sprechen 0,18 Mol. Cl und 0,62 Mol. NH_4 beim Seifenstein und 0,18 Mol. Cl bezw. 0,64 Mol. NH_4 bei No. II. Sie sind als sehr hoch zu bezeichnen. Da die Basenmenge wesentlich überwiegt, so kann man nach VAN BEMMELEN's bekannten Versuchen annehmen, daß ein Austausch gegen die vorhandenen Basen stattgefunden hat. Außer diesem Austausch ist aber noch eine beträchtliche Absorption vermutlich von unzersetztem Chlorammonium erfolgt. Als Überschuß über die Salzabsorption ergibt sich 0,44 bezw. 0,46 Mol. NH_4 oder 0,34 bezw. 0,36 Mol. N oder 0,64 bezw. 0,67 Mol. $(NH_4)_2O$. Es dürften also $\frac{2}{3}$ der Gesamtmengen der Basen gegen Ammonium ausgetauscht worden sein. Sehr bemerkenswert ist die im Molekularverhältnis zur Tonerde fast genau gleiche Absorption der beiden verschiedenen Tone, die beweist, daß sie einheitlich gebaut sind. Entweder sie sind also vollständig als Allophanoide anzusprechen, oder sie enthalten gleiche Mengen von Allophanoiden neben gleichen Mengen anderer Tonmineralien (z. B. Kaolin). Wahrscheinlicher ist der erstgenannte Fall, doch kann dies noch nicht als sicher bewiesen gelten, da nach der Definition der Allophanoide von H. STREMME diese von Salzsäure völlig zersetzt werden, was nach dem wenig eingreifenden Versuch mit Salzsäure nicht sicher feststeht. Die festere äußere Beschaffenheit des Seifensteins stimmt gut zu seinem geringeren Wassergehalt, einer geringeren Hygroskopizität, geringeren Löslichkeit und geringeren Ammoniumabsorption. Es dürfte also zwischen diesen Eigenschaften ein Zusammenhang existieren.

Agrogeologisches Laboratorium der Geol. Kommission in Finnland.

Zur Erklärung der Becke'schen Linie.

Von **K. Schlossmacher** in Heidelberg.

Mit 2 Textfiguren.

Will man sich, zur Erklärung der Erscheinung der BECKE-schen Linie, eine Vorstellung über die Verteilung der Lichtstrahlen nach dem Durchgang durch eine Grenzfläche machen, so erhält man diese am klarsten und einwandfreiesten aus einer analytischen Betrachtung des Gesetzes, das diesen Vorgang beherrscht. Für den Übergang eines Lichstrahles aus einem Medium in ein anderes wird die Abhängigkeit der Winkel y (Fig. 1), die die gebrochenen Strahlen mit dem Einfallslot bilden, von den Winkeln x, die die einfallenden Strahlen mit dem Einfallslot bilden, durch das SNELLIUS'sche Gesetz ausgedrückt. Es ist:

$$\frac{\sin x}{\sin y} = k$$

(wobei k eine Konstante ist, die sich aus dem reziproken Quotienten des Brechungsexponenten ergibt).

Aus diesem Gesetz sollen die Beziehungen zwischen x und y für das Gebiet von $x = 0^0$ bis 180^0 (im Sinne der Pfeile in Fig. 1) abgeleitet und in einer Kurve dargestellt werden; im Anschluß daran soll die physikalische Bedeutung dieser Ableitung erörtert werden. Dabei kann der spezielle Fall, wo $k = 1$, unberücksichtigt gelassen werden, da hierzu Gleichheit der Brechungsexponenten erforderlich ist.

Im Quadranten I und III (Fig. 1) besteht die Beziehung $\frac{\sin x}{\sin y} = k$, wobei k eine positive Zahl, größer als 1 ist. Es ist also:

$$y = \arc\sin\left(\frac{1}{k} . \sin x\right)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\cos x}{\sqrt{k^2 - \sin^2 x}}$$

für $x = 0^0$ ist	$y = 0^0$. Die Kurve beginnt im Nullpunkt.	$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{k}$. Die Tangente an die Kurve bildet mit der x-Achse einen Winkel $< 45^0$.
für $x = 90^0$ ist	$y = \arc\sin\frac{1}{k}$ Grenzwinkel der Totalreflexion, stets $< 90^0$.	$\frac{dy}{dx} = 0$. Die Tangente verläuft parallel zur x-Achse.

Um zu sehen, ob das Abnehmen des Differentialquotienten für Werte von $x = 0^0$ bis 90^0 ein ununterbrochenes ist, d. h. ob die Kurve des Differentialquotienten in diesem Gebiet ohne Knick verläuft, haben wir den Differentialquotienten zweiter Ordnung zu bilden und zu suchen, ob es Werte für x zwischen 0^0 und 90^0 gibt, die diesen zu Null machen. Es ist:

$$\frac{d^2 y}{d x^2} = \frac{-\sqrt{k^2 - \sin^2 x} . \sin x + \cos x \tfrac{1}{2}(k^2 - \sin^2 x)^{-\frac{1}{2}} . 2 \sin x . \cos x}{k^2 - \sin^2 x}$$

$$= \sin x \frac{1 - k^2}{(k^2 - \sin^2 x)\sqrt{k^2 - \sin^2 x}} .$$

Es gibt keinen Wert für x zwischen 0^0 und 90^0, der diese Gleichung zu Null macht. Der Wert $x = 0$ selbst erfüllt diese Forderung. Für unsere Überlegung kommt dieser Wert nicht in Betracht, da die Gestalt der Kurve beim Übergang von negativen zu positiven Winkeln, d. h. hier von Quadrant IV zu Quadrant I, nur von analytischem Interesse ist.

Das Konvergieren des ersten Differentialquotienten gegen 0 beim Fortschreiten von x gegen 90^0 hin bedeutet geometrisch ein Flacherwerden der Tangente an die Kurve, d. h. ein immer langsameres Wachsen von y bei gleichmäßig zunehmendem x, physikalisch eine Häufung von Lichtstrahlen.

Wächst nun x über 90^0 hinaus, so bewegt sich der einfallende Strahl im Quadranten II im Gebiete der Totalreflexion bis $x = 180^0 - \arcsin\frac{1}{k}$, dem Grenzwinkel der Totalreflexion. Der zu diesem x gehörige totalreflektierte Strahl liegt im Quadranten III; dabei entspricht einer Zunahme von x eine gleiche Abnahme von y. Der Differentialquotient hat also den Wert -1. Die Kurve verläuft von $y = 90^0$ für $x = 90^0$ bis $y = \arcsin\frac{1}{k}$, für $x = 180^0 - \arcsin\frac{1}{k}$ als gerade Linie, es bleibt gleiche Verteilung der Lichtstrahlen bestehen.

Wird nun x im Quadranten II größer als $180^0 - \arcsin\frac{1}{k}$ und wächst bis 180^0, so liegt der gebrochene Strahl im Quadranten IV. Die Beziehung zwischen x und y lautet dann:

$$\frac{\sin(180 - x)}{\sin(180 - y)} = \frac{1}{k}.$$

Setze ich vorübergehend:

$$x = 90 + \xi$$
$$y = 90 + \eta,$$

so erhalte ich:

$$\frac{\cos\xi}{\cos\eta} = \frac{1}{k}$$
$$\eta = \arccos(k\cos\xi)$$
$$\frac{dy}{dx} = \frac{k\sin\xi}{\sqrt{1 - k\cos^2\xi}}$$

Dieser Differentialquotient ist positiv, solange $k^2\cos^2\xi < 1$ ist, d. h. für das Gebiet von $\xi = \arccos\frac{1}{k}$ bis $\xi = 90^0$

für $\xi = \arccos\frac{1}{k} = 90 - \arcsin\frac{1}{k}$ (Grenzwinkel der Totalreflexion), d. h. $x = 180 - \arcsin\frac{1}{k}$	ist $\eta = 0^0$, d. h. $y = 90^0$	$\frac{d\eta}{d\xi} = \infty$. Die Tangente steht $\perp$ auf der x-Achse.
für $\xi = 90^0$, d. h. $x = 180^0$	ist $\eta = 90^0$, d. h. $y = 180^0$. Die Kurve endet für $x = 180^0$ bei $y = 180^0$.	$\frac{d\eta}{d\xi} = k$. Die Neigung der Tangente ist stärker als 45^0.

Bildet man wieder zur selben Überlegung wie oben den Differentialquotienten II. Ordnung, so erhält man:

$$\frac{d^2\eta}{d\xi^2} = \sqrt{1 - k^2\cos^2\xi}\; k\cos\xi - k\sin\xi\,\tfrac{1}{2}\,(1 - k^2\cos^2\xi)^{-\frac{1}{2}}\, 2\cos\xi\, k^2\sin\xi$$

$$= \cos\xi\,\frac{k(1 - k^2)}{(1 - k^2\cos^2\xi)\sqrt{1 - k^2\cos^2\xi}}.$$

Es gibt keinen Wert zwischen $\xi = \arccos \frac{1}{k}$ und $\xi = 90^0$, der diese Gleichung zu Null macht, d. h. die Tangente geht allmählich von größter Steilheit ($\perp$ zur x-Achse) zu geringerer Steilheit $\left(\frac{d\eta}{d\xi} = k\right)$ über. (Für den Wert $\xi = 90^0$ gilt das bei der analogen Betrachtung oben Gesagte.)

Die Betrachtung des Differentialquotienten zeigt hier, daß an keiner Stelle eine Häufung von Lichtstrahlen eintritt, sondern überall eine Auseinanderziehung stattfindet.

Die Ableitung in dieser Form ist mathematisch nicht ganz konsequent, da die Kurve nicht als ein Ganzes der Betrachtung

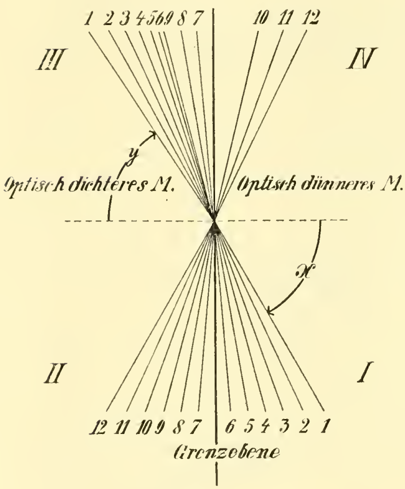

Fig. 1.
(Nach ROSENBUSCH-WÜLFING, Mikr.-Phys. I, 1. p. 263.)

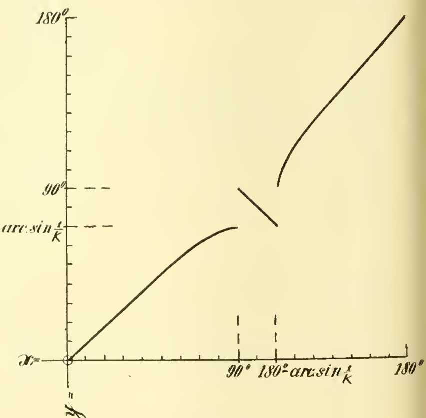

Fig. 2.

unterzogen, sondern in drei durch den physikalischen Vorgang gegebene Gebiete zerlegt worden ist. Für jedes dieser Gebiete wurde das Gesetz der Beziehung zwischen x und y aufgesucht und daraus der Verlauf der Kurve innerhalb dieses Gebietes abgeleitet. Diese Vereinfachung erschien angebracht, da die andere, wegen der Unstetigkeit der Kurve nicht so einfache Form der Ableitung außer dem Verlauf in den Grenzen der Gebiete, der nur von analytischem Interesse ist, nichts Neues gebracht hätte.

Aus den drei Stücken, die aus der Betrachtung der drei Gebiete einzeln erhalten wurden, läßt sich nun das Bild der Kurve (Fig. 2; k = 1,064) zusammensetzen, wobei natürlich der Verlauf in den Grenzen der Gebiete nicht eingetragen werden kann.

Die Kurve ergibt ein klares Bild des physikalischen Vorganges. Aus einem in gleichmäßiger Verteilung der Strahlen auf die Grenzfläche auffallenden Lichtbüschel geht nach dem Durchgang durch die Grenzfläche ein Lichtbüschel in unregelmäßiger Verteilung hervor. Die Art der Unregelmäßigkeit ergibt sich ohne weiteres aus der Betrachtung der Kurve und ihrer Tangenten. Eine ausgesprochene Häufung von Strahlen (Differentialquotient konvergiert gegen 0) liegt auf der Seite des optisch dichteren Mediums in der Gegend des Grenzstrahles der Totalreflexion jenseits des Gebietes der totalreflektierten Strahlen.

Bei der Betrachtung eines eingebetteten mikroskopischen Präparates zweier aneinandergrenzender Medien haben wir es nun mit einem System von fünf Grenzflächen, von denen vier horizontal, eine vertikal, liegen, zu tun. Beim Durchgang eines auf die untere Seite des Präparates in gleichmäßiger Verteilung auffallenden Lichtbüschels kommt also eine mehrfache Summation von Anhäufungen und Auseinanderziehungen der Strahlen zustande. Für das Endresultat, die Verteilung der Lichtstrahlen nach dem Austritt aus dem Deckglas, ist jedoch nur d a s Moment der Verteilungsänderung maßgebend, das durch die vertikale Grenzfläche eingeführt wird; dies läßt sich ohne weiteres verstehen, wenn man daran denkt, daß bei nur vorhandenen horizontalen Grenzebenen keine Verteilungsänderung durch das System erfolgt. Die vertikale Grenzebene bringt nun eine starke Verdichtung in der Gegend des Grenzwinkels der Totalreflexion zustande, die auch als solche in das Endresultat eingeht. Die Totalreflexion an der vertikalen Grenzfläche wirkt nur wie eine Verlegung eines Gebietes von wiederhergestellter ursprünglicher Verteilung auf die Seite des optisch dichteren Mediums. Es ist dies das Gebiet zwischen vertikaler Grenzfläche und Richtung des totalreflektierten Strahles, das an die Zone stärkster Strahlenanhäufung kontrastbildend angrenzt. Beim Heben des Tubus wird man nur die Zone stärkster Beleuchtung, da es sich um eine Richtung handelt, nach der Zone des optisch dichteren Mediums hin wandern sehen.

Aus dieser kurzen theoretischen Betrachtung geht also hervor, daß bei vertikaler Grenzebene der Grund für die Erscheinung, die man als Becke'sche Linie zu bezeichnen pflegt — eine beim Heben des Tubus nach der Seite des dichteren Mediums wandernde Lichtlinie —, lediglich in dem W e s e n d e r F u n k t i o n $\frac{\sin x}{\sin y} = k$, die in der Optik als Snellius'sches Gesetz auftritt, zu suchen ist. Bei geneigter Grenzfläche, und bei stärkerer Neigung in immer höherem Maße, wird die Erscheinung eine komplexe, indem die Vorgänge, die G. W. Grabham (Min. Mag. 15. 1910. No. 72. p. 335) beschreibt, sich an dem Effekt beteiligen.

Zeitschrift/Journal: Centralblatt für Mineralogie, Geologie und Paläontologie

Jahr/Year: 1914

Band/Volume: 1914

Autor(en)/Author(s): Schlossmacher K.

Artikel/Article: Zur Erklärung der Becke’schen Linie. 75-79