

- I. „Biotitdiabas“. Oberlichtenau b. Königsbrück, Lausitz¹.
- II a. Normaler Kersantit. Oberlichtenau b. Königsbrück, Lausitz.
- II b. Derselbe.
- II c. Mittel aus II a und II b.
- III. Aplitischer hornblendereicher Kersantit, Oberlichtenau.
- IV. Hornblendearmer Kersantit. Reichenau b. Königsbrück, Lausitz
- V. Hornblendereicher „ „ „ „ „
- VI a. Spessartit. Oberlichtenau b. Königsbrück.
- VI b. Derselbe.
- VI c. Mittel aus VI a und VI b.

Leipzig, am 2. Mai 1913. Institut für Mineralogie und Petrographie der Universität.

Zur Messung der Doppelbrechung hauptsächlich mit Hilfe des Polarisationsmikroskops.

Von M. Berek in Wetzlar.

Mit 7 Textfiguren.

(Schluß.)

II. Über die Grenzen in der Bestimmbarkeit von Gangunterschieden.

Bei Messungen jeder Art haben wir streng zu unterscheiden zwischen der Genauigkeit, mit der sich eine bestimmte Erscheinung einstellen läßt, und zwischen der Sicherheit, mit welcher dieser Einstellung eine durch einen Zahlenwert charakterisierte Eigenschaft der untersuchten Substanz zugeordnet werden kann. Die Genauigkeit der Einstellung läßt sich durch Änderung der Beobachtungsmethode steigern. Bei einer Verfeinerung der Beobachtungsmethode ist es aber angebracht, sich darüber Rechenschaft zu geben, ob der erhöhten Einstellungsgenauigkeit auch tatsächlich eine bessere Kenntnis der stofflichen Eigenschaften entspricht. Anderenfalls würde jene Verfeinerung einen nutzlosen Aufwand bedeuten.

Bei der Messung von Gangunterschieden ist es zunächst offenbar zwecklos, den Wert der Doppelbrechung prozentual genauer anzugeben, als es die Kenntnis der Wellenlänge des benutzten Lichtes zuläßt. Für weißes Licht verschiedener Quellen ist damit die Grenze auf 3—4% festgelegt. Setzen wir streng monochromatisches Licht voraus, so kommen lediglich die Justierungsfehler in Betracht. Da ich Angaben in dieser Hinsicht in der Literatur nicht gefunden habe, man sich vielmehr damit begnügt zu haben scheint, die Justierung möglichst sorgfältig auszuführen, so hielt ich es für angebracht, an dieser Stelle

¹ VOIGT, l. c. p. 29.

zu untersuchen, inwieweit der aus den Einstellungen berechneten Genauigkeit bei der Messung von Gangunterschieden auch reelle Bedeutung zukommt. Wir können die Antwort leicht herleiten aus der von A. FRESNEL für zwei übereinanderliegende doppelbrechende Kristallplatten im polarisierten Licht aufgestellten Formel. Wir gehen von der in F. PÖCKELS Lehrbuch¹ gegebenen Form dieser Beziehung aus, rechnen aber alle Winkel von der Polarisationsebene des Polarisators aus. Dann ist in jener Gleichung $\alpha = 0$ zu setzen.

Die Orientierung der Kristallplatte in bezug auf den Polarisator sei φ_1 , die des Kompensators φ_2 , die des Analysators σ . Dann ist

$$\begin{aligned} \frac{J}{i} = & \cos^2 \sigma + \sin 2 \varphi_1 \cos 2 (\sigma - \varphi_2) \sin 2 (\varphi_2 - \varphi_1) \sin^2 \pi \frac{r_1}{\lambda} \\ & + \cos 2 \varphi_1 \sin 2 (\sigma - \varphi_2) \sin 2 (\varphi_2 - \varphi_1) \sin^2 \pi \frac{r_2}{\lambda} \\ & + \sin 2 \varphi_1 \sin 2 (\sigma - \varphi_2) \cos^2 (\varphi_2 - \varphi_1) \sin^2 \pi \frac{r_1 + r_2}{\lambda} \\ & - \sin 2 \varphi_1 \sin 2 (\sigma - \varphi_2) \sin^2 (\varphi_2 - \varphi_1) \sin^2 \pi \frac{r_2 - r_1}{\lambda} \end{aligned} \quad (24)$$

Setzen wir hierin

$$\sigma = \frac{\pi}{2} + d\sigma; \varphi_1 = \frac{\pi}{4} + d\varphi_1; \varphi_2 = \frac{3\pi}{4} + d\varphi_2; r_1 = r; r_2 = r + d r, \quad (25)$$

so wird

$$\begin{aligned} \frac{J}{i} = & \sin^2 d\sigma - \cos 2 d\varphi_1 \sin 2 (d\sigma - d\varphi_2) \sin 2 (d\varphi_2 - d\varphi_1) \sin^2 \pi \frac{r}{\lambda} \\ & - \sin 2 d\varphi_1 \cos 2 (d\sigma - d\varphi_2) \sin 2 (d\varphi_2 - d\varphi_1) \sin^2 \pi \frac{r + d r}{\lambda} \\ & - \cos 2 d\varphi_1 \cos 2 (d\sigma - d\varphi_2) \sin^2 (d\varphi_2 - d\varphi_1) \sin^2 \pi \frac{2r + d r}{\lambda} \\ & + \cos 2 d\varphi_1 \cos 2 (d\sigma - d\varphi_2) \cos^2 (d\varphi_2 - d\varphi_1) \sin^2 \pi \frac{d r}{\lambda} \end{aligned} \quad (26)$$

Diese Gleichung lösen wir nach $d r$ auf und finden

$$d r = \frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{A \pm \sqrt{A^2 + 4BC}}{2C} \quad (27)$$

Darin bedeuten:

$$\begin{aligned} A &= \sin^2 \frac{2\pi r}{\lambda} (b + 2c - 4c \sin^2 \pi \frac{r}{\lambda}) \\ B &= \frac{J}{i} - e + \sin^2 \pi \frac{r}{\lambda} (a + b + 4c \cos^2 \pi \frac{r}{\lambda}) \\ C &= d + e - b - c - \frac{J}{i} + \sin^2 \pi \frac{r}{\lambda} (b + 2c - a) \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} a &= \cos 2 d\varphi_1 \sin 2 (d\sigma - d\varphi_2) \sin 2 (d\varphi_2 - d\varphi_1) \\ b &= \sin 2 d\varphi_1 \cos 2 (d\sigma - d\varphi_2) \sin 2 (d\varphi_2 - d\varphi_1) \\ c &= \cos 2 d\varphi_1 \cos 2 (d\sigma - d\varphi_2) \sin^2 (d\varphi_2 - d\varphi_1) \\ d &= \cos 2 d\varphi_1 \cos 2 (d\sigma - d\varphi_2) \cos^2 (d\varphi_2 - d\varphi_1) \\ e &= \sin^2 d\sigma. \end{aligned}$$

¹ F. PÖCKELS, Lehrbuch der Kristalloptik. Leipzig und Berlin 1906. p. 268. Gleichung 1'.

Wenn wir den Wurzelausdruck näher untersuchen, so zeigt sich, daß er 0 wird, für $d\sigma = dq_1 = dq_2 = 0$, sonst aber stets imaginär ist, sobald wir $J = 0$ annehmen. Das besagt, daß nur für $d\sigma = dq_1 = dq_2 = 0$ vollkommen dunkle Interferenz- und Kompensationsstreifen möglich sind. Andernfalls spielt bei der Einstellung die Stelle minimalster Helligkeit die Rolle des Kompensationsstreifens. Dann hat das Helligkeitsverhältnis $\frac{J}{I}$ einen solchen Wert, daß $A^2 + 4BC = 0$ ist, d. h. der fehlerhafte Betrag des gemessenen Gangunterschiedes ist

$$d\Gamma = \frac{\lambda}{\pi} \arctg \frac{A}{2C} \quad (28)$$

Bis dahin gilt die Gleichung streng für jedes $d\sigma$, dq_1 , dq_2 . Wir können die Berechnung wesentlich vereinfachen und die Formel leichter diskutieren, wenn wir uns auf kleine Werte von $d\sigma$, dq_1 , dq_2 , also auf Fehler beschränken. Dann ist mit sehr großer Annäherung $C = 1$ und ebenso der \cos der Winkel gleich 1. Setzen wir noch für den \sin den Bogen, so erhalten wir schließlich

$$d\Gamma = \frac{\lambda}{\pi} \arctg \left\{ \sin \frac{2\pi\Gamma}{\lambda} (dq_2 - dq_1) \left[2dq_1 + (dq_2 - dq_1) \cos \frac{2\pi\Gamma}{\lambda} \right] \right\} \quad (29)$$

Aus dieser Gleichung folgern wir:

Die Justierungsfehler beeinflussen die Lage des Kompensationsstreifens nicht, wenn der zu messende Gangunterschied ein ganzes (gerades oder ungerades) Vielfaches einer halben Wellenlänge des benutzten Lichtes ist.

Für einen beliebigen Gangunterschied wird der richtige Wert gemessen, wenn die Fehler in der Orientierung der Kristallplatte und des Kompensators gleich groß und gleichsinnig sind. In den anderen Fällen ist der Kompensationsstreifen um einen Betrag nach höheren oder geringeren Werten der Doppelbrechung verschoben und zwar um so mehr, wenn die Fehler dq_1 und dq_2 entgegengesetztes Vorzeichen haben.

Der Fehler $d\sigma$ in der Null-Stellung des Analytators ist für die Lage des Kompensationsstreifens ohne Bedeutung und wirkt wesentlich dahin, daß sich eine allgemeine Helligkeit den Interferenzstreifen überlagert. Er beeinflusst jedoch die Auslöschungslage¹ der Kristallplatte, daher auch ihre richtige Einstellung in die Diagonallage und somit indirekt den gemessenen Gangunterschied.

¹ M. BERK, N. Jahrb. f. Min. etc. Beil.-Bd. XXXIII. p. 615. 1912.

Tabelle 4.

Einfluß der Justierungsfehler $d\varphi_1$ und $d\varphi_2$ auf die Messung des Gangunterschiedes Γ .

Γ	$d\varphi_1 = 3^\circ, d\varphi_2 = -3^\circ$ oder $d\varphi_1 = -3^\circ, d\varphi_2 = 3^\circ$		$d\varphi_1 = \pm 3^\circ; d\varphi_2 = 0$		$d\varphi_1 = 0; d\varphi_2 = \pm 3^\circ$	
	$d\Gamma$ in ‰	in $\mu\mu$ für D	$d\Gamma$ in ‰	in $\mu\mu$ f. D	$d\Gamma$ in ‰	in $\mu\mu$ f. D
$\frac{0}{36} \lambda$	0,00	0,0000	0,0	0,000	0,0	0,000
$\frac{1}{36}$	0,34	0,0056	5,6	0,092	5,5	0,091
$\frac{2}{36}$	2,9	0,14	6,0	0,29	4,56	0,224
$\frac{3}{36}$	9,0	0,88	6,8	0,67	2,28	0,224
$\frac{4}{36}$	14	2,06	7,0	1,0	0,0	0,000
$\frac{5}{36}$	14	2,59	6,3	1,13	0,93	0,167
$\frac{6}{36}$	14	2,67	5,7	1,11	1,14	0,224
$\frac{7}{36}$	12	2,59	4,9	1,0	1,20	0,255
$\frac{8}{36}$	10	2,3	4,0	0,92	1,11	0,255
$\frac{9}{36}$	5,2	1,4	2,0	0,52	0,64	0,167
$\frac{10}{36}$	2,5	0,7	0,97	0,27	0,32	0,091
$\frac{11}{36}$	0,0	0,0	0,0	0,00	0,00	0,000

Für $d\varphi_1 = 0, d\varphi_2 = 0$ und $d\varphi_1 = -d\varphi_2$ ist der Fehler $d\Gamma$ proportional dem Quadrat des Fehlers $d\varphi_2$ bzw. $d\varphi_1$ bzw. $d\varphi_2 - d\varphi_1$. Für diese drei Fälle sind die Fehler in Tab. 4 nach 29 berechnet. In bezug auf 0λ und $\frac{1}{2}\lambda$ ist die Tabelle in ihren absoluten Werten symmetrisch, nur kehrt sich dort das Vorzeichen der Fehler um. Nach dem Obigen erhält man aus dieser Tabelle die Fehler z. B. für $d\varphi_1 = 1^\circ, d\varphi_2 = -1^\circ$, wenn man die Werte der ersten Tabellengruppe durch 9 dividiert.

Die entsprechenden Fehlerkurven sind in Fig. 7 gezeichnet. Der Maßstab der Ordinaten ist entsprechend der Fehlergröße $d\varphi$ willkürlich gelassen. Aus Fig. 7 geht hervor, daß es vor allem wesentlich ist, die Diagonalstellung der Kristallplatte genau innezuhalten, da ein alleiniger Fehler in φ_2 (siehe die Kurve $d\varphi_1 = 0$) von unbedeutendem Einfluß ist. In diesem Falle ist die Fehlerkurve schon zu $\frac{\lambda}{4}$ symmetrisch und das Maximum des Fehlers tritt für $\frac{\lambda}{8}$ und ungerade ganze Vielfache davon auf. Mit zunehmendem Fehler in φ_1 verschiebt sich das Maximum des Fehlers in Γ von $\frac{\lambda}{8}$ nach $\frac{\lambda}{2}$ hin.

Dieser methodische Messungsfehler im Gangunterschiede kommt additiv zu dem aus der Einstellungsempfindlichkeit berechneten Fehler hinzu. Wir wollen festsetzen, daß dem berechneten mittleren Fehler noch dann eine reelle Gültigkeit zu-

kommt, wenn der durch die mangelhafte Justierung bedingte Fehler nicht größer als $\frac{1}{4}$ des berechneten Resultatsfehlers ist.

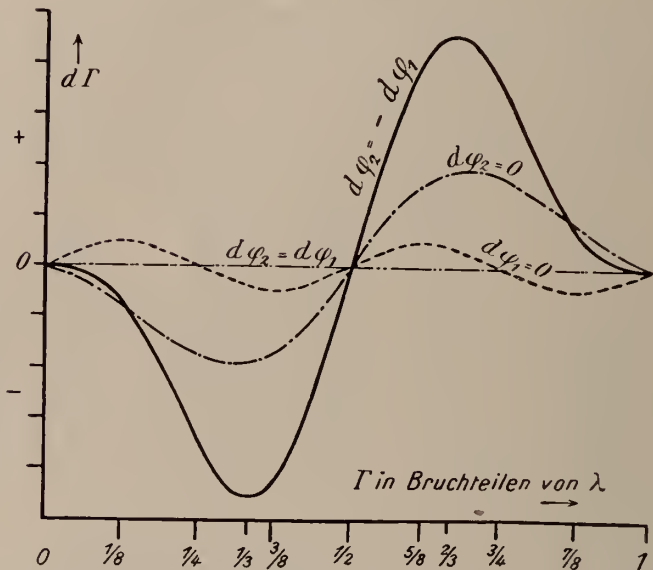


Fig. 7. Fehlerkurven für Gangunterschiede Γ (mit beliebigem Kompensator gemessen) bei fehlerhafter Stellung der Kristallplatte $d\varphi_1$ und des Kompensators $d\varphi_2$.

Abzissen: wirklicher Gangunterschied Γ .

Ordinaten: Betrag des Fehlers $d\Gamma$.

- I: $d\varphi_2 = -d\varphi_1$
 II: $d\varphi_2 = 0$ } das andere $d\varphi$ hat dieselbe
 III: $d\varphi_1 = 0$ } Größe wie bei I (vgl. Tab. 4).
 IV: $d\varphi_2 = d\varphi_1$.

Bei petrographischen Arbeiten wird man gelegentlich mit Maximalfehlern der Orientierung von $1\frac{1}{2}^\circ$ zu rechnen haben. In diesem Falle sind die Fehlerbeträge gleich dem vierten Teil der Tab. 4. Also im Maximum ist für $\frac{\lambda}{3}$ der Betrag $d\Gamma = 0,7 \mu\mu$. Da der mittlere Fehler einer Messung bei dieser Größenordnung von Γ für den Kompensator nach BABINET $4,4 \mu\mu$ für unseren Kalkspatkompensator $3,5 \mu\mu$ beträgt, so hätte es keinen Wert durch mehr als 3 bzw. 2 Einstellungen eine reelle höhere Genauigkeit des Mittelwertes erreichen zu wollen.

Fragt man umgekehrt, wie genau Kristallplatte und Kompensator orientiert sein müssen, damit noch dem mittleren Fehler eines Mittelwertes aus 10 Einstellungen eine reelle Gültigkeit zukommt, so folgt nach Obigem, indem

man für die Rechnung die beiden zugeordneten Werte $d\varphi = 1\frac{1}{2}^\circ$ und $d\Gamma = 0,7 \mu\mu$ benutzt:

für die Anordnung von H. SCHULZ:

$$mf_{10} = 0,44; \frac{0,7 \cdot 4}{0,44} = 2,5^2; \text{ mithin } d\varphi_{1,2} = \frac{1\frac{1}{2}^\circ}{2,5} = 36'$$

für den Kompensator nach BABINET:

$$mf_{10} = 1,4; \frac{0,7 \cdot 4}{1,4} = 1,4^2; \text{ mithin } d\varphi_{1,2} = \frac{1\frac{1}{2}^\circ}{1,4} = 1^\circ 4'$$

für den drehbaren Kalkspatkompensator:

$$mf_{10} = 1,1; \frac{0,7 \cdot 4}{1,1} = 1,6^2; \text{ mithin } d\varphi_{1,2} = \frac{1\frac{1}{2}^\circ}{1,6} = 56'.$$

Eine so genaue Orientierung der Kristallplatte ist schon bei Anwendung geringer Sorgfalt möglich. Dagegen ist eine so genaue Orientierung des Kompensators in den meisten Fällen schon deshalb nicht möglich, weil gewöhnlich mechanisch über die Einstellung des Kompensators durch Anlage eines Schlitzes am unteren oder oberen Ende des Mikroskoptubus verfügt ist. Um sicher zu gehen, wird man daher auf die genaue Diagonalstellung der Kristallplatte möglichste Sorgfalt verwenden müssen, denn dann sind die übrigbleibenden Fehler in der Orientierung des Kompensators, wie Fig. 7 zeigt, von ganz untergeordneter Bedeutung.

Der neue drehbare Kalkspatkompensator hat nun vor dem BABINET'schen Kompensator infolge des bogenförmigen Verlaufs der Stellen gleichen Gangunterschiedes und der damit verbundenen Orientierung der Polarisationsrichtungen den großen Vorzug, daß die Kompensationsstreifen nicht mit symmetrischer Intensität durch den Schnittpunkt der Okularfäden hindurchgehen, sobald die Kristallplatte nicht genau in der Diagonalstellung steht (vergl. Fig. 5 und 6). Auf diese Weise ist man bis zu gewissem Grade schon gezwungen, während der Messung die genaue Orientierung der Kristallplatte inne zu halten, und erzielt das einfach dadurch, daß man die Kristallplatte so weit dreht, bis die Lichtintensität auf den Kompensationsstreifen symmetrisch zur Mitte des Gesichtsfeldes verteilt ist. Die restierenden Fehler in der Diagonalstellung des Schlitzes sind dann von verschwindendem Einfluß.

Zusammenfassung.

I. Der drehbare Kalkspatkompensator weist innerhalb des benutzten Drehungsbereiches eine Farbfolge mit ungefähr gleicher Annäherung an die NEWTON'sche Farbenskala auf wie die Quarzkeil-Kompensatoren. Durch beliebige Wahl der Dicke des Kompensatorblättchens kann der Meßbereich beliebig erweitert werden. Die Empfindlichkeit und Zuverlässigkeit des Kompensators steht der des BABINET'schen nicht nach und ist für geringe Gangunterschiede erheblich größer. Der Kompensator eignet sich auch zur Bestimmung des optischen Charakters im parallelen und konver-

genten polarisierten Licht sowie für staurososkopische Bestimmungen. Der Kompensator ist ohne weiteres an jedem Polarisationsmikroskop zu benutzen und nicht an die Anwendung eines Ansatzanalysators oder besonderen Okulars gebunden. Seine Konstruktion und Handhabung sind einfach. Der Zusammenhang zwischen den Einstellungen und der Größe des Gangunterschiedes wurde durch eine aus den Brechungsgesetzen abgeleitete Näherungsformel dargestellt. Die Berechnung der Meßresultate wird durch die Anwendung einer logarithmischen Tafel bequem gemacht.

II. Bei jeder Art von Kompensatoren hängt der gemessene Betrag der Doppelbrechung von den Justierungen der Kristallplatte, des Kompensators und des Analysators ab. Die Justierungsfehler beeinflussen die Lage des Kompensationsstreifens nicht, wenn der zu messende Gangunterschied ein beliebiges ganzes Vielfaches einer halben Wellenlänge der benutzten Lichtart ist. Ein beliebiger Gangunterschied wird fehlerfrei gemessen, wenn die Fehler in der Orientierung der Kristallplatte und des Kompensators gleichgroß und gleichsinnig sind. Der gemessene Gangunterschied wird in dem Falle mit den größten Fehlern behaftet sein, wenn die Justierungsfehler in der Orientierung der Kristallplatte und des Kompensators entgegengesetztes Vorzeichen haben. Wesentlich ist vor allem die genaue Orientierung der Kristallplatte, da ein alleiniger Fehler in der Orientierung des Kompensators von unbedeutendem Einfluß ist. Der Fehler in der Null-Lage des Analysators ist nur indirekt von Bedeutung, indem er die Einstellung der Kristallplatte in die Diagonallage beeinflusst.

Bei Benutzung des drehbaren Kalkspatkompensators werden gerade die wesentlichen Fehler in der Orientierung der Kristallplatte bei der Messung auf ein Minimum herabgesetzt¹.

Wetzlar, Optische Werke von E. LEITZ, im März 1913.

Vergleich des unteren Dogger im Schwäbischen Jura mit dem von Hannover.

Von Guido Hoffmann in München.

Mit 1 Textfigur.

Soeben ist im Schweizerbart'schen Verlage in Stuttgart meine Arbeit über „Stratigraphie und Ammonitenfauna des unteren Doggers in Sehnde bei Hannover“ erschienen. Die Arbeit ist im engsten Sinne des Wortes eine Lokalmonographie.

Über keine Ammonitenfaunen sind so inhalts- und abbildungsreiche Monographien erschienen wie über diejenigen des unteren Doggers. Ich erinnere nur an QUENSTEDT, BUCKMAN und HORN.

Leider waren aber alle diese Arbeiten aus Schwaben, Eng-

¹ Dem Teil I dieser Mitteilung folgt noch eine Berichtigung.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Centralblatt für Mineralogie, Geologie und Paläontologie](#)

Jahr/Year: 1913

Band/Volume: [1913](#)

Autor(en)/Author(s): Berek M.

Artikel/Article: [Zur Messung der Doppelbrechung hauptsächlich mit Hilfe des Polarisationsmikroskops. \(Schluß.\) 464-470](#)