

Beide Saisonvarietäten einer Art oder durch Saisondimorphismus entstandene junge Arten.

Panicum sanguinale Ruben von Schwerin (No. 2032) ist *Digitaria filiformis*. R. Ruben hat im Archiv des Vereins der Freunde der Naturgeschichte in Mecklenburg, Jahrgang 42, einen ausführlichen Exkursionsbericht über die Umgebung von Schwerin veröffentlicht, welcher viele auf falscher Bestimmung beruhende Angaben enthält, ohne dadurch ganz werthlos zu sein. Ich theile deshalb solche Funde Rubens, welche in meiner Sammlung vertreten und für Mecklenburg von Bedeutung sind, hier gelegentlich mit.

Lepturus filiformis auf dem Priwal bei Lübeck gehört zu *β subcurvatus* Prahl krit. Flora von Schleswig-Holstein, II. Bd. p. 286 (No. 957, gesammelt 1864 von Nielsen).

Die Eintheilung der Grasfamilie in Unterabtheilungen ist im Engler'schen System (Syllabus von 1892) noch recht unbedeutend. *Agrostideae* und *Aveneae* würde ich vereinigen. Die *Hordeae* werden durch die Einziehung von *Lolium* zu *Festuca* aufgelöst. Aber eine brauchbare Neueintheilung gelingt mir noch nicht.

(Schluss folgt.)

Die pflanzlichen Variationscurven und die Gauss'sche Wahrscheinlichkeitscurve.

Von

Prof. Dr. F. Ludwig

in Greiz.

Mit 1 Doppeltafel. *)

(Fortsetzung.)

Meine Beobachtungen an *Chrysanthemum segetum* auf den Aeckern um Broterode in Thüringen ergaben eine symmetrische eingipfelige Curve mit der grössten Ordinate bei 13 (Medianwerth $M = 13,18$).

Abweichung		d ²
0	529	—
1	270	270
2	93	372
3	55	495
4	18	288
5	18	450
6	9	324
7	6	294
8	2	128
	1000	2621

*) Die Tafel liegt dieser Nummer bei.

woraus $q^2 = \frac{\sum d^2}{1000} = 2,621$; $q = 1,619$; $w_h = 0,6745$. $q = 1,09$,

$V = \frac{w_h}{M} = 0,083$, $R = 0,012$ folgt.

(Die einzelnen Hundertzählungen ergaben für

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
q	1,5	1,6	1,2	1,8	1,7	1,9	1,5	1,2	1,4	1,9
w	1,0	1,1	0,8	1,2	1,1	1,2	1,0	0,8	0,9	1,2)

Für die Wahrscheinlichkeitscurve ergeben sich die Elemente

x = 0,5 : 1,09 =	0,46	1000	$\int y dx =$	244		
x = 1,5 : 1,09 =	1,38	"	648	Diffz.	404	
x = 2,5 : 1,09 =	2,30	"	879	"	231	
x = 3,5 : 1,09 =	3,22	"	970	"	91	
x = 4,5 : 1,09 =	4,14	"	995	"	25	
x = 5,5 : 1,09 =	5,065	"	999	"	4	
x = 6,5 : 1,09 =	5,985	"	999	"	—	

also in Prozenten

Abweichungen der Wahrscheinlichkeitscurve (A)

0	1	2	3	4	5	6
24	40	23	9	3	0,4	

Abweichungen der Beobachtungcurve

53	27	9	6	2	2	1
----	----	---	---	---	---	---

Die Curve ist also hyperbinomial und $\frac{h}{v} = \frac{53}{24}$, w_h war = 1,09;

$$w = w_h \sqrt{\frac{100 + k}{100}}$$

Berechnet man (logarithmisch) diese Grösse, v und $\frac{(v+k)100}{100+k}$ bezüglich für k = 20, 30, 40 etc., so findet man leicht k = 73.

Es wird nämlich für

k = 50	w = 1,09	$\sqrt{1,5}$	x = $\frac{0,5}{w}$	v = 19,9	h = 46,6
k = 60	w = 1,09	$\sqrt{1,6}$	x = $\frac{0,5}{w}$	v = 19,1	h = 49,4
k = 70	w = 1,09	$\sqrt{1,7}$	x = $\frac{0,5}{w}$	v = 18,8	h = 52
k = 71	w = 1,09	$\sqrt{1,71}$	x = $\frac{0,5}{w}$	v = 18,66	h = 52,4
k = 73	w = 1,09	$\sqrt{1,73}$	x = $\frac{0,5}{w}$	v = 18,55	h = 52,9
k = 74	w = 1,09	$\sqrt{1,74}$	x = $\frac{0,5}{w}$	v = 18,50	h = 53,1

Hieraus ergibt sich, dass unter den gelben Saatwucherblumen um Broterode ca 42% Invarianten und 58% Varianten in Bezug auf die betr. Merkmale vorhanden sind. Die aus $w = 1,09 \sqrt{1,5} = 0,157$ berechnete Variationseurve der Varianten

(B) (nunmehr normale Wahrscheinlichkeitscurve) hat die Ordinaten

8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1,5	3	7	12	16,6	18,6	16,6	12	7	3	1,5

Hieraus (aus v, v_1, v_2, \dots) ergibt sich die Hyperbinomial-curve (h, h_1, h_2, \dots)

	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Berechnet	1	1	4	6	10	53	10	6	4	1	1
Beobachtet	1	1	3	4	13	53	13	4	3	1	1

Wie auch Figur 4 zeigt, ist die Uebereinstimmung eine hinreichend grosse.

2. Hyperbinomial-Curve der Anzahl der Hüllblätter bei *Bellis perennis*.

Beobachtet wurden 10 11 12 13 14 15 16 17 Hüllbl.
bezüglich 2 10 20 145 11 3 1 1 mal

Es sind also Abweichungen 0 145 oder auf 100 75
1 31 16
2 13 7
3 3 2
4 1

n = 193	n = 100
---------	---------

Die Wurzel aus dem mittleren Fehlerquadrat $q = 0,808$
 $w_h = 0,545$. Für die entsprechende W.-curve sind vorhanden
Abweichungen 0, 1, 2, 3 bezüglich 46, 48, 6, 2, 75. Die W.-curve
hat also abweichenden Verlauf in der für Hyperbinomialeurven
charakteristischen Weise.

Um k zu bestimmen (die Zahl der nicht variirenden Individuen,
die zu je 100 variirenden hinzukommen und oben mitgezählt sind)
hat man zu ermitteln, welche Zahl den Ausdruck $\frac{100(v+k)}{100+k} = 75$
ergiebt. Es ist zu diesem Zweck erst $w = w_h \sqrt{\frac{100+k}{100}}$
daraus v und der obige Ausdruck zu berechnen.

Es ergibt sich für

$$k = 100$$

$$k = 140$$

$$\log \sqrt{\frac{100+k}{100}} = \frac{1}{2} \log 2 = 0,15051 \quad \frac{1}{2} \log 2,4 = 0,19010$$

+	log w_h	0,73640—1	0,73640—1
	log w	0,88691—1	0,92650—1
	log 0,5	0,69897—1	0,69897—1
	log x	0,81206—1	0,77247—1
	$x =$	0,649	0,592
	$v =$	33,9	30,9
	$h =$	66,4	71,2

	k = 200	k = 210
log $\sqrt{\frac{100+k}{100}}$	$= \frac{1}{2} \log 3 = 0,23856$	$\frac{1}{2} \log 3,1 = 0,24568$
+ log w_h	0,73640—1	0,73640—1
log w	0,97496—1	0,98208—1
log 0,5	0,69897—1	0,69897—1
log x	0,72401—1	0,71689—1
x =	0,5297	0,521
v =	27,9	27,5
h =	75,9	76,6

Der gesuchte Werth für k liegt also zwischen 140 und 200, und zwar ergibt sich durch weitere Verengerung der Grenzen für

k = 185	186	187
h = 74,2	75,0	71,1,

mithin kamen zu je 100 variirenden Individuen 186 Invarianten hinzu (oder es sind 35 % Varianten und 65 % Invarianten unter den gezählten Individuen vorhanden gewesen).

Für k = 186 ergibt sich für die Binomialcurve der Varianten

$$v = 28,57 \quad v_1 = 51,21 \quad v_2 = 13,47 \quad v_3 = 5,77 \quad v_4 = 0,87,$$

für die Hyperbinomialcurve:

berechnet:

$$h = 75 \quad h_1 = 17 \quad h_2 = 5 \quad h_3 = 2 \quad h_4 = 0,3,$$

beobachtet:

$$75 \quad 16 \quad 7 \quad 2,$$

also wieder gute Uebereinstimmung. Die Annahme, dass es sich bei den Hyperbinomialcurven um die Beobachtung eines gewissen Procentsatzes nicht variirender Individuen neben den variirenden handelt, findet hierin also volle Bestätigung. Die Constanz dieser Curven bei vielen Pflanzenspecies beweist, dass bei einzelnen Arten das Verhältniss der Varianten und Invarianten an den verschiedenen Standorten ein gleiches ist.

Bevor die vorstehenden Verhältnisse ermittelt wurden, wurde die Brauchbarkeit der abgeleiteten Formeln an folgender Aufgabe geprüft: Zum Gipfelwerth einer bestimmten Wahrscheinlichkeitskurve wurde eine constante Zahl hinzugezählt. Die neuen Zahlen seien bezüglich 1,5 12 44 114 205 347 205 114 44 12 1,5 n = 1100. Es soll die ursprüngliche Binomialcurve und die Anzahl der hinzugefügten Stücke bestimmt werden.

Abweichungen	in ‰		d ²
0	347	315,45	—,—
1	410	372,73	372,73
2	228	207,27	829,08
3	88	80,—	720,—
4	24	21,82	349,12
5	3	2,73	24,57
	1100	1000,—	2,2955 = q ² .

hieraus $\log q = 0,36088$, mithin $\log wh = 0,00942$ und $\log w = 0,03011$ nach den früheren Formeln mithin $v = 246,755$ oder rund 247, für $k = 101$ und $k = 102$ ergibt die Grenz-
methode noch abweichende Werthe, für $k = 100$ wird $\frac{1000(v+k)}{1100}$

≈ 315 . Es ist also $k = 100$, v_1, v_2, v_3 werden bezüglich 410, 228 88 24 3, woraus Ordinaten der Wahrscheinlichkeitscurve sich ergeben: 1,5 12 44 114 205 247 205 114 44 12 1,5.

Es waren nun thatsächlich diese Werthe gewählt worden. Die Terme entsprechen denen der Binomialcurve $(p+q)^{10}$, (für $p=q$) denn die letzteren sind

	1	10	54	120	210	252	210	120	54	10	1
oder in ‰	1	10	44	117	205	246	205	117	44	10	1
			oder Abweichung								
				0	246						
				1	410		410				
				2	234		936				
				3	88		792				
				4	20		320				
				5		2	50				

Wird hieraus $w \frac{0,5}{w} \frac{0,5}{w} \frac{0,5}{w}$ etc. berechnet, so ergeben sich die oben gewählten Ausdrücke der W-curve (zugleich die weitgehende Uebereinstimmung der W-curve mit der Binominalcurve für $(p+q)^{10}$).

Ordinaten für die $(p+q)^{10}$ Curve:

1 10 44 117 205 246 205 117 44 10 1

Ordinaten für die W-Curve:

1,5 12 44 114 205 247 205 114 44 12 1,5.

Capitel III.

Parabinomialcurven.

Wie bei den Hyperbinomialcurven der Gipfel über dem der zugehörigen Wahrscheinlichkeitscurve liegt, so liegt bei den asymmetrischen Variationseurven der Gipfel **neben** (meist auch etwas über) dem der entsprechenden Wahrscheinlichkeitscurve. Daher gebrauche ich der Kürze halber den obigen Namen. Der Medianwerth M stimmt nicht mit der Lage der grössten Ordinate überein und die Quartilwerthe (wahrscheinlichen Abweichungen zu beiden Seiten der grössten Ordinate) sind wesentlich verschieden. Haben in dem Binom $(p+q)^n$ die Grössen p und q ungleiche Werthe, so ergibt die Entwicklung die Ausdrücke zur Darstellung dieser asymmetrischen Binominalcurven bezw. der ihnen entsprechenden Vertheilungsschemen. Bei der analytischen Darstellung sind die beiden Curvenäste gesondert zu untersuchen, es ist w_1 und w_2 zu ermitteln. Bei der Darstellung dieser Curven kommt noch eine bemerkenswerthe Eigenschaft zur Verwendung. Die Ent-

fernungen je zweier beliebigen gleichen Ordinaten von der grössten Ordinate stehen in dem constanten Verhältniss $p : q$, wenn es sich um ächte Parabinomialcurven handelt. (Ueber ihre Beschreibung vergl. auch Verschaffelt (Berichte der Deutschen Botanischen Gesellschaft. 1895. Bd. XIII. Heft 8. p. 348, ferner A. Cournot, K. Pearson l. c.). Man kann die Curve daher auch erhalten, indem man die Ordinaten im Verhältniss der Coëfficienten eines gewöhnlichen Binoms (für $p = q$) wählt, rechts von der Ordinate aber eine andere Abscisseneinheit nimmt, die gleich $\frac{p}{q}$ mal der links gewählten ist.

Verschaffelt hat solche Curven bei der Variation des Zuckergehaltes der Zuckerrüben, der Dimensionen eines Epheublattes gefunden. Die Ursachen der unsymmetrischen Variation sind von Fall zu Fall verschieden. Sind dieselben ihrer Qualität nach bekannt, so kann das Verhältniss $\frac{p}{q}$ über ihre quantitativen Eigenschaften näheren Aufschluss geben. In dieser Hinsicht ist eine Gruppe asymmetrischer Variationscurven von besonderem Interesse, welche — selbst fern vom Beobachtungsort — einen Einblick in die Sexualverhältnisse des betreffenden Individuums gestatten. Es sind dies die numerischen Variationscurven, welche sich auf die Zahl der Früchte im Fruchtstand oder der Samen in der Frucht beziehen. Unter den günstigsten Bestäubungsverhältnissen eines Individuums, wo bei reichlichem Insectenbesuch alle Ovula des Fruchtknotens bestäubt werden und zur Entwicklung kommen, wird die Variationscurve der Samenzahl eine normale Binomialcurve sein. Unter weniger günstigen Verhältnissen wird jedoch ein Theil der Samenanlagen abortiren, die höheren Zahlen werden dann spärlicher vertreten sein, als es die symmetrische Variationscurve der betreffenden Species erheischt, der absteigende Ast der Curve wird dabei um so steiler, je dürftiger die Bestäubungsaussichten für die betreffenden Individuen sind. Bleibt während der Blütezeit die Ungunst der Befruchtungsverhältnisse constant, so werden Parabinomialcurven entstehen, deren Verhältniss $\frac{p}{q}$ eben ein Mass für diese Ungunst abgibt. Man vergleiche in dieser Beziehung die Variationscurve von *Helleborus foetidus* im Botanischen Centralblatt. Bd. LXXI. 1897. (p. 263. Fig. 5), die dort einer anderen Eigenthümlichkeit wegen behandelt wurde. Die Pflanze blühte in den Tagen des Vorfrühlings in meinem Garten, wo der Insectenbesuch noch ein dürftiger war. (Kreuzbefruchtung fand statt.) Ein weiteres instructives Beispiel liefert ein Exemplar von *Indigofera australis*, deren Hülsen und Samen mein Freund J. G. O. Tepper in Norwood in Süd-Australien kürzlich zählte. Die Zahl der Samen waren bei 178 Hülsen eines im Garten gezogenen Bäumchens die folgenden:

3	4	5	6	7	8	9	10	11	per Hülse bei bezw.
1	2	8	13	22	45	63	23	1	Hülsen.

Mittel $M = 8,15$ oder rund $= 8$. Für die Wahrscheinlichkeitscurve (vgl. Fig. 5 C) ergibt sich die folgende Vertheilung:

3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
—	1	6	19	38	48	38	19	6	1

($q = 1,44$, $w = 0,97$, $\frac{w}{M} = 0,12$). Die Construction ergibt,

dass in der Beobachtungcurve $\frac{P}{q}$ constant und zwar nahezu

$= \frac{2}{1}$ ist. Der Gipfel (bei 9) derselben liegt rechts von dem der

symmetrischen Binomialcurve (bei 8,15). Berechnet man unter Zu-

grundelage des Verhältnisses $\frac{P}{q} = 2$ aus der Binomialcurve die

entsprechende Parabinomialcurve (Fig. 5 B), so ergibt sich deren

Uebereinstimmung mit der Beobachtungcurve (Fig. 5 A). Die

Parabinomialcurve ermöglicht ein Urtheil über das Verhältniss

der befruchteten und unbefruchteten oder abortirten Ovula und

lässt im vorliegenden Fall auf Ungunst der Sexualverhältnisse

schliessen. In der That sagt Tepper, dass das Individuum

isolirt gestanden und auf autogame Befruchtung angewiesen war.

Die Parabinomialcurve ist hier zwar nur von individueller Be-

deutung, gibt aber über die Bestäubungsverhältnisse des Individuums

Aufschluss. Die aus dem Mittel $M = 8,15$ und $w = 0,97$ be-

rechnete Wahrscheinlichkeitscurve gibt aber auch hier Aufschluss

über den Verlauf der Samenbildung bei der unter günstigen

Verhältnissen befindlichen Species.

(Schluss folgt.)

Zeiss' neues Vergleichsspectroskop.

Von

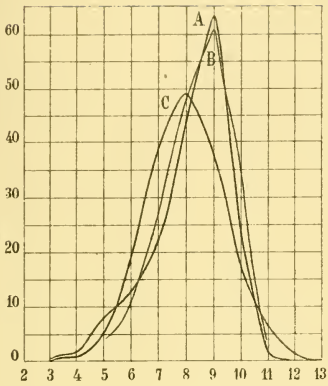
F. G. Kohl.

Seitdem die Botaniker sich mehr und mehr mit den Pflanzenfarbstoffen beschäftigen, seitdem man besonders dem Chlorophyll, seinen Begleitern und Derivaten eine gesteigerte Aufmerksamkeit zu Theil werden lässt, gehört das Spectroskop zu den unentbehrlichen Forschungshilfsmitteln des Pflanzenphysiologen. In den physikalischen und chemischen Laboratorien, sowie in medicinischen Kliniken trifft man am häufigsten den Steinheil'schen Spectralapparat von bekannter Construction an, meist ausgestattet mit der hunderttheiligen Bunsenscala, mitunter begegnet man auch, aber im Allgemeinen seltener, Spectroskopen, bei denen das Spectrum am Fadenkreuz vorübergeführt und durch eine meist doppelte Ablesung jeder Punkt des Spectrums genau definirt werden kann. Endlich sind auch seit geraumer Zeit Mikrospectralapparate im Gebrauche, an welchen ein kleines Spectrum in das Gesichtsfeld des Mikroskopes geworfen wird. Bei allen diesen Apparaten pflegt die Einschaltung eines Prismas vor dem Spalt ein Vergleichsspectrum zu erzeugen. Ich gehe

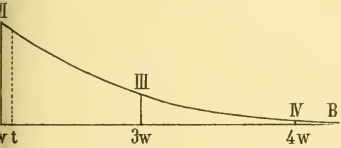
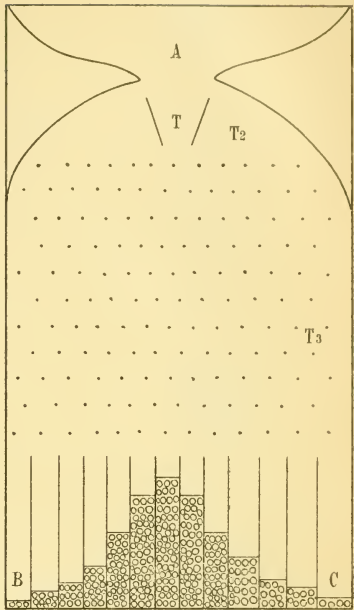


7

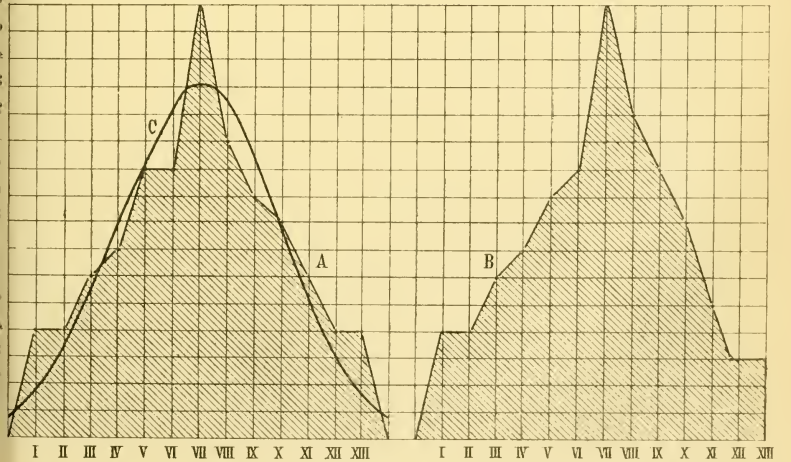
5



6



8



ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Botanisches Centralblatt](#)

Jahr/Year: 1898

Band/Volume: [73](#)

Autor(en)/Author(s): Ludwig Friedrich

Artikel/Article: [Die pflanzlichen Variationscurven und die Gauss'sche Wahrscheinlichkeitscurve. \(Fortsetzung.\) 343-349](#)