Band LXIV. No. 2. XVI. Jahrgang.

Botanisches Centralblatt.

REFERIRENDES ORGAN

für das Gesammtgebiet der Botanik des In- und Auslandes.

Herausgegeben

unter Mitwirkung zahlreicher Gelehrten

von

Dr. Oscar Uhlworm und Dr. F. G. Kohl

in Cassel. in Marburg.

Zugleich Organ

des

Botanischen Vereins in München, der Botaniska Sällskapet i Stockholm, der Gesellschaft für Botanik zu Hamburg, der botanischen Section der Schlesischen Gesellschaft für vaterländische Cultur zu Breslau, der Botaniska Sektionen af Naturvetenskapliga Studentsällskapet i Upsala, der k. k. zoologisch-botanischen Gesellschaft in Wien, des Botanischen Vereins in Lund und der Societas pro Fauna et Flora Fennica in Helsingfors.

Nr. 41.	Abonnement für das halbe Jahr (2 Bände) mit 14 M. durch alle Buchhandlungen und Postanstalten.	1895.

Die Herren Mitarbeiter werden dringend ersucht, die Manuscripte immer nur auf *einer* Seite zu beschreiben und für *jedes* Referat besondere Blätter benutzen zu wollen. Die Redaction.

Wissenschaftliche Original-Mittheilungen.*)

Ueber Variationskurven und Variationsflächen der Pflanzen.

Botanisch-statistische Untersuchungen

von

Prof. Dr. F. Ludwig

in Greiz.

Mit 2 Tafeln.**)

(Fortsetzung.)

Einen vollen Einblick in die obwaltenden Gesetze erhielt ich jedoch bei graphischer (geometrischer) Darstellung der gewonnenen statistischen Ergebnisse. Es ergab sich dann, dass das Diagramm nicht nur constante Hauptgipfel hatte (bei

*) Für den Inhalt der Originalartikel sind die Herren Verfasser allein verantwortlich. Red.

**) Die Tafeln liegen einer der nächsten Nummern bei.

Leucanthemum bei 21 etc.), sondern in der grossen Zahl überhaupt constanten Verlauf. Daher operirte ich mit den grossen Zahlen nun überhaupt nicht mehr, um Durchschnittsverhältnisse festzustellen, sondern um den ganzen gesetzmässigen Variationscomplex festzulegen. Ich schlug damit eine Methode ein, die, wie ich erst nachträglich erfuhr, Quételet in seinen späteren Untersuchungen (vgl. besonders dessen Buch: Anthropométrie ou mesure des différentes facultés de l'homme. Brüssel, Gent und Leipzig 1871) auf anthropologischem Gebiet einschlug.

Quételet hat das Gesetz von den grossen Zahlen dahin ergänzt, dass nicht nur das Mittel der Variation in der grossen Zahl der Beobachtungen constant bleibt, sondern auch die vom Mittel abweichenden Werthe (die den „causes accidentelles" entspringen) gesetzmässig auftreten.

Stellt man (wie wir dies oben für *Chrysanthemum Leucanthemum* thaten) die überhaupt vorkommenden Grössen als die Abscissen, die Häufigkeit ihres Auftretens durch die Ordinaten eines rechtwinkligen Coordinatensystems dar, so geben die Endpunkte der Ordinaten, wenn man sie verbindet, eine Curve constanten Verlaufes. Und zwar stimmen die sämmtlichen Curven, so lange die Variationen um ein einzelnes Merkmal schwanken (einfache Curven Quételets), mit den binomialen Wahrscheinlichkeits-Curven Newtons und Pascals (la loi du binome illustré par les recherches de Newton et de Pascal) überein. Man erhält diese Curven, wenn man das Binom $(a+b)^n$ für die verschiedenen Werthe von n entwickelt, dann je nach der Natur des Problems $b = 1$; $a = 1$ oder $a = m$ setzt und die einzelnen Elemente der so erhaltenen Zahlenreihe in gleichen Entfernungen senkrecht auf eine Abscisse aufträgt (für $a = b$ erhält man symmetrische, für $a = mb$ unsymmetrische Curven). Für $a = b = 1$ werden z. B. die betreffenden Elemente der Formel*)

$$(a+b)^n = a^n + n\,a^{n-1}\,b + \frac{n\,(n-1)}{1\,.\,2}\,a^{n-2}\,b^2 + \frac{n\,(n-1)\,(n-2)}{1\,.\,2\,.\,3}\,a^{n-3}\,b^3 + \ldots$$

$$\begin{array}{ll}
1 + 1 & = 2 \\
1 + 2 + 1 & = 2^2 \\
1 + 3 + 3 + 1 & = 2^3 \\
1 + 4 + 6 + 4 + 1 & = 2^4 \\
1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 & = 2^5 \\
(n_0) + (n_1) + (n_2) + (n_3) + (n_n) & = 2^n
\end{array}$$

---

*) Bekanntlich dient das Newton'sche Binom $(a + b)^n$ zur Berechnung der Aussichten, aus einer Urne mit weissen und schwarzen Bällen eine beliebige Combination herauszugreifen. Ist a die Wahrscheinlichkeit, einen schwarzen, b die, einen weissen Ball zu greifen, so ist bei einmaliger Wiederholung die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der schwarze Ball r mal gegriffen wird $n_r\,a^{n-r}\,b^r$; die Zahl der überhaupt möglichen Fälle $(a + b)^n = (n_0)\,a^n + (n_1)\,a^{n-1}\,b + (n_2)\,a^{n-2}\,b^2 + \ldots (n_r)\,a^{n-r}\,b^r + \ldots (n_n)\,b^n$ u. s. w. Dies liegt der Anwendung auf die Variabilität zu Grunde (vgl. des Näheren Quételet, Anthropométrie etc).

Das Auftreten der Varianten einer naturhistorischen Species nach constanten Curven weiss Verschaffelt durch folgendes Raisonnement zu be-

Das Element für den Mittelwerth (Gipfelwerth der Curve) bei paariger Anzahl von Einzelwerthen wird

$$T = \frac{n\ (n-1)\ (n-2)\ .\ .\ .\ (\frac{n}{2}+1)}{1\ .\ 2\ .\ 3\ .\ 4\ .\ .\ .\ \frac{n}{2}}$$

Ist also die Zahl der Einzelbeobachtungen (die grosse Zahl) $2^n = N$, so kommen auf die Grösse mittlerer Eigenschaft T beobachtete Einzelfälle (T Ordinate des Gipfels der Curve), während für die Nachbargrössen die Häufigkeit des Vorkommens im Verhältniss der dem Mittelwerth benachbarten Binomialcoefficienten abnimmt. Die Curve für $2^{18} = 1 + 18 + 153 + 816 + 3060 + 8568 + 18564 + 31824 + 43758 + 48620 + 43758 + . . + 153 + 18 + 1 = 262144$ setzt also z. B. eigentlich $N = 262144$ Einzelbeobachtungen voraus, von denen auf das mittlere Merkmal $T = 48620$ fallen (Gipfel der Quételet'schen Curve), während die Häufigkeit der benachbarten Vorkommnisse durch die Ordinaten vom Verhältniss 43758 : 31824 etc. ausgedrückt wird.

Reducirt man die grosse Zahl auf je 1000 Einzelbeobachtungen, so erhält man an Stelle der obigen Binomialcoefficienten die folgende Vertheilung der Frequenz der Einzelfälle:

																			Sa.
1.	500	500	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1000
2.	250	500	250	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1000
3.	125	375	375	125	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1000
4.	62	250	376	250	62	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1000
5.	31	156	313	313	156	31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1000
6.	16	94	234	312	234	94	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1000
7.	8	55	164	273	273	164	55	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1000
8.	4	31	109	219	274	219	109	31	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1000
9.	2	18	70	164	246	246	164	70	18	2	0	0	0	0	0	0	0	0	1000
10.	1	10	44	117	205	246	205	117	44	10	1	0	0	0	0	0	0	0	1000
11.	1	5	27	80	161	226	226	161	80	27	5	1	0	0	0	0	0	0	1000
12.	0	3	16	54	121	193	226	193	121	54	16	3	0	0	0	0	0	0	1000
13.	0	1	9	35	87	157	210	210	157	87	35	9	1	0	0	0	0	0	1000
14.	0	1	6	22	61	122	183	210	183	122	61	22	6	1	0	0	0	0	1000
15.	0	1	3	14	42	91	153	196	196	153	91	42	14	3	1	0	0	0	1000
16.	0	0	2	8	28	67	122	175	196	175	122	67	28	8	2	0	0	0	1000
17.	0	0	1	6	18	47	95	148	185	185	148	95	47	18	6	1	0	0	1000
18.	0	0	0	3	11	33	71	121	167	185	167	121	71	33	11	3	0	0	1000
19.	0	0	0	2	8	22	52	96	144	176	176	144	96	52	22	8	2	0	1000
20.	0	0	0	1	4	15	37	74	120	160	176	160	120	74	37	15	4	1	1000

---

gründen: „Jede beliebige erbliche Eigenschaft ist nicht nur in qualitativem, sondern auch in quantitativem Sinn erblich; und wenn die Messung einer gegebenen Eigenschaft bei einer Anzahl Individuen einer nämlichen Art nicht genau zu demselben Werth führt, so kommt das daher, weil viele uns theils bekannte, theils unbekannte, theils in dem Organismus, theils in der Aussenwelt liegende Ursachen auf die Vererbung einwirken und sie in ihrem Grade zu modificiren streben. Gesetzt, die einwirkenden Ursachen wären unendlich an der Zahl und diejenigen, welche den Werth der betreffenden Eigenschaften zu vergrösseren suchen, überböten nicht die ungünstigen Umstände, so müssten die Gesetze der Wahrscheinlichkeitslehre ihre völlige Anwendung finden. Es würden die Resultate der Messungen bei einer genügenden Anzahl Individuen zu einer graphischen Darstellung verwerthet Anleitung geben zu einem mit der binomialen Curve Newton genau übereinstimmenden Diagramm." (Ber. d. deutsch. botan. Ges. XII. 1894. p. 351).

$$T = \frac{n\,(n-1)\,(n-2)\ldots\frac{n}{2}+1)}{1\,.\,2\,.\,3\ldots\frac{n}{2}}\cdot\frac{1000}{2^n};\quad T_{n+2} = T_n\,\frac{n+1}{n+2}$$

Quételet hat die Gültigkeit des Binomialgesetzes zunächst in glänzender Weise bestätigt gefunden hinsichtlich der Variabilität des Menschen. Nicht nur die Gesammtgrösse des menschlichen Körpers, sondern auch die Grössenverhältnisse der einzelnen Körpertheile etc. variiren innerhalb der gleichen Altersclasse eines Landes (Belgien, Frankreich etc.) um einen mittleren Werth, und bei graphischer Darstellung erhält man die binomiale eingipfelige Curve, so dass Quételet bis in alle Einzelheiten Masse, Gewichte etc. eines „mittleren Menschen" in seiner Anthropometrie zu bestimmen vermochte „Qu'on prenne", sagt Quételet (l. c. p. 412), „les hommes d'un même âge, qui ont trente ans par exemple, qu'on les mesure pour la hauteur, pour le poids, pour la force ou pour toute autre qualité physique quelconque, même pour une qualité intellectuelle ou morale, et l'on verra ces hommes se ranger, à leur insu et d'après la grandeur des mesures de la plus reguliére. Dans quelque ordre qu'on les prenne, ils se classent numériquement pour chaque âge comme les ordonnées d'une même courbe. Cette loi est uniforme et la courbe que je nomme binomiale reste la même; elle est parfaitement régulière, quelle que soit l'épreuve à laquelle on veuille soumettre la nature humaine. Un peuple ne doit donc point être considéré comme un assemblage d'hommes n'ayant aucaus rapports entre cux: il forme un ensemble, un corps des plus parfaits, composé d'éléments qui jouissent des propriétés les plus belles et les plus admirablement coordonnées."

Von den zahlreichen Tabellen, aus denen die Uebereinstimmung der aus den statistischen Ergebnissen gewonnenen Curven mit den nach dem Binomialgesetz construirten hervorgeht, soll hier nur eine einzige herausgegriffen werden.

Circonférence des poitrines des soldats du Potomac.

	Nombre d'hommes:		
pouces anglais.	mesuré.	reduit.	calculé.
28	2	1	1
29	4	3	3
30	17	11	11
31	55	36	32
32	102	67	69
33	180	119	121
34	242	160	170
35	310	204	190
36	251	166	169
37	181	119	120
38	103	68	68
39	42	28	31
40	19	13	11
41	6	4	3
42	2	1	1
	1516	1000	1000

Die Zahl der gleichalterigen Soldaten von verschiedener Brustweite ordnet sich also völlig nach der Binomialcurve für 2^{18}, wie die Uebereinstimmung der auf 1000 reducirten Zahlen (dem 2. Bd. d. Internationalen statist. Congr. in Berlin von 1863, p. 751 entnommen) mit den in der vorletzten Tabelle (Reihe 18) mitgetheilten Zahlen ergiebt.

Quételet hat bereits die Gültigkeit des binomialen Gesetzes auch für die Variabilität der Thiere und Pflanzen behauptet und an einem eklatanten Beispiel nachgewiesen, wie selbst unorganische Erscheinungen (die Abweichungen der Temperaturen vom Mittel) sich nach dem gleichen Gesetz zahlenmässig ordnen. Francis Galton hat dann hauptsächlich auf anthropometrischem Gebiet die Gültigkeit des Quételet'schen Gesetzes mannigfach bestätigt und die Curvenlehre und ihre praktische Verwendung weiter ausgebaut. (F. Galton, Hereditary Genius London 1869 — English Men of Science, their Nature and Nurture London 1874. — Inquires into Human Faculties, Natural Inheritance London 1889. Vgl. auch die Litteraturangaben bei H. de Vries, Verschaffelt, Ammon; deren Werke weiter unten citirt sind.)

Auf botanischem Gebiet war es hauptsächlich Hugo de Vries und nach ihm Verschaffelt, die für die verschiedensten pflanzlichen Eigenthümlichkeiten eine Variabilität nach dem Quételet'schen Gesetz (und damit auch die Existenz von mittleren Merkmalen der Pflanzenspecies, deren Bestimmung Gegenstand der „Phytometrie"*) wäre) erwiesen haben.

Hugo de Vries (Ueber halbe Galtoncurven als Zeichen discontinuirlicher Variation. Ber. d. d. Bot. Gesell. Bd. XII. 1894. Heft 7) sagt: „Bekanntlich hat der belgische Anthropologe Quételet entdeckt, dass die Variationen eines einzelnen Merkmales, bei zahlreichen Individuen der nämlichen Art oder Rasse untersucht, (symmetrisch) um ein Centrum grösster Dichtigkeit gruppirt sind. Die Gruppirung folgt dem bekannten Gesetze der Wahrscheinlichkeitslehre, also der binomialen Curve Newtons. Je grösser die Zahl der untersuchten Einzelfälle, um so genauer stimmen die Beobachtungen mit diesem allgemeinen Gesetze überein . . In den letzten Jahrzehnten hat unsere Kenntniss auf diesem Gebiete namentlich durch die musterhaften Untersuchungen Galtons und seiner Schule wichtige Bereicherung erfahren. . . . Seit vielen Jahren habe ich, namentlich an meinen Rasen-Culturen Material für solche Curven gesammelt. Es hat sich dabei das

---

*) Für die Dimensionen der Blätter hat schon Pokorny versucht, Mitteldimensionen festzustellen. Die Pokorny'schen Mittel dürften aber nur Medianwerthe im Sinne Quételets darstellen, da sie die Durchschnittswerthe einzelner Blattmessungen sind. Bei Erneuerung der Pokorny'schen Untersuchungen wären die wahren Mittelwerthe durch Bestimmung des Curvengipfels nach dem Quételet'schen Gesetz zu ermitteln. (Vergl. A. Pokorny, Ueber phyllometrische Werthe zur Charakteristik der Pflanzenblätter. Band LXXII. der Sitzber. d. k. Akad. d. Wiss. I. Abth. Dec.-Heft. Jahrg. 1875. 21 p. und 2 Tafeln.)

Quételet'sche Gesetz ganz allgemein bestätigt." Als Beispiel führt H. de Vries unter anderen an:

Oenothera Lamarckiana. Die Länge der reifen untersten Frucht des Hauptstengels an 568 Pflanzen eines Standortes variirte von 15—34 mm und war im Mittel etwa 24 mm, die Beobachtungen ergaben:

Mm	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34
Individuen	1	1	5	11	17	27	37	62	74	83	79	51	43	32	18	13	5	5	3	1

(Ed. Verschaffelt, der nach Galton eine andere graphische Darstellung anwendet*), fand für die gleiche Pflanze die Curven für Länge und Breite der Rosetten- und Stengelblätter und die Länge der Blüte. De Vries hat ferner für *Helianthus annuus* die Fruchtlänge, für *Coreopsis tinctoria* die Zahl der Strahlblüten, für *Anethum graveolens* die Anzahl der Strahlen des endständigen Schirmes bestimmt, wo überall die Zahlenreihen Curven ergeben, die in hinreichender Weise mit der Wahrscheinlichkeitscurve übereinstimmen. Ed. Verschaffelt (Ueber graduelle Variabilität von pflanzlichen Eigenschaften l. c.) hat u. A. das Gewicht der Kartoffelknolle, Länge des ersten Internodiums unterhalb des männlichen Blütenstandes von *Zea Mays*, die Dimensionen der Blattspreite von *Ginkgo biloba* und von *Hedera Helix* var. *arborea*, das Gewicht der Pflaume, die Zahl der Narbenstrahlen von *Papaver somniferum*, die Anzahl Samen in der Frucht der Bohne (*Phaseolus vulgaris*) nach der statistischen Methode untersucht und das Quételet'sche Gesetz bestätigt gefunden.**)

H. de Vries hat schliesslich auch für die von mir publicirten Variationscurven der *Compositen* (soweit nur ein Gipfel vorhanden, bei den übrigen hinsichtlich des allgemeinen Verlaufes) die Uebereinstimmung mit den Quételet'schen Wahrscheinlichkeitscurven hervorgehoben (H. de Vries, eine zweigipflige Variationscurve. Archiv für Entwickelungsmechanik der Organismen. Band II. Heft 1. p. 55.).

3. Summationscurven der *Umbelliferen*.

Die gesetzmässigen Ergebnisse bei den *Compositen* liessen erwarten, dass auch bei den in biologischer Hinsicht verwandten Inflorescenzen der *Umbelliferen* ähnliche Gesetzmässigkeiten in der grossen Zahl sich ergeben würden. Die Untersuchungen wurden begonnen mit *Aegopodium Podagraria*, wo die Resultate zunächst zu weiteren Zählungen wenig ermuthigend waren (da

*) Die von Verschaffelt benutzte, dem Galton'schen Vertheilungsschema entsprechende Form der Wahrscheinlichkeitscurve erhält man, wenn man die Elemente der Binomialentwicklung nicht als Ordinaten wählt, sondern horizontal nach einander auf einer Horizontallinie abträgt, in der Mitte eines jeden Abschnittes eine Ordinate errichtet, diese successive = 1, 2, 3, 4 etc. mm lang macht und schliesslich deren Gipfel verbindet.

**) Verschaffelt hat in dem Verhältniss des Galton'schen Quartil- und Medianwerthes $\frac{Q}{M} = V$ ein empirisches Maass für die Variabilität gefunden (vgl. Ber. d. D. B. Ges. XXII. Heft 10. p. 353).

an dem gleichen Standort oft sämmtliche Exemplare von demselben Rhizom entsprungen sind). Erst die statistischen Feststellungen bei *Torilis Anthriscus*, *Heracleum Sphondylium*, *Pimpinella Saxifraga*, *Orlaya grandiflora*, *Chaerophyllum aureum* und *Silaus pratensis* etc. führten zur Auffindung der die Zahl der Strahlen (Döldchen) der Hauptdolden der *Umbelliferen* beherrschenden Gesetze.

Heracleum Sphondylium.

Die Zahlen der Hauptstrahlen der Dolde (Zahl der Döldchen) waren die folgenden bei 500 Zählungen:

	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
bei	2	12	27	29	**72**	53	59	**72**	53	43	22	18	9	15	5	3	3	1	—	2

Dolden.

Die Zählungen setzen sich aus den folgenden Einzelzählungen zusammen:

	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	Döldchen	Sa.
bei	1	5	13	12	14	14	20	**31**	28	23	10	9	2	11	3	1	1	–	—	2	„	200
	—	3	3	1	8	11	16	**19**	10	5	4	6	7	2	1	2	2	—	—	—	„	100
	1	1	8	11	**23**	18	11	8	7	5	3	2	—	1	—	—	—	1	—	—		100
	—	3	3	5	**27**	10	12	14	8	10	5	1	—	1	1	—	—	—	—	—		100

Exempl.

Hiervon wurden die ersten 300 Exemplare auf Wiesen bei Schmalkalden und Schleusingen gesammelt, die letzten 200 an einem trocknen Chausseerand zwischen Schleusingen und Erlau in Thüringen. Das Diagramm der ersten 300 Zählungen stellt Taf. II, Fig. 1A, das der letzten 200 Fig. 1B und das der gesammten Zählungen C dar. Die Curven B und C stellen die einfachen Variationscurven dar, wie sie bei den *Compositen* häufig beobachtet wurden, mit einem Hauptgipfel und secundären Maximis und zwar liegt bei

A der Hauptgipfel bei 13, Nebengipfel bei 8, 10 etc.
B „ „ „ 10, „ „ 10, 13, 15 etc.
C stellt eine zweigipfelige Curve dar mit den Hauptgipfeln bei 10 und 13.

Beim Zählen von weiteren 200 Exemplaren von einer Wiese trat im Verlauf der 2gipfeligen Curve nur eine Erhöhung des Gipfels bei 13 im Verhältniss zu dem bei 10 ein. Es lagen demnach 2 Rassen vor mit den Hauptgipfeln bei 10 und 13 und die Mischkurve ist von der relativen Häufigkeit der Rassen abhängig, wie dies bei *Torilis* noch weiter zu erörtern ist.

Torilis Anthriscus.

Die Variationscurven für die Zahl der Hauptdolden-Strahlen sind auch hier in der Regel mehrgipfelig bei Berücksichtigung eines grösseren Areals und zwar fand ich sie zwei- oder dreigipfelig mit den Haupterhebungen bei 8, 10, (5). Dieselben kommen gleichfalls durch Summation (der Ordinaten) einfacher Variationscurven verschiedener Rassen zu Stande. Um Schmalkalden fand ich verbreitet die 8er- und die 10er-Rasse, die oft ausgedehnte Areale jede für sich einnahmen. Fig. 2 stellt bei A die einfache Curve der Achter-Rasse nach Zählung von Exemplaren am Grasberg bei Schmalkalden, bei B die einfache Curve der Zehner-Rasse vom Stillerthor bei Schmalkalden und bei C die Curve der Exemplare eines wenig ausgedehnten Standortes bei Schmalkalden dar. Fig. 2D stellt die durch Summation der Ordinaten von A, B, C erhaltene Curve dar. Die zu Grunde liegenden Zahlen sind für:

	5	6	7	8	9	10	11	12	13
A	1	11	18	**45**	28	20	5	4	1
B	—	1	5	8	13	**25**	12	5	2
C	—	5	7	**9**	8	**12**	8	1	1
D	1	17	30	**62**	49	**57**	25	10	4

Die theoretische Summationscurve bei Einzelrassen (A, B, C) stimmt nahezu mit der zweigipfeligen Curve überein, die meine ersten 443 Zählungen ergaben (Fig. 3, F). Das Ergebniss dieser Zählungen war:

5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
4	27	47	**135**	108	**117**	72	17	9	3	3	1

In einem Haine am Wolfsberg bei Schmalkalden fand ich sodann auf einer Ausdehnung von mehr als einem Ar ausschliesslich eine strahlenarme Form (die ich nachdem bei Greiz häufiger antraf). Die Zählung von 500 Exemplaren ergab, dass es sich hier (Fig. 3E) um eine dritte Rasse von *Torilis* mit dem Gipfel bei 5 handelt:

3	4	5	6	7	8	9	10
7	60	**213**	152	46	18	3	1

Die Summe aller Zählungen, die ich bisher vorgenommen, ergab:

3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
7	74	**244**	237	132	**177**	117	**125**	34	17	9	3	3	1

Die Curve ist in Fig. 2G dargestellt. Es ist aber klar, dass die Gesammtcurven von Zählungen, die auf die verschiedenen Rassen keine Rücksicht nehmen, sehr verschieden ausfallen können, je nach der relativen Häufigkeit der Einzelrassen in dem gezählten Material. G ist durch Summation von E und F entstanden. Es sind also von der Rasse 5 fast ebensoviel Exemplare wie von der 8- und 10-Rasse zusammen berücksichtigt. Nimmt man die 5 etwa in der Frequenz der 10, so würde man die dreigipfelige Curve ($C_{5,\ 8,\ 10}$) Fig. 4 H (Ordinaten $= F + \frac{E}{2}$) erhalten. Zum Vergleich ist auch noch die Curve mit den Ordinaten $F + \frac{E}{3}$ dargestellt, um zu zeigen, wie der eine Gipfel dann von der 5 auf die 6 übergeht (wegen der grossen Nähe der 6 an beiden Gipfeln vgl. auch *Pimpinella* und *Aegopodium*).

Es ist von allgemeinem Interesse, zu verfolgen, in welcher Weise eine polymorphe Curve bei zunehmender Zahl der untersuchten Individuen sich ausgestaltet und sollen hier noch die progressiven Aenderungen der zweigipfeligen Curve mit Zunahme der gezählten Individuen für die ersten 543 Zählungen von *Torilis* zu dem Zweck kurz erörtert werden.

Die nach und nach gewonnenen Zahlen waren:

	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
I	—	4	9	42	34	21	27	6	4	3	—	1
II	1	7	14	61	56	49	41	7	5	3	—	1
III	1	8	19	72	69	76	53	12	7	3	3	—
IV	3	16	29	90	80	97	67	13	8	3	3	1
V	4	27	47	135	108	117	72	17	9	3	3	1

Stellt man sich die entsprechenden Curven übereinander dar (die Zeichnungen sind hier nicht dargestellt), so ist leicht zu erkennen, wie zwar der Hauptgipfel 8 von Anfang an vorhanden ist, wie sich aber in dem absteigenden Ast bei 10 zunächst ein Minimum (vor dem Maximum bei der Zahl 11) findet, das dann verschwindet, um einem Haupt-Maximum bei 10 Platz zu machen (erst zuletzt macht sich der erhöhte Einfluss der 8er-Rasse wieder geltend). Die charakteristische Zwischenform bei III, wie das erste Auftreten eines Minimums im absteigenden Ast etc. in den ersten Zählungen deuten häufig das spätere Maximum in der grossen Zahl an.

Die Individuen von *Torilis* sind stark verästelt und man trifft — ähnlich wie auch bei anderen *Umbelliferen* — nicht selten die den Rassen eigenen Zahlen bereits an demselben Individuum zugleich im Uebergewicht. (Die späteren Rassenunterschiede also bereits im Individuum vorbereitet.) Zuweilen sind alle oder die Mehrzahl der Dolden eines Individuums von gleicher Strahlenzahl.

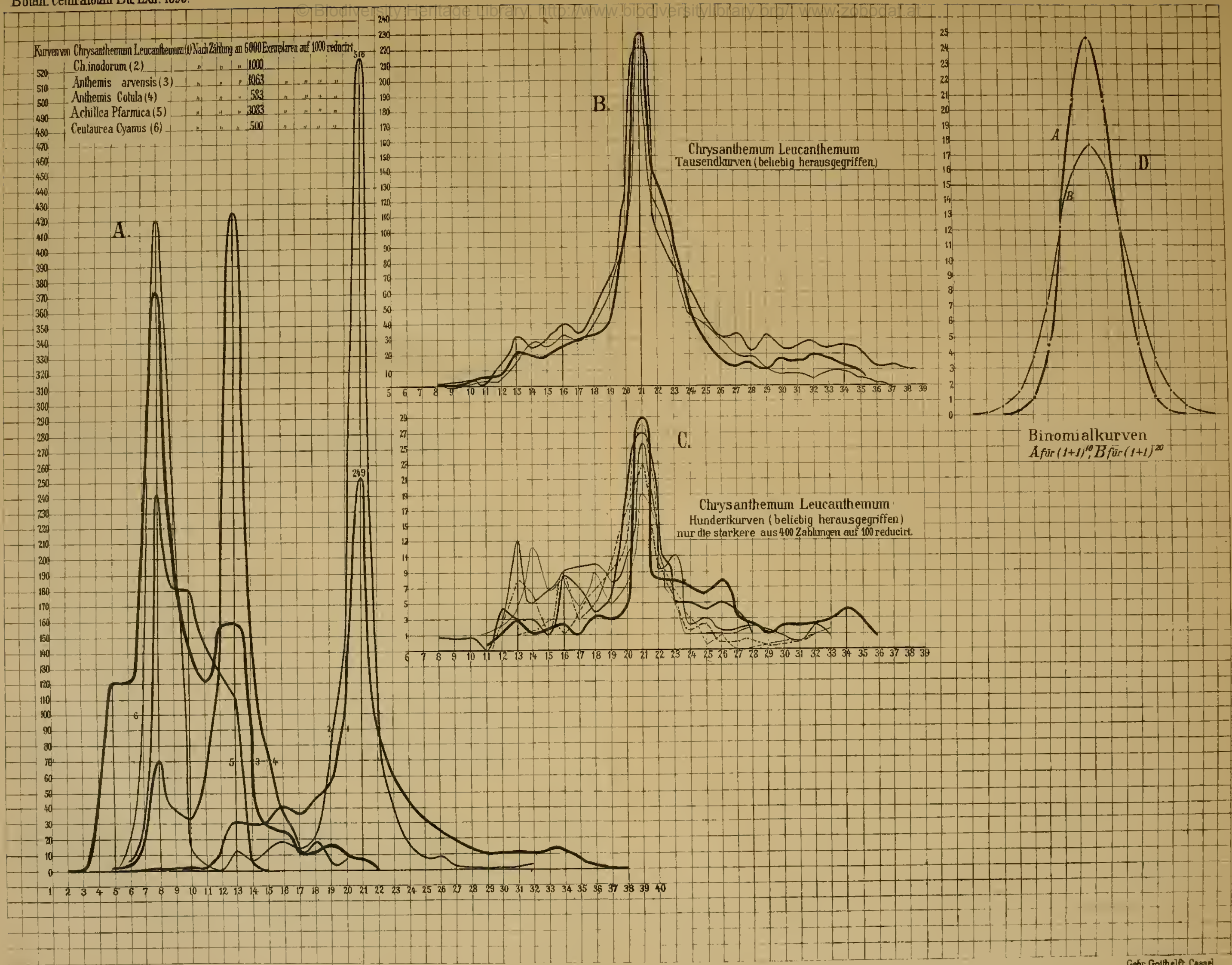
(Fortsetzung folgt.)

Ueber ursprüngliche Pflanzen Norddeutschlands.

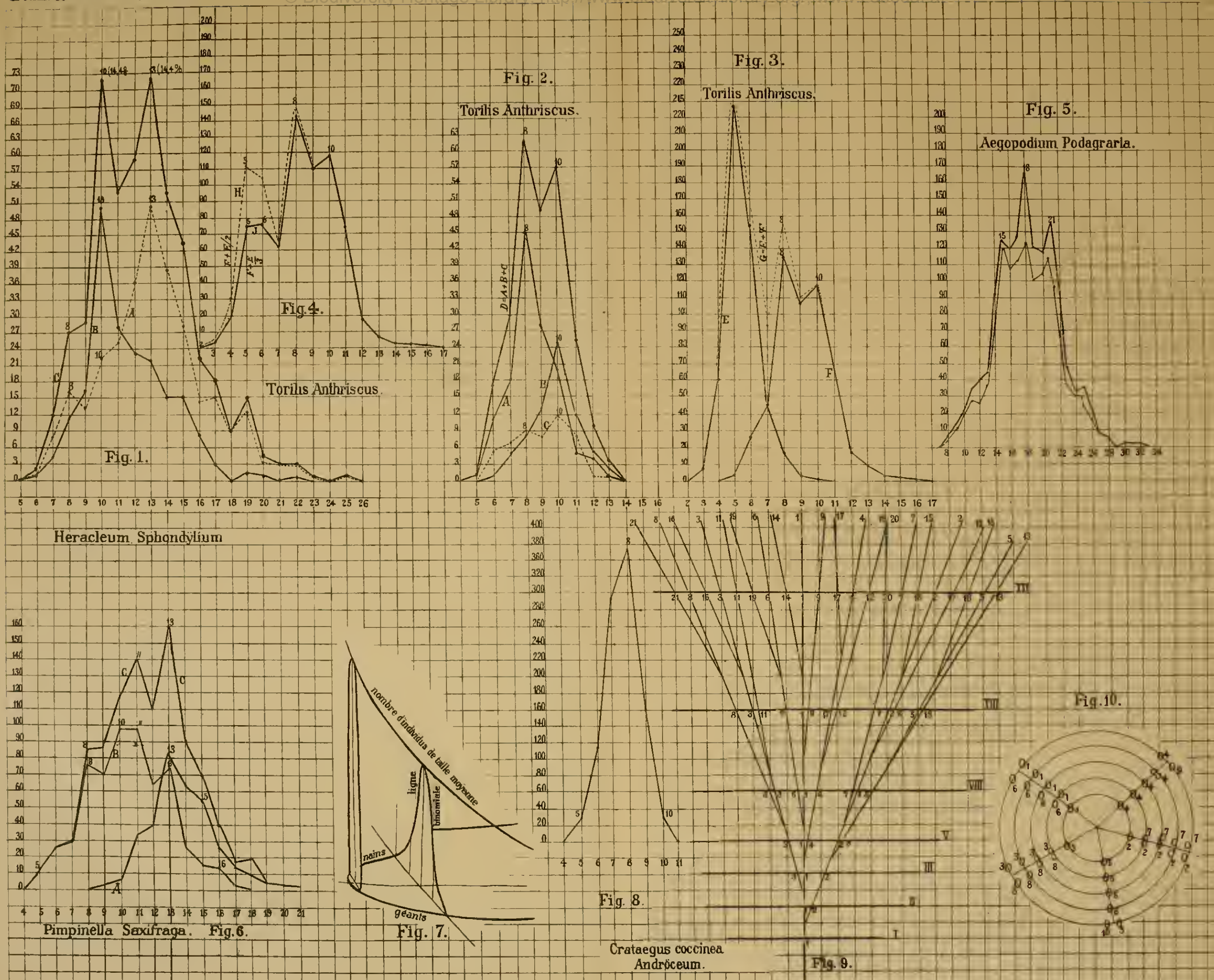
Berichtigung zu dem Aufsatze in Bd. LXIII. No. 10/11 dieses Jahrgangs.

Von
Ernst H. L. Krause
in Schlettstadt.

Dass die jetzt in Norddeutschland wachsenden hapaxanthen Arten erst nach der Eiszeit, und zwar grossentheils unter menschlichem Einfluss, eingewandert sind, habe ich nie bestritten. Aber nicht nur diese, sondern auch die perennirenden Arten sind erst nach der Eiszeit eingewandert. Durch die vorhergegangene Eiszeit erklärt sich also die allgemeine Artenarmuth der norddeutschen Flora. Aber die verhältnissmässige Armuth dieser Flora an Hapaxanthen lässt sich trotz Höck und Erdmann nicht auf die Eiszeit schieben.



Gebr. Gotthelft, Cassel



Gebr. Gotthelft, Cassel