minimum amounts in the early morning, but increases materially during the period in which the starch is being depleted. After the maximum amount is reached, it again disappears, and at night none is present. Its behavior in the dark and in the absence of CO_2 is not yet fully understood, and there is collateral evidence that this substance is not concerned in the intimate physiology of the stoma, at any rate as regards the movements. The evidence thus afforded indicates that the physiology of the guard cell is distinctly different from that of the chlorenchyma cells[1]). The guard cell plastids are secretory but not a carbon-assimilative (photosynthetic) and the movements result from enzymatic activity stimulated by light and controlled by temperature, a view outlined, but hardly supported by convincing evidence, by F. G. Kohl, and finding collateral evidence in the work of Green upon the relation of enzymes to the various lights.

The evidence may not here be enlarged upon, but it may be asaid that it throws considerable new light upon the old and vexed question of stomatal physiology.

It may be added in conclusion that the research, the bare outlines of which have been given above, indicate in general the trend which the work to be carried out at the Desert Laboratory will be made to take in the future.

K. Escherich, Die Ameise, Schilderung ihrer Lebensweise.

Mit 68 in den Text gedruckten Abbildungen. 8°, XX und 232 S. Braunschweig, 1906. Verlag von Fr. Vieweg und Sohn.

Unsere Kenntnis der Lebensweise der Ameisen ist in den letzten Jahrzehnten durch zahlreiche in- und ausländische Forschungen so erheblich vermehrt worden und das allgemeine Interesse für dieselben hat sich zugleich so sehr gesteigert, dass eine knappe, übersichtliche Zusammenfassung derselben dringend erwünscht war. Sowohl dem Naturforscher, der, ohne selbst Ameisenbiologe zu sein, doch die Ergebnisse dieser Wissenschaft kennen lernen will, als auch dem gebildeten Laien wird daher die vorliegende Schrift Escherich's über die Ameise sehr willkommen sein. Sie hat die Aufgabe, die einer solchen Schrift gestellt werden muss, die Forschungsresultate gründlich, allseitig und in übersichtlicher Kürze zusammenzustellen, in wirklich vortrefflicher Weise gelöst. Dass in manchen Punkten noch Ergänzungen oder Verbesserungen für eine neue Auflage angebracht werden können, ist bei einer so umfassenden Arbeit selbstverständlich. Auch die Ausstattung der Schrift Escherich's ist durchaus zweckentsprechend.

1) The chloroplasts offer a constant and close check upon the conditions of the starch content of the guard cell plastids.

Die zahlreichen Textfiguren sind gut ausgewählt und gut wiedergegeben.

Hier kann nur eine kurze Uebersicht über den Inhalt der Schrift gegeben werden; die Literaturverzeichnisse am Schlusse der einzelnen Kapitel bieten jedem Gelegenheit, sich eingehender über die betreffenden Publikationen zu orientieren.

Die Einleitung behandelt kurz die Systematik, die geographische Verbreitung, die Grundrisse des sogen. Staatenlebens der Ameisen, ferner die verschiedenen Einrichtungsmethoden künstlicher Nester und endlich die Geschichte der Ameisenkunde. Peter Huber's Verdienste, dessen klassische „Recherches sur les moeurs des fourmis indigènes“ (1810) die moderne Ameisenbiologie inauguriert haben und auch heute noch in manchen Punkten unübertroffen sind, hätten wohl mehr hervorgehoben werden müssen. Bezüglich der Lubbocknester hält Referent die Watte zwischen Glas- und Holzrahmen, die Escherich empfiehlt, nach seinen zwanzigjährigen Erfahrungen für vollkommen entbehrlich und auch für hinderlich für den sicheren Verschluss und die Reinlichkeit der Nester, da viele Ameisen die Watte allmählich ins Nest hineinzupfen.

Das erste Kapitel, vielleicht das gediegenste im ganzen Buche, bildet die Morphologie und Anatomie der Ameisen. Die äußere und innere Organisation des Ameisenkörpers wird nach den neuesten Ergebnissen kurz und zutreffend dargelegt. Das zweite Kapitel handelt über den Polymorphismus im Ameisenstaate. Die verschiedenen typischen und atypischen Formen in der Ameisenkolonie, die Funktionen dieser verschiedenen Formen und ihre Arbeitsteilung werden übersichtlich geschildert und auch die mutmaßliche Entstehung des Polymorphismus kritisch geprüft. Nach Escherich waren die ältesten Ameisenahnen auch im weiblichen Geschlechte geflügelt. In ontogenetischer Beziehung neigt er zur trophogenen Erklärung der verschiedenen Kasten (mit Emery und Wasmann). Zur experimentellen Bestätigung der Pseudogynentheorie Wasmann's[1]) wären außer Viehmeyer's Versuchen (S. 52) auch die von Wasmann 1905 in den Mitteil. d. Schweiz. Entom. Gesellsch. (XI. Heft 2, S. 69—70) kurz erwähnten Experimente von 1900—1904 anzuführen, die dasselbe Resultat ergaben. Bezüglich der Arbeitsteilung in den gemischten Kolonien (S. 47 u. 127) finden sich bereits ältere Beobachtungen Wasmann's über das Verhalten der einzelnen Arten und Individuen (in den „Vergleichenden Studien über das Seelenleben der Ameisen“ 2. Aufl. 1900, S. 17ff., 22ff.).

Im dritten Kapitel wird die Fortpflanzung der Ameisen, die Befruchtung, die Gründung neuer Kolonien, die Weiterentwickelung und der Verfall der Kolonien, die Metamorphose und Brutpflege kurz und übersichtlich besprochen, was bei der großen Mannigfaltigkeit der einschlägigen Fälle keine leichte Aufgabe war, die dem Verf. jedoch gut gelungen ist. Zu S. 58 wäre zu be-

1) Das Zitat S. 52 Z. 10 muss heißen 1895 statt 1885.

merken, dass Adlerz (Myrmekologiska studier II. 1886, p. 117) bei *Formica rufa* häufig die Paarung im Neste beobachtete und geneigt ist, dies auch auf andere *Formica*-Arten auszudehnen. Die manchmal sehr beträchtliche Zahl von Königinnen in einem *Formica*-Neste[1]) würde sich dadurch nach der Ansicht des Referenten am leichtesten erklären lassen, obwohl Inzucht bei *Formica* trotzdem nicht die Regel bilden dürfte. Auf S. 59 ließen sich die etwas unbestimmten Angaben durch die Beobachtungen von Adlerz und Wasmann über *Formicoxenus* und *Anergates* fester gestalten (vgl. Wasmann, Die zusammengesetzten Nester 1891, S. 33 u. 134). Die Paarung von *Formicoxenus* erfolgt auf der Oberfläche der *rufa*-Haufen, jene von *Anergates* im *Tetramorium*-Neste. Bezüglich der Koloniegründung von *Formica rufa* (S. 69) möchte Referent hier beifügen, dass er im April und Mai 1906 bei Luxemburg zwei junge *rufa-fusca*-Kolonien (den Stadien 1 und 3 der *truncicola-fusca*-Kolonien entsprechend) fand. Zur Parthenogenesis der Ameisen (S. 70) sei auch auf die Beobachtungen im Biolog. Centralbl. XI. 1901, Nr. 1) verwiesen. Neuerdings hat Referent festgestellt, dass in freier Natur eine Kolonie von *Formica pratensis* nach Verlust ihrer Königin noch mehrere Jahre lang Millionen von Eiern produzierte, aus denen Tausende von Männchen sich entwickelten (Zeitschr. f. wissensch. Insektenbiologie 1906, 1. Heft). Eine derartige Parthenogenesis der Arbeiterinnen ist ohne Zweifel auch von Bedeutung für die Vererbung von Arbeitereigenschaften durch Vermittlung der Männchen, welche sich mit den Weibchen aus anderen Kolonien kreuzen. Unter den Autoren, welche über unbedeckte (kokonlose) Puppen von *Formica* bezw. *Lasius* berichten (S. 77), wären auch Meyer (1854), Schenk, Adlerz und Wasmann zu erwähnen.

Den Nestbau der Ameisen, der eine große Mannigfaltigkeit der Formen umschließt, behandelt das vierte Kapitel. Escherich unterscheidet Dauernester, Wandernester und Nebenbauten. Die ersteren teilt er mit Forel in acht verschiedene Gruppen ein, in Erdnester, Holznester, Marknester, kombinierte Nester (eigentliche „Ameisenhaufen"), Nester in schon vorhandenen Höhlungen, Kartonnester und gesponnene Nester, zusammengesetzte Nester und Nester der gemischten Kolonien. Die beiden letzten Abteilungen sind jedoch den vorigen nicht koordiniert. Reine Erdnester ohne Oberbau sind viel häufiger als der Verf. (S. 85) glaubt, besonders bei *Myrmica*, *Tetramorium* und *Lasius*. Es hängt ganz von der Bodenbeschaffenheit ab, ob sie mit einem Oberbau aus Erde verbunden werden oder nicht. Die Maximalgröße der *rufa*-Nester (S. 92) ist nicht bloß nach der Höhe, sondern hauptsächlich nach dem Umfange der Haufen zu beurteilen. Ref. hat (Biol. Ctlbl. 1905, S. 196 u. 197) solche von 15 und 16 m Umfang gemessen. Die Angabe S. 97 über riesige Kartonnester von *Cremastogaster Schenki* auf Madagaskar

1) Selbst bei *F. fucsa*, die kleine Kolonien hat, traf ich im Frühling 1906 bei Luxemburg häufig mehrere, sogar 6—10 Königinnen in einem Neste.

stammt aus Sikora's Beobachtungen[1]). Bezüglich der Nester der Dorylinen herrscht, wie der Verf. mit Recht bemerkt (S. 102) noch manches Dunkel. Einige *Eciton* Brasiliens (*praedator*, *coecum*) haben außer den Wandernestern auch noch Dauernester (nach den Beobachtungen von Rengger, v. Ihering, Badariotti). Luja hat neuerdings am unteren Kongo (bei Sankuru) sogar ein Nest von *Anomma Wilverthi* gefunden, dessen Gäste von den Begleitern der Anommazüge völlig abweichen; vielleicht ist jenes Nest als ein Dauernest zu deuten.

Das fünfte Kapitel fasst die Erscheinungen der Ernährung bei den Ameisen zusammen. Zuerst werden die allgemeineren Verhältnisse der Aufnahme, Verteilung und Beschaffung der Nahrung dargelegt; dann folgen die besonderen Ernährungszweige der blattlauszüchtenden Ameisen, der Honigameisen, der körnersammelnden und der pilzzüchtenden Ameisen. Es ist hier ein reiches Beobachtungsmaterial gut zusammengestellt und gesichtet. Die psychologische Beurteilung (instinktives Rechnen der Ameisen mit der Zukunft) ist eine recht maßvolle. Über verschiedene Lebensgewohnheiten der Ameisen berichtet das sechste Kapitel. Hier werden die Reinigungsinstinkte der Ameisen, ihre Schutz- und Verteidigungsmaßregeln, ihre Kämpfe, Wanderungen, Krankenpflege, Spiele u. s. w. besprochen. Die sogen. Begräbnisse und intelligenten Brückenbauten der Ameisen werden von Escherich (mit Wasmann) auf den Reinlichkeitssinn dieser Tiere zurückgeführt (S. 126). Bezüglich der ebendort erwähnten „lebenden Brücken", welche Wanderameisen über kleinere Wasserläufe bauen sollen, liegt ebenfalls eine sehr einfache Erklärung nahe, auf welche Referent hier aufmerksam machen möchte. Greift man aus einem Glase mit Spiritus, das einige Tausend toter *Anomma* enthält, mit der Pinzette einige Ameisen heraus, so reiht sich an dieselben oft eine lange Kette von vielen hundert Ameisen, die alle mit ihren Klauen aneinander hängen. *Eciton* und *Anomma* haben nämlich sehr lange Beine mit stark entwickelten Klauen. Hierdurch dürfte auch den lebenden Ameisen das Ueberschreiten eines Wasserlaufs bedeutend erleichtert werden; sobald das vordere Ende der im Wasser flottierenden Kette irgendwo festen Fuß gefasst hat, können die übrigen über diese „lebende Brücke" hinüberziehen. Zu S. 130 wäre zu bemerken, dass auch bei einigen unserer einheimischen Ameisen, welche in kleinen Kolonien unterirdisch leben, das „sich totstellen" die Regel ist, besonders bei *Myrmecina Latreillei* (*graminicola*). Die S. 131 (nach Wasmann) erwähnten kämpfenden Ameisenknäuel beziehen sich auf *Tetramorium*, nicht auf *Tapinoma*.

Im siebten Kapitel folgt die soziale Symbiose der Ameisen, d. h. die Beziehungen der Ameisengesellschaften zueinander und zu anderen sozialen Insekten (Termiten). Die zusammengesetzten Nester und gemischten Kolonien der Ameisen werden hier in ihren mannigfaltigen Formen übersichtlich geordnet vorgeführt. Die

1) S. 99 u. 105 muss es Edw. Jacobson heißen.

phylogenetischen Stufen der Entwickelung und Degeneration des Sklavereiinstinktes sind besonders berücksichtigt (S. 146—155). Da es sich hierbei ohnehin nicht um eine einzige reale Entwickelungsreihe handelt, sondern um mehrere, die von verschiedenen Gattungen zweier Unterfamilien der Ameisen ihren Ausgangspunkt nahmen[1]), könnte auch *Tomognathus sublaevis*, der S. 155 am Schlusse angeführt wird, vielleicht besser seinen Platz innerhalb jener Reihe finden, etwa zwischen der 5. und 6. Stufe. Es sei noch bemerkt, dass Wheeler in einer neuen Arbeit[2]) den von ihm selbst 1905 angenommenen, von Wasmann gleichzeitig (Biolog. Centralbl. 1905) näher ausgeführten, auch von Escherich hier akzeptierten, phylogenetischen Zusammenhang der temporär gemischten Kolonien mit den dauernd gemischten (Sklavenhalter) nicht mehr gelten lassen will. Dem Referenten scheinen allerdings Wheeler's neue Einwendungen keineswegs überzeugend zu sein.

Die individuelle Symbiose der Ameisen mit anderen, nichtsozialen Tieren (Myrmekophilie) bildet den Gegenstand des achten Kapitels. Escherich behandelt auch hier das ungeheuer reichhaltige Beobachtungsmaterial in übersichtlicher Gruppierung, wobei er hauptsächlich an Wasmann (1902) sich anschließt. Er stellt jedoch die Trophobiose als „aktive Beziehungen" der Ameisen zu ihren Gesellschaftern der Myrmekophilie im engeren Sinne gegenüber, welche die „passiven Beziehungen" der Ameisen zu ihren fremden Nestgenossen umfassen sollen. Die letzteren teilt er dann in Synechthrie, Synoekie, Symphilie und Parasitismus. Dem Referenten scheint allerdings die obige Scheidung in aktive und passive Beziehungen nicht durchführbar, da die Ameisen auch zu vielen echten Gästen (Symphilen) in aktiven Beziehungen stehen. Ferner steht die Symphilie nicht in so enger Beziehung zum Parasitismus (sensu stricto) wie Escherich will, der sie (S. 171) schlechthin als eine „soziale Krankheit" hinstellt. Das echte Gastverhältnis ist in sich selber keine soziale Krankheit der Ameisenkolonien; denn sie beruht auf demselben Naschhaftigkeitstriebe, der auch der Trophobiose zugrunde liegt, und auf demselben Adoptionsinstinkte (Ausdehnung des Geselligkeits- und Brutpflegeinstinktes auf fremde Wesen), der auch zur Gründung der gemischten Ameisenkolonien führt. Ihrem Wesen nach ist die Symphilie somit keine „Krankheitserscheinung", obwohl sie in ihren extremsten Äußerungen (z. B. *Lomechusa*-Zucht) einen pathologischen Charakter annimmt, wie Referent bereits früher wiederholt gezeigt hat. Im übrigen sind aber Escherich's Ausführungen auch in diesem Kapitel recht zutreffend und inhaltsreich und geben ein gutes Bild von unserer

---

1) Vgl. Wasmann, Zur Geschichte der Sklaverei beim Volke der Ameisen (Stimmen aus Maria-Laach, 1906. Heft 4 u. 5).

2) On the founding of Colonies by queen ants, with special reference to the parasitic and slavemaking species (Bull. Am. Mus. Nat Hist. XXII. May 15, 1906, S. 33—105).

Myrmekophilenkunde[1]). Der von ihm S. 171 gezogene Vergleich zwischen der „Symphilie und dem Alkoholinstinkte" (sic) der Menschheit ist allerdings ohne jede Beweiskraft zugunsten der Selektionslehre, da bei bestimmten Ameisenarten im Laufe der Stammesgeschichte besondere erbliche Instinkte zur Pflege bestimmter echter Gäste sich herausgebildet haben, die ihren Besitzern niemals einen Vorteil im Kampfe ums Dasein geboten haben können, auch bevor sie direkt nachteilig sich äußerten (Zur näheren Kenntnis des echten Gastverhältnisses, Biolog. Centralbl. 1903).

Das neunte Kapitel behandelt die Beziehungen der Ameisen zu den Pflanzen. Die Ameisen als Pflanzenschädlinge und als Verteidiger der Pflanzenwelt sowie als Züchter und Verbreiter der Pflanzen werden hier kurz geschildert und endlich auch die Pflanzen als Feinde von Ameisen. Ueber die Anpassung der Pflanzen an die Ameisen bei den sogen. myrmekophilen Pflanzen äußert sich der Verf. (S. 186) in recht vorsichtiger Weise. Für gewisse südamerikanische Gewächse hält er die myrmekophilen Anpassungen für sehr wahrscheinlich bewiesen, in den übrigen Fällen für größtenteils noch problematisch. Die auf Ameisen schmarotzenden Pilze (z. B. *Rickia Wasmanni*) wären hier auch zu erwähnen gewesen.

Die Psychologie der Ameisen ist der Gegenstand des letzten Kapitels. Escherich hält hier den richtigen Mittelweg ein zwischen der populären Vermenschlichung des Ameisenlebens und der bloßen Maschinenerklärung desselben. Die Sinne der Ameisen und ihr Großhirn werden kurz besprochen und dann die Fragen erörtert: wie erkennen sich die Ameisen? wie finden sie ihren Weg? besitzen sie Mitteilungsvermögen? dürfen wir ihnen ein formelles Schlussvermögen zuschreiben? Die Antwort auf diese Fragen stimmt wesentlich überein mit den Anschauungen des Referenten in seiner gegen Bethe 1899 gerichteten Schrift „Die psychischen Fähigkeiten der Ameisen". Durch Escherich's Büchlein über die Ameise wird hoffentlich auch in weiteren Kreisen ein gesundes Urteil über die Ameisenpsychologie sich einbürgern.

E. Wasmann S. J. (Luxemburg).

Über die Beziehungen zwischen Wandspannung und Binnendruck in elastischen Hohlgebilden.

Von Prof. Dr. René du Bois-Reymond in Berlin.

Für viele physiologische Fragen kommt ein physikalisches Problem in Betracht, dessen Bedingungen auf anderen Gebieten seltener verwirklicht sind, und für dessen Behandlung deshalb die gangbaren physikalischen Lehrbücher wenig Anhalt geben. Überall nämlich, wo ein membranöses Hohlorgan Flüssigkeiten einschließt, und insbesondere da, wo die Flüssigkeit durch Zusammenziehung

[1]) Als kleinere Berichtigungen wären zu nennen: S. 164 Notothecta statt Notonecta. Der in Fig. 57 S. 169 abgebildete *Atemeles* ist *emarginatus*, nicht *paradoxus*, wie es im Index (S. 227) zu S. 168 heisst.

des Hohlorgans ausgetrieben werden kann, entsteht die Frage nach dem Verhältnis zwischen der Größe der Wandspannung und der Größe des Druckes, der durch sie auf die Flüssigkeit ausgeübt wird. Es liegt auf der Hand, dass ohne die Lösung dieser Frage zahlreiche Funktionen des Körpers nicht in befriedigender Weise beschrieben werden können, von denen nur die Herztätigkeit, die Zusammenziehung der Harnblase, die Peristaltik von Magen und Darm genannt werden mögen.

Bei der großen Bedeutung der genannten Vorgänge verdient der angedeutete Gegenstand wohl eine ausführliche Erörterung, um so mehr, da er, soweit mir bekannt, nur an wenigen, zum Teil schwer zugänglichen Stellen der Literatur behandelt ist, während an sehr vielen Stellen falsche Anschauungen darüber zutage kommen.

Besser als an den genannten natürlichen Hohlorganen lassen sich die in Rede stehenden Vorgänge an einem Modell untersuchen, etwa an einer dünnen Gummiblase, die man mit Luft oder Wasser auftreibt. Auch hierbei stellen sich aber sogleich Umstände ein, die die wesentlichen Züge der betreffenden Erscheinungen verwischen. So muss bei Füllung der Blase mit Luft in Betracht gezogen werden, dass die Luft im Innern der Blase je nach der Höhe des auf sie lastenden Druckes mehr oder weniger verdichtet wird, so dass sich z. B. ein vollkommen gleichförmiges Einströmen nicht wohl erreichen lässt. Nimmt man dagegen, als einen unelastischen Füllungsstoff, Wasser, so treten Störungen dadurch ein, dass die Masse, wenn sie einmal in Bewegung gekommen ist, in ihrer Strömung zu beharren strebt, u. a. m. An die Ungleichmäßigkeiten bei der Dehnung von Gummiblasen, die Nachdehnung und den Dehnungsrückstand braucht hier nur erinnert zu werden.

Es mag deshalb zunächst von allen praktischen Fällen, auch bei Modellen, abgesehen werden, um die wesentlichen Bedingungen der vorliegenden Frage, von allen Nebenumständen befreit, darstellen zu können.

I.

Man denke sich eine Blase mit vollkommen elastischer Wand, die von einer gewichtlosen inkompressibeln Flüssigkeit erfüllt wird, deren Menge beliebig vermehrt werden kann. Es ist bekannt, dass eine solche Blase unter dem Einfluss der Wandspannung Kugelform annimmt. Unter „vollkommen elastisch“ soll verstanden werden, dass die Wand der Blase in jeder Richtung einer Dehnung um beliebige Beträge proportional anwachsenden Widerstand entgegensetzt, und sich beim Nachlassen der dehnenden Kräfte wieder nach genau demselben Maß zusammenzieht. Ferner soll die Dehnbarkeit der Blasenwand in jeder Richtung von Dehnungen, die gleichzeitig in anderer Richtung ausgeübt werden, in keiner Weise verändert werden. Um die Betrachtung zu vereinfachen, soll endlich die Dehnung der Blase nicht, wie dies bei einem Modell notwendig der Fall ist, von einer endlichen Anfangsgröße beginnen, sondern die Blase soll die Fähigkeit besitzen, sich bis auf eine unendlich kleine Größe zusammenzuziehen.

Dies gewährt für die Betrachtung den Vorteil, dass, wo von einer endlichen Größe der Blase die Rede ist, diese Größe zugleich den Betrag der Dehnung der Blasenwand angibt.

Von diesen nur in der Theorie möglichen Voraussetzungen ausgehend, sollen nun die Beziehungen zwischen Wandspannung und Binnendruck untersucht werden.

Denkt man sich den Inhalt der Blase stetig bis zu unendlicher Größe vermehrt, so liegt es nahe, anzunehmen, dass mit der wachsenden Wandspannung auch der Binnendruck stetig bis ins Unendliche wachsen würde.

Diese Annahme erweist sich bei näherer Betrachtung als grundfalsch.

Mit der zunehmenden Ausdehnung der Blase steigt zwar die Wandspannung, da aber nach dem Grundgesetz der Hydromechanik der auf eine Flüssigkeit ausgeübte Druck sich auf die gesamte Oberfläche der Flüssigkeit gleichmäßig verteilt, und mit der zunehmenden Ausdehnung der Blase diese Oberfläche ebenfalls zunimmt, so hängt es von dem gegenseitigen Verhältnis dieser beiden veränderlichen Größen ab, ob bei der Ausdehnung der Blase der Innendruck zunimmt, konstant bleibt, oder abnimmt.

Für den Fall der oben angenommenen vollkommen elastischen Blase wächst die Wandspannung für gleichen Dehnungszuwachs um gleiche Beträge. Dehnung ist gleichbedeutend mit Oberflächenvergrößerung. Es wächst also die Wandspannung im gleichen Maße wie die Oberfläche. Da die Wand nur durch den Inhalt gespannt wird, wird allerdings der gesamte von ihr auf den Inhalt geübte Druck proportional der Spannung zunehmen. Da aber die Oberfläche in demselben Maße zunimmt, so wird auf die Flächeneinheit der Oberfläche ein immer kleinerer Bruchteil des Gesamtdruckes entfallen, und weil die ganzen Änderungen einander proportional sind, wird der absolute Betrag des Druckes auf die Flächeneinheit für jeden Dehnungsgrad derselbe bleiben.

Obiger Betrachtung wird man ohne Schwierigkeit bis auf zwei Punkte folgen können. Es ist klar, dass bei Vermehrung des Inhalts die Oberfläche der kugelförmigen Blase zunehmen muss, und dass dadurch die Wandspannung wächst. Es lässt sich auch verstehen, dass bei Zunahme der Wandspannung der von ihr ausgeübte Gesamtdruck wachsen muss. Der Begriff der Wandspannung selbst und die Beziehung zwischen einer gegebenen Größe der Wandspannung und dem dadurch erzeugten Binnendruck bedarf aber der Erklärung.

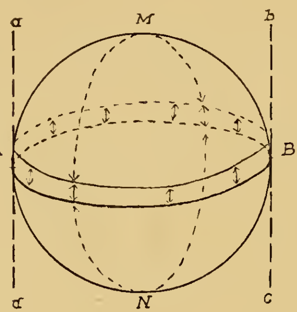
Was zuerst die Wandspannung betrifft, so lässt sie sich ihre Beziehung zur einfachen Längsdehnung folgendermaßen beschreiben: Denkt man sich auf einer vollkommen elastischen Blase vom Durchmesser d zwei Punkte bezeichnet, die 1 cm weit auseinander liegen, und denkt sich dann den Inhalt so weit vermehrt, dass der Durchmesser doppelt so groß geworden ist, so wird die zwischen den beiden Punkten liegende Strecke ebenfalls auf das Doppelte zugenommen haben. Es hat also auf der betreffenden Strecke eine Dehnung um 1 cm stattgefunden. Ganz dasselbe würde natürlich von einer Strecke gelten, die man sich quer oder in beliebigem Winkel über die erstbetrachtete Strecke hinlaufend dächte.

Es findet also bei der Vergrößerung der Kugel eine Dehnung gleichzeitig und in gleichem Maße nach allen Richtungen statt. Da aber für die vollkommen elastische Wand die Voraussetzung gemacht worden ist, dass ihre Dehnbarkeit in einer Richtung durch zugleich eintretende Dehnung in anderer Richtung nicht verändert wird, kommt dieser Umstand hier nicht in Rechnung, sondern als Wandspannung gilt einfach die Längsspannung der Wand in einer beliebigen Richtung. Um die Größe dieser Spannung zahlenmäßig angeben zu können, muss sie noch auf einen Streifen der Blasenwand von bestimmter Breite bezogen werden. Als Maß dieser Breite werde 1 cm gewählt und als Einheit der Spannung dasjenige Gewicht P, das einen 1 cm breiten Streifen der Blasenwand um 1 cm dehnt. Da die Blasenwand vollkommen elastisch ist, sich also bei hinreichend verminderten Inhalt auf einen unendlich kleinen Raum zusammenziehen kann, so dehnt das Gewicht P g offenbar einen unendlich kurzen Streifen von 1 cm Breite auf 1 cm Länge aus, und da sich die vollkommene Elastizität nicht ändert, bringt jedes dieser Belastung hinzugefügte Gewicht von P g abermals eine Verlängerung um 1 cm hervor. Auf diese Weise ist für die absolut elastische Blase diejenige Zentimeterzahl, die den Umfang der Blase angibt, zugleich die Zahl, mit mit Pg multipliziert, die Größe der Spannung angibt, die in jedem Streifen der Blasenwand von 1 cm Breite herrscht. Da für den Radius r cm der Umfang $= 2 \pi$ r, so hat man für die Spannung in jeden Streifen von 1 cm Breite die Spannung 2π r·P g.

Zwischen der Längsspannung eines Streifens der Blasenwand und der Größe des Binnendrucks den Zusammenhang zu finden, ist nicht ganz einfach, weil der Binnendruck überall senkrecht gegen die Innenfläche zu wirken und nirgends eigentlich in der Richtung der Blasenwand zu ziehen scheint. Über diese Schwierigkeit hilft indessen einer der elementaren Sätze der Hydromechanik fort, der besagt, dass auf jede wie auch immer gestaltete Fläche der Wasserdruck eine Gesamtwirkung ausübt, die der des gleichen Druckes auf die ebene Projektion der betreffenden Fläche gleich ist.

Mithin ist die Gesamtwirkung des Binnendrucks auf jede Hälfte der Blase gleich der Wirkung derselben Druckhöhe auf den größten Querschnitt der Kugel, und da je zwei Halbkugeln durch die Spannung der gemeinsamen Wandung längs des Umfanges zusammengehalten werden, muss dieser Druck gleich der Spannung eines Streifens der Blasenwand sein, dessen Breite gleich dem Umfang der Blase ist.

Ohne den angeführten Satz aus der Hydromechanik als bekannt vorauszusetzen, lässt sich dasselbe Ergebnis folgendermaßen gewinnen. Die Flüssigkeit in der gespannten Blase sowie die Blasenwand selbst befindet sich bei jeder einmal angenommenen Dehnungsgröße in vollkommen ruhigen Gleichgewicht des Druckes und der Spannung. Hieran wird offenbar nichts geändert, wenn man sich mitten durch die Kugel eine unendlich dünne, vollkommen starre Scheidewand gezogen denkt. Ebensowenig wird sich ändern,



Figur 1.

In der vollkommen elastischen Blase AMBN herrscht in dem Streifen AB von 1 cm Breite, der die Länge des Umfanges $= 2\pi r$ cm hat, in der Richtung der kleinen Pfeile für jeden Zentimeter die Spannung $2\pi r \cdot P$ g. Der Streifen kann also auch angesehen werden als ein Streifen von $2\pi\varrho$ cm Breite und 1 cm Länge, dessen Gesamtspannung $2\pi r \cdot 2\pi r P$ dem Binnendruck d, der auf der Querschnittskreisfläche AB lastet, das Gleichgewicht hält.

Die Gesamtspannung der Blasenwand längs des Umfanges AB ist so grofs wie der Zug desjenigen Gewichtes, das einen Kolben von der Gröfse AB, der in dem Zylinder abcd durch den Binnendruck bewegt würde, an seiner Stelle hielte.

wenn man nun die eine Hälfte der Blase dicht an der Scheidewand abgeschnitten denkt. Es fällt dann offenbar der Druck, den die eine Hälfte der Blase durch Vermittlung des Inhalts auf die Scheidewand ausübte, fort, und es lastet der Gesamtdruck, den die andere Hälfte der Blase ausübte, von der einen Seite her auf der Scheidewand. Dieser einseitige Druck, der senkrecht auf die Scheidewand wirkt, würde sie natürlich nach der anderen Seite zu fortschieben, wenn sie nicht längs ihres ganzen Umfanges von der Blasenwand festgehalten würde. Unmittelbar längs des Umfanges der Scheidewand steht aber die Blasenwand senkrecht auf der Scheidewand. Es ist also durch die vorgestellte Halbierung der Kugel anschaulich gemacht worden, dass der Binnendruck, der auf der gesamten Scheidewand lastet, längs des Umfanges der Scheidewand in der Richtung der Blasenwand zieht.

Die Breite des Streifens, auf den der Zug der Scheidewand wirkt, entspricht der Länge des Umfanges, beträgt also für einen Radius der Kugel von r cm $2\pi r$ cm. Jedes Stück dieses Streifens das 1 cm breit ist, hat nach der obigen Berechnung beim Radius r die Wandspannung $S = 2\pi r g$. Folglich hat der ganze Streifen die Spannung $2\pi r \cdot S$ oder $2\pi r \cdot 2\pi r \cdot P$ g.

Dieser Spannung hält der Binnendruck auf die Scheidewand oder die Projektion der Halbkugel das Gleichgewicht. Die Flächengröße der Scheidewand für den Radius r cm beträgt πr^2 qcm. Die Wirkung des Binnendrucks, auf den Quadratzentimeter dieser Fläche in Grammen berechnet, sei d. Dann muss, wenn diese Wirkung der Gesamtspannung längs des Umfanges gleich ist, die Gleichung bestehen:

$$d \cdot \pi r^2 = 2\pi r \cdot 2\pi r \ P$$

oder
$$d = 4\pi \cdot P.$$

Man sieht, dass der Radius aus der Rechnung herausfällt, und dass sich also für jeden beliebigen Radius stets der gleiche Binnendruck ergeben muss. Für die vollkommen elastische Blase ist also der Binnendruck bei jedem Dehnungsgrade derselbe, und beträgt in Grammen auf den Quadratzentimeter gemessen das 4πfache desjenigen Gewichts, das einen Streifen der Blasenwand von 1 cm Breite um 1 cm ausdehnt.

Vorstehende Berechnung mag noch durch ein Zahlenbeispiel erläutert werden:

Es sei eine vollkommen elastische Blase von der Dehnbarkeit, dass ein Streifen von 1 cm Breite durch 1 g um 1 cm gedehnt wird, auf einen Umfang von 100 cm gedehnt. Dann hat, da die Anfangsgröße der vollkommen elastischen Blase gleich Null ist, jeder Streifen der Wand eine Dehnung von 100 cm erfahren, und muss also eine Spannung von 100 g haben. Solche Streifen von 1 cm Breite liegen aber um den Umfang 100 nebeneinander. Mithin ist die Summe der Wandspannungen längs des Umfanges 10000 g. Der größte Querschnitt der Kugel beträgt für den Umfang 100 cm etwas über 800 qcm. Nach der obigen Gleichung muss der Druck d in Grammen auf 800 qcm wirkend der Spannung 10000 g das Gleichgewicht halten, es ist also d gleich etwas über 12 g. Da P oben gleich 1 g angenommmen war, entspricht dies der Formel $d = 4\pi \cdot P$.

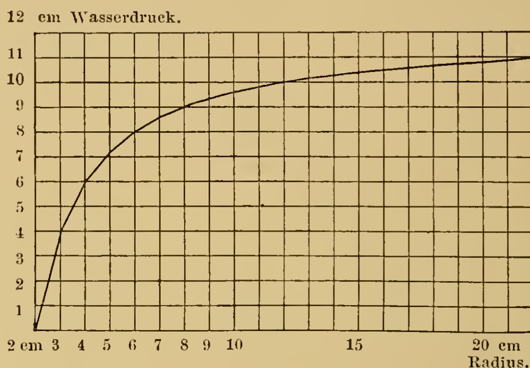
Die Formel $d = 4\pi\ P$ erlaubt es also den Binnendruck aus der Wandspannung zu berechnen und umgekehrt. Da eine Wassersäule von 1 qcm Querschnitt für jeden Zentimenter Höhe 1 g wiegt, kann man d auch als die Höhe des Binnendrucks in Zentimetern Wasser gemessen bezeichnen.

Ein Hauptunterschied zwischen dem bisher betrachteten nur theoretisch möglichen Fall der vollkommen elastischen Blase und allen wirklichen Fällen ist der, dass eine wirkliche Blasenwand niemals von unendlich kleiner Anfangsgröße an bis auf beliebige Größe gedehnt werden kann. Jede materiell vorhandene Blase wird vielmehr eine gegebene endliche Größe haben, und bei stetig zunehmendem Inhalt wird erst von dieser Größe an Wandspannung und Binnendruck auftreten.

Es soll deshalb nun der Fall einer vollkommen elastischen Blase betrachtet werden, die eine gegebene Anfangsgröße hat. Für diesen Fall muss eine etwas veränderte Betrachtung eingeführt werden, weil das Gewicht P, das einen unendlich kurzen Streifen Blasenwand um 1 cm dehnt, für den Fall einer Blase von endlicher Anfangsgröße gleich eine unendliche Ausdehnung hervorrufen müsste. Es soll statt dessen im folgenden der Buchstabe Q dasjenige Gewicht bezeichnen, das einen Streifen der vollkommen elastischen Blasenwand von 1 cm Breite und der Länge des Umfanges der ungedehnten Blase um 1 cm dehnt. Es sei der Radius der gegegebenen Anfangsgröße $= \varrho$ cm, dann ist also Q dasjenige Ge-

Figur 2.

Berechnete Kurve des Druckes in einer vollkommen elastischen Blase vom Anfangsradius $\varrho = 2$ cm, von deren Wandung ein Streifen von $2\pi\varrho$ cm Länge und 1 cm Umfang durch 1 g um 1 cm gedehnt wird, bei zunehmender Füllung. Die Höhe der Kurve gibt den Wasserdruck an, der mit wachsendem Radius der gedehnten Blase, vom Anfangsradius 2 cm bis zu 22 cm sich der konstanten Gröfse 12 cm nähert.



wicht, das einen Streifen der Blasenwand von $2\pi\varrho$ Länge und 1 cm Breite um 1 cm dehnt. Die ursprüngliche Formel

$$d\,\pi\,\varrho^2 = 2\pi r \cdot 2\pi r \cdot P$$

muss nun für die Blase von gegebener Anfangsgröße folgendermaßen umgeändert werden: Die linke Seite der Gleichung ändert sich nicht, denn offenbar wirkt der Binnendruck auf die ganze Querschnittsfläche, gleichviel ob die Blase eine endliche Anfangsgröße gehabt hat oder nicht. Die rechte Seite, die die Wandspannung ausdrückt, hieß oben $2\pi r \cdot 2\pi r \cdot P$, wo der erste Faktor den Umfang in Zentimetern, der zweite die Spannung jedes Zentimeterstreifens in Gramm bedeutete. Offenbar ist der erste Faktor nicht zu ändern, denn soviel Zentimeter der Umfang misst, soviel Zentimeterstreifen werden gespannt, gleichviel ob die Blase eine endliche Anfangsgröße hatte oder nicht. Dagegen wird offenbar die Spannung erheblich geringer sein, wenn die Blase den Umfang $2\pi r$ von der Anfangsgröße $2\pi\varrho$ aus erreicht hat, als wenn sie ihn vom Umfang 0 aus erreicht hätte. Die Blasenwand ist eben nur gedehnt worden um den Betrag $2\pi r - 2\pi\varrho$, und für die vollkommen elastische Blase von der oben betrachteten Elastizität ist also das Maß der Wandspannung eines Streifens von 1 cm Breite $(2\pi r - 2\pi \varrho) \cdot Q$ oder $2\pi (r - \varrho)$. Setzt man nun die Gleichung wie oben an, so ergibt sich für die Blase mit dem Anfangsradius ϱ die Formel

$$d \cdot \pi r^2 = 2\pi r \cdot 2\pi (r - \varrho) Q$$

$$d = 4\pi \cdot \frac{r - \varrho}{r} \cdot Q$$

Man sieht, dass für $\varrho = 0$, das heißt für die Anfangsgröße 0, diese Formel in die erste Formel $d = 4\pi P$ übergeht. Man sieht ferner, dass für alle Größen von r bis zur Größe ϱ der Druck von negativen Größen bis Null anwächst. Sobald r größer wird als ϱ, sobald also die Blase über die gegebene Anfangsgröße gedehnt wird, tritt positiver Binnendruck auf, der schnell wächst, solange der Wert $r - \varrho$ von r erheblich verschieden ist. Wenn aber r stetig weiter zunimmt, kommt die Subtraktion von ϱ schließlich nicht mehr in Betracht, und der Ausdruck $\frac{r - \varrho}{r}$ nähert sich immer mehr dem Werte 1. Das heißt, je mehr die Blase über die gegebene Anfangsgröße hinaus gedehnt wird, desto mehr nähert sich der Binnendruck einer konstanten Größe. Das Verhalten des Druckes in einer vollkommen elastischen Blase von endlicher Anfangsgröße bei zunehmender Vermehrung des Inhalts veranschaulicht nebenstehende Kurve.

II.

Fragt man nun, wie weit sich diese theoretischen Ergebnisse auf praktisch vorkommende Fälle übertragen lassen, so zeigen schon gewisse Beispiele aus dem täglichen Leben, dass der Hauptsache nach zwischen den angenommenen theoretischen Bedingungen und den tatsächlich vorkommenden kein Unterschied ist. Jeder, der Glasblasen lernt, wird die Erfahrung machen, dass wenn eine nicht hinreichend erhitzte Röhre aufgeblasen werden soll, die Dehnung der Wand, sobald sie einmal begonnen hat, nicht wieder zum Stehen kommt. Es entsteht eine Blase, deren Inhalt das anfängliche Volum der Röhre um das Hundertfache übertrifft, und so sehr dadurch der anfängliche Druck herabgesetzt sein muss, schwillt sie mit unaufhaltsamer Geschwindigkeit weiter, bis sie zu schillernden Flittern zerplatzt.

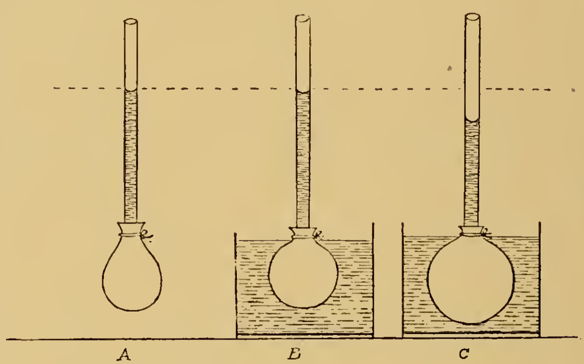
Jeder, der mit Fahrrädern umgeht, hat gesehen, wie ein probeweise aufgepumpter Gummischlauch, wenn ein gewisser Druck überschritten ist, sich mit einem Male zu blähen anfängt, und trotzdem sich sein Volum dadurch beträchtlich vermehrt, immer weiter schwillt, bis er platzt.

In diesen beiden Fällen könnte zwar die Wandspannung mit zunehmender Dehnung geringer geworden sein, dafür wird jedoch auch der Binnendruck geringer, und dass es tatsächlich zum Zerplatzen kommt, kann deshalb zur Bestätigung des Obigen dienen.

Eingehendere praktische Prüfung der theoretisch betrachteten Verhältnisse lässt sich am besten an solchen Modellen vornehmen, die den theoretischen Annahmen verhältnismäßig nahekommen. Dies dürfte nur für dünne Blasen aus möglichst gutem Gummi annähernd zutreffen.

Schon der erste einfachste Versuch lehrt, dass der Hauptsache nach die obigen Erörterungen auch für Gummiblasen vollauf gültig sind. Man binde in eine elastische Gummiblase ein Steigrohr ein, und fülle diese mit Wasser. Unter dem Einfluss der Schwere des Inhalts wird dann die Blase Birnenform annehmen, und sich bei weiterer Füllung mehr oder minder in die Länge ziehen. Um diese Wirkung der Schwere auf die Form der Blase auszuschalten, braucht man sie nur in ein Gefäß mit Wasser einzuhängen. Das innere

Figur 3.



Grundversuch über die Beziehung zwischen Binnendruck und Wandspannung elastischer Blasen. A stellt die birnförmige Gestalt einer in der Luft mit Wasser gefüllten Gummiblase dar. In B ist die Blase in ein Wassergefäfs getaucht u. mäfsig gefüllt, das Wasser steht in der druckmessenden Steigröhre bis zur punktierten Linie. In C ist mehr Wasser nachgegossen, die Blase ist viel stärker gedehnt, aber wie der Stand des Wassers in der Steigöhre zeigt, hat der Binnendruck abgenommen.

Füllungswasser ist dann bis zur Höhe des äußeren Wasserspiegels mit dem äußeren Wasser im Gleichgewicht und zieht die Blase nicht mehr nach unten. Füllt man nun die Blase weiter an, so entfaltet sie sich, und infolge des Widerstandes, den die Wandspannung der weiteren Füllung entgegensetzt, bleibt das Wasser in der Steigröhre stehen. Der Druck der im Innern der Blase herrscht, lässt sich dann an dem Unterschied der Standhöhe des Wassers in der Steigröhre und der des umgebenden Wasserspiegels messen. Gießt man nun weiter auf, so stellt es sich in der Steigröhre immer höher ein, bis eine gewisse Höhe erreicht ist. Von diesem Augenblick an kann man noch sehr viel mehr Wasser einfüllen und wird immer finden, dass es aus der Steigröhre in die Blase absinkt, so dass die Blase bis zum Doppelten ihres anfänglichen Durchmessers und weiter anschwillt, ohne dass die Steighöhe, die den Binnendruck misst, zunimmt. Ja man findet, dass sich das Wasser im Steigrohr bei zunehmender Füllung nicht einmal auf der zuerst erreichten Höhe hält, sondern mehrere Zentimeter absinkt. Beispielsweise wurden nach Eingießen von je 250 ccm in einen Beutel aus schwarzem Gummi folgende Höhen des Binnendrucks an der Steigröhre abgelesen: 34, 37, 35, 33·5, 32·5, 31·5, 30·5, 30·5 cm.

Es ist also der Stand nach Vergrößerung des Blaseninhalts um 2000 cm trotz der mit der Dehnung offenbar wachsenden Wandspannung um volle 6,5 cm Wasserhöhe niedriger.

Dies ist, wie unten ausführlicher gezeigt werden soll, nicht durch eine „Nachdehnung" der Blase zu erklären, denn wenn man die weitere Füllung bei irgendeiner Stufe des Versuchs unterbricht, bleibt das Wasser in der Steigröhre fast genau auf seinem Stand und sinkt nur ganz langsam ab. Gießt man aber innerhalb desselben oder eines kleineren Zeitraumes, als der in dem der Stand sich vielleicht um 1 cm gesenkt haben würde, eine beträchtliche Wassermasse ein, so erhält man eine viel größere Senkung.

Fährt man mit dem Nachfüllen immer weiter fort, so kommt es schließlich zum Zerspringen der Blase, ohne dass der Druck die anfängliche Höhe wieder erreicht. Wenn man dagegen, auch nachdem man die Füllung so weit getrieben hat, dass eine deutliche Abnahme des Druckes zu bemerken war, die Blase entleert, so kann man den Versuch beliebig oft wiederholen, und wird jedesmal ziemlich genau die gleiche Steighöhe für den gleichen Füllungsgrad wiederfinden. Dies ist ein Beweis, dass die Blase ihre Eigenschaften während des Versuchs nicht geändert hat.

Dieser höchst einfache Versuch zeigt also, dass sich eine Gummiblase sehr annähernd so verhält, wie nach der theoretischen Betrachtung zu erwarten war. Der Hauptunterschied besteht darin, dass der Druck bei zunehmender Füllung abnimmt statt gleich zu bleiben. Beruhte dies einfach auf Nachdehnung, so wäre weiter nichts zu sagen. Die eben angeführten Umstände zeigen aber, dass die Nachdehnung an der Abnahme des Druckes nur einen ganz geringen Anteil haben kann. Um dies genauer zu untersuchen, genügt die beschriebene Versuchsanordnung nicht, weil offenbar das Eingießen des Wassers von oben durch Anprall auf die Spannung der Blase wirken könnte. Wenn man nun außer der Steigröhre noch eine Zuleitungsröhre anbringt, durch die das Füllungswasser einläuft, so sieht man noch deutlicher wie vorher denselben Vorgang: Mit zunehmender Füllung steigt der Druck erst schnell, dann immer langsamer bis zu einer gewissen Höhe, um dann bei weiterer Füllung gleichzubleiben, oder, in den meisten Fällen, etwas abzusiken.

Diese Anordnung hat den großen Vorzug, dass man nun auch die Umkehrung des Vorganges beobachten kann. Dabei kommt es zu einer höchst auffallenden Erscheinung, die der Vorstellung, dass der Binnendruck der Wandspannung proportional sei, geradezu ins

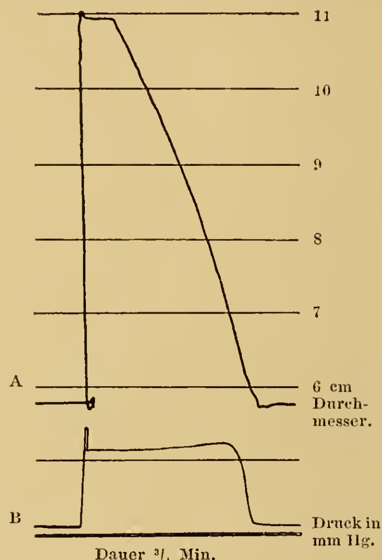
Gesicht schlägt, im Lichte der oben entwickelten Theorie aber vollkommen verständlich ist. Diese Erscheinung eignet sich daher ganz besonders, als Korollar der obigen Erörterungen hervorgehoben zu werden. Lässt man nämlich, nachdem die Blase so weit gefüllt worden ist, dass der Druck schon, wie oben geschildert, um ein gutes Stück abgesunken ist, das Füllungswasser ablaufen, so sieht man den Druck statt abzunehmen, bei geringer werdenden Inhalt der Blase, also bei abnehmender Wandspannung, deutlich ansteigen. Erst wenn die Blase eben im Begriff ist zusammenzufallen, fällt auch ganz plötzlich das Wasser in der Steigröhre auf den Stand des Umgebungswassers ab.

Um Störungen durch Wasserdruck und Strömungsverhältnisse auszuschalten, ging ich endlich zur Aufblähung mit Luft über. Da

Figur 4.

Korollarversuch über die Beziehung der Wandspannung zum Binnendruck in elastischen Blasen. A. Kurve des Durchmessers einer aufgeblasenen und sich entleerenden Gummiblase. B. Kurve des den Binnendruck anzeigenden Quecksilbermanometers.

Von links nach rechts zu lesen. Beim Durchmesser 11 cm beträgt der Druck 21 mm Hg; während der Durchmesser auf 6,5 cm sinkt, steigt der Druck auf 23 mm Hg und fällt dann plötzlich auf Null.



größere Änderungen des Druckes nur eintreten, während das Volum der Blase noch klein ist, kann die Kompressibität der Luft kaum störend in Betracht kommen. Es wurde eine ganz dünne Gummiblase, wie sie mit Wasserstoffgas gefüllt als Kinderspielzeug käuflich sind, mit einer Luftflasche verbunden und aus dieser die Luft durch Wasserdruck in die Blase eingetrieben. Durchmesser der Blase und Druck wurden unverändert oder durch Hebelübertragung in geeignetem Größenverhältnis auf der Schreibtrommel verzeichnet.

Es zeigte sich in allen Fällen bei der Füllung das zuerst beschriebene Verhalten des Druckes: Erst rasches Ansteigen bis zu einer gewissen Höhe, dann etwas langsameres Fallen das allmählich in gleichmäßigen Stand übergeht. Wurde dann die Luftleitung geöffnet, so fiel die Blase fast augenblicklich zusammen, was als

Beweis angesehen werden kann, dass die Reibungswiderstände der Luft in den Röhren keinen merklichen Einfluss haben konnten. Um die Veränderungen von Druck und Volum auch bei der Entleerung beabachten zu können, musste daher der Luftschlauch nur ein klein wenig geöffnet werden, so dass die Luft langsam entwich. (Vgl. Fig. 4.)

Dabei zeigte sich, dass der Druck mit abnehmendem Volum bis fast zum letzten Augenblick auf der gleichen Höhe blieb und in allen den Fällen, in denen die Blase sich nicht allzu langsam entleerte, mit abnehmender Füllung ein wenig anstieg.

Die Zahlenverhältnisse waren beispielsweise bei schnellem Auftreiben der Blase mit dem Munde, und möglichst genau entsprechender Entleerung, bei der die Weite des Ausflussschlauchs durch Fingerdruck geregelt wurde.

Füllung.

Zeit	Durchmesser	Barometerstand
0 Sek.	55 mm	0 mm
30 „	77 „	14 „
1 Min. 20 „	127 „	12 „

Entleerung.

Zeit	Durchmesser	Barometerstand
0 Sek.	127 mm	12 mm
30 „	100 „	10 „
1 Min.	70 „	12 „
1 „ 10 „	55 „	0 „

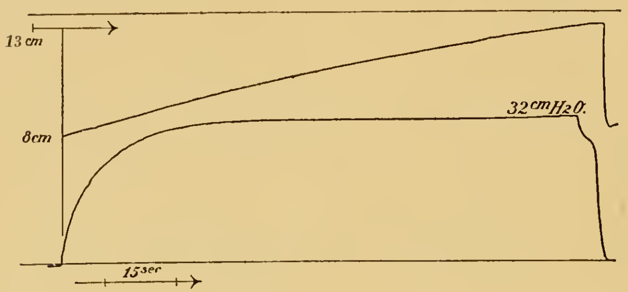
Ein anderer Versuch stellte sich folgendermaßen dar: Die Vergrößerung des Durchmessers wurde durch Hebelübertragung im Verhältnis 19 : 26 verkleinert aufgetragen, der Stand des Quecksilbermanometers im Verhältnis 24 : 5 vergrößert. 16 Sek. nach dem Beginn der Füllung hatte der Durchmesser von 7 cm auf 8 cm zugenommen, zugleich hatte der Druck mit 9,5 mm Hg sein Maximum erreicht. Nach 2 Min. 25 Sek. war der Durchmesser auf 11 cm angewachsen, der Druck hatte sich inzwischen um etwa 1 mm gesenkt und dann wieder um 0,5 mm gehoben, war aber im wesentlichen gleich geblieben.

Das Ergebnis der praktischen Beobachtungen ist also, dass sich dünne Gummiblasen so annähernd verhalten, wie die theoretisch angenommene vollkommen elastische Blase.

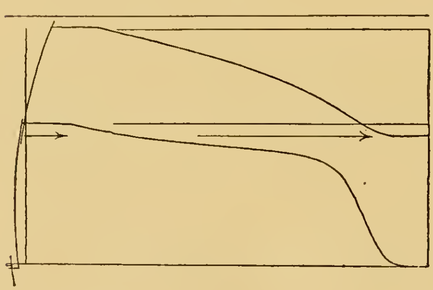
Der Hauptunterschied liegt darin, dass mit zunehmender Dehnung der Druck nicht gleichbleibt, sondern abnimmt. Da der Druck von der Spannung der Wand abhängt, so deutet dies darauf hin, dass die Spannung der Wand nicht proportional der Dehnung, sondern in geringerem Grade zunimmt. Das heißt für gleiche Zunahme der Längsdehnung muss die Gummimembran nicht gleiche, sondern immer kleinere Zunahme der Spannung aufweisen. Oder, umgekehrt gesprochen, bei gleichen Zunahmen der dehnenden Kraft wird die Membran in zunehmendem Grade ausgedehnt werden.

Dies bestätigt sich beim Versuch. Schneidet man aus den Gummiblasen Streifen aus und misst ihre Dehnung bei verschiedenen Belastungen, so findet man stets für die größeren Belastungen unverhältnismäßig größere Verlängerungen.

Durch diese Eigenschaft der Gummihaut, zusammen mit dem, was oben über die Beziehungen zwischen Wandspannung und Binnendruck gesagt worden ist, ist das Absinken der Druckkurve erklärt. Wenn, wie für die vollkommen elastische Blase gezeigt worden ist, bei einer Blase, deren Spannung genau proportional zur Ausdehnung wächst, der Binnendruck bei zunehmender Ausdehnung



Figur 5 A.
Verkleinerung auf $^1/_3$.
Oben Kurve der Zunahme des Durchmessers, von 8 cm bis auf 13 cm, unten Kurve des den Binnendruck anzeigenden Quecksilbermanometers. Dauer des Versuchs 1 Min. 45 Sek.



Figur 5 B.

Kurven des Durchmessers und Druckes unter denselben Bedingungen wie in A während der Entleerung der Gummiblase aufgenommen. Dauer 1 Min.

gleich bleibt, so muss er für eine Blase, deren Spannung in geringerem Maße zunimmt wie ihre Ausdehnung, mit zunehmender Füllung abnehmen.

Man kann nun für eine gegebene Blase, für die man die Kurve des Druckes bei zunehmender Füllung festgestellt hat, auch die Kurve der Spannung bei zunehmender Dehnung messen, und auf diese Weise prüfen, wie weit die theoretisch entwickelte Beziehung zwischen Längsspannung der Wand und Größe des Binnendrucks mit dem wirklichen Befund übereinstimmt.

In dem oben mitgeteilten Versuch stieg das Manometer, während der Durchmesser der Blase vom Anfangswert 7 cm auf 8 cm zunahm, von 0 auf 9,5 mm Quecksilber. Dies würde einer Druckhöhe von

126,6 cm Wasser gleichkommen. Der Druck blieb dann fast genau derselbe, während der Durchmesser bis auf 13 cm zunahm.

Nach diesen Angaben lässt sich die Wandspannung aus der oben entwickelten Formel wie folgt berechnen. Die Formel lautet:

$$d = 4\,\pi\,\frac{r - \varrho}{r}\,Q,$$

wo d der Binnendruck in Zentimetern Wasserhöhe, ϱ der Anfangsradius, r der Radius der gedehnten Blase in Zentimetern, Q dasjenige Gewicht in Grammen, das einen Streifen der Blase von $2\,\pi\,\varrho$ cm Länge und 1 cm Breite um 1 cm dehnt. Setzt man die obigen Werte, da es sich nur um einen Überschlag handelt, in abgerundeter Form ein, so hat man

$$27 = 4 \cdot 3 \cdot \frac{4 - 3{,}5}{4}\,Q,$$

$$\text{d. h. } \frac{27 \cdot 8}{12} = Q \text{ oder } Q = 18.$$

Da nun die Dehnung jedes Streifens von 1 cm Breite und $2\,\pi\,\varrho$ Länge nicht 1 cm, sondern $2\,\pi\,r - 2\,\pi\,\varrho$ betrug, muss, um die Wandspannung zu finden, Q mit $2\,\pi\,r - 2\,\pi\,\varrho = 2\,\pi\,(4 - 3{,}5) = \pi$ multipliziert werden, und es ergibt sich eine Wandspannung von 54 g auf jeden Streifen von 1 cm Breite.

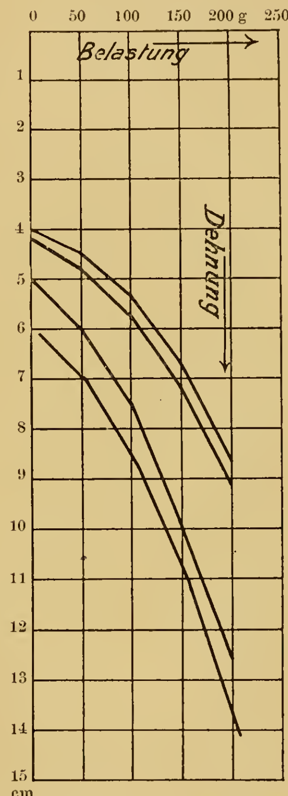
Führt man dieselbe Rechnung für die stärker ausgedehnte Blase aus, so gelangt man zu

$$27 = 4 \cdot 3\,\frac{6{,}5 - 3{,}5}{6{,}5}\,Q,$$

$$\text{d. h. } \frac{27 \cdot 6{,}5}{12 \cdot 3} = \frac{176}{36} = Q \text{ oder } Q = 4{,}9.$$

Da die Dehnung wiederum $2\,\pi\,(r - \varrho)$ cm ausmacht, also in diesem Falle $2\,\pi\,(6{,}5 - 3{,}5)$ oder $6\,\pi$ cm, ist Q mit $6\,\pi$ zu multiplizieren, so dass sich eine Wandspannung von 92 g ergibt.

Fig. 6.



Dehnungskurven von Gummistreifen, die aus der Wand der Versuchsblasen geschnitten waren, bei zunehmender Belastung.

Bei dieser Rechnung muss auffallen, dass sich zwei so durchaus verschiedene Werte für Q ergeben. Wenn man den ersten Wert, Q = 18, in die zweite Rechnung als gegeben einsetzt und den Wert des Binnendrucks danach berechnet, so wird d = 100. Setzt man den zweiten, Q = 4,9, in die erste Rechnung ein, so erhält man d = 7.

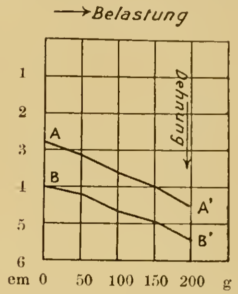
Diese Verschiedenheit der Werte von Q entspricht also der

Eigentümlichkeit der Gummiblase, bei zunehmender Ausdehnung leichter dehnbar zu werden. Um eine vollkommen elastische Blase mit der Versuchsblase vergleichen zu können, müsste man für diese einen mittleren Dehnbarkeitswert Q, etwa Q = 10 annehmen, und würde dann, für r = 4, d = 15, für r = 6,5, d = 55 finden. Dass man in Wirklichkeit d für beide Größen nahezu gleich findet, ist ein Zufall, der davon abhängt, in welchem Grade die allmähliche Druckzunahme, die in einer vollkommen elastische Blase mit endlicher Anfangsgröße stattfinden würde, durch die zunehmende Dehnbarkeit des Gummis ausgeglichen wird.

Man findet denn auch mitunter Gummiblasen, deren Druckkurve innerhalb der Grenzen des Versuchs dauernd, aber immer langsamer steigt, ganz wie die theoretisch für die vollkommen elastische Blase mit endlicher Anfangsgröße angegebene Kurve.

Es bleibt noch zu untersuchen, wie weit die in obiger Rechnung gefundenen Werte mit den beobachteten Elastizitätsverhältnissen der Gummihäute übereinstimmen. Dehnungsversuche an ausgeschnittenen Streifen der Versuchsblase sind allerdings wenig zuverlässig, weil es fast unmöglich ist, die Breite eines Streifens genau anzugeben, und weil das Material erhebliche Ungleichmäßigkeiten zeigt. Aus einer größeren Anzahl von Messungen lässt sich schließen, dass für Streifen von 1 cm Breite schon eine Last von 10 g genügt, um eine Verlängerung um $4^0/_0$ hervorzubringen. Das entspräche einer Dehnung von $^1/_{25}$ der Länge, während oben für die Dehnung eines Streifens von 22 cm Länge um 1 cm Q = 18 g gefunden wurde. Dies entspricht für eine Dehnung von $4^0/_0$ einer Last von 16 g, statt deren beim Versuch am Streifen nur 10 g gefunden wurden. Für Dehnungen von über $100^0/_0$ sind die am ausgeschnittenen Streifen gefundenen Werte umgekehrt höher, als sie in der Rechnung gefunden werden. Ein ausgeschnittener Streifen von 1 cm Breite verlängert sich erst bei 125 g Belastung um $100^0/_0$. Der Streifen von 22 cm würde also bei 125 g um 22 cm länger geworden sein, und um 1 cm bei 125 : 22 g = 5,7 g. Es ist also gegenüber Q = 4,9 in der Rechnung beim Versuch Q = 5,7 g.

Diese Unterschiede führen zur Betrachtung eines Umstandes, der im Vorhergehenden vernachlässigt worden ist. Während der ganzen Berechnung ist an der Voraussetzung festgehalten, dass die Dehnung in der Längsrichtung eines Streifens durch die gleichzeitig auftretende Querdehnung nicht beeinflusst würde. Diese Voraussetzung trifft in Wirklichkeit nicht zu. Im Gegenteil kann man sich leicht überzeugen, dass durch gleichzeitige Querspannung der Widerstand gegen die Dehnung erhöht wird. Genauere Versuche an ausgeschnittenen Stücken Gummiblase anzustellen ist nicht ganz einfach. Ich habe mir daher vorläufig mit einigen gröberen Proben genügen lassen müssen. Ein Quadrat von 4 cm Seitenlänge, aus einer etwas gröberen Membran geschnitten als die, aus der die Versuchsblasen bestanden, wurde an allen vier Ecken mit Leim zwischen gefaltete Papierstücken gefasst und in Klammern befestigt. Es wurden dann die Verlängerungen in der Richtung der einen Diagonale bei bestimmten Belastungen gemessen und mit den Verlängerungen verglichen, die sich bei denselben Belastungen ergaben, wenn gleichzeitig in der anderen Diagonale eine starke Querspannung ausgeübt wurde. Die Verlängerungen im zweiten Falle zeigten sich im ganzen vermindert. Die verhältnismäßige Zunahme der Dehnungen mit steigender Last war aber bei gleichzeitiger Querspannung vergrößert.



Figur 7. Dehnungskurve eines quadratischen Stückes aus der Wand einer Gummiblase in der Richtung der Diagonale bei zunehmender Belastung. BB, Dehnung unter gewöhnlichen Bedingungen. AA, Dehnung bei gleichzeitiger Querspannung im Betrage von 300 g.

Bei der Aufblähung einer Gummiblase findet nun natürlich zugleich mit der Längsdehnung jedes Streifens Querdehnung statt. Es ist also klar, dass für die Beurteilung des Versuches diejenigen Dehnungswiderstände in Betracht gezogen werden müssten, die sich bei gleichzeitiger Längs- und Querdehnung ergeben würden. Es ist nun verständlich, warum sich aus der beobachteten Druckhöhe beim Auftreiben der Blase eine größere Wandspannung gefunden hat, als beim Versuch am ausgeschnittenen Streifen. Und es ist ferner zu erklären, dass der gefundene Unterschied bei den höheren Graden der Dehnung kleiner sein wird, als bei dem geringeren. Freilich bleibt der Widerspruch bestehen, dass bei der größeren Dehnung die Wandspannung beim Aufblasen sogar kleiner gefunden wird, als beim Versuch am Streifen. Man muss also, was auch wohl zu verstehen ist, annehmen, dass dieser Unterschied in die Fehlergrenzen der Beobachtungen fällt.

III.

Es ist im ersten Abschnitt gezeigt worden, dass eine unendlich kleine Blase, deren Wand bei gleichförmiger Ausdehnung in immer gleichem Maße an Spannung zunimmt, bei jedem Grade der Dehnung genau den gleichen Binnendruck hat. Eine Blase von der gleichen Art, die eine gewisse Anfangsgröße hat, zeigt dasselbe Verhalten, sobald die in Betracht gezogene Dehnung so groß ist, dass die Anfangsgröße gegenüber der Größe der gedehnten Blase vernachlässigt werden kann. Alsdann verhält sich die vollkommen elastische Blase von endlicher Anfangsgröße wie die von unendlich kleiner Anfangsgröße, d. h. der Druck steigt bei zunehmender Dehnung nicht weiter.

Für Gummiblasen von endlicher Anfangsgröße ist gezeigt worden, dass sie sich annähernd so verhalten wie vollkommen elastische

Blasen. Der Druck steigt bei zunehmender Dehnung zuerst an, wie es für die vollkommen elastische Blase von endlicher Anfangsgröße zutrifft, die Dehnung läßt sich aber so weit treiben, dass die Anfangsgröße gegenüber der Größe der gedehnten Blase verschwindend klein ist; der Druck nimmt dann bei weiterer Dehnung nicht mehr zu.

Bei Gummiblasen findet man ferner in den meisten Fällen Abnahme des Druckes mit wachsender Dehnung, weil die Wand der Gummiblasen mit zunehmender Dehnung leichter dehnbar wird.

Für die organischen Hohlgebilde ist aus diesen Angaben Folgendes abzuleiten:

1. Die Beziehung zwischen Druck und Wandspannung im allgemeinen muss dieselbe sein, wie sie für die vollkommen elastische Blase theoretisch entwickelt worden ist. Wenn zunächst kugelförmige organische Hohlgebilde in Betracht gezogen werden, so muss die Wandspannung längs des Umfanges dem Binnendruck auf den Flächeninhalt des Umfanges gleich sein.

Schon gegen diesen Grundsatz wird an vielen Stellen der physiologischen Literatur verstoßen, indem angegeben wird, der Druck sei der Wandspannung proportional.

So sagt Kelling[1]), indem er Druck und Wandspannung einfach identifiziert, „von der Nullkapizität [so nennt Verfasser das, was im obigen als „Anfangsgröße“ bezeichnet ist] an steigt der Druck innerhalb einer bestimmten Dehnungsgrenze proportional der Ausdehnung der Wand (Hooke'sches Gesetz 1679).“

Hierzu ist zu bemerken, dass es allerdings auf die Grenze ankommt, innerhalb deren man den Vorgang betrachten will, denn für ganz minimale Dehnungen fallen die Unterschiede zwischen den verschiedenen Proportionalverhältnissen in die Fehlergrenzen, und man kann dann eben nur sagen, dass mit der Dehnung auch der Druck steigt. Aus den weiteren Angaben Kelling's geht indessen hervor, dass er diese Grenzen gar nicht im Sinne hat, und dass vielmehr seine eigenen Beobachtungen an Gummiblasen seinem oben angeführten Satze aufs deutlichste widersprechen. Das Hooke'sche Gesetz sagt übrigens über Binnendruck in Blasen gar nichts aus. Dagegen gibt Kelling in einigen anderen Sätzen wenigstens eine Andeutung richtigerer Auffassung, indem er sagt: „Der Druck ist ferner proportional der Oberfläche, wächst also quadratisch“ — und: „Die Spannung der Oberfläche ist nur das Multiplum (π. Constans) der linearen Dehnung.“ „Es kann sich infolgedessen ereignen, dass der Druck bei steigender Ausdehnung sogar sinkt.“ Weiter unten lässt aber Verfasser diese ganz richtige Betrachtung beiseite, und nimmt, um die Abnahme des Druckes bei wachsender Dehnung zu erklären, seine Zuflucht zu angeblichen Zustandsänderungen im Gummi.

2. Bei der Beurteilung der Dehnung organischer Blasen muss

1) Zeitschr. f. Biol. 44, S. 161.

ebenso wie bei theoretischer Betrachtung vollkommen elastischer Blasen unterschieden werden zwischen denjenigen Fällen, in denen die Dehnung soweit geht, dass die Anfangsgröße gegen die Größe der gedehnten Blase verschwindet, und denjenigen Fällen, in denen die Anfangsgröße durch die Dehnung nicht wesentlich vermehrt wird.

a) Das erste trifft beispielsweise für die Dehnung der Blase oder des Magens zu, die bis auf das vielfache ihres Anfangsdurchmessers gebracht werden können. Diese können für alle größeren Dehnungsgrade mit der unendlich kleinen vollkommen elastischen Blase verglichen werden und sie werden bei jedem Füllungsgrade denselben Binnendruck aufweisen, vorausgesetzt, dass die Elastizität der Wand sich mit der Dehnung nicht zu sehr ändert.

b) Beispiele der zweiten Art sind das Herz, soweit seine elastische Spannung in Betracht kommt, ferner die Fälle der ersten Art bei geringeren Dehnungsgraden, endlich Hydrocelen und ähnliche Gebilde. Hier wird bei zunehmender Füllung der Druck stark ansteigen, so dass er der Annahme, er sei proportional der Wandspannung annähernd entspricht.

3. Bei solchen Hohlorganen, die in hohem Grade dehnbar sind, bei denen aber der Einfluss der Anfangsgröße keine wesentliche Rolle spielt, ist der Druck nur dann wirklich konstant, wenn die Spannung der Wand für gleiche Dehnungen um gleiche Beträge zunimmt.

Dies ist wie oben beschrieben für die Gummiblasen nicht der Fall, da sie für größere Spannung immer leichter dehnbar werden; deshalb sinkt auch in Gummiblasen der Druck mit zunehmender Füllung.

Für die organischen Gewebe, insbesondere für die Muskelfasern, gilt nun gerade das Gegenteil wie für die Gummiblasen. Ihre Spannung nimmt mit wachsender Verlängerung immer stärker zu. Infolgedessen werden Hohlorgane aus solchen Gebilden auch unter den Bedingungen, wo bei vollkommener Elastizität der konstante Druck herrschen würde, mit zunehmender Füllung wachsenden Druck zeigen. Man wird also bei der Auftreibung eines solchen Organs nicht zu einem konstanten Druck kommen, sondern der zur Ausdehnung erforderliche Druck wird dauernd immer weiter wachsen. Dieser Fall würde also scheinbar der Annahme entsprechen, dass der Binnendruck direkt von der Wandspannung abhänge und deshalb mit steigender Wandspannung dauernd steige. Da, wie oben gezeigt, bei gleichmäßiger Dehnbarkeit der Wand trotz beliebigen Ansteigens der Dehnung und Spannung keine Druckerhöhung eintritt, ist in diesem Falle die Drucksteigerung nur ein Ausdruck der Ungleichmäßigkeit der Dehnbarkeit. Die Steigerung des Druckes, ebenso wie das Absinken im Fall der Gummiblase, wird daher, im Vergleich zum Anwachsen der Wandspannung selbst, nur ganz geringfügig sein.

4. Außer den Elastizitätsverhältnissen der Wandung oder ihrer Bestandteile kommt bei der Beurteilung der organischen Hohl-

gebilde endlich noch ein Umstand sehr wesentlich in Betracht, der in der theoretischen Erörterung nicht berücksichtigt worden ist, und auch bei den Versuchen an Gummiblasen keine wesentliche Rolle zu spielen scheint. Die Zahl der Muskelfasern, z. B. die die Wand der Harnblase bilden, bleibt dieselbe, gleichviel ob die Blase kontrahiert oder erschlafft ist. Es müssen sich also die Fasern über einen viel größeren Raum verteilen, wenn die Blase ausgedehnt wird, und es werden auf den gleichen Raum viel weniger Fasern kommen als zuvor. Aus diesem Grunde ist anzunehmen, dass beispielsweise die Blasenwand, obschon die einzelnen Fasern mit zunehmender Dehnung immer weniger nachgeben, im ganzen eine zunehmende Dehnbarkeit zeigt. v. Grützner[1]) hat anatomisch nachgewiesen, in welch erstaunlichem Grade sich die Muskelfasern in der Wandung gedehnter Hohlorgane verschieben. Auf diesen Beobachtungen fußend, darf man voraussetzen, dass sich alle organischen Hohlgebilde, die stärkerer Dehnungsgrade fähig sind, wie Gummiblasen verhalten, das heißt, dass die Wandspannung mit zunehmender Dehnung immer weniger zunimmt, und dass der Binnendruck mithin bei stärkerer Füllung sinken muss.

Diese Betrachtung, die ohne weiteres erklärt, warum der Druck in der Harnblase selbst bei dem höchsten Füllungsgrad den Druck bei mittlerer Füllung nicht übersteigt, müsste allerdings erst durch genauere Untersuchung der Spannungsverhältnisse bestätigt werden.

Wenn es der Entschuldigung bedarf, dass ich an dieser Stelle eine Untersuchung veröffentliche, die keine eigentlich biologische Tatsachen, vielmehr rein physikalische Dinge betrifft, so kann ich mich darauf berufen, dass Roy und Adami in ihrer Arbeit über die Herztätigkeit[2]) den Wunsch ausgesprochen haben, es möchte die Beziehung der Wandspannung zum Binnendruck Gegenstand genauerer Untersuchung werden.

Emil Abderhalden. Lehrbuch der physiologischen Chemie in dreifsig Vorlesungen.

Berlin-Wien 1906. Verlag von Urban u. Schwarzenberg.

Seit langem wohl hat die physiologische Literatur keine ähnliche Bereicherung erfahren, wie durch das vorliegende Werk. In 30 Vorlesungen hat Abderhalden den gewaltigen Stoff der physiologischen Chemie niedergelegt. Es hält schwer, angesichts der Fülle des hier zusammengefassten Materials auch nur annähernd in Kürze über den Inhalt dieses Buches zu berichten. Dem Referenten erscheint es wichtiger, hier zunächst über das Wesen und die Art

1) Ergebnisse der Physiologie Bd. 2, 1.

2) Transact. Royal. Soc. 1892, Vol. 183 B, p. 211