Ber. natmed. Verein Innsbruck	Band 70	S. 231 - 239	Innsbruck, Okt.1983

Zur Berechnung der Brechkraftäquivalente optischer Größen des natürlichen Auges

von

Walter AMBACH und Franz DAXECKER *)

(Institut für Medizinische Physik, Innsbruck, Vorstand: Univ.-Prof. Dr. W. Ambach, Univ.-Klinik für Ophthalmologie, Innsbruck, Vorstand: Univ.-Prof. Dr. W. Göttinger)

Determination of refraction equivalents of optical parameters of the human eye

Synopsis: The power of refraction of the crystalline lens depends on the refractive indices and 3 independent optical parameters. These parameters include the axial length, the distance between the anterior principal plane of the lens from the corneal vertex and the corneal curvature.

Individual deviations of these optical parameters are described in equivalent powers. An uniform demonstration of equivalent power in diopter is leading to the possibility to make a better comparison between the influence on the power of refraction of an emmetropizing lens. The equivalent power of optical parameters for individual eyes can be determined with a newly developed simple nomogram. The most important influence on the power of refraction of an emmetropizing lens is the deviation of the axial length and of less influence is the deviation of the distance between the anterior principal power of the lens and the corneal vertex.

1. Einleitung:

Zur Berechnung der Brechkraft der natürlichen Augenlinse bei Emmetropie sind in der Literatur verschiedene Formeln zu finden, beispielsweise von BINKHORST (1975), COLENBRANDER (1973) und WERNER et al. (1976), die in der Reihenfolge der Zitate wiedergegeben werden:

$$D_{L} = \frac{n (r - a)}{(a - d) (4r - d)}$$
(1)
$$D_{L} = \frac{n}{a - d} - \frac{n}{\frac{n}{D_{C}} - d}$$
D_C = $\frac{n_{H} - n_{L}}{r}$ (2)

^{*)} Anschrift der Verfasser: Univ.-Prof. Dr. phil. W. Ambach, Institut für Medizinische Physik, Müllerstraße 44, Dr. med. F. Daxecker, Universitätsklinik für Ophthalmologie, Anichstraße 35, beide A - 6020 Innsbruck, Österreich.

$$D_{L} = \frac{n - aD_{C}}{(a - d)(1 - \frac{d}{n}D_{C})}$$
(3)

Darin bedeuten D_L die Brechkraft der Linse (dptr), D_C die Brechkraft der Hornhaut (dptr), n den Brechungsindex des Kammerwassers (1,336), n_H den Brechungsindex der Hornhaut (1,332), n_L den Brechungsindex der Luft (1,000), d den Abstand der vorderen Linsenhauptebene vom Hornhautscheitel (mm), r den Hornhautradius (mm) und a die optische Achsenlänge des Auges (mm). Es kann jedoch gezeigt werden, daß bei Verwendung der hier angeführten Standardwerte der Brechungsindizes Formeln (1) bis (3) identisch sind. Die Brechkraft einer emmetropisierenden natürlichen Augenlinse hängt dann ausschließlich von der optischen Augenlänge a, vom Abstand der vorderen Linsenhauptebene vom Hornhautscheitel d und vom Hornhautradius r ab.

Als optische Größen werden hier die Achsenlänge a, der Abstand der vorderen Hauptebene der Linse vom Hornhautscheitel d, der Krümmungsradius der Hornhaut r und die Brechkraft der Augenlinse D_L verstanden. Der Abstand der vorderen Linsenhauptebene d wird aus der gemessenen Distanz Hornhautscheitel – Linsenvorderfläche plus 60 % der Linsendicke errechnet. Von mehreren Autoren wurde bereits gezeigt, daß das emmetrope Auge große individuelle Abweichungen einzelner optischer Größen vom Mittelwert haben kann (FRANÇOIS and GOES, 1971; HOFFER, 1980). Zwischen diesen optischen Größen bestehen jedoch statistische Zusammenhänge, die mit Hilfe der Korrelationsanalyse von DAXECKER (1983) dargestellt wurden. Beziehungen zwischen der Bulbuslänge und dem Hornhautradius wurden von FRANÇOIS and GOES (1971) und ARAKI (1962) angegeben.

Die Überlegungen über die Brechkraftäquivalente optischer Größen des Auges haben in letzter Zeit an Bedeutung gewonnen, da zur Optimierung des Sehvermögens der Patienten im Falle einer Implantation einer intraocularen Linse die Brechkraft dieser Linse zu berechnen wäre. Da jedoch eine irisgetragene Kunstlinse im Gegensatz zur natürlichen Linse vor der Iris liegt, müssen die für die natürliche Augenlinse gültigen Formeln quantitativ geändert werden (AMBACH und DAXECKER, 1983).

2. Berechnung der Brechkraftäquivalente optischer Größen des natürlichen Auges:

Es ist bekannt, daß eine Änderung der Bulbuslänge von 1 mm durch eine Brechkraftänderung einer Brille von 3 dptr kompensiert werden kann. Die Änderung der Bulbuslänge kann daher direkt in Dioptrien ausgedrückt werden. In der Verallgemeinerung lassen sich sämtliche Änderungen von optischen Größen wie Bulbuslänge (Δ a), Abstand der Hauptebene (Δ d) und des Hornhautradius (Δ r) in Brechkraftänderungen der Linse ausdrücken, die im folgenden Brechkraftäquivalente genannt werden. Unter Anwendung einer TAYLOR-Reihe in linearer Form erhält man aus Gl. (2) folgende Beziehungen, wobei für die Brechungsindizes die vorne gegebenen Werte eingesetzt wurden:

$$\Delta D_{L}(a) = \frac{-1.336}{(a-d)^{2}} \cdot \Delta a$$
(4)

$$\Delta D_{L}(r) = \frac{+1,336 \cdot 4,024}{(4,024 r - d)^{2}} \cdot \Delta r$$
(5)

$$\Delta D_{L}(d) = \frac{1,336}{(a-d)^{2}} - \frac{1,336}{(4,024 r - d)^{2}} \cdot \Delta d$$
(6)

Dabei wurden für n, n_H und n_L die oben angegebenen Standardwerte eingesetzt. $\Delta D_L(a)$, $\Delta D_L(r)$ und $\Delta D_L(d)$ sind die eingeführten Brechkraftäquivalente. Unter Verwendung der Mittelwerte $\bar{a} = 23,57$ mm, $\bar{r} = 7,67$ mm, $\bar{d} = 6,03$ mm (DAXECKER, 1983.) erhält man aus den Gleichungen (4) bis (6) numerisch

$$\Delta D_{L}(a) = -4,34 \cdot \Delta a \tag{7}$$

$$\Delta D_{L}(r) = + 8,72 \cdot \Delta r \tag{8}$$

$$\Delta D_{L}(d) = +2,17 \cdot \Delta d \tag{9}$$

wobei $\triangle a$, $\triangle r$ und $\triangle d$ in Millimetern einzusetzen sind und die Brechkraftäquivalente $\triangle D_L$ in Dioptrien resultieren. Die Abweichungen $\triangle a$, $\triangle r$ und $\triangle d$ sind als gemessene Abweichungen von den Mittelwerten ($\bar{a} = 23,57$ mm, $\bar{r} = 7,67$ mm, $\bar{d} = 6,03$ mm) zu verstehen. Bei einer Abweichung der Linsenbrechkraft $\triangle D_L$ vom Mittelwert (22,37 dptr) ist das entsprechende Brechkraftäquivalent

$$\Delta D_{L}(L) = -\Delta D_{L} \tag{10}$$

Das Brechkraftäquivalent der Linse $\Delta D_L(L)$ hat also das umgekehrte Vorzeichen der Abweichung der Linsenbrechkraft vom Mittelwert ΔD_L . Eine weitere Analyse unter Einbeziehung der quadratischen Glieder der Taylor-Reihe hat gezeigt, daß für den praktischen Fall keine wesentliche Besserung der Ergebnisse erreicht werden kann.

3. Ermittlung der Brechkraftäquivalente optischer Größen des natürlichen Auges mit Hilfe eines Nomogrammes:

Die Aussagen von Gl. (7) bis (9) können in Form eines Nomogramms dargestellt werden. Die praktische Anwendung des Nomogramms wird an 3 Beispielen erläutert:

B e i s p i e l A b b . 1 : Die Abweichungen optischer Größen von den Mittelwerten betragen: $\Delta a = +0,50, \Delta d = +0,10 \text{ mm}, \Delta r = 0,30 \text{ mm}.$ Gesucht ist das Brechkraftäquivalent der emmetropisierenden Linse.

Das Ergebnis wird in folgenden Schritten gefunden:

- Δa und Δd werden auf den entsprechenden Skalen mit den richtigen Vorzeichen aufgetragen
- Die Verbindung dieser Punkte (strichliert) ergibt einen Schnittpunkt auf der Skala ΔD_1 . Der numerische Wert ΔD_1 ist die Summe der Brechkraftäquivalente von Δa und Δd ($\Delta D_1 = -2,0$ dptr).
- Der Schnittpunkt auf der Skala ΔD_1 wird mit dem Emmetropiepunkt E verbunden und bis zur Skala ΔD_2 verlängert
- Der numerische Wert auf der Skala ΔD_2 ist die Summe der Brechkraftäquivalente von Δr und ΔD_L ($\Delta D_2 = +2,0$ dptr)
- − Auf der Skala Δr wird die Abweichung Δr mit richtigem Vorzeichen aufgetragen. Dieser Punkt wird mit dem Punkt auf der Skala ΔD_2 verbunden und bis zur Skala ΔD_L verlängert





Abb. 1: Numerisches Beispiel der Anwendung des Nomograms. Annahmen: $\Delta a = +0,50$ mm, $\Delta d =$ +0,10 mm, $\Delta r = +0,30$ mm. Bezeichnung und Erklärung siehe Text. Die Ergebnisse sind entsprechend der Ablesegenauigkeit gerundet.

Abb. 2: Bestimmung der Brechkraftäquivalente für Abweichungen der augenoptischen Größen $\Delta a = + 1,00$ mm, $\Delta d = + 0,20$ mm, $\Delta r = + 0,30$ mm. Bezeichnung und Erläuterung siehe Text. Die Ergebnisse sind entsprechend der Ablesegenauigkeit gerundet.

- Der Schnittpunkt auf der Skala ΔD_L ergibt die Änderung der Linsenbrechkraft, die zur Emmetropie notwendig ist ($D_L = +0.7$ dptr). Das entsprechende Brechkraftäquivalent beträgt daher - 0.7 dptr (vgl. Gl. 10).

B e i s p i e l A b b . 2 : Bestimmung der Brechkraftäquivalente der optischen Größen $\Delta a =$ + 1,00 mm, $\Delta d =$ + 0,20 mm, $\Delta r =$ + 0,30 mm. Aus dem Nomogramm ergeben sich als Brechkraftäquivalente für $\Delta D_L(a) =$ - 4,3 dptr, für $\Delta D_L(d) =$ + 0,4 dptr und $\Delta D_L(r) =$ + 2,6 dptr.

B e i s p i e l A b b. 3: Es ist zu beurteilen, welche optische Größe zufolge ihrer natürlichen individuellen Streuung das größte Brechkraftäquivalent liefert. Die statistische Verteilung der gemessenen Größen wie optische Achsenlänge a, Abstand der vorderen Linsenhauptebene d und Krümmungsradius der Hornhaut r, sind in Abb. 4 in Histogrammen dargestellt. Aufgrund der statistischen Untersuchungen dieser Größen betragen die doppelten Standardabweichungen ($\pm 2\sigma$) $\Delta a = \pm 1,38$ mm, $\Delta d = \pm 0,64$ mm und $\Delta r = \pm 0,44$ mm (DAXECKER, 1983). Aus den Gl. (7) bis (9) bzw. aus dem Nomogramm erhält man für die doppelten Standardabweichungen als Brechkraftäquivalente $\Delta D_L(a) = \pm 6,0$ dptr, $\Delta D_L(d) = \pm 1,4$ dptr und $\Delta D_L(r) = \pm 3,8$ dptr. Daraus resultiert, daß Abweichungen in der Achsenlänge den größten Einfluß auf die Brechkraft einer emmetropisierenden Linse bewirken, Abweichungen des Abstandes der Hauptebene vom Hornhautscheitel den kleinsten.



∆d (mm D_L (dptr a (mm D₁ (dptr r(mm -0.6 A (dptr) 1.0 +1.5 +4 -0.4 +1.0 -10 -5 -0.5 +2 -0.2 +0.5 5 0 + 5 -0.5 +0.2 .2 +0.5 +10 +5 +5 - 1.0 +0.4 - 1.5 +1.0 +10 +0.6

Abb. 3: Bestimmung der Brechkraftäquivalente für eine Streubreite $\pm 2\sigma$ der augenoptischen Größen vom Mittelwert. Die Streuung der Achsenlänge ergibt das größte Brechkraftäquivalent (\pm 6,0 dptr), die Streuung des Abstandes Hornhautscheitel – vordere Linsenhauptebene das kleinste (\pm 1,4 dptr). Bezeichnung siehe Text. Die Ergebnisse sind entsprechend der Ablesegenauigkeit gerundet.

Abb. 6: Nomogramm zur Bestimmung von Brechkraftäquivalenten augenoptischer Größen und der Brechkraft einer emmetropisierenden natürlichen Augenlinse. $\triangle a$, $\triangle d$, $\triangle r$ und $\triangle D_{L}$ bedeuten der Reihe nach Abweichungen vom Mittelwert der Achsenlänge, des Abstandes der vorderen Linsenhauptebene, des Krümmungsradius der Hornhaut und der Brechkraft der natürlichen Augenlinse. ΔD_1 und ΔD_2 sind Brechkräftäquivalente. Dem Nomogramm liegen folgende Mittelwerte zugrunde: a = 23,57 mm, $\bar{d} = 6,03 \text{ mm}, \bar{r} = 7,67 \text{ mm} \text{ und } D_L = 22,37$ dptr. Die Größe A (dptr) bedeutet eine auf die Augenlinse bezogene Ametropie. Bei Emmetropie verläuft die Verbindungslinie zwischen den Brechkraftäquivalenten ΔD_1 und ΔD_2 durch den Punkt E. Anleitung siehe Text.

4. Darstellung der Abweichungen optischer Größen des Auges an den von uns untersuchten Patienten in Form von Brechkraftäquivalenten:

Die Achsenlänge a und der Abstand der vorderen Linsenhauptebene d vom Hornhautscheitel wurden unter Verwendung der Ultraschallechographie im A-Mode-Verfahren an 48 emmetropen Augen untersucht. Der Krümmungsradius der Hornhaut wurde mit dem Zeiss-Ophthalmometer gemessen. Als Mittelwerte ergaben sich die bereits oben zitierten Werte $\bar{a} = 23,57$ mm, $\bar{d} = 6,03$ mm und $\bar{r} = 7,67$ mm. Die Abweichungen vom Mittelwert wurden für jedes Auge in Brechkraftäquivalente umgerechnet und zusammenfassend in Abb. 5 dargestellt. Es ist daraus ersichtlich, daß bei emmetropen Augen beträchtliche Ab-



Abb. 4: Histogramme der Streuung der augenoptischen Größen Achsenlänge (a), Abstand der vorderen Linsenhauptebene vom Hornhautscheitel (d) und Hornhautradius (r). Statistische Bearbeitung von 48 Augen (DAXECKER, 1983)



Abb. 5: Brechkraftäquivalente der Abweichungen augenoptischer Größen vom Mittelwert für 48 individuelle Augen. Die Striche bedeuten der Reihe nach: Brechkraftäquivalent der Abweichung des Krümmungsradius der Hornhaut ΔD_L(r), der Achsenlänge ΔD_L(a), des Abstandes der vorderen Linsenhauptebene ΔD_L(d), sowie der Brechkraft der emmetropisierenden Augenlinse ΔD_L(L).
Die untersuchten Augen sind nach den Vorzeichen von ΔD_L(r), ΔD_L(a), ΔD_L(d) wie folgt geordnet: 1 - 16 (+, -, +); 17 - 19 (+, -, -); 20 - 24 (+, +, +); 25 - 29 (+, +, -); 30 - 37 (-, +, +); 38 (-, -, -), 39 - 48 (-, +, -)

weichungen in Brechkraftäquivalenten vorkommen, die sich bei Emmetropie gegenseitig kompensieren.

Tab. 1: Statistik der Differenzen der Brechkraft einer emmetropisierenden Augenlinse nach Gl. (2) und aus dem Nomogramm (Abb. 6)

Differenzen der Linsenbrechkraft aus Gl. (2) und Nomogramm	Relative Häufigkeit der Differenzen
$0.0 \le \Delta D_L < 0.1 \text{ dptr}$	82 %
$0,1 \leq \Delta D_L < 0,2 dptr$	8 %
$0,2 \le \Delta D_L < 0,3 dptr$	8 %
$0.3 \le \Delta D_L < 0.5 dptr$	2 %
	·

5. Schlußfolgerung:

Ein Vergleich der Linsenbrechkraft eines emmetropen Auges berechnet nach Gl. (2)und aus dem Nomogramm zeigt, daß in 90 % der Fälle der Unterschied in der Linsenbrechkraft kleiner als \pm 0,2 dptr ist. Die genaue Verteilung dieser Unterschiede ist in Tab. 1 wiedergegeben. Die lineare Näherung von Gl. (2) durch eine TAYLOR-Reihe liefert für die praktische Anwendung befriedigende Ergebnisse. Durch die Einführung von Brechkraftäquivalenten lassen sich augenoptische Größen in Dioptrien ausdrücken, wodurch eine bessere Beurteilung der Bedeutung augenoptischer Größen für die Emmetropie ermöglicht wird. Zur weiteren Verwendung ist in Abb. 6 ein Nomogramm wiedergegeben.

Die Darstellung von Abweichungen augenoptischer Größen durch Brechkraftäquivalente kann insbesondere bei der Berechnung der Linsenbrechkraft intraocularer Kunstlinsen von Interesse sein. Über die Anwendung dieser Methode wird in einer folgenden Arbeit berichtet.

Z u s a m m e n f a s s u n g : Die Brechkraft einer emmetropisierenden natürlichen Augenlinse hängt neben den Brechungsindizes der durchstrahlten Medien von 3 unabhängigen augenoptischen Größen ab. Es sind dies die optische Achsenlänge, der Abstand der vorderen Linsenhauptebene vom Hornhautscheitel und der Krümmungsradius der Hornhaut. Es wird gezeigt, daß individuelle Abweichungen der erwähnten augenoptischen Größen von einem Mittelwert in Brechkraftäquivalenten ausgedrückt werden können. Damit wird eine bessere Vergleichbarkeit ihrer Einflüsse auf die Brechkraft einer emmetropisierenden Augenlinse ermöglicht, da die Brechkraftäquivalente einheitlich in Dioptrien angegeben werden. Mit Hilfe eines neu entwickelten Nomogramms können für individuelle Augen die Brechkraftäquivalente augenoptischer Größen in einfacher Weise graphisch ermittelt werden. Zufolge der Streuung der individuellen Einzelwerte bewirken Abweichungen in der Achsenlänge den größten Einfluß auf die Brechkraft einer emmetropisierenden Linse, Abweichungen des Abstandes der vorderen Linsenhauptebene vom Hornhautscheitel den kleinsten:

Literatur:

- AMBACH, W. und F. DAXECKER (1983): Graphische Methode zur Bestimmung der Brechkraft intracularer Linsen. – Klin. Mbl. Augenheilk., 182 (6): 552 - 554.
- ARAKI, M. (1962): Studies on the refractive components of human eye by means of ultrasonic echogram. Report III. The correlation among refractive components. – Acta Soc. Ophthal. Jap., 66: 128 - 147 (Zitat nach FRANÇOIS and GOES).
- BINKHORST, R.D. (1975): The optical design of intra-ocular lens implants. Ophthalmic Surg., 6: 17 - 31.
- COLENBRANDER, M.C. (1973): Calculation of the power of an iris clip lens for distance vision. Br. J. Ophthalmol., 57: 735 - 740.

DAXECKER, F. (1983): Variationen emmetroper Augen. – DOZ, 38 (3): 50 - 52.

- FRANÇOIS, J. and GOES, F. (1971): Oculometry in Emmetropia and Ametropia Ultrasonographia Medica. – In: BOCK, J. and K. OSSOINIG (Edt.), Wien, vol. II: p. 473 - 515.
- HOFFER, K.J. (1980): Biometry of 7500 cataractous eyes. Am. J. Ophthalmol., 90: 360 368. WERNER, H., OSTHOLT, H. und GERNET, H. (1976): Beitrag zur augenseitigen Optik. – Graefes Archiv, 199: 281 - 291.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: <u>Berichte des naturwissenschaftlichen-medizinischen</u> <u>Verein Innsbruck</u>

Jahr/Year: 1983

Band/Volume: 70

Autor(en)/Author(s): Daxecker Franz, Ambach Walter

Artikel/Article: Zur Berechnung der Brechkraftäquivalente optischer Größen des natürlichen Auges. 231-239