

## Die Variation der Blattspreite bei *Cytisus laburnum* L.

Von

Paul Vogler (St. Gallen).

Mit 12 Abbildungen im Text.

Bei Messungen der Blattspreiten von *Vaccinium vitis idaea*, *Vaccinium myrtillus* und *Myrtus communis* hatte G. Ritter 1907<sup>1)</sup> für die Länge der Blätter mehrgipfelige Kurven erhalten, deren Gipfel angenähert auf den 10fachen Werten der Quadratwurzeln aus den Haupt- und Nebenzahlen der „Fibonaccireihe“ lagen. Da bekanntlich sogenannte „Fibonaccikurven“ in sehr zahlreichen Fällen<sup>2)</sup> für die Variation der Anzahl gleichwertiger Organe im Pflanzenreich nachgewiesen sind, so lag der Schluß nahe, für die Mehrgipfligkeit und die Lage der Gipfel bei den Blattkurven dasselbe Erklärungsprinzip anzunehmen, wie es Ludwig für die andern Fälle versuchte, nämlich eine Vermehrung der Organanlagen nach dem Schema des Fibonacci.

Ritter schließt denn auch in der Tat aus der diskontinuierlichen Variation und der Lage der Gipfel der Kurven für die Länge der Blattspreite, es sei für die Einheit der Blattfläche eine Anlage anzunehmen, die sich vermehrt nach dem Schema des Fibonacci. Unter dieser Voraussetzung müßte man für die Blattflächen Kurven erhalten, deren Gipfelwerte sich erhalten wie die Haupt- und Nebenzahlen der Fibonaccireihe, für die einzelnen Dimensionen dagegen wie die Quadratwurzeln aus diesen.

Früher war ich noch vollständig überzeugt von der Richtigkeit der Ludwigschen Erklärung für das Zustandekommen der

<sup>1)</sup> Ritter, G., Beiträge zur Physiologie des Flächenwachstums der Pflanzen. (Beihefte zum botan. Centralblatt. Bd. XXII. Abt. II. 1907. 317—330.)

<sup>2)</sup> Vergl. namentlich die zahlreichen Arbeiten von Ludwig im botan. Centralblatt. Eine ausführliche Zusammenstellung der Literatur zu dieser Frage findet sich in meiner Arbeit: Probleme und Resultate variationsstatistischer Untersuchungen an Blüten und Blütenständen. (Jahrbuch 1910 der St. Gallischen Naturwissenschaftl. Gesellschaft. St. Gallen 1911.)

„Fibonaccikurven“ bei Kompositen, Umbelliferen etc., und so leuchtete mir auch die Erklärung Ritters ein, zumal mir ein reiches Untersuchungsmaterial an Blättern von *Vinca minor* zur Verfügung stand, das, wenn man die Ausführungen Ritters in einem Punkte etwas modifizierte, mit seinen Ergebnissen im Prinzip übereinzustimmen schien. Auch ich glaubte in meiner Publikation<sup>1)</sup> für einen neuen Einzelfall den exakten Beweis geführt zu haben, „daß einer bestimmten Flächeneinheit des Blattes eine Anlage entspreche und diese Anlage sich nach dem Schema des Fibonacci vermehre“.

Noch im gleichen Jahre mit meiner Publikation (1908) erschien dann eine größere zusammenfassende Arbeit von Ritter<sup>2)</sup>, in der er seine Hypothese noch weiter ausbaute, indem er sie auch ausdehnte auf das Längen- und Körperwachstum im Pflanzenreich. Für uns kommen von seinen Schlußsätzen hauptsächlich in Betracht die beiden letzten: „Um das Zustandekommen der gesetzmäßigen Variation zu verstehen, ergibt sich die Notwendigkeit der Annahme kleinster lebender Individualitäten, die die gesamte lebende Substanz aufbauen. Auf deren gesetzmäßiger, einfachen, im Zahlenverhältnis des Fibonacci geschehenden, in der Natur auch tatsächlich beobachteten Vermehrung würde dann das organische Wachstum beruhen.“

„Zur Erklärung der Wertigkeit der Klassenzahlen bei Längen-, Flächen- und Körperwachstum ist dann weiter einfachst anzunehmen, daß stets die Verteilung der „Einheiten“ im Laufe der Teilungen je eine gleiche, einheitliche bei den einzelnen Organen bleibt, wenn einmal erst die Anordnung in der Organanlage durch organische Kräfte geschehen ist. So ergeben sich ja die direkten Fibonaccizahlen, so auch ihre Quadratwurzeln und Kubikwurzeln, infolge des dadurch bedingten, je nach ein, resp. zwei und drei Dimensionen in gleichem Rhythmus statthabenden Wachstums.“

Das Zahlenmaterial, auf das Ritter diese weittragenden Schlüsse basierte, war allerdings verhältnismäßig gering; namentlich erscheint mir die jeweils gemessene Anzahl von Blättern und Früchten sehr klein. (Das gilt in erhöhtem Maße noch für die Angaben in einer späteren Arbeit Ritters<sup>3)</sup> vom Jahre 1909.) Ferner stimmte mich etwas kritisch der Umstand, daß Ritter bei allen seinen Messungen keine Rücksicht genommen hatte auf das Verhältnis von Länge zu Breite der Blätter, das doch das Resultat, wie ich in meiner *Vinca*-Arbeit ausführte, stark beeinflussen muß. Sollte es am Ende nicht doch möglich sein, daß es sich bei den Ritterschen und meinen Untersuchungen um ein Zufallsresultat handelte?

<sup>1)</sup> Vogler, P., Variationsstatistische Untersuchungen an den Blättern von *Vinca minor* L. Ein Beitrag zur Theorie des Flächenwachstums der Blätter. (Jahrbuch der naturw. Gesellschaft St. Gallen pro 1907. p. 1—31. St. Gallen 1908.)

<sup>2)</sup> Ritter, G., Das normale Längen-, Flächen- und Körperwachstum der Pflanzen. (Beihefte zum botan. Centralblatt. Bd. XXIII. Abt. I. 1908. p. 273—319.)

<sup>3)</sup> Ritter, G., Über diskontinuierliche Variation im Organismenreich. (Beihefte zum botan. Centralblatt. Bd. XXV. Abt. I. 1909. p. 1—29.)

Das war der Grund, warum ich mich nochmals an eine exakte Nachprüfung des Problems machte; und zwar gedachte ich, ein möglichst einfaches Material aufgrund möglichst zahlreicher Messungen zu untersuchen. So begann ich bereits im Sommer 1908 mit Messungen an den Blattspreiten von *Cytisus laburnum*.

Dieser Strauch erschien mir besonders darum sehr geeignet für solche Untersuchungen, weil die Spreiten seiner Blätter sehr einfach und regelmäßig gebaut sind und weil hier, im Gegensatz zu *Vinca*, die Möglichkeit gegeben war, sehr zahlreiche Blätter eines Exemplars zu messen; mit anderen Worten, ein genotypisch einheitliches Material als Ausgangspunkt zu nehmen.

Schon die ersten 200 Messungen ergaben zwar eine mehrgipflige Variationskurve, aber die Gipfel lagen keineswegs auf den zehnfachen der Quadratwurzeln aus den Fibonaccizahlen, so daß also sicher kein so einfaches Resultat zu erwarten war, wie Ritter es bei anderen Pflanzen gefunden.

Es war also vorauszusehen, daß eine sehr große Anzahl von Messungen nötig würde; eine Anzahl, die mir der kleine Strauch, an dem ich meine Messungen begonnen und an dem unter dem Einfluß von Insekten ein Teil der Blätter plötzlich zu erkranken begann, nicht liefern konnte. Ich dehnte also meine Messungen auf einen zweiten, größeren Strauch aus und erhielt sofort ein unerwartetes Resultat.

Die Spreiten der Blätter dieses zweiten Strauches waren durchweg relativ schmaler als die des ersten. Damit war ein neues Problem gegeben, das mir wichtig genug schien, ihm vorläufig meine ganze Aufmerksamkeit zu widmen. Woher kommt diese Verschiedenheit? Handelt es sich hier um zwei verschiedene Varietäten von *Cytisus laburnum*, oder ist der Unterschied in den Blättern nur bedingt durch äußere Bedingungen? Also verschiedene Genotypen oder nur Phänotypen?

Unterdessen war ich durch Untersuchungen anderer Art sogar gegenüber dem Ludwigschen Erklärungsversuch für das Zustandekommen von Fibonaccikurven bei Blütenständen etc. skeptisch geworden, und wenn mir der Nachweis der Unzulänglichkeit desselben dort<sup>1)</sup> gelingen sollte, so sank die Wahrscheinlichkeit für die Richtigkeit der Ritterschen allgemeinen Hypothese auf ein Minimum. So trat das neue Problem entschieden in den Vordergrund des Interesses, und so wurde denn auch diese Frage weiterhin hauptsächlich verfolgt; das Material mußte aber schließlich doch dazu geeignet sein, die Frage, von der die Untersuchung eigentlich zuerst angeregt wurde, zu entscheiden.

So allgemein formuliert: Repräsentieren die beiden Stöcke von *Cytisus laburnum* zwei verschiedene Genotypen oder nur Phänotypen? wäre natürlich die Frage einer Lösung auf anderem als experimentellem Wege nicht zugänglich. Die Variationsstatistik kann ja nur die Verschiedenheit und den Grad der Verschiedenheit

<sup>1)</sup> Ich glaube, daß mir dieser Nachweis dann gelungen ist in meiner Arbeit: Resultate und Probleme etc.

feststellen, niemals das Warum? derselben. Es handelt sich also für mich, da mir das Experiment aus äußeren Gründen nicht zugänglich war, um eine für meine Untersuchungen geänderte Fragestellung.

Ich kam zu folgender Formulierung meiner Aufgabe:

1. Wie variiert an einem Strauch die Blattspreite nach Länge, Breite und Verhältnis dieser beiden Dimensionen einerseits des Endblättchens, andererseits des Seitenblättchens?
2. Wie verhalten sich diese Werte in aufeinanderfolgenden Jahren?
3. Wie verhalten sich diese Werte bei Untersuchung einer größeren Anzahl von Sträuchern?

Je nach der Antwort, die sich auf diese drei Fragen ergibt, wird es möglich sein, mit größerer oder geringerer Wahrscheinlichkeit auch die Frage: Genotypus oder Phänotypus? zu entscheiden.

4. Lassen sich die auftretenden mehrgipfeligen Kurven für Länge und Breite der Blätter erklären auf Grund der Hypothesen von Ludwig und Ritter?

\*       \*       \*

Es ist selbstverständlich, daß für vergleichende Untersuchungen vorliegender Art nur ausgewachsene Blätter berücksichtigt werden dürfen. Da bietet nun *Cytisus* den großen Vorteil, daß die dunkelgrünen, ausgewachsenen Blätter sich scharf abheben von den etwa später entfalteteten, noch nicht vollständig entwickelten.

Die Sammlung der zu messenden Blätter geschah im übrigen ohne Wahl, indem einfach von verschiedenen Ästen des Strauches möglichst sämtliche, nicht verdorbenen Blätter sukzessive gemessen wurden, ohne Unterscheidung zwischen Kurz- und Langtrieben. Ich pflückte jeweils nur soviel Blätter auf einmal ab, als ich in der mir zur Verfügung stehenden Zeit sofort messen konnte, so daß also nie verwelkte Blätter zur Messung kamen. Gemessen wurde jeweils das Endblättchen und eins der Seitenblättchen, ohne Rücksicht auf eventuelle Größenunterschiede zwischen den beiden Seitenblättchen.

Die Messungen wurden in gleicher Weise vorgenommen wie seinerzeit bei den Blättern von *Vinca minor*. Mit einem Objektträger oder sonst einer Glasplatte wurden die frischen Blättchen auf Millimeterpapier leicht angedrückt, wobei sich größte Länge — inklusive Stiel — und größte Breite mit Leichtigkeit auf 1 mm genau ablesen ließen.

Das so erhaltene Material ergab dann große Tabellen für Länge und Breite, die jeweils die Grundlage für alle weiteren Berechnungen bildeten. Es wäre natürlich in der mir zur Verfügung stehenden Zeit technisch unmöglich gewesen, alle notwendigen Berechnungen direkt auf den Millimetermessungen aufzubauen. Ich war darum gezwungen, für die drei ersten Hauptkapitel meiner Publikation mit einem größeren Maßstab zu arbeiten.

Als solchen Maßstab wählte ich für Länge und Breite zur Einheit 5 mm. Einen Moment nur machte mir die Frage Schwierigkeiten, welche 5 mm meines Rohmaterials als 1., 2., 3. u. s. w. Halbzentimeter zu betrachten seien. Da wir bei Messungen als 13 mm lang z. B. alle jene Blättchen bezeichnen, die zwischen  $12\frac{1}{2}$  und  $13\frac{1}{2}$  mm liegen, so ergibt sich als natürliche Konsequenz, daß wir als 5 Halbzentimeter rechnen die Längen zwischen  $2\frac{1}{4}$  und  $2\frac{3}{4}$  cm, mit andern Worten: Was unter  $2\frac{1}{2}$  mm liegt, bekommt im Halbzentimetermaßstab die Maßzahl 0, was über  $2\frac{1}{2}$  mm bis  $5\frac{1}{2}$  mm liegt die Maßzahl 1 u. s. w. Ich mußte also in die Halbzentimeterklassen jeweils zusammenfassen diejenigen 5 mm-Messungen, deren Mittelpunkt die 5, 10, 15 u. s. w. bilden. 3—7 mm = 1. Halbzentimeterklasse, 8—12 = 2 cm/2, 13—17 = 3 cm/2 u. s. w.

Daß übrigens dieses Arbeiten mit größeren Klassen als Einheit das Resultat nicht wesentlich beeinflußt, beweisen folgende zwei Beispiele: Für die Länge des Endblättchens vom Strauch I 1908 erhalte ich bei Berechnung aus den genauen Millimetermessungen als Mittelwert: 42,778 mm; aufgrund der 5 mm-Klasse  $8,531 \pm 0,090 \frac{\text{cm}}{2}$  das macht auch  $42,655 \pm 0,450$  mm. Die Abweichung beträgt also nur ca. den 4. Teil des „mittleren Fehlers“ des Mittelwertes. Ganz ähnlich ist das Resultat für die Breite des Endblättchens des Strauches II 1908. Aufgrund des mm-Maßstabes Mittelwert = 19,685 mm, auf grund des cm/2-Maßstabes =  $3,944 \pm 0,044 \frac{\text{cm}}{2}$  =  $19,720 \pm 0,220$  mm. Erwähnt werden muß hier noch, daß im 4. Kapitel natürlich mit dem Millimetermaßstab gearbeitet wurde.

Den Längen-Breitenindex, die Größe 10 L.:Br., berechnete ich überall aufgrund der Millimetermessungen.

Die Konstanten, durch die die Variationskurven charakterisierbar sind und die wir brauchen, um die verschiedenen Ergebnisse miteinander vergleichen zu können, wurden überall erhalten, nach den von Johannsen: Elemente der exakten Erblchkeitslehre, Jena 1909, angegebenen Methoden. Es wurden berechnet:

- $M$  = Mittelwert,
- $\sigma$  = Standardabweichung,
- $m$  = mittlerer Fehler,
- $v$  = Variationscoefficient,
- $S$  = Schiefheit der Kurve,
- $E$  = Exzeß.

Über Bedeutung dieser Konstanten siehe a. a. O.

Zur graphischen Darstellung der Variation ist zu bemerken, daß ich klarere Bilder erhielt, wenn ich die Kurven so konstruierte, wie sie sonst für diskrete Varianten angewendet werden, indem ich nur die Klassenmittelpunkte fixierte und sie jeweils direkt miteinander verband. Die kleine Ungenauigkeit, die sich daraus namentlich für die Gipfelklassen ergibt, wird durch die bessere Übersichtlichkeit mehr als aufgehoben.

## I. Die Variation der Blattspreite am einzelnen Strauch.

Um eine feste Grundlage für die weiteren vergleichenden Untersuchungen zu haben, müssen wir in erster Linie im Klaren sein über die Variation der Blattspreite eines Strauches. Ich habe darum im Jahre 1908 von zwei verschiedenen Sträuchern je 1000 Endblättchen nebst den zugehörigen Seitenblättchen gemessen. Dazu kamen dann 1909 noch 750 gleiche Messungen an einem dritten Strauch. Das dürfte genügen, um ein zuverlässiges Bild zu erhalten von der Verschiedenheit der Spreiten an einem gegebenen Individuum von *Cytisus laburnum* in einem bestimmten Zeitpunkt.

### Strauch I.

a) **Endblättchen:** In Halbzentimeterklassen eingeteilt erhalten wir folgende Korrelationstabelle:

cm/2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Breite Total
1	9	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	11
2	1	19	36	9	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	67
3	—	—	26	64	55	25	5	—	—	—	—	—	—	—	175
4	—	—	—	2	38	71	91	69	14	1	—	—	—	—	286
5	—	—	—	—	—	3	15	72	109	58	15	—	—	—	272
6	—	—	—	—	—	—	—	1	6	32	70	19	1	—	129
7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3	21	33	9	56
8	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	2	4
Breite Total	10	21	62	75	95	99	111	<u>142</u>	129	91	88	40	26	11	1000

Die Kurve für die Länge ist, wie Figur 1 zeigt, eingipflig mit Gipfel auf  $9 \text{ cm}/_2 = 45 \text{ mm}$ . Als Konstanten dieser Kurve erhalten wir: Mittelwert  $= 8,53 \pm 0,090 \frac{\text{cm}}{2} = 42,655 \pm 0,450 \text{ mm}$ . Standardabweichung ( $\sigma$ )  $= \pm 2,848 \text{ cm}/_2 = 14,240 \text{ mm}$ . Variationscoefficient  $= 33,5$ . Schiefheit  $= -0,041$ . Exzeß  $= -0,624$ . Besonders hinzuweisen ist auf den verhältnismäßig großen negativen Exzeß, der zeigt, daß es sich hier nicht um eine reine Binominalkurve handelt; das  $-0,624$  ist ein deutlicher Ausdruck dafür, daß die mittleren Abweichungen relativ zu große Frequenzen besitzen, also eine Andeutung einer versteckten Zweigipfligkeit der Kurve.

Die Kurve für die Breite erscheint ebenfalls eingipflig mit Gipfel auf  $4 \text{ cm}/_2 = 20 \text{ mm}$ .

Als Konstanten erhalten wir:  $M = 4,372 \pm 0,042 \text{ cm}/_2 = 21,860 \pm 0,210 \text{ mm}$ .  $\sigma = \pm 1,326 \text{ cm}/_2 = \pm 6,630 \text{ mm}$ .  $v = 30,3$ .  $S = -0,019$ .  $E = +0,096$ . Die Kurve weicht also nur unwesentlich von der Binominalkurve ab, worin aber kein Beweis liegt für die vollständige Einheitlichkeit des Materials.

Um die Zuverlässigkeit der Mittelwerte, auf die wir später vor allem unsere Vergleichen beziehen müssen, fest-

zustellen, berechne ich die Differenz und ihren mittleren Fehler für die Mittelwerte der ersten und zweiten 500 Messungen:

Für die Länge der Spreite erhalte ich so:

	$M$	$m$	$\sigma$	$v$
I. 500	8,940 $\pm$ 0,130 cm/2	$\pm$ 2,918 cm/2	32,6	
II. 500	8,122 $\pm$ 0,121 cm/2	$\pm$ 2,713 cm/2	33,4	
Differenz I—II 0,818 $\pm$ 0,177 cm/2.				

Für die Breite:

I. 500	4,556 $\pm$ 0,062 cm/2	$\pm$ 1,376 cm/2	30,2
II. 500	4,188 $\pm$ 0,056 cm/2	$\pm$ 1,247 cm/2	29,8
Differenz I—II 0,368 $\pm$ 0,083 cm/2.			

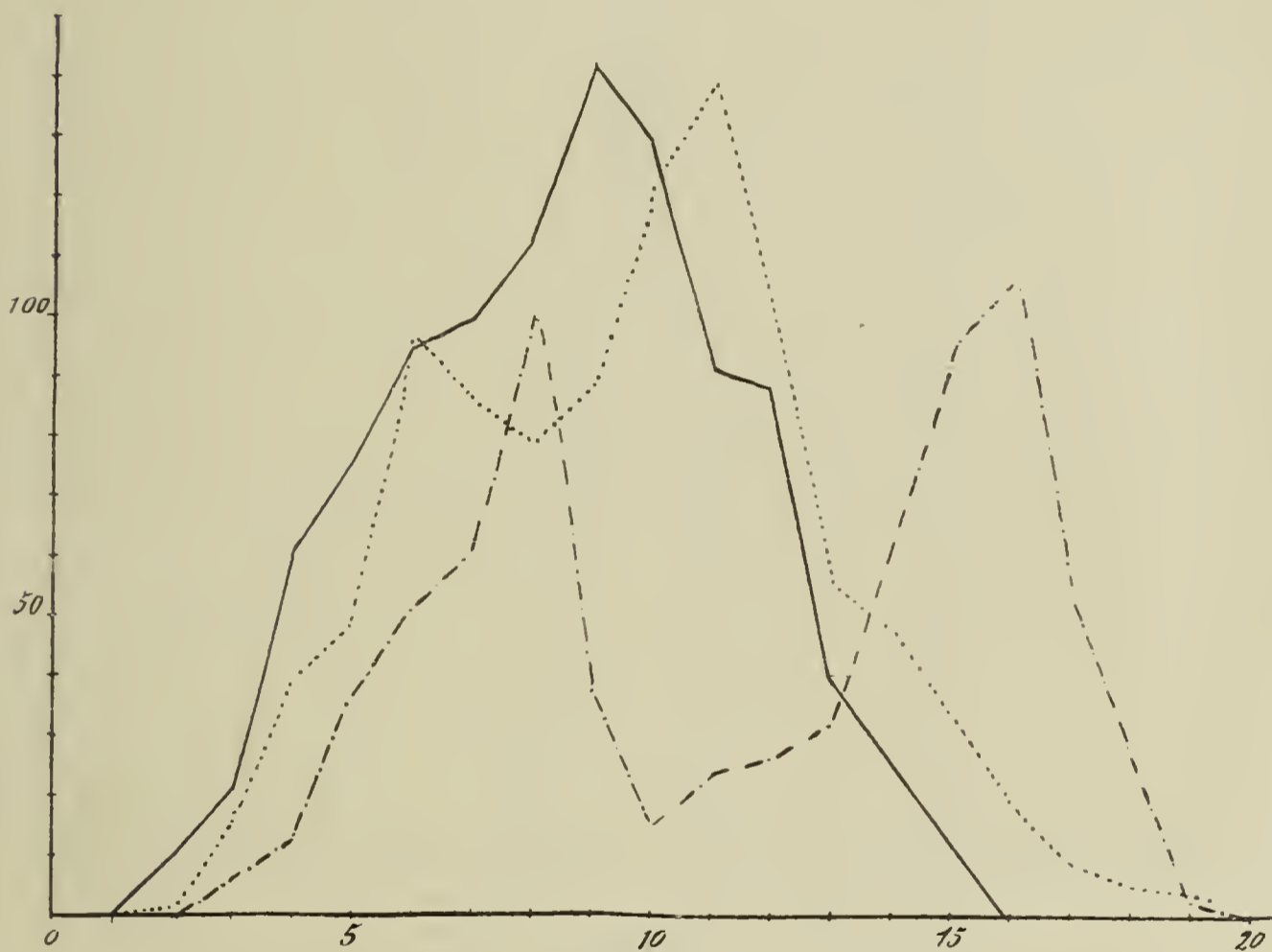


Fig. 1.<sup>1)</sup>

In Worten ausgedrückt heißt das:

An ein und demselben Strauch erhalten wir, wenn wir zweimal 500 Blätter miteinander vergleichen, eine tatsächliche Differenz der Mittelwerte, die für die Länge das 4,6-, für die Breite das 4,4-fache des berechneten mittleren Fehlers erreicht. Finden wir also anderswo bei Vergleichen eine Differenz, die nicht über diese Werte hinausgeht, so ist der Schluß auf eine Realität der Differenz nicht zulässig; sie kann trotz der Anzahl der Messungen noch eine zufällige sein.

Mehr Interesse als die Größe der Spreiten, die sich im absoluten Maß von L. und Br. ausdrückt, hat die Form der Spreite, als deren zahlenmäßigen Ausdruck wir hier, wo wir es mit einer sehr einfachen Form zu tun haben, den Wert 10 L.:Br. (10mal

<sup>1)</sup> Legende zu den Figuren siehe p. 437.

Länge, dividiert durch die Breite) betrachten dürfen. Dieser Längenbreitenindex, berechnet aus den Messungen mit dem Millimetermaßstab, ergibt folgende Variationskurve:

10 L. : Br.	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
Frequenz:	9	31	71	89	118	150	262	137	72	43	11	6	1

Figur 2 zeigt die eingipfelige Variationskurve in graphischer Darstellung; als Kurvenkonstanten ergeben sich:  $M = 19,344 \pm 0,066$   
 $\sigma = \pm 2,098$   $v = 10,9$   $S = -0,299$   $E = -0,258$ .

Also eine Kurve mit einem deutlichen negativen Exzeß und einer Andeutung von Schiefheit nach links.

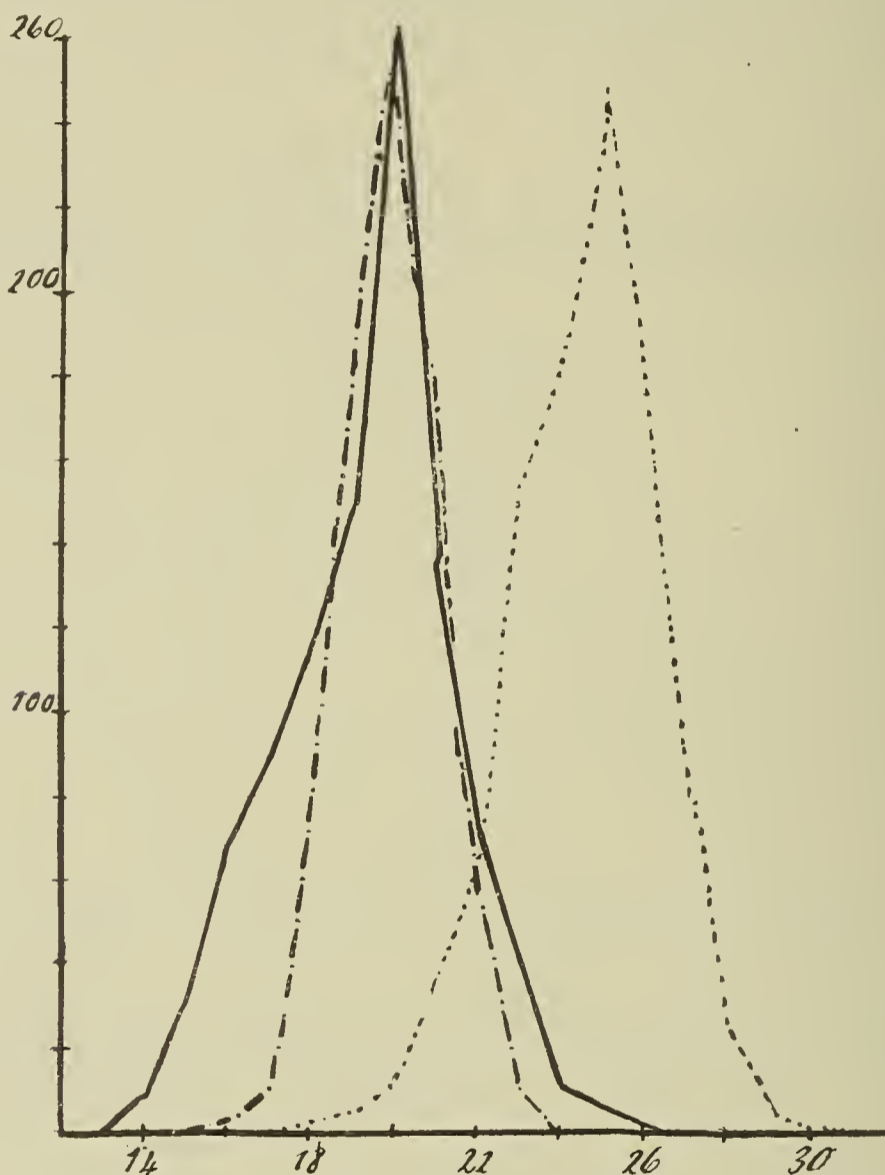


Fig. 2.

Vergleichen wir auch hier die ersten 500 Blätter mit den zweiten:

	$M$	$m$	$\sigma$	$v$
I. 500	$19,470 \pm 0,089$		$\pm 1,984$	10,2
II. 500	$19,218 \pm 0,098$		$\pm 2,199$	11,4
Differenz:	$0,252 \pm 0,132$			

Die tatsächliche Differenz erreicht also hier nicht ganz das Doppelte des mittleren Fehlers derselben.

Zur exakten Charakterisierung der Variation der Form des Blattes genügt aber die bloße Berücksichtigung der Variation von



10 L. : Br. nicht, wie aus folgenden Berechnungen hervorgeht. Wir bestimmen den Mittelwert von 10 L. : Br. für die verschieden langen Blätter, und zwar, um genügend große Zahlen zu erhalten, in Klassen von 1 cm (also in Doppelklassen unseres Halbzentimeter-Maßstabes).

Für diese Änderung von 10 L. : Br. mit zunehmender Länge erhalten wir folgende Zahlen:

L. in cm/2	3—4	5—6	7—8	9—10	11—12	13—14.
L. : Br.	16,5	17,9	19,2	20,3	20,5	20,1

(Graph. Darstellung in Figur 3.)

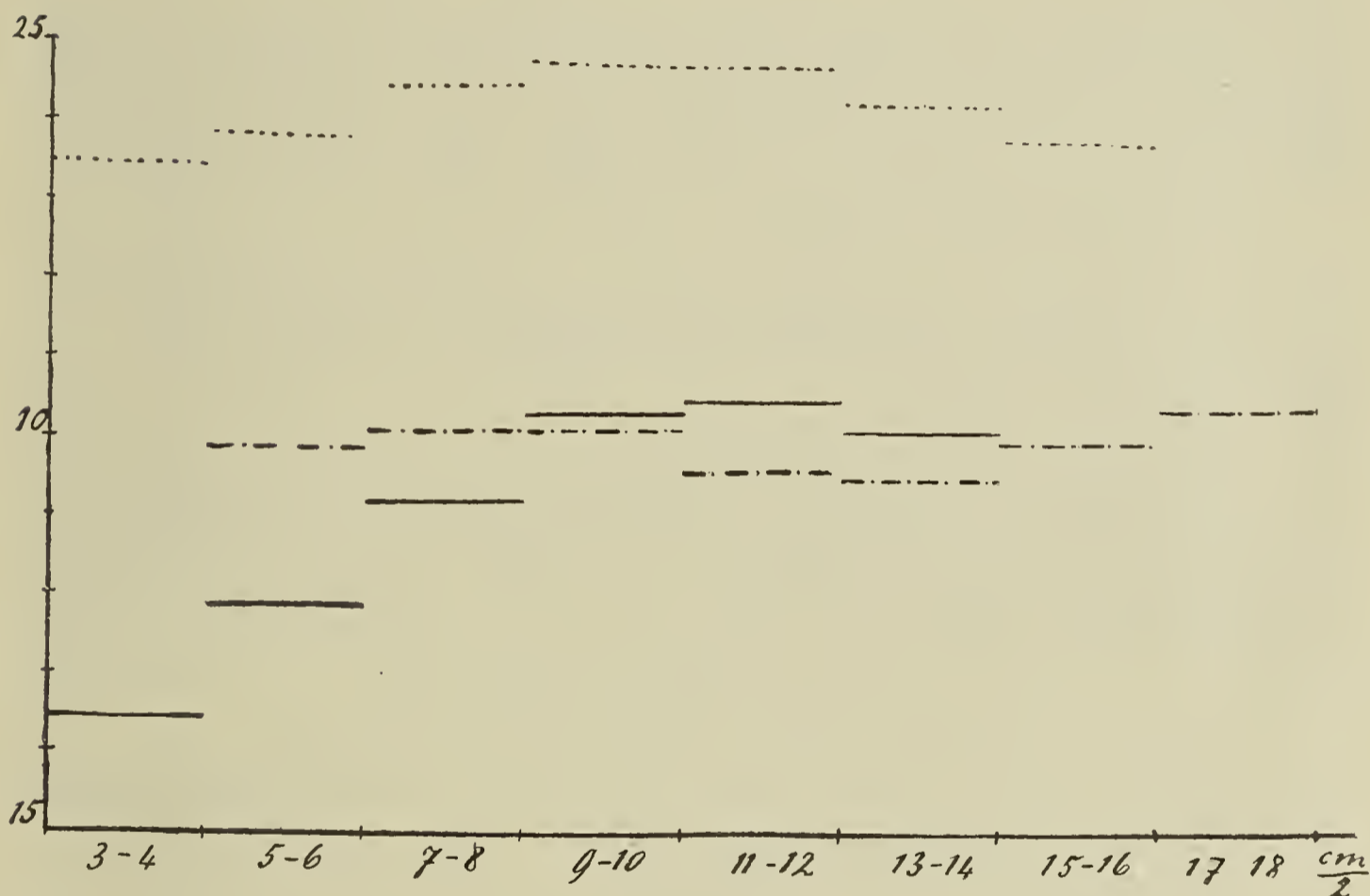


Fig. 3.

Mit der Blattlänge wächst also auch der Längenbreitenindex; d. h., die großen Blätter sind relativ schmaler als die kleinen; doch sind die allergrößten wieder etwas breiter. Daraus erklärt sich ohne weiteres das negative  $S$  in unserer 10 L. : Br.-Kurve.

Ferner folgt für zukünftige Vergleichen verschiedener Sträucher und Jahrgänge, daß die bloße Vergleichung der Werte der 10 L. : Br.-Kurve nur Näherungsergebnisse ergibt, solange man die Verschiedenheit der Länge nicht eingehend berücksichtigt.

Endlich sei noch angeführt der Korrelationscoefficient ( $v$ ), berechnet nach der Bravais'schen Formel (siehe Johannsen):

$$v = + 0,939.$$

Also ein sehr hoher Wert.

b) **Seitenblättchen:** Korrelationstabelle in  $\text{cm}/_2$ -Klassen.

$\text{cm}/_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	Breite
1	2	15	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	20
2	—	3	53	57	12	—	—	—	—	—	—	—	—	—	125
3	—	—	—	48	87	53	22	1	—	—	—	—	—	—	211
4	—	—	—	—	7	70	120	114	31	—	—	—	—	—	<u>342</u>
5	—	—	—	—	—	1	5	46	98	61	6	—	—	—	217
6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	10	36	14	2	—	62
7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	15	4	2	22
8	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	1
Länge	2	18	56	<u>105</u>	106	124	147	<u>161</u>	129	71	43	29	7	2	1000

Auch hier ist die Kurve für die Länge eingipfelig ( $8 \text{ cm}/_2$ ), aber mit einer einen zweiten Gipfel andeutenden scharfen Knickung auf  $4 \text{ cm}/_2$ . Hier kommt also die durch den großen negativen Exzeß angedeutete Zweigipfeligkeit auch direkt zum Ausdruck.

Konstanten der L.-Kurve:

$$M = 7,028 \pm 0,077 \text{ cm}/_2 = 35,140 \pm 0,385 \text{ mm. } \sigma = \pm 2,447 \text{ cm}/_2 \\ = \pm 12,235 \text{ mm. } v = 34,9. \quad S = \pm 0,153. \quad E = -0,513.$$

Die Kurve für die Breite ist ebenfalls eingipfelig mit nur sehr kleinen  $S$   $v$   $E$ .

Konstanten der Br.-Kurve:

$$M = 3,890 \pm 0,039 \text{ cm}/_2 = 19,450 \pm 0,195 \text{ mm. } \sigma = \pm 1,248 \text{ cm}/_2 \\ = \pm 6,240 \text{ mm. } v = 32,0. \quad S = \pm 0,018. \quad E = -0,123.$$

Auch hier mögen die Differenzen der 1. und 2. 500-Messungen angeführt sein:

$$\text{L. I.—II. 500 } 0,640 \pm 0,153 \text{ cm}/_2, \\ \text{Br. I.—II. 500 } 0,264 \pm 0,079 \text{ cm}/_2;$$

also das 4,2, bzw. 3,4 des mittleren Fehlers der Differenz erreicht auch hier die tatsächliche Differenz.

Für die Variation des Längenbreitenindex erhalten wir folgende Zahlen:

10 L. : Br.	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
Frequenz:	3	26	92	126	148	217	177	122	60	27	2

$$M = 17,924 \pm 0,060 \quad \sigma = \pm 1,911. \quad v = 10,7. \quad S = -0,069. \\ E = -0,51.$$

Die Differenz zwischen den beiden 500-Messungen ergab:

$$\text{I.—II. 500 } 0,416 \pm 0,102.$$

Die tatsächliche Differenz also etwas mehr als das 4fache des mittleren Fehlers.

Die Veränderung von 10 L. : Br. mit wachsendem L. drückt sich in folgenden Zahlen aus:

L.	3—4	5—6	7—8	9—10	11—12 $\text{cm}/_2$
10 L. : Br.	16,8	17,1	18,5	19,0	18,4.

Also wiederum ein langsames Ansteigen des Wertes 10 L. : Br. und zuletzt nochmals ein Abfallen.

$$\text{Korrelationscoefficient } v = \pm 0,932.$$

c) **Vergleichung der Endblättchen mit den Seitenblättchen.**

Diese Vergleichung soll auf die Hauptpunkte beschränkt sein. Wir konstatieren folgende Differenzen von Endbl.-Seitenbl.:

$$\begin{aligned} \text{Länge: } & 8,531 - 7,028 = 1,503 \pm 0,118 \text{ cm}/_2. \\ \text{Breite: } & 4,372 - 3,890 = 1,482 \pm 0,057 \text{ cm}/_2. \end{aligned}$$

Die Differenzen erreichen also das 13- bzw. 26-fache ihrer mittleren Fehler, sind somit sicher reell.

Die Endblättchen sind absolut größer als die Seitenblättchen; das ist die exakte Konstatierung einer Tatsache, die der Augenschein ohne weiteres lehrt.

Wichtiger ist die Differenz der Längen-Breitenindices; wir erhalten: Endbl.-Seitenbl. =  $19,344 - 17,924 = 1,420 \pm 0,089$ , d. h. die tatsächliche Differenz erreicht auch hier das 16 fache ihres mittleren Fehlers, während wir oben bei Vergleichung der beiden 500-Messungen für die Endblättchen kaum das Doppelte, für die Seitenblättchen allerdings das vierfache des Fehlers als wirkliche Differenz erhielten.

Somit erhalten wir: Im Mittel sind die Seitenblättchen breiter als die Endblättchen.

Nun ist aber zu berücksichtigen, daß wir überhaupt die kürzeren Blättchen breiter fanden als die längeren; es wäre also möglich, daß unsere gefundene Differenz herrührte von der Größendifferenz von End- und Seitenblättchen. Stellen wir aber die beiden Reihen für die Veränderung des 10 L.:Br. mit wachsendem L. einander gegenüber, so ergibt sich, daß mit Ausnahme der Klasse 3—4 cm/2, also der allerkleinsten Blättchen, die Zahlen für die Seitenblättchen konstant unter denen für die Endblättchen bleiben:

L.	3—4	5—6	7—8	9—10	11—12	13—14	cm/2
10 L. : Br.							
Endbl.	16,5	17,9	19,2	20,3	20,5	20,1	
Seitenbl.	16,8	17,1	18,5	19,0	18,4	—	

**Strauch II.**

Nach den etwas einläßlicheren Ausführungen zu allen Zahlen von Strauch I genügt hier im allgemeinen die Aufführung des Zahlenmaterials mit gelegentlichen kurzen Bemerkungen:

cm/2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Breite Total
1	1	15	9	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	25
2	—	2	31	46	41	4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	124
3	—	—	—	4	56	82	65	30	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	237
4	—	—	—	—	—	—	14	58	119	93	7	1	—	—	—	—	—	—	—	292
5	—	—	—	—	—	—	—	—	3	45	96	36	12	1	—	—	—	—	—	193
6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3	18	33	25	5	2	—	—	—	86
7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3	9	14	6	1	1	—	34
8	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	4	3	—	8
9	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1
Total Länge	1	17	40	50	97	86	79	88	122	138	106	55	48	35	19	9	5	4	1	1000

Länge:  $M = 9,636 \pm 0,104 \text{ cm}/_2 = 45,180 \pm 0,520 \text{ mm}$ .  
 $\sigma = \pm 3,277 \text{ cm}/_2 = \pm 16,385 \text{ mm}$ .  $v = 34,0$ .  $S = + 0,11$ .  
 $E = - 0,42$ .

Hier entspricht nun dem großen negativen  $E$  auch eine deutliche Zweigifligkeit der Kurve. (Fig. 1.)

I. 500—II. 500  $M = 9,618 - 9,654 = - 0,036 \pm 0,182 \text{ cm}/_2$ .

Breite:  $M = 3,944 \pm 0,044 \text{ cm}/_2 = 19,720 \pm 0,220 \text{ mm}$ .  
 $\sigma = \pm 1,396 \text{ cm}/_2 = \pm 4,980 \text{ mm}$ .  $v = 35,4$ .  $S = + 0,298$ .  
 $E = - 0,006$ .

I. 500—II. 500  $M = 3,860 - 3,996 = 0,136 \pm 0,086 \text{ cm}/_2$ .

10 L.: Br.: Aus der Millimeter-Tabelle berechnen wir folgende Zahlenreihe:

10 L.: Br.:	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Frequenz:	3	6	13	36	65	157	189	250	169	80	25	5	2

(Fig. 2)

$M = 24,470 \pm 0,057$ .  $\sigma = \pm 1,798$ .  $v = 7,35$ .  $S = - 0,36$ .  
 $E = + 0,48$ .

I. 500—II. 500  $M = 0,696 \pm 0,111$ .

Die Differenz erreicht also hier mit sechsmal  $m$  einen recht großen Wert.

Veränderung des 10 L.: Br. mit wachsendem L.:

L.	3—4	5—6	7—8	9—10	11—12	13—14	15—16	cm/2
10 L.: Br.	23,5	23,9	24,5	24,8	24,8	24,4	23,9	(Fig. 3.)

Korrelationskoeffizient:  $v = + 0,92$ .

b) Seitenblättchen: Korrelationstabelle.

cm/2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	Total-Breite
1	3	15	36	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	56
2	—	—	21	74	67	7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	169
3	—	—	—	4	48	90	78	27	—	—	—	—	—	—	—	—	247
4	—	—	—	—	—	1	14	112	124	45	4	—	—	—	—	—	<u>300</u>
5	—	—	—	—	—	—	—	—	7	69	63	12	—	—	—	—	151
6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	26	25	5	—	—	57
7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	7	5	2	16
8	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	3	4
Total-Länge	3	15	57	80	<u>115</u>	98	92	<u>139</u>	131	114	68	38	27	12	6	5	1000

Länge:  $M = 7,655 \pm 0,091 \text{ cm}/_2 = 38,275 \pm 0,455 \text{ mm}$ .  
 $\sigma = \pm 2,884 \text{ cm}/_2 = \pm 14,420 \text{ mm}$ .  $v = 37,6$ .  $S = - 0,07$ .  
 $E = - 0,43$ .

I. 500—II. 500  $M = 7,708 - 7,602 = 0,106 \pm 0,182 \text{ cm}/_2$ .

Breite:  $M = 3,576 \pm 0,043 \text{ cm}/_2 = 17,880 \pm 0,215 \text{ mm}$ .  
 $\sigma = \pm 1,354 \text{ cm}/_2 = \pm 6,770 \text{ mm}$ .  $v = 37,8$ .  $S = 0,24$ .  $E = - 0,07$ .

I. 500—II. 500  $M = 3,548 - 3,604 = - 0,056 \pm 0,089 \text{ cm}/_2$ .

10 L.: Br.: Gefundene Zahlenreihe:

10 L.: Br.:	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
Frequenz:	1	4	4	15	34	68	137	259	242	158	58	13	7

Vogler, Die Variation der Blattspreite bei *Cytisus laburnum* L. 403

$M = 21,333 \pm 0,054.$   $\sigma = \pm 1,707.$   $v = 8,01.$   $S = 0,35.$   
 $E = + 0,93.$

I. 500—II. 500  $21,674 - 20,996 = 0,678 \pm 0,105.$

Also die tatsächliche Differenz wiederum mehr als das 6fache des mittleren Fehlers.

Veränderung von 10 L.:Br. mit wachsendem L.:

L.:	3—4	5—6	7—8	9—10	11—12	13—14
L.:Br.:	20	20,8	21,8	22,1	21,7	21,4

Korrelationscoefficient:  $v = + 0,932.$

**c) Vergleichung der Endblättchen mit den Seitenblättchen.**

Differenzen der Mittelwerte: Endbl.-Seitenbl.

L.:	9,636	—	7,655	=	+ 1,981	$\pm 0,138$
Br.:	3,944	—	3,576	=	+ 0,368	$\pm 0,063$
10 L.:Br.:	24,470	—	21,333	=	+ 3,137	$\pm 0,078$

Die tatsächliche Differenz bei 10 L.:Br. erreicht also hier das vierzigfache ihres mittleren Fehlers.

Eine Vergleichung der beiden Zahlenreihen für die Änderung von 10 L.:Br. mit wachsendem L. ergibt, daß die Seitenblättchen auf der ganzen Linie breiter sind als die Endblättchen.

**Strauch III.**

Die Messungen an Strauch I—II stammen vom Jahre 1908. Beides sind unmittelbar über dem Boden sich verzweigende Sträucher, nahe beieinander im Gebüsch des Gartens stehend. Zur Kontrolle der Resultate dieser Messungen wurde sodann im Jahre 1909 noch ein dritter Strauch untersucht, der als Bäumchen mit kugeliger Krone gezogen in einem anderen Teil des Gartens stand. Leider konnten nur 750 Blätter gemessen werden.

**a) Endblättchen: Korrelationstabelle.**

cm/2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	Total-Breite
1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1
2	6	13	15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	34
3	—	—	22	49	34	4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	109
4	—	—	—	3	27	91	20	4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	142
5	—	—	—	—	—	5	18	14	8	2	—	—	—	—	—	—	—	47
6	—	—	—	—	—	—	—	1	16	23	11	1	—	—	—	—	—	52
7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	21	49	42	17	—	—	—	130
8	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	11	53	85	42	6	—	197
9	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4	12	16	1	33
10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3	2	5
Total-L.	7	13	37	52	61	<u>100</u>	38	16	24	26	32	61	95	<u>106</u>	54	25	3	750

Länge: Die Kurve (Fig. 1) ist durch einen sehr tiefen Einschnitt bei 10 in zwei fast gleichwertige Hälften geteilt. Leider war es mir, da die Zusammenstellung der bei den Messungen ge-

fundenen Zahlen erst stattfinden konnte, als die Bäume bereits entlaubt waren, nicht mehr möglich, der Ursache dieser viel stärker als bei Strauch I und II ausgebildeten Zweigifligkeit nachzugehen. Ich vermute, diese Ursache liegt darin, daß die Scheidung zwischen Lang- und Kurztrieben an diesem stärker unter der Scheere gehaltenen Bäumchen eine viel schärfere ist als bei den beiden Sträuchern. Die langen Blätter gehören wahrscheinlich den Langtrieben, die kurzen den Kurztrieben an.

$$M = 11,588 \pm 0,156 \text{ cm}/_2 = 57,940 \pm 0,780 \text{ mm. } \sigma = \pm 4,277 \text{ cm}/_2 = \pm 21,385 \text{ mm. } v = 36,87. S = -0,184. E = -1,41.$$

Breite: Die Kurve ist ebenfalls zweiteilig.  $M = 5,652 \pm 0,078 \text{ cm}/_2 = 28,260 \pm 0,390 \text{ mm. } \sigma = \pm 2,130 \text{ cm}/_2 = \pm 10,650 \text{ mm. } v = 35,62. S = -0,051. E = -1,36.$

10 L.:Br.: Gefundene Zahlenreihe.

10 L.: Br.	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	
Frequ.:	1	10	72	187	255	154	58	11	—	1	1	(Fig. 2)

$$M = 19,932 \pm 0,045. \sigma = \pm 1,224. v = 6,2. S = 0,28. E = +0,78.$$

Veränderung von 10 L.:Br. mit wachsendem L.:

L.:	5—6	7—8	9—10	11—12	13—14	15—16	17—18	cm/2
10 L.: Br.:	19,9	20,1	20,1	19,6	19,5	20	20,4	(Fig. 3)

Die Änderung der Werte ist hier also sehr gering und weicht durch die Depression in der Mitte von den Verhältnissen von Strauch I und II vollständig ab (aber auch von dem Verhalten von Strauch III 1910, das wieder vollständig dem von I und II entspricht).

Korrelationscoefficient  $v = +0,979.$

b) **Seitenblättchen: Korrelationstabelle:**

cm/2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	Total Br.
1	8	12	9	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	29
2	—	—	36	66	31	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	133
3	—	—	—	7	78	47	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	<u>134</u>
4	—	—	—	—	—	8	15	11	6	—	—	—	—	—	—	—	40
5	—	—	—	—	—	—	—	—	17	5	—	—	—	—	—	—	22
6	—	—	—	—	—	—	—	—	5	22	38	23	6	—	—	—	94
7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8	100	100	34	—	—	<u>242</u>
8	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	12	32	9	1	55
9	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1
Total-L.	8	12	45	73	<u>109</u>	55	17	11	28	27	46	<u>124</u>	118	66	9	2	750

Länge: Zweigifflige Kurve:

$$M = 8,903 \pm 0,147 \text{ cm}/_2 = 44,515 \pm 0,735 \text{ mm. } \sigma = \pm 4,025 \text{ cm}/_2 = \pm 20,125 \text{ mm. } v = 45,2. S = -0,204. E = -1,566.$$

Breite: Zweigipflige Kurve:

$$M = 4,899 \pm 0,082 \text{ cm}/_2 = 24,495 \pm 0,410 \text{ mm. } \sigma = \pm 2,251 \text{ cm}/_2 \\ = \pm 11,255 \text{ mm. } S = -0,196. E = -1,85.$$

10 L.: Br.: Gefundene Zahlen:

10 L.: Br.:	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
Frequenz:	4	10	32	150	256	184	67	34	8	5

$$M = 18,289 \pm 0,049. \sigma = \pm 1,356, S = +0,718. E = +1,21.$$

Veränderung von 10 L.: Br. mit wachsenden L.:

L.	3—4	5—6	7—8	9—10	11—12	13—14	15—16	cm/2
10 L.: Br.	18,2	18,7	18,7	18,1	17,9	18,4	18,9	

### c) Vergleichung von End- und Seitenblättern.

Beide L.- und Br.-Kurven sind zweigipflig.

Differenzen der Mittelwerte:

$$\text{L.: } 11,588 - 8,903 = 2,685 \pm 0,214 \text{ cm}/_2$$

$$\text{Br.: } 5,652 - 4,899 = 0,753 \pm 0,113 \text{ cm}/_2$$

$$10 \text{ L.: Br.: } 19,932 - 18,289 = 1,643 \pm 0,066.$$

Die Werte von 10 L.: Br. der Endblätter bleiben ferner für jede Längenklasse über der der Seitenblättchen.

### Vergleichung der drei untersuchten Sträucher.

Auf die Frage, die den Untersuchungen dieses ersten Abschnittes zugrunde liegt: Wie variiert die Blattspreite eines Strauches?, erhalten wir erst eine Antwort, wenn wir die Resultate der Untersuchung mehrerer Sträucher miteinander vergleichen; denn das einzelne Resultat kann ein Zufallsresultat sein. Um alle Zufälligkeiten vollständig auszuschalten, genügt allerdings die getrennte Untersuchung dreier Sträucher auch noch nicht; doch hat das, was wir bei allen dreien übereinstimmend finden, schon einen ordentlichen Grad der Wahrscheinlichkeit.

Die Resultate sollen ja zudem nur vorläufige sein, die durch die Untersuchungen der folgenden Kapitel ergänzt und eventuell rektifiziert werden.

Wir beschränken unsere Vergleichung auf das Verhalten der Länge und des Längenbreitenindexes der Endblättchen, sowie auf die Differenzen dieser Werte zwischen End- und Seitenblättchen.

a) **Länge der Blättchen:** Die Variation ist in Figur 1 graphisch dargestellt; als Konstanten fanden wir:

	$M$	$m$	$\sigma$	$v$	$S$	$E$
I.	$8,531 \pm 0,090$	cm/2	$\pm 2,848$	cm/2	33,5	-0,04 - 0,62
II.	$9,636 \pm 0,104$	"	$\pm 3,277$	"	34,0	-0,11 - 0,42
III.	$11,588 \pm 0,156$	"	$\pm 4,277$	"	36,9	-0,18 - 1,41

Wir konstatieren zunächst an den Kurven, daß von I bis III eine Verschiebung nach rechts erfolgt; dies drückt sich auch deutlich aus in den Mittelwerten.

Als deren Differenzen erhalten wir:

$$I-II = -1,105 \pm 0,137 \text{ cm}/_2; II-III = -1,952 \pm 0,187 \text{ cm}/_2; I-III = -3,057 \pm 0,180.$$

Diese Differenzen sind sämtlich reell, denn sie liegen alle zwischen dem 8- und 17fachen des mittleren Fehlers der Differenz, während wir oben als Maximum der Differenz zweier 500-Messungen das 4,6fache des Fehlers erhalten haben. Wir haben also drei durch die Länge ihrer Blättchen streng unterschiedene Stöcke untersucht. Das ist insofern für uns wertvoll, weil, was wir unter diesen Umständen für alle drei übereinstimmend finden, mit umso größerer Berechtigung als wahrscheinlich allgemein gültig betrachtet werden kann, als wenn wir drei Stöcke mit gleichgroßen Blättern untersucht hätten.

$\sigma$ ,  $v$  und  $S$ , die zur Charakterisierung der Kurve wichtig sind, spielen für uns bei dieser Vergleichung keine wichtige Rolle. Immerhin möchte ich darauf aufmerksam machen, ein wie guter Ausdruck für die „Variationsbreite“  $\sigma$  ist; was das Kurvenbild zeigt, daß von I—III die außerhalb der mittleren Klassen liegenden Varianten verhältnismäßig immer zahlreicher werden, wird durch  $\sigma$  zahlenmäßig faßbar ausgedrückt.

Am wichtigsten ist für uns außer  $M$  der Wert von  $E$ . Der Exzeß erreicht überall einen großen negativen Wert. Das Kurvenbild III zeigt eine durch einen tiefen Einschnitt getrennte zweigipfelige Kurve, entsprechend dem  $E = -1,41$ . Bei II ist die Zweigipfeligkeit bei einem um ein Drittel so großen negativen  $E$  auch im Kurvenbild noch deutlich ausgeprägt. Bei I aber haben wir dem Anschein nach eine eingipfelige Kurve. Das  $E = -0,6$  sagt uns aber sofort, daß die mittleren „Abweicher“ in zu großer Zahl vorhanden sind (und zwar aus dem minimalen  $S$  zu schließen auf beiden Seiten des Mittelwertes), so daß wir auch hier auf eine versteckte Zweigipflichkeit schließen müssen.

Wir kommen also zum Schluß: an jedem der drei Sträucher gibt es je zwei Typen von Blättern, längere und kürzere, deren Länge je um einen Schwerpunkt variiert. Es besteht demnach bei *Cytisus Laburnum* wahrscheinlich allgemein Heterophyllie.

(Wie sich die beiden Blatttypen auf den Strauch verteilen, wurde nicht weiter untersucht: ich vermute eine Scheidung nach Lang- und Kurztrieben.)

b) **Längenbreitenindex.** Figur 2 gibt die graphische Darstellung der Variation des 10 L.:Br. Als Konstanten fanden wir für diese Kurven:

	$M$	$m$	$\sigma$	$v$	$S$	$E$
I.	19,344 $\pm$ 0,066	$\pm$ 2,098		10,9	— 0,30	— 0,26
II.	24,470 $\pm$ 0,057	$\pm$ 1,798		7,35	— 0,36	+ 0,48
III.	19,932 $\pm$ 0,045	$\pm$ 1,224		6,2	+ 0,28	+ 0,78

Alle drei Kurven sind eingipflig; die Gipfel von I und III fallen zusammen; während der von II stark nach rechts verschoben ist. Die Mittelwerte und ihre Differenzen geben dieser



Tatsache ihren klaren zahlenmäßigen Ausdruck. Wir erhalten an Differenzen: I—II =  $-5,126 \pm 0,087$ ; II—III =  $+4,438 \pm 0,072$ ; I—III =  $-0,688 \pm 0,080$ .

Für I—II und II—III somit Werte, die das 50fache des mittleren Fehlers erreichen; für I—III aber nur das  $8\frac{1}{2}$  fache. Diese letzte Differenz ist zwar vielleicht auch noch reell, denn sie überschreitet die oben für je zwei 500 Messungen (Maximum das sechsfache des mittleren Fehlers) gefundene noch ziemlich stark; doch zeigt ein Blick auf die Kurve, daß sie in der Hauptsache einseitig bedingt ist durch stärkeres Hervortreten der kleineren Werte, was parallel geht mit dem kleineren Mittelwert von L.

Dagegen ist natürlich kein Zweifel, daß die andere Differenz reell ist; so daß wir also nach der Form der Blattspreiten zwei Typen unterscheiden können: I und III sind breitblättrig, II ist schmalblättrig.

Die Werte  $\sigma$ ,  $v$ ,  $S$  und  $E$  sagen uns bei dieser Vergleichung nicht viel; aufmerksam gemacht sei aber auch hier darauf, wie scharf  $\sigma$  und  $v$  den Unterschied zwischen den beiden Kurven I und II kennzeichnen.

Wichtig ist ferner: die Änderung von 10 L.:Br. mit wachsendem L. Wir fanden dafür folgende Zahlen:

L.	3—4	5—6	7—8	9—10	11—12	13—14	15—16	17—18	cm/2
10 L.:Br.: I.	16,5	17,9	19,2	20,3	20,5	20,1			
II.	23,5	23,9	24,5	24,8	24,8	24,4	23,9		
III.	—	19,9	20,1	20,1	19,6	19,5	20	20,4	

Die graphische Darstellung (Fig. 3) gibt auf einen Blick ein klares Bild. Wir finden für die beiden im Mittelwert von 10 L.:Br. am weitesten auseinandergelassenen Typen I und II, daß der Unterschied auf der ganzen Linie besteht. Ferner konstatieren wir in beiden Fällen zunächst ein Ansteigen des Wertes bis zu einem Maximum; dann einen Rückgang. III. weicht aber vom Schema vollständig ab; hier liegen die kleinsten Werte in der Mitte. Wenn wir aber hier, wo wir das wegen der tiefen Einschnitte in der L.-Kurve gut können, die beiden Blatttypen unterscheiden, so konstatieren wir wenigstens für jeden Blatttypus kurze und lange Spreiten, ein Ansteigen des Wertes von 10 L.:Br. mit wachsendem L., so daß also das Verhalten von III doch nicht so ganz im Widerspruch steht zu dem von I und II. Mit der Einschränkung, daß wir jeweils nur einen Blatttypus berücksichtigen, bleibt der Satz richtig, daß mit wachsendem L. die Blätter relativ schmaler werden. Für unsere folgenden vergleichenden Untersuchungen ist aber auch das ganz allgemeine Resultat wichtig, daß der Wert 10 L.:Br. überhaupt eine vom Wert von L. abhängige Variable ist. Wenn wir also exakte Resultate erhalten wollen, dürfen wir nur Blätter gleicher Länge miteinander in Bezug auf 10 L.:Br. vergleichen.

c) **Das Verhältnis von Endblättchen zu Seitenblättchen.** Wir beschränken uns auf die Konstatierung folgender Punkte:

Die Längenunterschiede: Die Differenz der Endblättchen-Seitenblättern beträgt für: I = 1,503; II = 1,981; III = 2,685 cm/2 ist also überall positiv, d. h. die Seitenblättchen sind überall kürzer als die Endblättchen. Direkt vergleichbar sind aber die absoluten Differenzen nicht, wir brauchen dafür relative Zahlen. Setzen wir die Länge der Endblättchen gleich 100 und berechnen die Größe der Differenz für diese Länge, so erhalten wir: I = 18,8; II = 20,6; III = 23,1. Mit Worten: Je länger im Mittel die Blättchen, um so größer die Differenz zwischen End- und Seitenblättchen.

Zu einem ganz ähnlichen Resultat kommen wir bei der Vergleichung der Werte von 10 L. : Br. Die Differenzen Endblättchen-Seitenblättchen sind ebenfalls alle positiv mit folgenden absoluten und relativen (10 L. : Br. der Endblättchen = 100) Werten.

I = 1,420; II = 3,137; III = 1,643 resp. I = 7,3; II = 12,8; III = 8,2. Also auch hier, je größer der Mittelwert von 10 L. : Br. bei den Endblättchen, um so größer die Differenz desselben zwischen End- und Seitenblättchen, oder anders ausgedrückt: Je schmaler die Endblättchen, um so breiter sind verhältnismäßig die Seitenblättchen.

## II. Das Verhalten der Blattspreite einzelner Sträucher in aufeinanderfolgenden Jahren.

Nachdem wir festgestellt haben, daß die Blattspreiten in dieser oder jener Beziehung für den einzelnen Strauch charakteristisch sind, wenn man den gleichen Jahrgang untersucht, erhebt sich zunächst die Frage: Bleiben die Unterschiede bestehen in den folgenden Jahren? Damit ist gleichzeitig die andere Frage gestellt: Erhält sich der Typus der Blattspreite an einem bestimmten Stock durch die Jahre hindurch? (In früheren Arbeiten<sup>1)</sup> habe ich für den Verlauf des Blühens bei *Acer platanoides* und für die Form der Früchte von *Acer pseudoplatanus* nachgewiesen, daß individuelle Eigentümlichkeiten der einzelnen Bäume im folgenden Jahre wieder auftreten.) Werden diese beiden Fragen mit ja beantwortet, so ist es wahrscheinlich, daß wir es mit genotypisch verschiedenen Individuen zu tun haben, im andern Fall wird es sich dagegen nur um verschiedene Phaenotypen handeln.

Es wurden also im Jahre 1909 von den Stöcken I und II und im Jahre 1910 von allen dreien je wieder 500 Blättchen gemessen, wobei ich allerdings im Jahre 1910 nur noch bei Strauch I auch die Seitenblättchen ausmaß.

Ich gebe nun im Folgenden zunächst je die gefundenen Zahlen pro 1909 und 1910, schließe daran für jeden einzelnen Stock die

<sup>1)</sup> Vogler, Der Verlauf des Blühens von *Acer platanoides* L. im Stadtpark St. Gallen. (Jahrbuch der St. Gall. Naturwiss. Gesellschaft pro 1905. St. Gallen 1906. p. 311—42). Vogler, Die Variabilität der Früchte von *Acer pseudoplatanus* L. in der Ostschweiz, (Ebenda. St. Gallen 1907.)

Vergleichung der drei Jahrgänge, und endlich ist noch zu vergleichen das Verhalten der drei Stöcke in den drei Jahren. Auf Übereinstimmungen und Abweichungen von den Resultaten des ersten Kapitels sei bei Gelegenheit hingewiesen.

### Strauch I.

a) **Endblättchen.** Korrelationstabelle für 1909 (obere Zahlen) und 1910 (untere Zahlen).

cm <sub>2</sub>	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Total-Br.
2	4	13	9	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	26
	3	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	5
3	—	4	24	20	16	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	64
	—	17	17	8	5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	47
4	—	—	—	9	14	38	22	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	85
	—	—	14	34	26	16	10	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	102
5	—	—	—	—	1	9	21	43	26	6	—	—	—	—	—	—	—	—	106
	—	—	—	1	13	27	28	23	20	1	—	—	—	—	—	—	—	—	113
6	—	—	—	—	—	—	4	6	37	51	22	4	1	—	—	—	—	—	125
	—	—	—	—	—	2	11	32	34	33	15	1	1	—	—	—	—	—	129
7	—	—	—	—	—	—	—	—	2	5	18	29	11	1	—	—	—	—	66
	—	—	—	—	—	—	—	—	4	9	23	29	12	4	—	—	—	—	81
8	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	5	8	7	1	—	—	—	21
	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	7	9	2	—	—	—	18
9	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3	2	2	—	—	7
	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	2	—	—	3
10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	1	2
Total-L.	4	17	33	29	31	47	47	51	<u>65</u>	62	40	38	20	11	3	2	—	—	500
	3	19	31	43	44	45	49	57	<u>58</u>	43	38	30	20	13	4	2	—	1	500

Länge: Graphische Darstellung: Figur 4.

Vergleichende Zusammenstellung der Kurvenkonstanten:

	<i>M</i>	<i>m</i>	$\sigma$	<i>v</i>	<i>S</i>	<i>E</i>
1908	8,531	$\pm 0,090$	cm/2 $\pm 2,848$	cm/2	33,5	$-0,041$ $-0,624$
1909	10,038	$\pm 0,142$	" $\pm 3,183$	"	31,8	$-0,115$ $-0,65$
1910	9,754	$\pm 0,142$	" $\pm 3,270$	"	33,4	$+0,157$ $-0,59$

Ein Blick auf die Figur wie auf diese Zahlen zeigt, daß die Form der Kurven in den 3 Jahren sich ähnlich bleibt, die Zweigipfligkeit ist 1909 am deutlichsten; der negative Exzeß ist aber alle drei Jahre groß.  $\sigma$  und  $v$  bleiben durch alle drei Jahre von der gleichen Größenordnung.

Besonders zu beachten sind die Differenzen im Mittelwert: 1908—1909 =  $-1,507 \pm 0,168$  cm/2.

Diese Differenz erreicht beinahe das 10fache ihres mittleren Fehlers, ist also wahrscheinlich reell. Der Strauch trug also 1909 im Mittel wesentlich längere Blättchen als 1908.

1909—1910 =  $+0,284 \pm 0,201$  cm/2, also eine positive Differenz, die aber nicht wesentlich über den mittleren Fehler

410 Vogler, Die Variation der Blattspreite bei *Cytisus laburnum* L.

hinausgeht, so daß also der Jahrgang 1910 keine sichere Verschiebung gegen 1909 aufweist.

Breite: Ich begnüge mich mit der Angabe der Konstanten, die das gleiche Bild zeigen wie bei L.

	$M$	$m$	$\sigma$	$v$	$S$	$E$
1908	$4,372 \pm 0,042$	$\text{cm}/_2 \pm 1,326$	$\text{cm}/_2$	30,3	$- 0,019$	$+ 0,096$
1909	$5,114 \pm 0,071$	„ $\pm 1,586$	„	31,0	$- 0,006$	$- 0,547$
1910	$5,312 \pm 0,063$	„ $\pm 1,414$	„	26,7	$+ 0,10$	$- 0,30$

Differenzen bei  $M$ :

$$1908 - 1909 = - 0,742 \pm 0,082 \text{ cm}/_2$$

$$1909 - 1910 = - 0,198 \pm 0,095 \text{ cm}/_2$$

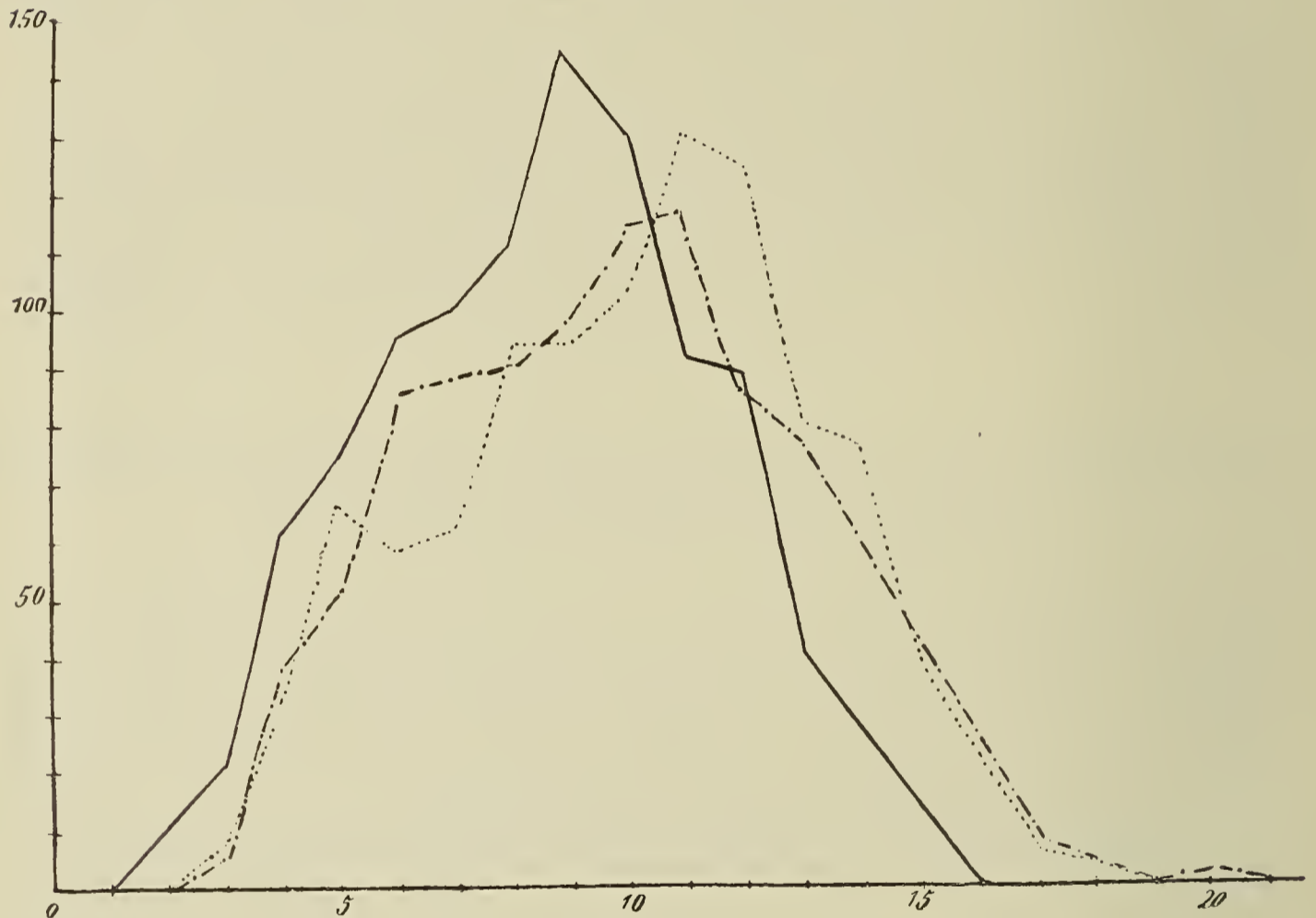


Fig. 4.

Dabei ist immerhin erwähnenswert, daß die Differenz 1909–1910, wenn auch klein, so doch negativ ist, gegenüber der positiven bei der Länge.

Längenbreitenindex: Die gefundenen Zahlen per 1909 und 1910 sind:

10 L. : Br.:	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
1909:	—	3	9	21	21	25	118	179	68	34	16	5	1
1910:	5	26	45	55	86	59	62	83	54	19	6	—	—

Figur 5 zeigt die drei Jahreskurven in graphischer Darstellung; die folgende Tabelle gibt die Konstanten der drei Kurven:

	$M$	$m$	$\sigma$	$v$	$S$	$E$
1908	$19,344 \pm 0,066$	$\pm 2,098$	10,9	$- 0,299$	$- 0,258$	
1909	$19,662 \pm 0,077$	$\pm 1,715$	8,7	$- 0,915$	$+ 3,99$	
1910	$18,072 \pm 0,102$	$\pm 2,272$	12,6	$+ 0,01$	$- 0,84$	

Die Kurvenbilder stimmen miteinander gar nicht überein; es besteht keine Ähnlichkeit zwischen der hochgipfligen Kurve von 1909 mit ihrem großen positiven, und der zweigipfligen von 1910 mit ihrem großen negativen Exzeß.

Wir haben oben gezeigt, daß eine Vergleichung der Mittel-

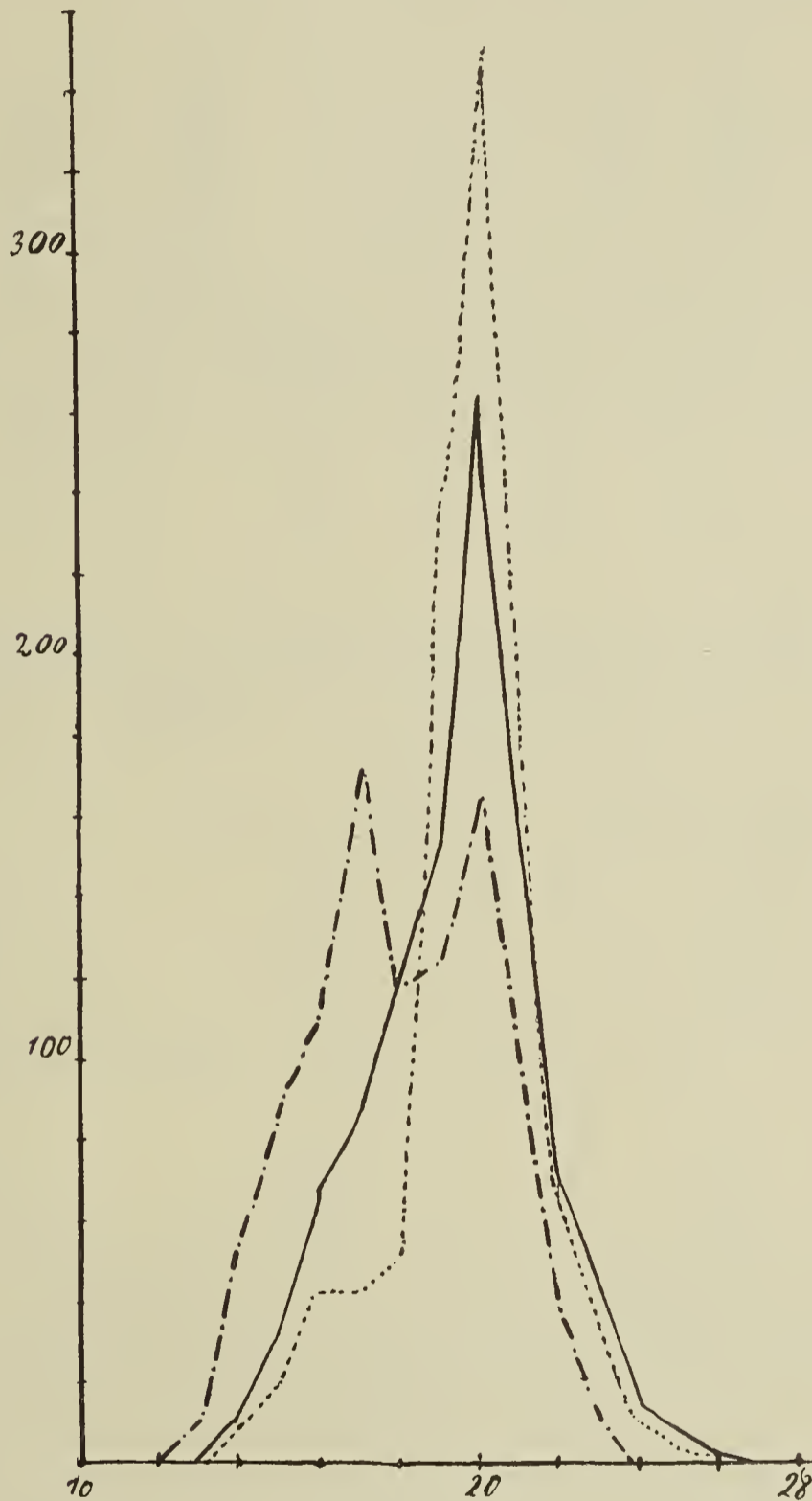


Fig. 5.

werte, ohne Berücksichtigung der Länge, nur roh angenäherte Resultate ergibt. Trotzdem seien die Differenzen hier angeführt:

$$1908-1909 = -0,318 \pm 0,101 \quad 1909-1910 = +1,592 \pm 0,128.$$

Die erste Differenz ist negativ, aber da sie nur das 3fache ihres mittleren Fehlers erreicht, kaum reell; die 1909—1910 dagegen, mit dem mehr als 12fachen ihres mittleren Fehlers, ist sicher reell. Da sie positiv ist, heißt das: Die mittlere relative Breite der Blätter ist pro 1910 größer als pro 1909.

## Veränderung des 10 L.:Br. mit wachsendem L.

Diese Vergleichung ist die wichtigere, weil wir dabei das 10 L.:Br. berechnet auf gleiche L. vergleichen: Wir stellen die Zahlen der drei Jahrgänge zusammen, berücksichtigen aber nur jene Halbzentimeter-Doppelklassen, auf die wenigstens 10%, also wenigstens 50 gemessene Blättchen entfallen:

L.	5-6	7-8	9-10	11-12	13-14 cm/2
1908	17,9	19,2	20,3	20,5	20,1
1909	19,2	19,7	20,0	19,9	19,9
1910	15,7	17,0	18,2	19,1	20,0

In Figur 6 sind die Verhältnisse graphisch dargestellt. Wir konstatieren überall das Ansteigen des Wertes nach rechts; die Erscheinung, daß die längeren Blättchen relativ schmaler sind, bleibt also durch die drei Jahrgänge hindurch bestehen. Vergleichen

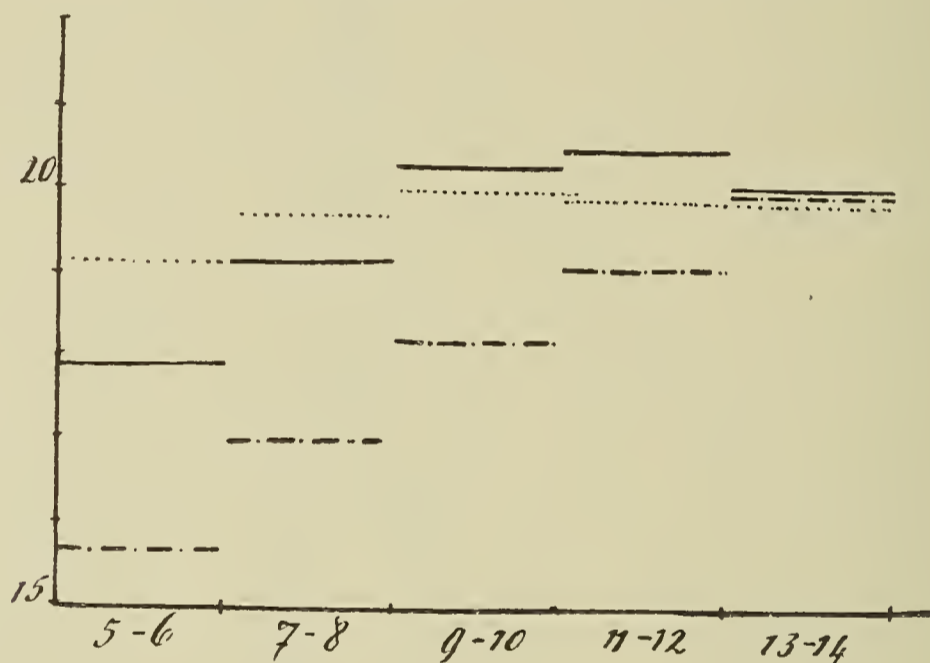


Fig. 6.

wir 1908 mit 1909, für die wir eine wahrscheinlich nicht reelle Differenz der Mittelwerte von 10 L.:Br. gefunden, so konstatieren wir in der Tat, daß sich die beiden Linien kreuzen, und gerade in deren mittleren Werten von L. so nahe beieinander sind, daß die Differenz wirklich keine reelle ist. Dagegen bleibt die Linie für 1910 in ihrem ganzen Verlauf weit unter denen für 1908 und 1909 (nur am rechten Ende kommt sie zur Berührung), so daß also wirklich alle Blätter pro 1910 breiter sind als pro 1909.

b) **Seitenblättchen.** Das Resultat weicht nicht wesentlich ab von dem der Endblättchen. Ich begnüge mich also mit der Anführung der Kurvenkonstanten:

	<i>M</i>	<i>m</i>	$\sigma$	<i>v</i>	<i>S</i>	<i>E</i>
Länge:						
1908	7,028	$\pm 0,077$	cm/2 $\pm 2,447$	cm/2 34,9	$+ 0,15$	$- 0,51$
1909	7,890	$\pm 0,126$	" $\pm 2,824$	" 35,7	$- 0,32$	$- 0,74$
1910	7,834	$\pm 0,119$	" $\pm 2,764$	" 35,4	$+ 0,40$	$- 0,62$

	<i>M</i>	<i>m</i>	$\sigma$	<i>v</i>	<i>S</i>	<i>E</i>
Breite:						
1908	3,890 $\pm$ 0,039	cm/2 $\pm$ 1,248	cm/2	32,0 $\pm$ 0,02	— 0,12	
1909	4,408 $\pm$ 0,070	„ $\pm$ 1,575	„	35,8 $\pm$ 0,17	— 0,62	
1910	4,584 $\pm$ 0,060	„ $\pm$ 1,350	„	29,3 $\pm$ 0,24	— 0,15	

## 10 L.:Br.:

1908	17,924 $\pm$ 0,060	„ $\pm$ 1,911	„	10,7 $\pm$ 0,069	— 0,51	
1909	17,930 $\pm$ 0,077	„ $\pm$ 1,720	„	9,6 $\pm$ 0,51	+ 0,87	
1910	16,896 $\pm$ 0,091	„ $\pm$ 2,037	„	12,1 $\pm$ 0,06	— 0,44	

## Veränderung von 10 L.:Br. mit wachsendem L.:

L.:	3—4	5—6	7—8	9—10	11—12	cm/2
1908	16,8	17,1	18,5	19,0	18,4	
1909	17,9	17,0	18,0	18,2	18,1	
1910	14,4	16,3	16,8	18,0	18,1	

## c) Die Differenzen zwischen Seitenblättchen und Endblättchen.

Für die Länge ergeben sich folgende absolute und relative Differenzen für Endblättchen — Seitenblättchen:

	absolute Differenz:	relative Differenz:
1908	+ 1,503 cm/2	18,8
1909	+ 2,148 „	21,5
1910	+ 1,920 „	19,7

## für 10 L.:Br.:

1908	+ 1,420 „	7,3
1909	+ 1,732 „	8,8
1910	+ 1,176 „	6,5

Die relativen Differenzen blieben also in den drei Jahren nicht konstant; sie haben sich geändert in gleicher Linie, wie sie verschieden sind bei den verschiedenen Stöcken.

Für die Länge gilt also: je größer der Mittelwert von L. bei den Endblättchen, um so größer ist die relative Differenz zwischen End- und Seitenblättchen.

Für 10 L.:Br. gilt das gleiche: je schmaler die Endblättchen, umso größer die Differenz zwischen End- und Seitenblättchen.

Nachdem wir diese Beziehungen nun unter zweierlei, ganz verschiedenen Verhältnissen festgestellt haben, erhebt sich die Frage, ob wir es hier nicht mit einer echten Korrelation zu tun haben. Wenn die Endblättchen größer werden, werden die Seitenblättchen kleiner; wie verhält sich nun die Gesamtfläche der drei Foliola? Für die Beantwortung dieser Frage, die auch außerhalb des Rahmens dieser Arbeit liegt, reicht mein Material nicht aus.

**Strauch II.**

a) **Endblättchen:** Korrelationstabelle pro 1909 (obere Zahlen).  
1910 (untere Zahlen).

cm/2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	Total-Br.	
1	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2
2	1	6	22	13	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	42
3	1	4	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	6
4	—	—	1	19	28	23	2	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	74
5	—	—	4	19	16	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	41
6	—	—	—	1	—	7	26	33	8	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	76
7	—	—	—	3	20	29	24	10	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	88
8	—	—	—	—	—	3	15	30	44	23	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	79
9	—	—	—	—	—	—	—	—	1	12	27	30	16	2	—	—	1	—	—	—	—	118
10	—	—	—	—	—	—	1	4	15	22	23	29	11	—	—	—	—	—	—	—	—	89
11	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	11	29	30	16	1	—	—	—	—	—	105
12	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	11	16	27	19	11	—	2	—	—	—	88
13	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	2	14	12	7	2	—	—	—	86
14	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	6	4	8	16	6	2	1	—	—	36
15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	6	5	1	—	43
16	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	13
17	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	13
18	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1
19	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Tot.-L.	3	6	23	33	28	30	28	40	29	41	47	44	46	34	30	13	9	9	6	1	—	500
L.	1	4	5	22	36	33	41	44	<u>61</u>	45	37	46	44	24	21	18	11	6	1	—	—	500

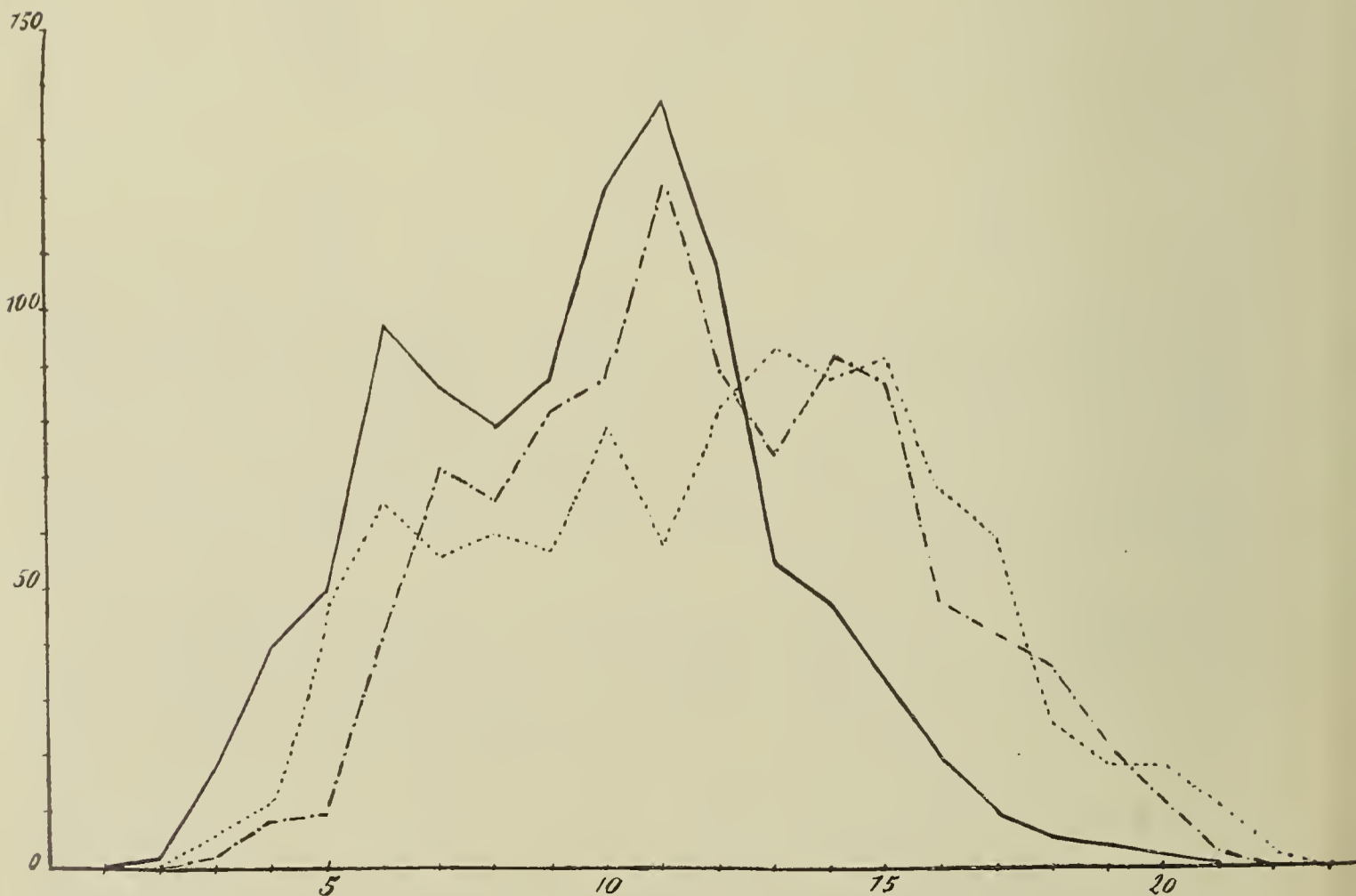


Fig. 7.



Länge: Die graphische Darstellung der drei Kurven siehe Figur 7; die Kurvenkonstanten sind folgende:

	$M$	$m$	$\sigma$	$v$	$S$	$E$		
1908	9,636	$\pm 0,104$	cm/2	$\pm 3,277$	cm/2	34,0	+ 0,11	- 0,42
1909	11,938	$\pm 0,182$	"	$\pm 4,060$	"	32,4	- 0,06	- 0,32
1910	11,824	$\pm 0,162$	"	$\pm 3,625$	"	30,7	+ 0,14	- 0,63



Fig. 8.

Das Resultat ist in vollständiger Übereinstimmung mit dem am Strauch I. Die stärker oder schwächer ausgebildete Zweigipfligkeit der Kurven findet ihren Ausdruck in dem Wert des stets negativen  $E$ .

Eine Vergleichung der Mittelwerte ergibt folgende Differenzen:

$$1908-1909 = -2,302 \pm 0,210 \text{ cm/2}; \quad 1909-1910 = +0,104 \pm 0,244 \text{ cm/2}.$$

Die erste also negativ und reell; die zweite zwar positiv aber innerhalb des mittleren Fehlers.

Breite: Es genügt die Angabe der Kurvenkonstanten:

	$M$	$m$	$\sigma$	$v$	$S$	$E$
1908	3,944	$\pm 0,044$ cm/2	$\pm 1,396$ cm/2	35,4	$+ 0,298$	$- 0,006$
1909	5,144	$\pm 0,084$ „	$\pm 1,881$ „	36,9	$- 0,01$	$- 0,90$
1910	5,540	$\pm 0,069$ „	$\pm 1,552$ „	28,2	$+ 0,03$	$- 0,59$

Längenbreitenindex: Die Zahlen pro 1909 und 1910 sind folgende:

10 L. : Br. :	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
1909	—	2	1	1	3	6	37	112	154	95	59	18	4	3	2	1	1	1
1910	1	6	6	34	51	75	98	95	71	34	20	5	3	1	—	—	—	—

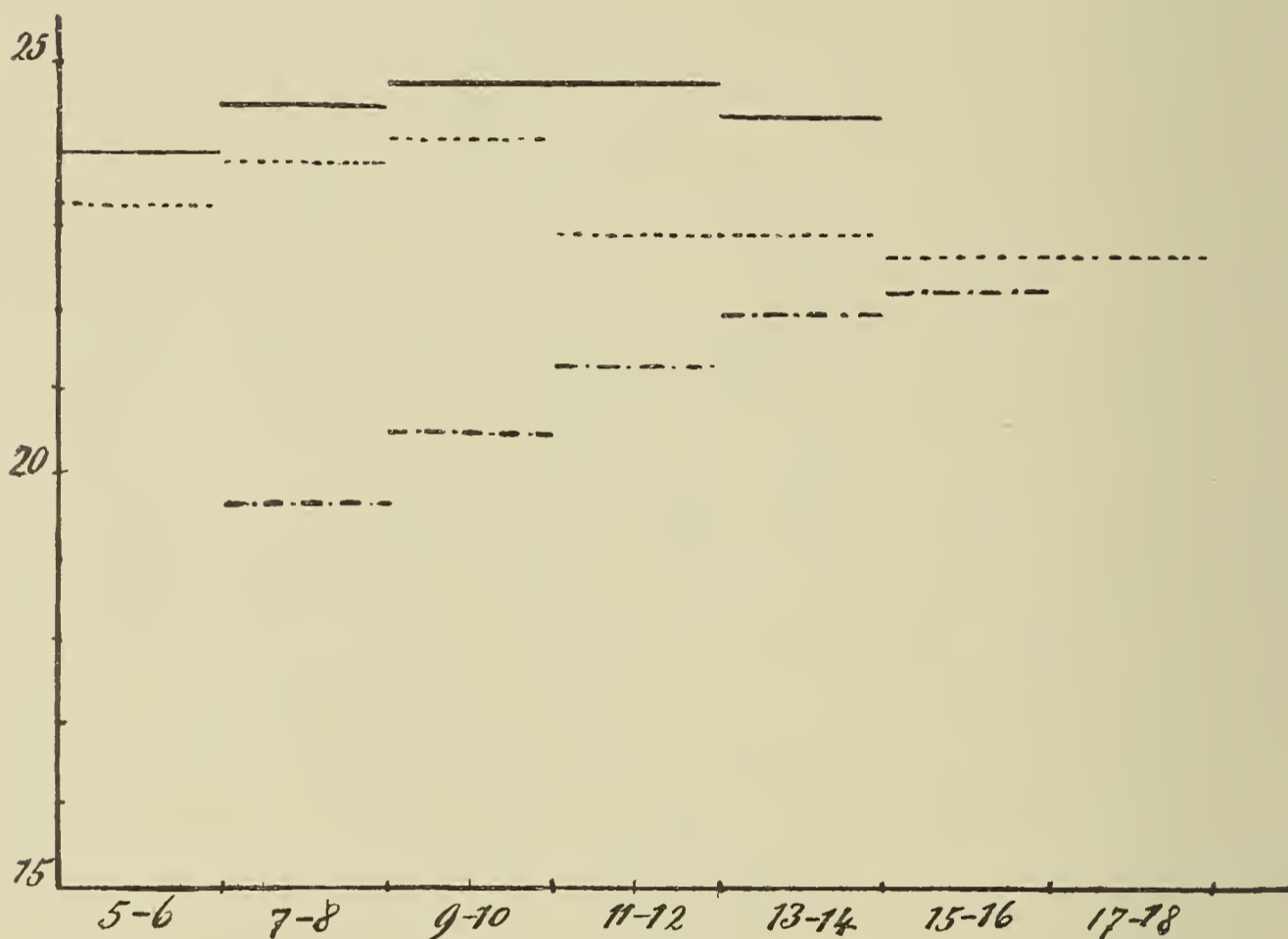


Fig. 9.

Das Bild der drei Jahreskurven gibt Figur 8; dazu gehören folgende Kurvenkonstanten:

	$M$	$m$	$\sigma$	$v$	$S$	$E$
1908	24,470	$\pm 0,057$	$\pm 1,798$	7,35	$- 0,36$	$+ 0,48$
1909	23,186	$\pm 0,075$	$\pm 1,674$	7,2	$+ 0,06$	$+ 4,37$
1910	21,260	$\pm 0,092$	$\pm 2,059$	9,7	$+ 0,03$	$+ 0,095$

Die Zahlen bedürfen keines allgemeinen Kommentars.

Die Differenz: 1908—1909 =  $+ 1,284 \pm 0,094$   
 1909—1910 =  $+ 1,926 \pm 0,119$

Also beide positiv und 13,6 bzw. 16,2 mal so groß als der mittlere Fehler, also beide wohl reell.

Die Veränderung von 10 L.:Br. mit wachsendem L. ist in Figur 9 graphisch dargestellt; die Zahlwerte sind folgende:

L.	5—6	7—8	9—10	11—12	13—14	15—16	17—18 cm/2
1908	23,9	24,5	24,8	24,8	24,4	—	—
1909	23,3	23,8	24,1	23	23	22,7	22,7
1910	—	19,7	20,6	21,4	21,99	22,3	—

Überall zunächst ein Ansteigen des Wertes von 10 L.:Br., dem bei 1908 und 1909 ein nachheriges Abfallen folgt.

Die drei Linien kreuzen sich nirgends; doch ist im allgemeinen der Abstand 1909—1910 größer als der 1909—1908. Die Blätter aller Längen sind 1909 breiter als 1908, und 1910 noch viel breiter als 1909.

b) **Seitenblättchen:** Es wurden nur noch 1909 die Seitenblättchen gemessen. Die Kurvenkonstanten von 1908 und 1909 sind folgende:

	<i>M</i>	<i>m</i>	$\sigma$	<i>v</i>	<i>S</i>	<i>E</i>
Länge:						
1908	7,655 ± 0,091	cm/2	± 2,884	cm/2	37,6	— 0,07 — 0,43
1909	9,280 ± 0,172	"	± 3,853	"	41,4	— 0,24 — 1,12
Breite:						
1908	3,576 ± 0,043	"	± 1,354	"	37,8	+ 0,24 — 0,07
1909	4,594 ± 0,086	"	± 1,926	"	41,9	— 0,04 — 1,16
10 L.: Br.						
1908	21,333 ± 0,054	"	± 1,707	"	8,01	+ 0,35 + 0,93
1909	20,250 ± 0,066	"	± 1,484	"	7,3	+ 0,38 + 2,53

Veränderung von 10 L.:Br. mit wachsendem L.

L.	5—6	7—8	9—10	11—12	13—14 cm/2
1908	20,8	21,8	22,1	21,7	21,4 "
1909	20,2	20,4	20,6	19,8	20,1 "

Also alles in vollständiger Übereinstimmung mit den Verhältnissen bei den Endblättchen.

c) **Die Differenzen zwischen Endblättchen und Seitenblättchen:**  
Endblättchen — Seitenblättchen:

	absolut:	relativ:
Länge:	1908 + 1,981	20,6
	1909 + 2,658	22,2
10 L.: Br.:	1908 + 3,137	12,8
	1909 + 2,936	12,65

Wenn auch nicht sehr scharf ausgeprägt, so zeigt sich doch wieder deutlich, daß die relative Differenz größer ist bei den größeren Werten des Endblättchens.

**Strauch III.**

Es wurden 1910 nur noch Endblättchen gemessen mit folgendem Ergebnis:

cm/2	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Total-Br.
3	1	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3
4	1	3	5	9	4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	22
5	—	—	—	6	8	18	4	1	—	—	—	—	—	—	—	—	37
6	—	—	—	1	1	24	39	25	15	5	2	—	—	—	—	—	112
7	—	—	—	—	—	—	—	18	50	58	38	7	—	—	—	—	171
8	—	—	—	—	—	—	—	1	1	21	38	42	16	3	—	—	122
9	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	2	7	11	4	—	—	25
10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	4	1	6
11	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	1
12	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	1
Total-L.	2	4	6	16	13	42	43	45	66	85	80	56	27	10	4	1	500

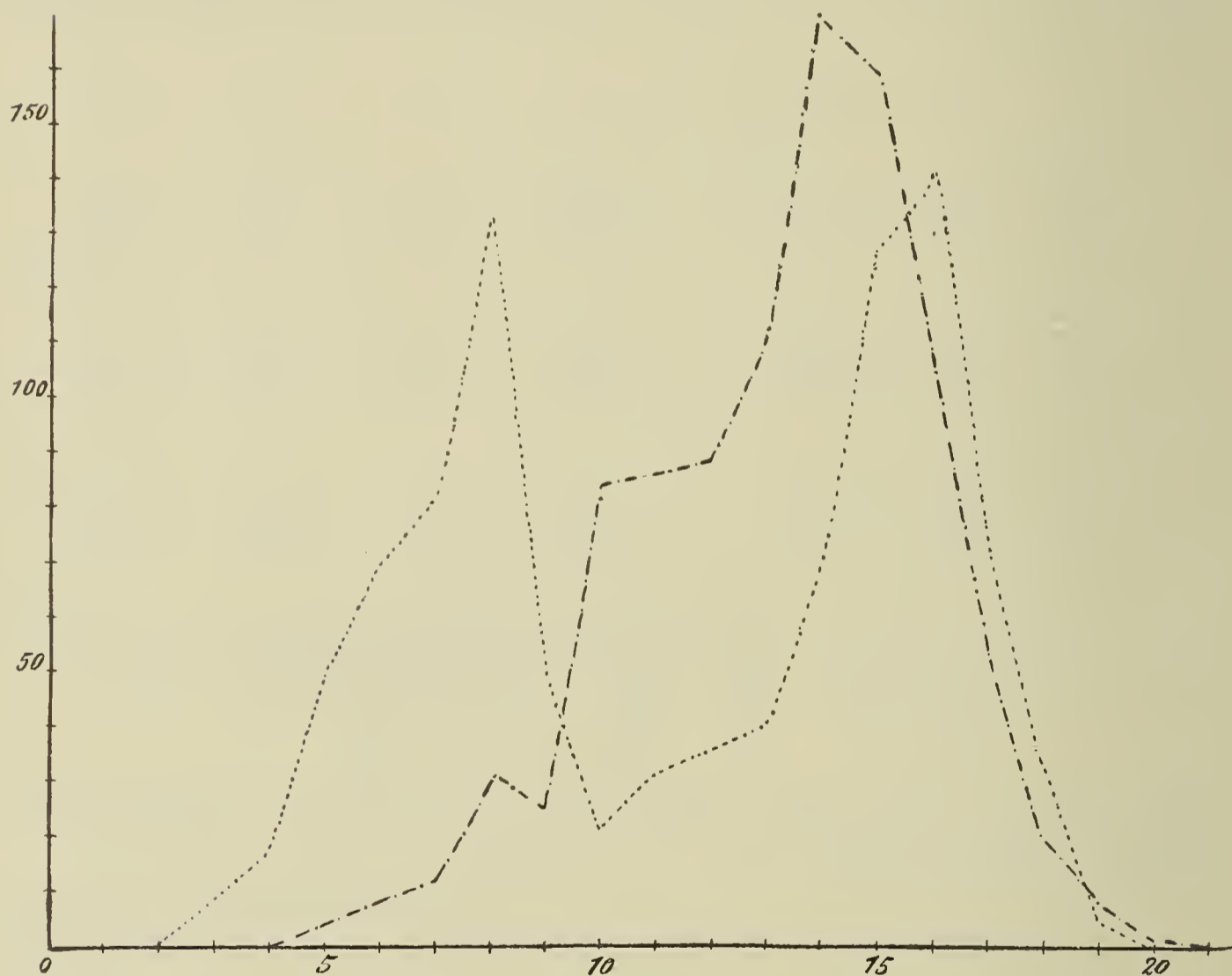


Fig. 10.

Länge: Figur 10 zeigt die Kurve von 1909 und 1910. Die Zweigipfligkeit von 1909 ist soz. vollständig verschwunden; ob nun der eine Gipfel 1910 dem 8 oder 16er Gipfel 1909 gleichwertig ist oder ob er als Summationsgipfel zu deuten ist, kann nachträglich nicht mehr entschieden werden. Dazu braucht es zunächst einer Feststellung, ob sich die beiden Blattformen nach Lang- und Kurztrieben scheiden. Eigentümlich ist diese starke Abweichung

der Kurve von 1910 von der von 1909, wenn wir berücksichtigen, wie bei Strauch I und II die Kurven der drei Jahrgänge sich ähnlich bleiben.

Einen großen Wert hat zwar bei so starker Verschiedenheit der Kurven die Vergleichung der Konstanten nicht; immerhin seien sie hier doch noch angeführt.

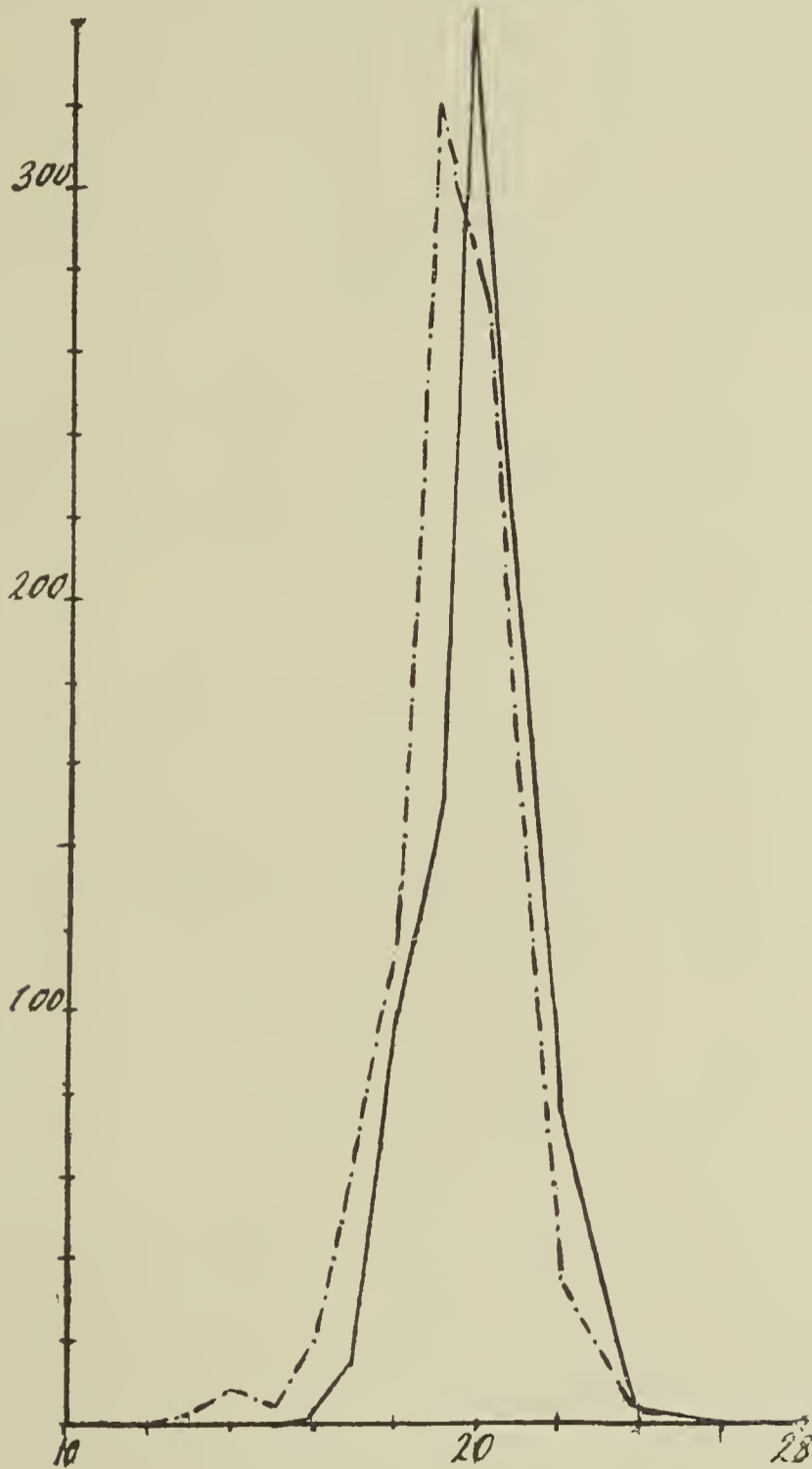


Fig. 11.

	$M$	$m$	$\sigma$	$v$	$S$	$E$
1909	$11,588 \pm 0,156$	$\text{cm}/_2$	$\pm 4,277$	$\text{cm}/_2$	36,9	$- 0,884 - 1,41$
1910	$13,648 \pm 0,101$	"	$\pm 2,258$	"	16,6	$- 0,473 + 0,599$
$M$ Differenz 1909—1910 = $- 2,060 \pm 0,186$ .						

Auch für die Breite tritt an Stelle der zweigipfligen eine eingipflige Kurve mit folgenden Konstanten:

	$M$	$m$	$\sigma$	$v$	$S$	$E$
1909	$5,652 \pm 0,078$	$\text{cm}/_2$	$\pm 2,130$	$\text{cm}/_2$	38,7	$- 0,050 - 1,360$
1910	$6,870 \pm 0,057$	"	$\pm 1,276$	"	18,5	$- 0,140 + 0,755$

## Längen-Breitenindex:

10 L.:Br.	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
1909	—	—	—	1	10	72	187	255	154	58	11	—	1	1	—
1910	1	4	2	10	32	57	161	136	71	18	5	2	—	—	1

Die beiden Kurven sind einander sehr ähnlich wie Figur 11 zeigt.

## Kurvenkonstanten:

	$M$	$m$	$\sigma$	$v$	$S$	$E$
1909	$19,932 \pm 0,045$	$\pm 1,224$	$6,2$	$+ 0,28$	$+ 0,78$	
1910	$19,370 \pm 0,068$	$\pm 1,517$	$7,8$	$- 0,23$	$+ 2,77$	

$M$  Differenz 1909—1910 =  $0,562 \pm 0,081$ .

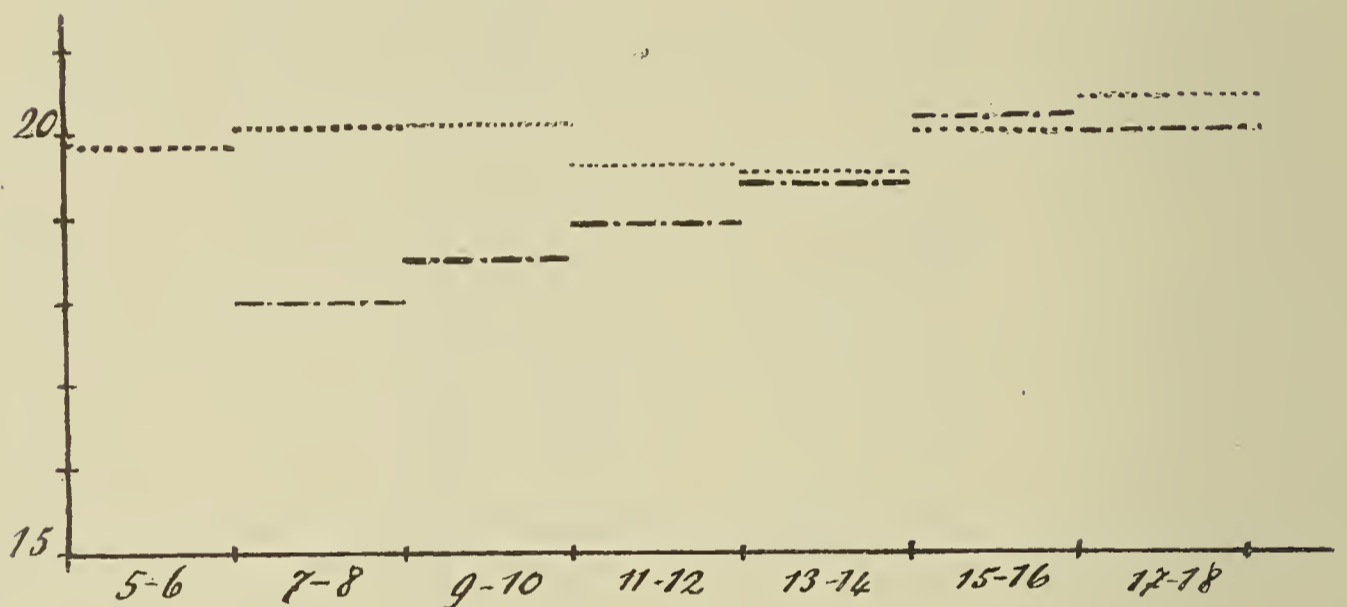


Fig. 12.

Von besonderem Interesse ist aber hier das Wachstum von 10 L.:Br. mit wachsendem L.:

L.:	5—6	7—8	9—10	11—12	13—14	15—16	17—18 cm/2
1909	19,9	20,1	(20,1)	(19,6)	19,5	20	20,4
1910		(18)	18,5	18,9	19,4	20,2	(20)

Wir konstatieren also (Fig. 12), daß mit Ausnahme von L. 15—16 cm/2 die Linie für 1910 überall unter der von 1909 bleibt, ferner, daß nun in vollständiger Abweichung von III 1909, aber in Übereinstimmung mit den Resultaten an Strauch I und II 10 L.:Br. mit wachsendem L. wächst.

### Vergleichung des Verhaltens der drei Sträucher während mehrerer Jahre.

Soeben haben wir gesehen, daß die verschiedenen untersuchten Werte in aufeinanderfolgenden Jahren sich ändern, und zwar meist in einem solchen Maße, daß die Differenzen reell erscheinen. Für diese Veränderung müssen äußere Bedingungen die Ursache sein. Wir wollen die Gesamtheit der den schließlichen Phaeno-

typus bestimmenden Ursachen für die Verschiedenheit der Jahrgänge als „Einfluß des Jahrganges“ bezeichnen. Die erste Frage, die nun zu beantworten wäre, ist die: Macht sich der „Einfluß des Jahrganges“ für jeden Strauch in gleichem Sinne geltend?

Wir beschränken unsere Untersuchung auf L. und 10 L.: Br. der Endblättchen; die Seitenblättchen lassen wir jetzt außer Betracht; denn wir haben oben überall gezeigt, daß diese sich ganz analog verhalten wie die Endblättchen.

Für L. fanden wir als Differenzen der aufeinanderfolgenden Jahrgänge bei den drei Sträuchern:

	I	II	III
1908—1909	— 1,507 ± 0,168 cm/2	— 2,302 ± 0,210 cm/2	—
1909—1910	+ 0,284 ± 0,201 „	+ 0,104 ± 0,244 „	— 2,060 ± 0,186.

Die Differenz 1909—1910 ist für Strauch I und II im Verhältnis zu ihrem mittleren Fehler so klein, daß wir hier keinen „Einfluß des Jahrganges“ konstatieren können. Für III ist sie allerdings reell; aber wir können auch darauf keine Schlüsse begründen, weil überhaupt für III die beiden Jahreskurven fast inkommensurabel sind.

Dagegen sind die Differenzen 1908—1909 für I und II sicher reell, und was besonders hervorzuheben ist: Sie sind gleichsinnig. Der „Einfluß des Jahrganges“ macht sich also bei beiden Sträuchern geltend in dem Sinne, daß 1909 die Blättchen im Mittel bedeutend (9—10 mm) länger sind als 1908. Um festzustellen, welcher Faktor des komplexen Begriffs „Jahrgang“ diese Verschiebung nun wirklich verursacht, müßten die Untersuchungen natürlich viel weiter ausgedehnt werden können.

Der Längenbreitenindex zeigt folgendes Verhalten:

Differenzen der Mittelwerte:

Strauch	I	II	III
1908—1909	— 0,318 ± 0,101	+ 1,284 ± 0,094	—
1909—1910	+ 1,590 ± 0,128	+ 1,926 ± 0,119	+ 0,562 ± 0,093.

Von diesen Differenzen ist 1908—1909 I im Verhältnis zu ihrem mittleren Fehler sehr klein, so daß sie kaum als reell angenommen werden; ebenso ist III 1909—1910 auch noch nicht sicher reell. Wir finden also für 1908—1909 auf Grund dieser Zahlen keinen auf die beiden Stöcke in gleichem Sinne wirkenden „Einfluß des Jahrganges“. Anders dagegen für 1909—1910. Die Differenzen für I und II sind sicher reell; ferner sind sie gleichsinnig. Strauch III weist eine zwar nicht sicher reelle Differenz auf, die aber ebenfalls positiv ist, so daß sich also hier der „Einfluß des Jahrganges“ in allen drei Fällen im Sinne einer Verbreiterung der Blattspreiten geltend macht.

Nun haben wir aber oben angeführt, daß die Vergleichung der Mittelwerte von 10 L.: Br. ohne Berücksichtigung des Wertes von L. nur angenäherte Resultate ergibt. Wir müssen also noch nachkontrollieren, ob sich unser Ergebnis nicht modifiziert, wenn

wir nur die Blätter gleicher Länge miteinander vergleichen. Wir beschränken uns auf die mittleren Längen, auf die die Hauptmasse der gemessenen Blätter entfällt, auf die Länge 9—14 cm/2, und rekapitulieren folgende Zahlen:

L.: cm/2	Strauch I			II			III		
	9—10	11—12	13—14	9—10	11—12	13—14	9—10	11—12	13—14
1908	20,3	20,5	20,1	24,8	24,8	24,4	—	—	—
1909	20,0	19,9	19,9	24,1	23	23	20,1	19,6	19,5
1910	18,2	19,1	20,0	20,6	21,4	22	18,5	18,9	19,4

Differenzen:

1908—1909	+ 0,3	+ 0,6	+ 0,2	+ 0,7	+ 1,8	+ 1,4	—	—	—
1909—1910	+ 1,8	+ 0,8	— 0,1	+ 3,5	+ 1,6	+ 1	+ 1,6	+ 0,7	+ 0,1

Das heißt mit einer einzigen Ausnahme sind alle Differenzen positiv; sie bestätigen also in erster Linie vollständig das Resultat, das wir aus der Vergleichung der Mittelwerte erhielten. Von großem Interesse ist nun aber fernerhin, daß bei dieser Art der Vergleichung auch die Differenzen von 1908—1909 für die beiden Stöcke I und II gleichgerichtet sind.

Unsere Untersuchung der verschiedenen Jahrgänge gibt uns ferner eine Antwort auf die Frage, in wie weiten Grenzen ein bestimmter Genotypus unter dem Einfluß äußerer Bedingungen phänotypisch verschieden sein kann. Vergleichen wir dann die an den einzelnen Stöcken gefundenen Differenzen mit denen, durch die sich die Stöcke voneinander unterscheiden, so bekommen wir wiederum einen Anhaltspunkt zur Entscheidung der Frage, ob die verschiedenen Sträucher verschiedene Genotypen oder Phaenotypen repräsentieren. Oder exakter ausgedrückt, ob es angeht auf Grund der vergleichenden Untersuchung diese Frage so oder so mit größerer oder geringerer Wahrscheinlichkeit zu entscheiden.

Für Länge fanden wir als Maximaldifferenzen (in cm/2) am gleichen Stock: I 1908—1909 =  $-1,507 \pm 0,168$ ; II 1908—1909 =  $-2,302 \pm 0,210$ ; III 1909—1910 =  $-2,060 \pm 0,186$ .

Die Differenzen zwischen den einzelnen Stöcken im gleichen Jahr sind dagegen folgende:

	I—II	II—III	I—III
1908	— 1,105	—	—
1909	— 1,900	+ 0,350	— 1,550
1910	— 2,070	— 1,824	— 3,894

Da es nun ganz leicht möglich ist, daß selbst unter anscheinend ähnlichen Verhältnissen wachsende Stöcke, in Bezug auf Ernährung, Wasserversorgung und andere Faktoren mindestens unter so stark verschiedenen Verhältnissen leben, wie ein Stock in zwei aufeinanderfolgenden Jahren, so ergibt sich aus der Vergleichung dieser Zahlen, daß wir aus der Verschiedenheit des mittleren L. nicht auf genotypische Unterschiede schließen können. Nur eine einzige Differenz zweier Stöcke geht über die maximale Differenz innerhalb eines Stockes hinaus.



Zu einem ganz ähnlichen Resultat führt uns die Betrachtung der Werte für 10 L.:Br.:

Maximaldifferenzen für  $M$  von 10 L.:Br. zwischen zwei verschiedenen Jahren an demselben Strauch:

$$I\ 9-10 = +1,590 \quad II\ 8-10 = 3,210 \quad III\ 9-10 = +0,562.$$

Differenzen zwischen den verschiedenen Stöcken:

	I—II	II—III	I—III
1908	— 5,126	—	—
1909	— 3,424	+ 3,254	— 0,270
1910	— 3,198	+ 1,890	— 1,298.

1908 ist allerdings die Differenz I—II sehr viel größer als die Maximaldifferenz an einem Stock (II, 1908—1910); in allen anderen Fällen wird aber dieses Maximum nicht oder nur sehr wenig überschritten. Immerhin ist zu beachten, daß die Differenz I—II doch konstant recht bedeutend bleibt, so daß man hier eher an genotypische Verschiedenheit denken könnte als bei L.

Berücksichtigen wir endlich auch hier nur die Blätter mittlerer Länge, so erhalten wir folgende Maximaldifferenzen am gleichen Stock:

	I			II			III		
L. cm/2	9—10	11—12	13—14	9—10	11—12	13—14	9—10	11—12	13—14
	2,1	1,4	0,2	4,2	3,4	2,4	1,6	0,7	0,1

Demgegenüber finden wir als Differenzen zwischen den einzelnen Stöcken:

	I—II			II—III			I—III		
1908	4,5	4,3	3,1	—	—	—	—	—	—
1909	4,1	3,1	3,1	4,0	3,4	3,5	0,1	0,3	0,4
1910	2,4	2,3	2,0	2,1	2,5	2,6	0,3	0,2	0,6

Woraus sich ergibt, daß bis auf zwei alle Werte unterhalb dem Maximum von 4,2 bleiben, und jene 2 auch dieses nicht wesentlich überschreiten. Wir dürfen also auch aus der großen Differenz von 10 L.:Br. zwischen I und II doch nicht auf genotypische Unterschiede schließen.

Eine definitive Entscheidung ist somit nur auf experimentellem Wege möglich.

### III. Vergleichung der Blätter einer größeren Anzahl Sträucher in einem Jahre.

Die Vergleichung der Blätter von Strauch I und II ergab vor allem für den Wert 10 L.:Br. so starke Differenzen, daß man leicht geneigt sein könnte, zwei genotypisch verschiedene Formen anzunehmen. Durch die Untersuchung der Blätter in mehreren aufeinanderfolgenden Jahrgängen zeigte es sich aber, daß durch

äußere Einflüsse die Blattform an ein und demselben Strauch ebenso stark sich ändern kann, als die Differenz zwischen I und II im Jahre 1908 betrug. Dadurch wird wahrscheinlich, daß wir es nur mit verschiedenen Phaentypen zu tun haben.

Wir können aber die Differenzen zwischen I und II noch von einer anderen Seite beleuchten. Der Systematiker würde, wenn er nur diese beiden Sträucher, die annähernd unter gleichen Bedingungen wachsen, vor sich hätte, nicht zögern, eine schmalblättrige und eine breitblättrige Varietät zu unterscheiden. Für ihn würde es sich sodann aber darum handeln, durch Vergleichung eines größeren Materials festzustellen, ob die Lücke zwischen den vorliegenden Formen nicht durch Zwischenglieder ausgefüllt werde, so daß von I—II eine gleitende Reihe aufgestellt werden könnte, also jede Setzung einer Grenze willkürlich würde. Ist das der Fall, so fällt die Berechtigung, zwei Varietäten zu unterscheiden, dahin; ganz unbekümmert darum, ob die Unterschiede nur phaenotypisch oder genotypisch bedingt sind. Zugleich leuchtet auch ein, daß im Falle des Nachweises einer solchen gleitenden Reihe, die Annahme, daß die Unterschiede nur phaenotypisch seien, an Wahrscheinlichkeit gewinnt.

Die Untersuchung einer größeren Anzahl von Sträuchern eröffnete ferner einige Aussicht dafür, daß eventuell die Abhängigkeit der Blattspreite von den Standortsbedingungen des Stockes nachgewiesen werden könne. Von da aus ließ sich dann weiterhin vielleicht ein Schluß ziehen auf die Faktoren, die die Unterschiede der verschiedenen Jahrgänge eines und desselben Strauches bedingten.

Diese Fragen veranlaßten mich, im Jahre 1910 von einer Anzahl weiterer Sträucher recht verschiedener Standorte und verschiedenen Alters Messungen an den Endblättchen vorzunehmen, so daß ich pro 1910 schließlich über das Zahlenmaterial von insgesamt 19 Sträuchern verfügte. Von den Sträuchern 4—19 wurden allerdings jeweils nur 200 Blättchen gemessen; doch genügt diese Menge vollständig, um vergleichbare Zahlen zu bekommen, wie aus folgendem hervorgeht.

Wir vergleichen von Strauch I und II 1910 je die Mittelwerte der ersten und zweiten 250 Messungen und zwar die Werte von L. in  $\text{cm}/_2$  und von 10 L. : Br.

Strauch I:		Länge.	
I	250	9,812 $\pm$ 0,206 $\text{cm}/_2$	$\sigma = \pm 3,26$
II	250	9,656 $\pm$ 0,203 „	$\sigma = \pm 3,20$
Differenz:		0,156 $\pm$ 0,289 $\text{cm}/_2$	
10 L. : Br.			
I	250	18,020 $\pm$ 0,136	$\sigma = \pm 2,164$
II	220	18,124 $\pm$ 0,148	$\sigma = \pm 2,335$
Differenz:		0,104 $\pm$ 0,201	

Die Differenzen bleiben hier also sogar innerhalb der Grenze ihres mittleren Fehlers.

Strauch II:		Länge.		
I	250	12,644	$\pm 0,207$	cm/2 $\sigma = \pm 3,27$
II	250	11,124	$\pm 0,243$	„ $\sigma = \pm 3,84$
Differenz:		1,520 $\pm 0,319$ cm/2		
10 L. : Br.				
I	250	11,464	$\pm 0,115$	$\sigma = \pm 1,813$
II	250	11,136	$\pm 0,145$	$\sigma = \pm 2,292$
Differenz:		0,328 $\pm 0,185$		

Für L. finden wir eine Differenz, die das 5fache ihres mittleren Fehlers beinahe erreicht. Dies fanden wir aber auch oben bei der Vergleichung von je 2 500-Messungen. Für 10 L. : Br. erhalten wir fast das doppelte des mittleren Fehlers der Differenz.

Diese Zahlen, absolut und relativ genommen, geben uns nun einen Anhaltspunkt für die Bewertung der Differenzen zwischen den Messungen an verschiedenen Sträuchern. Jedenfalls müssen diejenigen bei L. 1,5 absolut, bzw. das 5fache ihres mittleren Fehlers übersteigen, bevor wir sie als reell betrachten dürfen (für 10 L. : Br. 0,3 bzw. das doppelte des Fehlers).

Zunächst seien in aller Kürze die Standorte der 19 untersuchten Sträucher charakterisiert.

1. (= I der ersten Abschnitte) kleiner Strauch in Gebüsch, vollständig beschattet von anderem Gebüsch, etwas kränklich.
  2. (= II) hochgewachsener Strauch, ebenfalls in dichtem Gebüsch, aber an sonnigerer Stelle.
  3. (= III) „hochstämmiges“ Kugelbäumchen, über eine Dornhecke sich erhebend, an sonniger Lage.
  4. In ähnlichen Verhältnissen wie 2, aber weniger kräftig.
  5. Ähnlich wie 3.
  6. Ebenso, unmittelbar neben 3 stehend.
  7. Gleich wie 2.
- (1—7 Garten an der Rorschacherstraße.)
8. Schwächtiger Strauch im Gebüsch, schattig.
  9. Üppiger Strauch am Rande des Gebüsches, sonnig.
  10. Schwächtiger Strauch auf schmalem Absatz zwischen zwei Mauern.
- (8—10 Garten am Rosenberg.)
11. Großer Strauch im Park neben der Kantonsschule, schattig.
  12. Üppiger, kräftiger Strauch im Gebüsch, sonnig.
  13. Ganz gleicher, unmittelbar neben 12.
  14. Schwächtiges Sträuchlein zwischen Steinen in dichtem Schatten.
  15. Kräftiger Strauch im Schatten.
- (12—15 Garten im „Kleinberg“.)
16. Kräftiger Strauch, im Gebüsch, auf breitem Bord, schattig.
  17. Sehr stark fruktifizierender, etwas schwächerer Strauch, sonnig.
  18. Ähnlich wie 17, aber schattig, auf schmaler Bordkrone.
  19. Ebenso, schattig, auf breiter Bordkrone.

426 Vogler, Die Variation der Blattspreite bei *Cytisus laburnum* L.

(16—19 Garten des Schülerhauses an der Speicherstraße.)

Zunächst untersuchen wir die Länge. Es wurden folgende Zahlen gefunden:

1—3 siehe oben I—III.

cm/2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
No. 4.	—	1	2	10	8	23	<u>22</u>	19	<u>26</u>	<u>24</u>	13	19	15	13	2	2	1	—	—	—	—
5.	—	—	1	2	1	5	14	15	20	24	<u>31</u>	21	14	<u>18</u>	12	10	8	3	1	—	—
6.	—	—	1	—	3	3	4	7	11	16	17	<u>19</u>	14	7	10	<u>27</u>	24	18	11	7	1
7.	1	—	4	13	10	12	12	<u>21</u>	20	18	17	14	<u>19</u>	9	10	6	5	2	2	4	1
8.	—	10	15	<u>24</u>	21	<u>39</u>	35	25	14	8	5	4	—	—	—	—	—	—	—	—	—
9.	—	—	3	6	12	13	<u>27</u>	24	36	<u>42</u>	20	10	4	1	1	1	—	—	—	—	—
10.	—	1	6	15	17	21	23	26	<u>27</u>	17	13	8	7	8	3	4	3	1	—	—	—
11.	—	—	—	7	14	18	27	<u>29</u>	24	21	<u>23</u>	18	12	6	1	—	—	—	—	—	—
12.	—	—	—	—	5	6	8	13	13	13	12	16	14	17	21	10	10	18	13	9	1
13.	—	—	2	10	18	<u>27</u>	18	30	<u>31</u>	14	20	8	12	4	4	1	1	—	—	—	—
14.	—	1	6	19	32	<u>33</u>	25	28	21	11	13	5	6	—	—	—	—	—	—	—	—
15.	—	—	—	8	14	16	<u>33</u>	21	<u>30</u>	29	24	12	3	5	4	1	—	—	—	—	—
16.	—	—	2	3	8	<u>31</u>	22	<u>41</u>	36	33	16	6	2	—	—	—	—	—	—	—	—
17.	—	—	—	7	5	5	20	32	<u>38</u>	24	27	12	10	4	10	4	2	—	—	—	—
18.	—	—	1	10	21	38	<u>47</u>	37	30	6	4	3	2	1	—	—	—	—	—	—	—
19.	—	1	—	9	7	<u>29</u>	29	24	<u>32</u>	28	16	9	8	4	4	—	—	—	—	—	—

Es ist von vornherein nicht anzunehmen, daß bei nur 200 Messungen die Kurven schön ausgeglichen seien. Immerhin zeigt das Zahlenmaterial, daß die meisten Kurven mehr oder weniger deutlich zweigipflig sind; daß also auch hier fast überall die Herterophyllie, die wir oben konstatiert haben, zum Ausdruck kommt.

Von Kurvenkonstanten wurden berechnet:  $M$ ,  $m$ ,  $\sigma$ ,  $v$  und  $E$ . Das letztere hauptsächlich als Ausdruck der Zweigipfligkeit. Die folgende Tabelle zeigt übersichtlich zusammengestellt diese Werte:

Kurvenkonstanten für die Werte von  $L$ . bei den Sträuchern 1—19 im Jahre 1910:

	$M + m$	$\sigma$	$v$	$E$
1.	9,754 $\pm$ 0,142 cm/2	$\pm$ 3,270 cm/2	33,4	— 0,59
2.	11,824 $\pm$ 0,162 „	3,625 „	30,7	— 0,63
3.	13,648 $\pm$ 0,101 „	2,258 „	16,6	+ 0,60
4.	10,162 $\pm$ 0,215 „	3,044 „	29,8	— 0,94
5.	12,300 $\pm$ 0,221 „	3,121 „	25,4	— 0,39
6.	14,790 $\pm$ 0,272 „	3,850 „	26,0	— 0,74
7.	11,165 $\pm$ 0,285 „	4,050 „	36,6	— 0,18
8.	7,270 $\pm$ 0,161 „	2,278 „	31,2	— 0,20
9.	9,665 $\pm$ 0,170 „	2,305 „	23,8	+ 0,06
10.	9,515 $\pm$ 0,229 „	3,232 „	34,0	+ 0,42
11.	9,885 $\pm$ 0,184 „	2,596 „	26,2	— 0,81
12.	15,255 $\pm$ 0,294 „	4,160 „	27,7	— 0,79
13.	9,520 $\pm$ 0,202 „	2,850 „	30,0	— 0,25

	$M + m$	$\sigma$	$v$	$E$
14.	8,165 $\pm$ 0,174 cm/2	2,457 cm/2	30,0	- 0,37
15.	9,760 $\pm$ 0,181 „	2,555 „	26,1	- 0,21
16.	9,270 $\pm$ 0,137 „	1,948 „	20,9	- 0,33
17.	10,680 $\pm$ 0,194 „	2,742 „	25,6	+ 0,10
18.	8,255 $\pm$ 0,131 „	1,852 „	22,3	+ 0,93
19.	9,570 $\pm$ 0,179 „	2,545 „	26,5	- 0,29

Wir sehen eine sehr starke Variation des Mittelwertes von 7,270 bis 15,255 cm/2; die Blätter des längstblättrigen Strauches erreichen also im Mittel mehr als das doppelte dessen mit den kürzesten Blättern. Dagegen verschwindet selbst unsere oben konstatierte Differenz zwischen I und II bzw. III. Diesen Wert werden wir noch weiter untersuchen müssen. Erwähnenswert ist auch, abgesehen von einzelnen Fällen, die verhältnismäßig geringfügige Schwankung von  $\sigma$  und  $v$ . Ganz besonders soll aber hervorgehoben werden, daß  $E$  nur in 5 Fällen positiv ist, wovon zudem 2 nur minimalen Zahlenwert haben. Sonst finden wir überall einen negativen Wert von  $E$  als deutlichen Ausdruck der Zweigipfligkeit.

Wenn wir entscheiden wollen, ob wir vergleichend verschiedene Typen unterscheiden dürfen oder ob wir es mit einer gleitenden Reihe zu tun haben, so müssen wir die Sträucher nach dem Mittelwert von  $L$ . anordnen. Aus einer solchen Anordnung werden wir dann auch leicht ablesen können, ob sich eine Abhängigkeit der Spreitenlänge von äußeren Bedingungen nachweisen läßt.

No. des Strauches:	Mittelwert cm/2	Differenz $\pm m$ cm/2.
8.	7,270	
14.	8,165	0,895 $\pm$ 0,238
18.	8,255	0,090 $\pm$ 0,218
16.	9,270	1,015 $\pm$ 0,190
10.	9,515	0,245 $\pm$ 0,267
13.	9,520	0,005 $\pm$ 0,305
19.	9,570	0,050 $\pm$ 0,270
9.	9,665	0,095 $\pm$ 0,247
15.	9,750	0,085 $\pm$ 0,248
1.	9,754	0,004 $\pm$ 0,230
11.	9,885	0,131 $\pm$ 0,231
4.	10,162	0,277 $\pm$ 0,282
17.	10,680	0,518 $\pm$ 0,288
7.	11,165	0,485 $\pm$ 0,344
2.	11,824	0,659 $\pm$ 0,328
5.	12,300	0,576 $\pm$ 0,274
3.	13,648	1,348 $\pm$ 0,243
6.	14,790	1,142 $\pm$ 0,290
12.	15,255	0,465 $\pm$ 0,400

Die Differenz erreicht also nirgends die oben für die Vergleichung von 2 250-Messungen gefundene absolute Differenz von  $1,5 \text{ cm}/_2$ . Nicht weniger als 9 Differenzen bleiben innerhalb des mittleren Fehlers; ganz wenig über das 5fache des Fehlers hinaus gehen nur 2 Differenzen. Das heißt mit Worten; es läßt sich zwischen den kurzen und den langen Blättern nirgends eine sichere Grenze ziehen. Die 19 Sträucher gehören vergleichend, systematisch genommen, zu einer Einheit. Sie bilden nicht verschiedene Varietäten.

Damit gewinnt zugleich auch der Schluß, daß die Blattlänge weniger genotypisch als phaenotypisch bedingt sei, an Wahrscheinlichkeit. Versuchen wir aber den die Länge bedingenden Faktor zu fassen, so ergeben sich bei der Komplexität der äußeren Bedingungen Schwierigkeiten. Aus der Standortliste können wir nur wenig direkt ablesen; wir versuchen aber aus diesem wenigen einiges herauszuschälen.

Scheiden wir die Standorte in „sonnige“ und „schattige“, so entfallen die 5 Sträucher mit den kürzesten Blättern auf schattig, die 5 mit den längsten auf sonnig; oder unter den ersten 11 sind nur zwei sonnige; die letzten 8 sind alle sonnig. Sonniger Standort ist also wohl der Entwicklung günstiger als schattiger.

Ebenso ergibt sich, daß kräftige, gut entwickelte Bäume längere Blätter tragen als schwächliche.

Mit anderen Worten, die Länge der Blätter scheint in der Tat abhängig zu sein von ihrer Ernährung. Die Bedeutung der einzelnen Teilfaktoren könnte aber nur durch das Experiment eruiert werden.

Neben dem Verhalten des Wertes für L. und  $10 \text{ L.} : \text{Br.}$  spielt die Variation der Breite nur eine untergeordnete Rolle. Der Vollständigkeit halber seien hier aber wenigstens die Kurvenkonstanten für die Breite der Endblättchen der Sträucher 4—19 aufgeführt:

	$M$	$m$	$\sigma$	$v$
4.	$4,730 \pm 0,092$	$\text{cm}/_2 \pm$	$1,306 \text{ cm}/_2$	27,8
5.	$5,340 \pm 0,088$	„	$1,247$ „	23,5
6.	$6,775 \pm 0,110$	„	$1,553$ „	22,9
7.	$5,528 \pm 0,126$	„	$1,784$ „	32,4
8.	$3,525 \pm 0,072$	„	$1,019$ „	29,1
9.	$4,440 \pm 0,076$	„	$1,072$ „	24,4
10.	$4,665 \pm 0,114$	„	$1,504$ „	32,0
11.	$4,360 \pm 0,078$	„	$1,100$ „	25,0
12.	$5,525 \pm 0,091$	„	$1,290$ „	23,5
13.	$4,405 \pm 0,086$	„	$1,217$ „	27,7
14.	$4,070 \pm 0,069$	„	$0,977$ „	23,6
15.	$4,255 \pm 0,059$	„	$0,837$ „	19,2
16.	$4,305 \pm 0,054$	„	$0,769$ „	17,9
17.	$5,275 \pm 0,083$	„	$1,170$ „	22,1
18.	$4,305 \pm 0,062$	„	$0,879$ „	20,4
19.	$4,195 \pm 0,077$	„	$1,094$ „	26,0

Besonders wichtig ist die Variation des Längenbreitenindex. Es seien also hier die Zahlen für 10 L.:Br. in extemo aufgeführt.

1—3 siehe oben I—III.

No.	10 L.:Br.	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38
4.		--	--	1	--	4	7	8	24	23	<u>40</u>	<u>22</u>	<u>39</u>	10	14	5	--	2	--	--	1	--	--	--	--	--	--	--
5.		--	--	--	--	--	1	6	7	21	28	30	<u>43</u>	37	18	7	2	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
6.		--	--	--	--	10	6	16	31	<u>40</u>	<u>34</u>	<u>32</u>	17	9	5	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
7.		1	1	2	3	9	18	24	28	<u>32</u>	<u>32</u>	19	13	12	4	1	--	1	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
8.		--	--	--	--	2	8	17	30	<u>37</u>	<u>48</u>	23	24	10	1	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
9.		--	--	--	1	--	1	2	8	20	<u>37</u>	<u>32</u>	<u>47</u>	31	16	3	2	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
10.		--	--	--	1	3	6	16	29	<u>46</u>	<u>36</u>	<u>37</u>	<u>21</u>	3	2	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
11.		--	--	--	--	1	3	8	5	32	35	<u>51</u>	31	24	7	2	1	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
12.		--	--	--	--	1	2	1	4	19	13	<u>27</u>	21	19	15	15	<u>25</u>	13	11	3	6	3	--	1	--	--	1	--
13.		--	--	--	--	2	7	19	24	<u>34</u>	<u>22</u>	<u>18</u>	<u>25</u>	14	24	7	1	1	2	--	--	--	--	--	--	--	--	--
14.		--	--	1	4	8	18	<u>39</u>	<u>34</u>	<u>33</u>	23	13	10	5	9	3	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
15.		--	--	--	1	--	3	8	15	22	<u>24</u>	<u>25</u>	<u>24</u>	<u>19</u>	<u>23</u>	12	13	7	3	1	--	--	--	--	--	--	--	--
16.		--	--	--	--	3	9	10	20	<u>33</u>	<u>32</u>	<u>20</u>	<u>28</u>	12	13	9	3	3	4	--	1	--	--	--	--	--	--	--
17.		--	--	1	--	3	6	30	36	<u>40</u>	<u>24</u>	<u>31</u>	15	4	7	1	2	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
18.		--	--	1	2	10	22	39	<u>41</u>	<u>40</u>	25	12	5	2	--	--	1	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
19.		--	--	--	1	1	1	4	13	20	<u>31</u>	20	22	<u>28</u>	27	16	9	7	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Schon diese Zahlen zeigen große Differenzen zwischen den Werten der einzelnen Sträucher. Am deutlichsten werden auch hier die Verhältnisse, wenn wir die Mittelwerte berechnen und dann die Sträucher ordnen nach der Größe von *M*. In die gleiche Tabelle tragen wir zugleich auch die Werte von  $\sigma$  und  $v$  ein.

No.	<i>M</i>	<i>m</i>	$\sigma$	<i>v</i>	Ordngsn. für L.	<i>M</i> -Differenz.
1.	18,072 ± 0,102		± 2,272	12,6	10.	1,118 ± 0,168
18.	19,190 ± 0,133		1,882	9,9	3.	0,180 ± 0,149
3.	19,370 ± 0,068		1,517	7,8	17.	0,320 ± 0,184
14.	19,690 ± 0,171		2,423	12,3	2.	0,265 ± 0,245
7.	19,955 ± 0,176		2,492	12,4	14.	0,350 ± 0,233
17.	20,305 ± 0,153		2,160	10,6	13.	0,190 ± 0,199
10.	20,495 ± 0,127		1,792	8,9	5.	0,080 ± 0,182
8.	20,575 ± 0,130		1,840	9,0	1.	0,695 ± 0,159
2.	21,260 ± 0,092		2,059	7,2	15.	0,165 ± 0,198
4.	21,425 ± 0,175		2,481	11,6	12.	0,020 ± 0,228
6.	21,445 ± 0,146		2,066	9,7	18.	0,020 ± 0,238
13.	21,465 ± 0,188		2,661	12,4	6.	0,115 ± 0,275
16.	21,680 ± 0,201		2,840	13,1	4.	0,610 ± 0,240
9.	22,290 ± 0,131		1,859	8,3	8.	0,155 ± 0,191

No.	$M$	$m$	$\sigma$	$v$	Ordngsn. für L.	$M$ -Differenz.
5.	22,445	$\pm 0,139$	1,964	8,8	16.	0,235 $\pm$ 0,190
11.	22,680	$\pm 0,130$	1,792	8,9	11.	0,060 $\pm$ 0,243
15.	22,740	$\pm 0,205$	2,895	12,8	9.	0,090 $\pm$ 0,276
19.	22,830	$\pm 0,185$	2,621	11,5	7.	2,600 $\pm$ 0,309
12.	25,430	$\pm 0,247$	3,490	14,0	19.	

Die absolute Differenz zweier aufeinanderfolgender  $M$  geht also nur in 4 Fällen wesentlich über 0,3 hinaus; und in den gleichen Fällen erreicht sie auch mehr als das doppelte ihres mittleren Fehlers. Es ist also auch hier nicht möglich, ohne Willkür eine Grenze zwischen einer breitblättrigen und einer schmalblättrigen Varietät zu bezeichnen, trotzdem die Differenz des 10 L.:Br. zwischen dem Strauch mit den breitesten Blättern (18,072) und dem mit den schmalsten (25,430) volle 7,358 beträgt.

Damit erhält auch unsere frühere Annahme, daß die relative Breite der Blätter eher phaenotypisch als genotypisch bedingt sei, eine neue Stütze. Es fragt sich nun auch hier, ob sich aus dem vorliegenden Material (ähnlich wie bei L.) ein Zusammenhang feststellen lasse, zwischen Standortsbedingungen und Spreitenbreite. Leider ist das nicht möglich. Die Frage, welche Faktoren die Spreitenbreite bedingen, muß auf experimentellem Weg zu lösen versucht werden.

Wir haben oben gesehen, daß sich 10 L.:Br. mit den L. ändert; es bietet also ein Interesse die Reihenfolge der Sträucher bei der Anordnung nach der Größe von L. zu vergleichen mit den nach 10 L.:Br.; das gestattet uns die Ordnungsnummer in der obigen Tabelle. Das Resultat ist vollständig negativ. Die Reihenfolge nach der Größe von L. und von 10 L.:Br. zeigt gar keine Abhängigkeit zwischen den beiden Werten.

Wichtig ist aber doch, noch nachzusehen, ob sich nicht die Reihenfolge der Sträucher wesentlich verschiebt, wenn man nur Blätter gleicher Länge in Bezug auf 10 L.:Br. vergleicht. Wir stellen also auch hier die für jeden Zentimeter Länge gefundenen Mittelwerte von 10 L.:Br. zusammen, die nur berechnet wurden, wenn 10% (also 20 Bl.) in das betreffende Längenintervall fallen, oder doch wenigstens 5% (also 10--19 Bl.); die letzteren Zahlen stehen in Klammern. Zur Vergleichung sind auch die Zahlen der Sträucher I—III rekapituliert.

	3-4	5-6	7-8	9-10	11-12	13-14	15-16	17-18	19-20	cm/2
1.	—	15,7	17,0	18,2	19,1	20,0	(20,4)	—	—	
2.	—	(18,8)	19,7	20,6	21,4	22,0	22,3	(22,5)	—	
3.	—	—	—	18,5	18,9	19,4	20,2	(20)	—	
4.	—	(19,1)	20,8	20,9	21,9	22,9	(23)	—	—	
5.	—	—	(21,5)	21,5	22,2	22,8	23,3	(23,9)	—	
6.	—	—	—	(20,4)	20,6	22,1	22,1	22,3	22,5	
7.	—	17,9	18,5	19,5	20,6	21,2	(20,9)	(21)	—	



	3-4	5-6	7-8	9-10	11-12	13-14	15-16	17-18	19-20	cm/2
8.	18,7	19,8	20,8	21,6	(21,9)	—	—	—	—	
9.	—	(21,4)	21,9	22,2	23	(22,6)	—	—	—	
10.	—	19,4	20	20,8	21,3	(21,5)	—	—	—	
11.	—	20,8	22,1	23,1	23,6	23,6	—	—	—	
12.	—	—	(23)	23,5	23,3	24,9	25,9	27,6	27,6	
13.	—	18,8	20,0	22,6	22,5	22,4	—	—	—	
14.	—	18,1	19	20,6	22,7	—	—	—	—	
15.	—	18,8	21,4	22,4	24,3	(25,7)	—	—	—	
16.	—	(19)	20,2	21,8	23,2	—	—	—	—	
17.	—	(17,7)	18,9	20,0	21,1	21,5	(21,8)	—	—	
18.	—	18,5	19	19,5	(21,3)	—	—	—	—	
19.	—	(20,3)	22,6	23	22,8	(24,8)	—	—	—	

Zunächst zeigen diese Zahlen, daß durchweg beim einzelnen Strauch mit wachsendem L. auch der Wert von 10 L.:Br. zunimmt. Das nochmalige Abfallen dieses Wertes am Ende der Reihe, das wir oben konstatieren konnten, ist nur in einzelnen Fällen angedeutet.

Die Reihenfolge der Sträucher bei bloßer Berücksichtigung der Blätter von einer bestimmten Länge, läßt sich nur durchführen für die Länge 9—10 und 11—12 cm/2, weil nur in diesen zwei Reihen alle Sträucher vertreten sind. Stellen wir die Reihenfolge für diese zwei Gruppen auf und vergleichen wir sie mit der aus dem Mittelwert sich ergebenden, so erhalten wir:

Mittelwert:	No.	1	18	3	14	7	17	10	8	2	4	6	13	16	9	5	11	15	19	12
L. = 9—10	„	1	3	7	18	17	6	14	2	10	4	5	8	16	9	15	13	19	11	12
L. = 11—12	„	3	1	7	6	17	18	10	2	8	4	5	13	14	19	9	16	12	11	15

(Zwei — oder = bezeichnete aufeinanderfolgende Stöcke stehen in gleichem Rang.)

Im großen und ganzen bleibt somit die Reihenfolge erhalten. Wenn wir nämlich die Stellung in der Reihe 9—10 bzw. 11—12 mit der vom Mittelwert vergleichen, so finden wir nur folgende Abweichungen:

Reihe 9—10:	Gar nicht verschoben	5,	um 1 Einheit versch.	7,	um 2 E. versch.	2.
„ 11—12:	„	„	„	3,	„	„
					6,	„
						4.

Nur 5 im ersten und 6 im zweiten Fall haben ihren Platz wesentlich gewechselt.

Wir kommen also auch bei dieser exakteren Bestimmung der relativen Breite der Blätter der einzelnen Stöcke nicht zu einem Resultat, das uns erlauben würde, die Abhängigkeit derselben von einem bestimmten Faktor des Standorts nachzuweisen.

Wenn wir endlich das Ergebnis dieses 3. Kapitels mit denen der ersten zwei vergleichen, so finden wir eine wesentliche Unterstützung der dort gezogenen Schlüsse. Vor allem sei nochmals darauf hingewiesen, daß diese Untersuchung einer größeren Anzahl von Stöcken auch keine Anhaltspunkte gegeben hat zur Unterscheidung mehrerer Genotypen.

#### IV. Die Variation der Blattspreite von *Cytisus laburnum* und die Ritter-Ludwigsche Hypothese.

Zum Schlusse kommen wir endlich noch zu der Frage, ob das vorliegende Material als Beweismittel pro oder kontra die von Ritter im Anschluß an Ludwig aufgestellte und in mehreren Arbeiten verfochtene Hypothese von der „rhythmischen Teilung der kleinsten lebenden Zellindividualitäten“<sup>1)</sup> verwerten lasse, und damit kehren wir zurück zum eigentlichen Ausgangspunkt unserer Untersuchungen.

Ich beschränke mich, wie mein Material verlangt, an dieser Stelle auf „Organe mit zweidimensionalem Wachstum“ („die diskontinuierl. meristische Variationen“ habe ich an anderer Stelle kritisch in ihren Beziehungen zur Ritter-Ludwigschen Hypothese behandelt<sup>2)</sup>). Ritter kommt zum Schluß: „die Gipfelklassen für Länge und Breite der Blattspreite fallen angenähert auf das 10fache der Quadratwurzeln der Haupt- und Nebenzahlen der Fibonacci- und Trientalisreihe.“ Und die Erklärung dafür findet er in der Voraussetzung einer Anlageneinheit für die Flächeneinheit, die sich nach dem Schema des Fibonacci vermehre; dann müssen die Gipfelzahlen für die Fläche sich verhalten wie die Fibonaccizahlen. Da wir aber die Flächen nicht genau messen können, messen wir die linearen Dimensionen der Blätter, deren Variationskurven sich dann entwickeln müssen nach den Quadratwurzeln derselben Zahlen.

Die Möglichkeit, daß diese Hypothese richtig sein kann, wollen wir ohne weiteres zugeben. Doch müssen wir zunächst untersuchen, ob das von Ritter beigebrachte Material genüge, um sie wahrscheinlich zu machen. Und da kommen wir dann allerdings zum Schluß, daß das in keiner Weise der Fall ist.

Dieser Nachweis ist leicht zu führen. Wir sehen uns zunächst die Tabelle Ritters „Gegenüberstellung der empirischen und theoretischen Gipfel“ (p. 17) an, und ordnen uns die „theoretischen Gipfel“ (10 mal Quadratwurzel aus Fibonaccizahl) ihrem Zahlenwert nach; dann erhalten wir folgende Reihe: 10; 14,1; 17,3; 20; 22,4; 24,5; 26,5; 28,3; 30; 31,6; 33,2; 36,1; 38,7; 40; 42,4; 45,8; 48,9; 50,9. Wenn wir dann weiterhin berücksichtigen, „daß der Millimeter auch für makroskopische Untersuchungen schon ein recht kleines Maß ist, so daß Beobachtungsfehler durchaus nicht vermieden werden können, und besonders dann sich einstellen werden, wenn die Größe eines geprüften Organs zwischen zwei um einem Millimeter differierenden Größen steht oder wo irgendwelche morphologische Eigentümlichkeiten, als feine Zähnen oder Wellungen etc. am Blattrande, ein allmähliches, nicht scharf abgesetztes Übergehen der Spreite in den Stiel etc.“ sich finden, so erhalten wir als Resultat, daß für die Werte von 20—50 mm, innerhalb welcher Grenzen die

<sup>1)</sup> Ritter, Über diskont. Variation (Beitr. z. bot. Centralbl. XXV. Abt. I. 1909).

<sup>2)</sup> Vogler, Probleme u. Result. etc. St. Galler Jahrbuch 1910.

Ritterschen Messungen sich in ihrer großen Mehrzahl bewegen, jede beliebige Zahl Gipfelzahl sein darf, ohne in Widerspruch zu geraten mit der Hypothese. Damit fällt aber natürlich die Beweiskraft der Ritterschen Zahlen.

Dazu kommen aber noch zwei weitere Punkte in der Arbeit Ritters, die einer Kritik nicht standhalten können. Ritter stellt den Satz auf, daß die Gipfelzahlen für die Länge und die Breite auf den 10fachen Werten der Quadratwurzeln aus den Fibonaccizahlen liegen. Und in der für unsere Frage wichtigsten Arbeit bringt er als Belegmaterial Messungen der Spreitenbreite von: *Stellaria media*, *Oxalis acetosella*, *Lysimachia nummularia* etc. etc. und der Spreitenlänge von *Lysimachia nummularia*, *Hypericum perforatum*, *Fragaria vesca* etc. etc.

Wenn aber die Hypothese für die Entwicklung der Fläche nach Fibonacci richtig ist, so können bei nicht isodiametralen Blättern die Gipfelwerte der Breite nicht auf das 10fache der Quadratwurzeln aus den Fibonaccizahlen fallen, wenn das für die Werte der Länge gilt, wie folgende Überlegung zeigt. Wir setzen eine elliptische Blattform voraus: Die Fläche  $\frac{\pi}{4}$  (L. Br.) sei = I.  $I_1 : I_2 : I_3 : I_4$  etc., die Gipfelwerte für eine Kurve der Flächenvariation, würden sich nach der Ritterschen Hypothese verhalten wie die Fibonaccizahlen.  $I_1$  also  $x \text{ Fi}_1$ ;  $I_2 = x \text{ Fi}_2$  etc. Da  $\frac{\pi}{4}$  eine Konstante ist, so erhalten wir also auch  $L_1 \text{ Br}_1 = y \text{ Fi}_1$ ;  $L_2 \text{ Br}_2 = y \text{ Fi}_2$  etc.

$L_1 : L_2 : L_3$  muß also gleich sein  $\alpha \sqrt{\text{Fi}_1} : \alpha \sqrt{\text{Fi}_2} : \alpha \sqrt{\text{Fi}_3}$

und  $\text{Br}_1 : \text{Br}_2 : \text{Br}_3$  „ „ „ „  $\beta \sqrt{\text{Fi}_1} : \beta \sqrt{\text{Fi}_2} : \beta \sqrt{\text{Fi}_3}$ .

$\alpha \beta = y$ . Aber  $\alpha$  ist nicht gleich  $\beta$ , sondern  $\alpha$  muß sich verhalten zu  $\beta$ , wie L.:Br.

Liegen somit die Gipfelwerte für L. auf dem 10fachen der Quadratwurzeln aus den Fibonaccizahlen, so müssen die für Br. auf anderen Multipla derselben liegen. Da Ritter diesen Punkt nicht berücksichtigt hat, aber trotzdem bald die Kurven für die Breite, bald für die Länge gibt, so fällt auch aus diesem Grunde die Beweiskraft seiner Zahlen dahin.

Der dritte Einwand ist endlich folgender: Ritter beachtet nicht, daß die linearen Dimensionen der Spreiten überhaupt nur vergleichbar sind, wenn die Grundform der Blattspreite sich nicht ändert, d. h. bei einfachen Blattformen, wenn das Verhältnis von L.:Br. konstant bleibt, wie ich schon 1908 ausgeführt habe. Er macht sich z. B. gar nichts daraus „Messungen aller drei Foliola eines Blattes von *Cytisus laburnum* durcheinander“ anzuführen, trotz der großen Differenzen in der relativen Breite der End- und Seitenblättchen.

Es tut mir selbst leid, daß ich die Arbeiten Ritters so ablehnend kritisieren muß, umsomehr, als mir seine Hypothese an und für sich möglich und auch wahrscheinlich zu sein schien; habe ich ja doch selbst 1908 in meinen „Untersuchungen an den Blättern von *Vinca minor*“ unter Vermeidung der Fehler Ritters geglaubt, Beweismaterial für die Richtigkeit der Annahme der Entwicklung

der Blattflächenkurve nach den Zahlen des Fibonacci beigebracht zu haben.

Nun erhebt sich die Frage: was läßt sich aus dem vorliegenden sehr reichen Material von Messungen bei *Cytisus laburnum* erschließen? Die Antwort ist absolut negativ. Wohl finden wir überall mehrgipflige Kurven; aber wir können sie untersuchen und stellen, wie wir wollen, ins Fibonaccischema hinein gehen sie einfach nicht.

Das mag in aller Kürze noch gezeigt werden: Wir setzen also voraus: Einer bestimmten Flächeneinheit entspricht eine Anlage; diese Anlagen vermehren sich nach dem Schema des Fibonacci. Die Flächenvariationskurve soll somit eine Fibonaccikurve ergeben. Da wir aber die Fläche nicht direkt messen können, und eine exakte Berechnung auch nicht möglich ist, so müssen wir die Kurven der linearen Dimensionen allein berücksichtigen.

$$I_1 : I_2 : I_3 \text{ etc.} = F_{i_1} : F_{i_2} : F_{i_3} \text{ etc.}$$

ist also unsere Voraussetzung, wenn  $I_1$  etc. die Gipfelklassen der Flächenkurve,  $F_{i_1}$  etc. die Fibonaccizahlen bedeuten.

$$L_1 B_1 : L_2 B_2 : L_3 B_3 = I_1 : I_2 : I_3 = F_{i_1} : F_{i_2} : F_{i_3}.$$

Berücksichtigen wir nur Blättchen einer bestimmten Breite, so erhalten wir somit:

$$L_1 : L_2 : L_3 \text{ etc.} = F_{i_1} : F_{i_2} : F_{i_3} \text{ etc.}$$

In Worten: Die Gipfelzahlen der L.-Kurve der Blättchen einer bestimmten Breite verhalten sich wie die Fibonaccizahlen.

Um eine große Zahl von Varianten zu bekommen, nehme ich die Blättchen der Breite 20 mm, weil diese die häufigsten sind, vermehrt um die von 19 und 21 mm, und erhalte dann folgende Kurve für die Länge:

L. mm	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	
Frequenz:	3	4	8	3	<u>16</u>	15	16	22	31	<u>50</u>	48	42	<u>70</u>	59	<u>117</u>	67	<u>71</u>	65	
L. mm	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59			
Frequenz:	55	<u>62</u>	45	41	<u>53</u>	50	<u>57</u>	25	39	31	27	11	5	6	2	3	= 1200		

Die Kurve ist mehrgipflig; aber ich kann die Gipfel nicht als Multipla von Fibonaccizahlen erkennen.

Bei *Vinca minor* ging ich seinerzeit aus von der Kurve für  $L. \times Br.$  und glaubte dort die Gipfel gefunden zu haben auf dem 10fachen der Fibonaccizahlen. Wenn wir hier die gleiche Fläche als Einheit zugrunde legen würden — Ritter nimmt ja das auch für die Blätter verschiedenster Pflanzen an —, so kommen wir zu folgender Rechnung:

$$L. Br. = 10 Fi.$$

$$Br. = 20$$

$$L. = \frac{Fi}{2}.$$

Die Gipfel der L.-Kurve müßten also angenähert auf  $\frac{Fi}{2}$  fallen: also auf  $55 : 2 = 27,5$ ;  $89 : 2 = 44,5$  für die Hauptzahlen;  $68 : 2 = 34$ ;  $110 : 2 = 55$  für die Dupla, und  $63 : 2 = 31,5$ ;  $102 : 2 = 51$  für die Tripla derselben.

Nun finden wir in der Tat Gipfel auf 28, 45, (35), (54) und (50); aber gerade der Hauptgipfel auf 40 paßt nicht hinein.

Gehen wir trotzdem mit diesen Zahlen noch an die Kontrolle der Kurven für die Breite und Länge bei konstantem 10 L.: Br., so erhalten wir folgendes:

$$L. Br. = 10 Fi. \quad a \beta = 10. \quad \frac{a}{\beta} = 2. \quad a = \sqrt{20}. \quad \beta = \sqrt{5}.$$

$$L. = 4,47 \sqrt{Fi.} \quad Br. = 2,24 \sqrt{Fi.}$$

Fi.	$\sqrt{Fi.}$	$a\sqrt{Fi.}$	$\beta\sqrt{Fi.}$
<u>734</u>	5,83	26	13
<u>42</u>	6,48	29	14,5
<u>55</u>	7,42	33	16,5
<u>63</u>	7,94	35,5	18
<u>68</u>	8,25	37	18,5
<u>89</u>	9,43	42	21
102	10,10	45	22,5
110	10,49	47	23,5
<u>144</u>	12,00	53,5	27
165	12,85	57,5	29
178	13,34	59,5	30
<u>233</u>	15,26	68	34
267	16,34	73	36,5
288	16,97	76	38
377	19,42	87	43,5.

(Unterstrichen die Hauptzahlen der Fibonaccireihe.)

Für die Blätter mit einem 10 L.: Br. von 19—21, also im Mittel 20 erhalten wir folgende Variationskurven von L. und Br.

L.

mm	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	
Frequenz	1	—	—	2	3	8	2	11	—	12	11	11	15	24	12	<u>36</u>	34	32	
mm	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46
Frequ.	31	31	<u>51</u>	39	<u>65</u>	43	<u>77</u>	67	72	62	<u>93</u>	<u>63</u>	<u>119</u>	50	<u>80</u>	64	<u>60</u>	<u>106</u>	65
mm	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65
Frequ.	<u>109</u>	93	57	<u>102</u>	60	63	69	65	<u>86</u>	59	67	<u>80</u>	53	<u>88</u>	37	49	51	48	<u>56</u>
mm	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84
Frequ.	54	46	41	37	<u>74</u>	49	44	51	41	<u>55</u>	40	38	47	46	<u>50</u>	20	25	21	18
mm	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100			
Frequ.	22	23	12	10	15	15	2	7	1	1	6	3	1	2	—	1			

Br.

mm	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Frequ.	1	—	9	8	17	21	27	42	58	83	87	102	<u>138</u>	127	<u>151</u>	131	159	<u>171</u>	162	145
mm	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	
Frequ.	<u>161</u>	141	139	<u>141</u>	121	<u>135</u>	99	84	<u>110</u>	102	96	<u>110</u>	106	<u>108</u>	73	58	<u>64</u>	50	32	
mm	44	45	46	47	48	49	50	51	52											
Frequ.	17	10	11	9	6	1	2	1	2											

Die Gesamtzahl der Varianten beträgt also rund 3600; die Kurven sind trotz dieser großen Zahl mehrgipflig; aber eine Vergleichung der Lage der Gipfelklassen mit den oben berechneten Werten ( $\alpha/\sqrt{Fi}$  für L. und  $\beta/\sqrt{Fi}$  für Br.) zeigt, daß hier absolut keine Übereinstimmung besteht.

Zum gleichen Resultat gelangt man, wenn man mit anderen Werten von  $y$  rechnet. Das ganze große Material von *Cytisus laburnum* stützt also in keiner Weise die Rittersche Hypothese von der diskontinuierlichen Variation der Blattflächen. Ich bin heute auch überzeugt, daß auch bei *Vinca minor* das Resultat nur zufällig mit den Anforderungen dieser Hypothese mehr oder weniger übereinstimmt.

Nachdem ich ferner vor kurzem nachgewiesen habe, daß auch für die Anzahl der Blüten in Blütenständen und ähnliche Erscheinungen eine Erklärung der Lage der Gipfel mit Hilfe der Annahme einer Anlagenvermehrung nach Fibonacci unhaltbar sei, glaube ich, daß überhaupt die Ritter-Ludwigsche Hypothese definitiv erledigt ist.

## V. Zusammenstellung der Ergebnisse.

1. Es besteht bei *Cytisus laburnum* Heterophyllie; über die Verteilung der langen und kurzen Blätter am Stock werden weitere Untersuchungen Aufschluß geben.

2. Zwischen Länge und Breite der Foliola eines Stockes besteht weitgehende positive Korrelation.

3. Der Längenbreitenindex wächst mit wachsender Länge, so daß also die längeren Foliola relativ schmaler sind als die kürzeren.

4. Die Endfoliola sind länger als die seitlichen, aber relativ bedeutend schmaler.

5. Je länger die Endfoliola, umso kürzer die seitlichen, d. h. die Längendifferenz zwischen End- und Seitenfoliola ist relativ größer bei den Blättern mit langen Endfoliola.

6. Je schmaler die Endfoliola, umso breiter die seitlichen.

7. Länge, Breite und Längenbreitenindex bleiben am selben Stock in aufeinanderfolgenden Jahren nicht gleich.

8. Die Differenzen zwischen zwei Stöcken in Bezug auf die Werte der Länge und des Längenbreitenindex können zwar sehr groß sein, brauchen aber nicht genotypische Verschiedenheit zum Ausdruck zu bringen, weil sie nicht wesentlich hinausgehen über die Differenzen an ein und demselben Stock in aufeinanderfolgenden Jahren.

9. Sobald eine größere Anzahl von Stöcken berücksichtigt wird, erhalten wir für die Änderung der Werte

der Länge und des Längenbreitenindex eine gleitende Reihe ohne große Sprünge, so daß also eine Unterscheidung von Varietäten auf Grund der Größe und relativen Breite der Foliola nicht möglich ist.

10. Die Länge der End-Foliola ist eine Funktion der Standortsbedingungen; günstige (besonders sonnige) Standorte ergeben längere Foliola.

11. Für die Änderung des Längenbreitenindex läßt sich eine Beziehung zu den Standortsbedingungen nicht nachweisen.

12. Das vorliegende reichliche Material spricht in keiner Weise für die Ritter-Ludwigsche Hypothese von der Vermehrung der Anlagen für die Blattflächeneinheit nach dem Schema des Fibonacci.

St. Gallen, Februar 1911.

### Legende zu den Figuren:

Fig. 1. Variationskurven für die Länge der Endfoliola in  $\text{cm}/_2$ -Maßstab.  
Strauch 1 = —; 2 = ...; 3 = — . — . —

Fig. 2. Variationskurven für den Längenbreitenindex der Endfoliola.  
Strauch 1 = —; 2 = ...; 3 = — . — . —

Fig. 3. Die Änderung des Längenbreitenindex der Endfoliola mit wachsender Länge.

Strauch 1 = —; 2 = ...; 3 = — . — . —

Fig. 4. Variationskurven für die Länge der Endfoliola des Strauches 1 in drei aufeinanderfolgenden Jahren.

— 1908; ... 1909; — . — . — 1910.

Fig. 5. Variationskurven für den Längenbreitenindex der Endfoliola des Strauches 1 in drei aufeinanderfolgenden Jahren.

— 1908; ... 1909; — . — . — 1910.

Fig. 6. Die Änderung des Längenbreitenindex der Endfoliola des Strauches 1 in drei aufeinanderfolgenden Jahren.

— 1908; ... 1909; — . — . — 1910.

Fig. 7. Variationskurven für die Länge der Endfoliola des Strauches 2 in drei aufeinanderfolgenden Jahren.

— 1908; ... 1909; — . — . — 1910.

Fig. 8. Variationskurven für den Längenbreitenindex der Endfoliola des Strauches 2 in drei aufeinanderfolgenden Jahren.

— 1908; ... 1909; — . — . — 1910.

Fig. 9. Die Änderung des Längenbreitenindex der Endfoliola des Strauches 2 in drei aufeinanderfolgenden Jahren.

— 1908; ... 1909; — . — . — 1910.

Fig. 10. Variationskurven für die Länge der Endfoliola des Strauches 3 in den Jahren 1909 ... und 1910 — . — . —.

Fig. 11. Variationskurven für den Längenbreitenindex der Endfoliola des Strauches 3 in den Jahren 1909 — und 1910 — . — . —.

Fig. 12. Die Änderung des Längenbreitenindex der Endfoliola des Strauches 3 in den Jahren 1909 ... und 1910 — . — . —.

# ZOBODAT - [www.zobodat.at](http://www.zobodat.at)

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Botanisches Centralblatt](#)

Jahr/Year: 1910

Band/Volume: [BH\\_27\\_1](#)

Autor(en)/Author(s): Vogler Paul

Artikel/Article: [Die Variation der Blattspreite bei Cytisus laburnum L. 391-437](#)