

selten — gegeben haben, denn warum sollten die giftigen Salze damals anders agirt haben als heute?

Nicht angenehm berührt, dass WALTHER noch den Ausdruck »Formation« für die Reihe von Schichtenfolgen gebraucht, die seit 1885 nach internationalem Uebereinkommen mit »System« bezeichnet werden sollen. Er sagt z. B. Juraformation statt Jurasystem. Einem ganz alten Herrn, dem schwerfällt etwas längst gewohntes »wegzulernen«, kann man »sowas« hingehen lassen, nicht aber einem thatkräftigen, jugendlichen, in voller Wirksamkeit arbeitenden, sehr mutigen Universitätsprofessor.

Alles Vortragene thut aber meinem aufrichtigen Wunsche, JOH. WALTHER von zahlreichen weitem im Interesse der Geologie unternommenen Reisen recht viel Beobachtungsmaterial gesund heimbringen zu sehen, nicht den geringsten Eintrag. Dazu ein herzliches Glückauf von

Dr. CARL OCHSENIUS.

Bemerkungen zu der Volumtheorie von Krystallen.

Von Ernst Sommerfeldt.

Mit 2 Textfiguren.

Tübingen, 20. September 1902.

Der Ausdruck, welcher von SCHRAUF und nach ihm von LINCK als »Krystallvolum« definirt wird, besitzt nicht die Eigenschaft, an welche man bei dem Wort Volumen unwillkürlich denkt, unabhängig von der Wahl des Coordinatensystems zu sein; vielmehr ist die Definition von vornherein auf solche Coordinatensysteme zugeschnitten, welche den Flächen des zu betrachtenden Krystalles rationale Indices verleihen. Dass auf diejenigen Coordinatentransformationen keine Rücksicht genommen wird, welche die Rationalflächen des Complexes in Irrationalflächen überführen, ist aber kein wesentlicher Uebelstand, denn derartige Transformationen haben für die geometrische Krystallographie nur sehr untergeordnete Bedeutung und werden thunlichst vermieden. Indessen existiren auch solche Transformationen der Axenelemente, welche die Rationalflächen des Complexes wiederum in Rationalflächen überführen und den Werth des Krystallvolums ändern, wobei, wie Herr JOHNSEN kürzlich¹ in dieser Zeitschrift nachgewiesen hat, das Verhältniss des ursprünglichen zu dem transformirten Krystallvolum rational ist. Es soll nun die Frage beantwortet werden, wie müssen die Transformationen der Axenelemente beschaffen sein, damit überhaupt keine Aenderung des Krystallvolums durch sie veranlasst wird? Nur wenn sich nachweisen lässt,

¹ Centralbl. f. Min. etc. 1902, pag. 591.

dass diesen Transformationen grössere Wichtigkeit zukommt, als denen, welche das Krystallvolum ändern, ist die Bezeichnung desselben als »Volum« begründet und es würde dann berechtigt erscheinen, auch letztere Transformationen möglichst zu vermeiden.

Es kann nun wirklich unter der Annahme der Richtigkeit gewisser Strukturhypothesen bewiesen werden, dass letztere Transformationen nicht eine Vereinfachung sondern stets nur eine Complicirung in der Auffassung und Beschreibung der geometrischen Eigenschaften des Krystalles bedingen.

Als Coordinatenebenen seien drei Krystallflächen, welche die Winkel A, B, C und deren Schnittkanten die Winkel α, β, γ einschliessen, gewählt, auf jenen Schnittkanten seien die Axeneinheiten — oder »Axenvectoren« — a, b, c vom Coordinatennullpunkt aus markirt, deren Endpunkte wir als Einheitspunkte bezeichnen. Es möge der Kürze wegen $\frac{\alpha + \beta + \gamma}{2} = s$ gesetzt und der Ausdruck 1)

$$a b c \sin A \sin \beta \sin \gamma = 2 abc \sqrt{\sin s \sin (s-\alpha) \sin (s-\beta) \sin (s-\gamma)}$$

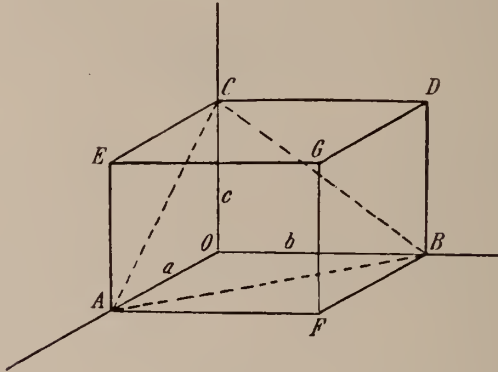


Fig. 1.

betrachtet werden. Derselbe stellt, abgesehen von einem rein numerischen Faktor (nämlich $\frac{4}{3} \pi$), SCHRAUF'S Krystallvolum dar, andererseits repräsentirt er gerade das Volum desjenigen Parallelepipeds (Fig. 1), das von den drei Coordinatenebenen und den durch die Einheitspunkte ihnen parallel gelegten Ebenen begrenzt wird.

Um die Lage aller Rationalflächen des Complexes zu veranschaulichen, tragen wir von O aus auf jeder Coordinatenaxe sämtliche ganzzahligen (positiven und negativen) Vielfachen des auf ihr liegenden Axenvektors ab und legen durch jeden der so gewonnenen ganzzahligen Punkte der Coordinatenachsen eine Parallelebene zu derjenigen Coordinatenebene, welche ausserhalb dieses Punktes liegt. So erhält man ein Raumgitter, welches wir als das zu dem

Vektorenkreuz a, b, c gehörige »Ebenengitter« bezeichnen, sein Elementarparallelepiped ist das in Fig. 1 gezeichnete mit den Seiten a, b, c . Denken wir uns nun, dass die Ebenen und Linien aus dem Gitter herausgenommen, die Punkte aber an ihren früheren Plätzen unverrückbar festgehalten werden, so wandelt sich das »Ebenengitter« in ein räumliches »Punktgitter« um; es bleibt nämlich die Gesamtheit der Punkte übrig, welchen ganzzahlige Parallel-Coordinaten in Bezug auf das Vektorenkreuz a, b, c zukommen¹. Ein solches Punktgitter kann nun in sehr verschiedener Art in ein Ebenengitter zurückverwandelt werden, denn man kann durch ganz verschiedene Systeme paralleler Linien und Ebenen die Gitterpunkte mit einander verbinden. Die verschiedenen Verbindungsweisen be-

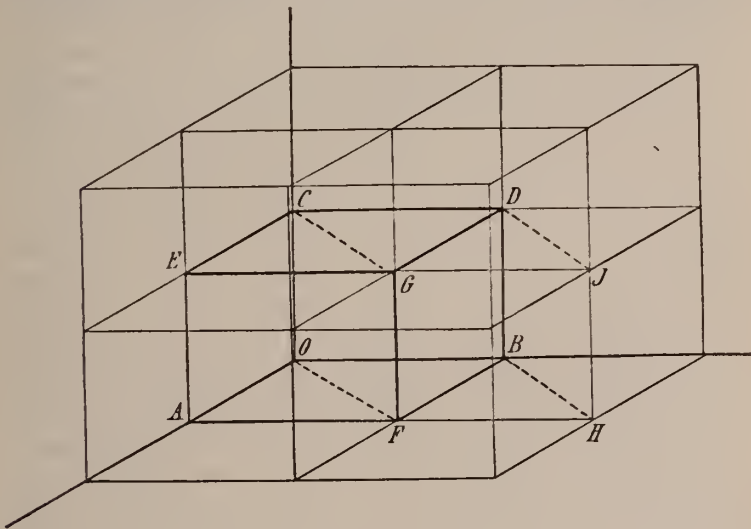


Fig. 2.

deuten aber nichts anderes als Transformationen des ursprünglichen Axensystemes resp. Vektorenkreuzes.

Ein Beispiel wird die Sachlage deutlich veranschaulichen (vgl. Fig. 2). Statt des ursprünglichen Vektorenkreuzes $OA = a, OB = b, OC = c$ und statt des zugehörigen Elementarparallelepipedes $OABCDEFG$ können wir $OF = a', OB = b, OC = c$ als Vektorenkreuz und also $OFBCDGH I$ als Elementarparallelepiped eines Ebenengitters betrachten, welches, als Punktgitter aufgefasst, mit dem ursprünglichen vollkommen identisch ist. Diese Operation ist

¹ Die Längeneinheit, mit der wir diese Coordinaten ausmessen, denken wir uns für die drei Coordinatenrichtungen verschieden gross angenommen, und zwar setzen wir jeden der drei Einheitsmaassstäbe der ihm gleichgerichteten Axeneinheit gleich.

aber andererseits als eine Transformation der Axenelemente des Complexes zu bezeichnen, indem FBC die neue Einheitsfläche und OF, OB, OC die neuen Axen sind.

Offenbar ist aber das neue Elementarparallelepiped dem alten gleich, wir haben hier also den Fall vor uns, dass das Krystallvolum $SCHRAUF$'s bei einer Coordinatentransformation keine Aenderung erfährt.

Es lässt sich nun beweisen, dass alle diejenigen Ebenengitter, welche aus einem und demselben Punktgitter durch verschiedenartige Eintragung von Ebenen erzeugt werden können, gleich grosse Elementarparallelepipeda besitzen, und dass umgekehrt zwei Ebenengitter, welche sich durch das Volumen ihrer Elementarparallelepipeda unterscheiden, auch stets verschiedenen Punktgittern angehören.

Mit dem Beweise dieses Satzes wird zugleich die Frage über das Krystallvolum, die wir aufwarfen, erledigt sein, denn dasselbe unterscheidet sich ja nur um den Faktor $\sqrt[4]{3} \cdot 3,14159$ von jenem Elementarparallelepiped; es ergibt sich also alsdann:

Die nothwendige und hinreichende Bedingung dafür, dass bei einer Transformation der Axenelemente eines Krystalles zugleich das Krystallvolumen sich ändere, besteht darin, dass ausser den Axenelementen selbst auch das zugehörige Punktgitter eine Aenderung erfahre.

Der Beweis für obigen Satz kann in sehr anschaulicher Weise folgendermassen geführt werden: In einem Ebenengitter ist die Anzahl der Gitterpunkte und Elementarparallelepipeda gleich; denn jedes einzelne Elementarparallelepiped hat zwar acht Gitterpunkte zu Eckpunkten, andererseits aber stossen in jedem Eckpunkte acht Elementarparallelepipeda zusammen. Da vor und nach dem Wechsel der Ebenenschaaren des Gitters die Gitterpunkte die gleichen sind, ist auch die Anzahl der Elementarparallelepipeda des ursprünglichen und des neu construirten Ebenengitters gleich. Es wird also die gleiche Grösse — nämlich der gesammte Raum — in beiden Fällen in eine gleiche Anzahl von unter sich gleichen Theilen zerlegt, folglich sind diese Theilstücke d. h. die Elementarparallelepipeda in beiden Fällen gleich gross.

Uebrigens ergibt sich im Anschluss hieran das Resultat des Herrn $JOHNSEN$ ohne jede Rechnung aus der einfachen Thatsache, dass die allgemeinste Art der Transformationen der Axenelemente, welche die Axenvektoren a, b, c überführen in a', b', c' , in folgender Beziehung zu den soeben behandelten speciellen steht:

Man trage in das Punktgitter derart drei Parallelschaaren von Ebenen ein, dass je drei in einem Punkt zusammenstossende Kanten des Ebenengitters die Richtungen des Axenvektorenkreuzes a', b', c' haben, alsdann muss jede Kante des Elementarparallelepipeds zu dem ihr gleichgerichteten Axenvektor im Verhältniss einer rationalen

Zahl stehen. Also dadurch, dass man aus geeigneten rationalen Multiplen der Kanten des Elementarparallelepipedes (ohne deren Richtung zu ändern) ein neues Elementarparallelepiped construirt, kann man die verlangten Axenlängen a' , b' , c' gewinnen, natürlich ändert sich auch das Volum des Elementarparallelepipedes bei dieser Konstruktion um einen rationalen Faktor. Dieses aber ist das von Herrn JOHNSEN erhaltene Resultat.

Es sei gestattet hinzuzufügen, dass besonders bei schiefwinkligen Axensystemen gar keine Veranlassung vorliegt den Zahlenausdruck 1) oder das $\frac{4}{3}\pi$ fache von ihm geometrisch als Ellipsoid zu interpretiren, während die Auffassung desselben als Elementarparallelepiped in der Natur der Sache begründet ist. Im ersteren Fall entsteht die Unbestimmtheit, dass man die Hauptaxen des Ellipsoides in ganz verschiedener Weise im Vergleich zu den Krystallaxen orientiren kann. So lange hierüber eine Festsetzung nicht getroffen wird (was z. B. Herr JOHNSEN unterlässt) scheinen mir diejenigen Ausführungen, in welchen dennoch der Ausdruck 1) bei schiefwinkligem Axensystem als Ellipsoid interpretirt wird, eine Unklarheit zu enthalten.

Die bisherigen Resultate sind völlig unabhängig von der Frage, ob für die Struktur eines Krystalles ein Raumgitter massgebend ist, denn die Raumgitter dienen uns bisher lediglich als rein geometrisches Hilfsmittel zur Veranschaulichung des Krystallflächencomplexes, in ähnlicher Weise wie man z. B. die Polfigur oder irgend eine Projektionszeichnung hierfür benützt. Will man aber für jede krystallisirte Substanz einem bestimmten Raumgitter besondere physikalische Bedeutung zuschreiben und es etwa als »wahres Raumgitter« bezeichnen, so zerfallen die gesammten Transformationen der Axenelemente in zwei Klassen, erstens in solche, welche das Raumgitter (als Punktgitter aufgefasst) ungeändert lassen und in solche, welche es ändern. Letztere würden alsdann für den Krystallographen ebenso wenig in Betracht kommen, wie gegenwärtig die Transformationen, welche die Rationalflächen eines Complexes in Irrationalflächen überführen. Bei bekanntem Punktgitter würden nur die verschiedenen Möglichkeiten für die Konstruktion der einbeschriebenen Ebenengitter noch krystallographische Bedeutung haben, alle diese Konstruktionen liefern aber dem Obigen zufolge gleiches Krystallvolumen, daher können wir zusammenfassend kurz sagen: Ist das Punktgitter für eine krystallisirte Phase bekannt, so kann das Krystallvolumen als unabhängig von den krystallographischen Axenelementen betrachtet werden, falls nur solche Vektoren als proportional den Axeneinheiten gewählt werden dürfen, welche zwei Nachbarpunkte des Gitters verbinden, d. h. solche Gitterpunkte, zwischen denen keine weiteren auf ihrem Verbindungsvektor liegen.

Personalialia.

Herr Dr. **F. von Huene**, Assistent am geologischen Institut der Universität Tübingen hat sich an der dortigen Universität für Geologie und Palaeontologie habilitirt.

Miscellanea.

Der Unterzeichnete erlaubt sich die geehrten Herrn Fachkollegen aufmerksam zu machen, dass sein IX. Bericht (1900—1902) über die »neuesten Erfahrungen über den geognostischen Aufbau der Erdoberfläche« in WAGNER's Geogr. Jahrbuche (Gotha, J. Perthes) mit letztem December d. J. zum Abschlusse gebracht werden soll. Er ersucht um freundliche Zusendung neuester Publikationen.

Prof. Dr. FRANZ TOULA.

Wien IV, k. k. techn. Hochschule.

Berichtigungen.

Jahrg.	p.	Z.		
1900	99		Analyse von A. J. HIGGIN	statt A. G. HIGGIN
„	99		„ „ G. A. GOYDER	„ J. A. GOYDER
„	174	23 v. u.	Von Diestite	„ Diestite
„	176	11 v. o.	A Three-Circle	„ The Thracivile
„	176	12 v. o.	PRIOR and SPENCER	„ PRIOR and SMITH
1901	399	33 v. o.	Carmmoney	„ Carmmoney
„	413	3 v. u.	improved	„ unproved
„	413	1 v. u.	dele Proceed.	
„	414	12 v. o.	Rock-slices	„ Rock-lices
„	445	13 v. u.	Jodyrite	„ Fodyrite
„	445	18 v. o.	Rathite	„ Rathit
1902	176	24 v. o.	T. H. HOLLAND	„ J. H. HOLLANDS
„	177	11 v. o.	Ti O ₂ 0.04	„ Si O ₂ 0.04
„	186		G. T. PRIOR	„ G. J. PRIOR
„	186	13 v. u.	Kilbrickenit	„ Kilbrikenit
„	186	12 v. u.	Camborne	„ Cramborne

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Centralblatt für Mineralogie, Geologie und Paläontologie](#)

Jahr/Year: 1902

Band/Volume: [1902](#)

Autor(en)/Author(s): Sommerfeldt Ernst

Artikel/Article: [Bemerkungen zu der Volumtheorie von Krystallen. 633-638](#)