

Fernerstehenden auf grund der beiden neuen Publikationen klar geworden sein: dass die Entwicklungsmechanik als die konsequente Anwendung des mit strenger Analyse kombinierten kausalen Experimentes, als die Wissenschaft von den ursächlichen Zusammenhängen der Formfolgen der „Entwicklung“, eine gleichberechtigte Stellung nach Absichten und Methodik innerhalb der morphologischen und physiologischen Disziplinen einzunehmen berechtigt ist und bereits einnimmt. [96]

München, im August 1897.

Dr. Eugen Albrecht.

## Korrelationsstudien an den Strahlzahlen einiger Flossen von *Acerina cernua* L.

Von Dr. phil. Georg Duncker.

Nach Abschluss einer Untersuchung über Variabilität und Korrelation einiger numerischer, d. h. in Zahlen ausdrückbarer Merkmale von *Acerina cernua* L.<sup>1)</sup> sehe ich mich verhindert, die Resultate derselben in näherer Zeit ausführlich zu veröffentlichen, und erlaube mir deshalb, über einzelne von ihnen, welche mir von allgemeinerem Interesse erscheinen, an dieser Stelle einige vorläufige Mitteilungen zu machen.

Die Untersuchungen erstreckten sich zunächst auf die Variabilität von Maßen und von den Anzahlen sich wiederholender meta- oder antimer angeordneter Organe der genannten Fischart, ferner auf die korrelativen Beziehungen, welche sich zwischen den variierenden Merkmalen nachweisen ließen. Wenn ich in diesem Aufsatz nur auf die letzteren, und zwar diejenigen von ihnen eingehe, welche zwischen den Strahlzahlen der einzelnen untersuchten Flossen bestehen, so veranlassen mich dazu folgende Gründe. Einmal halte ich den exakten Nachweis korrelativer Beziehungen mittels Galton's Methode zwischen irgendwelchen Organen für morphologisch bedeutsamer, als die bloße Kenntnis ihrer Variabilität; andererseits beschäftigen sich die bereits über diesen Gegenstand vorliegenden Untersuchungen von Galton [4b], Weldon [10b. c], Thompson [8] und Warren [9] ausschließlich mit Dimensionen, welche allerdings ihrer fast beliebig feinen Variationsabstufungen halber ein im mathematischen Sinne günstigeres Objekt für solche abgeben, und fordern daher die Anwendung der gleichen Methode auf rein meristische Merkmale besonders heraus.

Schon früher, bei gelegentlichen Untersuchungen an *Pleuronectiden*, *Cottiden* u. a. Fischgruppen war mir aufgefallen, dass die Variabilität der Flossenstrahlzahlen nicht unähnlich derjenigen ist, welche man bei Dimensionsmerkmalen irgend einer einheitlichen Individuengruppe

1) Systematische Stellung und Synonymie dieser Species siehe bei Bou-  
lenger [1].

findet, und für welche durch Galton [4a] an anthropologischem, durch Weldon [10a] und seine Schüler [8. 9] an carcinologischem Material eine bestimmte mathematische Gesetzmäßigkeit nachgewiesen ist. Auch für die Variation der nachstehend zu erwähnenden Merkmale trifft dieselbe mit einer einzigen, nicht sehr wesentlichen Ausnahme zu und äußert sich darin, dass die Häufigkeit ( $y$ ) der einzelnen gefundenen Strahlzahlen die Funktion ihrer Differenz ( $x$ ) von dem arithmetischen Mittelwert der Strahlzahl der betreffenden Flosse überhaupt ist, nach der von Ganss aufgestellten Formel für die Wahrscheinlichkeit unvermeidlicher Fehler verschiedener Größe bei astronomischen, physikalischen etc. Beobachtungen:

$$y = Y e^{-h^2 x^2}$$

Direkte Beobachtung, wie Erwägungen allgemeiner Art hatten zu dem Schluss geführt, dass zwischen den Strahlzahlen der verschiedenen Flossen eines Fisches gewisse Wechselbeziehungen bestehen müssten, und dieser Schluss ist durch die vorliegende Untersuchung bestätigt worden.

Als Untersuchungsobjekt wählte ich absichtlich einen typischen Vertreter der Stachelflosser. Gegenüber dem Vorteil, den etwa die Wahl einer Plattfischart mit langen Flossen geboten hätte, den hohen Strahlzahlen mit entsprechender größerer und für die mathematische Behandlung geeigneterer Variation, überwog hier der andere, dass man das Verhalten von morphologisch und physiologisch recht verschiedenartigen Elementen zu einander, den Stachel- und den Glieder- oder Weichstrahlen, studieren kann. Die Stachelstrahlen der Fische scheinen, im Gegensatz zu den Weichstrahlen, weit weniger der Fortbewegung, als der Wehrhaftigkeit zu dienen. Entwicklungsgeschichtlich sind beide homologe Gebilde, deren Differenzierung erst relativ spät eintritt. Anatomisch unterscheiden sie sich, abgesehen von ihren nicht uninteressanten, hier jedoch zu übergehenden Strukturverhältnissen, in den Kielflossen<sup>1)</sup> bei den Perciden besonders dadurch, dass ein Stachel stets einem Wirbel entspricht, während die Zahlenbeziehung zwischen Wirbeln und Weichstrahlen bedeutend unbestimmter ist, da häufig auf einen der ersteren zwei bis drei der letzteren kommen. Bei der Untersuchung wurden die Stachel- und die Weichstrahlen jeder Kielflosse, sowie die (weichen) Strahlen der beiden Brustflossen einzeln gezählt und die Resultate dieser Zählungen für jedes Individuum nach beistehendem Schema<sup>2)</sup>

1) Unter „Kielflossen“ verstehe ich die vertikalen (Rücken-, Fett- und Afterflossen) mit Ausschluss der Schwanzflosse, deren Funktion die Propulsion des Fischkörpers ist, während die der Kielflossen durch die gewählte Bezeichnung angedeutet wird.

2)  $D_1$  = Stacheln,  $D_2$  = Weichstrahlen der Rückenflosse ( $D$  = Summe beider). —  $A_2$  = Stacheln,  $A_2$  = Weichstrahlen der Afterflosse ( $A$  = Summe beider). —  $P_s$  und

$$D_1 + D_2. - A_1 + A_2. - Ps : Pd$$

besonders notiert. Dies nach Heincke's [5] Vorgang befolgte Verfahren bietet den Vorteil, dass man sowohl die verschiedenen für ein einzelnes Merkmal gefundenen Varianten<sup>1)</sup>, wie die individuellen Kombinationen der Varianten mehrerer Merkmale bequem übersehen und zählen kann.

Durch entsprechende tabellarische Anordnung der individuellen Formeln überzeugte ich mich, dass weder die Totallänge (dieselbe schwankte bei den untersuchten Individuen zwischen 8,3 und 18,7 cm) noch das Geschlecht einen wesentlichen Einfluss auf die hier berücksichtigten Merkmale ausübt. Dagegen verhalten sich, wie ich dies schon früher [2] für *Pleuronectiden* darthun konnte, und wie es auch durch sonstige Untersuchungen, z. B. von Eigenmann [3], für andere Fische bekannt ist, diese Merkmale bei Individuengruppen verschiedener Fundorte hinsichtlich ihrer Variation verschieden<sup>2)</sup>. Ich verwende also für die hier zu besprechenden Verhältnisse nur das Material eines einzigen Fundorts (Untere lbe bei Glückstadt), von welchem 1900 Individuen auf die Kielflossen-, 1650 von diesen auch auf die Brustflossenstrahlen hin untersucht wurden.

Es zeigte sich nun, dass die Variation der einzelnen Merkmale keineswegs immer unabhängig von der der übrigen vor sich geht, sondern dass häufig mit bestimmt gerichteter Abänderung eines Merkmals die bestimmt gerichtete eines oder mehrerer anderer verknüpft ist. Am deutlichsten treten diese Verhältnisse hervor, wenn man zunächst die Variation je zweier Merkmale mit einander vergleicht, d. h. die individuellen Variantenkombinationen untersucht, welche sich zwischen

$D_1$  einerseits, ( $D_2, D, A_1, A_2, A, Ps, Pd$ ) andererseits,

$D_2$  einerseits, ( $D_1, D, A_1, A_2, A, Ps, Pd$ ) andererseits etc. finden.

Pd-Strahlzahl der linken und der rechten Brustflosse. — Bei *Ac. cernua* sind der Stachel- und der Weichstrahlteil der Rückenflosse nicht von einander getrennt. — Die beobachtete Variabilität der einzelnen Strahlzahlen beträgt:

$D_1$ 11—16	$A_1$ 1—3	$Ps$ 12—16
$D_2$ 7—15	$A_1$ 3—9	$Pd$ 11—16
$D$ 21—30	$A$ 5—11.	

1) Varianten sind die verschiedenen individuellen Formen, in denen ein variierendes Merkmal zur Beobachtung gelangt, hier also die einzelnen Strahlzahlen der Flossen.

2) Man muss demnach von vornherein die Variabilität morphologisch gleichwertiger, d. h. nicht durch Alters-, Geschlechts- oder Fundortsunterschiede getrennter Individuen, welche dem Galton'schen Gesetz fast stets ohne weiteres zu folgen scheint, und die der Species, welche vorwiegend in Folge von oder mindestens im Zusammenhang mit der Abänderung der äußeren Lebensbedingungen stattfindet, auseinander halten; über die Gesetzmäßigkeit der letzteren wissen wir einstweilen so gut wie nichts.

Wenn zwei Merkmale völlig unabhängig von einander variieren, so müssen die Frequenzen ihrer verschiedenen individuellen Variantenkombinationen innerhalb einer hinreichend großen Individuenzahl notwendig der Wahrscheinlichkeitsrechnung entsprechen, insofern nämlich dann die Häufigkeit der einzelnen Kombination bestimmt ist durch die Häufigkeit der beiden sie zusammensetzenden Varianten. Nennt man die Frequenzen der beiden letzteren ( $a$  und  $\alpha$ )  $fa$  und  $f\alpha$ , die Zahl der Individuen, unter denen beide Varianten beobachtet wurden,  $n$ , so muss die Häufigkeit  $F$  der Kombination  $a\alpha$  unter den letzteren

$$F = \frac{fa \cdot f\alpha}{n}$$

sein, da ihre Wahrscheinlichkeit

$$W = \frac{fa \cdot f\alpha}{n^2}$$

ist. Als unmittelbare Folge solcher unabhängigen Variation ergibt sich, dass das arithmetische Mittel sämtlicher der einzelnen Variante  $a$  des einen Merkmals zugeordneten Varianten  $\alpha, \beta, \gamma$  etc. des andern gleich dem arithmetischen Mittelwert des zweiten Merkmals überhaupt [seinem „totalen“ Mittelwert, im Folgenden bezeichnet durch  $M^1$ )] sein muss.

Trägt man jedoch die beobachteten individuellen Variantenkombinationen zweier Merkmale nach dem in Tab. I des Anhangs gegebenen Schema in ein Koordinatensystem derart ein, dass man auf jeder Axe desselben die Varianten eines Merkmals ihrem Zahlenwert nach geordnet von einem gemeinsamen Nullpunkt aus abträgt und die beobachteten Frequenzen der Kombinationen an den durch die kombinierten Varianten bestimmten Punkten notiert, so findet man nicht selten folgendes Verhalten:

1. Die Mittelwerte der als zugeordnet betrachteten Variantenreihen des einen Merkmals verändern sich in bestimmter Weise zugleich mit den der Betrachtung supponierten Varianten des andern, indem sie mit dem Wachsen der letzteren steigen oder fallen.

2. Die empirischen Kombinationsfrequenzen weichen von den durch die Wahrscheinlichkeitsrechnung ermittelten ab, und zwar werden sie in bestimmten (im Schema diagonalen) Richtungen größer, resp. kleiner als diese.

Als allgemeines Resultat der Beobachtungen ergibt sich dann, dass etwas anderes, als die Gesetze der Wahrscheinlichkeitsrechnung, das Zusammentreffen der Varianten beider Merkmale zu individuellen Kombinationen regelt; so z. B. paaren sich mit Vorliebe gerade seltenere Varianten des einen Merkmals zu selteneren des andern.

Diese Thatsache, als Wirkung eines Vorgangs aufgefasst, kann zu der Vorstellung führen, als sei das Auftreten einer bestimmten

1) Sämtliche  $M$ -Werte der hier berücksichtigten Merkmale finden sich in Tab. II 2 des Anhangs zusammengestellt.

Variante des einen Merkmals die Ursache, resp. die Folge des Auftretens einer Variante des andern, als bedinge die individuelle Gestaltung eines Merkmals die des andern. In dieser Hinsicht kann man von einer direkten Beziehung, einer Korrelation s. str., der Merkmale oder ihrer einzelnen Varianten zu einander sprechen. — Indessen ist diese Vorstellung nicht zwingend; ebensogut ist die andere möglich, dass der Organismus auf irgendwelche Reize je nach der Eigenart des betroffenen Merkmals reagiere, so dass z. B. in Folge eines seltener eintretenden Reizes an verschiedenen Merkmalen eines und desselben Individuums seltener (extreme) Varianten zur Entwicklung gelangen, ohne dass die Merkmale selbst in einer direkten Beziehung zu einander ständen. — Endlich werden die oben geschilderten Erscheinungen auch in solchen Fällen hervortreten müssen, in denen eine Wechselbeziehung der Merkmale zu einander nur durch ihre arithmetische Definition gegeben ist, beispielsweise, wenn zwei Dimensionen sich geradlinig zu einer dritten ergänzen und vielleicht sogar noch als Bruchteile der letzteren ausgedrückt werden. Die dann zwischen ihnen bestehende Beziehung hat keinerlei morphologische (reale) Bedeutung, sondern ist eine rein rechnerische (formale), die sich symbolisch durch das Schema

$$\frac{m}{m + n} : \frac{n}{m + n}$$

darstellen lässt.

Alle Fälle, in denen Korrelationserscheinungen auftreten, lassen sich also einteilen in solche

a. realer Korrelation

α. direkter (Korrelation s. str.)

β. indirekter

b. formaler Korrelation.

Unabhängig von der oft unmöglichen Entscheidung, zu welcher der genannten Kategorien der einzelne Fall von Korrelation gehört, kann man sich, zwecks Erforschung der arithmetischen Beziehung zwischen der Variation verschiedener Merkmale, an die Thatsache halten, dass nicht ausschließlich die Gesetze der Wahrscheinlichkeitsrechnung, sondern auch andere Umstände das individuelle Zusammenreffen ihrer Varianten regeln können, und diese als „arithmetische Korrelation“ zusammenfassen. Damit ist ein Begriff gegeben, welcher durch obige Fragen nicht berührt wird und sich definieren lässt als der Faktor, welcher antagonistisch gegen die Gesetze der Wahrscheinlichkeitsrechnung bei dem Auftreten von Kombinationen der Varianten verschiedener Merkmale innerhalb einer einheitlichen Individuengruppe wirkt.

Galton gebührt das Verdienst, einen gemeinschaftlichen arithmetischen Ausdruck für die Wirkungsform und -Intensität der zwischen

zwei Merkmalen bestehenden Korrelation nachgewiesen zu haben. In dem Aufsätze „Correlations and their Measurement“ [4b] nämlich hat er darauf aufmerksam gemacht, dass zwischen den Differenzen der einzelnen supponierten Varianten ( $V_{s_1}, V_{s_2} \dots V_{s_n}$ ) mit dem totalen Mittelwert ( $M_s$ ) des supponierten Merkmals überhaupt einerseits, sowie zwischen den Differenzen der verschiedenen Mittelwerte der den einzelnen  $V_s$  zugeordneten Variantenreihen ( $m_{s_1}, m_{s_2} \dots m_{s_n}$ ) mit dem totalen Mittelwert ( $M_z$ ) des zugeordneten Merkmals überhaupt andererseits, also allgemein zwischen  $V_s - M_s = s$  und  $m_z - M_z = z$ , folgende Beziehungen bestehen können: Entweder bleibt  $z$  stets gleich 0; dann entspricht den Veränderungen des supponierten Merkmals keine des zugeordneten. Die Variation des letzteren findet also unabhängig von der des ersteren (und umgekehrt) statt; es besteht keine Korrelation zwischen ihnen (cf. S. 788). Oder aber, diese Differenz wird mit der Veränderung von  $s$  in einem (annähernd) konstanten Verhältnis zu dem letzteren entweder größer oder kleiner, so dass die (positiven oder negativen) Quotienten

$$\frac{z_1}{s_1} = \frac{z_2}{s_2} = \dots = \frac{z_n}{s_n} > 0$$

sind. In diesem Falle haben die Werte fast immer eine verschiedene Größe, je nachdem man das eine oder das andere Merkmal als supponiert betrachtet, stets aber das gleiche Vorzeichen.

Zwischen den beiden so für jedes einzelne supponierte Merkmal (I und II) erhaltenen mittleren Quotienten  $\frac{z_{II}}{s_I}$  und  $\frac{z_I}{s_{II}}$  besteht die weitere Beziehung, dass sie sich zu einander verhalten, wie die entsprechenden Quotienten zwischen den beiden Variabilitätsindizes derselben Merkmale,  $v_I$  und  $v_{II}$ , also

$$\frac{z_{II}}{s_I} : \frac{z_I}{s_{II}} = \frac{v_{II}}{v_I} : \frac{v_I}{v_{II}}$$

Hieraus folgt, dass

$$\frac{z_{II}}{s_I} \cdot \frac{v_I}{v_{II}} = \frac{z_I}{s_{II}} \cdot \frac{v_{II}}{v_I} = r,$$

mithin eine Konstante ist, welche durch ihr Vorzeichen die Wirkungsform, durch ihre absolute Zahlengröße die Intensität der zwischen Merkmal I und II bestehenden Korrelation<sup>1)</sup> angiebt. Die Grenzwerte von  $r$  sind demnach 0 und  $\pm 1$ .

Bei einer graphischen Darstellung der Art, dass man die Einzelwerte der verschiedenen Quotienten  $\frac{s}{v_s}$  für jedes der beiden kombinierten Merkmal parallel etwa der  $y$ -Axe, die der zugehörigen Quo-

1) Die Korrelationsintensität nämlich, insofern  $r$  angiebt, wie groß die durch die Abänderung von  $\frac{s}{v_s}$  stattfindende Beeinflussung von  $\frac{z}{v_z}$  ist.

tienten  $\frac{z}{v_z}$  parallel der  $x$ -Axe eines Koordinatensystems als Punkte gemeinschaftlich einträgt, ergibt sich ferner dass

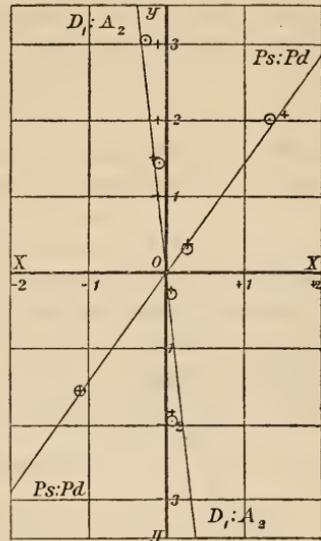
$$\frac{z_{II}}{v_{II}} : \frac{s_I}{v_I} = \frac{z_I}{v_I} : \frac{s_{II}}{v_{II}} = \operatorname{tg} \varphi = r$$

ist, d. h., dass sich diese einzelnen Werte als Punkte in einer (annähernd) geraden Linie anordnen, welche die  $y$ -Axe des Koordinatensystems in dessen, den kombinierten Mittelwerten beider Merkmale entsprechendem Nullpunkt unter einem bestimmten Winkel schneidet;  $r$  ist dann die Tangensfunktion dieses Winkels (cf. Tab. I des Anhangs).

Zeichenerklärung.

Bei den mit  $\odot$  bezeichneten Werten ist  $D_1$   
resp.  $Ps$  supponiert.

Bei den mit  $+$  bezeichneten Werten ist  $A_2$   
resp.  $Pd$  supponiert.



Der Sinn der Galton'schen Funktion  $r$  ist also der, dass die den supponierten Varianten eines Merkmals ( $V_s$ ) zugeordneten Einzelmittelwerte eines andern ( $m_z$ ) unter sich und von dem totalen Mittelwert des letzteren ( $M_z$ ), abgesehen von der verschiedenartigen Variabilität jedes der Merkmale (Division von  $s$  und  $z$  durch den Variabilitätsindex je ihres Merkmals), um so mehr abweichen, je stärker die zwischen beiden Merkmalen bestehende Korrelation (absolute Zahlengröße von  $r$ ) ist, und dass die Wirkungsform der Korrelation ebensowohl ein Steigen ( $r$  positiv), wie ein Fallen ( $r$  negativ) der zugeordneten Mittelwerte ( $m_z$ ) bei dem Steigen des Zahlenwertes der supponierten Varianten ( $V_s$ ) sein kann.

Sind  $s$ ,  $M_z$ ,  $v_s$ ,  $v_z$  und  $r$  bekannt, so kann man aus ihnen  $m_z$  berechnen. Die Genauigkeit der Uebereinstimmung zwischen den empirischen und den berechneten Einzelwerten für  $m_z$  ist von der Richtigkeit von  $r$  und der empirischen Einzelwerte für  $m_s$  abhängig. Beispiele s. auf Tab. I des Anhangs.

Als Variabilitätsindex eines Merkmals benutzt Galton [4a] den sogen. wahrscheinlichen Fehler der Verteilungskurve (Ogive) desselben, den er als Quartilwert bezeichnet. Da es sich bei den hier in Betracht kommenden Rechnungen um Multiplikation mit Quotienten von Variabilitätsindizes handelt, so kann man statt des etwas umständlich zu ermittelnden Quartilwertes auch Größen verwenden, die jenem proportional sind, also den sogen. mittleren Fehler einer Wahrscheinlichkeitskurve. Derselbe wird entweder als arithmetisches Mittel sämtlicher vorkommender Abweichungen, ohne Berücksichtigung ihres Vorzeichens, vom totalen Mittelwert des Merkmals bestimmt (Weldon [10c]), oder man fasst ihn als Wurzel des Mittels der Quadrate eben dieser Abweichungen auf [Navier<sup>1)</sup>]. Die Formel für seine Berechnung lautet dann je nach dem

$$r = \frac{\Sigma(v)^2}{n} \text{ oder } v = \sqrt{\frac{\Sigma(x^2)}{n}},$$

wobei  $x$  die beobachtete individuelle Abweichung vom totalen Mittelwert,  $n$  die Summe der untersuchten Individuen bedeutet. Ich habe die Berechnungen auf beide Arten durchgeführt und gefunden, dass die nach jeder derselben erhaltenen  $r$ -Werte selbst meistens gut übereinstimmen, ihre Fehlergrenzen dagegen bei Anwendung der zweiten Methode durchschnittlich kleiner blieben, und dass die letztere auch dann brauchbare Werte für  $r$  lieferte, wenn eines der kombinierten Merkmale abnorm variierte, wie unter den vorliegenden Beispielen die  $A_1$ . So gebe ich im Folgenden nur die Resultate der mit Hilfe von  $v = \sqrt{\frac{\Sigma(x^2)}{n}}$  ausgeführten Berechnungen.

Es erübrigt noch, einzelne Umstände hervorzuheben, welche die Resultate störend beeinflussen können. In erster Linie sind es kleine Unregelmäßigkeiten in der Verteilung der Individuen auf die zugeordneten Variantenreihen, welche für  $m_z$  und somit auch für  $z$  ungenaue, der obigen Darstellung nicht völlig entsprechende Werte liefern. Angenommen, das Merkmal I trete in  $p$ , das Merkmal II in  $q$  verschiedenen Varianten auf, so sind die  $p$ , resp.  $q$  Quotienten eines und desselben supponierten Merkmals  $\left(\frac{z_1}{s_1}, \frac{z_2}{s_2} \dots \frac{z_p}{s_p} \text{ resp. } \frac{z_q}{s_q}\right)$  einander nicht immer gleich, und man muss somit  $r$  für die Praxis<sup>3)</sup> den Aus-

drücken  $\frac{\Sigma\left(\frac{z_{II}}{s_I}\right)}{p} \cdot \frac{v_I}{v_{II}}$  und  $\frac{\Sigma\left(\frac{z_I}{s_{II}}\right)}{q} \cdot \frac{v_{II}}{v_I}$  gleichsetzen. Die

1) Lehrbuch der Differential- und Integralrechnung. Deutsch von Th. Wittstein, 3. Aufl., Hannover 1865—1866, Bd. II Anhang: Die Methode der kleinsten Quadrate, p. 440 § 40 (ε).

2) cf. Tab. II 2 des Anhangs.

3) cf. bei diesem Abschnitt Tab. II 1 des Anhangs,

Übereinstimmung beider ist dann natürlich nicht stets eine vollständige; ich berechnete deshalb zunächst die beiden durch dieselben bestimmten Einzelwerte  $r_1$  und  $r_2$ , ermittelte deren „relative Differenz“ und bestimmte dann  $r$  nach der Formel

$$r = \frac{\sum \left( \frac{z_{II}}{s_I'} \right) \cdot \frac{v_I}{v_{II}} + \sum \left( \frac{z_I}{s_{II}} \right) \cdot \frac{v_{II}}{v_I}}{p + q}$$

Die relative Differenz der Werte für  $r_1$  und  $r_2$  ergab das Maß für die Genauigkeit des erhaltenen Resultats.

Unter „relativer Differenz“ zweier Zahlen verstehe ich diejenige dritte Zahl, welche zu eins addiert und von eins subtrahiert zwei Zahlen ergibt, welche sich zu einander verhalten, wie die ursprünglich mit einander verglichenen. Nennt man diese letzteren  $a$  und  $b$ , wobei  $a$  seinem absoluten Zahlenwert nach größer als  $b$  sei, so ist ihre relative Differenz

$$d = \frac{a - b}{a + b}$$

und es verhält sich

$$(1 + d) : (1 - d) = a : b$$

$d$  bleibt demnach stets positiv, ferner so lange ein echter Bruch, wie  $a$  und  $b$  gleiche Vorzeichen haben; ist  $a = b$ , so ist  $d = 0$ ; ist  $b = 0$ , so ist  $d = 1$ ; haben  $a$  und  $b$  verschiedene Vorzeichen, so wird  $d > 1$ .

Die relative Differenz von  $r_1$  und  $r_2$  diene hier somit als Maß des wahrscheinlichen Fehlers beider für die einzelnen Merkmalskombinationen erhaltenen Bestimmungsergebnissen von  $r$ , wenn letztere auf eins reduziert (durch sich selbst dividiert) sind. — Bei der geringen absoluten Größe der  $r$ -Werte bleibt  $d$  ohne wesentliche Bedeutung, so lange es 0,10 nicht überschreitet; liegt  $d$  zwischen 0,10 und 0,25, so ist der für  $r$  gefundene Wert nur noch annähernd richtig; bleibt  $d$  unter 1,00, so behält wenigstens das Vorzeichen des  $r$ -Wertes seine Giltigkeit, d. h. es lässt sich erkennen, ob die Korrelation positiv oder negativ wirkt, ohne dass ihr Intensitätsgrad gemessen werden konnte; ist endlich  $d > 1$ , so ist der gefundene Wert von  $r$  nebst seinem Vorzeichen bedeutungslos, d. h. weder geht aus der Berechnung hervor, welcher Intensität die etwa bestehende Korrelation ist, noch, ob solche überhaupt vorliegt.

Besonders häufig zeigt derjenige Quotient  $\frac{z}{s}$  Unregelmäßigkeiten, dessen supponierte Variante von dem totalen Mittelwert des supponierten Merkmals überhaupt am wenigsten abweicht; wir werden diese letztere deshalb auch im Folgenden als „mittlere Variante“ bezeichnen. Bei ihm treffen verschiedene Bedingungen zusammen, deren jede einzelne bereits störend wirken kann. Es genügt zunächst eine geringe empirische Abweichung von  $m_z$ , um für  $z$  einen Wert mit falschem

Vorzeichen zu erhalten. Da außerdem der Wert für  $s$  im Nenner dieses Bruches höchstens gleich  $\frac{1}{2}$  ist, so wird ein so entstandener Fehler in  $z$  durch die Division beträchtlich vergrößert, und der resultierende Quotient beeinträchtigt auch das arithmetische Mittel aller Quotienten  $\left(\frac{\sum \left(\frac{z}{s}\right)}{p}\right)$ . Beispielsweise erhielt ich bei Supposition der

Summe aller Kielflossenstrahlen ( $D + A$ ) in Kombination mit der Summe der Kielflossenstacheln ( $D_1 + A_1$ ) folgende sieben Werte für  $\frac{z}{s}$ : 0,155 0,121 0,175 — 0,432 0,135 0,110 0,181.

Sechs dieser Werte besitzen nicht nur das gleiche Vorzeichen, sondern stimmen auch in ihrer Größe gut mit einander überein. Der siebente, mittlere hingegen verhält sich schon hinsichtlich seiner Größe jenen gegenüber verschieden; besonders aber weicht er von diesen, wie von den entsprechenden Werten bei Supposition von  $D_1 + A_1$  in derselben Merkmalskombination, durch sein negatives Vorzeichen ab. Bei Addition der sieben Werte erhält man in Folge dessen 0,445, eine entschieden zu kleine Summe, und mittels dieser eine große relative Differenz zwischen  $r_1$  und  $r_2$  ( $d = 0,3272$ ). Setzt man nun statt des fehlerhaften Quotienten das Mittel der sechs übrigen (0,146) ein, so steigt die Quotientensumme auf 1,023, während der Fehlerwert auf 0,0763 sinkt. Dieser Korrektur entspricht eine Verminderung des mittleren  $m_z$ -Wertes von  $D_1 + A_1$  um 0,025, von 16,194 auf 16,169, also um nur 4% des Variabilitätsindex dieses Merkmals ( $v = 0,624$ ).

(Zweites Stück folgt.)

### Hat das Ur-Rind (*Bos primigenius* Boj.) noch in historischer Zeit gelebt?

1. Nehring, Alf., Die Herberstain'schen Abbildungen des Ur und des *Bison*. (Ein Beitrag zur Geschichte des europäischen Urrindes.) in: Landwirtsch. Jahrb., 25. Jahrg., S. 915—933, 2 Fig., Taf. 32—35, 1896.
2. Derselbe, Ueber Herberstain und Hirsfogel: Beiträge zur Kenntnis ihres Lebens und ihrer Werke. Berlin, Ferd. Dümmler, 8°, 8 u. 100 S., 10 Fig., 1897.

Die Abstammung unserer mitteleuropäischen Hausrinder ist immer noch eine vielumstrittene. Teils lässt man ihre Vorfahren direkt vom westlichen Asien aus durch wandernde Völkerschaaren eingeführt sein, teils verlegt man ihren Ursprung nach Nordafrika, wo sich ein Hausrind aus der Kreuzung einer dem *Bos primigenius* nahe verwandten oder mit ihm gar identischen Art mit einer ihrerseits aus Indien eingeführten Zeburasse herausgebildet haben soll u. s. w. Es ist selbstverständlich sehr wohl möglich, dass nicht alle mitteleuropäischen Rassen des Hausrindes an Ort und Stelle entstanden, sondern zum

# ZOBODAT - [www.zobodat.at](http://www.zobodat.at)

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Biologisches Zentralblatt](#)

Jahr/Year: 1897

Band/Volume: [17](#)

Autor(en)/Author(s): Duncker Georg

Artikel/Article: [Korrelationsstudien an den Strahlzahlen einiger Flossen von \*Acerina Cernua\* L. 785-794](#)