

Neue Instrumente und Beobachtungsmethoden.

Ueber einen Quarzhalbschattenapparat.

Von S. Nakamura in Göttingen.

Mit 1 Textfigur.

I.

Unter den zahlreichen polaristrobometrischen Eiurichtungen ist der LIPPICH'sche Polarisator ohne Zweifel die vollkommenste, weil er uns gestattet, mit beliebigen Lichtarten und beliebigem Grade der Empfindlichkeit zu operieren. Deshalb hat er mit Recht überall Anwendung gefunden, wo es sich um möglichst genaue Messungen handelt. Aber sein Nachteil ist die Schwierigkeit der Herstellung, und infolgedessen ist er ziemlich teuer. Dagegen vereinigt der zuerst von J. MACÉ DE LÉPINAY¹ vorgeschlagene Quarzhalbschattenapparat mit den Vorzügen der einfachen Konstruktion und des bequemen Gebrauches den Vorteil äußerster Genauigkeit der Messungen.

Für polaristrobometrische Zwecke hat man Quarzplatten in verschiedener Weise benutzt. Die SOLEIL'sche Doppelplatte² besteht aus zwei nebeneinanderstehenden, gleich dicken, links und rechts drehenden Quarzplatten, die genau senkrecht zur optischen Achse geschnitten sind. Ihre Dicke ist gewöhnlich 3,75 mm, so daß, wenn sie zwischen parallelen Nicols genau senkrecht zur Sehnlinie eingesetzt werden, die beiden Hälften des Gesichtsfeldes im weißen Licht in gleicher Farbe, und zwar in der violetten „teinte sensible“, erscheinen. Das Prinzip der SOLEIL'schen Platte hat E. BERTRAND³ zu stauoskopischen Zwecken im Mikroskop benutzt. Er nahm je zwei gleich dicke, links und rechts drehende Quarzplatten und kittete sie nebeneinander derart, daß die gegenüberliegenden Quadranten denselben Drehungssinn haben. Diese vierfache Platte wird im Okular des Mikroskops angebracht und die Trennungslinien der Quadranten dienen als Kreuzfäden. Da die

¹ J. MACÉ DE LÉPINAY, Journ. de phys. (2) 4, 267; 1885. (3) 9, 585; 1900.

² H. SOLEIL, Compt. rend. 20, 1805; 21, 426; 1845; 24, 973; 1847.

³ E. BERTRAND, Zeitschr. f. Krist. 1, 69; 1877.

Platten $2\frac{1}{2}$ mm dick sind, ist die Empfindlichkeit der Einrichtung sehr gering.

Unter den Halbschattenapparaten wird der LAURENT'sche¹ sehr häufig gebraucht; er besteht aus einer parallel zur Achse geschnittenen Quarzplatte von solcher Dicke, daß der Gangunterschied zwischen ordentlichen und außerordentlichen Strahlen ein ungerades Vielfaches einer halben Wellenlänge ist. Die LAURENT'sche Platte hat den Nachteil, daß sie nur für eine bestimmte Farbe brauchbar ist. Die beschränkte Zuverlässigkeit der Messung mit diesem Apparat ist von LIPPICH² eingehend diskutiert worden.

LOMMEL³ hat für Spektrosaccharimetrie einen Quarzkeil, dessen Kante parallel zur optischen Achse ist, vor dem Spalt des Spektrometers angewendet. Für denselben Zweck hat GLAN⁴ eine senkrecht zur Achse geschnittene Quarzplatte benutzt, die zwischen dem polarisierenden Nicol und dem Saccharimeterrohr eingeschaltet wurde.

Die im folgenden zu beschreibende Quarzdoppelplatte ist wie die SOLEIL'sche aus zwei gleich dicken, links und rechts drehenden Platten zusammengesetzt, die genau senkrecht zur optischen Achse stehen. Aber die Dicke der Platten ist sehr gering und zwar je nach der gewünschten Empfindlichkeit etwa $\frac{1}{5}$ — $\frac{1}{2}\frac{1}{5}$ mm.

Will man einen Apparat mit dreiteiligem Gesichtsfelde anwenden, so kann man z. B. eine Linksquarzplatte zwischen zwei Rechtsquarzplatten anbringen.

II.

Es seien OP , OP_1 , OP_2 und OA die Polarisations Ebenen des Polarisators, der Strahlen, die aus der links bzw. rechts drehenden Quarzplatte kommen, und des Analysators. Da die Platten gleich dick angenommen werden, so halbiert OP den Winkel zwischen OP_1 und OP_2 .

Wenn man die Winkel P_1OP und AOP durch ε und χ und die Helligkeit des einfallenden Lichtes durch i bezeichnet, so werden die beiden Hälften des Gesichtsfeldes in den Intensitäten

$$\begin{aligned} J_1 &= i \cdot \cos^2(\chi - \varepsilon) \\ J_2 &= i \cdot \cos^2(\chi + \varepsilon) \end{aligned} \quad (1)$$

erscheinen. Da

$$J_1 - J_2 = i \cdot \sin 2\chi \cdot \sin 2\varepsilon \quad (2)$$

ist, so wird die Nulllage des Analysators oder die Lage, wo das Feld gleichmäßig erscheint, gegeben durch $\sin 2\chi = 0$ oder $\chi = \pi/2$ und $\chi = 0$.

¹ LAURENT, Compt. rend. **86**, 612; 1878; **89**, 665; 1879.

² LIPPICH, Zeitschr. f. Instrum.-Kunde. **12**, 333; 1892.

³ LOMMEL, Zeitschr. f. Instrum.-Kunde. **9**, 227; 1889.

⁴ GLAN, WIED. Ann. **43**, 44; 1891.

Für die erste Lage, bei gekreuzten Nicols, ist die Intensität des gleichmäßigen Feldes

$$J_0' = i \cdot \sin^2 \varepsilon.$$

Wenn der Analysator von dieser Lage aus um einen kleinen Winkel Θ gedreht wird, so ist $\chi = \pi/2 + \Theta$ und der relative Helligkeitsunterschied ist

$$\frac{J_1 - J_2}{J_0'} = \frac{4 \Theta}{\tan \varepsilon}. \quad (3)$$

Die Einrichtung wird also um so empfindlicher, je kleiner der Winkel Θ ist, der einen gegebenen Helligkeitsunterschied

$$\frac{J_1 - J_2}{J_0'} = K$$

hervorrufft. Wir nehmen als Maß der Empfindlichkeit η des Apparates den reziproken Wert des Winkels Θ , dann wird

$$\eta = \frac{4}{K} \cdot \frac{1}{\tan \varepsilon}. \quad (4)$$

Daraus folgt, daß man die Quarzplatte dünn nehmen muß, damit ε klein wird, andererseits dick genug, damit nicht J_0' zu klein wird. Man könnte die Platte ziemlich dick nehmen, $\varepsilon = \pi$ entsprechend. Dieser Fall soll weiter unten erläutert werden.

Für die zweite Lage des Analysators, bei parallelen Nicols, ist die Intensität des gleichmäßigen Feldes

$$J_0'' = i \cdot \cos^2 \varepsilon$$

und die Empfindlichkeit

$$\eta = \frac{4}{K} \cdot \tan \varepsilon.$$

Hier muß man die Quarzplatte, um die empfindliche Anordnung zu bekommen, so dick nehmen, daß der Drehwinkel ε nahe 90° wird. Aber ich habe diese Anordnung nicht angenommen, aus einem Grunde, der weiter unten erläutert wird.

Da der Lichtverlust durch Reflexion und Absorption an der Doppelplatte überall gleich ist, so wird von vornherein ein ganz gleichmäßiges Feld zu erwarten sein.

Bei dem LIPPICH'schen Apparat ist das nicht der Fall. Wenn nämlich OP_1 und OP_2 die Polarisationsbeugen der aus dem großen Nicol und aus den davor liegenden kleinen Nicols kommenden Strahlen bedeuten, dann haben diese Strahlen verschiedene Intensität i und $i \cos^2 2\varepsilon$, selbst wenn man von der Absorption und der Reflexion an den kleinen Nicols absieht. Die Nulllagen des Analysators sind deshalb nicht genau parallel oder senkrecht zu OP , der Halbierungslinie von OP_1 und OP_2 . Eine Drehung des großen Nicols zur Veränderung der Empfindlichkeit bewirkt sowohl eine Veränderung von ε als auch eine Drehung von OP . Man be-

kommt also bei jeder anderen Empfindlichkeit eine andere Analytoreinstellung.

Benutzt man Na-Licht, so ist zu beachten, daß es zweifarbig ist; wegen der Dispersion des Drehungsvermögens im Quarz hat man also zwei Polarisations Ebenen für zwei Lichtarten in jedem Teile des Feldes. Der Unterschied des Drehungswinkels ε für die beiden D-Linien beträgt in einer Platte von $\frac{1}{2}\frac{1}{10}$ mm Dicke etwa $8''$. Wenn die beiden Platten genau von derselben Dicke sind, so fallen die Halbierungsebenen OP der Polarisations Ebenen der beiden Farben zusammen; und selbst wenn die Platten von verschiedener Dicke sind, machen sie gegeneinander einen kleinen Winkel von wenigen Bogensekunden. Es folgt daraus, daß die Inhomogenität des Na-Lichtes keinen großen Fehler zur Folge hat.

III.

Der Analysator befinde sich in seiner Nulllage, so daß OA senkrecht zu OP liegt. Eine inaktive doppeltbrechende Kristallplatte werde zwischen der Quarzdoppelplatte und dem Polarisator eingeschaltet. Es seien: OH_1, OH_2 die Polarisations Ebenen der schnelleren resp. langsameren Welle im Kristall; Winkel $PO P_1 = \varepsilon$, $POH_1 = \varphi$. Dann ergibt sich, dass die Intensitäten J_1, J_2 des Gesichtsfeldes gegeben werden durch

$$J_1 = i \left\{ \cos^2 \varphi \sin^2(\varepsilon + \varphi) + \sin^2 \varphi \cos^2(\varepsilon + \varphi) - \frac{1}{2} \sin 2\varphi \sin 2(\varepsilon + \varphi) \cos 2\pi \frac{\Gamma}{\lambda} \right\} \quad (5)$$

$$J_2 = i \left\{ \cos^2 \varphi \sin^2(\varepsilon - \varphi) + \sin^2 \varphi \cos^2(\varepsilon - \varphi) + \frac{1}{2} \sin 2\varphi \sin 2(\varepsilon - \varphi) \cos 2\pi \frac{\Gamma}{\lambda} \right\}$$

so daß

$$J_1 - J_2 = i \cdot \sin 2\varepsilon \sin 4\varphi \cdot \sin^2 \pi \frac{\Gamma}{\lambda}, \quad (6)$$

wobei i die Intensität des einfallenden Lichtes, Γ den Gangunterschied der beiden Wellen im Kristall und λ die Wellenlänge im leeren Raum bedeutet. Das Gesichtsfeld wird also gleichmäßig hell erscheinen mit der Intensität

$$J_0' = i \sin^2 \varepsilon, \quad (7)$$

wenn $\varphi = 0$ oder $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ist.

Die zu (3) und (4) analogen Gleichungen, welche die Empfindlichkeit der Anordnung bestimmen, lauten:

$$\frac{J_1 - J_2}{J_0'} = \frac{8 \Theta}{\tan \varepsilon} \cdot \sin^2 \pi \frac{\Gamma}{\lambda}$$

$$\eta = \frac{8}{K} \cdot \frac{\sin^2 \pi \frac{\Gamma}{\lambda}}{\tan \varepsilon}$$

Die Bedingungen dafür, daß die Anordnung möglichst empfindlich sein soll, sind: (1) ε muß klein sein, (2) $\sin \pi \frac{\Gamma}{\lambda}$ muß möglichst groß sein. Man schließt daraus, daß die Kristallplatte eine solche Dicke haben muß, daß $\sin \pi \frac{\Gamma}{\lambda} = 1$ wird; d. h. die Kristallplatte muß eine Halbwellenlängeplatte sein.

Derselbe Schluß gilt, falls die Kristallplatte zwischen der Quarzdoppelplatte und dem Analysator eingeschaltet wird. Dann ist

$$J_1 = i \cos^2 \varepsilon \left\{ \cos^2(\varepsilon - \varphi) \sin^2 \varphi + \sin^2(\varepsilon - \varphi) \cos^2 \varphi \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \sin 2\varphi \sin 2(\varepsilon - \varphi) \cos 2\pi \frac{\Gamma}{\lambda} \right\}$$

$$J_2 = i \cos^2 \varepsilon \left\{ \cos^2(\varepsilon + \varphi) \sin^2 \varphi + \sin^2(\varepsilon + \varphi) \cos^2 \varphi \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \sin 2\varphi \sin 2(\varepsilon + \varphi) \cos 2\pi \frac{\Gamma}{\lambda} \right\}$$

$$J_1 - J_2 = i \cos^2 \varepsilon \sin 2\varepsilon \sin 4\varphi \cdot \sin^2 \pi \frac{\Gamma}{\lambda}$$

und die gleichmäßige Helligkeit J_0'' des Feldes für $\varphi = 0$ oder $\pi/2$ wird

$$J_0'' = i \sin^2 \varepsilon \cdot \cos^2 \varepsilon,$$

worin der Faktor $\cos^2 \varepsilon$ nahezu $= 1$ ist.

Die Quarzdoppelplatte darf also mit dem Polarisator oder mit dem Analysator verbunden werden.

Wichtig ist, daß die Nulllage des Analysators unabhängig bleibt von dem Azimut der Trennungslinie der Quarzplatten; sie hängt nur von der Lage des Polarisators ab. Wenn der Analysator sich in seiner Nulllage befindet, kann man die Quarzplatte beliebig um die Sehlinie drehen, ohne die gleichmäßige Helligkeit des Feldes zu stören. Man kann sie an dem drehbaren Tische des Polarisationsapparates befestigen, den zu untersuchenden Kristall direkt darauf legen, und beide Präparate zusammen drehen. Diese Anordnung bietet einen großen Vorteil gegenüber anderen Halbschattenapparaten dar. Es kommt häufig vor, daß der Kristall oder sein Spaltstück eine etwas verlängerte Gestalt hat und eine seiner Polarisationsrichtungen sehr wenig zur Längsrichtung geneigt ist. Wenn man in diesem Falle mit einem LIPPICH'schen dreiteiligen Halbschattenapparate operiert, so wird das Gesichtsfeld unsymmetrisch in bezug auf den Kristall. Aber die doppelte oder dreifache Quarzplatte kann jederzeit so gestellt werden, daß ihre Trennungslinie senkrecht zur Längsrichtung des Kristalls liegt. Diese Anordnung ist besonders zu empfehlen beim Arbeiten mit Mikroskopen.

IV.

Beleuchtet man den Polarisationsapparat mit zusammengesetztem Licht, so ist wegen der Dispersion des Drehungsvermögens im Quarz

der Drehwinkel ε verschieden für verschiedene Farben, und nach der Gleichung (4) variiert die Empfindlichkeit η von Farbe zu Farbe. Das ist der Grund, warum zu Beobachtungen bei gekreuzten Nicols die Quarzdoppelplatte so dünn ($\frac{1}{20}$ mm) gewählt werden muß. Dann werden die Drehwinkel ε für die FRAUNHOFER'schen Linien A und G resp. $0,63^\circ$ und $2,56^\circ$; die Einstellung bleibt also im ganzen sichtbaren Spektralgebiet sehr empfindlich.

Wenn man parallele Nicols anwenden will und daher die Quarzplatte so dick nimmt, daß der Drehwinkel für Na-Licht beinahe 90° wird, so ist die Dispersion schon zu groß, um empfindliche Einstellungen für das ganze Spektrum zu bekommen. Ist z. B. die Doppelplatte 4,1 mm dick, dann gibt die Tabelle den Drehwinkel ε und den spitzen Winkel γ zwischen den Polarisations-ebenen der Doppelplatte für verschiedene FRAUNHOFER'sche Linien:

	ε	γ
A . . .	52,07°	75,86°
B . . .	64,37	51,26
C . . .	70,93	38,14
D . . .	89,01	1,98
E . . .	112,75	45,50
F . . .	134,07	88,14
G . . .	174,66	10,68
H . . .	209,92	59,84

Diese Platte würde also nur geeignet sein für Farben nahe der D-Linie. Für eine Farbe, die jenseits der G-Linie liegt, müßten wir sogar mit gekreuzten Nicols arbeiten. Eine Platte, für welche $\varepsilon = \pi$ ist, würde noch viel weniger brauchbar sein.

V.

Der Polarisationsapparat werde beleuchtet durch einen Monochromator, dessen Austrittsspalt das Spektralgebiet zwischen den Wellenlängen λ_1 und λ_2 liefert. Wir wollen jetzt nach LIPPICH¹ die Empfindlichkeit der verschiedenen Halbschattenapparate vergleichen. Die Größen i und ε sind Funktionen von λ , und wir müssen statt der Gleichungen (1) und (2) schreiben:

$$\left. \begin{aligned} J_1 &= \Sigma i \cos^2(\chi - \varepsilon) \\ J_2 &= \Sigma i \cos^2(\chi + \varepsilon) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$J_1 - J_2 = \sin 2\chi \Sigma i \sin 2\varepsilon \quad (9)$$

Gleichmäßige Helligkeit des Feldes tritt ein für $\chi = 0$ oder $\chi = \frac{\pi}{2}$, unabhängig von i und ε , da alles symmetrisch ist in bezug auf die Polarisations-ebene des Polarisationators.

¹ LIPPICH a. a. O.

Ist ε sehr klein, so wird die Empfindlichkeit

$$\eta = \frac{4}{K} \frac{\sum i \varepsilon}{\sum i \varepsilon^2}. \quad (10)$$

Im LIPPICH'schen Apparate ist ε eine Konstante gleich ε' und die Empfindlichkeit ist

$$\eta' = \frac{4}{K \varepsilon'}.$$

Die Empfindlichkeiten η und η' können gleich sein, wenn

$$\varepsilon' = \frac{\sum i \varepsilon^2}{\sum i \varepsilon}.$$

Das ist immer möglich, wenn ε von derselben Größenordnung ist wie ε' . Ein LAURENT'sches Polarimeter besitzt nach LIPPICH die Empfindlichkeit η''

$$\eta'' = \frac{4}{K} \frac{\sum i p}{\varepsilon \sum i} = \eta' \frac{\sum i p}{\sum i},$$

wo

$$p = \sin^2 \pi \frac{\Gamma}{\lambda}$$

und Γ der Gangunterschied der beiden Wellen in der LAURENT'schen Platte ist. Es zeigt sich, daß η'' immer kleiner als η' ist, weil p immer positiv und kleiner als 1 ist. Der Quarzhalbschattenapparat hat also keineswegs geringere Empfindlichkeit wie der LIPPICH'sche, aber die Empfindlichkeit des LAURENT'schen Apparates ist immer geringer.

VI.

Es handelt sich nun darum, zu untersuchen, ob der Quarzhalbschattenapparat bei Messungen des optischen Drehungsvermögens zuverlässig ist¹.

Der Analysator befinde sich in seiner Nullstellung; es werde eine aktive Substanz eingeschaltet und darauf der Analysator um den Winkel β gedreht, bis die gleichmäßige Helligkeit des Feldes wiederhergestellt ist. Sei α der Winkel, um welchen die aktive Substanz die Polarisationssebene des Lichtes von der Wellenlänge λ gedreht hat, so gilt:

$$\sum i \cdot \sin 2(\beta - \alpha) \cdot \sin 2\varepsilon = 0.$$

Ist das Spektralgebiet von λ_1 bei λ_2 sehr schmal, so ist $\beta - \alpha$ klein und man erhält

$$\beta = \frac{\sum i \varepsilon \alpha}{\sum i \varepsilon}. \quad (11)$$

Es fragt sich jetzt, zu welcher Wellenlänge λ_0 die gemessene

¹ LIPPICH (a. a. O.) hat seinen Apparat mit dem LAURENT'schen verglichen.

Drehung β gehört. Man kann λ_0 durch eine Schwerpunktkonstruktion erhalten. Man konstruiere die Kurve der α , indem λ als Abszisse und das zugehörige α als Ordinate abgetragen wird. Bei geringer Ausdehnung des Spektrums wird man das Kurvenstück $\alpha_1 \alpha_2$ zwischen $\lambda_1 \lambda_2$ als geradlinig ansehen können. Nun denken wir uns, daß die Punkte dieser Strecke mit Gewichten belastet sind, die dem $i \varepsilon$ proportional sind. Die Ordinate des Schwerpunktes dieser Strecke ist β und die entsprechende Abszisse ist λ_0 . Wir schließen daraus:

1. Ändert sich die Drehung α dadurch, daß von der aktiven Substanz Schichten von verschiedener Dicke oder verschiedener Konzentration oder verschiedener aktiver Substanzen eingeschaltet werden, so bleibt λ_0 konstant, so lange i und ε ungeändert bleiben.

2. Ändert die Lichtquelle ihre Helligkeit in der Weise, daß i überall in demselben Verhältnisse zu- oder abnimmt, so ändert sich λ_0 nicht.

3. Die Größe ε ist bei verschiedenen Instrumenten veränderlich wegen der Verschiedenheit der Dicke der benutzten Quarzplatten. Aber dieser Umstand hat wieder keinen Einfluß auf λ_0 , da ε proportional zur Dicke ist, und letztere hebt sich in der Gleichung (11) heraus.

Damit ist gezeigt, daß die Messungen mit dem Quarzhalbschattenapparat untereinander vergleichbar sind und daß die dem beobachteten Winkel β entsprechende Wellenlänge λ_0 nur abhängig ist von der Helligkeitsverteilung i im Spektrum der Lichtquelle. Es ist aber damit nicht gemeint, daß für dieselbe Verteilung von i in einem gegebenen Gebiete von λ_1 bis λ_2 dem Werte von β , wie man ihn beobachtet einerseits mit unserem Apparate und andererseits mit dem LIPPICH'schen oder dem LAURENT'schen Apparate, dieselbe Wellenlänge λ_0 entspricht. Im LAURENT'schen Apparate ist

$$\beta = \frac{\sum p i \alpha}{\sum p i},$$

und hier stimmen sogar die Messungen mit Halbwellenlängenplatten von verschiedenen Dicken untereinander nicht überein, weil p nicht proportional zur Dicke der LAURENT'schen Platte ist. Theoretisch betrachtet ist der LIPPICH'sche Apparat der denkbar beste, weil bei ihm

$$\beta = \frac{\sum i \alpha}{\sum i}$$

ist. Unser Apparat muß nach (11) immer andere, von dem LIPPICH'schen verschiedene λ_0 geben für denselben Winkel β ¹. Aber man

¹ Wenn man einen Halbschattenapparat aus einer anderen optisch aktiven Substanz, die eine andere Dispersion des ε zeigt, z. B. aus Natriumchlorat, konstruieren würde, so würde man ein drittes λ_0 bekommen für dasselbe β .

kann sich leicht überzeugen, daß, wenn es sich um eine kleine Ausdehnung des Spektralgebietes handelt, die Differenzen der λ_0 sehr klein sind. Um sie abzuschätzen, wollen wir annehmen, daß α und ε zwischen λ_1 und λ_2 lineare Funktionen von λ sind:

$$\begin{aligned}\varepsilon &= a + b\lambda \\ \alpha &= a' + b'\lambda.\end{aligned}$$

Da es sich jetzt um den Einfluß von ε auf λ_0 handelt, setzen wir der Einfachheit halber $i = \text{const.}$ Dann wird

$$\begin{aligned}\beta &= \frac{\sum i \varepsilon \alpha}{\sum i \varepsilon} = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varepsilon \alpha d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varepsilon d\lambda} \\ &= \frac{a a' + \frac{1}{2}(a b' + a' b)(\lambda_1 + \lambda_2) + \frac{1}{3} b b'(\lambda_1^2 + \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2^2)}{a + \frac{1}{2} b(\lambda_1 + \lambda_2)}.\end{aligned}$$

Nun gehört zu λ_0 der Wert β , daher

$$\beta = a' + b'\lambda_0,$$

daraus folgt

$$\lambda_0 = \frac{1}{2}(\lambda_1 + \lambda_2) + \frac{1}{6}(\lambda_1 - \lambda_2) \cdot \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}, \quad (12)$$

wo ε_1 und ε_2 die Drehwinkel im Quarz für λ_1 und λ_2 sind. Bei dem LIPPICH'schen Instrument bekommt man unter denselben Voraussetzungen

$$\lambda_0' = \frac{1}{2}(\lambda_1 + \lambda_2).$$

Der Unterschied ist also

$$\Delta\lambda_0 = \lambda_0 - \lambda_0' = \frac{1}{6}(\lambda_1 - \lambda_2) \cdot \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}. \quad (13)$$

Da im Quarz $(\lambda_1 - \lambda_2)$ und $(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$ entgegengesetzte Vorzeichen haben, so ist λ_0 eine etwas kleinere Wellenlänge als λ_0' .

Wir ziehen zwei Fälle in Betracht: der Austrittsspalt des Monochromators soll so breit sein, daß im ersten Falle das Spektralgebiet A—B und im zweiten Falle das Gebiet G—H in den Polarisationsapparat gelangt. Dann ist

$$\begin{aligned}\lambda_A &= 0,760 \mu, & \varepsilon_A &= 12,7^\circ \\ \lambda_B &= 0,687 \mu, & \varepsilon_B &= 15,7^\circ;\end{aligned}$$

$$\frac{1}{6}(\lambda_A - \lambda_B) \cdot \frac{\varepsilon_A - \varepsilon_B}{\varepsilon_A + \varepsilon_B} = -0,0013 \mu$$

und

$$\begin{aligned}\lambda_G &= 0,4308 \mu, & \varepsilon_G &= 42,6^\circ \\ \lambda_H &= 0,3968 \mu, & \varepsilon_H &= 51,2^\circ;\end{aligned}$$

$$\frac{1}{6}(\lambda_G - \lambda_H) \cdot \frac{\varepsilon_G - \varepsilon_H}{\varepsilon_G + \varepsilon_H} = -0,0005 \mu.$$

Da in Wirklichkeit der Spalt unvergleichlich schmaler ist und der Unterschied der Wellenlängen der beiden D-Linien nur $0,0006 \mu$ beträgt, so ergibt sich:

Die Messungen des Drehungsvermögens mit dem Quarzhalbschattenapparate sind streng untereinander und praktisch auch mit den Messungen des LIPPICH'schen Apparates vergleichbar.

VII.

Wir gehen über zur Messung von Auslöschungsschiefen. Nach Gleichung (6) ist:

$$J_1 - J_2 = \Sigma i \sin 2\varepsilon \cdot \sin 4\varphi \sin^2 \pi \frac{T}{\lambda} = 0,$$

wo i , ε , φ und T Funktionen von λ sind. Wir haben schon auf S. 271 gesehen, daß die Dicke der Kristallplatte der Bedingung

$$\sin \pi \frac{T}{\lambda} = 1$$

entsprechen muß, um die empfindlichste Einstellung zu bekommen. Wenn man die Platte nicht zu dünn nimmt, so hat man im sichtbaren Spektrum verschiedene Wellenlängen λ , für welche diese Bedingung erfüllt ist. Wir nehmen daher an, daß wir nur ein solches Gebiet des Spektrums benutzen, das jener Bedingung genügt, und erinnern daran, daß ε und φ klein sind; dann läßt die letzte Gleichung sich schreiben:

$$\Sigma i \varepsilon \varphi = 0, \quad (14)$$

wo man:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= a + b\lambda \\ \varphi &= a' + b'\lambda \end{aligned}$$

setzen kann. Um zu sehen, welcher Wellenlänge λ_0 die Einstellung des Kristalls auf gleichmäßige Helligkeit entspricht, schreiben wir

$$0 = a + b'\lambda_0$$

und finden unter der Voraussetzung, daß i konstant ist,

$$\lambda_0 = \frac{1}{2}(\lambda_1 + \lambda_2) + \frac{1}{6}(\lambda_1 - \lambda_2) \cdot \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}.$$

Diese Gleichung stimmt mit (12) überein. Wir schließen daraus:

Der Quarzhalbschattenapparat ist zur Messung von Auslöschungsschiefen ebenso zuverlässig wie der LIPPICH'sche Apparat.

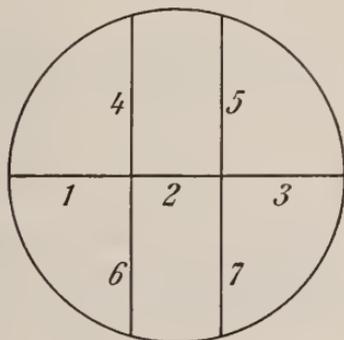
VIII.

Wenn man ausschließlich mit Na-Licht arbeiten will, so kann man statt einer doppel- oder dreifachen Platte eine einfache Quarzplatte mit scharfen Kanten benutzen, die nur einen Teil des Ge-

sichtsfeldes bedeckt. Am zweckmäßigsten wählt man einen schmalen langen Streifen mit sehr scharfen Kanten, der sich in der Mitte des Feldes befindet. Dann haben wir einen dreiteiligen Halbschattenapparat. Oder die Platte darf, wie von HEELE¹ beim LAURENT'schen Apparate vorgeschlagen wurde, eine dünne kreisrunde Scheibe sein. Das Gesichtsfeld wird dann so aussehen, wie bei einem LUMMER-BRODHUN'schen Photometer. Um dieselbe Empfindlichkeit zu bekommen wie bei einer doppel- oder dreifachen Platte, darf die Platte doppelt so dick sein. Durch die Reflexion und die Absorption an der Platte wird die Genauigkeit des Apparates vermindert.

IX.

An einer Doppelplatte von ca. 0,04 mm Dicke mit sehr scharfen Trennungslinien, hergestellt nach meiner Angabe durch Dr. STEEG und REUTER in Homburg v. d. H., wurde die folgende Messung durchgeführt im mineralogischen Institut zu Göttingen. Hier muß ich Herrn Professor LIEBISCH meinen verbindlichsten Dank aussprechen dafür, daß er einen LANDOLT'schen Polarisationsapparat mit einem LIPPICH'schen dreiteiligen Polarisator und andere Einrichtungen und Versuchsmittel freundlichst zu meiner Verfügung gestellt hat. Der Analysator ist mit einem Teilkreise versehen, der in $\frac{1}{4}$ -Grade geteilt ist und durch Nonien $\frac{1}{100}$ -Grad ablesen läßt. Die Grenzlinien der drei Felder stehen vertikal.



Ich habe zunächst die Genauigkeit der Nullstellung des Analysators mit der Quarzdoppelplatte und mit der LIPPICH'schen Einrichtung unter möglichst gleichen Umständen verglichen. Der Halbschattenwinkel des LIPPICH'schen Polarisators war nahezu gleich dem der Doppelplatte. Diese Platte war dicht vor der Nicolkombination so eingeschaltet, daß ihre Trennungslinie horizontal lag (Figur). Die Lichtquelle war eine Na-Flamme, erzeugt durch einen LINNEMANN'schen Brenner mit Sauerstoffleuchtgas und Natriumkarbonatperlen auf einem Platindraht. Es wurde sogleich bemerkt, daß die Polarisierungsebenen der beiden kleineren Nicols N_1 und N_r des LIPPICH'schen Polarisators nicht genau parallel zu einander waren. Die sieben Lagen des Analysators, entsprechend den sieben Grenzlinien in dem Gesichtsfeld, wurden durch je zehnmal wiederholte Ablesungen in jeder Lage bestimmt:

¹ GUMBLICH, Zeitschr. f. Instrum.-Kunde, 16, 269; 1896.

(1) = 174,539°	± 0,0037°
(2) = 175,761°	8
(3) = 174,200°	47
(4) = 176,015°	26
(5) = 175,832°	36
(6) = 174,336°	23
(7) = 174,182°	37

Die Messungen zeigen beinahe gleich große wahrscheinliche Fehler. Die beiden Halbschatteneinrichtungen sind also gleich empfindlich.

Es sei α die Ablesung des Analysators, wenn seine Polarisationssebene senkrecht zu der des größeren Nicols N steht. Ferner bezeichnen wir die Winkel, welche die Polarisationssebene des Nicols N mit den Polarisationssebenen der kleineren Nicols N_1 und N_r einschließt, mit $2\varepsilon_1$ und $2\varepsilon_r$ und den Winkel, um welchen jede Quarzplatte die Polarisationssebene des einfallenden Lichtes gedreht hat, mit ε , so werden die sieben Ablesungen des Analysators

$$\begin{aligned}
 (1) &= \alpha - 2\varepsilon_1 \\
 (2) &= \alpha \\
 (3) &= \alpha - 2\varepsilon_r \\
 (4) &= \alpha + \varepsilon - \varepsilon_1 \\
 (5) &= \alpha + \varepsilon - \varepsilon_r \\
 (6) &= \alpha - \varepsilon - \varepsilon_1 \\
 (7) &= \alpha - \varepsilon - \varepsilon_r
 \end{aligned}$$

sein, wobei von dem Lichtverluste durch Reflexion und Absorption abgesehen ist. Daraus erhalten wir folgende Werte der Halbschattenwinkel $2\varepsilon_1$, $2\varepsilon_r$ und 2ε :

$$\begin{aligned}
 2\varepsilon_1 &= (2) - (1) = 1,222^\circ \\
 2\varepsilon_r &= (2) - (3) = 1,561^\circ \\
 2\varepsilon &= \frac{(4) + (5) - (6) - (7)}{2} = 1,665^\circ.
 \end{aligned}$$

Die Dicke der Quarzdoppelplatte ist:

$$l = \frac{\varepsilon}{21,75} = 0,0383 \text{ mm,}$$

wobei das Drehungsvermögen des Quarzes für Natriumlicht $= 21,75^\circ$ angenommen worden ist.

Zur Beleuchtung des Apparates mit weißem Lichte habe ich eine NERNST-Lampe benutzt. Hier kann man die Lagen (1)—(3) des Analysators ebenso gut feststellen wie im Na-Licht. Das Gesichtsfeld in der entscheidenden Lage des Analysators erschien weiß mit etwas bläulicher Färbung und war sehr empfindlich. Die Mittelwerte der zehn Ablesungen sind:

$$\begin{aligned}(1) &= 194,501^{\circ} \pm 0,0021 \\ (2) &= 195,731^{\circ} \quad 27 \\ (3) &= 194,201^{\circ} \quad 24\end{aligned}$$

Die erhöhte Empfindlichkeit ist der größeren Helligkeit der NERNST-Lampe zu verdanken. Die Grenzlinien (4)–(7) ließen sich nicht ablesen, weil wegen der Dispersion im Quarz das Gesichtsfeld nicht gleichmäßig sein konnte. Die Doppelplatte wurde daher entfernt. Für die linke und die rechte Grenzlinie des Gesichtsfeldes ergaben sich die Werte:

$$\begin{aligned}(l) &= 195,163^{\circ} \pm 0,0014 \\ (r) &= 195,018^{\circ} \quad 12\end{aligned}$$

In den früheren Bezeichnungen sind die Ablesungen:

$$\begin{aligned}(1) &= \alpha - 2 \varepsilon_l \\ (2) &= \alpha \\ (3) &= \alpha - 2 \varepsilon_r \\ (l) &= \alpha - \varepsilon_l \\ (r) &= \alpha - \varepsilon_r\end{aligned}$$

Um sie mit den Messungen im einfarbigen Lichte zu vergleichen, berechnen wir $\varepsilon_r - \varepsilon_l$. Für weißes Licht ergibt sich:

$$\left. \begin{aligned}\varepsilon_r - \varepsilon_l &= \frac{(1) - (3)}{2} = 0,150^{\circ} \\ &= (l) - (r) = 0,145^{\circ}\end{aligned} \right\} \text{Mittel} = 0,147^{\circ}$$

und aus den Messungen im Na-Licht:

$$\left. \begin{aligned}\varepsilon_r - \varepsilon_l &= \frac{(1) - (3)}{2} = 0,170^{\circ} \\ &= (4) - (5) = 0,183 \\ &= (6) - (7) = 0,154\end{aligned} \right\} \text{Mittel} = 0,169^{\circ}$$

Der Unterschied beträgt $0,022^{\circ}$ oder 1,32 Bogenminuten.

Göttingen, Mineralogisches Institut, Februar 1905.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Centralblatt für Mineralogie, Geologie und Paläontologie](#)

Jahr/Year: 1905

Band/Volume: [1905](#)

Autor(en)/Author(s): Nakamura S.

Artikel/Article: [Ueber einen Quarzhalbschattenapparat. 267-279](#)