



Im regulären, tetragonalen und rhombischen System sind drei auf einander senkrechte ausgezeichnete Richtungen gegeben. Im hexagonalen System sind zwei Axensysteme von ausgezeichneter Lage denkbar, deren eines einen Specialfall des rhombischen, deren anderes einen solchen des monoklinen Coordinatensystems darstellt. Bei monoklinen Körpern sind die Richtungen der beiden in (010) liegenden Axen variabel, bei triklinen endlich sind vom Symmetriestandpunkt alle Kanten von einander verschieden. Es lassen sich also für eine Substanz von der Symmetrie der letzteren Systeme unendlich viele Krystallvolumina berechnen und es erscheint die Frage von Interesse: Wird bei Transformation der Coordinatenachsen eines Krystalls der Quotient  $\frac{KV}{KV'}$  rational? wobei  $KV'$  das aus dem neugewählten Axensystem berechnete Krystallvolumen bedeutet.

Es ist im triklinen System bei einer Richtungsänderung der Z-Axe innerhalb der Ebene XZ (siehe Figur)

$$\frac{KV}{KV'} = \frac{s_3 \pi a b c \sqrt{\sin s \sin (s-\alpha) \sin (s-\beta) \sin (s-\gamma)}}{s_3 \pi a' b' c' \sqrt{\sin s' \sin (s'-\alpha') \sin (s'-\beta') \sin (s'-\gamma')}}.$$

In dem sphärischen Dreieck, dessen Bogen  $\alpha, \beta, \gamma$  und dessen Winkel A, B, C (Winkel der Coordinatenebenen) sind, ist

$$\sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{\sin (s-\beta) \sin (s-\gamma)}{\sin \beta \sin \gamma}} \quad \text{und} \quad \cos \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{\sin s \sin (s-\alpha)}{\sin \beta \sin \gamma}}$$

Ausserdem ist  $b' = b$ ,  $a' = m a$ , wo m eine rationale Zahl; mithin

$$\frac{KV}{KV'} = \frac{m c}{c'} \cdot \frac{\sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} \sin \beta \cdot \sin \gamma}{\sin \frac{A'}{2} \cdot \cos \frac{A'}{2} \cdot \sin \beta' \sin \gamma'}$$

Da nun  $\gamma = \gamma'$ ,  $A = A'$ , so ist

$$\frac{KV}{KV'} = \frac{m c}{c'} \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \beta'}$$

Schliesslich ergibt sich aus der Figur, dass

$$\frac{m c}{c'} = \frac{\sin \mu'}{\sin \mu}, \quad \text{also} \quad \frac{KV}{KV'} = \frac{\sin \beta}{\sin \mu} : \frac{\sin \beta'}{\sin \mu'}$$

Es handelt sich hier aber, wenn man will, um die Winkel der Spuren tautozonaler Krystallflächen auf einer Ebene. Da nun Ebenenbüschel und in ihnen liegende ebene Strahlenbüschel projektiv zu einander sind, so besagt das GAUSS'sche Gesetz der Krystallflächenwinkel zugleich, dass auch die Schnittkanten einer Fläche mit vier

unter sich tautozonalen Flächen ebenso wie die letzteren ein rationales Doppelverhältniss der Sinus ihrer Winkel bilden.

Somit ist obiger Ausdruck rational<sup>1</sup>.

Hieraus ergibt sich durch einfache Ueberlegung, dass auch bei Hinausfallen sämtlicher drei Axen aus sämtlichen ursprünglich angenommenen Coordinatenebenen der Ausdruck  $\frac{KV}{KV'}$  rational wird.

Im monoklinen System erhalten wir dieselbe Endformel mit der speciellen Eigenschaft, dass, wenn die Länge der in ihrer Richtung unveränderlichen Y-Axe constant, die Winkel der gezeichneten Flächen Spuren auf {010} gleich den entsprechenden Flächenwinkeln der Zone Y werden, oder dass, wenn eine der Axen X und Z constant (und die zu dieser geneigte Coordinatenebene Zeichnungsebene ist), der für  $\sphericalangle \beta$  zu substituierende  $\sphericalangle \alpha$  oder  $\gamma = 90^\circ$  wird.

Führt man bei hexagonalen Krystallen das übliche monokline Coordinatensystem in ein rhombisches über, so ist (Hauptsymmetrieaxe = Y) z. B.

$$\beta = 120^\circ, \beta' = 90, \mu = 30, \mu' = 60, a = c, c' = \frac{c}{\sqrt{3}}, m = \frac{1}{2}, \frac{KV}{KV'} = \frac{3}{2}$$

oder

$$\beta = 60^\circ, \beta' = 90, \mu = 60, \mu' = 30, a = c, c' = c\sqrt{3}, m = \frac{1}{2}, \frac{KV}{KV'} = \frac{1}{2}.$$

Da man unbeschadet obiger Ergebnisse für KV resp. KV' einen Ellipsoïdunktant und für diesen das ihm zu Grunde liegende Tetraeder einführen kann, so fließt aus dem Vorhergehenden folgender Satz:

Stellt man durch Parallelverschiebung möglicher Flächen eines Krystalls Tetraeder her, die mit je einer Ecke im Centrum zusammenstossen und deren dem Centrum gegenüberliegende Flächen (eventuell erweitert) irgend eine durch dieses gehende Kante in einem und demselben Punkte schneiden, so stehen die Volumina der Tetraeder in rationalem Verhältniss.

Es möge hieran noch eine specielle Folgerung geknüpft

<sup>1</sup> Setzt man in dem Ausdruck  $\frac{\sin \beta}{\sin \mu} : \frac{\sin \beta'}{\sin \mu'}$ ,  $\mu = 180 - (\nu + \beta)$  und  $\mu' = 180 - (\nu + \beta')$ , so erhält man nach einigen Umformungen

$$\frac{KV}{KV'} = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta'} \cdot \left( \frac{\operatorname{tg} \beta'}{\operatorname{tg} \nu} + 1 \right) : \left( \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \nu} + 1 \right)$$

Eine hinreichende Bedingung, diesen Ausdruck rational zu machen ist u. a. die, dass das Tangentenverhältniss irgend zweier (und damit aller!) unserer tautozonalen Flächenwinkel rational wäre. Die Frage nach letzterer Rationalität ist von NEUMANN (1823), KUPFFER (1831) und NAUMANN (1855) discutirt worden.

werden. LINCK hat für je zwei »eutropische« Substanzen folgende empirische Formel aufgestellt:

$$\frac{K V_1 \cdot D_1}{M_1} = \frac{R \cdot K V_2 \cdot D_2}{M_2},$$

welche für polymorphe Körper übergehen soll in  $K V_1 \cdot D_1 = R \cdot K V_2 \cdot D_2$ .

Hierin bedeutet D die Dichtigkeit, M das Molekulargewicht, K V das Krystallvolumen, R eine einfache rationale Zahl. Nun erhebt sich die Frage, ob die eventuelle Gültigkeit dieser Formeln unabhängig ist von der Wahl der Coordinatenaxen bei schiefaxigen Substanzen.

Der Quotient  $\frac{K V}{K' V'}$  eines Krystalls ist nach obigem dann rational, wenn die Längen der  $K V'$  liefernden Axen durch bestimmte trigonometrische Funktionen mit denen der  $K V$  bildenden Axen verknüpft sind. Nimmt man nun an, dass der Werth R der LINCK'schen Formeln für irgend zwei Körper dann rational würde, wenn man für die eine derselben gewisse Kantenschnitte a b c als Axen wählte und für a eine rationale Zahl, sagen wir eins, annähme.

Bei Substitution der Axe a durch die neue  $a' = J$ , wo J eine irrationale Funktion von a, ist wie oben bewiesen

$$\frac{1 \cdot b \cdot c \sqrt{\dots}}{J \cdot b \cdot c \sqrt{\dots}} = \text{rational};$$

nun kennen wir aber die geforderten Axen a b c nicht, wählen z. B. statt ihrer empirisch  $a' b c$  und benutzen  $a'$  als Maassstab, dann ist

$$\frac{J \cdot b \cdot c \sqrt{\dots'}}{J \cdot \frac{c}{J} \sqrt{\dots'}} = J^3$$

natürlich im allgemeinen ein irrationaler Werth.

Mithin genügt bei schiefaxigen Substanzen höchstens je ein einziges Axensystem der LINCK'schen Formel und dieses könnte stets nur empirisch gefunden werden.

---

**Die Lockerung des Krystallgebäudes  
von Zeolithen unter dem Einfluss von Salzsäure.**

Von **F. Rinne** in Hannover.

Mit 6 Figuren.

Hannover, mineralogisch-geologisches Institut  
der Technischen Hochschule.

Bekanntermassen werden Zeolithe, wie Heulandit, Brewsterit, Desmin, Harmotom, Phillipsit, Chabasit, Natrolith, Analcim u. a. durch Salzsäure unter Hinterlassung eines Rückstandes von pulveriger

# ZOBODAT - [www.zobodat.at](http://www.zobodat.at)

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Centralblatt für Mineralogie, Geologie und Paläontologie](#)

Jahr/Year: 1902

Band/Volume: [1902](#)

Autor(en)/Author(s): Johnsen Arrien

Artikel/Article: [Bemerkungen zum Krystallvolumen. 591-594](#)