Beteiligung an den Vorgängen, Jedenfalls betrache ich mit dem Vorstehenden die ganze Angelegenheit als erledigt.

Was die Untersuchungen über den Palolo selbst betrifft, so entnehme ich einem Briefe des Herrn Krämer, welcher zur Zeit in Mittelamerika weilt. dass derselbe ein ferneres Eingehen auf die Veröffentlichungen des Herrn Friedlaender ablelmt und sein sehr reichliches Material an Herrn Woodworth von der Agassiz'schen Südseeexpedition auf dessen Bitte überlassen hat. Da somit ein ungewöhnlich vollständiges Material vorhanden ist, so kann zu den trefflichen Arbeiten von Ehlers manche wertvolle histo-Die Herren Krämer und Woodlogische Ergänzung erwartet werden. worth werden ihre biologischen Erfahrungen wahrscheinlich gemeinsam veröffentlichen.

Georg Duncker, Die Methode der Variationsstatistik.

8, 75, Stn. 8 Textfiguren, Leipzig, Wilhelm Engelmann, 1899 (Abdruck aus dem Archiv für Entwickelungsmechanik, VIII. 1).

Die Methode der Variationsstatistik, zu welcher der Herr Verf. auch in unserem Blatte schon wiederholt wertvolle Beiträge geliefert hat, erlangt immer größere Bedeutung für die Lösung biologischer Probleme. Dennoch verhalten sich die meisten Biologen noch sehr spröde gegen sie, weil sie entweder ihren Wert verkennen oder sich den mathematischen Anforderungen, welche dieselbe stellt, nicht gewachsen fühlen. Verf. hat es daher unternommen, das Wesen derselben leichter verständlich und die zu ihr erforderlichen Formeln auch den deutschen Biologen zugänglich zu machen. - Es liegt in der Natur einer solchen Arbeit, dass ein kurzes Referat von ihr keinen klaren Begriff geben kann. Wir ziehen es daher vor, uns mit diesem Hinweis zu begnügen, dafür aber, mit Erlaubnis des Herrn Verfassers, einen Vortrag desselben in der Deutschen Zoologischen Gesellschaft abzudrucken, aus welchem' das Wesentliche deutlicher, als es durch ein Referat geschehen könnte, hervorgeht.

(Aus den Verhandlungen gelehrter Gesellschaften. Deutsche Zoologische Gesellschaft 1899).

Vortrag des Herrn Georg Duncker (Hamburg).

Wesen und Ergebnisse der variationsstatistischen Methode in der Zoologie.

Von jeher hat man die zoologischen und botanischen Objekte für gewöhnlich als isolierte Naturkörper betrachtet, welche einzeln beschrieben und dem Grade ihrer morphologischen und entwicklungsgeschichtlichen Aehnlichkeit nach in abstrakte Gruppenbegriffe, die systematischen Kategorien, zusammengefasst werden. Diese herkömmliche Betrachtungsweise ist jedoch insofern unzureichend, als die Individuen irgend welcher systematischen Kategorien niemals einzeln, sondern stets in mehr oder minder großen Komplexen, als Individuenstämme, auftreten. Seit ungefähr einem Jahrzehnt nun besteht neben ihr noch eine andere, welche nicht bloß die morphologischen Eigenschaften der cinzelnen Individuen, sondern vor allem diejenigen der natürlichen Komplexe gleichartiger Individuen zum Gegenstand ihrer Untersuchungen erhebt. Sie nimmt innerhalb der Botanik und der Zoologie dieselbe Stellung ein, wie etwa die Ethnographie in der Anthropologie. Entsprechend ihrer besonderen Aufgaben bedient sie sich einer besonderen Arbeitsmethode, deren mannigfache Entwick-

lungsstufen und Auszweigungen unter dem Namen "Variationsstatistik" zusammengefasst seien und deren Wesen und Ergebnisse uns hier beschäftigen sollen.

In der Anthropologie ist die Variationsstatistik seit 4-5 Jahrzehnten heimisch. Der Grund hiefür liegt teils darin, dass am Menschen zuerst die Verschiedenheit der Individuen in ihren einzelnen Eigenschaften wissenschaftliche Beachtung fand, teils darin, dass dieser Zweig der Biologie sich am längsten mit Problemen beschäftigt hat, welche sich nicht mehr durch zusammenhanglose Beobachtungen an einzelnen Individuen lösen lassen, sondern die eingehende Untersuchung von Individuengruppen als solchen fordern, Probleme, welche vor allem durch die Rassenbildung der Menschheit gegeben sind.

Zoologie und Botanik beschäftigen sich zunächst mit der Untersuchung der individuellen Objekte auf ihre einzelnen Eigenschaften und deren Entstehung hin (anatomische Morphologie und Entwickelungsgeschichte). Dabei ergiebt sich die morphologische Ungleichwertigkeit der Individuen, so dass sie nach dem Grade ihrer Uebereinstimmung zu Gruppen höheren oder niederen Ranges zusammentreten, welche dann ihrerseits als einheitliche Objekte wissenschaftlicher Untersuchung dienen (Systematik, vergleichende Anatomie).

Derjenige als Einheit angesehene Individuenkomplex, welcher der zoologischen und botanischen Betrachtungsweise für gewöhnlich zu Grunde gelegt wird, ist die Species. Mehr oder minder ausschließlich werden alle biologischen, systematischen und anatomischen Erkenntnisse auf sie bezogen. Die Species ist jedoch keineswegs etwas Einheitliches; abgesehen von ihren systematischen Unterbegriffen, der Varietät und der Rasse, besteht sie empirisch aus Individuen, welche räumlich und zeitlich getreunt sind und gegenseitig in Blutsverwandtschaft verschiedenen Grades stehen. An diesen Individuen nun treten innerhalb der Species regelmäßig morphologische Differenzierungen ihrer gemeinsamen Eigenschaften auf, welche durch sog, konstitutionelle Faktoren (Geschlecht und Entwickelungsstufe), sowie durch die Schar der erkennbaren äußeren Existenzbedingungen (Lokalität, Bodenformation, Klima, Nahrung u. s. w.) hervorgerufen werden. Wirklich einheitliche und in sich ohn Weiteres zusammengehörige Individuenkomplexe sind erst solche, deren morphologische Beschaffenheit durch keinen der genannten Faktoren differenziert worden ist. Doch selbst noch innerhalb solcher "Formeneinheiten", wie ich sie genannt habe [7], findet man bei Untersuchung jeder einzelnen Eigenschaft individuelle Verschiedenheiten.

Die Species ist also nichts in sich Einheitliches, ein Erkenntnis, welche durch die an Unmöglichkeit grenzende Schwierigkeit ihrer Begriffsdefinition bestätigt wird. Sie zerfällt in zahlreiche, durch verschiedene Faktoren bedingte, in sich variable Formeneinheiten, die sich vielfach zu Rassen oder Varietäten vereinigen lassen. Jede Formeneinheit wieder ist eine Summe von unter sich mehr oder weniger verschiedenen Individuen, deren einzelne Eigenschaften sich zwar im Laufe ihrer Entwickelung, d. h. zeitlich, verändern, aber in einem einzelnen gegebenen Zeitpunkt unveränderlich erscheinen, so dass es unrichtig ist, von variierenden oder nicht variierenden Individuen zu sprechen. Individuengruppen dagegen sind in jedem Augenblick ihrer Existenz und in jeder einzelnen Eigenschaft variabel. Somit tritt erst an den Eigenschaften von Individuengruppen die Thatsache der Variation hervor und kann nur an solchen erkannt und untersucht werden.

Die exakte Kenntnis der Variationserscheinungen ermöglicht eine rich-

tigere Einsicht in die systematische Beziehung von Individuenkomplexen zu einander; ferner ist sie ein Mittel, pathologische von normalen morphologischen Befunden zu unterscheiden; ihre größte Bedeutung endlich erlangt sie für die theoretische Erklärung der als Vererbung und als Descendenz bekannten Beziehungen der organischen Individuen zu einander.

Objekt einer Variationsuntersuchung sind die Eigenschaften des Individuenkomplexes und zwar, den Gesetzen der Induktion gemäß, zunächst die des primitivsten, der Formeneinheit. Das Ziel derselben ist sowohl qualitativ: die Erkenntnis der existierenden individuellen Verschiedenheiten dieser einzelnen Eigenschaften, die wir ihre Varianten nennen wollen, als auch quantitativ: die Erkenntnis des Häufigkeitsverhältnisses, in welchem die Varianten jeder Eigenschaft zu einander stehen.

Der prinzipielle Unterschied zwischen der einzelnen Eigenschaft eines Individuums und der eines Individuenkomplexes besteht also darin, dass die erstere durch eine einzige qualitative Angabe ansgedrückt werden kann, während für die zweite mehrere qualitative Angaben, außerdem aber auch die Angabe des Hänfigkeitsverhältnisses, in welchem diese Varianten der Eigenschaft zu einander stehen, notwendig sind. Bisher hat man im allgemeinen diese Notwendigkeit wenig berücksichtigt. Die Eigenschaften einer Individuengruppe, wie z. B. die der Species, wurden entweder durch kritiklose Verallgemeinerung entsprechender, als "typisch" oder "normal" betrachteter Einzelbefunde oder durch aus meist wenig zahlreichen Einzelbeobachtungen gewonnene Durchschnittswerte, welche natürlich nur idealisierte Einzelbefunde darstellen, oder besten Falls durch Angabe sog. Variationsumfänge (Variationsbreiten) beschrieben; die letzteren sind rein zufällige Beobachtungsresultate ohne danernden Wert, lassen aber wenigstens erkennen, dass die Gruppe in der betreffenden Eigenschaft überhäupt variiert, ohne den Modus ihrer Variation anzugeben. Als einzige quantitative Angaben dienten gelegentlich unbestimmte Ausdrücke wie "häufig" und "selten".

Um jedoch sowohl qualitative Differenzen vergleichbarer Objekte als auch die Häufigkeit jener zu fixieren, bedient man sieh der Statistik. Eine Statistik ist die nach bestimmten Gesichtspunkten geordnete Zusammenstellung qualitativer Differenzen eines als Untersuchungsgegenstand dienenden Komplexes zahlreicher Objekte und der Häufigkeit, in welcher dieselben gefunden wurden.

Zwecks Erforschung der Variation irgend einer Eigenschaft bei einer Formeneinheit hat man demnach diese Eigenschaft an möglichst zahlreichen Individuen der Formeneinheit zu untersuchen, die Einzelvarianten, in welchen sie bei ihnen auftritt, zu notieren und schließlich die Häufigkeit jeder der so gefundenen Varianten zu ermitteln. Dieses Verfahren ist für jede Eigenschaft, für Form- und Farbverhältnisse sowohl wie für Maß- und Zahlverhältnisse von Organen der Individuen anwendbar.

Als erste Erkenntnis vom Wesen der Variation ergiebt sich dann, dass bei etwas größeren Mengen untersuchter Individnen derselben Formeneinheit die relativen Frequenzen der Einzelvarianten der Eigenschaft nahezu konstant bleiben. Hat man also z. B. dreimal je ca. 500 Individuen derselben Formeneinheit auf eine Eigenschaft hin untersucht und stets nahezu gleiche Prozentsätze ihrer Varianten gefunden, so darf man auf Grund des Gesetzes der großen Zahlen schließen, dass auch bei der gesamten Formeneinheit diese Varianten in gleichem Häufigkeitsverhältnis stehen. Zweitens ergiebt sich, dass nahe verwandte Formeneinheiten, wie z. B. die beiden Geschlechter derselben

Rasse und zu gleicher Entwickelungsstufe, sowohl in dem Durchschnittswert wie in dem Variationsumfang einer Eigenschaft übereinstimmen können und doch in der Frequenzverteilung ihrer Varianten merklich differieren. Solche Differenzen von Individuenkomplexen aber ergeben sich ausschließlich bei der statistischen Betrachtung der Variationsverhältnisse ihrer Eigenschaften.

Für isoliert betrachtete, nicht zahlenmäßig ausdrückbare Eigenschaften, wie plastische Form- und Farbverhältnisse, ist die statistische Untersuchung ihrer Variation hiermit abgeschlossen 1). Handelt es sich jedoch um numerische Eigenschaften, wie Anzahlen homologer Organe, oder Dimensionen, so stellen ihre Varianten Zahlen dar, welche um konstante Größen, die Zählungsoder die Maßeinheiten, differieren, und dieser Umstand erlaubt eine weitere Verwertung der bisherigen Resultate. Zunächst ordne man die beobachteten Varianten ihrem Zahlenwerte nach und notiere bei jeder derselben die Häufigkeit, in welcher sie bei den (n) untersuchten Individuen gefunden wurde. Auf diese Weise ergiebt sich die empierische Variationsreihe der Eigenschaft für n Individuen. So untersuchte Weldon [20] die Zahl der oberen Rostralzähne an 915 Individuen von Palaemonetes varians aus Plymouth; 6 7 (Rostralzähne). er fand die Varianten: 1 2 3 4 5 2 18 123 372 349 50 1 (Individuen). mit den Frequenzen:

Für eine solche Variationsreihe erhält man eine übersichtliche graphische Darstellung dadurch, dass man auf einer Abseissenachse als Basis die einzelnen Varianten ihrem Zahlenwerte nach geordnet als Punkte gleichen Abstands einträgt und die relative (prozentuarische) Häufigkeit jeder dieser Varianten durch eine in dem betreffenden Punkte errichtete Ordinate von bestimmter Länge darstellt. Die gradlinige Verbindung je zweier benachbarter Ordinaten begrenzt zugleich mit der als Basis dienenden Abseissenachse das 100 Flächeneinheiten enthaltende Variationspolygon der Eigenschaften (Fig. 1). Der Durchschnittswert der letzteren (hier 4,3117), ans den einzelnen Varianten und ihren Frequenzen ermittelt, ist als ein Punkt (M) der Abseissenachse darstellbar; die in diesem errichtete Ordinate heisse die Schwerpunktordinate (yc) des Variationspolygons. Der Bipfel des Aolygons liegt gewöhnlich in der Nähe der Schwerpunktordinate; die Variante, zu welcher er gehört, hat man als Modalvariante bezeichnet (Fig. 1, Var. 4); dieselbe ist jedoch weder "typischer" noch "nützlieher" als irgend eine andere existierende Variante.

In Fig. 2 (O, N, P) sind drei Variationspolygone, die Strahlzahl der Afterflosse bei drei verschiedenen Lokalformen von *Pleuronectes flesus* darstellend, über derselben Abseissenachse gezeichnet. Ihre Mittelwerte betragen: westliche Ostsee (O) 39,46, südöstliche Nordsee (N) 41,56, Plymouth (P) 43,61; ihre Modalvarianten sind dementsprechend 39, 41 und 44.

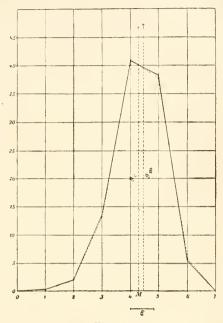
Die einzelnen Frequenzordinaten werden in der Regel um so niedriger, je weiter sie sich von der Schwerpunktsordinate entfernen. Ferner ist das Variationspolygon um so breiter und niedriger, je beträchtlicher die Variabi-

¹⁾ Neuerdings strebt man mehr und mehr dahin, auch diese Verhältnisse zahlenmäßig auszudrücken; speziell für die numerische Bestimmung von Farbenvariationen empfichtt Davenport (in: Science. N. S. V. 9. Nr. 220, p 415—419) die Anwendung eines Farbenkreisels mit gegeneinander verstellbaren Scheiben, welche sechs verschiedene Grundfarben aufweisen. Die bestimmten Kombinationen dieser Farben ergeben ein numerisches Maß für die beobachteten Farbenvärianten.

lität der Eigenschaft ist, während umgekehrt einer geringen Variabilität ein hohes und schmales Variationspolygon entspricht (siehe Fig. 1 und 2). Einen einfachen Ausdruck für die Variabilität einer Eigenschaft findet man in der

Wurzel aus dem Mittel der Quadrate der Abweichungen ihrer einzelnen beobachteten Varianten von ihrem Durchschnittswert. Diese Größe, welche wir den Variabilitätsindex (ε) der Eigenschaft nennen wollen, ist als ein Abschnitt der Abscissenachse darstellbar und in derselben Einheit wie die Varianten der Eigenschaft ausgedrückt. Für die oben angeführte Variationsreihe (Palaemonetes) beträgt ε 0,8627 Rostralzähne, für die Reihen von Pleuronectes flesus bezw. 1,4838, 1,7739, 1,6026 Flossenstrahlen.

Während nun die Durchschnittswerte einer Eigenschaft schon bei verschiedenen Formeneinheiten derselben Species beträchtlich differieren können. bleiben ihre Variabilitätsindices nicht nur bei den Formeneinheiten derselben. sondern häufig auch bei denen verschiedener, derselben Gattung oder sogar nur derselben Familie angehöriger Species annähernd gleich 1), eine Thatsache, welche bisher nicht genügend beachtet worden ist und deren Bedeutung m. E. darin besteht, dass der Variabilitätsindex der Ausdruck der physiologischen Reactionsfähigkeit eines bestimmten Organs auf die gleich näher zu betrachtenden individuellen Variationsursachen



hinsichtlich einer bestimmten Eigenschaft ist. Einzelne Autoren nehmen jedoch eine mehr oder weniger konstante Beziehung zwischen der Größe des Durchschnittswertes einer Eigenschaft und der ihres Variabilitätsindex an.

1)	Beispiele:						
I. Strahlzahlen der			Rückenflosse		Afterflosse		
				M	ε	M	ε
bei	Pleuroncete	s flesus,	Ostsee			39,46	1,4838
77	27	77	Nordsee			41,56	1,7739
22	27	77	Plymouth	61,7214	2,3895	43,6098	1,6026
21	77	american	us (Bumbus [4])	65,0600	2,4467	48,6200	1,8188
39			(Petersen[14])	62,78	2,2533	45,86	1,6792
	II. Zahl der Rostralzähne			dorsal		ventral	
bei	Palaemonet	es varia	ns (Weldon [20])	4,3137	0,8627	1,6984	0,4799
**		vulaa	ris	8,2819	0,8145	2,9781	0,4477

Durchschnittswert und Variabilitätsindex einer numerischen Eigenschaft sind die ersten zur Beschreibung ihrer Variation notwendigen Daten. Beide müssen sich stets ergänzen; doch vermögen sie nur eine angenäherte Vorstellung von der Variation der Eigenschaft zu geben. Eine vollkommene Beschreibung derselben liegt erst vor, wenn durch Analyse ihres Variationspolygons eine Curve ermittelt ist, welche die Gestalt desselben bestimmt, d. h. auf welcher die Eckpunkte desselben liegen. Dies setzt aber voraus, dass mathematische Beziehungen zwischen den Varianten resp. ihrer Abweichung vom Durchschnittswert der Eigenschaft und ihren Frequenzen bestehen.

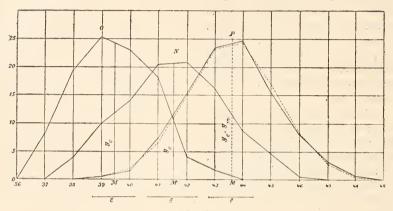


Fig. 2.

Variationspolygone der Strahlzahl der Afterflosse bei drei Lokalformen von Pleuronectes flesus; noch eigenen Zählungen. O= westliche Ostsee, N= südüstliche Nordsee, P= Plymouth. Weitere Erklärungen unter Fig. 1.

Schon bei oberflächlicher Betrachtung fällt die Aehnlichkeit der Variationspolygone mit Binomialpolygonen auf. Letztere entstehen durch graphische Darstellung der Summationsreihen, die sich bei der Eutwicklung von Binomialausdrücken, wie $(p+q)^c$, ergeben. Thatsächlich stehen beide in naher Verwandtschaft zu einander. Bei numerisch variierenden Eigenschaften hat man im Vergleich zum Durchschnittswert positiv und negativ von ihm abweichende Varianten zu unterscheiden. Da jedes Geschehen in der Natur von Ursachen abhängig ist, so sind wir gezwungen, teils positiv, teils negativ wirksame Variationsursachen anzunehmen, über deren Anzahl und Wirkungsintensität jedoch nichts bekannt ist. Diese Ursachen müssen verschieden von denen sein, welche den Gesamtcharakter der Formeneinheit bestimmen und gleichzeitig schwächere Wirksamkeit als diese besitzen. Jedes Individuum einer Formeneinheit nun erfährt sein besonderes Lebensschicksal, und dieser Ausdruck umfasst die Summe außerordentlich zahlreicher und minimaler, in den verschiedensten Kombinationen auf es einwirkender Prozesse, die natürlich weder für alle Individuen der Formeneinheit, noch für jeden Augenblick der Existenz des Einzelwesens dieselben zu sein brauchen. So gelangt man zu der Vorstellung, dass eine enorme Anzahl ihrer geringen Wirksamkeit halber als unter sich gleichwertig zu betrachtender Elementarursachen der Variation, von denen ein Teil positive, ein anderer Teil negative Abweichungen vom Durchnittswert der einzelnen Eigenschaften hervorzurufen im Stande ist, innerhalb der Formen-

einheit auf jedes Individuum einwirken könnte, in jedem einzelnen Falle jedoch nur zum Teil einwirkt. Dieser Teil ist eine beliebige Kombination von positiv und negativ wirksamen Variationsursachen und besitzt als solche eine größere oder geringere Wahrscheinlichkeit, welcher entsprechend auch ihr Effekt innerhalb der Gesamtheit der Individuen häufiger oder seltener eintritt. Die Gruppe der positiv wirksamen Ursachen kann der negativen an Umfang gleich oder von dieser verschieden sein.

Von deraitigen Ueberlegungen ausgehend hat man die Variationsreihen numerischer Eigenschaften mathematisch untersucht und thatsächlich gefunden, dass die Größe der Variantenfrequenzen dem Gesetz der Wahrscheinlichkeit von Kombinationen nach den eben besprochenen Bedingungen unterliegt, ein Gesetz, für welches neuerdings Pearson [12] einen umfassenden Ausdruck in seiner verallgemeinerten Wahrscheinlichkeitskurve (Variationskurve) gefunden hat. Dies ist meines Wissens der erste Nachweis von einer mathematischen Gesetzmässigkeit biologischen Geschehens. - Die weitere Thätigkeit bei der Untersuchung einer Variationsreihe besteht also in der Auffindung der ihr Variationspolygon bestimmenden Wahrscheinlichkeitskurve. Sie setzt das Studium der bereits ziemlich umfangreichen mathematischen Litteratur über diesen Gegenstand voraus, und ich kann daher an dieser Stelle nicht näher auf sie eingehen. Die Methode Pearson's habe ich kürzlich in einer Form dargestellt, welche speziell für den Gebrauch seitens des Biologen berechnet ist [7].

Die Variationskurven sind symmetrisch, wenn die beiden Gruppen von Variationsursachen gleich, oder asymmetrisch, wenn dieselben ungleich groß sind, und innerhalb der Formeneinheit stets eingipflig. Bei symmetrischen Kurven fallen die Gipfel- und die Schwerpunktsordinate zusammen (Fig. 3b), während sie bei asymmetrischen einen Abstand von einander aufweisen (Fig. 3a), der mit der Asymmetrie der Kurve wächst. Drückt man diesen Abstand durch den Variabilitätsindex aus, so erhält man eine unbenannte Zahl, den Asymmetrieindex (A) der Kurve, welcher entsprechend der Stellung der Schwerpunkts- zur Gipfelordinate entweder positiv oder negativ ist. Positive Kurvenasymmetrie bedeutet Ueberwiegen der wirksamen Variationsursachen, negative

Fragt man also nach der Variation einer numerischen Eigenschaft bei einer Formeneinheit, so wird diese Frage durch Angabe des Durchschnittswerts, des Variabilitäts- und des Asymmetrieindex, sowie durch die Ordinatenformel der Variationskurve der Eigenschaft vollständig beantwortet. diesen vier Daten kann man die Variationsreihe jederzeit bis auf einen geringfügigen Fehler1), der mit steigender Anzahl der untersuchten Individuen abnimmt, rekonstruieren. Die ersten drei derselben lauten für unser Beispiel (Palaemonetes) M=4.3137, $\varepsilon=0.8627$, A=-0.1735; die Kurve selbst (Fig. 3a) ist eine Variationskurve des Typ IV (Pearson [12]) von der Form

 $y = y_0 (\cos \theta)^{2m} e = \tau \theta$

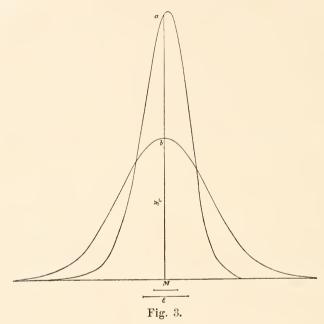
in welcher y_0 , m and τ durch Rechnung zu bestimmende Constante und $\theta =$ f (x) die Variable bedeuten. Der Fehler, um welchen sich das empirische und das berechnete Variationspolygon (Fig. 1) nicht decken, beträgt nur 0,3% der Area jedes derselben, wie sich aus der vorzüglichen Ucbereinstimmung der

¹⁾ Die Größe des Fehlers ist bei sonst gleichen Bedingungen umgekehrt proportional der Wurzel aus der Zahl der untersuchten Individuen.

empirischen (f) und der berechneten (y) Frequenzen der Variationsreihe ergiebt:

Varianten: 1 2 3 4 5 6 (Rostralzähne) f 9 18 123 372 349 50 1 (Individuen). 0,5 1.7 18.3 122.2 374.6 345.9 51.7 0.111

Ferner lässt sich aus jenen vier Daten der wahrscheinliche Variationsumfang der Eigenschaft für jede beliebig angenommene Individuenzahl berechnen; wie aus der Eigenschaft der Variationskurve als einer Wahrscheinlichkeitskurve hervorgeht, ist derselbe direkt von der Anzahl der existieren-



Die Variationskurven von Fig. 1 (a) und Fig. 2 P(b), mit ihren Abscissen und ihren Schwerpunktsordinaten zur Deckung gebracht. a ist asymmetrisch; ihr Gipfel liegt rechts von der Schwerpunktsordinate, der flacher abfallende Ast links, der steiler abfallende rechts vom Gipfel. b ist um die Schwerpunktsordinate symmetrisch.

Alle sechs Variationspolygone sowie die beiden Kurven enthalten die gleichen Area $100 \cdot 10 \cdot 2 \text{ mm}^2 = 20 \text{ cm}^2$.

den Individuen abhängig, so dass wir z. B. eine Variante von der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{10\,000\,000}$ nicht wohl in einem Stamm von nur 10 000 Individuen erwarten dürfen. Findet man umgekehrt bei einer im übrigen gut passenden Variationskurve, dass eine einzelne extreme Variante empirisch wesentlich häufiger auftritt, als es ihrer Wahrscheinlichkeit nach zu erwarten ist, so deutet dieser Befund darauf hin, dass die Variante nicht oder nicht ausschließlich durch normale Variation zu stande gekommen ist, sondern dass pathologische Prozesse bei ihrer Entstehung mitwirkten; diese Annahme findet ihre Kontrolle in der später zu erwähnenden Korrelationsrechnung. Durch derartige Variationsbefunde wurde ich z. B. auf die bisher anscheinend unbekannte

Fähigkeit der Syngnathiden aufmerksam gemacht, nach Verlust der hinteren Körpersegmente nicht nur eine vollständige Schwanzflosse, sondern wahrscheinlich auch das Urostyl zu regenerieren. Ich behalte mir vor, über die betr. Befunde und Experimente an anderer Stelle ausführlich zu berichten. Beim Vergleich mehrerer Formeneinheiten derselben oder verschiedener Species hinsichtlich einer einzelnen numerischen Eigenschaft müssen alle etwaigen Differenzen jener in den Differenzen der vier statistischen Daten ihren präcisen Ausdruck finden. - Nach Untersuchung sämtlicher Formeneinheiten einer Species auf eine einzelne Eigenschaft hin würde man durch graphische Darstellung ihrer Variation ein System von Variationskurven erhalten, die sich zum Teil decken und deren Schwerpunktsordinaten mehr oder weniger von einander entfernt wären, während die Variabilitätsindices annähernd gleiche Länge behielten (siehe Fig. 2). Ein Teil der Formeneinheiten bildete den Ausdruck der konstitutionellen Differenzierung der Species nach Geschlecht und Entwicklungsstufe, während der übrige ihrer Differenzierung durch die Verschiedenheit der äußeren Lebensbedingungen entspräche. Haben letztere nicht nur eine einzige, sondern mehrere Eigenschaften gleichzeitig beeinflusst, so liegt Rassen- oder Varietätenbildung innerhalb der Species vor.

Bisher handelte es sich um die Variation je einer einzelnen Eigenschaft in der Formeneinheit. Da jedoch alle Eigenschaften derselben variiren, so bleibt zu untersuchen, ob dies stets unabhängig von einander geschieht oder ob sich eine Abhängigkeit zwischen den Variationsprozessen verschiedener Eigenschaften nachweisen lässt. Auch hier kommt wieder die Wahrscheinlichkeitsrechnung zu Hilfe. Die Wahrscheinlichkeit des Zusammentreffens unabhängig von einander eintretender Ereignisse ist bekanntlich gleich dem Produkt der Wahrscheinlichkeit des Eintretens jedes einzelnen dieser Ereignisse. Jede Abweichung von diesem Verhalten innerhalb einer größeren Beobachtungsserie lässt auf eine ursächliche Beziehung der Ereignisse, hier der individuell kombiniert auftretenden Varianten, zu einander schliefsen. Diese ursächliche Beziehung kann direkt: die eine Eigenschaft eine Variationsursache der anderen (Korrelation s. str.), - oder indirekt sein: beide sind von gemeinsamen Variationsursachen abhängig (Symplasie). Der Vergleich der wirklichen Frequenzen von individuellen Variantenkombinationen zweier Eigenschaften innerhalb einer größeren Menge von Individuen derselben Formeneinheit mit ihren wahrscheinlichen Frequenzen lässt also stets erkennen, ob zwischen diesen Eigenschaften sogenannte korrelative Beziehungen bestehen oder nicht.

Hinsichtlich numerischer Eigenschaften nun existieren einfache Berechnungsmethoden (Galton, Pearson) für den Grad der Abweichung der wirklichen Frequenz ihrer Variantenkombinationen von ihrer wahrscheinlichen Häufigkeit. Diese ergeben unbenannte Zahlen zwischen Null (keine Abweichung von der Wahrscheinlichkeitsrechnung) und Eins; durch letztere wird der denkbar höchste Grad der Abweichung der Kombinationsfrequenzen von ihrer Wahrscheinlichkeit bezeichnet, insofern jede einzelne Variante der einen Eigenschaft bei sämtlichen sie aufweisenden Individuen nur mit einer bestimmten einzelnen der anderen kombiniert auftritt. Solche unbenannten Zahlen heißen die Korrelationskoeffizienten der untersuchten Eigenschaftspaare. Der empfehlenswerteste Korrelationskoeffizient wird nach Pearson's Methode [13] als das mittlere Produkt der individuell kombiniert auftretenden relativen Abweichungen der beiden Eigenschaften von ihren Durchschnittswerten berechnet, wobei unter "relativen Abweichungen" die absoluten

Abweichungen ausgedrückt durch ihre Variabilitätsindices zu verstehen sind. Wie die Variabilitätsindices homologer Eigenschaften, so zeigen auch die Korrelationskoeffizienten homologer Eigenschaftspaare eine gewisse Achnlichkeit, selbst bei verschiedenen Species (Warren [17]). Ich erblicke in diesem Verhalten wiederum den Ausdruck von physiologischen Reaktionen der Organe hinsichtlich der betr. Eigenschaften.

Je nachdem die korrelativ kombinierten Varianten zweier Eigenschaften durchschnittlich beide gleichzeitig über resp. unter ihren Durchschnittswerten liegen oder die eine von ihnen eine positive, die andere eine negative Abweichung von ihrem Durchschnittswert darstellt, erhält man positive oder negative Korrelationskoeffizienten und spricht demgemäß von positiver oder negativer Korrelation. Variationsreihen, welche in positiver Korrelation stehen, streben zur Bildung konstanter Differenzen der individuell kombinierten Varianten (Antimerie), umgekehrt solche, die in negativer Korrelation zu einander stehen, zur Bildung konstanter Variantensummen (Metamerie), und zwar wird die Konstanz dieser Summen resp. Differenzen um so bemerkbarer. ie höher der Korrelationskoeffizient ist. Die Konstanz der Variantensummen d. i. negative Korrelation, kommt vorwiegend für metamer angeordnete Eigenschaften, bei sog, homöotischer Variation derselben in Betracht, die der Variantendifferenzen, also positive Korrelation, bei antimer angeordneten Eigenschaften, besonders bei solchen mit symmetrischer Variation. - Bei partiell abnormer Variation einer Eigenschaft werden ihre korrelativen Beziehungen zu anderen Eigenschaften seitens ihrer abnormen Variante durchbrochen.

Wie es möglich ist, die Frequenzen von individuellen Variantenkombinationen zweier oder mehrerer Eigenschaften auf ihre Wahrscheinlichkeit,
resp. ihre korrelativen Beziehungen hin zu prüfen, so ist es umgekehrt möglich,
das Zusammentreffen von Varianten einer und derselben Eigenschaft bei zwei
oder mehreren Individuen, die zu einander in bestimmten Beziehungen stehen,
in gleicher Weise zu behandeln. Dies kann z. B. bei dem Nachweis in Betracht kommen, ob eine Eigenschaft bei der geschlechtlichen Zuchtwahl eine Rolle
spielt; ferner bei der Untersuchung, ob eine Eigenschaft erblich ist oder nicht.
In ersterem Falle müssen die durch die Paarung bewirkten Variantenkombinationen einer und derselben Eigenschaft der weiblichen Tiere korrelative
Beziehungen aufweisen, also nicht bloß durch ihre Wahrscheinlichkeit bedingt
sein, im zweiten gilt dasselbe für Erzenger und Nachkommen. Diesem zoologisch noch fast¹) völlig brach liegenden Gebiet haben sich Galton und
Pearson auf anthropologischem Felde gewidmet.

Variationsstatistische Untersuchungen sind für alle Arten von Eigenschaften möglich; ihre unmittelbaren Resultate bestehen in der Erkenntnis der relativen Frequenz ihrer Varianten und darin, ob ihre Variation in Abhängigkeit von derjenigen anderer Eigenschaften steht oder nicht. Sofern es sich um numerisch ausdrückbare Eigenschaften handelt, erhält man außerdem das spezielle Gesetz, nach welchem sich ihre Varianten auf die existierenden Individuen der Formeneinheit verteilen, und den Korrelationskoeffizienten, nach welchem die Varianten verschiedener Eigenschaften individuell kombiniert auf-

¹⁾ Warren [18] hat neuerdings eine kleine Studie über parthenogenetische Vererbung bei *Daphnia* veröffentlicht.

treten. Aus der mathematischen Analyse der Variationserscheinungen ergiebt sich, dass konstitutionelle Faktoren und die erkennbaren äußeren Lebensbe dingungen die Species zu Formeneinheiten und deren Obergruppen differenzieren, welche in erster Linie durch die Durchschnittswerte ihrer Eigenschaften gekennzeichnet sind. Innerhalb der Formeneinheit sind zahlreiche weitere unbekannte Variationsursachen in schwächerem Maße wirksam, welche durch ihre Kombination die individuellen Verschiedenheiten der Eigenschaften in charakteristischen Frequenzverhältnissen bervorrufen. Je nach der physiologischen Eigenart der Organe bestimmter Species reagieren dieselben hinsichtlich ihrer Eigenschaften stärker oder schwächer auf die Variationsursachen, so dass jene ihren Ausdruck in den Variabilitätsindizes der letzteren findet.

Der Gedanke, Individuenkomplexe statistisch bis zur Aufstellung von Variationsreihen zu durchforschen, ist nicht neu; speziell in der Ichthyologie, in welcher weitaus die meisten systematischen Merkmale Maße und Anzahlen, also numerische Eigenschaften sind, hat bereits 1857 A. Czernay [5] "Beobachtungen über das Variieren der Artkennzeichen der Süßswasserfische in der Umgegend von Charkow" angestellt. Aus den siebziger Jahren sind hier ferner Heincke's [10] Untersuchungen über die Varietäten des Herings zu erwähnen. Doch alle derartigen älteren Arbeiten beziehen sich stets auf ein so kleines Material, dass es für die mathematische Analyse der Variationserscheinungen wertlos bleibt.

Erst 1890 erschien in den Proc. Roy. Soc. London die erste zoologische Arbeit, in welcher die Ergebnisse statistischer Beobachtungsreihen numerischer Eigenschaften mathematisch analysiert wurden. Weldon [19] hatte, Galton's Anregung folgend, Crangon vulgaris von drei Fundorten auf vier verschiedene Dimensionen in größeren Mengen untersucht und gefunden, dass ihre Variation dem Gauss'schen Fehlergesetz, einem häufigen Specialfalle von Pearson's verallgemeinerter Wahrscheinlichkeitskurve, folgte und dass dieselben für jeden dieser Fundorte eigentümliche Mittelwerte besaßen. Hieran anschließend wies Weldon [21] zwei Jahre später korrelative Beziehungen zwischen einigen untersuchten Eigenschaften von Crangon nach Galton's Methode nach. Es folgte eine Reihe von Untersuchungen über Variation und Korrelation bei Carcinus maenas. Alters-, Geschlechts- und Fundortsunterschiede gewisser Dimensionen behandelnd und dieselben zum Teil auf selektive Prozesse zurückführend [22, 23]. Ferner ergab sich hierbei ein Dimorphismus des weiblichen Geschlechts der Neapler Lokalform, welchen Girad [9] auf parasitäre Einwirkungen zurückzuführen suchte, Inzwischen beschäftigten sieh Weldon's Schüler Thompson und Warren mit der Variation und Korrelation von Dimensionen des Palaemon serratus [15], Carcinus maenas [16] und Portunus depurator [17]. Warren konstatierte zuerst die später wiederholt bestätigte Thatsache, dass Korrelationskoeffizienten homologer Eigenschaften nicht nur bei den Formeneinheiten derselben, sondern auch bei solchen verwandter, aber verschiedener Spezies annähernd gleich bleiben. Auch hat Warren als erster Zoologe Pearson's vervollkommnete Methodik in der mathematischen Analyse statistischer Untersuchungsreihen befolgt. Thompson fand, dass eine und dieselbe Formeneinheit in verschiedenen Jahren bestimmt gerichtete Abänderungen ihrer Eigenschaften nach Durchschnittswert und Variabilitätsindex erkennen lässt, ein Befund, der von Weldon weiter verfolgt und erst kürzlich [24] als ein Beweis zu Gunsten der Selektionstheorie angeführt wurde.

Während der Führer der englischen statistisch-zoologischen Schule vor allem das Selektionsproblem verfolgt, hat sich die nordamerikanische Schule unter Führung C. B. Davenport's mehr morphologischen Untersuchungen gewidmet. An einem sehr reichen Material (4000 Individuen) untersuchte zuerst Davenport in Gemeinschaft mit C. Bullard [6] den Einfluss des Geschlechts auf die Variations- und Korrelationskonstanten. Auf seine Anregung hin untersuchten ferner Brewster [1] und Field [8], der eine an Säugetieren, der andere an Insekten, die Beziehung zwischen der Variabilität bestimmter Eigenschaften und ihrer systematischen Bedeutung, um zu dem Resultat zu gelangen, dass jene mit dieser steige. Allerdings scheint mir das Untersuchungsmaterial dieser Forscher zur definitiven Erledigung der Frage noch zu klein.

Neben diesen mathematisch-analytischen Arbeiten sind seit dem Aufkommen der statistischen Methode noch manche nicht analytische veröffentlicht worden, welche ebenfalls ein großes Untersuchungsmaterial umfassen; von diesen möchte ich als besonders interessant Bumpus' Untersuchungen über Variation und Mutation zweier von Europa nach Nordamerika eingeführter, recht heterogener Tierarten erwähnen, des Sperlings [2] und der Strandschnecke [3]. In beiden Fällen ist vor Allem die bedeutende Steigerung der Variabilität gegenüber den europäischen Stammformen bemerkenswert.

In Deutschland stehen auf zoologischem Gebiet Heincke und ich mit der Anwendung der variationsstatistischen Methode noch isoliert da. Heinckes Interesse liegt vorwiegend auf dem Gebiet der Rassenbildung innerhalb der Species, und ich betrachte als eine besonders wichtige Erweiterung der Variationsstatistik seine Methode, auf Grund der statistischen Eigentümlichkeiten der einzelnen Rassen die Zugehörigkeit jedes einzelnen Individuums zu einer von ihnen zu bestimmen [11]. — Die Zahl der Mitarbeiter auf botanischem Gebiet nimmt von Jahr zu Jahr in erfreulicher Weise zu. Abgesehen von deutsch veröffentlichenden ausländischen Forschern, wie H. De Vries und E. Verschaeffelt, hat sich F. Ludwig seit Langem mit der statistischen Erforschung des Fibonacci-Gesetzes¹) im Pflanzenreich und H. Voechting kürzlich in einer klassischen Arbeit mit Blütenvariation beschäftigt. Der große Vorzug der botanischen Objekte besteht in ihrer leichteren Verwendbarkeit für das Experiment, wie z. B. bezüglich der Erforschung der Vererbungsgesetze.

¹⁾ Das Fibonacci-Gesetz drückt die Thatsache aus, dass ihrer Anzahl nach variierende Organe der Pflanzen, wie Blüten eines Blütenstandes, Kelchund Kronenblätter, Staubgefäße etc. nicht nur eine maximale Variante und daher eine eingipflige Variationskurve aufweisen, sondern dass gewisse Varianten, die einem bestimmten Zahlengesetz unterliegen, stets häufiger auftreten, als die unmittelbar benachbarten; so entstehen Variationskurven mit mehreren jedoch ungleich hohen Gipfeln. Die so bevorzugten Anzahlen gehören in erster Linie der Reihe 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21 etc. (Fibonacci-Reihe) an, in welcher von 3 ab jedes neue Glied gleich der Summe der beiden vorhergehenden ist; als Nebengipfel der polymorphen Kurve treten überdies häufig ganzzahlige Multipla dieser Zahlen auf. Verwandte Erscheinungen finden sich im Tierreich bezüglich der variierenden Segmentzahl der Chilopoden, bei denen die ungeraden, und der Skyphomedusen, bei denen die geraden Zahlen häufiger sind, als die entgegengesetzten. (Nachträglicher Zusatz des Herrn Vortragenden.)

Falls es mir in diesem Vortrag gelungen ist, nachzuweisen, dass die variationsstatistische Methode auf haltbaren logischen Grundlagen beruht und durch ihre Eigenart im Stande ist, neue und wertvolle Erkenntnisse zu fördern. die nicht mittels irgend einer anderen Arbeitsmethode gewonnen werden können. so glaube ich die Hoffnung hegen zu dürfen, dass ihre Anwendung auch bei den deutschen Zoologen allmählich Verbreitung finden wird. Die für sie notwendigen mathematischen Vorkenntnisse gehen nicht über die Anforderungen des Maturitätsexamens hinaus. Die exakten und eindeutigen Resultate der analytischen Methode bieten einen besonderen Reiz, und es darf nicht übersehen werden, dass eine präcise Ausdrucksweise jeder wissenschaftlichen Thätigkeit zum Vorteil gereicht. Die rein statistische Forschung, sei sie auf die Lösung theoretischer oder auf die morphologischer Probleme gerichtet, betrachte ich nur als die Vorstufe zu einer wichtigeren Arbeitsrichtung, bei welcher statistisch-analytische und somit kritisch verwertbare Resultate mit Hilfe von Massenexperimenten gewonnen werden. Hierzu würde allerdings ein besonderes Institut notwendig sein, welches sich von dem üblichen biologischen Laboratorium durch den grossartigen Maßstab seiner Einrichtungen zu Zuchtzwecken, vom taxonomischen Museum durch Vorkehrungen zur übersichtlichen Bewahrung großer Mengen gleichartiger Individuen unterschiede, deren Nachuntersuchung sowohl zur Kontrolle als zur Vervollständigung früherer Forschungen wichtig werden kann. Auf die hervorragende praktische Bedeutung eines solchen Instituts für Land-, Forst- und Gartenwirtschaft, für Fischerei und Viehzucht kann ich an dieser Stelle nur hinweisen; seine Hauptaufgabe aber bliebe naturgemäß die wissenschaftliche Forschung, deren Resultate direkt oder indirekt wieder der Praxis zu Gute kommen. -- Vorerst aber wünsche ich der statistisch-analytischen Methode in der Zoologie die ihr gebührende Anerkennung: nicht als der einzig giltigen Art wissenschaftlichen Arbeitens, sondern als eines neuen und den übrigen gleich geachteten Werkzeugs zum Aufban unserer Wissenschaft.

Verzeichnis der angeführten Schriften.

- 1. Brewster, E. T., A measure of variability and the relation of individual variations to specific differences, in: Proc. Amer. Ac. Arts Sc. V. 32. Nr. 15, 1897, p. 268-280.
- 2. Bumpus, H. C., The variations and mutations of the introduced sparrow, in: Biol. Lectures Woods Holl (1896), 1897, p. 1-15.
- -, The variations and mutations of the introduced Littorina, in: Zool. Bull. V. 1 Nr. 5, 1898, p. 247-259.
- 4. -, On the identification of fish artifically hatched, in: Amer. Natural. V. 32, Nr. 378, 1898, p. 407-412.
- 5. Czernay, A., Beobachtungen über das Variieren der Artkennzeichen der Süßwasserfische in der Umgegend von Charkow, in: Bull. Soc. Imp. Natural, Moscou Vol. 30, Nr. 1, 1857, p. 227-249.
- 6. Davenport, C. B. and Bullard, C., Studies in morphogenesis. VI.: A contribution to the quantitative study of correlated variation and the comparative variability of the sexes, in: Proc. Amer. Ac. Arts Sc. V. 32, Nr. 4, 1896, p. 85-97.
- 7. Duncker, G., Die Methode der Variationsstatistik, in: Arch. Entwickelungsmech. V. 8, II. 1, p. 112-187. Sep.: Leipzig, Engelmann, 1899.
- 8. Field, W. L. W., A contribution to the study of individual variation in

- the wings of Lepidoptera, in: Proc. Amer. Ac. Arts Sc. V. 33, Nr. 21, 1898, p. 389-395.
- 9. Giard, A., Sur certains cas de dédoublement des courbes de Galton dus au parasitisme et sur le dimorphisme d'origine parasitaire, in: C. R. Soc. biol. (sér. 10.) V. 1, No. 13, 1894, p. 360-353.
- Heineke, F., Die Varietäten des Herings, in: Jahresb. Comm. wiss. Unters. dtsch. Meere. I: Jg. 4-6, 1876-1878, p. 37-132. II: Jg. 7-11, 1879-1883, p. 1-86.
- –, Naturgeschichte des Herings, in: Abh. dtsch. Seefischerei-Ver. V. 2, H. 1 u. 2, 1898.
- Pearson, K., Contributions to the mathematical theory of evolution.
 II. Skew variation in homogeneous material, in: Phil. Trans. Roy. Soc. London. V. 486 A, No. 123, 1894, p. 71-110.
- -, Idem. III. Regression, heredity and panmixia, ibid. V. 187 A, No. 175, 1896, p. 253-318.
- 14. Petersen, C. G. J., On the biology of our flat-fishes: Appendix II. in: Dan. biol. Station Rep. 4 (1893), 1894, p. 123-137.
- 45. Thopmson, H., On correlations of certain external parts of Palaemon serratus, in: Proc. Roy. Soc. London. V. 55, No. 333, 1894, p. 234-240.
- 16. —, On certain changes observed in the dimensions of parts of the carapace of Carcinus maenas, ibid. V. 60, No. 361, 1896, p. 195-198.
- 17. Warren, E., Variation in Portunus depurator, ibid. No. 362, 1896, 221-243.
- An observation on inheritance in parthenogenesis, ibid. V. 65 No. 415, 1899, p. 154-158.
- Weldon, W. F. R., The variations occurring in certain Decaped Crustacea.
 I. Crangon vulgaris, ibid. V. 47, No. 291, 1890, p. 445-453.
- —, Palaemonetes varians in Plymouth, in: Journ. mar. biol. Assoc. Un. Kingd. (N. S.) V. I, Nr. 2, 1892, p. 459—461.
- Certain correlated variations in Crangon vulgaris, in: Proc. Roy. Soc. London, V. 51, No. 308, 1892, p. 2—21.
- 22. —, On certain correlated variations in Carcinus maenas, ibid. V. 54, No. 328, 1893, p. 318-329.
- 23. —, Report of the committee for conducting statistical inquiries into the measurable characteristics of plants and animals. Part I: An attempt to measure the death-rate due to selective destruction of Carcinus maenas with respect to a particular dimension, ibid. V. 57, No. 344, 1895, p. 360—379.
- -, On the principal objections urged against the theory of natural selection, in: Rep. 68. Meet. Brit. Assoc. Bristol. 1899, p. 887-902, und in: Nature, V.58, No. 1508, 1898, p. 499-506.

Deutscher Verein für öffentliche Gesundheitspflege. Die diesjährige Jahresversammlung wird in den Tagen des 12. bis 15. September in Trier stattfinden.

Folgende Verhandlungsgegenstände sind in Aussicht genommen:

1. Maßregeln zur Bekämpfung der Pest.

- 2. Die kleinen Wohnungen in Städten, ihre Beschaffung und Verbesserung.
- 3. Wasserversorgung mittels Thalsperren in gesundheitlicher Beziehung.
- 4. Ursachen u. Bekämpfung der hohen Säuglingssterblichkeit. 5. Hygiene des Fahrrads.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Biologisches Zentralblatt

Jahr/Year: 1900

Band/Volume: 20

Autor(en)/Author(s): Duncker Georg

Artikel/Article: Georg Duncker, Die Methode der Variationsstatistik.

<u>243-256</u>