

X.

Ueber die Bestimmung der Selbstinductionscoëfficienten von Drahtspulen.

Von F. Himstedt.

Bei Gelegenheit der Ohmbestimmung, deren Resultate ich kürzlich veröffentlicht habe, hatte ich die Aufgabe, für eine Anzahl von Inductionsspulen und Galvanometerrollen die Selbstinductionscoëfficienten zu bestimmen. Ich habe hierbei die von Lord Rayleigh modificirte Maxwell'sche Anordnung mit der Wheatstone'schen Brücke der Art abgeändert, dass ich nicht mit einem einzelnen Inductionsstosse arbeite, sondern n in der Secunde erregte Stösse in ihrer Wirkung auf das Galvanometer sich summiren lasse, so dass die Nadel desselben eine constante Ablenkung erfährt. Hierdurch habe ich erreicht, dass die Versuche mit sehr schwachen Strömen (0,001 bis 0,002 Ampère) ausgeführt werden können und damit die Schwierigkeiten, mit denen Lord Rayleigh *) nach seinen Angaben zu kämpfen hatte, nämlich Schwankungen des Stromes, durch den Strom verursachte Temperaturänderungen der untersuchten Rollen, Aenderungen in der Ruhelage der Galvanometernadel etc. vollständig in Wegfall kommen. Da ausserdem die Galvanometerconstante aus den Formeln herausfällt, also nicht bestimmt zu werden braucht, so gestaltet sich die Bestimmung der Selbst-

*) Lord Rayleigh, Experiments to determine the value of the British Association unit of resistance in absolute measure, Phil. Trans. Ray. Soc. 1882.

inductionscoefficienten zu einer bequem, schnell und doch mit der nöthigen Genauigkeit zu lösenden Aufgabe.

Die zu untersuchende Spule sei in den Zweig I einer Wheatstone'schen Brücke eingeschaltet, deren andere Zweige aus den inductionsfreien Widerständen $w_2 w_3 w_4$ gebildet und so abgeglichen seien, dass bei constant geschlossenem Strome die Galvanometerbrücke stromlos ist, also $w_1 : w_2 = w_4 : w_3$. Wird jetzt der Strom unterbrochen, so entsteht in dem Zweige I die electromotorische Kraft $P \cdot i_1$ und es fließt, wie aus den Kirchhoff'schen Gleichungen leicht abzuleiten, durch das Galvanometer ein Inductionsstrom

$$i_0 = P \cdot i_1 \frac{w_3 + w_4}{w_0(w_1 + w_2 + w_3 + w_4) + (w_1 + w_2)(w_3 + w_4)}$$

oder

$$i_0 = P \cdot J \frac{w_3}{w_0(w_1 + w_2 + w_3 + w_4) + (w_1 + w_2)(w_3 + w_4)} = P \cdot \frac{J}{S}$$

wo P der zu bestimmende Selbstinductionscoefficient, J die Stromstärke in der nicht verzweigten, vom Element ausgehenden Leitung bezeichnet und zur Abkürzung

$$\frac{w_3}{w_0(w_1 + w_2 + w_3 + w_4) + (w_1 + w_2)(w_3 + w_4)} = \frac{1}{S}$$

gesetzt ist.

Wird der Strom J in der Secunde n Mal geschlossen und unterbrochen, und durch einen Disjuncter Sorge getragen, dass die Brücke nur bei der Stromunterbrechung geschlossen ist, so dass also nur die Oeffnungsinductionsströme auf das Galvanometer wirken können, so wird dessen Nadel eine constante Ablenkung α zeigen, für welche die Gleichung gilt:

$$n \cdot i_0 = n \cdot P \cdot \frac{J}{S} = R \cdot \operatorname{tg} \alpha \dots \dots I$$

in der R die Galvanometerconstante bezeichnet. Wird nun der Strom constant geschlossen und w_1 der Widerstand desjenigen Brückenzweiges, in welchem sich die zu untersuchende Spule befindet, um δ vergrößert oder verkleinert, so erfährt die Nadel eine Ablenkung γ , für welche man findet:

$$j = \delta \cdot \frac{J}{S} = R \operatorname{tg} \gamma \dots \dots \quad \text{II}$$

Dabei ist zunächst vorausgesetzt, dass δ nur klein sei verglichen mit den Widerständen in den Brückenzeigen. Aus I und II folgt sofort:

$$P = \frac{\delta \operatorname{tg} \alpha}{n \operatorname{tg} \gamma} \dots \dots \quad \text{III}$$

Für die Bestimmung von P hat man also nur zwei Ablenkungen α und γ an demselben Galvanometer zu beobachten und die Anzahl der Stromunterbrechungen pro Secunde n mit dem Zählwerk des Disjunctors zu bestimmen, δ kann jedem beliebigen Rheostaten mit bifilar gewickelten Rollen entnommen werden.

Für die Beobachtung am günstigsten ist es, δ so zu wählen, dass α und γ nahe einander gleich werden. Dann wird aber unter Umständen, nämlich bei grösserem P das δ nicht mehr zu vernachlässigen sein gegenüber den Widerständen w_1 bis w_4 in den Brückenzeigen und die Gleichungen II und III gehen über in:

$$j_1 = \delta \cdot \frac{J_1}{S_1} = R \operatorname{tg} \gamma \dots \dots \quad \text{II}_a$$

$$P = \frac{\delta \operatorname{tg} \alpha}{n \operatorname{tg} \gamma} \frac{J_1}{J} \frac{S}{S_1} \dots \dots \quad \text{III}_a$$

S_1 geht aus S hervor, wenn man $w_1 + \delta$ an die Stelle von w_1 treten lässt. Der Bruch S/S_1 wird meist nur um wenige Tausendtel von Eins verschieden sein und sich mit der erforderlichen Genauigkeit leicht berechnen lassen, da ausser dem Galvanometerwiderstande w_0 nur die in den Brückenzeigen, also genau bekannten Widerstände in Frage kommen.

Dadurch, dass man in die Zweige der Brücke nicht zu kleine Widerstände nimmt, oder in den Hauptstromkreis, in welchem sich das Element befindet, noch einen Widerstand von passender Grösse einschaltet, wird man es leicht erreichen können, dass J_1/J sich der Eins bis auf jeden gewünschten Bruchtheil nähert und vernachlässigt werden kann. Will oder kann man solche Ballastwider-

stände aus Rücksicht auf die Empfindlichkeit nicht einschalten, so wird man zum mindesten sich so einrichten können, dass der durch das Galvanometer gehende Strom vernachlässigt werden kann und

$$J = \frac{E}{W + \frac{(w_1 + w_4)(w_2 + w_3)}{w_1 + w_2 + w_3 + w_4}}$$

wird. J_1 geht dann wieder aus J hervor, indem $w_1 + \delta$ an die Stelle von w_1 tritt. In das Verhältniss von J_1/J geht nun allerdings der Widerstand des Elementes mit Zuleitung W ein, doch ist zu beachten, dass J_1/J sich darstellen lässt unter der Form $1 + x$, wo x nur wenige Tausendtel beträgt und deshalb nur auf ein Paar Procent genau bekannt zu sein braucht. Man wird deshalb entweder W gegenüber

$$\frac{w_1 + w_4}{w_1 + w_2 + w_3 + w_4} \frac{(w_2 + w_3)}{w_1 + w_2 + w_3 + w_4}$$

vernachlässigen können oder zu dem Elemente einen Widerstand hinzuschalten, gegen welchen der des Elementes nur klein ist. Auf alle Fälle würde eine schätzungsweise Angabe des Elementenwiderstandes genügen.

Ich habe mit dieser Anordnung eine grössere Anzahl von Selbstinductionscoëfficienten bestimmt und will die Versuchsanordnung genauer an einem Beispiele auseinandersetzen. Die zu untersuchende Spule war dieselbe, welche bei der Ohmbestimmung als secundäre Rolle vielfach benutzt war und dort mit $P_{1,2}$ bezeichnet ist. Diese Spule und ein Rheostat bildeten den Zweig I der Wheatstone'schen Brücke, die Zweige III und IV enthielten je einen Rheostaten, in welchen 1 bis 500, in Summe je 1000 Einheiten, gezogen waren. Damit die Brücke stromlos war, mussten in dem Rheostaten in Zweig II gezogen werden: 100, 100, 5, 2, 0,5 und 20, zu welcher letztem 887 Einheiten parallel geschaltet waren. Als Galvanometer diente das in der Ohmbestimmung mit G I bezeichnete Instrument, dessen Widerstand 40 Ohm beträgt. Als Stromquelle wurden drei parallel geschaltete grosse

Accumulatoren benutzt, so dass mit einer electromotorischen Kraft von nur 2 Volt. gearbeitet wurde. Da in die vom Elemente ausgehende Hauptstromleitung noch ein Widerstand von 780 Ohm eingeschaltet war, so berechnete sich der durch die Zweige der Wheatstone'schen Brücke fliessende Strom zu etwa 0,0015 Ampère, während Lord Rayleigh bei seinen Versuchen Ströme von etwa 0,1 Ampère hat verwenden müssen. Als wesentlicher Bestandtheil kam zu der Anordnung dann noch der in der Ohmbestimmung genauer beschriebene Disjunctor hinzu, und zwar war ein Unterbrecher desselben in die Hauptstromleitung, der andere in die Galvanometerbrücke eingeschaltet.

Nachdem die Brücke, so gut wie das mit einem Schwingungsgalvanometer ohne allzu grossen Zeitverlust möglich ist, abgeglichen war, wurde zuerst der noch gebliebene Doppelausschlag des Galvanometers bestimmt. Derselbe ist im Folgenden kurz als „Nullage“ bezeichnet.

Dann wurde der Disjunctor eingeschaltet und der durch die Inductionsströme hervorgebrachte Doppelausschlag beobachtet, wieder die „Nullage“ bestimmt, dann in dem Rheostaten in Zweig I soviel gestöpselt, $\delta = 3,7$, bis bei constant geschlossenem Strome ein angenähert gleicher Ausschlag erfolgt wie bei den Inductionsströmen. Hierauf wieder Nullage, Inductionsströme etc.

1. Versuch.

Nullage	—1,99	Sc.	
Induction	+1189,37	„	
Nullage	—2,13	„	
$\delta = 3,7$	+1205,92	„	
Nullage	—2,45	„	Scalen-
Induction	+1189,11	„	abstand
Nullage	—3,00	„	303 cm.
$\delta = 3,7$	1204,23	„	
Nullage	—4,76	„	
Induction	1189,20	„	
Nullage	—5,03	„	

Hieraus berechnet sich jetzt der Selbstinductionscoefficient in folgender Weise: Der Doppelausschlag für $= 3,7$ ist gefunden:

$1205,92 + \frac{1}{2} (2,13 + 2,45)$ und $1204,23 + \frac{1}{2} (3,00 + 4,76)$
also im Mittel 1208,16. Für den Ausschlag durch Inductionsströme ist zu setzen das Mittel aus

1189,37 1189,11 und 1189,20 d. i. 1189,23.

Die beiden Ausschläge, auf Bögen reducirt, geben das Verhältniss $\text{tg}\alpha/\text{tg}\gamma$. Durch Vergleichung mit einer Quecksilbernornale wurde gefunden, dass die benutzten 3,7 Einheiten gleich 3,6853 Ohm waren (1 Ohm $= 1,0628$ S. E.). Für n wurde am Zählwerk des Disjunctors abgelesen 11,7011. Die Grössen S/S_1 und J_1/J der Formel III_a berechnen sich zu 100616/101361 resp. 13935/13944 und durch Einsetzen dieser Werthe findet man

$$P = 3,0764 \cdot 10^8 \text{ cm.}$$

Es könnte auf den ersten Blick scheinen, als ob für die Berechnung auch der bei den Inductionsströmen beobachtete Ausschlag hätte corrigirt werden müssen, weil die Brücke nicht vollständig abgeglichen war, vielmehr ein Doppelausschlag von im Mittel 3,5 Sc. etwa geblieben war. Dem ist aber nicht so und hierin liegt gerade ein Vorzug der Methode, denn bei der grossen Empfindlichkeit, die man der Anordnung für die Bestimmung von Selbstinductionscoefficienten geben muss, bereitet es grosse Schwierigkeiten, die Brücke vollkommen abzugleichen, ja es dürfte geradezu unmöglich sein, das Gleichgewicht für die ganze Dauer eines Versuches ungestört zu erhalten. Dass dies bei der vorliegenden Versuchsanordnung nicht erforderlich ist, lehrt folgende einfache Ueberlegung. Da stets mit Oeffnungsinduction gearbeitet wird, so sind der Hauptstromkreis mit dem Element und die Galvanometerbrücke nur während einer sehr kurzen Zeit gleichzeitig geschlossen. Wenn also wirklich auch der constant geschlossene Strom bei constant geschlossenem Galvanometerzweige noch eine Ablenkung von ein Paar Scalentheilen

hervorbringt, so wird der Bruchtheil derselben, welcher bei im Gange befindlichen Disjunctor hierdurch entstehen kann, zu vernachlässigen sein. Um ganz sicher zu gehen, habe ich übrigens diesen Schluss auch experimentell zu prüfen versucht. Die Brücke war so abgeglichen, dass bei constant geschlossenem Strome ein Ausschlag $+ 4,9$ erfolgte. Wurden in dem Rheostaten, der parallel zu 20 geschaltet war (cfr. pag. 218), und in dem 873 Einheiten gezogen waren, 80 gestöpselt, so ging der Ausschlag über in $-7,2$ Sc. Es wurden nun fortgesetzt Beobachtungen angestellt mit Inductionsströmen, dabei aber abwechselnd der Stöpsel 100 gezogen und wieder eingesetzt. Es ergaben sich folgende Doppelausschläge:

1131,50 1132,07 1131,95 1131,93 1131,87 1131,85 1131,59.

Das Mittel aus den ungeraden Beobachtungen ergibt 1131,72, aus den geraden 1131,95.

Während also bei constant geschlossenem Strome ein Unterschied von 12,1 Sc. eintritt, geht bei Inductionsströmen die Differenz von 0,23 Sc. kaum über die Grenze der Beobachtungsfehler hinaus.

Zur Bestimmung des P wurden im Ganzen vier Versuche ausgeführt. Bei dem zweiten war die Anordnung genau dieselbe wie beim ersten.

Resultat: $P = 3,0763 \cdot 10^8 \text{ cm.}$

Bei dem dritten wurde der Widerstand im Hauptstromkreise auf 100 herabgesetzt, dafür der der Galvanometerbrücke auf 540 erhöht.

Resultat: $P = 3,0741 \cdot 10^8 \text{ cm.}$

Der vierte endlich unterschied sich vom dritten dadurch, dass die Zahl der Unterbrechungen in der Secunde grösser, nämlich 14,9426, genommen wurde.

Resultat: $3,0747 \cdot 10^8 \text{ cm.}$

Im Mittel ergibt sich mithin:

$P = 3,0754 \cdot 10^8 \text{ cm.}$

Nach der von Stefan *) gegebenen Formel:

*) Stefan, Wied. Ann. 22, p. 172, 1884.

$$P = 4 \pi a \cdot n^2 \left[\left(1 + \frac{3b^2 + c^2}{16a^2} \right) \log \frac{8a}{\sqrt{b^2 + c^2}} - \eta_1 + \frac{b^2}{16a^2} \eta_2 \right]$$

und unter Benutzung der dort für η_1 und η_2 mitgetheilten Tafeln berechnet sich unter Zugrundelegung der früher für die Rolle gefundenen Dimensionen:

$$b = 2,875 \quad c = 0,500 \quad a = 12,5725$$

$$P = 3,0721 \cdot 10^8 \text{ cm.}$$

Ich glaube nicht, dass die Differenz von nahe 0,1% auf Kosten des durch Beobachtung gewonnenen Werthes zu setzen ist, vielmehr halte ich den durch Rechnung gefundenen Werth für weniger zuverlässig.

Ich habe schon in der Ohmbestimmung erwähnt, dass die Windungen der Rolle keinen genau rechteckigen Querschnitt bilden, eher ein Trapez, bei welchem aber zwei Ecken etwas abgerundet sind. Es lassen sich deshalb die Grössen b und c nicht mit grosser Genauigkeit bestimmen. Für die Ohmbestimmung war dies ohne Bedeutung, bei der Berechnung des P spielt aber ein Fehler in b eine grosse Rolle.

Nehme ich z. B. für b 2,9 statt 2,875 cm. so erhalte ich $P = 3,053 \cdot 10^8$ statt $3,072 \cdot 10^8$.

Die Grösse b , Breite der Spule, wird sich wohl nur in seltenen Fällen mit weitgehender Genauigkeit bestimmen lassen und wird deshalb wohl meist einer Berechnung des P eine gute experimentelle Bestimmung vorzuziehen sein. Ich bin überzeugt, dass man bei Benutzung der beschriebenen Versuchsanordnung das Resultat bis auf 0,05% sicher genau erhalten kann. Ich habe im Ganzen 9 Rollen untersucht, deren P zwischen $5 \cdot 10^7$ und $1 \cdot 10^9$ lagen und bei keiner derselben habe ich zwischen den einzelnen Versuchen Abweichungen erhalten, die 0,1% überschritten hätten.

Giessen, im September 1894.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Bericht der Oberhessischen Gesellschaft für Natur- und Heilkunde](#)

Jahr/Year: 1895

Band/Volume: [30](#)

Autor(en)/Author(s): Himstedt Franz

Artikel/Article: [Ueber die Bestimmung der Selbstinductionscoefficienten von Drahtspulen 215-222](#)