4680000	1560000	4230000	992000	682000	378000	227000	53000 kg-mm

Nach dem Verhältniß der Länge der einzelnen Stücke zur Länge des ganzen Sprosses wurde dann die Linie  $OS$  getheilt, der Punkt, welcher der Mitte von Nr. I entspricht, fiel hierbei fast mit  $a$  zusammen. Das ihm entsprechende Biegemoment wurde gleich  $aa_1$  gesetzt und dem entsprechend die Längen der unteren Ordinaten berechnet. Beide Kurven

weichen besonders in dem der oberen Stammhälfte entsprechenden Theile nicht viel von einander ab. Bei derselben Vertheilung und entsprechender Größe der biegenden Kräfte werden also die elastischen Linien beider Körper einander nahezu ähnlich sein.

Die punktirte Gerade  $a_1 S$  giebt an, wie die Vertheilung der Biegemomente in einem Körper sein müßte, der unter der Wirkung einer in  $S$  angreifenden Kraft sich in allen seinen Theilen kreisförmig krümmt.

Hier sei noch einmal darauf hingewiesen, daß alle diese Angaben sich aber nur auf sehr kleine Biegungen beziehen, daß sie also z. B. zu einer Unter-



Fig. 3.

suchung der Frage, ob die beiden Helianthus-Sprosse Körper gleichen Widerstandes gegen biegende Kräfte von bestimmter Vertheilung seien, in keiner Weise verwendbar sind.

Nebstehende Curve (Fig. 3) stellt die Biegemomente in verschiedenen Höhen eines Sprosses von *Urtica dioica* dar. Derselbe war 4,42 m hoch und trug zur Zeit, da er untersucht wurde (28. IX), zahlreiche Früchte. Er wurde von unten her in 10 gleich lange Stücke von  $12\frac{1}{2}$  cm Länge zerschnitten. Die Zeichnung wurde ganz in derselben Weise wie Fig. 2 hergestellt. Die Biegemomente waren

für Nr. I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
439000	357000	263000	206000	129000	96500	51400	36200	18300	9490 kg-mm

Die Abnahme der Steifheit von unten nach oben ist hier bedeutend rascher als bei *Helianthus tuberosus*, während die Vertheilung des Druckes, dem beide Pflanzen im Winde ausgesetzt sind, für die Nessel eher das umgekehrte Verhalten wahrscheinlich gemacht hätte.

Es ist nicht ohne Interesse zu untersuchen, mit welchem Materialaufwande die in den verschiedenen Theilen eines und desselben Stammes vorhandene Steifheit erreicht wird. Auch hier giebt zur annähernden Bestimmung des Materialaufwandes das absolute Trockengewicht<sup>1)</sup> von im frischen Zustande gleich langen Stücken eine genügende Grundlage. Trockengewicht und Steifheit des untersten Stückes (Nr. I) wurden gleich 1 gesetzt. Für die größere von den beiden Sonnenblumen und für die Nessel ergaben sich folgende Zahlen:

Helianthus			Urtica		
Nr.	Materialaufwand	Steifheit	Nr.	Materialaufwand	Steifheit
I	1	1	I	1	1
II	0,857	0,833	II	0,826	0,778
III	0,843	0,625	III	0,721	0,611
IV	0,791	0,356	IV	0,616	0,471
V	0,698	0,347	V	0,527	0,294
VI	0,384	0,419	VI	0,445	0,220
VII	0,322	0,242	VII	0,353	0,124
VIII	0,399	0,132	VIII	0,256	0,083
IX	0,332	0,078	IX	0,200	0,066
X	0,196	0,033	X	0,131	0,021

Die Zahlen der links stehenden Kolumne sind in beiden Fällen größer als die der andern dazu gehörigen. Man hüte sich aber, hieraus voreilige Schlüsse zu ziehen, denn die Biegemomente ähnlicher Querschnitte verhalten sich (Seite 460) bei einem homogenen Körper nicht wie die Querschnitte, sondern wie deren Quadrate.

Vergleichbare Zahlen erhält man am besten nach folgender Methode. Man denke sich einen homogenen Körper hergestellt, der überall dieselbe Steifheit hat wie das untersuchte Objekt. In den vorliegenden Fällen ist dies natürlich ein Rotationskörper. Unsere Fig. 4 zeigt die Umrisse der beiden den untersuchten Sonnenblumen äquivalenten Körper. *OS* ist deren Achse, *O* der Fußpunkt, *S* der Scheitelpunkt. Die entsprechenden

<sup>1)</sup> In einem größeren Ofen trocknen die Stücke natürlich bedeutend rascher. Der von mir benutzte ist ein Würfel aus Kupferblech von 25 cm Kantenlänge. Außen ist er ringsum von einem Mantel aus Eisenblech umgeben, der nur unten fehlt, so daß der Ofen rings von der heißen Luft umströmt wird, die oben in der Mitte durch eine runde Öffnung entweicht. Der Gasverbrauch ist bei dieser Einrichtung äußerst gering, die Temperatur genügend konstant.

Linien in Fig. 2 und Fig. 4 sind gleich dick gezogen. Vergleichen wir jetzt die sich ergebenden Querschnittsgrößen:

Helianthus			Urtica		
Nr.	Objekt	Äquivalenter Körper	Nr.	Objekt	Äquivalenter Körper
I	4	4	I	4	4
II	0,857	0,943	II	0,826	0,882
III	0,843	0,791	III	0,724	0,782
IV	0,794	0,745	IV	0,616	0,686
V	0,698	0,749	V	0,527	0,542
VI	0,584	0,647	VI	0,445	0,469
VII	0,522	0,492	VII	0,353	0,353
VIII	0,399	0,363	VIII	0,256	0,287
IX	0,332	0,279	IX	0,200	0,257
X	0,496	0,478	X	0,431	0,445

Die vier oberen Stücke von Helianthus zeigen eine nicht unbeträchtlich größere Querschnittssumme ihrer Zellhäute als der dazu gehörige homogene Körper von derselben Steifheit, und das wird auch sofort verständlich, wenn wir uns die in ihnen vorhandenen anatomischen Verhältnisse vergewärtigen. Es sind ja Theile eines Sprosses, dessen Gipfel noch im Längenwachstum begriffen, und deren innere Ausbildung noch nicht vollendet ist. Viel einfacher liegen die Verhältnisse bei der untersuchten Nessel. Längenwachstum und innere Ausbildung sind in allen Theilen des Sprosses vollendet. Entsprechend der relativ mächtigen Entwicklung des Holzkörpers im untersten Stammstück und dessen sehr der Mitte genäherter Lage ist hier die Querschnittssumme der Zellhäute verhältnißmäßig größer als anderswo, und darum finden wir auch, daß alle Stammstücke (ausgenommen Nr. VII) mit kleinerem Materialaufwande konstruirt sind als der äquivalente Körper. Es sind also nur dieselben längst bekannten Thatsachen, die uns hier in anderer Form entgegenreten.

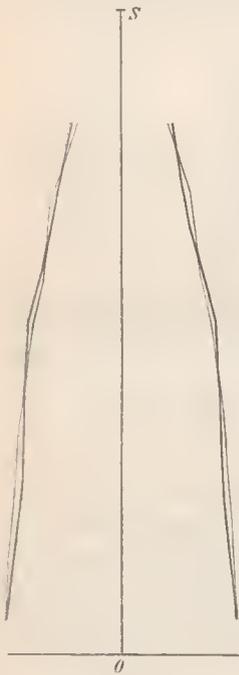


Fig. 4.

Folgende Druckfehler im ersten Theil dieser Arbeit sind zu corrigiren:

- S. 147 Zeile 4 statt  $\frac{P}{L}$  lieB  $\frac{P}{Q}$ .
- S. 148 » 7 statt 64,4 lies 64,4.
- S. 154 » 11 statt 0,437 lies 0,473.
- S. 154 » 21 statt 958,8 0,2 lies 959,8 1,2.
- S. 161 » 4 statt 1,5000 lies 28,2743.
- S. 161 » 5 und 7 statt 58,42 lies 3,08.
- S. 163 » 7 statt 20 lies 60.
- S. 163 Colonne 3 der Tabelle statt 4,09 4,64 0,66 4,47 lies 5,09 5,85 0,81 5,47.
- S. 163 Zeile 34 statt 1856 lies 1489.
- S. 163 » 39 statt  $\sin^2 \frac{6\pi}{24}$  lies  $\sin^2 \frac{6\pi}{25}$ .
- S. 165 » 24 statt 3,0 lies 0,3.
- S. 171 » 30 statt 0,45 lies  $\frac{1}{15}$ .
- S. 172 » 46 statt Theile lies Falle.
- S. 173 Ann. 2 statt p. 47 lies p. 67.
- S. 178 Zeile 2 statt eines lies seines.

wir jetzt

Körper

beträcht-  
häute als  
derselben  
ständig,  
en anat-  
Es sind ja  
n Längen-  
Ausbil-  
acher lie-  
n Nessel.  
g sind in  
preehend  
lkörpers  
der Mitte  
amme der  
swo, und  
eke (aus-  
aufwande  
rper. Es  
atsachen,  
en.

# ZOBODAT - [www.zobodat.at](http://www.zobodat.at)

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Arbeiten des Botanischen Instituts in Würzburg](#)

Jahr/Year: 1888

Band/Volume: [3](#)

Autor(en)/Author(s): Detlefsen Emil

Artikel/Article: [Über die Biegunselastizität von Pflanzentheilen 409-425](#)