

Original-Mitteilungen an die Redaktion.

Die Deformation der Raumgitter durch Schiebung.

Von **A. Johnsen** in Kiel.

I. Rationale Paare von Schiebungselementen.

K_1 und K_2 seien die beiden Kreisschnittsebenen einer einfachen Schiebung, σ_1 und σ_2 die Schnittgeraden von K_1 bzw. K_2 mit der Ebene der Schiebung. Entweder K_1, σ_2 oder K_2, σ_1 oder jedes dieser Paare ist ein „rationales Paar von Schiebungselementen“. Ein solches rationales Paar habe die Symbole (hkl) und $[uvw]$, wo (hkl) eine Gitterebene und $[uvw]$ eine Gitterlinie ist.

Welche Werte müssen die Indizes h, k, l, u, v, w annehmen, damit durch die Schiebung ein Gitter in sich deformiert wird?

Das Symbol $[efg]$ einer Gitterlinie geht durch Schiebung in $[e'f'g']$ über, und es gilt, wenn ϱ ein Proportionalitätsfaktor ist,

$$(1) \quad \begin{cases} \varrho e' = c(hu - kv - lw) + 2fku + 2glu \\ \varrho f' = f(kv - lw - hu) + 2glv + 2ehv \\ \varrho g' = g(lw - hu - kv) + 2ehw + 2fkw. \end{cases}$$

Der Parameter einer Gitterlinie $[efg]$ werde durch $[e.f.g]$ symbolisiert.

Von jetzt ab sollen alle Indizes auf drei konjugierte Gitterlinien als Koordinatenachsen X, Y, Z mit den Parametern $[1.0.0], [0.1.0]$ und $[0.0.1]$ bezogen werden.

Gehen nun irgend drei nicht komplanare Parameter $[e_1.f_1.g_1], [e_2.f_2.g_2]$ und $[e_3.f_3.g_3]$ in $[e_1'.f_1'.g_1'], [e_2'.f_2'.g_2']$ und $[e_3'.f_3'.g_3']$ über, und setzt man die Determinanten

$$\begin{vmatrix} e_1 & f_1 & g_1 \\ e_2 & f_2 & g_2 \\ e_3 & f_3 & g_3 \end{vmatrix} = D \quad \text{und} \quad \begin{vmatrix} e_1' & f_1' & g_1' \\ e_2' & f_2' & g_2' \\ e_3' & f_3' & g_3' \end{vmatrix} = D',$$

so muß, abgesehen vom Vorzeichen, gelten

$$(2) \quad D = D'.$$

Gleichung (2) besagt, daß jedes primitive Parallelepiped durch die Schiebung in ein primitives übergeführt wird.

Setzt man in der Determinante D' entsprechend den Gleichungen (1) $e_1' = \frac{1}{\varrho_1} (e_1(hu - kv - lw) + 2f_1ku + 2g_1lu)$,

$e_2' = \frac{1}{q_2} (e_2 (h u - k v - l w) + 2 f_2 k u + 2 g_2 l u)$ etc., wo q_1, q_2 und q_3 positive ganze Zahlen sind, so ergibt sich

$$(3) \quad D' = \frac{D (h u + k v + l w)^3}{q_1 q_2 q_3}$$

Aus (2) und (3) folgt

$$(4) \quad q_1 q_2 q_3 = (h u + k v + l w)^3$$

Da die Koeffizienten e, f, g der Gleichungen (1) unendlichfach variabel sind, so ist jeder der Faktoren q_1, q_2, q_3 der größte gemeinsame Teiler der neun Ausdrücke $h u - k v - l w, 2 k u, 2 l u, k v - l w - h u, 2 l v, 2 h v, l w - h u - k v, 2 h w$ und $2 k w$, woraus folgt, daß $q_1 = q_2 = q_3$; mithin ist

$$(5) \quad q_1 = q_2 = q_3 = h u + k v + l w$$

Folglich ergibt sich, wenn z_1, z_2, \dots, z_9 neun relativ prime Zahlen bedeuten,

$$(6) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{h u - k v - l w}{h u + k v + l w} = z_1, \quad \frac{2 k u}{h u + k v + l w} = z_2, \quad \frac{2 l u}{h u + k v + l w} = z_3, \\ \frac{k v - l w - h u}{h u + k v + l w} = z_4, \quad \frac{2 l v}{h u + k v + l w} = z_5, \quad \frac{2 h v}{h u + k v + l w} = z_6, \\ \frac{l w - h u - k v}{h u + k v + l w} = z_7, \quad \frac{2 h w}{h u + k v + l w} = z_8, \quad \frac{2 k w}{h u + k v + l w} = z_9. \end{array} \right.$$

Die neun Gleichungen (6) bilden die notwendigen und hinreichenden Bedingungen dafür, daß das Gitter durch die Schiebung in sich deformiert wird.

II. Mögliche Gitterarten und mögliche Gitter.

Sollen die Gleichungen (6) für eine tatsächliche oder für eine angenommene Schiebung einer Kristallart aufgestellt werden, so ist aus den 14 Gitterarten jede mit der Symmetrie der Kristallart verträgliche auszuwählen; T_r bedeute eine solche Gitterart. Nun seien $(h' k' l')$ und $[u' v' w']$ die üblichen kristallographischen Symbole eines rationalen Paares von Schiebungselementen, $(p_1^1 p_2^1 p_3^1), (p_1^2 p_2^2 p_3^2)$ und $(p_1^3 p_2^3 p_3^3)$ diejenigen der Flächen eines primitiven Parallelepipeds II von T_r und schließlich $(q_1 q_2 q_3)$ dasjenige einer Fläche, welche auf den Kantenrichtungen von II die Gitterparameter τ_x, τ_y, τ_z abschneidet. Man transformiert jetzt die Indizes auf das primitive Parametertripel τ_x, τ_y, τ_z , so daß $(p_1^1 p_2^1 p_3^1), (p_1^2 p_2^2 p_3^2), (p_1^3 p_2^3 p_3^3)$ und $(q_1 q_2 q_3)$ der Reihe nach übergehen in $(100), (010), (001)$ und (111) . Hierdurch werden $(h' k' l')$ und $[u' v' w']$ in $(h k l)$ und $[u v w]$ transformiert, und es ist¹

$$(A_1) \quad h : k : l = \left| \frac{h' p^2 p^3}{R_1} : \frac{p^1 h' p^3}{R_2} : \frac{p^1 p^2 h'}{R_3} \right|$$

¹ TH. LIEBISCH, *Geom. Krist.* Leipzig 1881. 5. Kap.; *Encykl. d. math. Wiss.* V. 1. p. 411. 1906.

$$(A_2) \quad u : v : w = R_1^2 (p_1^1 u' + p_2^1 v' + p_3^1 w') : R_2^2 (p_1^2 u' + p_2^2 v' + p_3^2 w') : R_3^2 (p_1^3 u' + p_2^3 v' + p_3^3 w').$$

In (A_1) und (A_2) ist $R_1 = |q_1 p^2 p^3|$, $R_2 = |p^1 q_2 p^3|$, $R_3 = |p^1 p^2 q_3|$ und $|q_1 p^2 p^3| = \begin{vmatrix} q_1 p_1^2 p_1^3 \\ q_2 p_2^2 p_2^3 \\ q_3 p_3^2 p_3^3 \end{vmatrix}$, $|p^1 h' p^3| = \begin{vmatrix} p_1^1 h' p_1^3 \\ p_2^1 k' p_2^3 \\ p_3^1 l' p_3^3 \end{vmatrix}$ etc.

Die den Indizes h, k, l bzw. u, v, w proportionalen Ausdrücke von (A_1) und (A_2) , welche bestimmte Funktionen der unbekanntenen p - und q -Werte darstellen, werden in (6) eingesetzt. Die Bedingung, daß z_1 bis z_9 in (6) relativ prim sein sollen, ergibt entweder kein rationales Paar (hkl) , $[uvw]$ oder endlich viele oder unendlich viele. Im ersten Falle wird kein Gitter der betrachteten Art durch die gegebene Schiebung in sich deformiert, im zweiten Falle endlich viele Gitter, im dritten unendlich viele; diese Gitter, einer und derselben der 14 Gitterarten angehörig, unterscheiden sich durch ihre individuellen Konstanten.

Jedes der verschiedenen rationalen Paare (hkl) , $[uvw]$, die sich aus (6) ergeben, liefert in folgender Weise ein einziges schiebungsfähiges Gitter der betrachteten Gitterart. Durch (6) erhält man für jedes p und für jedes q eine Anzahl n von verschiedenen, mehr oder weniger bestimmten Werten; die zusammengehörigen Werte bestimmen jedesmal ein rationales Paar (hkl) , $[uvw]$, dessen Indizes bestimmte Funktionen jener p - und q -Werte sind. Die letzteren ergeben ohne weiteres die üblichen kristallographischen Symbole $(p_1^1 p_2^1 p_3^1)$, $(p_1^2 p_2^2 p_3^2)$, $(p_1^3 p_2^3 p_3^3)$ und $(q_1 q_2 q_3)$ der Flächen eines primitiven Parallelepipeds und einer Einheitsfläche eines Gitters der untersuchten Gitterart. Je nachdem jene p - oder q -Werte ganz oder teilweise bestimmt sind, ist das Gitter ganz oder teilweise definiert.

III. Folgerungen.

Macht man zwei konjugierte Gitterlinien innerhalb (hkl) zur Y - und Z -Achse und eine zu (hkl) konjugierte Gitterlinie zur X -Achse, so ist in (6) $h = |1|$, $k = 0$, $l = 0$ zu setzen, woraus folgt

$$(I) \quad hu + kv + lw = \begin{cases} \text{entweder} \\ \underline{+ 1} \\ \text{oder} \\ \underline{+ 2} \end{cases}$$

Die Gleichung (I) sagt in Worten: Irgend zwei konjugierte Parameter parallel (hkl) und der Parameter parallel $[uvw]$ bilden stets die drei Kanten eines entweder primitiven oder einfach zentrierten Gitterparallelepipeds. Dieser auf anderem Wege von WALLERANT¹ gefundene Satz ergibt sich also unmittelbar aus

¹ F. WALLERANT, Bull. Soc. franç. Minér. 27. p. 169. 1904.

unseren Gleichungen (6), gestattet aber im Gegensatz zu den letzteren nicht, die einer gegebenen Schiebung fähigen Gitter abzuleiten.

Aus (I) lassen sich noch zwei allgemeine Folgerungen ziehen; bezeichnen wir die ein rationales Paar bildenden Schiebungselemente (hkl) und $[uvw]$ zur Abkürzung mit K und σ , so gilt:

(Ia). In keiner $//\sigma$ verlaufenden Gitterebene E darf die Richtung ihres kleinsten Parameters innerhalb des spitzen Winkels liegen, den die Spuren der beiden Kreisschnittsebenen in E bilden.

(IIb). In keinem Gitter darf die Richtung des kleinsten Parameters in dem spitzen Winkel der beiden Kreisschnittsebenen liegen.

Existieren zwei rationale Paare von Schiebungselementen, also $K_1 = (h_1 k_1 l_1)$, $\sigma_2 = [u_2 v_2 w_2]$, sowie $K_2 = (h_2 k_2 l_2)$, $\sigma_1 = [u_1 v_1 w_1]$, so sind vier Fälle zu unterscheiden:

$$(I\alpha) \quad |h_1 u_2 + k_1 v_2 + l_1 w_2| = |h_2 u_1 + k_2 v_1 + l_2 w_1| = |1|.$$

Das Netz in K_1 und dasjenige in K_2 sind beide rechtwinklig; K_1 , K_2 , S , wo S die „Ebene der Schiebung“ ist, sind Flächen eines primitiven Parallelepiped.

$$(I\beta) \quad |h_1 u_2 + k_1 v_2 + l_1 w_2| = |h_2 u_1 + k_2 v_1 + l_2 w_1| = |2|.$$

Entweder ist das Netz in K_1 sowie dasjenige in K_2 rechtwinklig und bilden K_1 , K_2 , S die Flächen eines entweder raumzentrierten oder in S zentrierten Parallelepipedons; oder aber das Netz in K_1 sowie dasjenige in K_2 besteht aus Rhomben, und K_1 , K_2 , S sind Flächen eines in K_1 und in K_2 zentrierten Parallelepiped.

$$(I\gamma) \quad |h_1 u_2 + k_1 v_2 + l_1 w_2| = |1|, \quad |h_2 u_1 + k_2 v_1 + l_2 w_1| = |2|.$$

Das Netz in K_1 besteht aus Rhomben, dasjenige in K_2 aus Rechtecken, und K_1 , K_2 , S bilden die Flächen eines in K_1 zentrierten Parallelepipedons.

$$(I\delta) \quad |h_1 u_2 + k_1 v_2 + l_1 w_2| = |2|, \quad |h_2 u_1 + k_2 v_1 + l_2 w_1| = |1|.$$

Die für K_1 und K_2 in (I γ) gegebenen Charakteristiken sind gegeneinander vertauscht.

Also gilt allgemein: Gehorchen $h_1, k_1, l_1, u_2, v_2, w_2$ der Gleichung (I), so wird diese auch von $h_2, k_2, l_2, u_1, v_1, w_1$ befriedigt.

IV. Beispiele.

Im folgenden sollen einige schiebungsfähige Kristallarten den Formeln (6) unterworfen werden.

1. Kalkspat.

a) Die rhomboedrischen Gitter.

Wir verwenden zunächst die BRAVAIS'schen Symbole unter Weglassung des zweiten Index. Die zweite Kreisschnittsebene heißt dann $(1\bar{1}1)$, die Gleitrichtung $[1\bar{1}1]$. Die Flächen des unbestimmten Rhomboeders $\{\pi\bar{\pi}\lambda\}$ bilden ein primitives Parallelepipeton, dessen Kanten drei konjugierte Parameter eines rhomboedrischen Gitters darstellen und daher zu Koordinatenachsen X, Y, Z gewählt werden dürfen; die Basis (001) schneidet auf X, Y, Z deren drei Parameter ab, wird also zur Einheitsfläche. Mithin sind in (A_1) und (A_2) die Indizes folgender Symbole einzusetzen: $(p_1^1 p_2^1 p_3^1) = (\pi\bar{\pi}\lambda)$, $(p_1^2 p_2^2 p_3^2) = (\bar{\pi}0\lambda)$, $(p_1^3 p_2^3 p_3^3) = (0\pi\lambda)$, $(q_1 q_2 q_3) = (001)$, $(h'k'l') = (1\bar{1}1)$ und $[u'v'w'] = [1\bar{1}1]$. Dann ergeben jene Gleichungen $(hkl) = (2\lambda + \pi \parallel \pi - \lambda \parallel \pi - \lambda)^1$ und $[uvw] = [\lambda + 2\pi \parallel \lambda - \pi \parallel \lambda - \pi]$. Setzt man die sechs Indizes dieser beiden Symbole in die neun Gleichungen (6) ein, so nehmen diese die folgenden Formen an:

$$\begin{aligned} z_1 &= \frac{4\lambda^2 + \lambda\pi + 4\pi^2}{9\lambda\pi}, & z_2 = z_3 &= \frac{-\lambda^2 - 2\lambda\pi + 4\pi^2}{9\lambda\pi} \\ z_4 = z_7 &= \frac{-2\lambda^2 - 5\lambda\pi - 2\pi^2}{9\lambda\pi}, & z_5 = z_6 &= \frac{-2\lambda^2 + 4\lambda\pi - 2\pi^2}{9\lambda\pi} \\ z_8 = z_9 &= \frac{4\lambda^2 - 2\lambda\pi - 2\pi^2}{9\lambda\pi}. \end{aligned}$$

Nun sollen z_1 bis z_9 ganzzahlig und relativ prim sein; auch müssen offenbar λ und π als Indizes des Symbols $\{\pi\bar{\pi}\lambda\}$ ebenfalls ganzzahlig und relativ prim sein. Mithin ist entweder $\lambda = 1$, $\pi = 1$ oder $\lambda = 1$, $\pi = -2$ oder $\lambda = -2$, $\pi = 1$. Daraus folgen drei mögliche rationale Paare von Schiebungselementen (hkl) , $[uvw]$, nämlich in MILLER'scher Symbolik $(2\lambda + \pi \parallel \pi - \lambda \parallel \pi - \lambda)$, $[2\pi + \lambda \parallel \lambda - \pi \parallel \lambda - \pi] = (100)$, $[100]$ oder $= (011)$, $[111]$ oder $= (\bar{1}11)$, $[011]$.

Demnach ist das primitive Rhomboeder der möglichen rhomboedrischen Gitter $\{\pi\bar{\pi}\lambda\} = \{1\bar{1}0\}$ oder $= \{1\bar{1}2\}$ oder $= \{221\}$; das gibt nach Einfügung des zweiten Index die BRAVAIS'schen Symbole $\{10\bar{1}1\}$, $\{\bar{1}012\}$, $\{2021\}$ und demnach die MILLER'schen Symbole $\{100\}$, $\{011\}$, $\{\bar{1}11\}^2$.

¹ Das Zeichen \parallel dient hier und im folgenden lediglich zur Trennung der drei Indizes innerhalb der Symbole.

² Das vierte der in Zeitschr. f. Krist. 54. p. 155. 1914 abgeleiteten rhomboedrischen Gitter, nämlich dasjenige mit dem primitiven Rhomboeder $\{311\} = \{40\bar{1}1\}$, fällt also fort. Die in Physikal. Zeitschr. 15. p. 715. 1914 über die Atombewegungen der Kalkspatschiebung gemachten Angaben bleiben völlig bestehen; die Ca-Atome und die C-Atome können geradlinige Wege beschreiben, die O-Atome nicht. Vergl. darüber den Artikel „Kristallstruktur“ in Fortschr. d. Miner. 5. 1915.

b) Die hexagonalen Gitter.

Wir verwenden zunächst wieder die BRAVAIS'schen Symbole unter Weglassung des zweiten Index. Die zweite Kreisschnittsebene heißt dann (111), die Gleitrichtung [111]. Es sind zwei Fälle zu unterscheiden (α und β).

α .

Die Flächen (100), (010), (001) bilden ein primitives Parallelepipedon, und die unbestimmte Rhomboederfläche ($\pi \bar{\pi} \lambda$) wird zur Einheitsfläche, indem sie auf den Kanten jenes Parallelepipedons drei Gitterparameter abschneidet. Mithin sind in (A_1) und (A_2) die Indizes folgender Symbole einzusetzen: ($p_1^1 p_2^1 p_3^1$) = (100), ($p_1^2 p_2^2 p_3^2$) = (010), ($p_1^3 p_2^3 p_3^3$) = (001), ($q_1 q_2 q_3$) = ($\pi \bar{\pi} \lambda$), ($h' k' l'$) = (111) und [$u' v' w'$] = [111]. Dann ergeben jene Gleichungen (hkl) = ($\lambda \lambda \pi$) und [uvw] = [$\pi \pi \lambda$]. Setzt man die sechs Indizes dieser beiden Symbole in die neun Gleichungen (6) ein, so wird $z_1 = -\frac{1}{3}$; da z_1 bis z_9 ganzzahlig sein sollen, so ist Fall α als unmöglich nachgewiesen.

β .

Die Flächen (110), ($\bar{2}10$), (001) bilden ein primitives Parallelepipedon, dessen Kanten wieder zu Koordinatenachsen gewählt werden; auf ihnen schneidet die unbestimmte „Pyramidenfläche zweiter Stellung“ ($\pi \parallel 2 \bar{\pi} \parallel \lambda$) drei Gitterparameter ab; sie wird daher zur Einheitsfläche. Mithin sind in (A_1) und (A_2) die Indizes folgender Symbole einzusetzen: ($p_1^1 p_2^1 p_3^1$) = (110), ($p_1^2 p_2^2 p_3^2$) = ($\bar{2}10$), ($p_1^3 p_2^3 p_3^3$) = (001), ($q_1 q_2 q_3$) = ($\pi \parallel 2 \bar{\pi} \parallel \lambda$), ($h' k' l'$) = (111) und [$u' v' w'$] = [111]. Dann ergeben jene Gleichungen (hkl) = ($\lambda \parallel 2 \lambda \parallel 3 \pi$) und [uvw] = [$0 \parallel 3 \pi \parallel \lambda$]. Setzt man die sechs Indizes dieser beiden Symbole in (6) ein, so wird $z_4 = \frac{1}{3}$, was unmöglich ist. Folglich wird kein einziges Gitter der hexagonalen Gitterart durch die Kalkspatschiebung in sich deformiert.

2. Aragonit¹.

a) Die Gitter nach rhombischen Säulen.

Die Flächen ($\pi \lambda 0$), ($\pi \bar{\lambda} 0$), (001) bilden ein primitives Parallelepipedon, dessen drei konjugierte Kanten als Koordinatenachsen dienen können; auf ihnen schneidet die unbestimmte Makrodomenfläche ($\mu 0 \nu$) drei Gitterparameter ab. Gleitfläche ist (110), Grundzone [$\bar{3}10$]. Mithin sind in (A_1) und (A_2) die Indizes folgender Symbole einzusetzen: ($p_1^1 p_2^1 p_3^1$) = ($\pi \lambda 0$), ($p_1^2 p_2^2 p_3^2$) = ($\pi \bar{\lambda} 0$), ($p_1^3 p_2^3 p_3^3$) = (001), ($q_1 q_2 q_3$) = ($\mu 0 \nu$), ($h' k' l'$) = (110) und [$u' v' w'$]

¹ Die im folgenden für Aragonit abgeleiteten Gitter hat O. MÜGGE (N. Jahrb. f. Min. etc. Beil.-Bd. XIV. p. 291—299. 1901) auf anderem Wege nachgewiesen.

= [310]. Dann ergeben jene Gleichungen $(hkl) = \begin{pmatrix} \lambda + \pi & \lambda - \pi & 0 \\ \lambda u & \lambda u & 0 \end{pmatrix}$ und $[uvw] = [3\pi + \lambda \parallel 3\pi - \lambda \parallel 0]$. Setzt man die sechs Indizes dieser beiden Symbole in die neun Gleichungen (6) ein, so folgt:

$$\begin{aligned} z_1 &= \frac{\lambda^2 + 3\pi^2}{4\lambda\pi}, & z_2 &= \frac{\lambda^2 + 2\lambda\pi - 3\pi^2}{4\lambda\pi}, & z_3 &= 0, \\ z_4 &= -z_1, & z_5 &= 0, & z_6 &= -\frac{\lambda^2 + 2\lambda\pi + 3\pi^2}{4\lambda\pi}, \\ z_7 &= -1, & z_8 &= 0, & z_9 &= 0. \end{aligned}$$

Da z_1 bis z_9 ganzzahlig und relativ prim sein sollen und offenbar auch λ und π als Indizes des Symbols $\{\pi\lambda 0\}$ ganzzahlig und relativ prim sein müssen, so muß entweder $\lambda = \pi = 1$ oder $\lambda = 3, \pi = 1$ sein. Mithin erhalten die Flächen $(\pi\lambda 0), (\pi\lambda 0), (001)$ des obigen primitiven Parallelepipeds entweder die Symbole $(110), (\bar{1}\bar{1}0), (001)$ oder $(130), (\bar{1}\bar{3}0), (001)$.

b) Die Gitter nach Quadern.

Die Flächen $(100), (010), (001)$ bilden ein primitives Parallelepipeton, dessen drei konjugierte Kanten wir zu Koordinatenachsen wählen; auf ihnen schneidet die unbestimmte Pyramidenfläche $(\pi\lambda z)$ drei Gitterparameter ab. Gleitfläche und Grundzone heißen wieder (110) bzw. $[310]$. Mithin sind in (A_1) und (A_2) die Indizes folgender Symbole einzusetzen: $(p_1^1 p_2^1 p_3^1) = (100), (p_1^2 p_2^2 p_3^2) = (010), (p_1^3 p_2^3 p_3^3) = (001), (q_1 q_2 q_3) = (\pi\lambda z), (h'k'l') = (110)$ und $[u'v'w'] = [310]$. Jene Gleichungen ergeben dann $(hkl) = (\lambda\pi 0)$ und $[uvw] = [3\pi \parallel \lambda \parallel 0]$. Setzen wir die sechs Indizes dieser beiden Symbole in die Gleichungen (6) ein, so ergibt sich $z_1 = \frac{1}{2}$, was unmöglich ist. Folglich wird kein einziges Gitter der rektangulären Gitterart durch die Aragonitschiebung in sich deformiert.

3. Diopsid.

a) Die Gitter nach geraden rhomboidischen Säulen.

Gleitfläche ist (001) , Grundzone $[001]$. Die Flächen $(100), (010), (x0\mathcal{J})$ bilden ein primitives Parallelepipeton, dessen drei konjugierte Kanten zu Koordinatenachsen gewählt werden sollen; auf ihnen schneidet die unbestimmte Pyramidenfläche $(\pi\lambda z)$ drei Gitterparameter ab. Mithin sind in (A_1) und (A_2) die Indizes folgender Symbole einzusetzen: $(p_1^1 p_2^1 p_3^1) = (100), (p_1^2 p_2^2 p_3^2) = (010), (p_1^3 p_2^3 p_3^3) = (x0\mathcal{J}), (q_1 q_2 q_3) = (\pi\lambda z), (h'k'l') = (001)$ und $[u'v'w'] = [001]$. Jene Gleichungen ergeben dann $(hkl) = (z\tau \parallel 0 \parallel z\tau - \mathcal{J}\pi)$ und $[uvw] = [001]$. Setzt man die sechs Indizes dieser beiden Symbole in die Gleichungen (6) ein, so folgt:

$$\left\{ \begin{aligned} z_1 &= -1, & z_2 &= 0, & z_3 &= 0, \\ z_4 &= -1, & z_5 &= 0, & z_6 &= 0, \\ z_7 &= 1, & z_8 &= \frac{2z\tau}{z\tau - \mathcal{J}\pi}, & z_9 &= 0. \end{aligned} \right.$$

Der Ausdruck $\frac{2z\tau}{z\tau - \vartheta\pi}$ muß also irgend eine ganze Zahl sein. Gleichung (1) ergibt

$$hu + kv + lw = z\tau - \vartheta\pi = \begin{cases} \text{entweder} \\ \pm 1 \\ \text{oder} \\ \pm 2. \end{cases}$$

Mithin können, wenn [001] die Grundzone ist, unendlich viele Ebenen (h0l) Gleitflächen sein; nur müssen nach ($I\alpha$) und ($I\beta$) die Flächen K_1 , K_2 , S ein Parallelepipeden bilden, welches entweder primitiv oder raumzentriert oder in S zentriert ist. Die Winkel dieses Parallelepipeden sind bekannt, die Verhältnisse seiner Kantenlängen nicht.

b) Die Gitter nach schiefen rhombischen Säulen.

Hier findet man analog dem Vorigen und übereinstimmend mit ($I\beta$), ($I\gamma$), ($I\delta$), daß die Flächen K_1 , K_2 , S ein Parallelepipeden bilden, welches entweder in K_1 und in K_2 oder nur in K_1 oder nur in K_2 zentriert ist; die Winkel dieses Parallelepipeden sind bekannt, die Verhältnisse seiner Kantenlängen nicht.

4. BaCdCl₄ · 4H₂O.

Die Schiebung von BaCdCl₄ · 4H₂O und anderen triklinen Kristallarten mit dem rationalen Paare von Schiebungselementen K, σ ergibt übereinstimmend mit (I): Zwei konjugierte Parameter f und f' in K und ein Parameter ξ parallel σ bilden die drei Kanten eines Parallelepipeden, welches entweder primitiv oder raumzentriert oder in $f\xi$ flächenzentriert oder in $f'\xi$ flächenzentriert ist; von den Winkeln dieses Parallelepipeden ist nur derjenige zwischen K und σ bekannt, die Verhältnisse der Kantenlängen sind unbekannt.

5. Millerit.

a) Die rhomboedrischen Gitter.

Wir verwenden MILLER'sche Symbole; dann bilden (011) als Gleitfläche und [111] als Grundzone ein rationales Paar von Schiebungselementen. Die Flächen des unbestimmten Rhomboeders $\{\pi\lambda\lambda\}$ bilden ein primitives Gitterparallelepiped, dessen konjugierte Kanten wir zu Koordinatenachsen wählen; auf ihnen schneidet die Basis (111) drei Parameter ab. Mithin sind in (A_1) und (A_2) die Indizes folgender Symbole einzusetzen: $(p_1^1 p_2^1 p_3^1) = (\pi\lambda\lambda)$, $(p_1^2 p_2^2 p_3^2) = (\lambda\pi\lambda)$, $(p_1^3 p_2^3 p_3^3) = (\lambda\lambda\pi)$, $(q_1 q_2 q_3) = (111)$, $(h'k'l') = (011)$

und $[u'v'w'] = [111]$. Dann ergeben jene Gleichungen $(hkl) = \left(\frac{2(\lambda^2 - \lambda\pi)}{(\lambda - \pi)^2}, \frac{\pi^2 - \lambda\pi}{(\lambda - \pi)^2}, \frac{\pi^2 - \lambda\pi}{(\lambda - \pi)^2} \right)$ und $[uvw] = [111]$. Setzt man die sechs Indizes dieser beiden Symbole in (6) ein, so folgt:

$$z_1 = \frac{\lambda^2 - \pi^2}{(\lambda - \pi)^2}, \quad z_2 = z_3 = z_5 = z_6 = \frac{\pi^2 - \lambda\pi}{(\lambda - \pi)^2},$$

$$z_4 = z_7 = \frac{\lambda\pi - \lambda^2}{(\lambda - \pi)^2}, \quad z_8 = z_9 = -\frac{2(\lambda\pi - \lambda^2)}{(\lambda - \pi)^2}.$$

Hieraus folgt $\lambda = \pi \pm 1$, $\pi = \infty$; also ist $(hkl) = (2 \pm 2\pi \parallel \pi \parallel \pi)$ oder $= (2 - 2\pi \parallel \pi \parallel \pi)$ und $\langle \pi \lambda \lambda \rangle = \langle \pi \parallel \pi + 1 \parallel \pi + 1 \rangle$ oder $= \langle \pi \parallel \pi - 1 \parallel \pi - 1 \rangle$.

Mithin stellen $(2 \pm 2\pi \parallel \mp \pi \parallel \mp \pi)$ und $[111]$ unendlich viele mögliche rationale Paare von Schiebungselementen dar, und wird andererseits jedes Gitter mit dem primitiven Rhomboeder $\langle \pi \parallel \pi \pm 1 \parallel \pi \pm 1 \rangle$ durch die Millerit-Schiebung in sich deformiert.

b) Die hexagonalen Gitter.

Wir verwenden zunächst die BRAVAIS'schen Symbole unter Weglassung des zweiten Index. Die Gleitfläche heißt dann $(\bar{1}12)$ und die Grundzone $[001]$. Wie bei Kalkspat, so sind auch hier zwei Gitterorientierungen zu unterscheiden (α und β).

α .

Die Flächen (100) , (010) , (001) bilden ein primitives Gitterparallelepiped, auf dessen konjugierten Kanten die unbestimmte Rhomboederfläche $(\pi \bar{\pi} \lambda)$ drei Parameter abschneidet. Mithin sind in (A_1) und (A_2) die Indizes folgender Symbole einzusetzen: $(p_1^1 p_2^1 p_3^1) = (100)$, $(p_1^2 p_2^2 p_3^2) = (010)$, $(p_1^3 p_2^3 p_3^3) = (001)$, $(q_1 q_2 q_3) = (\pi \bar{\pi} \lambda)$, $\langle h'k'l' \rangle = (\bar{1}12)$ und $[u'v'w'] = [001]$. Dann ergibt sich $(hkl) = \left(\frac{1}{\pi}, \frac{1}{\pi}, \frac{2}{\lambda} \right)$ und $[uvw] = [001]$. Setzt man die sechs Indizes dieser beiden Symbole in die neun Gleichungen (6) ein, so folgt:

$$z_1 = z_4 = -1, \quad z_2 = z_3 = z_5 = z_6 = 0,$$

$$z_7 = +1, \quad z_8 = z_9 = -\frac{\lambda}{\pi}.$$

Hieraus folgt $\pi = |1|$, $\lambda = |1|$ oder $= |2|$. Somit ist $(hkl) = (112)$ oder $= (\bar{1}12)$ oder $= (11\bar{1})$ oder $= (111)$ und $(\pi \bar{\pi} \lambda) = (1\bar{1}1)$ oder $= (1\bar{1}\bar{1})$ oder $= (\bar{1}\bar{1}2)$ oder $= (\bar{1}\bar{1}2)$. Wir setzen jetzt in (A_1) die Indizes folgender Symbole ein: $(p_1^1 p_2^1 p_3^1) = (100)$, $(p_1^2 p_2^2 p_3^2) = (010)$, $(p_1^3 p_2^3 p_3^3) = (001)$, $(q_1 q_2 q_3) = (1\bar{1}1)$ bzw. $= (1\bar{1}\bar{1})$ bzw. $= (\bar{1}\bar{1}2)$ bzw. $= (\bar{1}\bar{1}2)$ und $(hkl) = (112)$ bzw. $= (\bar{1}12)$ bzw. $= (11\bar{1})$ bzw. $= (111)$; dann ergibt sich $\langle h'k'l' \rangle = \langle h'\bar{h}'l' \rangle = (\bar{1}12)$ bzw. $= (\bar{1}\bar{1}2)$ bzw. $= (\bar{1}11)$ bzw. $= (\bar{1}\bar{1}1)$

und nach Einfügung des zweiten Index $(h'0h'1') = (\bar{1}012)$ bzw. $= (10\bar{1}2)$ bzw. $= (\bar{1}011)$ bzw. $= (10\bar{1}1)$. Fügt man auch in obigen Symbolen $(\pi\bar{\pi}\lambda)$ den zweiten Index ein, so erhält man $(\pi 0 \pi \lambda) = (10\bar{1}1)$ bzw. $= (10\bar{1}\bar{1})$ bzw. $= (10\bar{1}2)$ bzw. $= (10\bar{1}\bar{2})$. Durch diese vier Einheitsflächen $(\pi 0 \pi \lambda)$ sind ebensoviele hexagonale Gitter definiert; diese vier Gitter sind die einzigen von der betrachteten Art und Stellung, welche durch die Millerit-Schiebung nach $(h'0\bar{h}'1')$ $= (\bar{1}012)$ mit $K_2 = (0001)$ in sich deformiert werden.

β.

Wir untersuchen zum Schluß die hexagonalen Gitter nach basiszentrierten „Säulen zweiter Stellung“. Die Flächen (110) , $(\bar{2}10)$, (001) bilden ein primitives Gitterparallelepiped, auf dessen konjugierten Kanten die unbestimmte „Pyramidenfläche zweiter Stellung“ $(\pi \| 2\bar{\pi} \| \lambda)$ drei Parameter abschneidet. Mithin sind in (A_1) und (A_2) die Indizes folgender Symbole einzusetzen: $(p_1^1 p_2^1 p_3^1) = (110)$, $(p_1^2 p_2^2 p_3^2) = (\bar{2}10)$, $(p_1^3 p_2^3 p_3^3) = (001)$, $(q_1 q_2 q_3) = (\pi \| 2\bar{\pi} \| \lambda)$, $(h' k' l') = (\bar{1}\bar{1}2)$ und $[u' v' w'] = [001]$. Dann ergibt sich $(hkl) = \left(\frac{1}{3\pi} \frac{2}{3\pi} \frac{2}{\lambda} \right)$ und $[uvw] = [001]$. Setzt man die sechs Indizes dieser beiden Symbole in (6) ein, so folgt $z_8 = \frac{2}{3\pi}$, was unmöglich ist, da z_1 bis z_9 ganzzahlig sein müssen.

Kein einziges Gitter nach basiszentrierten hexagonalen Säulen zweiter Stellung wird durch die Millerit-Schiebung in sich übergeführt.

Die „Buchensteiner Schichten“.

Von **A. Tornquist** in Graz.

Seit den stratigraphischen Arbeiten von v. MOJSISOVICs und BITTNER in der südalpinen Trias bezeichnete man die Stufe des *Protrachyceras Curioni* und *Reitzi* als „Buchensteiner Schichten“. Spätere Arbeiten über die Trias Venetiens und Südtirols hatten dann zu dem Resultat geführt, daß die Schichten am alten Kastell von Buchenstein in Südtirol, auf welche v. RICHTHOFEN seinerzeit die Bezeichnung „Buchensteiner Schichten“ begründet hatte, weder dem Niveau des *Protrachyceras Curioni* noch dem des *P. Reitzi* angehören, sondern älter sein müssen. In neuester Zeit hat M. HORN sie in das obere Niveau der *Trinodosus*-Schichten versetzen können.

Aus dieser Erkenntnis erschien es einer Anzahl von Forschern bereits seit einigen Jahren unerlässlich, die Bezeichnung „Buchen-

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Centralblatt für Mineralogie, Geologie und Paläontologie](#)

Jahr/Year: 1916

Band/Volume: [1916](#)

Autor(en)/Author(s): Johnsen Arrien

Artikel/Article: [Die Deformation der Raumgitter durch Schiebung. 121-130](#)