Zur Messung der Doppelbrechung hauptsächlich mit Hilfe des Polarisationsmikroskops.

Von **M. Berek** in Wetzlar.

Mit 7 Textfiguren.

Anwendungsbereich verschiedener Kompensatoren.

Obwohl die Doppelbrechung ein Hilfsmittel zur Unterscheidung der Mineralien darbietet und innerhalb einer isomorphen Mischungsreihe auch die chemische Zusammensetzung angenähert zu ermitteln gestattet, wird die Messung von Gangunterschieden bei petrographischen Arbeiten nicht mit einer ihrer Wichtigkeit entsprechenden Häufigkeit ausgeführt. Die Schätzung der Höhe der Interferenzfarbe oder die Anwendung einer Glimmertreppe nach E. v. Fedorow genügen allerdings in vielen Fällen nicht. Andererseits verzichtet man auf die Benutzung genauerer Meßvorrichtungen wegen der Unmöglichkeit bequemen, raschen Arbeitens sowie der Vermeidung größerer Unkosten bei ihrer Anschaffung.

Der Glimmerkompensator (elliptischer Analysator) nach H. de Senarmont[1], bestehend aus Viertelundulationsglimmerblättchen und drehbarem Analysator, kommt nur für das dem $\frac{1}{4}\,\lambda$-Blättchen entsprechende einfarbige Licht in Frage.

Der Babinet'sche Quarzkeil-Kompensator eignet sich in den gewöhnlich ausgeführten Größenverhältnissen nicht zur Erkennung geringer Doppelbrechung, da Gangunterschiede unterhalb ca. 25 $\mu\mu$ eine auf den ersten Blick kaum noch wahrnehmbare, wenn auch durch wiederholte Einstellungen noch meßbare Verschiebung des Kompensationsstreifens bewirken. Die in jüngster Zeit durch H. Schulz[2] gesteigerte Empfindlichkeit dieses Kompensators für geringe Gangunterschiede mit Hilfe der Lummer'schen Doppelringe kommt wegen der Kompliziertheit der Anordnung für mikroskopische Zwecke nicht in Betracht. Sehr vorteilhaft dagegen ist die Benutzung eines Kompensators nach Babinet-Biot mit gleichförmigem Gesichtsfeld in Verbindung mit dem Glimmerokular nach J. Königsberger[3]. Allerdings macht die Anwendung auch dieses Kompensators entweder ein ständiges Arbeiten mit dem Aufsatzanalysator notwendig, oder sie erfordert beim Übergang von der Beobachtung des Dünnschliffs zur Messung der Doppelbrechung und umgekehrt einen fortwährenden Umbau am Mikroskop.

Der speziell für petrographische Zwecke bestimmte Doppelquarzkeil-Kompensator nach Fr. E. Wright[4] läßt auch

[1] Vergl. F. Pockels, Lehrb. d. Kristalloptik. Leipzig und Berlin 1906. p. 227.

[2] H. Schulz, Phys. Zeitschr. **13**. p. 1017. 1912.

[3] J. Königsberger, dies. Centralbl. 1908. p. 729 und 730; 1909. p. 249, 746.

[4] F. E. Wright, Amer. Journ. Sci. (4.) **26**. p. 370. 1908; vergl. auch The methods of petrographic-microscopic research. Washington D. C. 1911. p. 101.

geringe Beträge der Doppelbrechung erkennen. Die Meßgenauigkeit dagegen ist weit geringer als die des Kompensators nach Babinet, abgesehen davon, daß die Kompensatorteilung nur für den optischen Schwerpunkt weißen Lichts gültig ist. Im Interesse raschen Arbeitens ist man ferner genötigt, auf die Vorteile des Tubusanalysators auch während der Beobachtung des Dünnschliffs zu verzichten.

Der drehbare Quarzkompensator nach W. Nikitin[1] hat den Vorzug großer Einfachheit; er beruht auf demselben Prinzip wie das schon von Biot[2] angegebene drehbare einachsige Kristallblättchen zur Bestimmung des optischen Charakters. W. Nikitin benutzt eine Quarzplatte von etwa 0,07 mm Dicke, deren Normale mit der Achse einen Winkel von 25^0 bildet. Diese Kompensatorplatte wird in den für Gips und Glimmer vorgesehenen Schlitz über dem Mikroskop-Objektiv eingeschoben; man ist daher nicht an die Benutzung eines Aufsatz-Analysators gebunden. Indem man die Quarzplatte bis zu 60^0 um die zur Plattennormale und optischen Achse senkrechte Gerade neigt, kann man den kompensierenden Gangunterschied von 0 bis etwa 550 $\mu\mu$ variieren. Der Meßbereich umfaßt also annähernd nur die erste Ordnung. Die Neigung i der Kompensatorplatte kann mit Hilfe eines an der drehbaren Achse befestigten Zeigers an einer geteilten Kreisbogenteilung, allerdings nur roh, abgelesen werden. Um hieraus den Gangunterschied Γ zu berechnen, muß man nach W. Nikitin sowohl die Dicke l des Kompensatorblättchens wie auch die Orientierung seines Schnittes genau kennen. Bedeuten ω und ε die beiden Hauptbrechungsindizes des Quarzes und φ_0 den Winkel zwischen der optischen Achse des Quarzes und der Plattennormale des Kompensators, so ist nach W. Nikitin[3]

$$\Gamma = \frac{l\,(\varepsilon-\omega)\sin^2(\varphi_0-J)}{\cos J}$$

und[4]

$$\sin J = \frac{\sin i}{\omega}$$

Diese Beziehungen geben für Γ eine Annäherung bis auf etwa 1 %, abgesehen allerdings von den größeren Fehlern, die aus der Ungenauigkeit der Ablesung von i sowie der ungenauen Kenntnis der Daten l und φ_0 entspringen. In der demnächst erscheinenden

[1] W. Nikitin, Zeitschr. f. Krist. **47**. p. 378. 1910.

[2] Vergl. in H. Rosenbusch und E. A. Wülfing, Mikrosk. Phys. usw. Stuttgart 1904. I. 1. p. 298.

[3] W. Nikitin, Zeitschr. f. Krist. **47**. p. 379. 1910; **33**. p. 145. 1900.

[4] In Zeitschr. f. Krist. **47**. p. 379. 1910 steht, wohl versehentlich, J bedeute die Plattenneigung. Daß dagegen obige Beziehung zur Bestimmung von J anzuwenden ist, geht aus der von W. Nikitin in Zeitschr. f. Krist. **33**. p. 137. 1900 gegebenen Ableitung der Näherungsformel hervor.

von L. Duparc und V. de Dervies besorgten Übersetzung des Werkes von W. Nikitin „Über die Methoden Fedorow's", deren Inhalt im Auszuge kürzlich von L. Duparc und R. Sabot[1] veröffentlicht wurde, ist dieser Kompensator besonders berücksichtigt.

Der Anwendungsbereich der genaueren Kompensatoren ist bisher fast nur auf besondere Messungsarbeiten beschränkt geblieben. Wenn die Messung von Gangunterschieden auch bei den petrographischen Untersuchungen Aussicht auf eine häufigere Anwendung haben soll, so müßte ein Kompensator zur Verfügung stehen, der folgenden Ansprüchen gleichzeitig genügt:

1. Die Empfindlichkeit des Kompensators soll an die des Babinet'schen möglichst heranreichen.

2. Er soll einen Meßbereich von ca. 3 Ordnungen umfassen und für einfarbiges oder weißes Licht benutzbar sein.

3. Er soll auch geeignet sein zur Erkennung und Messung geringer Doppelbrechung.

4. Seine Wirksamkeit muß sich durch eine genaue mathematische Formel darstellen lassen, deren Konstanten leicht und genau bestimmbar sind.

5. Er soll ein bequemes, rasches Arbeiten ermöglichen; insbesondere darf seine Benutzung nicht an die Anwendung eines Aufsatz-Analysators oder auszuwechselnden besonderen Okulars gebunden sein.

6. Er darf als Nebenapparat nicht zu kostspielig sein.

Die Erfüllung der sehr wesentlichen Bedingung 5 ist an die Benutzung des Biot'schen Kompensatorprinzips gebunden. Ein drehbares Mineralblättchen mit größerem Meßbereich und höherer Genauigkeit der Messungswerte als derjenigen des Kompensators nach W. Nikitin würde für petrographische Zwecke einen sehr geeigneten Kompensator bedeuten.

I. 1. Prinzip eines neuen Kompensators.

Dem neuen Kompensator soll das Biot'sche Prinzip eines drehbaren Mineralblättchens zugrunde gelegt werden. Im Gegensatz zu dem Kompensator nach W. Nikitin ist es zunächst vorteilhafter, den Schnitt des Kompensatorblättchens, wie auch ursprünglich von Biot[2] vorgeschlagen wurde, senkrecht zur optischen Achse zu legen. Dann wird man von dem Fehler in der Kenntnis der Null-Lage des Kompensators unabhängig, weil man die Einstellung auf Kompensation durch Drehung nach jeder von beiden Seiten von der Null-Stellung aus, ausführen kann. Bei einem so bestimmten halben Drehungswinkel sind auch einseitige Einstellungs-

[1] L. Duparc und R. Sabot, Arch. de Genève. 34. p. 5. 1912.

[2] Vergl. in H. Rosenbusch und E. A. Wülfing. Mikrosk. Phys. usw. Stuttgart 1904. I. 1. p. 298.

fehler besser vermieden. In diesem Falle würde jedoch der Meßbereich des drehbaren Quarzkompensators auf etwa die halbe 1. Ordnung herabgesetzt werden. Eine Erweiterung des Meßbereiches durch die Wahl dickerer Quarzblättchen ist deshalb nicht möglich, weil sonst das optische Drehungsvermögen des Quarzes die Meßresultate merklich beeinflussen würde. Daher ist man genötigt, ein anderes geeignetes Kompensatormineral zu benutzen. Optische Einachsigkeit und Inaktivität müssen Bedingung sein.

Quarz wird bekanntlich deswegen in der Regel für Kompensatoren verwandt, weil er eine sehr geringe Dispersion der Doppelbrechung besitzt, und somit die auftretenden Interferenzfarben sehr nahe der Newton'schen Farbenskala entsprechen. Diese Ausnahmestellung des Quarzes in der Reihe der optisch einachsigen Mineralien gilt jedoch nur für Platten parallel zur optischen Achse. Bei Benutzung senkrecht zur Achse geschnittener Platten kann man offenbar jedes beliebige durchsichtige Mineral benutzen, denn in der Nähe der Achse verschwindet mit der Doppelbrechung zugleich ihre Dispersion.

Bedeuten ω und ε die beiden Hauptbrechungsindizes, n_e den Index des außerordentlichen Strahles für eine Wellennormalenrichtung φ in bezug auf die Achse, so ist bekanntlich

$$n_e = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\cos\varphi}{\omega}\right)^2 + \left(\frac{\sin\varphi}{\varepsilon}\right)^2}} \tag{1}$$

E. Carvallo[1] hat für Kalkspat folgende Daten ermittelt:

λ	ω	ε	$\omega - \varepsilon$
A (760,4 $\mu\mu$)	1,65006	1,48275	0,16731
D (589.2 „)	1,65840	1,48653	0.17187
H (396,7 „)	1,68321	1,49788	0.18533

Dispersion von $\omega - \varepsilon$ zwischen A bis H: 0,01802.

Mit Hilfe dieser Werte ist nach obiger Formel die Tab. 1 (p. 392) berechnet.

Da die Wellennormale das gewöhnliche Brechungsgesetz befolgt mit dem jeweiligen n_e als Index, so ist der in der letzten Spalte der Tab. 1 angegebene Einfallswinkel i der Welle, welcher der jedesmal angegebene Betrag der Doppelbrechung zukommt, für D (589 $\mu\mu$) berechnet aus

$$\sin i = n_e \sin\varphi \tag{2}$$

Der Winkel i gibt demnach für eine senkrecht zur Achse geschnittene Kalkspatplatte von 1 mm Dicke direkt die zur Er-

[1] Vergl. in Landolt-Börnstein, Phys.-chem. Tabellen. 4. Aufl. Berlin 1912. p. 973.

Tabelle 1.

Doppelbrechung $\omega - n_e$ und deren Dispersion für verschiedene Wellennormalenrichtungen φ im Kalkspat. i: zugehörige Einfallswinkel für D (589 $\mu\mu$) bei einer senkrecht zur Achse geschnittenen Platte.

φ	n_e für D	$\omega - n_e$ für D	Dispersion zwischen A bis H	i
1°	1,65833	0,00007	0,00001	1° 40′
2	1,65815	0,00025	0,00003	3 19
3	1,65785	0,00055	0,00006	4 59
4	1,65741	0,00099	0,00012	6 38
5	1,65686	0,00154	0,00019	8 18
6	1,65618	0,00222	0,00027	9 58
8	1,65448	0,00392	0,00047	13 19
10	1,65232	0,00608	0,00074	16 40
12	1,64970	0,00870	0,00105	20 4
15	1,64498	0,01342	0,00160	25 12
18	1,63936	0,01904	0,00226	30 26

zeugung der entsprechenden Doppelbrechung notwendige Neigung der Kompensatorplatte an. Aus der Tabelle ersehen wir, daß mit der Annäherung an die Achse die Dispersion der Doppelbrechung immer geringer wird.

Für eine parallel zur Achse geschnittene Quarzplatte ist für das Licht der D-Linie der Betrag der Doppelbrechung 0,00911 und die Dispersion der Doppelbrechung zwischen A und H: 0,00065. Durch Vergleich dieses Dispersionsbetrages mit den Tabellenwerten ersehen wir, daß ein Kalkspatkeil, in dem die Wellennormale einen Winkel von 10° mit der optischen Achse bildet, im parallelen polarisierten Licht dieselbe Farbenskala liefert, wie ein parallel zur optischen Achse geschnittener Quarzkeil. Daß die Dispersion für den Kalkspat in diesem Falle prozentual zur Doppelbrechung höher ist, als für den Quarz, ist völlig belanglos, da für die Farbfolge nur die absolute Größe der Dispersion maßgebend ist. Der prozentuale Betrag beeinflußt nur die Dicke, bei der ein bestimmter Farbton erscheint, so daß der Kalkspatkeil einen etwas stärkeren Keilwinkel haben müßte, um bei gleicher Länge eine gleiche Anzahl von Ordnungen aufzuweisen wie der Quarzkeil. Schneidet man den Kalkspatkeil noch steiler gegen die Achse, so zeigen die Werte der Dispersion für kleineres φ, daß dann die Annäherungen an die Newton'sche Farbenskala sogar größer werden, als für Quarz parallel zur Achse. In praxi liegen die Verhältnisse so, daß für eine senkrecht zur Achse geschnittene Kalkspatplatte selbst bei einer Plattenneigung von 30°

die erzeugten Interferenztöne mit denen eines Quarzkeiles merklich übereinstimmen.

Da der Betrag der Doppelbrechung zugleich den Gangunterschied in mm gemessen für 1 mm durchstrahlte Plattendicke angibt, so erkennen wir sehr leicht aus der Tab. 1, wie dick wir ungefähr das Kalkspatblättchen wählen müssen, um der Bedingung 2 auf p. 390 zu genügen. Wenn wir das Blättchen nicht mehr als ca. 30° beiderseits neigen wollen, so ist eine Dicke von ca. 0,1 mm erforderlich, um durch diese Drehung i nach beiden Seiten von der Null-Stellung aus je einen Bereich von 3 bis 4 Ordnungen zu erzielen.

Zusammenfassend stellen wir fest, daß der drehbare Kalkspatkompensator eine Farbfolge aufweist, die mit der des Babinet'schen Kompensators identisch ist und vor dem drehbaren Quarzkompensator nach W. Nikitin den Vorzug hat, durch beliebige Wahl der Plattendicke den Meßbereich zu ändern.

Was die Berechnung der Gangunterschiede anbetrifft, so würde die Anwendung der von W. Nikitin angegebenen Formel in der p. 389 mitgeteilten Form für unseren Kompensator nicht zulässig sein. Denn sie stellt nur für ganz schwach doppelbrechende Mineralien eine Näherungsformel dar. Bei der Benutzung von Kalkspat müßte ein Korrektionsfaktor[1] eingeführt werden, der wiederum von ω und ε und der Neigung i abhängt. Dadurch würde die Kompensatorformel noch komplizierter und die Berechnung sehr erschwert werden. Ich stellte es mir daher zur Aufgabe, eine genauere und einfachere Beziehung aus den Brechungsgesetzen abzuleiten, deren Anwendung außerdem die Kenntnis der Plattendicke des Kompensatorblättchens nicht erfordert.

2. Ableitung der Kompensatorformel.

Bedeutet Γ den Gangunterschied, im Maße der Wellenlänge λ gemessen, so ist für irgend einen Wert der Doppelbrechung

$$\Gamma = x\lambda \qquad 3)$$

Die unbekannte Größe x ist bestimmbar aus der Kompensatorablesung bei der Messung, sowie aus der Kompensatorkonstante. Für den Kompensator nach Babinet ist diese bekanntlich gleich der in Trommelwerten gemessenen Keilverschiebung N, die notwendig ist, um im einfarbigen Licht an die Stelle eines dunklen Streifens den nächstfolgenden zu bringen. Es leuchtet ohne weiteres ein, daß wir diese Definition auch auf unseren Kompensator übertragen können. Nur haben wir die Plattenneigung i des Kompensators einzuführen.

[1] W. Nikitin, Zeitschr. f. Krist. **33**. p. 135. 1900.

Um die Stelle, wo der Gangunterschied gerade $1\,\lambda$ ist, in den Schnittpunkt der Okularfäden zu bringen, sei von der Null-Lage des Kompensators aus die Neigung J erforderlich. Da bei unserem Kompensator nicht einfache Proportionalität zwischen Gangunterschied und Drehung vorausgesetzt werden kann, so wird die Kompensator-Konstante eine bestimmte Funktion von J sein, die wir mit f (J) bezeichnen. Erfordert dann irgend ein Gangunterschied zur Kompensation die Neigung i des Kompensatorblättchens, so ist offenbar

$$x = \frac{f(i)}{f(J)} \tag{4}$$

Die Art der Funktion f wollen wir nun aus den Gesetzen der Lichtfortpflanzung in optisch einachsigen inaktiven Medien ableiten.

Die resultierende Doppelbrechung im Kompensator hängt ab von ω, n_e und der durchstrahlten Schichtdicke l'. Die wirkliche Dicke der Kompensatorplatte sei l; meßbar ist allein die Neigung i. Dann gelten für eine beliebige Wellennormalenrichtung φ in bezug auf die optische Achse des Kristalls die drei Gleichungen:

$$n_e = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\cos\varphi}{\omega}\right)^2 + \left(\frac{\sin\varphi}{\varepsilon}\right)^2}}; \quad n_e = \frac{\sin i}{\sin\varphi}; \quad l' = \frac{l}{\cos\varphi} \tag{5}$$

Der resultierende Gangunterschied wird dann

$$\begin{aligned} \Gamma &= l'\,(\omega - n_e) \\ &= \frac{l\,\omega}{\cos\varphi}\left\{1 - \frac{1}{\sqrt{\cos^2\varphi + \left(\frac{\omega}{\varepsilon}\right)^2 \sin^2\varphi}}\right\} \end{aligned} \tag{6}$$

Aus 5) folgt:

$$\begin{aligned} \sin^2\varphi &= \frac{\frac{\sin^2 i}{\omega^2}}{1 - \left(\frac{1}{\varepsilon^2} - \frac{1}{\omega^2}\right)\sin^2 i} \\ \cos^2\varphi &= \frac{1 - \frac{\sin^2 i}{\varepsilon^2}}{1 - \left(\frac{1}{\varepsilon^2} - \frac{1}{\omega^2}\right)\sin^2 i} \end{aligned} \tag{7}$$

Aus 6) und 7) erhält man

$$\Gamma = \frac{l\,\omega}{\cos\varphi}\left\{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{1}{\varepsilon^2} - \frac{1}{\omega^2}\right)\sin^2 i}\right\} \tag{8}$$

und schließlich

$$\Gamma = l\,\omega\left(1 - \frac{\sin^2 i}{\varepsilon^2}\right)^{-\frac{1}{2}}\left\{\left[1 - \left(\frac{1}{\varepsilon^2} - \frac{1}{\omega^2}\right)\sin^2 i\right]^{\frac{1}{2}} \quad \left[1 - \left(\frac{1}{\varepsilon^2} - \frac{1}{\omega^2}\right)\sin^2 i\right]\right\} \tag{9}$$

Bis dahin gilt die Gleichung streng. Wir entwickeln nun die gebrochenen Potenzen nach dem binomischen Satz, multiplizieren aus und fassen die Glieder mit gleicher Potenz von sin i zusammen. Indem wir den Ausdruck dann bei der 8. Potenz abbrechen, erhalten wir:

$$\Gamma = \frac{l\,\omega}{2}\left(\frac{1}{\varepsilon^2} - \frac{1}{\omega^2}\right)\sin^2 i \left\{1 + \tfrac{1}{4}\left(\frac{1}{\varepsilon^2} + \frac{1}{\omega^2}\right)\sin^2 i + \tfrac{1}{8}\left(\frac{1}{\varepsilon^4} + \frac{3}{\varepsilon^2\omega^2} - \frac{1}{\omega^4}\right)\sin^4 i + \tfrac{1}{64}\left(\frac{5}{\varepsilon^6} + \frac{29}{\varepsilon^4\omega^2} - \frac{19}{\varepsilon^2\omega^4} + \frac{5}{\omega^6}\right)\sin^6 i\right\} \qquad 10)$$

Wir wollen hierfür zur Abkürzung schreiben:

$$\Gamma = C\sin^2 i\,\{1 + a\sin^2 i + b\sin^4 i + c\sin^6 i\} = C\,f(i) \qquad 11)$$

Die für eine bestimmte Lichtart konstante Größe C eliminieren wir, um von der genauen Kenntnis der Plattendicke l und der Indizes ω und ε unabhängig zu sein.

Wenn von der Null-Lage des Kompensators die Drehung J erforderlich ist, um diejenige Stelle mit dem Okularfadenschnittpunkt zum Zusammenfallen zu bringen, wo $\Gamma = 1\lambda$ ist, so gilt nach 11)

$$\lambda = C\,f(J) \qquad 12)$$

Aus 11) und 12) folgt

$$\boxed{\Gamma = \frac{f(i)}{f(J)}\,\lambda} \qquad 13)$$

worin

$$\boxed{f(\ ) = \sin^2(\ )\,\{1 + a\sin^2(\ ) + b\sin^4(\ ) + \ldots\}} \qquad 14)$$

Das sind aber die Beziehungen, deren Ableitung wir uns zum Ziele gesetzt haben.

Die Klammerglieder mit den Koeffizienten a, b, c, die noch Funktionen von ω und ε sind, spielen nur die Rolle von Korrektionsgliedern. Wir wollen sehen, wie weit wir ihren Einfluß zu berücksichtigen haben. Als zwei extreme Fälle wählen wir die Fraunhofer'schen Linien D und H und berechnen den Klammerausdruck für verschiedenes i. So erhalten wir unter Benutzung der p. 391 angeführten Werte von ω und ε:

i	10°	20°	30°	Maximaler Fehler bei Vernachlässigung des Gliedes
für D	1,0000	1,0000	1,0000	
$a\sin^2 i$	61	239	510	50 ‰
$b\sin^4 i$	1	10	44	4
$c\sin^6 i$	—	—	4	0,4
Summe . . .	1,0062	1,0249	1,0558	
für H	1,0000	1,0000	1,0000	
$a\sin^2 i$	60	234	499	50 ‰
$b\sin^4 i$	1	9	43	4
$c\sin^6 i$	—	—	4	0,4
Summe . . .	1,0061	1,0243	1,0546.	

Maximale Differenz für D und H: 0,0012 = ca. 1 ‰.

Selbst für eine Neigung von $i = 30^0$ macht demnach für die Korrektionsglieder der Einfluß der Dispersion von ω und ε zwischen D und H erst ein Promille des Gangunterschiedes aus. Wir können daher in den Korrektionsgliedern die Dispersion von ω und ε und somit auch etwaige Schwankungen der Werte ω und ε selbst vollkommen vernachlässigen. Erst recht kann dann das Korrektionsglied $c \sin^6 i$ unberücksichtigt bleiben. Wir erhalten somit

$$f(i) = \sin^2 i \{1 + 0{,}2040 \sin^2 i + 0{,}0708 \sin^4 i\} \qquad 15)$$

Da schon eine Genauigkeit von 4 Promille in Wirklichkeit mit gewöhnlichen Mitteln nicht mehr realisierbar ist, so genügt in den allermeisten Fällen der Ansatz

$$\boxed{f(i) = \sin^2 i \{1 + 0{,}2040 \sin^2 i\}}\,^1 \qquad 16)$$

Bei der Beschränkung auf die Messung von Gangunterschieden in der ersten Ordnung oder für weniger exakte Zwecke auch bei hohen Gangunterschieden genügt bereits

$$f(i) = \sin^2 i \qquad 17)$$

Die Berechnung der Kompensatorkonstante $f(J)$ erfolgt nach den gleichen Formeln 15, 16 oder 17, indem man darin für i den Neigungswinkel J einsetzt, der im einfarbigen Licht der Einstellung auf den ersten dunklen Streifen entspricht. Wenn man zur genaueren Bestimmung von $f(J)$ auch die anderen Streifen zwischen parallelen oder gekreuzten Nicols berücksichtigen will, so hat man für jedes J', wo $\Gamma = n\lambda$ ist, zu setzen

$$f(J) = \frac{f(J')}{n} \qquad 18)$$

Wenn die Kompensatorkonstante $f(J)$ für eine bestimmte Lichtart einmal bekannt ist, so bedeutet für irgend eine Neigung i die Berechnung des Gangunterschiedes nach 13) keine Schwierigkeit, zumal bei der Beschränkung aufs erste Korrektionsglied (Gleichung 16), was auch für sehr genaue Messungen völlig ausreicht. Wie auch die Ausführung dieser Rechnung dem Arbeitenden erspart wird, ist im nächsten Abschnitt erläutert.

Aus 10) kann man unter Berücksichtigung von 12) sehr leicht die genaue Dicke des benutzten Kompensatorblättchens berechnen. Es ist

$$l = \frac{2\lambda}{\omega\left(\frac{1}{\varepsilon^2} - \frac{1}{\omega^2}\right) f(J)} \qquad 19)$$

So ergab sich für das zu den späteren Vergleichsmessungen benutzte Blättchen mit einem Meßbereich von mehr als vier Ordnungen $l = 0{,}1196$ mm.

(Fortsetzung folgt.)

[1] Für Quarz lautet die entsprechende Gleichung:
$$f(i) = \sin^2 i \{1 + 0{,}2084 \sin^2 i\}.$$