

Botanisches Centralblatt.

REFERIRENDES ORGAN

für das Gesamtgebiet der Botanik des In- und Auslandes.

Herausgegeben

unter Mitwirkung zahlreicher Gelehrten

von

Dr. Oscar Uhlworm und Dr. F. G. Kohl

in Cassel.

in Marburg.

Zugleich Organ

des

Botanischen Vereins in München, der Botaniska Sällskapet i Stockholm, der Gesellschaft für Botanik zu Hamburg, der botanischen Section der Schlesischen Gesellschaft für vaterländische Cultur zu Breslau, der Botaniska Sektionen af Naturvetenskapliga Studentsällskapet i Upsala, der k. k. zoologisch-botanischen Gesellschaft in Wien, des Botanischen Vereins in Lund und der Societas pro Fauna et Flora Fennica in Helsingfors.

Nr. 40.	Abonnement für das halbe Jahr (2 Bände) mit 14 M. durch alle Buchhandlungen und Postanstalten.	1895.
---------	---	-------

Die Herren Mitarbeiter werden dringend ersucht, die Manuscripte immer nur auf *einer* Seite zu beschreiben und für *jedes* Referat besondere Blätter benutzen zu wollen.
Die Redaction.

Wissenschaftliche Original-Mittheilungen.*)

Ueber Variationskurven und Variationsflächen der Pflanzen.

Botanisch-statistische Untersuchungen

von

Prof. Dr. F. Ludwig

in Greiz.

(Mit 2 Tafeln.**)

1. Variationskurven der *Compositen*.

Die pflanzenstatistischen Untersuchungen, welche ich seit einer Reihe von Jahren angestellt habe, verfolgen den Zweck, nach dem sogen. Gesetz der grossen Zahl die Gesetzmässigkeiten hinsichtlich der

*) Für den Inhalt der Originalartikel sind die Herren Verfasser allein verantwortlich. Red.

**) Die Tafeln liegen einer der nächsten Nummern bei.

Zahl der Blüthenheile, Inflorescenzglieder etc. da zu ermitteln, wo in den systematisch botanischen Werken das ∞ Zeichen andeutet, dass man bis dahin die betreffenden Organe als zahllos, d. h. in unbestimmter wechselnder Zahl vorkommend, betrachtete. Sie haben zu einer Reihe von Resultaten geführt, die nicht nur bezüglich eben dieser Gesetzmässigkeiten selbst, sondern auch hinsichtlich der Variabilität und Erbllichkeit im Pflanzenreich überhaupt manches Neue ergeben haben und im Lichte der Erkenntnisse, zu denen auf anthropologischem und zoologischem Gebiet die Arbeiten von Quételet, Galton, Bateson, Ammon etc., auf botanischem die von Hugo de Vries und Verschaffelt geführt haben, ein erhöhtes Interesse beanspruchen. Sie sollen daher den Gegenstand dieser Abhandlung bilden. Am eingehendsten habe ich mich mit der Zahl der Randstrahlen der *Compositen* beschäftigt;*) diese sollen daher hier zuerst näher behandelt werden.

Zählt man bei einer grösseren Anzahl von Blütenköpfen einer *Composite*, etwa der grossen Wucherblume, *Chrysanthemum Leucanthemum*, die ich zuerst zum Gegenstand der Untersuchung machte, die Randstrahlen und trägt den vorkommenden Zahlen entsprechende Strecken auf der Abscissenaxe, der Häufigkeit des Vorkommens der einzelnen Zahlen entsprechende Strecken als Ordinaten eines rechtwinkligen Coordinatensystems ab, so bestimmen die so erhaltenen Punkte Variationskurven, die einen für die einzelnen *Compositen*-Species so charakteristischen nahezu constanten Verlauf haben, dass sie als diagnostisches Merkmal Verwendung finden könnten. Die Abweichungen, durch welche sich für ein und dieselbe Pflanzenspecies die Strahlenkurven verschiedenen Beobachtungsmaterials unterscheiden, schwinden in der grossen Zahl. Wenn man z. B. von *Chrysanthemum Leucanthemum* je 100 Blütenköpfe abzählt, so bedecken die Einzelkurven noch einen breiten Streifen des Papiers nur für die Zahlen um 21 verlaufen dieselben bereits dicht nebeneinander; bei je 1000 Blütenköpfen verlaufen die Strahlenkurven bereits in derselben Weise und die 3000 Curven fallen bei gleichem Maassstab nahezu in eine einzige zusammen.

Die Curven haben bei manchen Arten einen einzigen Gipfel, während bei anderen neben dem Hauptmaximum sekundäre Maxima auftreten. Ich habe (Verh. der naturf. Ges. zu Danzig 1890 p. 177 ff.) vorgeschlagen, in dem letzteren Fall das absolute Maximum mit α und die relativen Maxima nach der Grösse der Ordinaten der Reihe nach mit β , γ , δ etc. zu bezeichnen, wie man beim Spektrum die Linien nach ihrer Intensität durch α , β , γ etc. ausdrückt.

*) Von früheren Arbeiten vgl.: Ludwig, die Anzahl der Strahlenblüten bei *Chrysanthemum Leucanthemum*. (Deutsche Bot. Monatssch. 1887, No. 3.) Ueber Zahlen und Masse im Pflanzenreich. (Wiss. Rundsch. der Münchener Neuesten Nachrichten. 1889. No. 84.) Die constanten Strahlenkurven der *Compositen* und ihre Maxima. (Verh. d. naturf. Ges. zu Danzig 1890, p. 177 ff. Taf. VI.) Einige wichtige Abschnitte der mathemat. Botanik. (Hoffmann's Zeitschr. f. math. natw. Unterr. 1883, 1887 (p. 321 ff.) 1890.)

Eine weitere Gesetzmässigkeit springt bald in die Augen: die Lage der Gipfel und sekundären Maxima. Sie fallen bei allen untersuchten Arten auf die Zahlen (3, 5, 8, 13, 21, 34, 55 und z. T. auf die einfachen Multipla dieser Zahlen (besonders häufig 10, 16, 26). Weitere Eigenthümlichkeiten sollen später erörtert werden. Wir gehen zunächst auf die Curven der einzelnen Arten ein.

Chrysanthemum Leucanthemum.

Die ersten Zählungen ergaben folgende Zahlen:

(Vgl. Tabelle auf Seite 4.)

Das Maximum liegt also immer bei grösseren Zählungen bei 21, mit ganz vereinzelt Ausnahmen ist dies bereits in den Hundertkurven der Fall. Solche Ausnahmen rühren her von Zählungen an Orten, wo besondere Zahlvarietäten (bei dieser Species nur selten!) auftreten. So fand ich an hochgelegenen Bergwiesen eine armstrahlige Form mit vorwiegend 13 Strahlen (auch 8 häufig), so am Oberhof und nahe an der Gemeinde Gabelbach in Thüringen, während auf gut gedüngten Wiesen zuweilen eine üppige Form mit dem Hauptgipfel bei 34 auftritt. Solche Formen treten auch in vereinzelt Minderzählungen hervor, so z. B. in der Zählung eines Altenburger Gymnasiasten:

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1	3	25	17	19	11	5	1	6	8	4

ferner in den beiden folgenden Zählungen (die obere von einem Realschüler in Greiz, die untere von Dr. Dietel in Leipzig):

18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43
4	8	27	106	62	52	44	38	44	28	17	25	31	41	33	60	62	12	5	1	—	—	—	—	—	—
—	1	8	29	11	13	13	12	9	16	10	16	13	16	18	15	33	20	5	7	1	2	4	—	1	1

Die Mitberücksichtigung solcher Formen hat in den Gesamtzählungen die Frequenz der 21, die ich in meinen Tausendkurven bei 24,9% fand, etwas herabgedrückt auf ca. 22% (vgl. dagegen *Chrysanthemum inodorum*, wo sie bei 52% liegt). Auch die übrigen Zahlen zeigen hinsichtlich ihrer Frequenz eine hohe Konstanz. So treten auf nach den 6000 Zählungen bis 1890 bei

13	19	20	21	22	23	26	34
3%	5,6%	9%	24,9%	10%	6,7%	(2,5%)	(1,1%)

bei 1000 weit. Zählungen 2,4% 5% 9,3% 20% 11% 6,9% (4,3%) (2,7%)

bei den 17 000 Zählungen: 2,6% 5% 9% 22% 10% 6,8% (3,7%) (2%)

Es ist also nahezu $\alpha = 22(24,9)\%$, $\beta = 2,5-3\%$, $\gamma = 2\%$ und es sind für die Zahlen nahe am Gipfel die Frequenzzahlen nahezu: für 19 5%, 20 9%, 22 10%, 23 7%.

Chrysanthemum inodorum. Die Lage des absoluten Maximums und die relativen Maxima sind die gleichen, aber die Frequenz der entsprechenden Zahlen ist eine verschiedene. Der Hauptgipfel steigt auf Kosten der Nebengipfel auf mehr als die doppelte Höhe:

Zahl der Randstrahlen	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37
I. Tausend	1	0	2	0	7	24	21	19	26	32	33	46	98	255	129	80	54	29	17	14	16	10	18	16	20	17	11	5	0	0
II. "	0	0	1	2	2	16	33	27	34	29	46	61	97	252	113	90	45	38	28	18	17	12	5	7	5	8	8	4	1	0
III. "	1	0	1	1	12	31	25	29	40	38	53	68	120	231	88	59	31	21	23	13	22	14	12	18	13	16	13	2	2	2
Durchschnitt in ‰	0,6	0,1	3	1	7	23,6	26,3	25	33,3	31,3	44	58,3	105	245	110	76,3	43,3	29,3	22,6	15	18	12	11,6	13,6	12,6	13,6	10,6	3,6	10,5	

Die ersten ca. 6000 Zählungen (6041) bis zum Jahre 1890 (in der II. Zeile auf 1000 reducirt) ergaben entsprechend:

7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38
2	4	2	12	18	61	186	184	171	245	227	257	339	570	1508	583	404	258	195	149	102	98	65	68	67	67	85	69	32	9	2	1
0,30	0,70	3	2	3	10	31	30,7	29	41	38	43	56	95	251	97	67	43	32	25	17	16	10	11	11	11	14	12	5	10,7	0,3	

Weitere 10000 Zählungen (meist von Schülern in Greiz, Plauen i. V., Altenburg, Leipzig, an letzteren Orten durch freundliche Vermittelung der Herren Obl. Dr. E. Bachmann, Obl. Dr. Voretzsch, Obl. Dr. P. Dietel) während der Jahre 1890 bis 1895 und in der II. Zeile die bisherigen Gesamtzählungen von 17000 Exemplaren ergeben:

7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43
—	5	10	23	44	86	235	179	271	222	286	338	472	927	1964	1117	698	503	374	430	252	267	211	113	106	105	211	274	153	54	26	15	16	14	—	3	2
2	9	13	36	65	148	427	383	455	479	525	626	856	1568	3650	1790	1147	812	602	614	375	377	294	196	183	187	307	346	186	64	28	16	16	14	—	3	2

	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34
I. Hundert	—	—	—	1	—	1	—	1	4	14	60	11	4	2	1	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—
II. "	—	—	—	—	4	3	4	4	5	16	47	7	8	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
III. "	—	—	—	—	—	1	—	—	1	4	55	23	10	3	—	—	2	—	—	—	1	—	—	—	—
IV. "	—	—	—	—	4	—	3	4	10	48	15	8	3	1	—	—	1	—	1	—	—	1	—	—	—
V. "	—	—	—	—	1	1	1	1	12	15	57	8	2	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
VI. "	—	1	—	4	1	3	3	4	7	13	42	4	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
VII. "	1	—	—	7	3	4	2	4	1	8	22	39	7	1	2	1	—	1	1	—	—	1	—	—	—
VIII. "	—	—	—	—	—	—	1	5	6	15	61	7	3	1	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—
IX. "	—	—	—	—	—	—	—	1	14	85	14	3	2	4	3	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
X. "	—	—	—	2	—	1	—	1	3	9	54	16	6	2	2	3	—	—	—	—	—	—	1	—	—
Sa. ‰	1	1	—	13	5	13	15	14	23	57	136	516	112	46	19	9	8	4	1	1	1	2	2	—	—

Die Tausendkurve zeigt also für α bei 21 Strahlen die Frequenz von 52 ‰, eine Zahl, die ich bei allen späteren Zählungen mit ganz geringen Abweichungen wieder traf. β ist hier nur 1,3, γ (für 16) 1,5 (bei *Leucanthemum* ca. 3 ‰).

Chrysanthemum segetum. Noch einfacher gestaltet sich die Variationskurve für diese Pflanze, wenigstens so weit die Thüringer Standorte in Betracht kommen. Hier ist nur ein Hauptgipfel bei 13 vorhanden, sekundäre Maxima fehlen. Vergl. aber über diese Pflanze im letzten Capitel die interessanten Untersuchungen von Hugo de Vries. Das den folgenden Zählungen zu Grunde liegende Material stammt von Brotterode in Thüringen.

	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	
I. Hundert	—	—	—	2	4	12	59	11	4	3	2	2	—	1	—	} von mir gezählt.
II. "	—	—	—	3	10	13	49	13	4	2	3	1	1	1	—	
III. "	—	1	1	2	6	17	57	12	1	2	1	—	—	—	—	
IV. "	1	1	1	3	2	17	51	12	3	4	2	2	—	1	—	
V. "	—	1	—	4	5	12	51	15	5	2	2	1	1	1	—	} gezählt von Max Werner Ludwig.
VI. "	—	2	—	3	5	18	47	11	7	2	1	1	1	—	—	
VII. "	—	—	—	4	6	13	53	13	5	1	1	2	1	1	—	} von KarlWalterLudwig
VIII. "	—	—	—	2	1	14	56	13	5	8	1	—	—	—	—	
IX. "	—	—	—	2	4	10	55	15	7	4	1	1	1	—	—	
X. "	—	1	1	—	3	15	51	14	6	2	1	2	3	1	—	v. Max u. Karl Ludwig
Sa. ‰	1	6	3	25	46	141	529	129	47	30	15	12	8	6	2	

$$\alpha = 53 \text{ ‰}.$$

Auch eine Reihe anderer *Compositen* zeigen eine Strahlenzahl so überwiegend, dass nichts anderes als eine einfache Curve zu erwarten ist, es mögen dies nur wenige Zählungen in einigen Fällen hier zeigen:

<i>Chrysanthemum coronarium</i> (ähnlich <i>Ch. viscosum</i>)	12	13	14	15	
	1	10	2	1	
<i>Senecio nemorensis</i>	4	5	6	7	8
	2	170	28	1	2
<i>Senecio viscosus</i>	11	12	13	14	
	4	6	25	3	
<i>Senecio Jacobaea</i>	12	13	14		
	7	98	4		

<i>Dimorphotheca pluvialis</i>	9	10	11	12	13	14	15	16	17
	1	—	—	3	33	7	2	2	1

Centaurea Cyanus

6	7	8	9	10	11	12	
6	36	210	149	82	14	3	Zählung bei Greiz (500 Individuen)
—	13	47	39	16	6	1	Gieselsberg b. Schmalkalden (122 Ind.)

$$\alpha = 20 \text{ } \%$$

Achillea Millefolium hat selten eine andere Zahl als 5 in den Randstrahlen der Blütenköpfchen, anders *Achillea Ptarmica*. Hier traf ich neuerdings an manchen Standörtern die 8, an anderen selteneren die 13 überwiegend. Die früheren Zählungen wiesen neben α bei 8 und γ bei 13 noch häufig die 10 (β) auf, in systematischen Werken findet man hie und da die 10 ebenfalls angeben. Offenbar kommen hier zwei Rassen vor und der Gipfel bei 10 ist einer der später zu erörternden Scheingipfel. Eine der früheren Zählungen ergab:

6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
11	82	731	550	546	451	391	305	19	4.

Anthemis arvensis. Auch hier scheinen Nebenrassen vorhanden zu sein. Die Haupteurve ergeben folgende Zahlen:

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
2	2	27	119	121	191	371	214	143	122	158	157	61	29	26	11	14	17	8	9

an einer Stelle mit auffallend üppigen Köpfchen fand ich:

7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	1	4	11	11	24	30	9	6	2	—	1

α bei 8, bei der Nebenrasse aber mit β , (der Haupttrasse übereinstimmend) β bei 13, γ bei 5;

Aehnlich *Anthemis Cotula*, aber mit dem Hauptgipfel bei 13:

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
7	50	224	66	42	16	5	8	1	3

bei einer Form auf Stoppelfeldern dagegen:

5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2	2	10	38	22	16	23	20	23	3	1

Bei *Anthemis tinctoria* sind weitere Zählungen nöthig, da die Art sehr stark variiert. Meine bisherigen Zählungen ergaben den Hauptgipfel bei 21:

17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42
1	4	4	21	61	32	28	35	23	22	13	14	8	13	4	2	6	8	3	1	1	0	0	0	0	1

darunter 90 Köpfe eines Stockes mit:

1	2	6	20	12	10	11	10	6	5	4	—	3
---	---	---	-----------	----	----	----	----	---	---	---	---	---

Bei *Bellis perennis* dürfte α bei 34 liegen, als Nebengipfel tritt 21 auf. Es sind hier aber noch viele Zählungen nöthig, um die Variationskurve festzulegen, für die Zahl der Hüllblätter ist sie die folgende:

1886, No. 5; Fisch, über die Zahlenverhältnisse der Geschlechter beim Hanf, Ber. d. D. Bot. Ges. Bd. V, Heft 3, p. 136—146).

Diese Untersuchungen veranlassten mich, auch auf anderen botanischen Gebieten nach der Methode der grossen Zahlen festzustellen, ob Regellosigkeit oder Gesetzmässigkeit vorhanden. Es ergab sich denn auch überall, wo ich untersuchte, Gesetzmässigkeit, so in den Zahlen der *Compositen*-Strahlen. In der grossen Zahl der Beobachtungen ergibt sich hier das Vorwiegen gewisser Hauptzahlen, aber die arithmetische Darstellung des Durchschnittes lässt keinen vollen Einblick in die obwaltenden Gesetze zu, wenn auch in der grossen Zahl das Mittel dasselbe bleibt (bei *Leucanthemum* nach den ersten 6000 Zählungen 21,02, nach späteren Zählungen 22,00, bei *Chrysanthemum segetum* 13,18, während H. de Vries bei letzterem 13,3 als Durchschnitt erhielt). Das letztere muss eintreffen, wenn die gefundene Durchschnittszahl ein wahres Mittel (moyenne Quételets) der verglichenen Objecte und nicht einen blossen rechnerischen Mittelwerth (médiane Quételets) der zu einander in keiner Beziehung stehenden Einzelwerthe darstellt. (Um das numerische Maass der Präcision der Beobachtung festzustellen, kann man noch nach Fourier in folgender Weise verfahren. Sind $a_1, a_2 \dots a_n$ die gefundenen Einzelwerthe und ist

$$A = \frac{(a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots a_n)}{n} \text{ das arithmetische Mittel,}$$

$$B = \frac{(a_1)^2 + (a_2)^2 + \dots (a_n)^2}{n},$$

$$C = \sqrt{\frac{2}{n}(B - A^2)}, \text{ dann stellt dieser letzte Ausdruck den Grad}$$

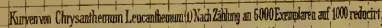
der Annäherung des berechneten Mittels an den wahren gesuchten Werth dar, d. h. das erstere nähert sich dem letzteren um so mehr, je kleiner C ist. Führt man diese Rechnung z. B. für die oben letztgenannten Durchschnitte 13,18 und 13,3 bei *Crysanthemum segetum* aus, so ergibt sich das C für den ersteren Werth etwa $3\frac{1}{2}$ mal so gross als für den zweiten.)

(Fortsetzung folgt.)

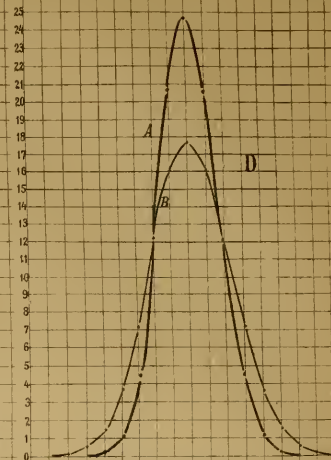
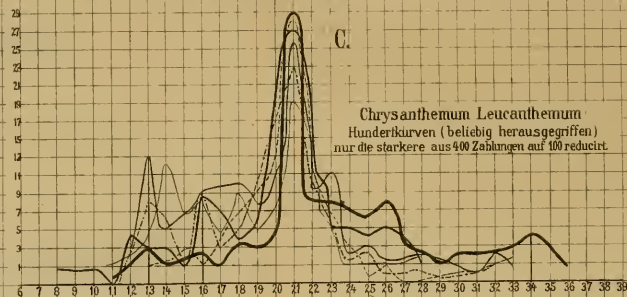
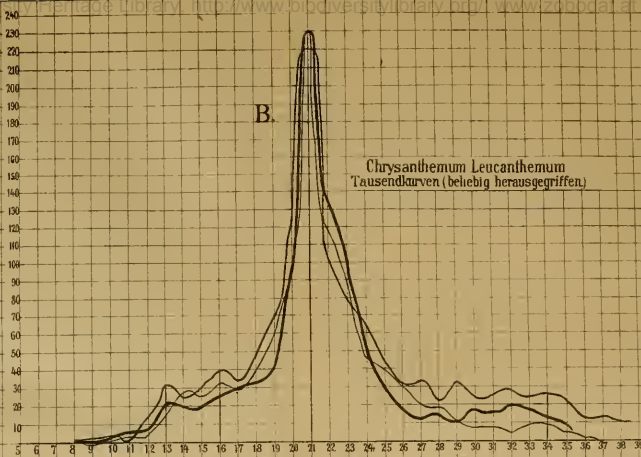
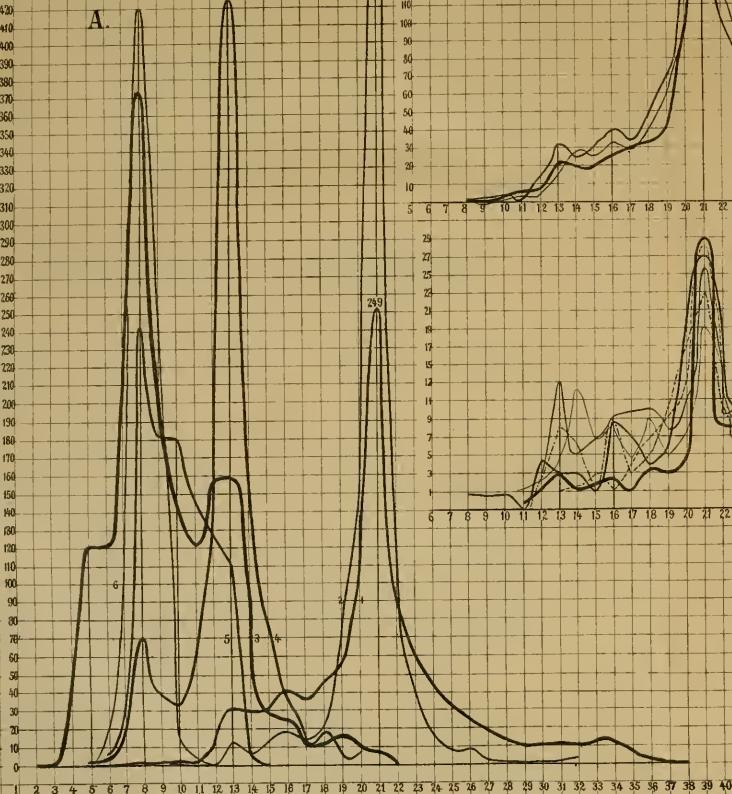
Instrumente, Präparations- und Conservations-Methoden.

van Hest, J., J., Zur bakteriologischen Technik. (Centralblatt für Bakteriologie und Parasitenkunde. I. Abtheilung. Bd. XVII. Nr. 13/14. p. 462—463.)

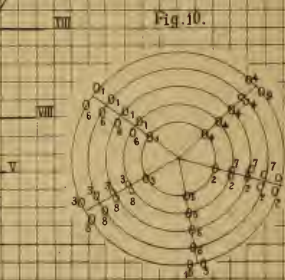
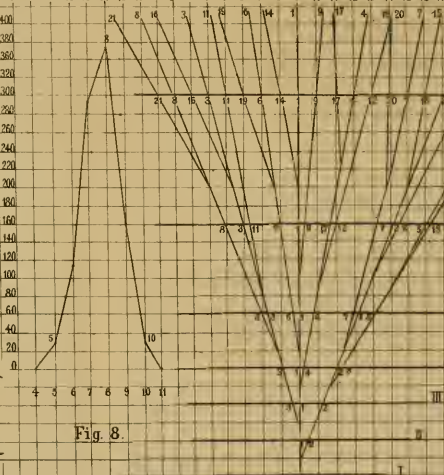
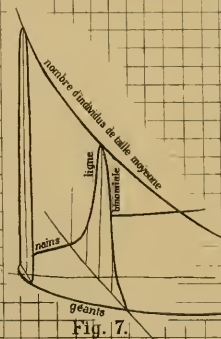
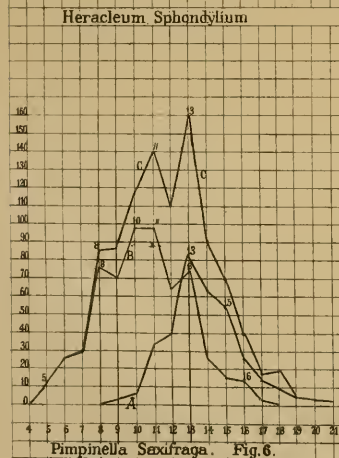
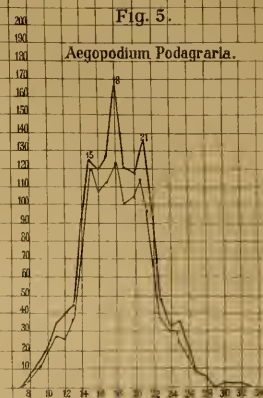
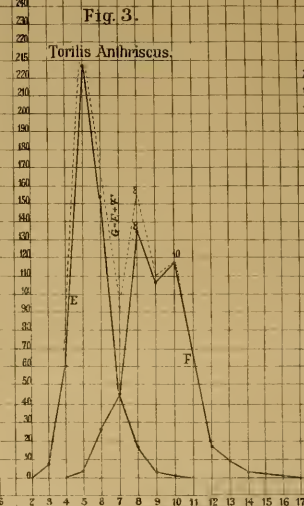
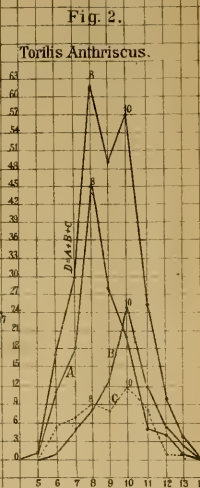
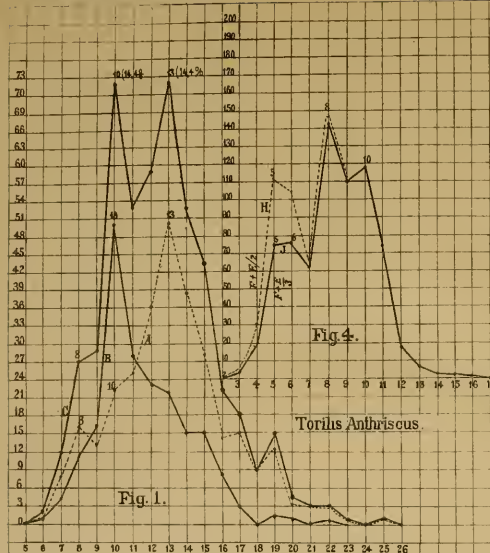
Um beim sterilen Vertheilen von Nährflüssigkeiten in kleinen Kolben das so lästige Befeuchten und Beschmieren der Röhrchen zu vermeiden, schlägt van Hest vor, um das Röhrchen ein zweites anzubringen, das einen etwas geringeren Durchmesser besitzt wie der Hals des Reagenzglases. Beim Abzapfen werden die beiden



Chinodorum (2)	p	10	10	1000				
Anthemis arvensis (3)	h	8	7	1063	10	10	12	12
Anthemis Cotula (4)	h	11	11	583	12	12	12	12
Achillea Parnassica (5)	p	12	10	3083	12	12	12	12
Centaurea Cyanus (6)	p	10	11	500	12	12	12	12



Binomialkurven
A für $(1+1)^{10}$, B für $(1+1)^2$



ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Botanisches Centralblatt](#)

Jahr/Year: 1895

Band/Volume: [64](#)

Autor(en)/Author(s): Ludwig Friedrich

Artikel/Article: [Ueber Variationskurven und Variationsflächen der Pflanzen. 1-8](#)