

keineswegs zu einer tieferen Auffassung derselben, indem sie dazu verleitet, das ganze jeweils zu erforschende Problem für erledigt zu halten, sobald nur die chemo-physikalische Seite desselben aufgeklärt ist.

Der Nachweis z. B., dass die Spermatozoen der Farne durch Äpfelsäure angelockt werden, erscheint Alsogesinnten als eine völlig erschöpfende Feststellung. Der „Mechanismus“ des Vorganges ist aufgeklärt, und man wendet sich befriedigt anderen Dingen zu. Was ist damit eigentlich gewonnen? Das Problem besteht doch wohl darin, dass das Archegonium gerade denjenigen Stoff ausscheidet, auf welchen das Spermatozoon reagiert. Das ist eine raffinierte Anpassung, und solche finden wir überall bei genauerem Zusehen; wer aber nur auf chemo-physikalische Ergebnisse Ausschau hält, läuft an diesem Hauptproblem einfach vorbei, ohne es auch nur zu sehen. Die Biologie ist in erster Linie eine historische Wissenschaft, sie handelt von gewordenen Dingen, deren Erforschung notwendigerweise nach anderen Gesichtspunkten vor sich gehen muss als die Erforschung irgendeiner anorganischen Materie. Physik und Chemie lehren uns höchstens das Handwerkzeug kennen, dessen die Natur im Bereiche des Lebendigen sich bedient, um irgendeinen Zweck zu erreichen, an die tieferen Probleme reichen sie nirgends heran.

Nur wenn der Physico-Chemiker sich dessen stets bewusst bleibt, vermag er innerhalb der Biologie eine gedeihliche Tätigkeit zu entfalten.

Weimar im Oktober 1915.

Die Frequenzverteilung der Geschlechtskombinationen bei Mehrlinggeburten des Menschen und des Schweins.

Eine biostatistische Untersuchung

von Georg Duncker.

Inhaltsübersicht.

I. Methodisches.

1. Problemstellung.
2. Die Behandlung des Problems bei Zwillingsgeburten.
3. Erweiterung derselben auf Drillinggeburten.
4. Die allgemeine Behandlung des Problems.
5. Messung der Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Berechnung.

II. Resultate.

6. Das Untersuchungsmaterial und seine wesentlichen Eigenschaften.
7. Die Frequenzverteilung der Geschlechtskombinationen menschlicher Mehrlinggeburten.
8. Die Frequenzverteilung der Geschlechtskombinationen bei Mehrlinggeburten des Schweins.
9. Diskussion der Resultate.
10. Zusammenfassung der Ergebnisse.

I.

1. Unter den menschlichen Geburten überhaupt machen Mehr-
 lingegeburten nur einen sehr geringen Bruchteil (1,2—1,3%) aus.
 Bekannt sind bisher Zwillings- bis Fünflingegeburten, von denen
 jedoch nur Zwillings- und Drillingsgeburten noch regelmäßig zur Be-
 obachtung gelangen; Vier- und Fünflingegeburten zusammen be-
 zifferten sich in Preußen während der Jahre 1826—1879 auf etwa
 $2 : 10^6$ (Hensen, p. 250).

Das Verhältnis der Geschlechter bei der Gesamtheit der Ge-
 borenen wird durchschnittlich auf rund $106 \text{ ♂} : 100 \text{ ♀}$ angegeben.
 Das Interesse an der Geschlechtsverteilung bei Mehrlingegeburten
 aber erstreckt sich nicht nur auf das bloße Zahlenverhältnis der
 Geschlechter, sondern auch auf die relative Häufigkeit der einzelnen
 Geschlechtskombinationen bei ihnen.

Liegen n Fälle r -facher Mehrlingegeburten vor, so sind folgende
 Geschlechtskombinationen darunter denkbar:

$v \text{ ♂}, 0 \text{ ♀}$	$0 \text{ ♂}, v \text{ ♀}$
$v-1 \text{ ♂}, 1 \text{ ♀}$	$1 \text{ ♂}, v-1 \text{ ♀}$
$v-2 \text{ ♂}, 2 \text{ ♀}$	$2 \text{ ♂}, v-2 \text{ ♀}$
etc.	etc.

Bezeichnet man die Frequenz einer einzelnen dieser Geschlechts-
 kombinationen unter den n Fällen mit f , so ist

$$f_{v,0} + f_{v-1,1} + f_{v-2,2} + \dots + f_{2,v-2} + f_{1,v-1} + f_{0,v} = n. \quad (1)$$

Dann ist offenbar die Gesamtzahl der ♂ bzw. der ♀ in den
 n Fällen r -facher Mehrlingegeburten

$$\begin{aligned} \Sigma(\text{♂}) = m &= v f_{v,0} + (v-1) f_{v-1,1} + (v-2) f_{v-2,2} + \dots + 2 f_{2,v-2} + f_{1,v-1} \\ \Sigma(\text{♀}) = w &= f_{v-1,1} + 2 f_{v-2,2} + \dots + (v-2) f_{2,v-2} + (v-1) f_{1,v-1} + v f_{0,v} \end{aligned} \quad (2)$$

und die Gesamtzahl aller Geborenen

$$m + w = vn. \quad (3)$$

Für rechnerische Zwecke am bequemsten drückt man das
 Zahlenverhältnis der Geschlechter innerhalb einer Anzahl gleich-
 klassiger Mehrlingegeburten durch die relative Differenz der Anzahlen
 ihrer männlichen und weiblichen Geborenen aus, d. h. durch die
 „Geschlechtsdifferenz“

$$d = \frac{m-w}{m+w} = \frac{m-w}{vn}, \quad (4)$$

wo d so lange positiv, als $m > w$. Dann ist der wahrschein-
 liche Fehler von d

$$E(d) = 0,67449 \sqrt{\frac{1-d^2}{2vn}}, \quad (5)$$

und ferner

$$m = \frac{vn}{2}(1+d), \quad w = \frac{vn}{2}(1-d). \quad (6)$$

Männliche und weibliche Einlinggeburten verhalten sich also stets wie $(1 + d) : (1 - d)$.

Im Durchschnitt aller Geburten ist ziemlich genau $d = 0,03$, so dass $m : w = 515 : 485$. Dies Zahlenverhältnis trifft, infolge ihres enormen Überwiegens, vor allem für Einlinggeburten zu (Preußen: $d = 3,08 \pm 0,01 \%$, Hamburg: $d = 2,89 \pm 0,14 \%$). Bei Mehrlinggeburten dagegen finden sich oft deutliche Abweichungen von demselben (s. Tab. I).

Die Frequenzverteilung der einzelnen Geschlechtskombinationen innerhalb einer gegebenen Anzahl r -facher Mehrlinggeburten ist natürlich wesentlich von dem Zahlenverhältnis der Geschlechter bei ihnen, resp. von der Geschlechtsdifferenz d , abhängig. Wären keinerlei besondere Ursachen vorhanden, welche das Auftreten einzelner dieser Kombinationen begünstigen oder behindern, so müssten ihre Frequenzen denjenigen entsprechen, welche sich der Wahrscheinlichkeitsrechnung gemäß bei der zufälligen Kombination von m schwarzen und w weißen, gleich zusammen rn Kugeln zu n Gruppen von je v Kugeln für diese Gruppen ergeben würden. Diese betragen

$$n \frac{(m+w)_v}{(vn)_v} = \frac{n}{(rn)_v} (m_v + m_{v-1}w + m_{v-2}w^2 + \dots + m_2w_{v-2} + mw_{v-1} + w_v), \quad (7)$$

so dass allgemein, wenn $\alpha + \beta = r$ und sowohl α wie β nicht kleiner als 0 und nicht größer als v gedacht werden,

$$\begin{aligned} f_{\alpha\beta} &= n \frac{m_\alpha w_\beta}{(vn)_v} \\ &= n \frac{m! w! v! (vn - v)!}{\alpha! (m - \alpha)! \beta! (w - \beta)! (rn)!} \\ &= n \frac{m(m-1) \dots (m - \alpha + 1) w(w-1) \dots (w - \beta + 1) v!}{\alpha! \beta! rn(rn-1) \dots (rn - v + 1)}. \end{aligned}$$

Sind nun, wie bei unserem Material, m , w und n groß (drei- und mehrstellige Zahlen) im Vergleich zu v (2—5) und daher erst recht im Vergleich zu α und β , so wird der Quotient der Produkte

$$\frac{[m(m-1) \dots (m - \alpha + 1)] [w(w-1) \dots (w - \beta + 1)]}{rn(rn-1) \dots (rn - v + 1)}$$

bei wachsendem Verhältnis $n : v$ immer mehr identisch mit dem Quotienten der Potenzen

$$\frac{m_\alpha w_\beta}{(rn)^v}.$$

Ferner ist, da $\alpha + \beta = v$,

$$\frac{v!}{\alpha! \beta!} = v_\alpha = v_\beta$$

und daher merklich

$$\frac{m_\alpha w_\beta}{(rn)_v} = r_\beta \frac{m^\alpha w^\beta}{(rn)^\alpha},$$

so dass man die wahrscheinlichen Frequenzen der Geschlechtskombinationen mit befriedigender Annäherung durch die Glieder des Binoms

$$\frac{n}{(rn)^\alpha} (m + w)^\alpha = \frac{n}{(rn)^\alpha} [m^\alpha + r m^{\alpha-1} w + r_2 m^{\alpha-2} w^2 + \dots + r_2 m^2 w^{\alpha-2} + r m w^{\alpha-1} + w^\alpha] \quad (8)$$

darstellen kann.

In dieser Näherungsform¹⁾ sind nun noch weitere Vereinfachungen der Rechnung möglich. Es ist nämlich, da

$$(m + w)^\alpha = \left[\frac{rn}{2} (1 + d) + \frac{rn}{2} (1 - d) \right]^\alpha,$$

auch

$$\begin{aligned} \frac{n}{(rn)^\alpha} (m + w)^\alpha &= \frac{n}{2^\alpha} [(1 + d) + (1 - d)]^\alpha & (9) \\ &= \frac{n}{2^\alpha} [(1 + d)^\alpha + r(1 + d)^{\alpha-1}(1 - d) + r_2(1 + d)^{\alpha-2}(1 - d)^2 + \dots] \\ &= \frac{n}{2^\alpha} [(1 + d)^\alpha + r(1 + d)^{\alpha-2}(1 - d^2) + r_2(1 + d)^{\alpha-4}(1 - d^2)^2 + \dots], \end{aligned}$$

so dass die zu erwartende Frequenz einer einzelnen Geschlechtskombination $\alpha\beta$ unter n r -fachen Mehrlinggeburten,

so lange $\alpha > \frac{r}{2} > \beta$, durch

$$f_{\alpha\beta} = r_\beta (1 + d)^{\alpha-\beta} (1 - d^2)^\beta,$$

wenn $\alpha = \frac{v}{2} = \beta$, durch

$$f_{\alpha\beta} = r_\alpha (1 - d^2)^{\frac{v}{2}},$$

sobald $\alpha < \frac{v}{2} < \beta$, durch

$$f_{\alpha\beta} = r_\alpha (1 - d)^{\beta-\alpha} (1 - d^2)^\alpha$$

ausgedrückt werden kann.

1) Auffälligerweise scheint diese Näherungsform als solche nirgends hervorgehoben. Hensen (p. 251) wendet sie nach v. Fricks ohne weitere Erklärung an, und Cobb (p. 501) drückt sich dahin aus, dass die Erwartung der Geschlechtsverteilung bei Zwillingpaaren der „Mendelian ratio“ 1 : 2 : 1 entspreche. — Die Frequenzen beider Rechnungsformen für die Geschlechtskombinationen unter 100 Zwillinggeburten sind, falls $d = 0,03$

	f_{20}	f_{11}	f_{02}	$f_{11} : (n - f_{11})$
Kombinatorisch	26,397	50,206	23,397	1,008
Binomial	26,522	49,955	23,523	0,998.

Somit wären die einzelnen möglichen Geschlechtskombinationen unter n Zwillingsgeburten mit den wahrscheinlichen Frequenzen

$$f_{20} = \frac{n}{4} (1+d)^2, \quad f_{11} = \frac{n}{2} (1-d^2), \quad f_{02} = \frac{n}{4} (1-d)^2$$

und unter n Drillinggeburten mit den wahrscheinlichen Frequenzen

$$f_{30} = \frac{n}{8} (1+d)^3, \quad f_{21} = \frac{3n}{8} (1+d) (1-d^2), \quad f_{12} = \frac{3n}{8} (1-d) (1-d^2),$$

$$f_{03} = \frac{n}{8} (1-d)^3$$

zu erwarten, falls keine Beeinflussung der Frequenzen einzelner Geschlechtskombinationen durch besondere Bedingungen stattfände.

Der Vergleich der beobachteten mit den wahrscheinlichen Frequenzen zeigt nun, dass zwischen beiden sehr ausgeprägte Verschiedenheiten bestehen, derart, dass eingeschlechtliche Geburten wesentlich häufiger, zweigeschlechtliche wesentlich seltener vorkommen als der Wahrscheinlichkeitsrechnung gemäß zu erwarten wären. Z. B. findet man für Preußen in den Jahren 1826—1879 nach Hensen (p. 250) bei

1000 Zwillingsgeburten	♂♂	♂♀	♀♀	d
Beobachtung	326	371	303	} 0,0230
Wahrscheinlichkeit ²⁾	261,7	499,6	238,7	

1000 Drillinggeburten	♂♂♂	♂♂♀	♂♀♀	♀♀♀	d
Beobachtung	245	285	245	225	} 1 : 30
Wahrscheinlichkeit ²⁾	137,9	387,1	362,1	112,9	

Es müssen also Bedingungen existieren, die entweder das Auftreten eingeschlechtlicher Mehrlinggeburten begünstigen oder dasjenige zweigeschlechtlicher behindern.

2. Nun sind von Tieren (Vögeln, Reptilien, Knochenfischen) zahlreiche Beobachtungen bekannt, dass sich gelegentlich aus einem Ei — vielleicht infolge von Überbefruchtung durch mehrere Spermatozoen oder von Teilung des Keimbläschens — zwei Individuen entwickeln können, die in diesem Falle gleichen Geschlechts sind. Ferner führt Hensen (p. 202) Beobachtungen Ahlfeld's an, dass auf je 8,15 menschliche Zwillingsgeburten je eine mit gemeinsamem Chorion für beide Früchte kommt, die dann (l. c. p. 209) ebenfalls gleichgeschlechtlich sind. Für Zwillingsgeburten ist daher die Annahme wahrscheinlich, dass die Verschiedenheit der beobachteten und der berechneten Frequenzen der einzelnen Geschlechtskombi-

2) v. Fricks' bei Hensen (p. 251) wiedergegebene wahrscheinliche Frequenzen sind ungenau. Ausgehend von dem Geschlechtsverhältnis 514,42 ♂ : 485,58 ♀ ($d = 0,02884$) bei der Gesamtheit der Geborenen berechnet er sowohl die Zwillings- wie die Drillinggeburten mit $d = 0,02800$, ohne dies zu begründen.

nationen auf einem durch besondere Bedingungen hervorgerufenen Überschuss ihrer eingeschlechtlichen Kombinationen beruht. Dagegen ist kein zureichender Grund für die Annahme einer Verminderung der zweigeschlechtlichen Kombination bekannt³⁾.

Demnach lassen sich die beobachteten n Fälle von Zwillinggeburten als aus n' Fällen „bedingungsfreier“, ein- und zweigeschlechtlicher und aus $n - n'$ Fällen „bedingter“⁴⁾ und dann stets eingeschlechtlicher zusammengesetzt vorstellen. Da die zweigeschlechtliche Kombination nach dieser Auffassung als bedingungsfrei gilt und deshalb ihre empirische Frequenz (f_{11}) unverändert bleiben muss, so ist notwendig

$$\frac{n'}{2^2} [2^2 - (1+d)^2 - (1-d)^2] = f_{11}$$

oder
$$n' = \frac{2f_{11}}{1-d^2}$$

und selbstverständlich $n > n'$, so lange außer bedingungsfreien auch bedingte eingeschlechtliche Zwillinggeburten vorkommen.

Dann ergeben sich die Frequenzen der verschiedenen Geschlechtskombinationen bedingungsfreier Zwillinggeburten ($f'_{\alpha\beta}$) aus

$$\frac{n'}{4} [(1+d) + (1-d)]^2 = \frac{f_{11}}{2} \left(\frac{1+d}{1-d} + 2 + \frac{1-d}{1+d} \right),$$

mithin

$$f'_{20} = \frac{f_{11}}{2} \frac{1+d}{1-d}, \quad f'_{11} = f_{11}, \quad f'_{02} = \frac{f_{11}}{2} \frac{1-d}{1+d}.$$

Hiernach erhält man aus den preußischen Beobachtungen unter 1000 Zwillinggeburten ($d = 0,0230$)

♂, ♀	2,0	1,1	0,2	Σ
Bedingungsfreie (f')	194,2	371	177,2	742,4 = n'
Bedingte ($f - f'$)	131,8	—	125,8	257,6
Beobachtet (f)	326	371	303	1000 = n
$(f - f') : f$	0,4043	—	0,4152	0,2576.

Die Gesamtheit beobachteter Zwillinggeburten erscheint also in zwei Gruppen aufgelöst, deren eine, die bedingungsfreie, ein- und zweigeschlechtliche Geburtenkombinationen umfassend, 74,24% und deren andere, die bedingte, nur eingeschlechtliche Kombinationen

3) Über die Berechtigung der Annahme selektiver Verminderung zweigeschlechtlicher Zwillinggeburten siehe die Anmerkung am Schluss dieses Abschnittes.

4) Ich wähle diese Bezeichnungen, weil in den Adjektiven „bedingungsfrei“ und „bedingt“ nichts von einem physiologischen Erklärungsversuch enthalten ist, der m. E. bei einer ausschließlich statistischen Behandlung des Gegenstandes unbedeutend wäre.

enthaltend, 25,76 % der Gesamtheit beträgt. Letztere ist jedoch mehr als doppelt so groß wie der Prozentsatz der Zwillinggeburten mit gemeinschaftlichem Chorion (12,29 %); das Auftreten eines solchen kann daher nicht die einzige Bedingung der Eingeschlechtlichkeit ihrer Geburtenkombinationen sein.

Nun ist nach (2) und (6)

$$f_{20} = \frac{n(1+d) - f_{11}}{2},$$

ferner

$$f'_{20} = \frac{f_{11}}{2} \frac{1+d}{1-d};$$

daher beträgt die Anzahl bedingter männlicher Zwillinggeburten

$$\begin{aligned} f_{20} - f'_{20} &= \frac{n(1+d)}{2} - \frac{f_{11}}{1-d} \\ &= \frac{n-n'}{2} (1+d) \end{aligned}$$

und dementsprechend die Anzahl bedingter weiblicher

$$\begin{aligned} f_{02} - f'_{02} &= \frac{n(1-d)}{2} - \frac{f_{11}}{1+d} \\ &= \frac{n-n'}{2} (1-d). \end{aligned}$$

Das Zahlenverhältnis zwischen den eingeschlechtlichen männlichen und weiblichen bedingten Zwillinggeburten ist somit ein anderes als dasjenige zwischen den entsprechenden bedingungsfreien; erstere verhalten sich wie $(1+d):(1-d)$, letztere dagegen wie $(1+d)^2:(1-d)^2$, oder mit anderen Worten: die bedingten Zwillinggeburten verhalten sich hinsichtlich ihrer Geschlechtsverteilung abweichend von den bedingungsfreien, nicht wie Zwilling-, sondern wie Einlinggeburten.

Die relative Häufigkeit bedingter männlicher unter sämtlichen männlichen Zwillinggeburten beträgt

$$\begin{aligned} \frac{f_{20} - f'_{20}}{f_{20}} &= \frac{n(1-d^2) - 2f_{11}}{n(1-d^2) - f_{11}(1-d)} \\ &= \frac{2(n-n')}{2n - n'(1-d)}, \end{aligned}$$

die relative Häufigkeit bedingter unter sämtlichen weiblichen Zwillinggeburten

$$\begin{aligned} \frac{f_{02} - f'_{02}}{f_{02}} &= \frac{n(1-d^2) - 2f_{11}}{n(1-d^2) - f_{11}(1+d)} \\ &= \frac{2(n-n')}{2n - n'(1+d)}. \end{aligned}$$

In diesen Verhältniszahlen sind die Zähler für beide Geschlechter identisch, die Nenner dagegen für das männliche Geschlecht so lange größer, wie $d > 0$, so dass ihre Werte in diesem Fall für das weibliche Geschlecht notwendig stets größer ausfallen als für das männliche.

Endlich beträgt die relative Häufigkeit bedingter unter sämtlichen Zwillinggeburten

$$\begin{aligned} \frac{f_{20} - f'_{20} + f_{02} - f'_{02}}{n} &= 1 - \frac{2f_{11}}{n(1-d^2)} \\ &= 1 - \frac{n'}{n}. \end{aligned}$$

Anmerkung. — Wollte man annehmen, die von der Wahrscheinlichkeitsrechnung abweichende Verteilung der Zwillinggeburten beruhe auf selektiver Verminderung ihrer zweigeschlechtlichen Kombination bei bedingungsloser Entstehung der beiden eingeschlechtlichen, abgesehen von einer allen Kombinationen gemeinsamen, nicht selektiven Todesrate, so müsste notwendig

$$f_{20} : f_{02} = \left(\frac{1+d}{1-d} \right)^2$$

sein. Nun aber ist, je nachdem $d \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} 0$,

$$\left(\frac{1+d}{1-d} \right)^2 \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \frac{f_{20}}{f_{02}} \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \frac{1+d}{1-d};$$

folglich kommt eine derartige selektive Verminderung der zweigeschlechtlichen Zwillinggeburten nicht in Betracht.

Wollte man aber trotz des von $\left(\frac{1+d}{1-d} \right)^2$ abweichenden Verhältnisses $\frac{f_{20}}{f_{02}}$ an selektiver Verminderung von f_{11} festhalten, so wäre man zu der weiteren Annahme gezwungen, dass außer dieser auch eine solche der eingeschlechtlichen Kombination des häufigeren Geschlechts stattfände, welche jedoch weniger intensiv sein müsste als die der zweigeschlechtlichen Kombination. Auch für diese Annahme fehlt es an jedem Anhalt.

3. Wenn man dieselben Erwägungen von den Zwilling- auf Mehrlinggeburten höherer Klassen (Drillinge, Vierlinge etc.) ausdehnt, so darf man sich dem prinzipiellen Einwand nicht verschließen, dass hier auch unter den zweigeschlechtlichen Geburtenkombinationen „bedingte“ Individuenpaare denkbar sind, da je f_{21} und f_{12} , f_{31} , f_{22} und f_{13} etc. Paare gleichgeschlechtlicher Individuen enthalten.

Bei Drillinggeburten ist, sofern man nach Analogie der Berechnung für Zwillinggeburten die zweigeschlechtlichen Kombinationen derselben als bedingungslos voraussetzt,

$$\frac{n'}{2^3} [2^3 - (1+d)^3 - (1-d)^3] = f_{21} + f_{12}$$

oder

$$n' = \frac{4(f_{21} + f_{12})}{3(1-d^2)}.$$

Dann ergeben sich die Frequenzen der verschiedenen Geschlechtskombinationen bedingungsfreier Drillinggeburten ($f'_{\alpha\beta}$) aus

$$\frac{n'}{8} [(1+d) + (1-d)]^3 = \frac{f_{21} + f_{12}}{6} \left[\frac{(1+d)^2}{1-d} + 3(1+d) + 3(1-d) + \frac{(1-d)^2}{1+d} \right],$$

mithin

$$f'_{30} = \frac{f_{21} + f_{12}}{6} \frac{(1+d)^2}{1-d}, \quad f'_{03} = \frac{f_{21} + f_{12}}{6} \frac{(1-d)^2}{1+d}$$

$$f'_{21} = \frac{f_{21} + f_{12}}{2} (1+d), \quad f'_{12} = \frac{f_{21} + f_{12}}{2} (1-d).$$

Hiernach erhält man aus den preußischen Beobachtungen unter 1000 Drillinggeburten ($d = \frac{1}{30}$)

♂, ♀	3,0	2,1	1,2	0,3	Σ
Bedingungsfreie (f')	97,6	273,8	256,2	79,9	707,5 = n'
Bedingte ($f - f'$)	147,4	[11,2	-11,2]	145,1	292,5
Beobachtet (f)	245	285	245	225	1000 = n
$(f - f') : f$	0,6016	[0,0393	-0,0457]	0,6449	0,2925.

Die Analyse der beobachteten Drillinggeburten ergibt also eine wesentliche Gruppenzerlegung ihrer eingeschlechtlichen und eine kaum merkliche, obendrein numerisch sich aufhebende ihrer zweigeschlechtlichen Kombinationen. Letztere dürfte daher zu vernachlässigen, und die Ausdehnung der für Zwillingsgeburten zutreffenden Erwägungen auch auf die Drillinggeburten berechtigt sein. Der Prozentsatz bedingter eingeschlechtlicher unter sämtlichen Drillinggeburten (29,25 %) ist in Preußen sogar noch etwas höher als der entsprechende der Zwillingsgeburten (25,76 %).

Nun ist nach (2) und (6)

$$f_{30} = \frac{3n(1+d) - 4f_{21} - 2f_{12}}{6},$$

ferner
$$f'_{30} = \frac{f_{21} + f_{12}}{6} \frac{(1+d)^2}{1-d};$$

es beträgt daher die Anzahl bedingter männlicher Drillinggeburten

$$\begin{aligned} f_{30} - f'_{30} &= \frac{n}{2} (1+d) - \frac{f_{21} + f_{12}}{6} \frac{3+d^2}{1-d} - \frac{f_{21}}{3} \\ &= \frac{1+d}{8} [4n - n'(3+d^2)] - \frac{f_{21}}{3} \end{aligned}$$

und dementsprechend die Anzahl bedingter weiblicher

$$\begin{aligned}
 f_{03} - f'_{03} &= \frac{n}{2} (1 - d) - \frac{f_{21} + f_{12}}{6} \frac{3 + d^2}{1 + d} - \frac{f_{12}}{3} \\
 &= \frac{1 - d}{8} [4n - n' (3 + d^2)] - \frac{f_{12}}{3}.
 \end{aligned}$$

Hiernach ergibt sich aus unserem Beispiel zwischen eingeschlechtlichen bedingten männlichen und weiblichen Drillinggeburten das Zahlenverhältnis 1,016.

Setzt man jedoch, wie der gefundenen Annäherung nach zulässig erscheint, in den letzten Gleichungen

$$f_{21} = \frac{f_{21} + f_{12}}{2} (1 + d) \quad \text{und} \quad f_{12} = \frac{f_{21} + f_{12}}{2} (1 - d),$$

so erhält man als „korrigierte“ Anzahlen bedingter männlicher und weiblicher Drillinggeburten

$$f_{30} - f'_{30} = \frac{n - n'}{2} (1 + d) = 151,1 \text{ statt } 147,4 \text{ unseres Beispiels}$$

$$f_{03} - f'_{03} = \frac{n - n'}{2} (1 - d) = 141,4 \text{ statt } 145,1 \text{ unseres Beispiels.}$$

Die Korrektur der bedingten Frequenzen beruht hier auf der besonderen, durch den tatsächlichen Befund gestützten Annahme, dass die Einzelfrequenzen der als bedingungsfrei vorausgesetzten zweigeschlechtlichen Geburtenkombinationen sich zueinander wahrscheinlichkeitsgemäß verhalten. Ihre Summe bleibt durch die Korrektur unbeeinflusst.

Das korrigierte Zahlenverhältnis bedingter eingeschlechtlicher männlicher und weiblicher Drillinggeburten ist demnach, ebenso wie das entsprechender Zwillingsgeburten, gleich dem von Einlinggeburten, nämlich $\frac{1+d}{1-d} = 1,069$, und weicht sehr erheblich von demjenigen der bedingungsfreien eingeschlechtlichen Drillinggeburten ($\left[\frac{1+d}{1-d}\right]^3 = 1,221$) ab.

Summiert man die berechneten Beträge der Frequenzen der bedingungsfreien und die korrigierten der bedingten eingeschlechtlichen Geburtenkombinationen, so erhält man deren hypothetische Gesamtfrequenzen, nämlich

$$f_{30} = \frac{n}{2} (1 + d) - \frac{f_{21} + f_{12}}{6} (3 + d)$$

$$f_{03} = \frac{n}{2} (1 - d) - \frac{f_{21} + f_{12}}{6} (3 - d),$$

so dass sich die Verteilung unseres Materials

♂, ♀	3,0	2,1	1,2	0,3
empirisch	24	285	245	225
hypothetisch	248,7	273,8	256,2	221,3

gestaltet.

Die relative Häufigkeit bedingter unter sämtlichen männlichen Drillinggeburten beträgt analytisch

$$\begin{aligned} \frac{f_{30} - f'_{30}}{f_{30}} &= \frac{3n(1-d^2) - (f_{21} + f_{12})(3+d^2) - 2f_{21}(1-d)}{3n(1-d^2) - 2(1-d)(2f_{21} + f_{12})} \\ &= \frac{3(1+d)[4n - n'(3+d^2)] - 8f_{21}}{6(1+d)[2n - n'(1-d)] - 8f_{21}} \end{aligned}$$

und hypothetisch

$$\frac{f_{30} - f'_{30}}{f_{30}} = \frac{4(n - n')}{4n - n'(3 - 2d - d^2)},$$

die relative Häufigkeit bedingter unter sämtlichen weiblichen Drillinggeburten analytisch

$$\begin{aligned} \frac{f_{03} - f'_{03}}{f_{03}} &= \frac{3n(1-d^2) - (f_{21} + f_{12})(3+d^2) - 2f_{12}(1+d)}{3n(1-d^2) - 2(1+d)(f_{21} + 2f_{12})} \\ &= \frac{3(1-d)[4n - n'(3+d^2)] - 8f_{12}}{6(1-d)[2n - n'(1+d)] - 8f_{12}} \end{aligned}$$

und hypothetisch

$$\frac{f_{03} - f'_{03}}{f_{03}} = \frac{4(n - n')}{4n - n'(3 + 2d - d^2)} \quad 5)$$

Die relative Häufigkeit bedingter unter sämtlichen ausschließlich weiblichen Drillinggeburten bleibt also des kleineren Divisors wegen wiederum, wie bei den Zwillingen, etwas größer als der entsprechende Wert der männlichen, so lange $d > 0$.

Endlich beträgt die relative Häufigkeit bedingter unter sämtlichen Drillinggeburten

$$\begin{aligned} \frac{f_{30} - f'_{30} + f_{03} - f'_{03}}{n} &= 1 - \frac{4(f_{21} + f_{12})}{3n(1-d^2)} \\ &= 1 - \frac{n'}{n}. \end{aligned}$$

4. Allgemein ergibt sich zur Berechnung der Anzahl (n') bedingungsfreier Geschlechtskombinationen unter n Fällen r -facher

5) Dem entsprechen bei unserem Material die numerischen Unterschiede

	analytisch	hypothetisch
♂	0,6016	0,6076
♀	0,6449	0,6390.

Mehrlinggeburten unter der Voraussetzung, dass bedingte derselben stets eingeschlechtlich sind, die Beziehung

$$\frac{n'}{2^v} [2^v - (1+d)^v - (1-d)^v] = s, \tag{10}$$

wo $s = f_{v-1,1} + f_{v-2,2} + \dots + f_{2,v-2} + f_{1,v-1} = n - f_{v0} - f_{0v}$, d. h. gleich der Summe aller zweigeschlechtlichen Geburten. Ferner sei

$$2h = (1+d)^v + (1-d)^v = 2(1 + v_2 d^2 + v_4 d^4 + \dots).$$

Dann ist

$$\begin{aligned} n' &= \frac{2^{v-1} \cdot s}{2^{v-1} - h} \\ &= \frac{s [(1+d) + (1-d)]^v}{2(2^{v-1} - h)} \\ &= \frac{s}{2(2^{v-1} - 1 + d^2(2^{v-1} - 1 - v_2) + d^4(2^{v-1} - 1 - v_2 - v_4) + \dots)} \cdot \frac{[(1+d) + (1-d)]^v}{1 - d^2}. \end{aligned}$$

Ferner ist die Gesamtheit aller eingeschlechtlichen Geburten empirisch

$$f_{v0} + f_{0v} = n - s$$

und hiervon nach (2) und (6) männlich, resp. weiblich

$$\left. \begin{aligned} f_{v0} &= \frac{n}{2} (1+d) - \frac{s + \sum [(v-\mu-1) f_{v-\mu,\mu}]}{v}, \\ f_{0v} &= \frac{n}{2} (1-d) - \frac{s + \sum [(v-\mu-1) f_{\mu,v-\mu}]}{v}, \end{aligned} \right\} \tag{11}$$

wo $0 < \mu < v$ und μ ganzzahlig.

Die Summe aller bedingungsfreien eingeschlechtlichen Geburten beträgt

$$\begin{aligned} f'_{v0} + f'_{0v} &= n' - s \\ &= \frac{sh}{2^{v-1} - h}, \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{wovon männlich:} \quad f'_{v0} &= \frac{s(1+d)^v}{2(2^{v-1} - h)}, \\ \text{weiblich:} \quad f'_{0v} &= \frac{s(1-d)^v}{2(2^{v-1} - h)}, \end{aligned} \right\} \tag{12}$$

die Frequenzen der bedingten eingeschlechtlichen Geburten daher unkorrigiert

$$\left. \begin{aligned} f_{v0} - f'_{v0} &= \frac{n}{2}(1+d) - \frac{s}{2v} \frac{2(2^{v-1}-h) + v(1+d)^v}{2^{v-1}-h} - \frac{1}{v} \sum_{\mu} [(v-\mu-1) f_{v-\mu, \mu}] \\ f_{0v} - f'_{0v} &= \frac{n}{2}(1-d) - \frac{s}{2v} \frac{2(2^{v-1}-h) + v(1-d)^v}{2^{v-1}-h} - \frac{1}{v} \sum_{\mu} [(v-\mu-1) f_{\mu, v-\mu}] \end{aligned} \right\} (13)$$

Zur Berechnung der Frequenzen der bedingungsreifen zweigeschlechtlichen Geburtenkombinationen dient der Ausdruck

$$f'_{v-\mu, \mu} = \frac{s}{2(2^{v-1}-h)} r_{\mu} (1+d)^{v-2\mu} (1-d^{2\mu}), \quad (14)$$

so dass

$$\Sigma(f_{v-\mu, \mu}) = \Sigma(f'_{v-\mu, \mu}) = s.$$

Unter der erst für $v > 2$ erforderlichen weiteren Voraussetzung, dass $f_{v-\mu, \mu} = f'_{v-\mu, \mu}$ und $f_{\mu, v-\mu} = f'_{\mu, v-\mu}$, ergeben sich für männliche und weibliche eingeschlechtliche Geburten überhaupt die hypothetischen Werte

$$\left. \begin{aligned} f_{v0} &= \frac{n}{1}(1+d) - \frac{s}{2} \left(1 + \frac{d(2^{v-1}-v) - r_3 d^3 - r_5 d^5 - \dots}{2^{v-1}-h} \right) \\ &= \frac{1+d}{2} \left(n - n' \left[1 - \left(\frac{1+d}{2} \right)^{v-1} \right] \right), \\ f_{0v} &= \frac{n}{2}(1-d) - \frac{s}{2} \left(1 - \frac{d(2^{v-1}-v) - r_3 d^3 - r_5 d^5 - \dots}{2^{v-1}-h} \right) \\ &= \frac{1-d}{2} \left(n - n' \left[1 - \left(\frac{1-d}{2} \right)^{v-1} \right] \right) \end{aligned} \right\} (15)$$

und damit für die bedingten eingeschlechtlichen Geburten die korrigierten Frequenzen

$$\left. \begin{aligned} f_{v0} - f'_{v0} &= \frac{n-n'}{2}(1+d) \\ f_{0v} - f'_{0v} &= \frac{n-n'}{2}(1-d), \end{aligned} \right\} (16)$$

so dass bei dieser Hypothese die Geschlechtsdifferenz der letzteren⁶⁾ stets gleich d oder, wie bei Einlinggeburten, identisch mit derjenigen der Gesamtheit aller in der betreffenden Klasse Geborenen

6) Die Geschlechtsdifferenz bedingungsreifer eingeschlechtlicher Mehrlinggeburten ist

$$\frac{f'_{v0} - f'_{0v}}{f'_{v0} + f'_{0v}} = \frac{(1+d)^v}{h} - 1.$$

ist. Die Summe der bedingten Frequenzen wird durch die Korrektur der letzteren nicht verändert.

Das Verhältnis der bedingten zu den bedingungsreifen eingeschlechtlichen Geburten ist

$$\frac{f_{v0} + f_{0v}}{f'_{v0} + f'_{0v}} - 1 = \frac{2^{v-1} (n - n')}{n'h} \quad (17)$$

Sind sämtliche Fälle einer Klasse von Mehrlinggeburten bedingungsreif, so ist $n' = n$ und die Verteilung ihrer Geschlechtskombinationen folgt dem Ausdruck

$$\frac{n}{2^v} [(1 + d) + (1 - d)]^v.$$

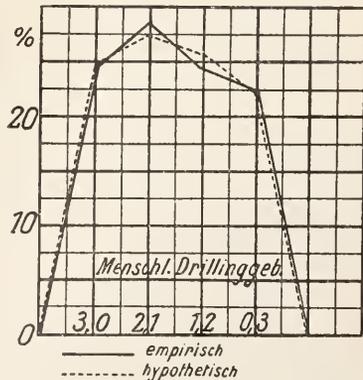
Endlich beträgt die wahrscheinliche Summe aller eingeschlechtlichen v -fachen Mehrlinggeburten: $\frac{nh}{2^{v-1}}$, die relative Frequenz bedingter eingeschlechtlicher unter sämtlichen v -fachen Mehrlinggeburten

$$1 - \frac{n'}{n} = 1 - \frac{s}{n} \left(1 + \frac{h}{2^{v-1} - h} \right). \quad (18)$$

Die Anwendbarkeit der Methode beruht auf der Richtigkeit der Voraussetzung, dass nur die Häufigkeit eingeschlechtlicher Kombinationen von Mehrlinggeburten durch besondere, wenn auch im einzelnen ungenügend bekannte Bedingungen begünstigt wird, diejenige zweigeschlechtlicher dagegen unbeeinflusst bleibt.

5. Zur Beurteilung der Übereinstimmung der empirischen mit den berechneten (hypothetischen oder wahrscheinlichen) Frequenzen der Geschlechtskombinationen einer gegebenen Klasse von Mehrlinggeburten denke man sich beide graphisch über denselben Abszissen dargestellt. Dann ergeben sie inhaltgleiche Polygone, die sich mehr oder weniger genau decken, und der relative Betrag des Flächenanteils, mit dem sie zur Deckung gelangen, bildet das natürliche Maß dieser Übereinstimmung (vgl. die Textfigur).

Bequemer als dieser Betrag jedoch ist sein Komplementwert, der relative Deckungsfehler der Frequenzpolygone, zu ermitteln. Dieser erscheint in der graphischen Darstellung aus Trapezen, Dreiecken oder aus beiden zusammengesetzt, deren Flächensumme in folgender Weise berechnet wird.



Man bildet die Differenzen der homologen empirischen und berechneten Frequenzen, indem man letztere von ersteren subtrahiert. Dann erhält man eine Reihe positiver und negativer Werte der Summe Null. Nun bildet man die absolute Summe dieser Differenzen, indem man sie sämtlich als positive Werte addiert, berechnet hierauf die Quotienten zwischen dem absoluten Produkt und der absoluten Summe je zweier benachbarter Differenzen ungleichen Vorzeichens und subtrahiert die Summe dieser Quotienten von der absoluten Summe der Differenzen. Die so entstehende Zahl, durch $2n$, den doppelten Flächeninhalt jedes der Polygone, dividiert, ergibt den relativen Deckungsfehler Δ mit dem wahrscheinlichen Fehler

$$E(\Delta) = 0,67449 \sqrt{\frac{\Delta(1-\Delta)}{n}}$$

Z. B. Drillinggeburten	3,0	2,1	1,2	0,3
empirisch	245	285	245	225
hypothetisch	248,7	273,8	256,2	221,3
Differenzen	- 3,7	+ 11,2	- 11,2	+ 3,7

so dass $\Sigma(\sqrt{(f_1 - f_2)^2}) = 29,8$, $q_1 = 41,44 : 14,9$, $q_2 = 125,44 : 22,4$, $q_3 = 41,44 : 14,9$, $\Sigma(q) = 11,16$, mithin

$$\Delta = \frac{29,8 - 11,16}{2000} = 0,00932 \pm 0,00205,$$

d. h. die verglichenen Frequenzpolygone decken sich zu $99,07 \pm 0,20\%$ ihres Inhalts.

Für den Vergleich der empirischen mit den wahrscheinlichen Frequenzen (cf. Abschnitt 1) dagegen fände man

die Differenzen: $107,1 - 102,1 - 117,1 + 112,1$

und $\Delta = \frac{438,4 - 109,54}{2000} = 0,16443 \pm 0,00791,$

d. h. die verglichenen Frequenzpolygone decken sich nur zu $83,56 \pm 0,79\%$ ihres Inhalts.

II.

6. Die vorstehenden Betrachtungen wurden durch die Ähnlichkeit der Befunde veranlasst, die ein Vergleich der Frequenzverteilung der Geschlechtskombinationen bei vier verschiedenen Beobachtungsreihen menschlicher Zwillingsgeburten ergab.

In seiner „Physiologie der Zeugung“ führt Hensen (p. 250) nach v. Fricks eine Geburtenstatistik für Preußen während der 54jährigen Periode 1826—1879 an. Er gibt zum Teil die absoluten, zum Teil relative Zahlen, aus denen sich die absoluten ermitteln

lassen. Diese Statistik umfasst unter 38360057 Geburten überhaupt Mehrlinggeburten bis zu Fünflingen⁷⁾. In Band VI des „Handwörterbuchs der Naturwissenschaften“ findet man s. v. „Missbildungen“ (p. 988) eine Statistik der Zwillingsgeburten in Deutschland für 1902. Ferner enthält Heft 26 der „Statistik des Hamburgischen Staates“ (p. 39 und 56) Daten über 117094 Geburten der Jahre 1904—1908 im Hamburgischen Staatsgebiet, unter denen die höchstzahligen Mehrlinggeburten Drillinge sind. Endlich teilte Cobb kürzlich in „Science“ (p. 501—502) die Frequenzen der Geschlechtskombinationen von 3334 Zwillingsgeburten aus den Staaten Connecticut, Maine und Vermont während der Jahre 1899—1912 mit.

Um einen Vergleich mit Tieren zu erhalten, welche normalerweise Mehrlinggeburten zur Welt bringen, benutzte ich Parker's und Bullard's Arbeit „On the size of litters and the number of nipples in swine“, die ich der Güte der Verfasser verdanke. In dieser (p. 414—426) findet sich eine Tabelle, auf welcher für jedes der beiden Uterushörner von 1000 trächtigen Weibchen einzeln u. a. die Anzahl, das Geschlecht und die gegenseitige Lage der darin enthaltenen Embryonen angegeben ist, und aus dieser habe ich die mich interessierenden Daten ausgezogen. Das gesamte Material umfasst also 2000 Uterushörner, wobei auf die einzelnen Klassen der (bis achtfachen) Mehrlinggeburten natürlich nur wenige Fälle kommen können; doch ist es mir nicht gelungen, anderweitig eine größere Beobachtungsreihe aufzufinden.

Die nachstehende Tabelle I gibt eine Übersicht über das gesamte mir zur Verfügung stehende Material.

Tabelle I.

r	$\%_{00}$ Geburten	$\%_{00} d \pm E(d)$	$\%_{00} \sigma$	$\%_{00} \varphi$	n
Preußen 1826—1879.					
1	987,957	$30,77 \pm 0,08$	976,237	975,881	37898071
2	11,905	$23,00 \pm 0,50$	23,351	23,708	456685
3	0,136	$33,26 \pm 3,81$	0,404	0,402	5221
4	0,002	$-71,43 \pm 27,11$	0,007	0,009	77
5	0,000 ¹⁾	$600,00 \pm 98,52$	0,001 ²⁾	0,000 ³⁾	3
Total	1000,000	$30,59 \pm 0,08$	1000,000	1000,000	38360057
	¹⁾ 0,00008	²⁾ 0,00060	³⁾ 0,00016		

7) Des weiteren zitiert Hensen (l. c. p. 209) nach Oesterlen eine Statistik über 33556 Zwillingsgeburten ohne Angabe ihrer Herkunft, die schwerlich mit der preußischen identisch ist, da sie einen wesentlich größeren Wert für $d(0,03330 \pm 0,00184)$ als diese ergibt. Die Frequenzverteilung der Geschlechtskombinationen bei ihnen ist in relativen Zahlen ausgedrückt, aus denen sich die absoluten nicht mit Sicherheit, d. h. ganzzahlig, ermitteln lassen. Vielleicht liegen dabei Druckfehler vor; jedenfalls ist statt 20,23 % für f_{02} 30,23 % zu lesen.

r	$\%_{00}$ Geburten	$\%_{00} d \pm E(d)$	$\%_{00} \sigma$	$\%_{00} \varphi$	n
Deutschland 1902.					
2	?	19,86 \pm 0,58	?	?	25980
Hamburg 1904—1908.					
1	986,942	28,94 \pm 1,40	974,736	973,456	115565
2	12,947	4,62 \pm 8,66	24,969	26,180	1516
3	0,111	-76,92 \pm 76,14	0,295	0,364	13
Total	1000,000	28,29 \pm 1,38	1000,000	1000,000	117094

r	$\%_{00}$ Geburten	$\%_{00} d \pm E(d)$	$\%_{00} \sigma$	$\%_{00} \varphi$	n
Vereinigte Staaten 1899—1912.					
2	?	28,49 \pm 5,84	?	?	3334

r	$\%_{00}$ Geburten	$\%_{00} d \pm E(d)$	$\%_{00} \sigma$	$\%_{00} \varphi$	n
Schwein (Parker und Bullard 1913).					
0	26,0	—	—	—	52
1	103,0	58,25 \pm 33,17	36,045	32,926	206
2	227,0	-6,61 \pm 15,83	149,140	155,126	454
3	307,5	29,81 \pm 11,10	314,153	303,802	615
4	219,5	13,67 \pm 11,38	294,312	293,958	439
5	87,0	-16,09 \pm 16,17	141,534	150,034	174
6	20,0	-25,00 \pm 30,78	38,691	41,752	40
7	7,5	123,81 \pm 46,19	19,511	15,614	15
8	2,5	0,00 \pm 75,41	6,614	6,789	5
Total	1000,0	13,07 \pm 6,17	1000,000	1000,001	2000

Kombinationschema
der rechts- und der linksseitigen Embryozahlen in den Uterushörnern
von 1000 trächtigen Schweinen.
(Nach Parker und Bullard 1913.)

l	r									Σ	σ	φ
	0	1	2	3	4	5	6	7	8			
0		6	7	9	1					23	—	—
1	9	32	29	28	5	3				106	57	49
2	11	30	80	52	44	6	2			225	224	226
3	6	22	71	110	77	18	3	2		309	479	448
4	3	9	32	73	62	20	7	1	1	208	424	408
5			7	31	35	19	9	3		104	250	270
6		1	3	3	4	3		2	2	18	49	59
7					2	1	1	1		5	18	17
8					1			1		2	10	6
Σ	29	100	229	306	231	70	22	10	3	1000	1511	1483
σ	—	52	227	471	466	178	68	41	10	1513	3024	
φ	—	48	231	447	458	172	64	29	14	1463		2946

Differenzreihe des Kombinationsschemas.

$r-l:$	—5	—4	—3	—2	—1	0	1	2	3	4
$f:$	1	7	27	101	223	304	195	109	24	9

In Deutschland (Preußen, Hamburg) kommen auf die Gesamtzahl der menschlichen Geburten in runden Zahlen: Zwillinggeburten 1 : 84, Drillinggeburten 1 : 7350, Vierlinggeburten 1 : 500000. In je 1000 Geburten werden durchschnittlich 1012 Kinder, davon 522 männliche, geboren.

Von der Gesamtzahl geborener Knaben fällt in Deutschland ein etwas höherer Prozentsatz auf Einlinggeburten als von derjenigen der Mädchen; letztere ist daher etwas stärker an den Zwilling- und, dem Anschein nach, an den Mehrlinggeburten überhaupt beteiligt. Dementsprechend übertrifft die Geschlechtsdifferenz der Einlinggeburten Preußens und Hamburgs diejenige der Gesamtheit der Geborenen.

Bei den verschiedenen Klassen menschlicher Mehrlinggeburten schwankt die Geschlechtsdifferenz in weiten Grenzen (von $\div 77$ bis zu 600%), ist jedoch in der Mehrzahl der Fälle mit so großen wahrscheinlichen Fehlern behaftet, dass auf ihre numerischen Werte kein Gewicht gelegt werden darf. In zwei Beobachtungsreihen (Preußen, Hamburg) bleibt die der Zwillinge deutlich hinter der der Einlinge zurück, und für die Zwillinggeburten Deutschlands in 1902 ist die gefundene Geschlechtsdifferenz ebenfalls weit niedriger als der Durchschnitt.

Beim Schwein wurden in den einzelnen Uterushörnern trächtiger Weibchen 0—8, meist 3 Embryonen angetroffen, in 75,4% aller 2000 Fälle 2—4. Infolge der weitgehenden Trennung der Uterushörner bei dieser Tierart sind hier von gemeinschaftlichen Bedingungen abhängige Mehrlinggeburten nur aus je einem einzelnen Horn zu erwarten; aus diesem Grunde wurden nur Embryonengruppen aus solchen berücksichtigt. Die Verteilung der rechts- und linksseitigen Embryozahlen ist aus dem Kombinationsschema der Tabelle I ersichtlich; so war links in 23, rechts in 29 Fällen das eine Uterushorn leer, während das andere 1—4 Embryonen enthielt. Ein Vergleich der rechts- und linksseitigen Befunde ergibt

Embryonen		davon		d
A	ε	σ	φ	
rechts: 2,976	1,35404	1,513	1,463	$0,01680 \pm 0,00874$
links: 2,994	1,41339	1,511	1,483	$0,00935 \pm 0,00872$

Korrelation: $\rho = 0,44598 \pm 0,01709$, Asymmetrie: $a = -0,01358$, d. h. bei großer durchschnittlicher Ähnlichkeit der Anzahlen und der Geschlechtsverteilung rechts- und linksseitiger Embryonen besteht eine merkliche positive Korrelation der ersteren. Die (linearen)

Regressionen der Anzahlen von Embryonen einer Körperseite auf die von solchen der anderen sind ($r =$ rechts, $l =$ links)

$$r = 1,6178 + 0,45365 l$$

$$l = 1,6892 + 0,43844 r.$$

Die Geschlechtsdifferenz innerhalb der einzelnen Geburtenklassen schwankt in weiten Grenzen (von $\div 24$ bis zu $124\%_{00}$), ist jedoch stets mit einem so großen wahrscheinlichen Fehler behaftet, dass keine bestimmten Beziehungen zu ihnen erkennbar sind. Im Mittel beträgt sie $13,07 \pm 6,17\%_{00}$, ist also wesentlich geringer als beim Menschen.

Tabelle II enthält den Vergleich der berechneten (hypothetischen und wahrscheinlichen) mit den beobachteten Frequenzen der Geschlechtskombinationen bei den einzelnen Klassen von Mehrlinggeburten des Menschen und des Schweins. Letzteren sind, mit Ausnahme derjenigen der menschlichen Zwillingsgeburten, ihre wahrscheinlichen Fehler beigelegt.

Tabelle II.

A. Mensch.

1. Zwillinge.

Preußen 1826—1879.				Deutschland 1902.			
$\sigma, \text{♀}$	emp.	analyt. bed.-fr. + bed.	wahrsch.	emp.	analyt. bed.-fr. + bed.	wahrsch.	
20	148879	88703 + 60176	119483	8355	5091,3 + 3263,7	6755,5	
11	169430	169430	228222	9786	9786	12984,9	
02	138376	80906 + 57470	108980	7839	4702,4 + 3136,6	6239,6	
Σ	456685	339039 + 117646	456685	25980	19579,7 + 6400,3	25980,0	
Hamburg 1904—1908.				Verein. Staaten 1899—1912.			
$\sigma, \text{♀}$	emp.	analyt. bed.-fr. + bed.	wahrsch.	emp.	analyt. bed.-fr. + bed.	wahrsch.	
20	497	266,95 + 230,05	382,51	1118	631,49 + 486,51	881,67	
11	529	529	757,98	1193	1193	1665,65	
02	490	262,07 + 227,93	375,51	1023	563,45 + 459,55	786,68	
Σ	1516	1058,02 + 457,98	1516,00	3334	2387,94 + 946,06	3334,00	

Relative Werte.

$$1 - \frac{f'_{20}}{f_{20}} \quad 1 - \frac{f'_{02}}{f_{02}} \quad 1 - \frac{n'}{n} \pm E \quad A \pm E(A) \quad (\text{wahrsch.})$$

Preußen 1826—79	0,4042	0,4153	0,2576	$\pm 0,0004$	0,0858	$\pm 0,0003$
Deutschland 1902	0,3906	0,4001	0,2464	$\pm 0,0019$	0,0821	$\pm 0,0011$
Hamburg 1904—08	0,4629	0,4652	0,3021	$\pm 0,0080$	0,1007	$\pm 0,0052$
Ver. Staaten 1899—1912	0,4352	0,4492	0,2838	$\pm 0,0053$	0,0945	$\pm 0,0034$

2. Drillinge (Preußen 1826—1879).

σ, φ	emp. $\pm E$	analyt.		bed.	hypoth.	wahrsch.
		bed.-fr.	+ bed.	(korr.)		
30	1279 \pm 20,96	509,30	+ 769,70	789,20	1298,50	719,94
21	1488 \pm 22,00	1429,52	+ 58,48	0,00	1429,52	2020,76
12	1279 \pm 20,96	1337,48	— 58,48		1337,48	1890,66
03	1175 \pm 20,35	417,12	+ 757,88	738,38	1155,50	589,64
Σ	5221	3693,42 + 1527,58		1527,58	5221,00	5221,00

3. Vierlinge (Preußen 1826—1879).

σ, φ	emp. $\pm E$	analyt.		bed.	hypoth.	wahrsch.
		bed.-fr.	+ bed.	(korr.)		
40	11 \pm 2,07	2,72	+ 8,28	8,57	11,29	3,58
31	15 \pm 2,34	12,55	+ 2,45	0,00	12,55	16,51
22	18 \pm 2,50	21,73	— 3,73		21,73	28,58
13	18 \pm 2,50	16,72	+ 1,28	9,89	16,72	21,99
04	15 \pm 2,34	4,82	+ 10,18		14,71	6,34
Σ	77	58,54 + 18,46		18,46	77,00	77,00

Relative Werte.

$$1 - \frac{f'_{v0}}{f_{v0}} \quad 1 - \frac{f''_{0v}}{f_{0v}} \quad 1 - \frac{n'}{n} + E \quad \Delta \pm E(\Delta)$$

(hypoth.) (wahrsch.)

Drillinge	0,6018	0,6450	0,2926 \pm 0,0042	0,0075 \pm 0,0008	0,1644 \pm 0,0025
Vierlinge	0,7527	0,6787	0,2397 \pm 0,0328	0,0347 \pm 0,0141	0,1832 \pm 0,0297

B. Schwein.

1. Zwillinge.

σ, φ	emp. $\pm E$	analyt.		wahrsch.
		bed.-fr.	+ bed.	
20	104 \pm 6,04	119,90	— 15,90	112
11	243 \pm 7,17	243		227
02	107 \pm 6,10	123,12	— 16,12	115
Σ	454	486,02 — 32,02		454

2. Drillinge.

σ, φ	emp. $\pm E$	analyt.		bed.	hypoth.	wahrsch.
		bed.-fr.	+ bed.	(korr.)		
30	88 \pm 5,86	82,35	+ 5,65	6,08	88,43	83,96
21	234 \pm 8,12	232,74	+ 1,26	0,00	232,74	237,29
12	218 \pm 8,00	219,26	— 1,26		219,26	223,55
03	75 \pm 5,47	68,85	+ 6,15	5,72	74,57	70,20
Σ	615	603,20 + 11,80		11,80	615,00	615,00

3. Vierlinge.

♂, ♀	emp. \pm E	analyt. bed.-fr. \pm bed.	bed. (korr.)	hypoth.	wahrsch.
40	31 \pm 3,62	28,89 \pm 2,11	0,61	29,50	28,97
31	113 \pm 6,18	112,44 \pm 0,56	0,00	112,44	112,75
22	157 \pm 6,77	164,11 $-$ 7,11		164,11	164,56
13	113 \pm 6,18	106,45 \pm 6,55		106,45	106,75
04	25 \pm 3,28	25,90 $-$ 0,90	0,60	26,50	25,97
Σ	439	437,79 \pm 1,21	1,21	439,00	439,00

4. Fünflinge.

♂, ♀	emp. \pm E	analyt. bed.-fr. \pm bed.	bed. (korr.)	hypoth.	wahrsch.
50	7 \pm 1,75	4,98 \pm 2,02	0,58	5,56	5,01
41	21 \pm 2,90	25,72 $-$ 4,72	0,00	25,72	25,89
32	54 \pm 4,12	53,11 \pm 0,89		53,11	53,47
23	60 \pm 4,23	54,85 \pm 5,15		54,85	55,22
14	27 \pm 3,22	28,32 $-$ 1,32	0,59	28,32	28,53
05	5 \pm 1,49	5,85 $-$ 0,85		6,44	5,88
Σ	174	172,83 \pm 1,17	1,17	174,00	174,00

Relative Werte.

	$1 - \frac{f'_{r0}}{f_{r0}}$	$1 - \frac{f'_{0v}}{f_{0v}}$	$1 - \frac{n'}{n} \pm E$
Zwillinge	-0,1529	-0,1507	-0,0708 \pm 0,0081
Drillinge	0,0642	0,0820	0,0192 \pm 0,0037
Vierlinge	0,0681	-0,0360	0,0028 \pm 0,0017
Fünflinge	0,2886	-0,1700	0,0067 \pm 0,0042

$A \pm E (A)$

	(hypoth.)	(wahrsch.)
Zwillinge	—	0,0235 \pm 0,0048
Drillinge	0,0012 \pm 0,0009	0,0108 \pm 0,0028
Vierlinge	0,0137 \pm 0,0037	0,0143 \pm 0,0038
Fünflinge	0,0347 \pm 0,0094	0,0332 \pm 0,0092

7. Eingeschlechtliche Zwillinggeburten beim Menschen machen 62,3 (Deutschland 1902) bis 65,1% (Hamburg) der sämtlichen Zwillinggeburten aus, d. h. sie treten 1,26 (Preußen), 1,25 (Deutschland 1902), 1,30 (Hamburg) resp. 1,28 (Ver. Staaten) mal so häufig auf, wie der Wahrscheinlichkeitsrechnung nach zu er-

warten wäre. Ferner sind 24,6 bis 30,2 % aller Zwillinggeburten und 39,1—46,5 % der eingeschlechtlichen bedingte. Das Verhältnis bedingter zu bedingungsfreien eingeschlechtlichen Zwillinggeburten $\left(\frac{f_{20} + f_{02}}{f'_{20} + f'_{02}} - 1\right)$ beträgt daher für Preußen 0,69, für Deutschland 1902 0,65, für Hamburg 0,87, für die Ver. Staaten 0,79, für die Gesamtheit der Beobachtungen 0,69. In allen diesen Zahlenwerten besteht eine auffällige Übereinstimmung der vier Beobachtungsreihen.

Während die Geschlechtskombinationen der bedingungsfreien Zwillinggeburten Frequenzen aufweisen, die ihren Wahrscheinlichkeiten entsprechen, so dass

$$f'_{20} : f'_{11} : f'_{02} = (1 + d)^2 : 2(1 - d^2) : (1 - d)^2$$

und
$$f'_{20} : f'_{02} = \left(\frac{1+d}{1-d}\right)^2,$$

verhalten sich diejenigen der bedingten stets wie $m : w$ der Gesamtheit, nämlich

$$(f_{20} - f'_{20}) : (f_{02} - f'_{02}) = \frac{1+d}{1-d},$$

also nicht wie Zwilling-, sondern wie Einlinggeburten.

Mithin besteht ein charakteristischer und gesetzmäßiger Unterschied in der Frequenzverteilung bedingungsfreier und bedingter Geschlechtskombinationen bei menschlichen Zwillinggeburten, in welchem die scheinbar irreguläre Verteilung der Gesamtheit derselben ihre vollständige Erklärung findet.

Eingeschlechtliche Drillinggeburten beim Menschen machen 47,0 % der sämtlichen aus oder sie sind 1,87mal so häufig wie nach der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu erwarten. Ferner sind 60,2 (♂) resp. 64,5 % (♀) der eingeschlechtlichen und 29,3 % aller Drillinggeburten bedingte; solche sind also in Preußen noch etwas häufiger als bedingte Zwillinggeburten. Das Verhältnis bedingter zu bedingungsfreien eingeschlechtlichen Drillinggeburten ist daher

$$\frac{f_{30} + f_{03}}{f'_{30} + f'_{03}} - 1 = 1,65,$$

also viel größer als das entsprechende der Zwillinggeburten.

Die Frequenzen bedingungsfreier Drillinggeburten verhalten sich ihrer Wahrscheinlichkeit gemäß, so dass

$$f'_{30} : f'_{03} = \left(\frac{1+d}{1-d}\right)^3 = 1,2210.$$

Die der bedingten hingegen erreichen, wie schon im dritten Abschnitt dieser Arbeit hervorgehoben, das hypothetisch zu erwartende Verhältnis

$$(1 + d) : (1 - d) = 1,0688$$

infolge geringer, wahrscheinlich zufälliger⁸⁾ Unregelmäßigkeiten der Frequenzverteilung der zweigeschlechtlichen Kombinationen nicht, sondern ergeben das wesentlich kleinere

$$(f_{30} - f'_{30}) : (f_{03} - f'_{03}) = 1,0156,$$

welches nicht die dritte, sondern rund erst die dreizehnte Wurzel aus $\left(\frac{1+d}{1-d}\right)^3$ darstellt.

Statt der analytisch gefundenen müssten die korrigierten Werte

$$f_{30} - f'_{30} = 789,20, \quad f_{03} - f'_{03} = 738,38$$

vorliegen, um das Verhältnis 1,0688 zu ergeben; ihnen entspricht die Erhöhung von $f_{30} = 1279 \pm 20,96$ auf 1298,5 und die Herabsetzung von $f_{03} = 1175 \pm 20,35$ auf 1155, also Abänderungen der beobachteten Größen, die noch innerhalb der wahrscheinlichen Fehler der letzteren bleiben. Unter der Voraussetzung, dass neben den bedingungsreifen Geburtenkombinationen in ihrem Wahrscheinlichkeitsverhältnis die bedingten im korrigierten Verhältnis $(1+d) : (1-d)$ auftreten, erhält man die hypothetische Verteilung der Gesamtheit, die eine weit bessere Übereinstimmung mit der empirischen, als die wahrscheinliche, ergibt: der relative Deckungsfehler der graphischen Darstellungen beträgt in ersterem Vergleich nur $0,75 \pm 0,08\%$, in letzterem $16,44 \pm 0,35\%$.

An menschlichen Vierlinggeburten enthält das preußische Material nach Hensen nur 77 Fälle; die entsprechenden Zahlenwerte sind daher notwendig mit großen wahrscheinlichen Fehlern behaftet.

Eingeschlechtliche Vierlinggeburten machen $33,8\%$ der sämtlichen aus, oder sie sind 2,62mal so häufig wie nach der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu erwarten. Ferner sind $75,3$ (♂) resp. $67,9$ (♀) % der eingeschlechtlichen und $24,0\%$ aller Vierlinggeburten bedingte. Das Verhältnis bedingter zu bedingungsreifen eingeschlechtlichen Vierlinggeburten beträgt

$$\frac{f_{40} + f_{04}}{f'_{40} + f'_{04}} - 1 = 2,45,$$

ist also noch wesentlich größer als bei Drillinggeburten.

8) Die graphische Darstellung der empirischen Frequenzen (cf. die Textfigur auf p. 519) ergibt ein Polygon, dessen f_{12} -Winkel gegen die Fläche desselben ein wenig einspringt, obgleich sowohl f_{21} wie f_{03} ausspringende Winkel aufweisen. Ein derartiger Befund, der sich zahlenmäßig in einer kleinen positiven zwischen zwei größeren negativen zweiten Differenzen der Frequenzen äußert, ist erfahrungsgemäß ein Zeichen zufälliger Irregularität.

Die Frequenzen der einzelnen Geschlechtskombinationen der bedingungsfreien Vierlinggeburten verhalten sich ihrer Wahrscheinlichkeit entsprechend, so dass

$$f'_{40} : f'_{04} = 0,5643,$$

die der bedingten wie

$$(f_{40} - f'_{40}) : (f_{04} - f'_{04}) = 0,8134$$

oder ähnlich wie $\frac{1+d}{1-d} = 0,8667$. Es besteht also eine wesentlich stärkere Annäherung des Verhaltens bedingter Vierling- an dasjenige von Einlinggeburten, als wir solche bei Drillingen fanden, und damit eine bedeutende Abweichung von demjenigen bedingungsfreier eingeschlechtlicher Vierlinggeburten.

Die zur Herstellung der hypothetischen Frequenzreihe der Geschlechtskombinationen an $f_{40} - f'_{40}$ resp. an $f_{04} - f'_{04}$ vorzunehmende Korrektur ist daher sehr klein (8,57 statt 8,28 resp. 9,89 statt 10,18) und die Differenzen zwischen den hypothetischen und den empirischen Frequenzen überschreiten in allen Fällen kaum den wahrscheinlichen Fehler der letzteren, während die wahrscheinlichen Frequenzen stets erheblich von beiden abweichen. Die entsprechenden relativen Deckungsfehler der graphischen Darstellungen betragen $3,47 \pm 1,41$ resp. $18,32 \pm 2,97$ %.

Die für Zwillingsgeburten nachweisbare Zusammensetzung der Frequenzen aus rund 74 % bedingungsfreier, dem Wahrscheinlichkeitsgesetz folgender, ein- und zweigeschlechtlicher und aus rund 26 % bedingter, sich wie Einlinggeburten verhaltender, eingeschlechtlicher Kombinationen gilt offenbar auch für die höheren Klassen menschlicher Mehrlinggeburten und zwar, was besonders beachtenswert, unter annähernder Innehaltung desselben Zahlenverhältnisses.

8. Vergleicht man die Befunde an den Mehrlinggeburten des Menschen mit denjenigen an solchen des Schweins, so findet man bei ihnen wesentliche Verschiedenheiten.

Unter den Zwillingsgeburten des Schweins sind eingeschlechtliche seltener als nach der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu erwarten; sie betragen 46,5 % der Gesamtheit oder nur 0,93 ihrer wahrscheinlichen Menge. Die auf die menschlichen Befunde angewandten Erwägungen sind daher für dies Material hinfällig. Bedingte eingeschlechtliche Zwillingspaare treten überhaupt nicht auf; von den eingeschlechtlichen verhalten sich die männlichen zu den weiblichen wie 0,9720, also ziemlich genau wie $\left(\frac{1+d}{1-d}\right)^2 = 0,9739$

und deutlich verschieden von $\frac{1+d}{1-d} = 0,9869$. Der relative Fehlbetrag eingeschlechtlicher Zwillingsgeburten beim Schwein (7 %) ist

numerisch viel geringer als der relative Überschuss solcher beim Menschen (rund 26 %). Daher stimmt hier auch die wahrscheinliche mit der empirischen Verteilung der Geschlechtskombinationen ziemlich gut überein ($\Delta = 2,35 \pm 0,48$ %).

Unter den Drillinggeburten des Schweins machen die eingeschlechtlichen 26,5 % der Gesamtheit aus oder sie sind 1,06mal so häufig wie nach der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu erwarten. Ferner sind der Analyse nach 6,4 (♂) resp. 8,2 (♀) % der eingeschlechtlichen und 1,9 % der Gesamtheit bedingte. Das Verhältnis bedingter zu bedingungsfreien eingeschlechtlichen Drillinggeburten ist daher kaum von Null verschieden:

$$\frac{f_{30} + f_{03}}{f'_{30} + f'_{03}} - 1 = 0,08.$$

Die Frequenzen bedingter männlicher und weiblicher Geburten (5,65 + 6,15) sind kleiner resp. kaum größer als die wahrscheinlichen Fehler der eingeschlechtlichen männlichen und weiblichen Geburten überhaupt; man kann ihnen daher keine Sicherheit beimessen. Die für die hypothetische Verteilung erforderliche Korrektur derselben ist geringfügig und die hypothetische Verteilung stimmt mit der empirischen fast völlig überein; aber auch die wahrscheinliche weicht von der letzteren nur unbedeutend ab. Die relativen Deckungsfehler in beiden Vergleichen betragen $0,12 \pm 0,09$ und $1,08 \pm 0,28$ %.

Von den Vierlinggeburten des Schweins sind 12,8 %, also ebensoviele, wie der Wahrscheinlichkeitsrechnung entsprechen, eingeschlechtlich. Der Zahl zweigeschlechtlicher Kombinationen nach wären nur 0,3 % der Gesamtheit bedingte eingeschlechtliche. So wird die hypothetische Verteilung fast vollkommen identisch mit der wahrscheinlichen, und beide stimmen gut mit der empirischen überein ($\Delta = 1,37 \pm 0,37$ resp. $1,43 \pm 0,38$ %); der Deckungsfehler der hypothetischen und der wahrscheinlichen Frequenzverteilung beträgt sogar nur 0,20 %.

Von den Fünflinggeburten des Schweins sind 6,9 statt der wahrscheinlichen 6,3 % eingeschlechtlich; an bedingten würden sich 0,7 % der Gesamtheit ergeben. So stimmen wiederum die hypothetische und die wahrscheinliche Verteilung der Geschlechtskombinationen sowohl untereinander wie mit der empirischen gut überein; die entsprechenden Deckungsfehler sind: empirisch-hypothetisch $3,47 \pm 0,94$ %, empirisch-wahrscheinlich $3,32 \pm 0,92$ %, hypothetisch-wahrscheinlich 0,56 %.

Unter den Mehrlinggeburten des Schweins lassen sich also, mit zweifelhafter Ausnahme der Drillinge, bedingte eingeschlechtliche Geburtenkombinationen nicht nachweisen. Daher entspricht

bei ihnen die hypothetische Verteilung sehr genau der wahrscheinlichen.

9. Beim Menschen bilden Mehrlinggeburten 1,2—1,3 ‰, beim Schwein 98,5, resp. auf die einzelnen Uterushörner berechnet, 89,4 ‰ der sämtlichen Geburten. Mit diesem Gegensatz in der Häufigkeit der Mehrlinggeburten verbindet sich ein solcher der Verteilung ihrer einzelnen Geschlechtskombinationen. Während diese beim Schwein ihrer Wahrscheinlichkeit entspricht, die Geschlechtskombinationen hier also nicht merklich beeinflußt von begünstigenden oder behindernden Bedingungen auftreten, läßt die Verteilung der Geschlechtskombinationen menschlicher Mehrlinggeburten eine ganz andere Gesetzmäßigkeit erkennen, welche bei Zwillingen strikt, bei Drillingen und Vierlingen mit überzeugender Annäherung inne gehalten wird. Diese Gesetzmäßigkeit besteht darin, dass neben bedingungsfreien, ein- und zweigeschlechtlichen Geburten, deren Frequenzverteilung der Wahrscheinlichkeit ihrer möglichen Geschlechtskombinationen entspricht, ein stets beträchtlicher, wenig variabler Prozentsatz (24—30, im Mittel etwa 26 ‰) als bedingt bezeichneter, eingeschlechtlicher Geburten auftritt, die sich ihrer Geschlechtsverteilung nach zueinander wie Einlinggeburten verhalten.

Den Befunden entspricht die Vorstellung, dass die unbefruchteten Eier getrenntgeschlechtlich und für das Geschlecht der daraus hervorgehenden Individuen allein bestimmend sind, die Spermatozoen dagegen keinen Einfluß auf das letztere ausüben. Dann ist die Geschlechtsdifferenz der Geborenen gleich derjenigen der bei den fortpflanzungsfähigen Weibchen der Art produzierten männlichen und weiblichen Eier. Die Geschlechtskombinationen von Mehrlinggeburten müssen daher so lange wahrscheinlichkeitsgemäß auftreten, wie sie einer ihnen entsprechenden Anzahl von Eiern entstammen, und in diesem Fall verhalten sich die eingeschlechtlichen Kombinationen wie $(1+d)^e : (1-d)^e$. Wenn dagegen aus irgendwelchen Ursachen mehrere Individuen aus einem einzigen Ei hervorgehen, so müssen diese nicht nur gleichgeschlechtlich sein, sondern die Gesamtheit derartiger eingeschlechtlicher männlicher und weiblicher Geburtenkombinationen muß auch das konstante Verhältnis $(1+d) : (1-d)$ ergeben, welcher Klasse von Mehrlinggeburten sie immer angehören. Dann entsprechen die im Verlauf dieser Arbeit als bedingt bezeichneten Mehrlinggeburten solchen, die einem einzigen Ei entstammen.

Dieser Vorstellung stehen jedoch mehrere Schwierigkeiten entgegen. Zunächst bleibt unklar, weswegen eineiige Mehrlinggeburten beim Menschen regelmäßig, beim Schwein dagegen nicht auftreten. Man könnte hierin eine Folge der ungleichen Ovulation beider Arten erblicken. Z. B. wäre, gleichmäßige Veranlagung derselben zu eineiiger Mehrlingentwicklung vorausgesetzt, denkbar, dass der bloße

Umstand, dass einem einzelnen Ei beim Menschen, dagegen gleichzeitig mehreren beim Schwein, die Existenzbedingungen des Uterus zuteil werden, eine hypertrophische Entwicklung des ersteren begünstigt, der letzteren behindert, und zwar dies um so mehr, je mehr von ihnen sich gleichzeitig im Uterus⁹⁾ resp. im Uterushorn befinden. Eine andere Denkbare wäre, dass Überbefruchtung eines Einzeleies durch mehrere Spermatozoen in einem ungeteilten Uterus leichter als in einem weitgehend geteilten stattfinden kann, da auf die gleiche Anzahl von Eiern in ersterem eine relativ größere Quantität Sperma und diese vielleicht mit größerer Geschwindigkeit gelangt als in letzterem.

Ferner bleibt unverständlich, weswegen der Prozentsatz bedingter unter den menschlichen Mehrlinggeburten annähernd konstant ist. Zur Aufklärung dieses Umstandes könnte vielleicht eine Statistik über die Verteilung der Mehrlinggeburten, nach ihren Geschlechtskombinationen geordnet, auf die Gebärenden beitragen, vor allem auch in der Hinsicht, ob sich bei den letzteren Mehrlinggeburten individuell oder familienweise wiederholen und ob sich dabei eine Scheidung bedingter eingeschlechtlicher von bedingungs-freien ein- und zweigeschlechtlichen derselben im Sinne des von uns gefundenen Zahlenverhältnisses herausstellt, so dass einige Mütter resp. Stämme von solchen nur bedingte, andere nur bedingungs-freie Mehrlinggeburten (in erster Linie natürlich Zwillingpaare) zur Welt bringen.

Endlich widerspricht, allerdings wohl nur scheinbar, der oben dargelegten Vorstellung der Umstand, dass die Geschlechtsverteilung der Einlinge von der der Mehrlinge abweicht. Nachstehend gebe ich eine Zusammenfassung derselben aus den Tabellen I und II.

Tabelle III.

Einlinge	♂	♀	<i>d</i>	♂:♀
Preußen 1826—1879	19532156	18365915	0,03077	
Hamburg 1904—1908	59455	56110	0,02894	
Summe	19591611	18422025	0,03077	5154:4846
Zwillinge				
Preußen 1826—1879	467188	446182	0,02300	
Deutschland 1902	26496	25464	0,01986	
Hamburg 1904 1908	1523	1509	0,00462	
Ver. Staaten 1899—1912	3429	3239	0,02849	
Summe	498636	476394	0,02281	5114:4886

9) Bei dieser Annahme würde auch begreiflich, weswegen unter den zweigeschlechtlichen Kombinationen der Drilling- und Vierlinggeburten des Menschen keine eineiigen, gleichgeschlechtlichen Zwillingpaare auftreten, so dass jene stets als bedingungs-frei anzusehen sind.

Höherklassige Mehrlinge	♂	♂	<i>d</i>	♂ : ♀
Drillinge (Pr., Hbg.)	8110	7592	0,03299	
Vierlinge (Pr.)	143	165	÷0,07143	
Fünflinge (Pr.)	12	3	0,60000	
Summe	8265	7760	0,03151	5158 : 4842

Hiernach verhalten sich die Geschlechtsdifferenzen der Einlinge, Zwillinge und höherklassigen Mehrlinge wie 1,000 : 0,741 : 1,024; eine nachweisbare Verschiedenheit besteht somit zwar zwischen Einlingen und Zwillingen, nicht aber zwischen Einlingen und höherklassigen Mehrlingen. Die Klasse der Mehrlinggeburten steht daher zur Höhe ihrer Geschlechtsdifferenz wohl kaum in Beziehung.

Im Hinblick auf das Verhalten der Zwilling- und der Vierlinggeburten beim Menschen habe ich sodann die Geschlechtsdifferenzen der gerad- und der ungeradzahligten Geburten des Schweins ermittelt und Resultate erhalten, die beim ersten Anblick überraschend wirken, sich aber bei Untersuchung ihrer wahrscheinlichen Fehler als gänzlich nichtssagend erweisen:

	Geradzahlig		Ungeradzahlig	
	♂	♀	♂	♀
rechts	771	767	742	696
links	707	699	804	784
Summe	1478	1466	1546	1480
<i>d</i>	0,00408 ± 0,00879		0,02181 ± 0,00867	
	Diff. (<i>d</i>) = 0,01773 ± 0,01235,			

d. h. ihre Differenz ist kaum 1,44 mal so groß als der wahrscheinliche Fehler derselben.

10. Zusammenfassung. — Mehrlinggeburten machen beim Menschen nur 1,2—1,3 % der Gesamtheit aller Geburten aus. In Deutschland kommen auf 1000 Geburten durchschnittlich etwa 1012 Kinder, darunter 522 männliche. Die Geschlechtsdifferenz *d*, d. h. die relative Differenz der Anzahlen männlicher und weiblicher Geborenen, beträgt beim Menschen ungefähr 0,03, scheint aber bei Einlingen etwas höher als bei Zwillingen zu sein. Männliche und weibliche Einlinggeburten verhalten sich stets wie $(1 + d) : (1 - d)$.

Der Vergleich der empirischen Frequenzen der einzelnen Geschlechtskombinationen menschlicher Mehrlinggeburten mit ihren wahrscheinlichen Frequenzen ergibt einen bedeutenden Überschuss der eingeschlechtlichen gegenüber den zweigeschlechtlichen Kombinationen. Bei Zwillinggeburten sprechen gewisse physiologische Tatsachen dafür, dass diese Abweichungen auf einer durch besondere Bedingungen hervorgerufenen Vermehrung der eingeschlechtlichen, nicht aber auf einer Verminderung der zweigeschlechtlichen Geburten

beruht. Daher läßt sich das gesamte Material an solchen in zwei Gruppen, eine „bedingungsfreie“ und eine „bedingte“, zerlegen, deren erste n' Fälle ein- wie zweigeschlechtlicher Kombinationen in dem Verhältnis

$$f'_{20} : f'_{11} : f'_{02} = (1+d)^2 : 2(1-d^2) : (1-d)^2$$

umfaßt, während die zweite aus $(n-n')$ ausschließlich eingeschlechtlicher Kombinationen im Verhältnis

$$(f_{20} - f'_{20}) : (f_{02} - f'_{02}) = (1+d) : (1-d)$$

besteht. Die männlichen und die weiblichen Geburten der bedingten Gruppe verhalten sich also nicht wie Zwillings-, sondern wie Einlinggeburten zu einander und zur Gesamtheit aller in der Zwillingsklasse Geborenen.

Die Größe dieser Gruppen ist durch die Anzahl der zweigeschlechtlichen Zwillingsgeburten (f_{11}) bestimmt, da

$$\frac{n'}{4} [4 - (1+d)^2 - (1-d)^2] = f_{11}$$

oder

$$n' = \frac{2f_{11}}{1-d^2}.$$

Die Gesamtheit menschlicher Zwillingsgeburten folgt also nicht der einfachen Wahrscheinlichkeitsverteilung

$$\frac{n}{4} [(1+d) + (1-d)]^2,$$

sondern der anderen:

$$f_{20} = \frac{1+d}{2} \left(n - n' \frac{1-d}{2} \right), f_{11} = \frac{n'}{2} (1-d^2), f_{02} = \frac{1-d}{2} \left(n - n' \frac{1+d}{2} \right).$$

In vier voneinander unabhängigen Beobachtungsreihen menschlicher Zwillingsgeburten weichen die relativen Beträge nur wenig untereinander und von den aus der Summe aller Beobachtungen erhaltenen,

$$n' : n = 0,7427, f'_{20} : f_{20} = 0,5961, f'_{02} : f_{02} = 0,5851,$$

ab, so dass man den letzteren allgemeinere Gültigkeit beimessen darf. Hiernach sind rund 74% aller Zwillingsgeburten bedingungs-freie, ein- und zweigeschlechtliche, die übrigen 26% bedingt und eingeschlechtlich.

Überträgt man die auf Zwillingsgeburten angewendete Betrachtungsweise auf die höheren Klassen menschlicher Mehrlinggeburten (Drillinge, Vierlinge), so ergibt sich die Zahl bedingungs-freier, ein- und zweigeschlechtlicher Kombinationen derselben aus der Beziehung

$$\frac{n'}{2^v} [2^v - (1+d)^v - (1-d)^v] = s,$$

so daß

$$n' = \frac{2^{v-1} s}{2^{v-1} - h}$$

$$= \frac{s[(1+d) + (1-d)]^v}{2(2^{v-1} - h)},$$

wo $s = \sum_{\mu} (f_{v-\mu, \mu}) = n - f_{v0} - f_{0v}$, $h = \frac{(1+d)^v + (1-d)^v}{2}$ und $0 < \mu < v$.

Für die Berechnung der Frequenzen zweigeschlechtlicher Kombinationen erhält man dann den Ausdruck

$$f'_{v-\mu, \mu} = \frac{s}{2(2^{v-1} - h)} v_{\mu} (1+d)^{v-2\mu} (1-d)^{\mu},$$

wobei ebenfalls $\sum_{\mu} (f'_{v-\mu, \mu}) = s$,

und für diejenige der bedingungsfreien eingeschlechtlichen

$$\sigma: f'_{v0} = \frac{s}{2(2^{v-1} - h)} (1+d)^v$$

$$\varphi: f'_{0v} = \frac{s}{2(2^{v-1} - h)} (1-d)^v.$$

Die Gesamtheit der männlichen resp. weiblichen eingeschlechtlichen Geburten beträgt

$$\sigma: f_{v0} = \frac{n}{2}(1+d) - \frac{s + \sum_{\mu} [(v-\mu-1)f_{v-\mu, \mu}]}{v}$$

$$\varphi: f_{0v} = \frac{n}{2}(1-d) - \frac{s + \sum_{\mu} [(v-\mu-1)f_{\mu, v-\mu}]}{v},$$

so daß die direkt gefundenen Frequenzen bedingter eingeschlechtlicher Geburten

$$\sigma: f_{0v} - f'_{v0} = \frac{n}{2}(1+d) - \frac{s}{2v} \frac{2(2^{v-1} - h) + v(1+d)^v}{2^{v-1} - h} - \frac{1}{v} \sum_{\mu} [(v-\mu-1)f_{v-\mu, \mu}]$$

$$\varphi: f_{v0} - f'_{0v} = \frac{n}{2}(1-d) - \frac{s}{2v} \frac{2(2^{v-1} - h) + v(1-d)^v}{2^{v-1} - h} - \frac{1}{v} \sum_{\mu} [(v-\mu-1)f_{\mu, v-\mu}]$$

sind.

Ist $v > 2$, so sind die empirischen Frequenzen zweigeschlechtlicher Geburten trotz Summengleichheit nicht notwendig identisch mit den berechneten, bleiben ihnen jedoch in den vorliegenden Beobachtungsreihen so ähnlich, dass man in den vier letzten Gleichungen $f_{v-\mu, \mu}$ durch $f'_{v-\mu, \mu}$ und $f_{\mu, v-\mu}$ durch $f'_{\mu, v-\mu}$ ersetzen kann. Dann wird

$$f_{v0} = \frac{1+d}{2} (n - n' [1 - \left(\frac{1+d}{2}\right)^{v-1}])$$

$$f_{0v} = \frac{1-d}{2} (n - n' [1 - \left(\frac{1-d}{2}\right)^{v-1}])$$

und

$$f_{v0} - f'_{v0} = \frac{n - n'}{2} (1 + d), \quad f_{0v} - f'_{0v} = \frac{n - n'}{2} (1 - d).$$

Demnach verhalten sich die so korrigierten Frequenzen bedingter männlicher und weiblicher Geburten, wie bei den Zwillings- so auch bei den höheren Mehrlinggeburten zueinander wie die Gesamtheit aller männlichen und weiblichen Geborenen ihrer Klasse oder wie männliche und weibliche Einlinggeburten. Die bedingungsreifen eingeschlechtlichen männlichen und weiblichen Geburten dagegen stehen zueinander im Verhältnis $(1+d)^v : (1-d)^v$.

Die sich so ergebende Verteilung der Geschlechtskombinationen von n Fällen v -facher Mehrlinggeburten

$$f_{v0} = \frac{1+d}{2} (n - n' [1 - \left(\frac{1+d}{2}\right)^{v-1}])$$

$$f_{v-\mu, \mu} = \frac{n'}{2^v} v_{\mu} (1+d)^{v-2\mu} (1-d)^{\mu}$$

$$f_{0v} = \frac{1-d}{2} (n - n' [1 - \left(\frac{1-d}{2}\right)^{v-1}])$$

haben wir als hypothetische im Gegensatz zur wahrscheinlichen bezeichnet. Letztere entspricht den Gliedern des Binoms

$$\frac{n}{2^v} [(1+d) + (1-d)]^v.$$

Beide werden identisch, wenn $n' = n$.

Die Formeln besagen:

Unter den Mehrlinggeburten des Menschen sind eingeschlechtliche wesentlich häufiger als der Wahrscheinlichkeitsrechnung nach zu erwarten wären; die zweigeschlechtlichen Kombinationen dagegen treten wahrscheinlichkeitsgemäß auf. Daher sind bei den eingeschlechtlichen zwei Gruppen zu unterscheiden, nämlich diejenigen, welche der Anzahl der zweigeschlechtlichen nach wahrscheinlichkeitsmäßig zu erwarten sind (bedingungsfreie), und ferner diejenigen, welche den Überschuss über die letzteren hinaus bilden und 24–30% der Gesamtheit menschlicher Mehrlinggeburten ausmachen (bedingte). Die männlichen und die weiblichen Geburten der ersten Gruppe stehen zueinander im Häufigkeitsverhältnis $(1+d)^v : (1-d)^v$, die der zweiten dagegen (bei Zwillingsgeburten notwendig, bei den höheren Klassen der Mehrlinggeburten mit

überzeugender Annäherung) im konstanten Verhältnis $(1 + d) : (1 - d)$, d. h. in demjenigen männlicher zu weiblichen Einlinggeburten.

Es ist daher möglich, die von der wahrscheinlichen abweichende Frequenzverteilung der Geschlechtskombinationen menschlicher Mehr-
linggeburten durch ein besonderes, als hypothetisches bezeichnetes
Verteilungsgesetz darzustellen, welches mit dem wahrscheinlichen
identisch wird, wenn, wie beim Schwein, kein Überschuss einge-
schlechtlicher Mehrlinggeburten zur Beobachtung gelangt.

Für die menschlichen Drilling- und Vierlinggeburten ergibt die
hypothetische Verteilung eine weit bessere Übereinstimmung mit
der empirischen, als die wahrscheinliche. Der relative Deckungs-
fehler zwischen den graphischen Darstellungen der empirischen und
der hypothetischen Frequenzreihe einer-, der wahrscheinlichen an-
dererseits beträgt

$\Delta^0/\%$	emp.-hypoth.	emp.-warsch.
Drillinge	$0,75 \pm 0,08$	$16,44 \pm 0,35$
Vierlinge	$3,47 \pm 1,41$	$18,32 \pm 2,97$.

Die relativen Anzahlen $(1 - \frac{n'}{n})$ bedingter unter sämtlichen Dril-

ling- und Vierlinggeburten sind sowohl einander als denen der
Zwillingsgeburten auffällig ähnlich. Dem entspricht aber, daß einge-
geschlechtliche Mehrlinggeburten im Verhältnis zu ihrer Wahrschein-
lichkeit $(\frac{2^{v-1}(f_{v0} + f_{0v})}{nh})$ um so häufiger werden, je höher ihre Ge-

burtenklasse ist. Ebenso wächst mit dem Steigen der letzteren das
Zahlenverhältnis zwischen ihren bedingten und ihren bedingungsreifen
eingeschlechtlichen Geburten $(\frac{f_{v0} + f_{0v}}{f'_{v0} + f'_{0v}} - 1 = \frac{2^{v-1}(n - n')}{n'h})$; mit an-

deren Worten: unter den eingeschlechtlichen menschlichen Mehr-
linggeburten sind bedingte bei Zwillingen seltener, bei Drillingen
und Vierlingen in steigendem Maß häufiger als bedingungsfreie. Die
Zahlenbelege für diese Ausführungen sind nachstehend kurz zu-
sammengefaßt¹⁰⁾.

10) Beiläufig sei auf ein Zahlenkuriosum hingewiesen. Die den letzten drei
Werten der letzten Kolumne obiger Zusammenstellung unmittelbar benachbarten,
0,68, 1,66 und 2,44, haben die Eigenschaft, dass $0,68 \cdot 2,44 = 1,66$. Bei Gültigkeit
derselben wäre

$$\frac{2n - n'}{h} \cdot \frac{8n - n'}{h} = \frac{4n - n'}{h}$$

oder
$$\frac{n}{n'} = 1 + \frac{h}{4}$$

oder
$$n' = \frac{4n}{4 + h}$$

d. h. n' nie größer als $\frac{4}{5}n$, da h laut Definition nicht kleiner als Eins werden kann,

	$1 - \frac{n'}{n}$	$\frac{2^{v-1}(f_{eo} + f_{oe})}{nh}$	$\frac{2^{v-1}(n - n')}{n'h}$
Zwillinge			
Preußen	0,2576 + 0,0004	1,26	0,69
Deutschland	0,2464 + 0,0019	1,25	0,65
Hamburg	0,3021 + 0,0080	1,30	0,87
Ver. Staaten	0,2838 + 0,0053	1,28	0,79
Mittel d. Quot.	0,2725	1,27	0,75
Summe d. Beob.	0,2573	1,26	0,69
Drillinge			
Drillinge	0,2926 + 0,0042	1,87	1,65
Vierlinge	0,2397 + 0,0328	2,62	2,45
Mittel d. Quot.	0,2683		
Summe d. Beob.	0,2577		

Von den menschlichen wesentlich verschiedene Resultate ergibt die Untersuchung der auf das einzelne Uterushorn bezogenen Geburten des Schweins. Unter diesen sind Einlinge selten (10,6%), Zwillinge bis Vierlinge am häufigsten (zusammen 77,4%); die beobachtete Höchstzahl von Embryonen in einem Uterushorn beträgt acht. Es besteht deutliche, positive Korrelation der Embryozahlen im rechts- und linkseitigen Uterushorn und eine starke Tendenz derselben zu bilateraler Symmetrie. Wegen des zu geringen Materials in den einzelnen Geburtenklassen ist die Geschlechtsdifferenz nur für die Gesamtheit der Embryonen mit $0,01307 \pm 0,00617$, also einem bedeutend kleineren Wert als beim Menschen, bestimmbar.

Unter den Zwillinggeburten des Schweins finden sich eingeschlechtliche seltener als der Wahrscheinlichkeitsrechnung nach zu erwarten; die männlichen und weiblichen derselben treten jedoch mit starker Annäherung an das Wahrscheinlichkeitsverhältnis $\left(\frac{1+d}{1-d}\right)^2$

auf und müssen daher als bedingungslos gelten.

Für die höheren Mehringgeburten des Schweins (Drillinge bis Fünflinge) wird die hypothetische Verteilung ihrer Geschlechtskombinationen fast genau identisch mit der wahrscheinlichen. Bei den Drillingen stimmt die erstere ein wenig besser, bei den Vier- und Fünflingen beide gleich gut mit der empirischen überein (s. unten). Die durch Analyse für bedingte Geburten in diesen Klassen gefundenen Zahlen $\left(1 - \frac{n'}{n}\right)$ sind außerordentlich klein, am größten noch bei den Drillingen, unter denen daher möglicherweise solche tatsächlich vorkommen; bei den Vier- und Fünflingen sind sie nicht mehr nachweisbar, wie aus der letzten Kolonne folgender Zusammenstellung hervorgeht:

Δ %	emp.-hypoth.	emp.-warsch.	$1 - \frac{n'}{n}$
Drillinge	0,12 \pm 0,09	1,08 \pm 0,28	0,0192 \pm 0,0037
Vierlinge	1,37 \pm 0,37	1,43 \pm 0,38	0,0028 \pm 0,0017
Fünflinge	3,47 \pm 0,94	3,32 \pm 0,92	0,0067 \pm 0,0042

Der wesentliche Gegensatz der Befunde bezüglich der Mehrlinggeburten bei Mensch und Schwein besteht also darin, dass solche bei jener Art die Ausnahme, bei dieser die Regel bilden und dass in ersterem Fall 24—30% von ihnen bedingte eingeschlechtliche sind, während in letzterem wahrscheinlich überhaupt keine bedingten vorkommen. Daher besteht bei menschlichen ein erheblicher Überschuss eingeschlechtlicher Mehrlinggeburten über die Wahrscheinlichkeitserwartung hinaus, welcher ihre Anzahl beim Schwein befriedigend entspricht. So können die Frequenzen der einzelnen Geschlechtskombinationen der höheren menschlichen Mehrlinggeburten nur durch das vorstehend entwickelte hypothetische, die von ebensolchen Mehrlinggeburten des Schweins dagegen sowohl durch dieses wie durch das bekannte wahrscheinliche Verteilungsgesetz dargestellt werden.

Zum Schluss sei noch einmal auf die Notwendigkeit einer Statistik über die Familienverteilung menschlicher Zwillings- und Drillinggeburten zur Aufklärung des hohen, annähernd konstanten Prozentsatzes bedingter derselben hingewiesen. Verfasser bittet um Nachweis derartiger Statistiken oder um Beiträge dazu.

Literatur.

1881. Hensen, V., Physiologie der Zeugung. Hermann's Handbuch der Physiologie Bd. VI, 2. Teil, Leipzig 1881, 8°.
1912. Statistik des Hamburgischen Staates. Heft 26: Der natürliche Bevölkerungswechsel im Hamburgischen Staat in den Jahren 1904—1908. Hamburg 1912, 4°.
1912. Handwörterbuch der Naturwissenschaften Bd. VI, Jena 1912, Lex. 8°.
1913. Parker, G. H. and Bullard, C., On the size of litters and the number of nipples in swine. Proc. Amer. Ac. Arts Sci. Vol. 49, Nr. 7 (Contrib. Zool. Lab. Mus. Comp. Zool. Harvard Coll. Nr. 239), p. 399—426.
1915. Cobb, Marg. V., The origin of human twins from a single ovum. Science N. S. Vol. 41, Nr. 1057, p. 501—502.

Indisch Natuuronderzoek door Dr. J. M. Sirks.

(Koloniaal Instituut te Amsterdam Mededeeling No. VI, Afdeling Handelsmuseum No. 2. Amsterdam 1915. Preis fl. 4.25.)

Bekanntlich ist die Tropennatur kaum in einem anderen Teil der Erde in so reicher Gestaltung ausgebildet als in Niederländisch Indien. Dem entspricht, dass dieses Gebiet auch mit zu den am meisten durchforschten gehört.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Biologisches Zentralblatt](#)

Jahr/Year: 1915

Band/Volume: [35](#)

Autor(en)/Author(s): Duncker Georg

Artikel/Article: [Die Frequenzverteilung der Geschlechtskombinationen bei Mehringeburten des Menschen und des Schweins. 506-539](#)