October. Nr. 7. 1849.

Berichte über die Mittheilungen von Freunden der Naturwissenschaften in Wien.
Gesammelt und herausgegeben von **W. Haidinger.**

I. Versammlungsberichte.

1. Versammlung am 5. October.

Herr Simon Spitzer erläuterte den Inhalt einer Mittheilung, die er für den Druck in den „Naturwissenschaftlichen Abhandlungen" bestimmte, über höhere numerische Gleichungen mit reellen und imaginären Wurzeln. Entsprechend der von Gauss eingeführten Betrachtungsmethode verzeichnet Hr. Spitzer in derselben die imaginären Werthe in Curven auf drei senkrecht auf einanderstehende Ebenen bezogen, und erörtert die Grenzen reeller und imaginärer Wurzeln, Maximum- und Minimumwerthe von Functionen, und gibt endlich eine Methode zur Aufsuchung der reellen und imaginären Wurzeln höherer numerischer Gleichungen mit mehreren Unbekannten.

2. Versammlung am 12. October.

Herr Eugen von Friedenfels machte eine Mittheilung über die Constituirung eines naturwissenschaftlichen Vereines in Hermannstadt, der durch den Eifer und die Thätigkeit einiger Freunde der Naturwissenschaften, die Herren Bielz, Professor Neugeboren und sein Adjunct Carl Fuss an der Spitze, ungeachtet der so ungünstigen Verhältnisse des letzten Jahres, mitten unter den Gräueln des Krieges entstand, dafür aber auch in den besseren Zeiten denen wir entgegen gehen, einen um so gedeihlicheren Fortgang zu nehmen verspricht. Die Statuten erhielten die Allerhöchste Bestätigung zu Innsbruck, die Versammlungen begannen im Monat Mai 1849.

Als Hauptzweck hat man sich die genauere Durchforschung von Siebenbürgen in naturhistorischer Hinsicht gestellt. Wöchentliche Versammlungen geben Gelegenheit, die neuen Erfahrungen und Entdeckungen mitzutheilen und zu besprechen. Berichte über diese Versammlungen erscheinen regelmässig im „Siebenbürger Boten." Ueberdiess hat man angefangen, Verzeichnisse der in Siebenbürgen vorfindlichen Naturalien anzufertigen und diese sollen in eigenen Monatsberichten, deren erster gegenwärtig schon in der Herausgabe begriffen ist, veröffentlicht werden.

Auch specielle Arbeiten fehlen nicht. So hat Hr. Neugeboren seine Untersuchungen über fossile Fischreste von Portschesd, dann jene über die Foraminiferen von Felsö-Lapugy, unter welchen sich sehr merkwürdige Formen von *Nodosaria*, *Glandulina*, *Dentalina*, *Frondicularia*, *Spiroloculina* u. s. w. fanden, eifrig fortgesetzt; Hr. Daniel Czekelius hat in den Teichen bei Krajowa in der Walachei sehr interessante Süsswasser-Conchylien, Schnecken und Bivalven, die von den siebenbürgischen Arten durchaus verschieden sind, gesammelt. Hr. Michael Fuss hat die Bearbeitung der siebenbürgischen Kryptogamen vollendet u. s. w.

---

3. Versammlung am 19. October.

Herr Simon Spitzer machte folgende Mittheilung über die Integration einiger Differentialgleichungen.

I.

$$1)\ \left(\frac{d^n y}{dx}\right)^m + A_1\left(\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}\right)^m + \ldots + A_{n-1}\left(\frac{dy}{dx}\right)^m + A_n y^m = 0$$

Die Substitution $y = Ce^{\theta x}$ führt auf die Gleichung

$$C^m e^{m\theta x}\{\Theta^{mn} + A_1\Theta^{m(n-1)} + \ldots + A_{n-1}\Theta^m + A_n\} = 0$$

der genügt wird für $C^m e^{m\theta x} = y^m = 0$, oder für irgend einen

Werth von Θ, der die Gleichung

$$2)\quad \Theta^{mn} + A_1 \Theta^{m(n-1)} + \ldots + A_{n-1} \Theta^m + A_n = 0$$

in welcher $A_1 \ldots A_{n-1} A_n$ als constant vorausgesetzt sind, zu einer identischen macht. Nennen wir

$$\Theta_1, \Theta_2 \ldots\ldots \Theta_{mn}$$

die Wurzeln dieser Gleichung, so haben wir folgende particuläre Integrale der vorgelegten Gleichung:

$$y = C_1\, e^{\theta_1 x}\ , \quad y = C_2\, e^{\theta_2 x}, \ldots\ldots\ y = C_{mn}\, e^{\theta_{mn} x}$$

die sich auch in folgender Form geben lassen:

$$\log\frac{y}{C_1} = \Theta_1 x\ ;\quad \log\frac{y}{C_2} = \Theta_2 x \ldots\ldots \log\frac{y}{C_{mn}} = \Theta_{mn} x$$

Es genügt daher der Gleichung 1) auch folgendes Integral:

$$3)\quad \left(\log\frac{y}{C_1} - \Theta_1 x\right)\left(\log\frac{y}{C_2} - \Theta_2 x\right)\ldots\left(\log\frac{y}{C_{mn}} - \Theta_{mn} x\right) = 0$$

Setze ich in demselben

$$C_1 = C_2 = \ldots = C_{mn} = a$$

so lässt sich 3) auch so schreiben:

$$4)\quad \left(\frac{1}{x}\log\frac{y}{a} - \Theta_1\right)\left(\frac{1}{x}\log\frac{y}{a} - \Theta_2\right)\ldots\left(\frac{1}{x}\log\frac{y}{a} - \Theta_{mn}\right) = 0$$

Die Gleichung 2), welche auch so aussieht:

$$(\Theta - \Theta_1)\,(\Theta - \Theta_2)\ldots\ldots(\Theta - \Theta_{mn}) = 0$$

unterscheidet sich von der 4) dadurch, dass Θ statt $\frac{1}{x}\log\frac{y}{a}$ steht, daher gibt die Multiplication der Factoren von 4)

$$\left(\frac{1}{x}\log\frac{y}{a}\right)^{mn} + A_1\left(\frac{1}{x}\log\frac{y}{a}\right)^{m(n-1)} + \ldots + A_{n-1}\left(\frac{1}{x}\log\frac{y}{a}\right)^{m} + A_n = 0$$

welches mithin ein Integral von 1) ist.

Merkwürdiger Weise lässt sich genau dasselbe von folgender linearer Differentialgleichung sagen:

$$\frac{d^{mn}y}{dx^{mn}} + A_1\frac{d^{m(n-1)}y}{dx^{m(n-1)}} + \ldots + A_{n-1}\frac{d^m y}{dx^m} + A_n y = 0$$

deren allgemeines Integrale unter Voraussetzung keiner gleichen Wurzeln folgendes ist:

$$y = C_1\, e^{\theta_1 x} + C_2\, e^{\theta_2 x} + \ldots + C_{mn}\, e^{\theta_{mn} x}$$

II.

$$5)\quad \left[(a+bx)^n \frac{d^n y}{dx^n}\right]^m + A_1 \left[(a+bx)^{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}}\right]^m + \ldots$$
$$\ldots + A_{n-1} \left[(a+bx)\frac{dy}{dx}\right]^m + A_n y^m = 0$$

Ich substituire $y = C(a+bx)^\theta$, dadurch geht die vorgelegte Gleichung über in:

$$C^m (a+bx)^{m\theta} \left\{\left[b^n . \frac{\Theta!}{(\Theta-n)!}\right]^m + A_1 \left[b^{n-1} . \frac{\Theta!}{(\Theta-n-1)!}\right]^m + \ldots\right.$$
$$\left.\ldots + A_{n-1} [b\,\Theta]^m + A_n\right\} = 0$$

welche wieder, entweder für $y^m = 0$ oder für:

$$6)\quad \left[b^n . \frac{\Theta!}{(\Theta-n)!}\right]^m + A_1 \left[b^{n-1} . \frac{\Theta!}{(\Theta-n-1)!}\right]^m + \ldots$$
$$\ldots + A_{n-1} [b\,\Theta]^m + A_n = 0$$

befriedigt wird. Sucht man aus dieser Gleichung, wo wieder die A's constant sind, die Werthe von Θ, so findet man deren $m\,n$ an Zahl; die Gleichung hat daher folgende particuläre Integrale:

$$y = C_1 (a+bx)^{\theta_1}, \quad y = C_2 (a+bx)^{\theta_2}, \quad y = C_{mn} (a+bx)^{\theta_{mn}}$$

Setzt man auch hier

$$C_1 = C_2 = \ldots = C_{mn} = \alpha,$$

und schreibt man die particulären Integrale so:

$$\frac{\log \frac{y}{\alpha}}{\log(a+bx)} = \Theta_1; \quad \frac{\log \frac{y}{\alpha}}{\log(a+bx)} = \Theta_2, \ldots \frac{\log \frac{y}{\alpha}}{\log(a+bx)} = \Theta_{mn}$$

so genügt auch folgendes Integral:

$$\left[\frac{\log \frac{y}{\alpha}}{\log(a+bx)} - \Theta_1\right] \left[\frac{\log \frac{y}{\alpha}}{\log(a+bx)} - \Theta_2\right] \ldots .$$
$$\ldots . \left[\frac{\log \frac{y}{\alpha}}{\log(a+bx)} - \Theta_{mn}\right] = 0$$

welches durch Multiplication ihrer Factoren in 6) übergeht, wenn nur daselbst durchgehends statt Θ $\dfrac{\log \frac{y}{\alpha}}{\log(a+bx)}$ gesetzt wird.

III.

$$A_0\left(\frac{d^n z}{dx^n}\right)^m + A_1\left(\frac{d^n z}{dx^{n-1}dy}\right)^m + \ldots + A_{n-1}\left(\frac{d^n z}{dx\, dy^{n-1}}\right)^m + \\ + A_n\left(\frac{d^n z}{dy^n}\right)^m = 0$$

Ich substituire $z = \varphi(y + \Theta x)$, und erhalte so:

$$\left\{\varphi^{(n)}(y+\Theta x)\right\}^m \cdot \left\{A_0\Theta^{mn} + A_1\Theta^{m(n-1)} + \ldots + A_{n-1}\Theta^m + A_n\right\} = 0$$

Diess führt, wie in den beiden früheren Fällen, auf folgende mn particuläre Integrale

$$z = \varphi_1(y + \Theta_1 x),\ z = \varphi_2(y + \Theta_2 x), \ldots z = \varphi_{mn}(y + \Theta_{mn} x)$$

wo wieder $\Theta_1\ \Theta_2 \ldots \Theta_{mn}$ die Wurzeln der Gleichung

$$A_0\Theta^{mn} + A_1\Theta^{m(n-1)} + \ldots + A_{n-1}\Theta^m + A_n = 0$$

und $\varphi_1\ \varphi_2 \ldots \varphi_{mn}$ willkührliche Functionszeichen sind. Bringt man die particulären Integrale auf die Form

$$\Theta_1 = \frac{\psi_1(z) - y}{x},\quad \Theta_2 = \frac{\psi_2(z) - y}{x}, \ldots \Theta_{mn} = \frac{\psi_{mn}(z) - y}{x}$$

so ist auch

$$\left(\Theta_1 - \frac{\psi_1(z) - y}{x}\right)\left(\Theta_2 - \frac{\psi_2(z) - y}{x}\right)\ldots\left(\Theta_{mn} - \frac{\psi_{mn}(z) - y}{x}\right) = 0$$

ein Integral der Gleichung, die sich für gleiche ψ verwandelt im:

$$A_0\left[\frac{\psi(z) - y}{x}\right]^{mn} + A_1\left[\frac{\psi(z) - y}{x}\right]^{m(n-1)} + \ldots + A_{n-1}\left[\frac{\psi(z) - y}{x}\right]^m + \\ + A_n = 0$$

Dasselbe lässt sich auch von der Differenzialgleichung

$$A_0\frac{d^{mn}z}{dx^{mn}} + A_1\frac{d^{mn}z}{dx^{m(n-1)}dy^m} + \ldots + A_{n-1}\frac{d^{mn}z}{dx^m\, dy^{m(n-1)}} + \\ + A_n\frac{d^{mn}z}{dy^{mn}} = 0$$

sagen.

IV.

$$A_0 \left(\frac{d^m y}{dx^m}\right)^n + A_1 \left(\frac{d^m y}{dx^m}\right)^{n-1} + \ldots + A_{n-1} \left(\frac{d^m y}{dx^m}\right) + A_n = 0$$

Sucht man hieraus $\frac{d^m y}{dx^m}$, so findet man dafür, sobald die A's constant sind, n im Allgemeinen von einander verschiedene constante Werthe $a_1\, a_2\, a_3 \ldots a_n$, es sind mithin

$$\frac{d^m y}{dx^m} = a_1, \quad \frac{d^m y}{dx^m} = a_2, \quad \frac{d^m y}{dx^m} = a_3 \ldots . \frac{d^m y}{dx^m} = a_n$$

Ausdrücke, die der vorgelegten Gleichung genügen. Aus ihnen folgt:

$$y = \frac{a_1 x^m}{m!} + C_1 x^{m-1} + C_2 x^{m-2} + \ldots . + C_{m-1} x + C_m$$

und ähnliche $n-1$ andere, die man erhält, wenn man bloss statt $a_1, a_2, a_3 \ldots a_n$ setzt.

Ganz so wie in den früheren Beispielen lässt sich zeigen, dass man eine Auflösung erhält, wenn man in der vorgelegten Gleichung statt $\frac{d^m y}{dx^m}$,

$$m! \left(\frac{y - C_1 x^{m-1} - C_2 x^{m-2} - \ldots . - C_{m-1} x - C_m}{x^m}\right) \text{ setzt.}$$

Ich erlaube mir bei Vorlage dieser Beispiele eine Bemerkung anzuknüpfen. Man wäre vielleicht geneigt, die Gleichung 3) im ersten Beispiele, welche $m n$ willkührliche Constanten besitzt, als das vollständige Integral der Gleichung 1) anzusehen, diess ist nach meiner Ansicht nicht so, die Gleichung 3) sagt gar nichts mehr, als dass die Gleichung 1) $m n$ particuläre Integrale besitzt. — Eben diess lässt sich von allen hier angeführten Beispielen sagen.

Hr. Franz v. Hauer legte eine Abhandlung „Geognostich-paläontologische Beschreibung der nächsten Umgebung von Lemberg" vor, die Hr. Dr. Alois Alth in Czernowitz an Hrn. Bergrath Haidinger eingesendet hatte. In einer allgemeinen Einleitung werden erst der geognostische Charakter und die Oberflächenverhältnisse des östlichen Galizien überhaupt besprochen, und dabei erst die Karpathen, dann das nördlich von diesen gelegene Flachland, endlich das Flussgebiet des Dniester geschildert.

Die Abhandlung über die Umgebung von Lemberg selbst zerfällt in zwei Theile, einen geognostischen und einen paläontologischen.

Der erste Theil enthält als Beigabe einen Situationsplan von Lemberg, in welchem die Verbreitung der Gebirgsgesteine eingetragen ist. Der Hr. Verfasser unterscheidet folgende Glieder:

1. Kreideformation. Das Gestein ist ein weisser oder blaulich-grauer Kalkmergel ohne deutliche Schichtung. Es ist das älteste in der Umgebung von Lemberg auftretende Gebilde.

2.—5. Tertiärformation. Sie zerfällt in mehrere Glieder und zwar:

2. Die untere Sandbildung, bestehend aus grünem Sand und Sandsteinen, welche allenthalben den Kreidemergel bedecken. Sie erreicht an manchen Stellen über 50′ Mächtigkeit und enthält Steinkerne von *Isocardia cor, Panopaea Faujasii,* dann Cardien, Venericardien und Lucinen.

3. Nulliporen-Sandstein. Bestehend aus festen, bald mehr sandigen bald mehr kalkigen horizontalen Schichten, deren Gesammtmächtigkeit gewöhnlich nur 6 — 10 Fuss beträgt. Die Festigkeit dieser Schichten hemmte an den meisten Stellen die Einwirkung der Gewässer, welche die höheren Sandlagen gröstentheils hinwegschwemmten, und so bilden sie in weiter Ausdehnung entblösst in der ganzen Gegend ein Plateau. Viele Korallen dem Geschlechte *Nullipora* angehörend, erfüllen die Schichten dieser Etage. Je häufiger sie auftreten, um so kalkreicher ist das Gestein. Ueberdiess kommen Steinkerne von *Nucula*, *Isocardia cor*, *Panopaea Faujasii*, *Pecten*, dann Foraminiferen und Citherinen vor. Von Mineralien dagegen finden sich hier auf Klüften wasserheller Aragonit und Bergkrystall, Schwerspath, Bernstein u. s. w.

4. Oberer Sand, Sandstein und Mergel. Die Gebirgsmassen dieser Abtheilung ragen in einzelnen Hügeln und Bergen

über das eben erwähnte Plateau hervor, und enthalten von organischen Ueberresten Stücke fossilen Holzes, Austerschalen, dann verschiedene Conchylien, der bekannte weingelbe Kalkspath findet sich ebenfalls in den Schichten dieser Abtheilung.

5. Gypslager. Gyps tritt im Gebiete der Karte an einer einzigen Stelle, südwestlich von Lemberg auf, als das äusserste nordwestliche Ende der grossen Gypsbildung, welche von Chalim angefangen zu beiden Seiten des Dniester in einer Breite von mehreren Meilen von SO. nach NW. fortzieht. Pusch hatte diese ganze Gypsbildung der Kreideformation zugezählt, allein nach Dr. Alth's Beobachtungen liegt der Gyps allenthalben auf dem Nulliporen-Sandstein, oder wenn dieser fehlt, auf dem untern Sandstein auf. Nur wenn diese Glieder der Tertiärformation fehlen, lagert er unmittelbar auf der Kreide. Er ist daher selbst tertiär, und gehört zu der höhern Etage dieser Formation.

6. Diluvialbildungen. Sie treten nur untergeordnet in der nächsten Umgebung von Lemberg auf. Es gehören hieher ein gelblicher sandiger Lehm, und ein lichtgrauer thoniger Mergel.

7. Torf. Er findet sich an mehreren Stellen in dem sumpfigen Thale des Peltew, ist dunkelbraun, erdig und enthält kleine Schnecken und Reste von Insecten. Er wird im Allgemeinen nur wenig benützt.

Der zweite paläontologische Theil von Hrn. Dr. Alth's Mittheilung enthält die Beschreibung der Fossilien, mit Abbildung neuer oder früher unvollständig bekannten Arten.

Die Versteinerungen der Kreideformation waren früher schon durch Pusch, Kner u. s. w. zum grossen Theile bekannt geworden. Dr. Alth vermehrte aber die Zahl der bis nun bekannten Arten beträchtlich, was vorzüglich durch die Benützung der reichen Sammlung von Hrn. Ritter von Sacher Massoch möglich wurde.

Abgesehen von Pflanzenresten unterscheidet Dr. Alth in der Umgegend von Lemberg 213 Arten. Es befinden sich darunter 24 Arten Foraminiferen aus der Gegend von Lemberg. Von den übrigen 189 Arten sind 24 in den Schichten von Lemberg und in jenen von Nagorzany gemeinschaftlich zu finden, 61 finden sich nur in Nagorzany und 104 nur bei Lemberg.

Vergleicht man die gefundenen Reste mit jenen anderer Gegenden, so zeigt sich, dass von den 213 Arten 91 neu und 120 schon in anderen Gegenden aufgefunden sind; 2 Arten blieben zweifelhaft.

Von den 120 schon bekannten Arten gehören 2 dem Kreidemergel von Kazimierz, also einer selbst noch nicht genau bestimmten Bildung an, 9 wurden aus allen Etagen der Kreideformation zitirt, bei einigen Arten blieb die Bestimmung etwas zweifelhaft und es bleiben daher im Ganzen 105 Arten zur Vergleichung übrig. Von diesen sind 35 Arten nur aus der weissen Kreide oder aus dem Plänerkalke Böhmens bekannt, darunter finden sich die bekanntesten und bezeichnendsten Arten der weissen Kreide als *Belemnitella mucronata, Ostrea vesicularis, Ananchytes ovata* u. s. f.; andere 35 Arten sind in der weissen Kreide und in anderen Gliedern der Kreideformation gemeinschaftlich gefunden worden. 13 Arten gehören dem Kreidemergel des westlichen Deutschland an, welcher aber selbst von Ferdinand Römer der weissen Kreide zugezählt wird, 6 Arten der chloritischen Kreide. 3 Arten finden sich zugleich im böhmischen Plänermergel und im Kreidemergel von Deutschland, 7 im böhmischen Plänermergel allein, 5 im wahren Gault.

Aus diesen Daten zieht Hr. Dr. Alth mit vollem Recht den Schluss, dass die Lemberger Kreideschichten als ein Aequivalent der unteren Abtheilung der weissen Kreide, nämlich der englischen grauen Kreide (*grey Chalk, Chalk without flints*) zu betrachten sei.

Eine abgesonderte Vergleichung der Schichten von Nagorzany und jener von Lemberg ergibt keinen Unterschied im Alter dieser beiden Bildungen.

Die Schilderung der Tertiärpetrefakten soll in einer nächsten Abhandlung folgen.

Hr. Dr. Pollak machte folgende 2 Mittheilungen.

I.

Versuch eines directen Beweises für die Euler'sche Relation zwischen den Zahlen der Bestimmungsstücke eines (convexen) Polyeders.

Dieselbe wird bekanntlich durch $E+F-S=2$ ausgedrückt, wo E, F, S der Reihe nach die Anzahl der Ecken, Seitenflächen und Seitenkanten eines convexen (d. h. von einer Geraden in höchstens 2 Punkten treffbaren) Vielflachs bezeichnen.

Den Beweis führt man gewöhnlich (Legendre u. A.) mittelst der sphärichen Polygonometrie, indem man aus irgend einem Puncte im Innern des Körpers mit beliebigem Halbmesser eine Kugelfläche beschreibt, die Projectionen je zwei nächster Polyederecken auf dieselbe durch Bögen grösster Kreise verbindet und die Oberfläche der Kugel einmal unmittelbar, dann als Summe der entstandenen sphärischen Vielecke bestimmend, beide Ausdrücke einander gleichsetzt. Anders z. B. Littrow; er schiebt in das Netz des Polyeders ein neues Vieleck ein, und weist nach, dass der Werth von $E+F-S$ dabei, folglich auch bei was immer für einer Veränderung in der Zahl der Polygone, ungeändert bleibe; derselbe sei also constant und weil etwa am Würfel, so überall gleich 2.

Beide Beweise sind offenbar indirect (nicht am Körper selbst geführt), schliessen einspringende Ecken gänzlich aus, bei dem zweiten entsteht obendrein der Zweifel, ob $E+F-S$ nicht etwa bloss für aus einer ursprünglichen Combination (oder Grundgestalt) hervorgegangene Körper den gleichen, für verschiedene Reihen verschiedene Werthe annehme. — Ob folgender Beweis die Lücke genügend ausfüllt?

I. Bei einem (vorläufig convexen) übrigens beliebigen Vielflach können wir was immer für eine Ecke durch eine, alle Flächen und Kanten an derselben und nur diese schneidende Ebene hinwegnehmen, ohne dass $E+F-S$ hiebei seinen Werth ändert. Denn sei die Ecke n kantig, so geht sie verloren, dafür treten an den Schnittpuncten der Kanten n neue Ecken, zwischen diesen eben so viel Kanten und von beiden begränzt eine neue Fläche auf. E, F, S sind also in $E+n-1$, $F+1$, $S+n$ übergegangen, $E+F-S$ also unverändert geblieben. Man sieht, dass diess auf alle Ecken angewandt, beliebig wiederholt und durch Aenderung der

Lage der schneidenden Ebene modificirt, unzählige Polyeder gibt, für welche E+F—S ungeändert bleibt.

Wir wollen es bloss auf jede Ecke einmal anwenden, um das gegebene Polyeder ohne Aenderung von E+F—S=M in ein anderes, offenbar von lauter dreiflächigen Ecken begrenztes umzugestalten an dem wir den Beweis weiter führen.

II. E+F—S bleibt ferner ungeändert, wenn wir beliebig viele Ecken oder Flächen, für jede derselben aber auch eine Kante hinweglassen. Um diese Reduction methodisch vorzunehmen, stellen wir das Polyeder auf eines seiner Vielecke (untere Grenzfläche); hat dieses p Seiten, so tilgen diese seine (p) Ecken, an jeder Ecke lehnt sich eine Kante, an jede Kante eine Seitenfläche des ersten Gürtels, beide an Zahl gleich (p), einander folglich aufhebend. Diesen Polygonen gehören ausser den untern (p) Ecken und Kanten noch eine andere, die erste Zwischenreihe von Ecken und Kanten, von beiden gleichviel an, die also fortgelassen werden. So fortgehend, findet man den zweiten Gürtel aus Polygonen und sie scheidenden Kanten in gleicher Zahl bestehend, dann wieder eine zweite Zwischenreihe, deren Ecken und Kanten sich tilgen, und so fort, bis die Flächen des letzten Gürtels entweder in die obere Grenzfläche oder in eine (dreiseitige, wie oben gezeigt) Ecke münden. Ungetilgt und den Werth von E+F—S bestimmend blieben bei dem vorgesteckten Gange nur die untere Grenzfläche und die nach oben den Schluss bildende Fläche oder Ecke, also 2 Stücke, somit E+F—S=2, w. z. b. w.

Man sieht leicht, in wiefern dieser Beweis auch bei einspringenden Winkeln Anwendung findet, obschon hier eine feste Regel aufzustellen etwas schwieriger sein dürfte.

II.

Der Neper'sche (natürliche) Logarithmus einer Rationalzahl, ferner dessen ganze Potenzen sind mit dieser incommensurabel, auch nicht Wurzeln einer Zahlengleichung mit commensurablen Coefficienten.

Liouville dürfte der erste gewesen seyn, der diesen Satz, wenigstens in obigem Umfang, begründete. Sein Beweis, auf die Theorie der Differentialgleichungen gestützt, dürfte an Strenge und Schönheit seines Gleichen suchen; der folgende Versuch macht nur auf das Verdienst Anspruch, möglichst elementär zu sein.

Für das unendliche Abnehmen von ∞ ist Lim. $\frac{a^{\infty}-1}{\infty} = \lg a$, wo lg den Neper'schen Logarithmen bezeichnet. Sei $\infty = \frac{1}{2^r}$, wo also r unendlich zunimmt, eine Annahme, welche von der ersten Berechnung wirklich gemacht wurde, so ist unsere Gleichung $\lg a = \operatorname{Lim} 2^r\left(\sqrt[2r]{a-1}\right)$. Hier bleibt 2^r immer commensurabel, $\sqrt[2r]{a}$ kann es, wenn a eine ganze Potenz von 2 als Factor enthält, bei den ersten Ausziehungen sein, wird aber später und bleibt dann immer incommensurabel, folglich auch $\sqrt[2r]{a-1}$, folglich auch lg a. (I.)

Ferner ist

$$(\lg a)^m = \operatorname{Lim} 2^{mr}\left(\sqrt[2r]{a-1}\right)^m = \operatorname{Lim} 2^{mr}(P+\sqrt{2}),$$

wo m eine ganze Zahl, P den möglicher Weise entstehenden rationalen, 2 den gewiss vorhandenen irrationalen Theil der Entwicklung bezeichnet, folglich (II.) jede ganze Potenz des Logarithmen incommensurabel mit seiner Zahl.

Könnte endlich $(\lg a)^m = \operatorname{Lim} (p+\sqrt{q})$ eine Wurzel der Zahlengleichung mit commensurabeln Coeficienten

$$A_0\, x^n + A_1\, x^{n-1}. \qquad + A_{n-1}\, x + A_n$$

bilden, (wo A_0, A_1, A_2 ... Functionen von a,) so würde, da dieser Gleichung nach bekannten Gründen, die conjugirte irrationelle Wurzel $\operatorname{Lim} (p-\sqrt{q})$ entspricht, $(\lg a)^m$, folglich auch lg a zwei möglichen Werthe haben. Diess ist ungereimt, somit unser Satz jetzt vollständig erwiesen.

---

4. Versammlung am 26. October.

Hr. Dr. Moriz Hörnes legte das folgende Verzeichniss, welches ihm Hr. Parreyss zu diesem Ende mitgetheilt hatte, vor.

Die darin aufgenommenen neuen Arten gedenkt Hr. Parreyss späterhin in den naturwissenschaftlichen Abhandlungen zu beschreiben.

Systematisches Verzeichniss

der

im Erzherzogthume Oesterreich

bis im Jahre 1849 aufgefundenen Land- und Fluss-Conchylien

von Ludwig Parreyss.

Classis. *Animalia mollusca Cav.*	Autor	Fundorte
Sectio I.		
Cephala Lam.		
Gasteropoda Cuv.		
a. Terrestria.		
Ord. I. *Pulmonata Cuv.*		
Fam. I. *Limacoidea Parr.*		
Genus *Arion Fer.*		
Arion empyricorum	Fer.	Schneeberg
» *subfuscus*	Fer.	Kahlenberg
» *fuscatus*	Fer.	Prater
» *hortensis*	Fer.	id.
Genus *Limax Lin.*		
Limax agrestis	Fer.	Prater
» *antiquorum*	Fer.	Dornbach
» *sylvaticus*	Drap.	Prater
Fam. II. *Helicoidea Parr.*		
Gen. *Vitrina Drap.*		
Vitrina elongata	Drap.	Weidlingau
» *diaphana*	Drap.	Schneeberg
» *beryllina*	Pfeif.	Türkenschanze
Gen. *Helicophanta Fer.*		
Helicoph. longipes	Ziegler	Mariabrunn
» *brevipes*	Drap.	Dornbach
» *rufa*	Fer.	id.
Gen. *Helix Lin.*		
Helix pomatia	Linné	Oesterreich
» id. var. *sinistrorsa*	id.	id.
» *arbustorum*	id.	id.
» id. var. *alpicola*	Jun.	Schneeberg
» *hortensis*	Müll.	Oesterreich
» *austriaca*	Rossm.	id.
» *personata*	Drap.	Kahlenberg
» *obvoluta*	Müll.	id.
» *holosericea*	Rossm.	Schneeberg
» *bidentata*	id.	Augarten

	Autor	Fundorte
Helix monodon	Fer.	Oesterreich
» id. var. *unidens*	Menke	Schneeberg
» *fulva*	Müll.	Brigittenau
» *lapicida*	Linné	Schneeberg
» *solaria*	Rossm.	id.
» *rotundata*	Müll	Galizienberg
» *ruderata*	Studer	Schneeberg
» *verticillus*	Fer.	Hermannskogl
» *circinata*	Rossm.	Prater
» *badiella*	Ziegler	Klosterneuburg
» *sericea*	Drap.	Prater
» *glabrella*	id.	Oesterreich
» var. *depilata*	Pfeif.	id.
» *albula*	Studer	Schneeberg
» *hispida*	Drap.	Oesterreich
» *strigella*	Drap.	id.
» *umbrosa*	Partsch	Augarten
» *costata*	Müll.	Prater
» *pulchella*	id.	Weidlingau
» *platyomphala*	Parr.	Gaunersdorf
» *foetens*	Pfeif.	Schneeberg
» *aculeata*	Müll.	Hohewand
» *rupestris*	Drap.	Schneeberg
» id. var. *spirula*	Villa.	id.
» *pygmaea*	Drap.	Oesterreich
» *lucida*	id.	Prater
» *nitidosa*	Rossm.	Schneeberg
» *nitida*	Müll.	Oesterreich
» *cellaria*	id	id.
» *nitens*	Michaud	id.
» *nitidissima*	Parr.	Ober St. Veit
» *fulgida*	id.	Schafberg
» *translucida*	id.	Gaunersdorf
» *hyalina*	Rossm.	Dornbach
» *crystallina*	Drap.	Oesterreich
» *fruticum*	Drap.	id.
» *incarnata*	id.	id.
» *carthusianella*	id.	id.
» *costulata*	Pfeif.	Türkenschanz
» *ericetorum*	Drap.	Oesterreich
» *homoleuca*	Parr.	Laxenburg
Fam. III. *Cochloidea Parr.*		
Gen. *Bulimus Brug.*		
Bulimus radiatus	Drap.	Oesterreich
» *montanus*	id.	id.
» *obscurus*	id.	id.
» *obtusus*	id.	Schneeberg
Gen. *Hydastes Parr.*		
Hydastes lubricus	Drap.	Oesterreich
» id. var. *nitidus*	Kokeil	id.
» id. var. *lubricellus*	Ziegler	id.
Gen. *Polyphemus Montf.*		
Polyphemus acicula	Drap.	Oesterreich

	Autor	Fundorte
Gen. *Odontalus Parr.*		
Odontalus tridens	Drap.	Oesterreich
Gen. *Pupa Drap.*		
Pupa dolium	Drap.	Mödling
» id. var. *maxima et vitrea*		Sparbach
» *conica*	Rossm.	Hohewand
» *gularis*	id.	Schneeberg
» *doliolum*	Drap.	Burkersdorf
» *pagodula*	Mich.	Dornbach
» *triplicata*	Studer	Mödling
» *edentula*	Drap.	Jedlersee
» *marginata*	id.	Oesterreich
» *nitida*	Fer.	Sophien-Alpe
» *muscorum*	Drap.	Weidlingau
Gen. *Vertigo Fer.*		
Vertigo pygmaea	Fer.	Oesterreich
» *Venetzii*	Charp.	id.
» *pusilla*	Müll.	Burkersdorf
» *antivertigo*	Drap.	Weidlingau
Gen. *Torquilla Stud.*		
Torquilla avena	Fer.	Baaden
» *hordeum*	Studer	Schneeberg
» *frumentum*	Drap.	Türkenschanz
» *secale*	id.	Kahlenberg
Gen. *Clausilia Drap.*		
Clausilia filograna	Rossm.	Baaden
» *similis*	Charp.	Oesterreich
» id. var. *biplicata*	Pfeif.	Kahlenberg
» id. var. *triplicata*	Mühlfeld	id.
» *sordida*	Ziegler	Baaden
» *plicata*	Rossm.	Oesterreich
» *fragilis*	id.	Gutenstein
» *bidens*	Drap.	Oesterreich
» id. var. *detrita*	Ziegler	Schneeberg
» *ungulata*	Menke	id.
» *dyodon*	Studer	id.
» *gracilis*	Pfeif.	id.
» *parvula*	Studer	id.
» id. var. *paula*	Parr.	id.
» *obtusa*	Pfeif.	Mödling
» *Tettelbachiana*	Rossm.	Schneeberg
» *advena*	Ziegler	id.
» *varians*	Pfeif.	id.
» id. var. *diaphana*	id.	id.
» id. var. *fulva*	Ziegler	id.
» *badia*	Pfeif.	id.
» *plicatula*	Drap.	Oesterreich
» id. var. *roscida*	Studer	id.
» *Rolphii*	Leach	Gaunersdorf
» *ventriculosa*	Fer.	Oesterreich
» *interrupta*	Rossm.	Schneeberg
» *affinis*	Ziegler	Mödling
» id. var. *consocia*	id.	Brühl

	Autor	Fundorte
Clausilia pumila	Rossm.	Prater
» id. var. *fuscosa*	Ziegler	Oesterreich
» *pusilla*	id.	Hohewand
Gen. *Carychium Mich.*		
Carychium minimum	Drap.	Oesterreich
Gen. *Pomatias Hart.*		
Pomatias maculatum	Drap.	Mödling
» *patulum*	id.	Schneeberg
Gen. *Acmea Hart.*		
Acmea lineata	Drap.	Türkenschanz
Gen. *Succinea Dp.*		
Succinea amphibia	Drap.	Oesterreich
» id. var. *intermedia*	Ziegl.	id.
» *levantina*	Desh.	Dornbach
» *pygmaea*	Ziegl.	Mariabrunn
» *oblonga*	Drap.	Oesterreich
Fam. IV. *Hydronoidea Parr.*		
Gen. *Planorbis Drap.*		
Planorbis corneus	Linné	Oesterreich
» *carinatus*	Drap.	id.
» *marginatus*	id.	id.
» id. var. *scrobiculatus*	Ziegler	Prater
» *albus*	Müll.	Brigittenau
» id. var. *hispidus*	Schrank.	Hütteldorf
» *imbricatus*	Drap.	Oesterreich
» *cristatus*	id.	id.
» *vortex*	id.	Prater
» *spirorbis*	Müll.	Oesterreich
» *contortus*	id.	Brigittenau
Gen. *Segmentina Flem.*		
Segmentina nitida	Drap.	Oesterreich
» *complanata*	id.	Purkersdorf
Gen. *Physa Drap.*		
Physa fontinalis	Linné	Moosbrunn
» id. var. *amnica*	Ziegler	Laxenburg
» *hypnorum*	Drap.	Brigittenau
Gen. *Limnaeus Drap.*		
Limnaeus auricularius	Drap.	Brigittenau
» *intermedius*	Mich.	Donaufluss
» *compactus*	Ziegler	id.
» *candidus*	id	Thayafluss
» *vulgaris*	Pfeif.	Prater
» *nigricans*	Ziegler	Neuwaldeg
» *ovatus*	Drap.	Eggenburg
» *fontinalis*	Studer	Oest. Gebirgen
» *pereger*	Drap.	Oesterreich
» id. var. *opacus*	Ziegler	Wienfluss
» *diaphanus*	Fitzinger	Briel
» *minutus*	Pfeif.	Donaufluss
» *corneus*	Menke	St. Veit
» *fuscus*	Pfeif.	Oesterreich

	Autor	Fundorte
Limnaeus palustris	Drap.	Oesterreich
» *granulatus*	Parr.	id.
» *bicolor*	Mühlf.	Horn
» *lacustris*	Studer	Rosenburg
» *stagnalis*	Lam.	Oesterreich
Gen. *Melanopsis Fer.*		
Melanopsis Audebardii	Prevost	Vöslau
Gen. *Valvata Lam.*		
Valvata piscinalis	Lam.	Klosterneuburg
» *umbilicata*	Fitzinger	Gosau - See
» *spirorbis*	Drap.	Oesterreich
» *cristata*	Pfeif.	Prater
» *minuta*	id.	id.
Gen. *Paludina Drap.*		
Paludina vivipara	Drap.	Oesterreich
» *achatina*	id.	Donaufluss
» *impura*	id.	id.
» *viridis*	id.	Purkersdorf
» *pellucida*	Parr.	id.
» *albula*	id.	Weidlingau
» *Parreyssii*	Pfeif.	Vöslau
Gen. *Lythoclypus Mühlf.*		
Lythoclypus naticoides	Fer.	Donaufluss
» *fuscus*	Pfeif.	Wienfluss
Gen. *Neritina Lam.*		
Neritina danubialis	Pfeif.	Donaufluss
» id. var. *maxima*		id.
» *lacustris*	Linné	Wienfluss
» *fluviatilis*	Drap.	Oesterreich
» *transversalis*	Ziegler	Donaufluss
» id. var. *castanea*	Parr.	id.
» *Prevostiana*	Pfeif.	Vöslau
Gen. *Ancylus Drap.*		
Ancylus fluviatilis	Pfeif.	Oesterreich
» *lacustris*	Müll.	Brigittenau
Sectio II.		
Ord. I. *Tritonides Parr.*		
Fam. I. *Cardiacea Cuv.*		
Gen *Pisidium Pf.*		
Pisidium obliquum	Pfeif.	Donaufluss
» *fontinale*	id.	Oesterreich
» *obtusale*	id.	Klosterneuburg
» *fuscum*	Parr.	Reichenau
» *pusillum*	Dupy	Vöslau
» *Jenynsii*	id.	St. Veit
Gen. *Cyclas Drap.*		
Cyclas nucleus	Studer	Wiener Kanal
» *corneus*	Linné	Oesterreich
» *lacustris*	Lam.	Moosbrunn
» *calyculata*	Drap.	Brigittenau

Ord. II. *Najades Lea.* Fam. I. *Margaritacea Parr.* Gen. *Unio Brug.*	Autor	Fundorte
Unio pictorum	Linné	Donaufluss
» *limosus*	Nils.	id.
» *Michaudii*	Desm.	id.
» *tumidus*	Pfeif.	id.
» *nigricans*	Fitzinger	Thayafluss
» *crassus*	Retz.	Marchfluss
» *batavus*	Nils.	Wiener Kanal
» *fusculus*	Ziegler	Kaltengang
» *Zeleborii*	Parr.	Thayafluss
» *longirostris*	Ziegler	Lundenburg
Fam. II. *Dipsacea Parr.* Gen. *Anodonta Brug.*		
Anodonta compressa	Menke	Donaufluss
» *intermedia*	Pfeif.	id.
» *cygnea*	Drap.	Oesterreich
» *cellensis*	Pfeif.	id.
» *grisea*	Schrött.	id.
» *piscinalis*	Nils.	id.
» *obvoluta*	Menke	id.
» *leprosa*	Parr.	Laa