© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Wunsche entziehen kann, die Originale selbst und vor allen Dingen die noch viel reichere Bildersammlung der ecuatorianischen Vulkane kennen zu lernen. Bieten doch diese durch die Art ihrer Aufstellung im Grassi-Museum, in Verbindung mit den zur Orientierung beigefügten Kartenausschnitten und daneben ausgestellten zugehörigen Handstücken der Gesteine ein Mittel, sich in die dargestellte Landschaft hineinzuversetzen, das — richtig benutzt — hinter einer wirklichen Reise in das betreffende Gebiet kaum allzuviel zurücksteht.

Nachschrift: Während der Drucklegung der vorstehenden Zeilen erschien in diesen Blättern (p. 189; No. 6) eine kurze Erörterung über den von Stübel mit Vorliebe angewandten und auch von mir gelegentlich wiedergegebenen Ausdruck: „Zweck der Eruptionen". Es sei mir daher gestattet, an dieser Stelle kurz zu erklären, daß ich in völliger Übereinstimmung mit dem verehrten Verfasser hierbei selbstverständlich nicht im entferntesten an die zwecksetzende Absicht eines intelligenten Willens gedacht habe. Ich sehe in der beanstandeten Wendung lediglich eine anschauliche Redefigur, bei der in leicht durchsichtiger — und daher wohl auch ungefährlicher — Weise die tatsächliche Wirkung als Zweck hingestellt wird. Daß auch Stübel mit jenem Ausdruck keinen anderen, am wenigsten einen mystisch teleologischen Sinn verband, ergibt sich wohl zweifellos aus dem klaren kausalen Zusammenhang, der zwischen diesem „Zweck" und seiner Hypothese von der Ausdehnung des Magmas beim Erstarren besteht.

A. Dannenberg.

Diagramme der regelmässigen Punktsysteme.

Erster Teil; mit 19 Textfiguren: Diejenigen Fälle Sohncke's, in welchen ohne Schraubungen aus einem Ausgangspunkt die sämtlichen übrigen ableitbar sind.

Von **Ernst Sommerfeldt.**

Die geometrischen Eigenschaften der regelmäßigen Punktsysteme lassen sich dadurch besonders einfach behandeln, daß man die bei der Behandlung der Kristallpolyeder gebräuchlichen Methoden möglichst anwendet, z. B. läßt der Begriff Fundamentalbereich, welcher in sehr einfacher Weise mit der Polyedersymmetrie zusammenhängt (vergl. Tafel 1—31 in dem Buche: E. Sommerfeldt, Geometrische Kristallographie, Leipzig, 1906) sich unmittelbar auf die Strukturen übertragen und bedeutet dort den Spielraum, welcher dem einzelnen Baustein derart zugeordnet werden kann, daß jeder Punkt des geometrischen Raumes ent-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

weder direkt oder als freier Spielraum einem und nur einem Baustein der Struktur zugehört.

Auch hinsichtlich der Art, wie die Bausteine einer Struktur zusammengefaßt werden, läßt die Geometrie der Polyeder und Strukturen sich einheitlicher und einfacher gestalten als bisher. Zunächst knüpfen wir an ein Resultat Sohncke's an, wonach drei Punktsysteme, welche die Symmetrie eines Oktaeders wiedergeben, aus Bravais'schen regulären Gittern dadurch entstehen, daß jeder Punkt eines solchen durch einen „24-Punkter" ersetzt wird, und daß ebenso drei Punktsysteme mit Tetraedersymmetrie beim Ersatz der gleichen Bravais'schen Gitterpunkte durch „12-Punkter" erhalten werden. Diese 24-Punkter sind aber nichts anderes als die Polfiguren eines Pentagonikositetraeders, oder anders ausgedrückt eine Gesamtheit von Flächenpolen der 24 unter sich kongruenten (nicht spiegelbildlichen) Flächen eines Hexakisoktaeders. Analog gibt der 12-Punkter Sohncke's die Drehungssymmetrie und halbe Flächenzahl eines Hexakistetraeders wieder, denn er läßt sich als Polfigur eines tetraedrischen Pentagondodekaeders auffassen. Hierdurch werden zugleich die speziellen Fälle der zugehörigen Sohncke'schen Punktsysteme sehr anschaulich, es kann nämlich dadurch, daß der Ausgangspunkt der Struktur (also der zur Erzeugung der gleichwertigen mittels Schiebungen und Drehungen zugrunde liegende) nicht die allgemeinste Lage innerhalb des Fundamentalbereichs der Struktur, sondern gewisse spezielle Lagen besitzt, jeder 12-Punkter der letzten drei Strukturen sich so spezialisieren, daß er mit der Polfigur irgend einer in der regulär tetartoedrischen Gruppe möglichen einfachen Kristallform identisch wird: ein Gleiches gilt für die 24-Punkter bezüglich der regulär-plagiedrisch-hemiedrischen Gruppe. Diese Resultate lassen sich verallgemeinern; es liegt kein Grund vor, lediglich im regulären System die Zusammenfassung der Punkte eines Sohncke'schen Systems in dieser Weise vorzunehmen, vielmehr läßt sich jedes Sohncke'sche Punktsystem aus einem Bravais'schen Gitter beim Ersatz der Gitterpunkte durch n-Punkter ersetzen, wobei die Zahl n den Drehungssymmetriegrad der durch das Punktsystem darstellbaren Kristallpolyeder angibt. Diese n-Punkter sind für 25 Punktsysteme typische Polfiguren gleichsymmetrischer einfacher Formen, in den übrigen aber „verzerrte Polfiguren" derselben. Und zwar müssen überall, wo die Zuhilfenahme von Schraubungen als erzeugende Deckbewegungen nötig wird, verzerrte Polfiguren zugrunde gelegt werden, dieselben können durch die in den charakteristischen Deckschraubungen steckenden Schiebungskomponenten in typische Polfiguren übergeführt werden.

Die Figuren der vorliegenden Abhandlung bringen diese Eigenschaften für 25 Punktsysteme zum Ausdruck und enthalten diejenigen 24 Fälle, welche der Strukturtheorie Wulff's (vergl.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Zeitschr. f. Krist. **13**. 503. 1888) nicht widersprechen, nebst dem Fall des abwechselnden Quadratsäulensystems, welcher aus einem unzureichenden Grunde (wegen seiner Ähnlichkeit mit Kristallzwillingen) von Wulff ausgeschlossen wurde. Für die übrigen Sohncke'schen Punktsysteme folgen die Diagramme in einer der nächsten Nummern dieser Zeitschrift. Außerdem ist in diesen Diagrammen noch einem anderen Gesichtspunkt Rechnung getragen: Um die Deckoperationen einer Struktur zu verdeutlichen, ist es weniger zweckmäßig, bloße Punkte als Objekt, auf welches die Operationen bezogen werden, zugrunde zu legen, sondern deutlicher ist es, von solchen Punkten, die als Träger eines Koordinatensystems gedacht werden, auszugehen; es lassen sich dann die Richtungsänderungen, welche durch die Deckoperationen bedingt sind, zum Ausdruck bringen, während sie an den bloßen Punkten wegen ihrer allseitigen Symmetrie nicht hervortreten. Diese Koordinatensysteme wählt man zweckmäßigerweise so, daß sie dem Achsenkreuz derjenigen Kristallform parallel laufen, durch deren Polfigur in Verbindung mit einem Bravais'schen Gitter sich das betreffende Punktsystem aufbaut. Es ist nun unter enger Anlehnung an die Sohncke'schen graphischen Darstellungen (l. c. Taf. 1—5) möglich, die Lage der Koordinatensysteme in einer Projektionsfigur wiederzugeben; es werden nämlich die Punkte als kleine Kugeln gedacht und durch ihre Äquatorialkreise wiedergegeben, während die Koordinatensysteme, welche von den Kugelzentren ausgehend zu denken sind, durch ihre stereographischen Abbildungen wiedergegeben werden. Es erfolgen diese Abbildungen wie üblich vom Südpol der Kugeln als Augenpunkt auf den Äquator als Projektionsebene. Ferner genügt es in dem materiellen Ausgangspunkt den durch die positiven Halbstrahlen des Koordinatensystems abgegrenzten Bereich zu zeichnen und in den übrigen Punkten die mit ihm gleichwertigen Bereiche. Im übrigen lehnen sich die Diagramme aufs engste an die in Sohncke's bekanntem Buch (Entwicklung einer Theorie der Kristallstruktur) befindlichen an; nur sind die Schraffierungen der kleinen Kugeln, welche Sohncke zur Markierung der Höhendifferenzen benutzt, durch Verschiedenheiten in der Dicke der Randkreise ersetzt, um die Koordinatensysteme deutlich hervortreten zu lassen. Wo die Anzahl der in verschiedenen Höhen befindlichen Schichten eine besonders große ist, wurden außerdem gestrichelte und voll ausgezogene Kreise einander gegenübergestellt, um die in verschiedenen Höhen über der Zeichnungsebene befindlichen Punkte voneinander zu unterscheiden (vergl. Teil II).

Fig. I entspricht dem achsenlosen Raumgitter (No. 1 Sohncke's); von Schönfließ wird dieser Fall durch C_1 bezeichnet, er stimmt mit dem triklinen Raumgitter Bravais' überein.

Fig. II stellt das zweizählige Säulensystem (No. 2 Sohncke's) dar; von Schönfließ wird dieser Fall durch C_2^1 be-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

zeichnet, er entsteht aus dem mittels gerader rhomboidischer Prismen sich aufbauenden Bravais'schen Gitter, sobald jeder materielle Punkt desselben durch die typische Polfigur eines monoklinen Zweiflachs (Sphenoid) ersetzt wird.

Fig. I.

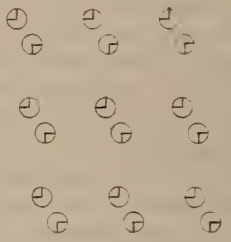

Fig. II.

Fig. III stellt das System der klinorhombischen Säule (No. 4 Sohncke's, von Schönfliess mit C_2^3 bezeichnet) dar. Dasselbe entsteht aus dem Bravais'schen Aufbau nach klinorhombischen Prismen, sobald wir jeden Eckpunkt durch eine typische Polfigur eines Zweiflachs (monoklines Sphenoid) ersetzen.

Fig. III.

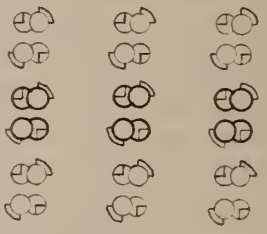

Fig. IV.

Fig. IV stellt das System der Rhombensäule (No. 7 Sohncke's) dar; von Schönfliess wird dieser Fall durch V^6 bezeichnet, er entsteht aus dem mittels Rhombusprismen sich aufbauenden Bravais'schen Gitter, sobald jede Gitterecke durch die typische Polfigur eines rhombischen Doppelsphenoids ersetzt wird.

Fig. V stellt das Rhombenoktaedersystem (No. 8 Sohncke's) dar; von Schönfliess wird dieser Fall durch V^7 bezeichnet, er entsteht aus dem mittels Oblongen, deren Flächen zentriert sind, sich aufbauenden Bravais'schen Gitter, sobald die Gitterecken desselben durch typische Polfiguren von rhombischen Doppelsphenoiden ersetzt werden.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Fig. VI stellt das System der rechteckigen Säule (No. 5 Sohncke's) dar; von Schönfließ wird dieser Fall durch V^1 bezeichnet; er entsteht aus dem mittels Oblongen sich aufbauenden Bravais'schen Gitter, sobald jede Ecke durch die typische Polfigur eines rhombischen Doppelsphenoids ersetzt wird.

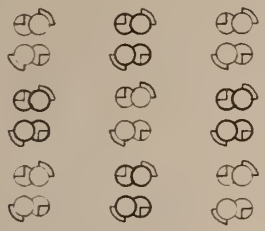

Fig. V.

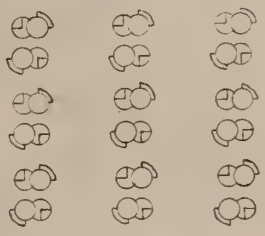

Fig. VI.

Fig. VII stellt das System des Oblongoktaeders (No. 10 Sohncke's) dar; von Schönfließ wird dieser Fall durch V^8 bezeichnet, derselbe entsteht aus dem mittels zentrierten Oblongen sich aufbauenden Bravais'schen Gitter, sobald jede Gitterecke durch die typische Polfigur eines rhombischen Doppelsphenoids ersetzt wird.

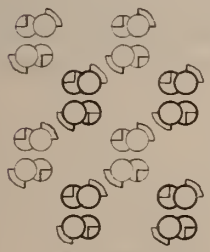

Fig. VII.

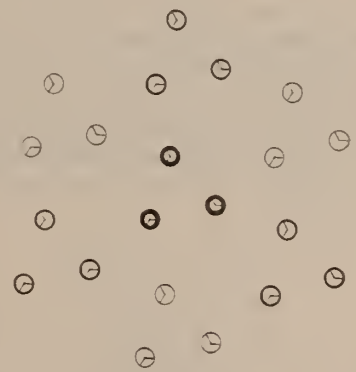

Fig. VIII.

Fig. VIII stellt das Rhomboedersystem Sohncke's (No. 18) dar; von Schönfließ wird dieser Fall durch C_3^4 bezeichnet, er entsteht aus dem mittels Rhomboedern sich aufbauenden Bravais'schen Gitter, sobald jede Ecke eines solchen durch die typische Polfigur einer trigonalen (oberen oder unteren) Pyramide 3. Art ersetzt wird.

Fig. IX stellt das zusammengesetzte Rhomboedersystem (No. 22 Sohncke's) dar; von Schönfließ wird dieser Fall durch

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

$D\frac{7}{3}$ bezeichnet, er entsteht aus dem mittels Rhomboedern sich aufbauenden Bravais'schen Gitter, sobald jede Gitterecke durch die typische Polfigur eines trigonalen Trapezoeders ersetzt wird.

Fig. IX.

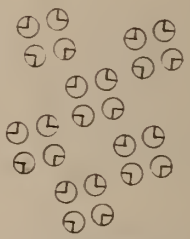

Fig. X.

Fig. X stellt das Quadratsäulensystem (No. 30 Sohncke's) dar; von Schönfließ wird dieser Fall durch $C\frac{1}{4}$ bezeichnet, er entsteht aus dem mittels quadratischer Prismen sich aufbauenden Bravais'schen Gitter, sobald jede Ecke durch die typische Polfigur einer tetragonalen Pyramide 3. Art ersetzt wird.

Fig. XI stellt das zusammengesetzte Quadratsäulensystem (No. 36 Sohncke's) dar; von Schönfließ wird dieser Fall durch $D\frac{1}{4}$ bezeichnet, er entsteht aus einem mittels quadratischer Prismen sich aufbauenden Bravais'schen Gitter, sobald jede Ecke durch die typische Polfigur eines tetragonalen Trapezoeders ersetzt wird.

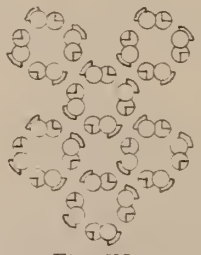

Fig. XI.

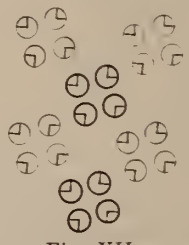

Fig. XII.

Fig. XII stellt das Quadratoktaedersystem (No. 31 Sohncke's) dar; von Schönfließ wird dieser Fall durch $C\frac{5}{4}$ bezeichnet, er entsteht aus dem mittels zentrierter quadratischer Prismen sich aufbauenden Bravais'schen Gitter, sobald jede Gitter-

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

ecke durch die typische Polfigur einer tetragonalen Pyramide 3. Art ersetzt wird.

Fig. XIII stellt das zusammengesetzte Quadratoktaedersystem (No. 37 Sohncke's) dar; von Schönfließ wird dieser Fall durch D_4^2 bezeichnet. Derselbe entsteht aus dem mittels zentrierter quadratischer Prismen sich aufbauenden Bravais'schen Gitter, sobald jeder Gitterpunkt durch die typische Polfigur eines tetragonalen Trapezoeders ersetzt wird.

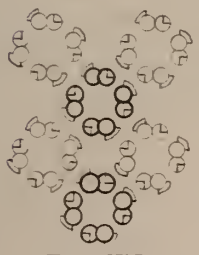

Fig. XIII.

Fig. XIV.

Fig. XIV stellt das dreiseitige Säulensystem (No. 17 Sohncke's) dar, von Schönfließ wird dieser Fall durch C_3^1 bezeichnet. Derselbe entsteht aus dem mittels dreiseitiger Prismen sich aufbauenden Bravais'schen Gitter, sobald jede Ecke durch die typische Polfigur einer trigonalen Pyramide 3. Art ersetzt wird.

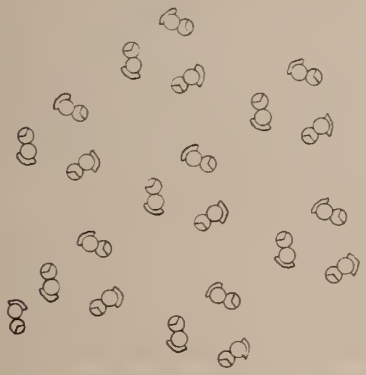

Fig. XV.

Fig. XVI.

Fig. XV stellt das zusammengesetzte dreiseitige Säulensystem (No. 21 Sohncke's) dar, von Schönfließ wird dieser

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Fall durch D_3^1 bezeichnet. Derselbe entsteht aus einem mittels dreiseitiger Prismen sich aufbauenden Bravais'schen Gitter, sobald die Ecken desselben durch die typischen Polfiguren von trigonalen Trapezoedern in der Weise ersetzt werden, daß ihre Umklappungsachsen mit den Höhenlinien der Prismenbasisflächen übereinstimmen.

Fig. XVI stellt das abwechselnde dreiseitige Säulensystem (No. 25 Sohncke's) dar; Schönfließ bezeichnet diesen Fall durch D_3^2, derselbe entsteht aus einem mittels dreiseitiger Prismen sich aufbauenden Bravais'schen Gitter, sobald die Ecken durch die typischen Polfiguren von trigonalen Trapezoedern in der Weise ersetzt werden, daß ihre Umklappungsachsen mit den Begrenzungslinien der Prismenbasisflächen übereinstimmen.

Fig. XVII stellt das Hexagonalsäulensystem (No. 47 Sohncke's) dar; von Schönfließ wird dieser Fall durch C_6^1 bezeichnet. Derselbe entsteht aus dem mittels dreiseitiger Prismen sich aufbauenden Bravais'schen Gitter, sobald jede Ecke durch die typische Polfigur einer hexagonalen Pyramide 3. Art ersetzt wird.

Fig. XVII.

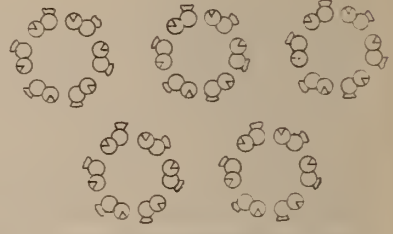

Fig. XVIII.

Fig. XVIII stellt das zusammengesetzte Hexagonalsäulensystem (No. 53 Sohncke's) dar; von Schönfließ wird dieser Fall durch D_6^1 bezeichnet. Derselbe entsteht aus dem mittels dreiseitiger Prismen sich aufbauenden Bravais'schen Gitter, sobald jede Ecke durch die typische Polfigur eines hexagonalen Trapezoeders ersetzt wird.

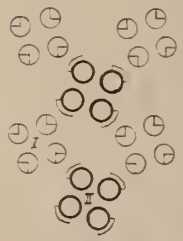

Fig. XIX.

Fig. XIX stellt das abwechselnde Quadratsäulensystem (No. 41 Sohncke's) dar; Schönfließ bezeichnet diesen Fall durch D_4^2. Derselbe entsteht aus dem mittels zentrierter quadratischer Prismen sich aufbauenden Bravais'schen Gitter, sobald die Knotenpunkte durch typische Polfiguren von tetragonalen Pyramiden 3. Art in der Weise ersetzt werden, daß in den Prismenecken lauter Polfiguren von übereinstimmender Stellung I und in den Prismenzentren lauter Polfiguren von übereinstimmender Stellung II sich

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

befinden, daß aber trotz der Verschiedenheit der Stellungen I und II die Gleichwertigkeit aller Knotenpunkte gewahrt bleibt. Letzteres wird dadurch möglich, daß je eine Polfigur I zusammengefaßt mit einer benachbarten Polfigur II die obere und untere Hälfte eines gemeinsamen tetragonalen Trapezoeders bilden, und zwar entsteht aus diesen beiden Hälften die typische Polfigur eines tetragonalen Trapezoeders, sobald wir eine der Hälften um den Betrag einer halben Prismendiagonale längs derselben verschieben.

Werden je zwei entgegengesetzt gestellte benachbarte Polfiguren zusammengefaßt (z. B. I und II in Fig. XIX), so entsteht die „verschobene Polfigur" eines tetragonalen Trapezoeders, so daß wir sagen: Um auch dieses Punktsystem, ebenso wie die früheren, von solchen n-Punkten abzuleiten, die ausnahmslos parallel stehen, muß von äquatorial verschobenen Polfiguren eines tetragonalen Trapezoeders und von einem Aufbau nach nicht zentrierten quadratischen Prismen ausgegangen werden; und zwar lagern die über der einen Flächenseite der Äquatorebene stehenden Hälften sich um die Ecken des Prismenaufbaus, während den über seiner anderen Flächenseite stehenden Hälften die Prismenzentren analog zugehören.

Die Fälle 20—25 gehören dem regulären System an und sollen hier nicht abgebildet werden, da für diese schon Sohncke die Erzeugung aus Bravais'schen Gittern mittels typischer Polfiguren indirekt beschrieben hat. Die Namen dieser Fälle sind:

20. Kubisches 12-Punktsystem (No. 54) von Schönfließ mit T^1 benannt.
21. Kubisches 24-Punktsystem (No. 59) von Schönfließ mit O^1 benannt.
22. Oktaedrisches 12-Punktsystem (No. 55) von Schönfließ mit T^2 benannt.
23. Oktaedrisches 24-Punktsystem (No. 60) von Schönfließ mit O^3 benannt.
24. Rhombendodekaedrisches 12-Punktsystem (No. 56) von Schönfließ mit T^3 benannt.
25. Rhombendodekaedrisches 24-Punktsystem (No. 61) von Schönfließ mit O^5 benannt.

Tübingen, 10. Mai 1906.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Centralblatt für Mineralogie, Geologie und Paläontologie

Jahr/Year: 1906

Band/Volume: 1906

Autor(en)/Author(s): Sommerfeldt Ernst

Artikel/Article: Diagramme der regelmässigen Punktsysteme. 437-445