

nicht nur aus seiner Härte, sondern zugleich aus seiner Aggregatnatur, da die Kriställchen von der gleichen Größenordnung (1—10  $\mu$ ) wie die Epidermisschuppen sind und diese daher von der mikroskopisch rauhen Aggregatoberfläche in großer Zahl erfaßt werden; weichere Massen, wie z. B. dichter Alabaster, greifen natürlich schwerer an und erhitzen sich beim Aneinanderwetzen weniger, so daß Geruch wie Zündfähigkeit schwächer ausfallen.

Kiel, Mineralog. Institut d. Universität, 11. März 1919.

## Die Veränderung der Interferenzfarben in Kristallen im parallelstrahligen polarisierten Licht beim Drehen der Nicols.

Von **Alfred Wenzel** in Brandenburg a. H.

Mit 8 Textfiguren.

Die Interferenzfarben in Kristallplatten und -keilen im polarisierten Licht zwischen gekrenzten und parallelen Nicols sind oft Gegenstand von Untersuchungen gewesen. Quantitativ wurden sie unter Heranziehung der A. König'schen Grundempfindungen für die vier Haupttypen der Apophyllite<sup>1</sup>, für Quarz und Natriumchlorat<sup>2</sup> und für Gips<sup>3</sup> berechnet. Es erscheint nun von Interesse, auch die Farbenfolgen festzustellen, die man in einer Kristallplatte im parallelstrahligen polarisierten Licht beobachten kann, wenn man den Analysator dreht. Dabei sind drei Fälle zu unterscheiden. Liegt ein anisotroper, optisch inaktiver Kristall ohne merkliche Absorption im sichtbaren Spektralbereich vor, so wird das Drehen des Analysators um 180° nur den Sättigungsgrad und die Helligkeit der sonst gleichbleibenden Interferenzfarbe bzw. ihrer Komplementärfarbe ändern. Sie durchläuft dagegen den ganzen Farbenkreis, wenn eine Platte eines optisch aktiven Kristalls ohne merkliche Absorption im sichtbaren Spektrum zur Beobachtung dient. Bei einer optisch inaktiven Platte mit Absorption wird die Interferenzfarbe wesentlich durch die Absorption modifiziert. Dieser Einfluß wird noch erheblich größer bei Anwendung einer optisch aktiven Platte mit Absorption. Ist die Absorption jedoch so stark, daß der Kristall selbst in sehr dünnen Schichten eine intensive Färbung zeigt, dann erscheint nur die mehr oder weniger veränderte Eigenfarbe des Kristalls mit wechselndem Helligkeits- und Sättigungsgrade.

<sup>1</sup> A. WENZEL, N. Jahrb. f. Min. etc. Beil.-Bd. 41. 565—627. 1917.

<sup>2</sup> TH. LIEBISCH und A. WENZEL. Sitzungsber. Akad. d. Wiss. Berlin. 1917. 3—22. 777—807.

<sup>3</sup> A. WENZEL, Phys. Zeitschr. 18. 472—479. 1917.

### 1. Optisch inaktive Kristallplatte ohne Absorption.

Die Intensität  $J_\lambda$  des Lichtes von der Wellenlänge  $\lambda$ , das durch Polarisator P, eine Kristallplatte K und den Analysator A gegangen ist, ist gegeben durch

$$1) \quad J_\lambda = J_{\lambda_0} \left\{ \cos^2(\alpha - \beta) - \sin 2\alpha \sin 2\beta \sin^2 \frac{\pi d(n_1 - n_2)}{\lambda} \right\};$$

$d$  ist die Dicke und  $n_1$  und  $n_2$  sind die Brechungsindizes der Kristallplatte. Ferner ist  $\alpha$  nach Fig. 1 der Winkel zwischen der Hauptschwingungsrichtung P des Polarisators und dem Hauptschnitt  $\xi_1$  der Kristallplatte,  $\beta$  der Winkel zwischen der Hauptschwingungsrichtung A des Analysators und  $\xi_1$ . Da hier der Einfluß der Drehung des Analysators auf die Interferenzfarbe untersucht werden soll, ist es zweckmäßig, bezüglich P von der Diagonalstellung auszugehen, d. h. zu setzen  $\alpha = 45^\circ$ . Eine kurze Überlegung zeigt nämlich, daß für diesen Fall die Änderung der Farben mit den Nicolstellungen am stärksten sein muß.

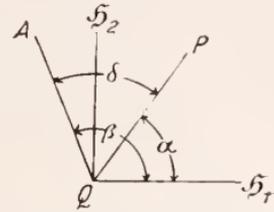


Fig. 1.  $\xi_1$  und  $\xi_2$  Hauptschnitte des Kristalls, P des Polarisators und A des Analysators.

Wird noch  $\beta - \alpha = \delta$  gesetzt, so wird aus 1)

$$2) \quad J_\lambda = J_{\lambda_0} \{ \cos^2 \delta - \cos 2\delta \sin^2 \frac{\pi d(n_1 - n_2)}{\lambda} \}.$$

Ferner sei zur Vereinfachung angenommen, daß die Intensität  $J_{\lambda_0}$  des einfallenden Lichtes gleich der Einheit sei. Dann ist

$$3) \quad J_\lambda = \cos^2 \delta - \cos 2\delta \sin^2 \frac{\pi d(n_1 - n_2)}{\lambda}.$$

Hieraus ergeben sich die Anteile  $R_\lambda$ ,  $G_\lambda$  und  $B_\lambda$  der A. KÖNIG'schen Grundempfindungen R, G und B, die im normalen menschlichen Auge durch die Interferenzfarbe hervorgerufen werden:

$$4) \quad R_\lambda = r_\lambda \cos^2 \delta - \cos 2\delta r_\lambda \sin^2 \frac{\pi d(n_1 - n_2)}{\lambda}$$

und hieraus

$$5) \quad R = \cos^2 \delta \sum r_\lambda \Delta \lambda - \cos 2\delta \sum r_\lambda \sin^2 \frac{\pi d(n_1 - n_2)}{\lambda} \Delta \lambda.$$

Analoge Gleichungen gelten für G und B. Mit Hilfe der Konstanten  $(n_1 - n_2)$  und  $d$  der Kristallplatte und den KÖNIG'schen Grundempfindungen  $r_\lambda$ ,  $g_\lambda$  und  $b_\lambda$  für die Spektralfarben können R, G und B berechnet werden. Da nun  $\sum r_\lambda \Delta \lambda = 1$  ist — analog  $\sum g_\lambda \Delta \lambda = 1$  und  $\sum b_\lambda \Delta \lambda = 1$  —, so wird:

$$6) \quad R = \cos^2 \delta - \cos 2\delta \sum r_\lambda \sin^2 \frac{\pi d(n_1 - n_2)}{\lambda} \Delta \lambda.$$

Insbesondere seien die Werte für gekreuzte Nicols, d. h. für  $\delta = 90^\circ$ :

$$7) \quad R_1 = \sum r_\lambda \sin^2 \frac{\pi d(n_1 - n_2)}{\lambda} \Delta \lambda$$

und analog  $G_1$  und  $B_1$ . Dann wird aus 6)

$$8) \quad R = \cos^2 \delta - \cos 2\delta R_1 = R_1 + (1 - 2R_1) \cos^2 \delta$$

und analog  $G$  und  $B$ .

Die Werte  $R_1$ ,  $G_1$  und  $B_1$  sind demnach zuerst numerisch zu berechnen. Sie ergeben nach den früher erläuterten Methoden aus dem Quotienten  $q = (B_1 - G_1) : (G_1 - R_1)$  einen Farbton  $\mathfrak{F}$  (Spektralfarbe  $\lambda$  in  $\mu\mu$ , die der Interferenzfarbe gleicht) von der Sättigung  $\mathfrak{S}_1$ , die aus

$$9) \quad \mathfrak{S}_1 = \frac{B_1 + G_1 + R_1 - 3\text{fache kleinste Grundempfindung}}{B_1 + G_1 + R_1}$$

und der Helligkeit  $\mathfrak{H}_1$ , die aus

$$10) \quad \mathfrak{H}_1 = r R_1 + g G_1 + b B_1.$$

Aus 8) ergibt sich nun ebenfalls

$$11) \quad \frac{B - G}{G - R} = q = \frac{B_1 - G_1}{G_1 - R_1},$$

d. h. das Drehen des Analysators  $A$  ist ohne Einfluß auf  $q$  und damit auch auf  $\mathfrak{F}$ . Da jedoch für  $\delta = 0^0$  aus 8) entsteht

$$8a) \quad R = 1 - R_1 \text{ etc.},$$

so ändert sich die Größenfolge von  $R_1$ ,  $G_1$  und  $B_1$ , folglich tritt für  $\delta = 0^0$  der zu  $\mathfrak{F}$  komplementäre Farbton auf. Für  $\delta = 45^0$  ist  $R = 0,5$ ,  $G = 0,5$  und  $B = 0,5$ , d. h. das Licht ist farblos. Also tritt der Farbenumschlag ein, wenn  $A$  mit  $\mathfrak{H}_2$  oder  $\mathfrak{H}_1$  zusammenfällt. Bei einer vollen Umdrehung des Analysators erfolgt dieser Farbenumschlag viermal.

Eine stetige Farbenänderung findet demnach mit wechselndem  $\delta$  nicht statt. Dagegen ändern sich mit  $\delta$  die Werte von  $\mathfrak{S}$  und  $\mathfrak{H}$ . Aus 9) ergibt sich:

$$12) \quad \mathfrak{S} = \frac{\cos 2\delta \mathfrak{S}_1 (B_1 + G_1 + R_1)}{\cos 2\delta (B_1 + G_1 + R_1) - 3 \cos^2 \delta} = \frac{(B_1 + G_1 + R_1) \cdot \mathfrak{S}_1}{(B_1 + G_1 + R_1) - \frac{1}{2} \left( 3 + \frac{3}{\cos 2\delta} \right)}$$

Da  $B_1 + G_1 + R_1$  und  $\mathfrak{S}_1$ , die Daten für gekreuzte Nicols für eine gegebene Platte konstant sind, hängt also die Sättigung  $\mathfrak{S}$  der Interferenzfarbenfolge, die beim Drehen des Analysators auftritt, allein ab von  $\delta$ . Aus 10) ergibt sich:

$$13) \quad \mathfrak{H} = rR + bB + gG = \cos^2 \delta - \cos 2\delta \mathfrak{H}_1 = \mathfrak{H}_1 + (1 - 2\mathfrak{H}_1) \cos^2 \delta,$$

wobei berücksichtigt ist, daß  $r + b + g = 1$ . Demnach ist auch die Helligkeit eine Funktion von  $\delta$ , denn  $\mathfrak{H}_1$  ist die Helligkeit der Interferenzfarbe, die bei gekreuzten Nicols in der gleichen Platte zu erwarten ist.

Um diese Verhältnisse näher zu erläutern, sei als Beispiel eine parallel zur optischen Achse geschnittene Quarzplatte gewählt, die zwischen gekreuzten Nicols das empfindlichste Rot I. Ordnung zeigt. Dies ist eine Platte von  $d = 57 \mu$  Dicke,

Tab. 1 (Fig. 2). Helligkeit und Sättigungsgrad der Interferenzfarbe einer parallel zur optischen Achse geschnittenen Quarzplatte ( $d = 57 \mu$ ) im parallelen polarisierten Licht.

$\delta$	0°	5°	10°	20°	30°	40°	45°	50°	60°	70°	80°	85°	90°
$\mathfrak{H}$ in %	86	85,5	84	78	68	56	50	44	32	22	16	14,5	14
$\mathfrak{S}$ in %	7,2	7,1	7,0	6,2	4,6	2	0	1,7	10	22	39	46,7	48

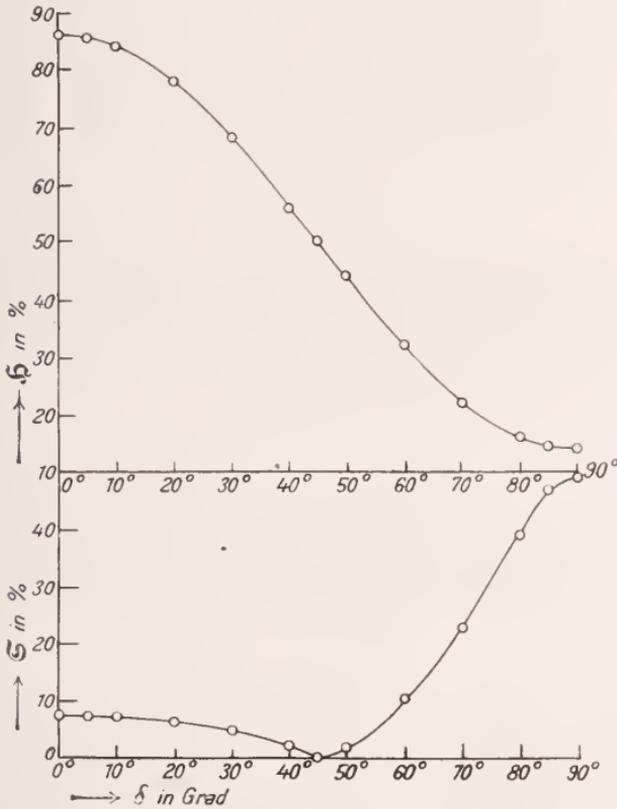


Fig. 2. Helligkeit  $\mathfrak{H}$  und Sättigungsgrad  $\mathfrak{S}$  der Interferenzfarben in einer  $57 \mu$  dicken, parallel zur optischen Achse geschnittenen Quarzplatte im parallelen polarisierten Licht für verschiedene Nicolstellungen  $\delta$ . (Vgl. Tab. 1.)

die zwischen gekreuzten Nicols eine zu  $\lambda = 513 \mu\mu$  komplementäre Farbe vom Sättigungsgrad  $\mathfrak{S}_1 = 48 \%$  der größtmöglichen Sättigung, und der Helligkeit  $\mathfrak{H}_1 = 14 \%$  der Helligkeit des einfallenden Lichtes aufweist<sup>1</sup>. Die hierzu gehörenden Werte  $R_1 = 0,180$ ,  $G_1 = 0,090$

<sup>1</sup> Vgl. A. WENZEL, Phys. Zeitschr. 18. 474. 1917.

und  $B_1 = 0,220$  ergeben sich aus früher berechneten Werten durch graphische Interpolation. Mit Hilfe dieser Werte wurden die Werte  $\mathfrak{S}$  und  $\mathfrak{Z}$ , die anderen Werten  $\delta$  entsprechen, nach 12) und 13) berechnet. Sie sind in Tab. 1 zusammengestellt und in Fig. 2 als Funktion von  $\lambda$  dargestellt.

Aus Fig. 2 ergibt sich, daß die Quarzplatte bei parallelen Nicols ( $\delta = 0^\circ$ ) ein helles blasses Grün ( $\lambda = 513 \mu\mu$ ) zeigt, das aber mit wachsendem  $\delta$  dunkler wird. Bei  $\delta = 45^\circ$  ist die Interferenzerscheinung farblos. Die Helligkeit dieses weißen Lichtes ist gleich der Hälfte der Helligkeit des einfallenden Lichtes.

Für  $\delta = 45^\circ$  erscheint die zu dem vorher beobachteten Grün komplementäre Farbe, ein Purpur, das mit wachsendem  $\delta$  dunkler wird und zugleich an Kraft gewinnt. Bei gekreuzten Nicols haben wir das oben genannte Rot I. Ordnung. Die Interferenzerscheinungen wiederholen sich mit von  $90^\circ$  bis  $180^\circ$  wachsendem  $\delta$  in rückwärtiger Folge.

## 2. Optisch aktive Kristallplatte ohne Absorption.

Bekanntlich ist die Intensität  $J_\lambda$  des Lichtes von der Wellenlänge, das mit der Einfallintensität  $J = 1$  durch einen Polarisator, eine optisch aktive Kristallplatte senkrecht zur optischen Achse und einen Analysator gegangen ist

$$1) \quad J_\lambda = \left( \sin \frac{\mathcal{A}}{2} \sin \delta + \cos \frac{\mathcal{A}}{2} \cos \delta \right)^2,$$

worin  $\mathcal{A} = 2d\varrho_\lambda$  zu setzen ist. Ferner bedeutet  $\delta$  den Winkel zwischen den Nicolhaupttrichtungen,  $d$  die Dicke der senkrecht zur optischen Achse geschnittenen Platte und  $\varrho_\lambda$  ihr Drehungsvermögen für Licht von der Wellenlänge  $\lambda$ . Aus 1) ergibt sich:

$$2) \quad J_\lambda = \cos^2(d\varrho_\lambda - \delta).$$

Hieraus ist ersichtlich, daß die Intensität  $J_\lambda$  jeder Spektralfarbe in der Interferenzerscheinung mit dem Winkel  $\delta$  der Nicolhaupttrichtungen wechselt, wenn dieser Werte zwischen  $0^\circ$  und  $360^\circ$  annimmt, d. h. die Interferenzfarbe durchläuft den Farbenkreis für  $\delta = 0^\circ$  bis  $180^\circ$ , um sich dann zu wiederholen.

Die Anteile  $R_\lambda$ ,  $G_\lambda$  und  $B_\lambda$  der Grundempfindungen R, G und B, die die Interferenzfarbe im Auge hervorrufen, ergeben sich aus 2) folgendermaßen:

$$3) \quad R_\lambda = r_\lambda \cos^2(d\varrho_\lambda - \delta)$$

und analog  $G_\lambda$  und  $B_\lambda$ .

Durch Summation erhält man:

$$4) \quad R = \sum r_\lambda \cos^2(d\varrho_\lambda - \delta) \mathcal{A} \lambda$$

und analog G und B.

$\lambda$  wird zu  $10 \mu\mu$  gewählt und so eine Genauigkeit von 1%, in den Ergebnissen erzielt. Da mit  $\delta$  sich jede der drei Grundempfindungen R, G und B ändert, wechselt mit  $\delta$  nicht nur der Farbton  $\mathfrak{F}$ , sondern auch die Helligkeit  $\mathfrak{H}$  und der Sättigungsgrad  $\mathfrak{S}$  der Interferenzerscheinung. Insbesondere ist aus 4) zu ersehen, daß, wie bekannt, die Interferenzerscheinung für  $\delta = 0^\circ$  und der für  $\delta = 90^\circ$  komplementär ist.

Um diese Abhängigkeit der Interferenzfarbe von der Stellung des Analysators näher erläutern zu können, sei als Beispiel eine 3,75 mm dicke Quarzplatte, die senkrecht zur optischen Achse geschnitten ist, im parallelstrahligen Licht gewählt. Die zur Berechnung der Intensitäten R, G, B in den Interferenzerscheinungen nötigen Werte sind nach einer früheren Untersuchung<sup>1</sup> in Tab. 2, die Werte von  $r_\lambda$ ,  $g_\lambda$ ,  $b_\lambda$  sowie die zur Berechnung des Farbtones  $\mathfrak{F}$  nötigen Quotienten  $(b_\lambda - g_\lambda) : (g_\lambda - r_\lambda)$  sind nach der gleichen Quelle in Tab. 3 zusammengestellt und in Fig. 3 als Funktion von  $\lambda$  wiedergegeben.

Tab. 2. Spezifisches Drehungsvermögen  $q_\lambda$  im Quarz.

$\lambda$ in $\mu\mu$	$q_\lambda$ für 1 mm	$\lambda$ in $\mu\mu$	$q_\lambda$ für 1 mm
400	52,70 <sup>0</sup>	560	24,31 <sup>0</sup>
410	47,53	570	23,40
420	45,05	580	22,52
430	42,75	590	21,69
440	40,71	600	20,88
450	38,90	610	20,10
460	37,10	620	19,33
470	35,37	630	18,65
480	33,70	640	18,02
490	32,18	650	17,42
500	30,83	660	16,87
510	29,44	670	16,39
520	28,38	680	15,90
530	27,25	690	15,47
540	26,23	700	15,01
550	25,25		

Mit Hilfe von 4) wurde die Berechnung der Größen B, G, R für  $x = 0^\circ, 10^\circ, 20^\circ \dots 80^\circ$  nach der früher beschriebenen Methode ausgeführt. Die Resultate sind in Tab. 4 und Fig. 4 wiedergegeben, wobei die Werte R, G, B für  $\delta = 90^\circ$  bis  $180^\circ$  mit Rücksicht darauf

<sup>1</sup> Th. LIEBISCH und A. WENZEL, a. a. O. p. 5 u. 13

**Tab. 3.** Intensitäten  $r_\lambda$ ,  $g_\lambda$ ,  $b_\lambda$  der A. KÖNIG'schen Grundempfindungen im normalen menschlichen Auge bei der Beobachtung des Sonnenlichtspektrums (vgl. Fig. 3).

$\lambda$ in $\mu\mu$	100 $r_\lambda$	100 $g_\lambda$	100 $b_\lambda$	$\frac{b_\lambda - g_\lambda}{g_\lambda - r_\lambda}$	
400	0,28	—	2,76	— 8,86	
410	0,61	—	5,49	— 9,00	
420	0,92	0,02	8,75	— 9,70	
430	1,20	0,05	11,60	— 10,41	B > R > G
440	1,42	0,25	13,41	— 10,82	
450	1,42	0,25	13,68	— 11,50	
460	1,26	0,56	13,28	— 18,23	
470	1,00	1,11	11,71	+ 96,36	
480	0,83	1,55	8,05	+ 9,02	B > G > R
490	0,93	2,00	3,83	+ 1,71	
500	1,32	2,78	2,16	— 0,42	G > B > R
510	2,15	4,64	1,54	— 1,25	
520	3,38	7,59	1,12	— 1,54	
530	5,05	9,55	0,78	— 2,04	
540	6,94	10,99	0,52	— 2,58	G > R > B
550	7,90	11,52	0,32	— 3,10	
560	8,28	11,13	0,20	— 3,83	
570	8,39	9,73	0,13	— 7,16	
580	8,28	7,95	0,08	+ 23,85	
590	7,96	6,13	0,04	+ 3,33	
600	7,42	4,52	0,02	+ 1,55	
610	6,59	3,08	—	+ 0,88	
620	5,38	1,93	—	+ 0,56	
630	4,09	1,23	—	+ 0,43	
640	2,85	0,72	—	+ 0,34	R > G > B
650	1,84	0,41	—	+ 0,29	
660	1,16	0,23	—	+ 0,25	
670	0,62	0,11	—	+ 0,22	
680	0,29	0,05	—	+ 0,20	
690	0,17	0,03	—	—	
700	0,06	0,02	—	—	

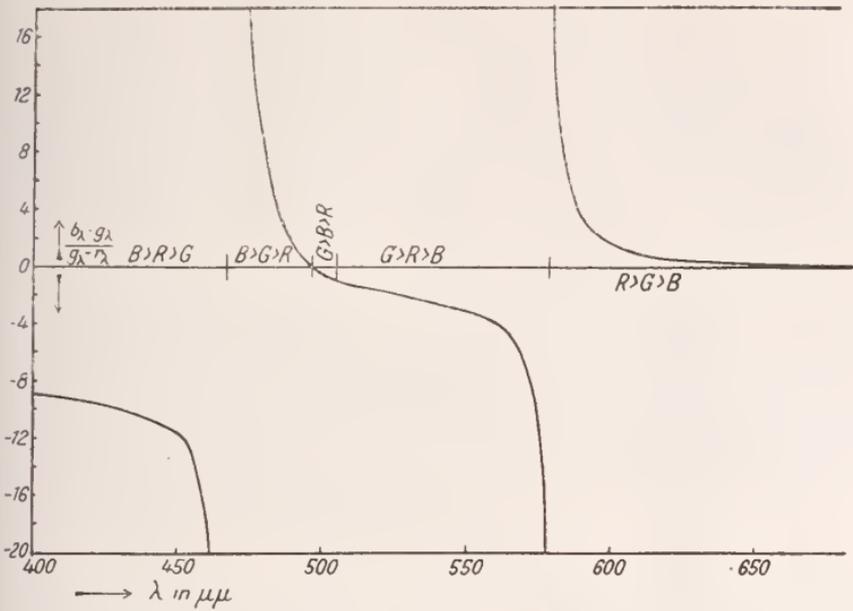


Fig. 3. Abhängigkeit des Quotienten  $(b_\lambda - g_\lambda) : (g_\lambda - r_\lambda)$  von der Wellenlänge  $\lambda$  des weißen Sonnenlichtes. (Vgl. Tab. 3.)

Tab. 4 (Fig. 4). Interferenzfarben in einer senkrecht zur optischen Achse geschnittenen Quarzplatte ( $d = 3,75$  mm) im parallelen polarisierten Licht.

$\delta$ in Grad	1000 R	1000 G	1000 B	$\frac{B-G}{G-R}$	$\delta$ in $\mu\mu$	$\delta$ in %	$\epsilon$ in %
0	100	59	592	-13,0	455	10	77
10	115	103	705	-50,2	466	12	67
20	184	210	816	+23,3	474	20	54
30	285	343	878	+9,2	479	30	48
40	411	494	892	+4,8	484	43	31
50	511	648	872	+1,6	490	51	24
60	640	785	780	-0,04	498	66	13
70	752	886	678	-1,6	520	76	12
80	855	935	552	-4,8	565	85	29
90	900	941	408	-13,0	576	90	46
100	885	887	295	-50,2	578	87	57
110	816	790	184	+23,3	580	80	70
120	715	657	122	+9,2	582	70	75
130	589	506	108	+4,8	587	57	73
140	489	352	138	+1,6	600	46	58
150	360	215	220	-0,04	(498)	34	19
160	248	114	322	-1,6	(520)	24	50
170	145	65	448	-4,8	(565)	15	78
180 od. 0	100	59	592	-13,0	455	10	77

gewonnen sind. daß die Interferenzfarben für Werte von  $\delta$ , die sich um  $90^\circ$  unterscheiden, einander komplementär sind.

Die Interferenzfarbenfolge, die man beim Drehen des Analysators von der Parallelstellung der Nicols aus in dieser Quarzplatte beobachten kann, ist demnach folgende: Bei parallelen Nicols erscheint ein dunkelblauvioletter Farbton, der langsam in ein helleres, aber blässeres Grün übergeht. Bei  $\delta = 70^\circ$  tritt ein sehr blasses

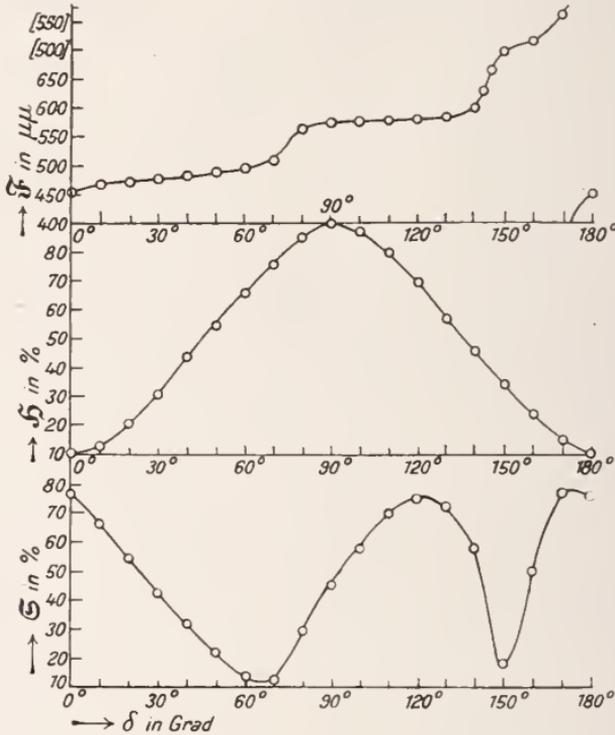


Fig. 4. Abhängigkeit der Interferenzfarben in einer 3,75 mm dicken, senkrecht zur optischen Achse geschnittenen Quarzplatte im parallelen polarisierten Licht von der Nicolstellung  $\delta$ .

helles Grün ( $\lambda = 570 \mu$ ) auf, an das sich schon bei  $\delta = 80^\circ$  ein helles Gelbgrün anschließt. Bei gekreuzten Nicols erscheint das zu dem empfindlichen Purpur konträre Gelb, das mit weiterer Drehung des Analysators dunkler wird und zugleich an Stärke zunimmt. Bei  $\delta = 140^\circ$  bis  $150^\circ$  geht der Farbton in ein sehr blasses Graurot über, das schnell zu dunklem Purpur großen Sättigungsgrades wird und bei  $\delta = 180^\circ$  in den Anfang der Farbenfolge zurückkehrt. Der gegen eine geringe Drehung des Analysators empfindlichste Farbton liegt für diese Plattendicke ( $d = 3,75 \text{ mm}$ ) bei  $\delta = 170^\circ$ . Eine geringe Drehung läßt die Farbe entweder in Rotpurpur oder in Violett umschlagen, wobei sich auch der Sättigungsgrad ändert.

### 3. Optisch inaktive absorbierende Kristalle.

Licht der Wellenlänge  $\lambda$  tritt mit der Intensität  $J_0$  in den Polarisator ein, geht durch eine Platte eines optisch inaktiven absorbierenden Kristalls und verläßt den Analysator mit der Intensität  $J_\lambda'$ , die dann bekanntlich gegeben ist durch die Beziehung:

$$1) \quad J_\lambda' = J_0 \left\{ \cos^2 \alpha \cos^2 \beta \cdot e^{-dm_e} + \sin^2 \alpha \sin^2 \beta \cdot e^{-dm_o} + \frac{1}{2} \sin 2\alpha \sin 2\beta \cos 2\pi \Gamma e^{-\frac{d}{2}(m_o + m_e)} \right\}.$$

Hierin ist  $\alpha$  der Winkel, den der Hauptschnitt des Polarisators mit dem Hauptschnitt  $\Sigma_1$  der Kristallplatte von der Dicke  $d$  und  $\beta$  der Winkel zwischen dem Hauptschnitt des Analysators und  $\Sigma_1$  (vgl. Fig. 1).  $\Gamma$  ist der Gangunterschied zwischen der ordentlichen und der außerordentlichen Welle beim Austritt aus der Platte. Wenn  $n_1$  und  $n_2$  die Brechungsindizes der ordentlichen und der außerordentlichen Welle sind, so ist

$$2) \quad \Gamma = \frac{d(n_1 - n_2)}{\lambda}.$$

Ferner ist

$$3) \quad m_{o,e} = \frac{4\pi}{\lambda} \chi_{o,e},$$

worin  $\chi_{o,e}$  der Absorptionsindex der ordentlichen bzw. außerordentlichen Welle ist. In der weiteren Untersuchung sei hier der Fall gesetzt, die Platte befinde sich in Diagonalstellung zum Polarisator, d. h.  $\alpha = 45^\circ$ . Ist nun  $\beta = \delta + 45^\circ$ , wobei  $\delta$  der Winkel zwischen den Hauptschnitten der Nicols ist, so geht 1) über in:

$$4) \quad J_\lambda' = \frac{J_\lambda'}{J_0} = \frac{1}{4} \left\{ e^{-dm_o} + e^{-dm_e} + \sin 2\delta \left( e^{-dm_o} - e^{-dm_e} \right) + 2 \cos 2\delta \cos 2\pi \Gamma e^{-\frac{d}{2}(m_o + m_e)} \right\}.$$

Drei Fälle verdienen zunächst der Hervorhebung. Ist  $\delta = 0^\circ$ , d. h. wird bei parallelen Nicols beobachtet, so bleibt von 4) nur

$$4a) \quad J_\lambda' = \frac{1}{4} \left\{ e^{-dm_o} + e^{-dm_e} + 2 \cos 2\pi \Gamma e^{-\frac{d}{2}(m_o + m_e)} \right\}.$$

Ist  $\delta = 45^\circ$ , d. h. liegt der Hauptschnitt des Analysators dem Hauptschnitt des Kristalls parallel, so ergibt sich:

$$4b) \quad J_\lambda' = \frac{1}{2} e^{-dm_o}.$$

In diesem Falle kommt nur die Absorption der ordentlichen Welle zur Geltung. Die Intensität  $J_\lambda'$  nimmt mit wachsender Plattendicke ab. Schließlich ist noch  $\delta = 90^\circ$  zu bemerken, wofür man aus 4) erhält:

$$4c) \quad J_\lambda' = \frac{1}{4} \left\{ e^{-dm_o} + e^{-dm_e} + 2 \cos 2\pi \Gamma e^{-\frac{d}{2}(m_o + m_e)} \right\}.$$

Aus 4) ergeben sich die zur Berechnung der beobachteten Interferenzfarben nötigen Werte  $R$ ,  $G$  und  $B$  der A. KÖNIG'schen Grundempfindungen in der früher angegebenen Weise aus:

$$5) \quad R = \sum J_{\lambda} r_{\lambda} A \lambda$$

und analog  $G$  und  $B$ .

Dabei werden die Werte  $r_{\lambda}$ ,  $g_{\lambda}$  und  $b_{\lambda}$  aus Tab. 3 entnommen.  $A \lambda$  wird, wie oben, zu  $10 \mu\mu$  gewählt.

Als Beispiel zur Erläuterung des Wechsels der Interferenzfarben beim Drehen des Analysators sei hier eine parallel zur optischen Achse geschnittene Turmalinplatte gewählt. Die Dispersion der Hauptbrechungsindizes einiger Turmaline ist u. a. von P. IRES<sup>1</sup> bestimmt worden, der auch die Absorption für Licht verschiedener Wellenlängen gemessen hat. Ähnliche Resultate erhielt auch K. HECHT<sup>2</sup> an Turmalinen verschiedener Fundorte, die naturngemäß mit der Eigenfarbe der Kristalle wechseln.

Tab. 5 (vgl. Fig. 5 u. 6). Doppelbrechung und Absorptionsindizes des grünen Turmalins von Minas Geraes (nach P. IRES).

Fraunhofersche Linie	$\lambda$ in $\mu\mu$	$\omega - \varepsilon$	$\chi_o \cdot 10^{-6}$	$\chi_e \cdot 10^{-6}$
G	431	0,0210	—	—
F	486	201	28,8	4,77
E	527	200	25,4	5,67
D	589	196	26,4	5,75
C	656	192	49,6	23,4
B	687	191	70,8	42,1

Den folgenden Untersuchungen sei als Beispiel eine von P. IRES verwendete Turmalinplatte von Minas Geraes von grüner Farbe zugrunde gelegt. Die Messungsergebnisse von P. IRES sind in Tab. 5 zusammengestellt. Die schwache Dispersion der optisch negativen Doppelbrechung  $\omega - \varepsilon$  stellt Fig. 5 graphisch dar. Sie ließe unter der Voraussetzung, daß keine Absorption im sichtbaren Spektralbereich vorhanden wäre, eine übernormale Interferenzfarbenfolge im polarisierten Licht erwarten<sup>3</sup>. Wie stark aber die Absorption und der Dichroismus in diesem Turmalin ist, zeigt Fig. 6,

<sup>1</sup> P. IRES, Über die Abhängigkeit der Absorption des Lichtes von der Farbe in kristallisierten Körpern. Preisschr. 1902 u. Dissert. 1903. Göttingen.

<sup>2</sup> K. HECHT, Dissertation Heidelberg 1913.

<sup>3</sup> Die Abhängigkeit der Interferenzfarbenfolge von der Dispersion der Doppelbrechung und der Absorption in Kristallkeilen und -platten bildet den Gegenstand einer späteren Untersuchung.

die die von ITES bestimmten Absorptionsindizes des ordentlichen Strahles und des außerordentlichen in ihrer Abhängigkeit von der Wellenlänge des Lichtes zeigt. Violett und besonders Rot werden

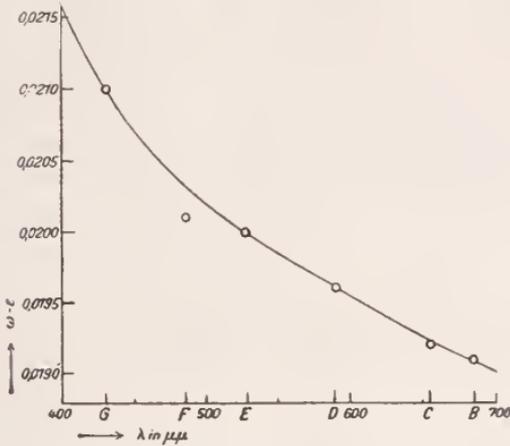


Fig. 5. Dispersion der Doppelbrechung in grünem Turmalin von Minas Geraes (nach P. ITES). (Vgl. Tab. 5.)

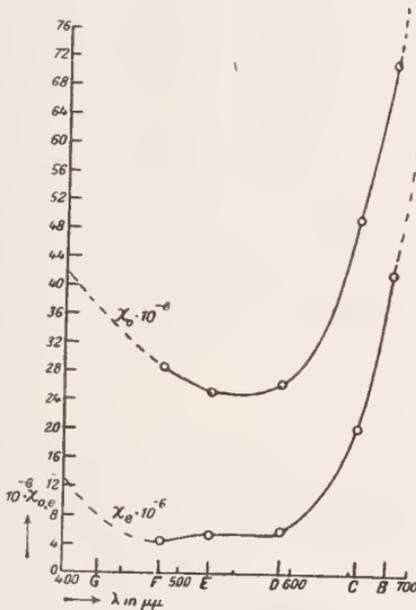


Fig. 6. Hauptabsorptionsindizes eines grünen Turmalins von Minas Geraes (nach P. ITES). (Vgl. Tab. 5)

erheblich stärker absorbiert als Grün und Gelb. Dies muß naturgemäß die Interferenzfarben stark beeinflussen. Rote und violette Farbtöne können gänzlich unterdrückt werden, was besonders in höheren Ordnungen eintreten wird.

Um den Einfluß der Nicolstellungen auf die Interferenzfarben einer grünen Turmalinplatte der genannten Art im parallelstrahligen Licht näher zu untersuchen, wurde eine parallel zur optischen Achse geschnittene Platte von  $d=0,01$  mm Dicke gewählt. da bei einer so dünnen Platte, wie sie in petro-

Tab. 6. Turmalinplatte parallel zur optischen Achse geschnitten von der Dicke  $d = 0,01$  mm (vgl. Fig. 7).

$J_\lambda$ für $\delta =$	Licht der Spektrallinie				
	F	E	D	C	B
0°	0,0617	0,1142	0,2089	0,2495	0,2518
15	0,0716	0,1263	0,2109	0,2372	0,2174
30	0,1683	0,2138	0,2665	0,2524	0,2222
45	0,3261	0,3534	0,3621	0,2901	0,2381
60	0,5026	0,5075	0,4717	0,3414	0,2677
75	0,6506	0,6351	0,5652	0,3913	0,3006
90	0,8303	0,7018	0,6192	0,4274	0,3279
105	0,7205	0,6898	0,6172	0,4396	0,3424
120	0,6238	0,6022	0,5617	0,4244	0,3401
135	0,4660	0,4627	0,4661	0,3868	0,3216
150	0,2970	0,3085	0,3565	0,3330	0,2920
165	0,1415	0,1809	0,2654	0,2856	0,2592
180	0,0617	0,1142	0,2089	0,2495	0,2518

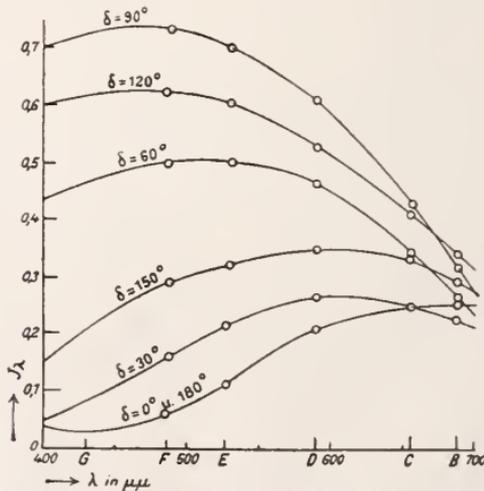


Fig. 7. Intensität des Lichts  $J_\lambda$  in der Interferenzerscheinung in einem 0,01 mm dicken, parallel zur optischen Achse geschnittenen grünen Turmalin von Minas Geraes für verschiedene Nicolstellungen  $\delta$  im parallelen polarisierten Licht. (Vgl. Tab. 6.)

graphischen Dünnschliffen vorliegen kann, die Absorption noch nicht so übermäßig die Farben beeinflusst. Für diese Platte wurden zunächst die Intensitätsverhältnisse  $J_\lambda$  nach 4) für Nicolstellungen  $\delta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ \dots 180^\circ$  berechnet. Die in Tab. 6 für Lichtarten von der Wellenlänge einiger Fraunhoferscher Linien niedergelegten Ergebnisse sind in Auswahl, von  $30^\circ$  zu  $30^\circ$ , in Fig. 7 dargestellt. Für  $\delta = 0^\circ$  und  $180^\circ$  ist das rote Licht am stärksten, doch ist das Maximum dieser Kurven geringer als das der anderen Kurven. Am höchsten sind die Maxima im blaugrünen Teil des Spektrums für  $\delta = 90^\circ$  und  $120^\circ$ . Bei diesen Nicolstellungen werden die roten Strahlen sowohl durch Absorption wie auch durch Interferenz vernichtet. Daß die Maxima der  $J_\lambda$ -Kurven, die zwischen  $\delta = 0^\circ$  und  $90^\circ$  sich vom roten Ende zum blauen Ende des Spektrums verschieben, diesen Lauf nicht über Violett nach Rot fortsetzen, sondern mit steigendem  $\delta = 90^\circ$  bis  $180^\circ$  wieder von Blaugrün über Grün und Gelb nach Rot wandern, läßt erkennen, daß auch die beim Drehen des Analysators von  $0^\circ$  bis  $180^\circ$  zu erwartende Interferenzfarbenfolge von Orange über Gelb, Grün nach Blaugrün zurückverlaufen wird. Bei vollkommen durchsichtigen optisch aktiven Kristallen in Platten senkrecht zur optischen Achse durchläuft bei der gleichen Analysatordrehung die Interferenzfarbenfolge den ganzen Farbkreis, während bei den optisch inaktiven vollkommen durchsichtigen anisotropen Kristallen zweimal der Farbton und sonst nur die Helligkeit und der Sättigungsgrad wechseln.

Um die in der grünen Turmalinplatte von  $d = 0,01$  mm Dicke mit wechselnder Analysatorstellung auftretenden Interferenzfarbenfolge genauer bestimmen zu können, wurden nach 5) die Intensitäten der A. König'schen Grundempfindungen R, G, B nach dem früher angegebenen Verfahren für  $\delta = 0^\circ, 15^\circ \dots 180^\circ$  berechnet. Die Ergebnisse dieser Berechnung gibt Tab. 7 wieder, nach der Fig. 8 dargestellt ist.

Wie schon die qualitative Auswertung der  $J_\lambda$ -Kurven vermuten ließ, beginnt die Farbenfolge mit einem matten Bräunlichgrau für  $\delta = 0^\circ$  und geht dann schnell über blasses Graugrün zu hellerem Grün über. Dieses Grün von ca.  $\lambda = 530 \mu\mu$  zeigt auch den größten Sättigungsgrad, der mit dem Übergang der Farbe zu Bläulichgrün zwar an Helligkeit zunimmt, aber an Sättigung verliert. Für  $\delta = 105^\circ$  ergibt sich der hellste Farbton dieser Reihe, ein sehr blasses Bläulichgrün. Mit abnehmender Helligkeit werden die grünen Farben wieder etwas satter, jedoch erst bei  $\delta = 165^\circ$  erscheint als kräftigste, aber immer noch matte Farbe ein dunkles Gelbgrün.

Auch die Untersuchung zeigt, was schon oben erwähnt ist, daß die Farbenfolge nicht bei einer Umdrehung des Analysators um  $180^\circ$  den ganzen Farbkreis durchläuft, wie bei dem Beispiel im Abschnitt 2 gezeigt ist, auch nicht wie in Abschnitt 1 eine

Farbe bzw. ihre Gegenfarbe in wechselnder Helligkeit und Sättigung erscheint. Zwar wechselt hier auch die Farbe, jedoch ist in dieser Reihe nur ein Ausschnitt des Farbenkreises enthalten, und es liegt die Vermutung nahe, daß mit steigender Plattendicke die Ausdehnung der Farbenfolge mehr und mehr abnimmt, bis schließlich nur noch ein grüner Grundton übrigbleibt, bei dem nur die Helligkeit und der Sättigungsgrad mit  $\delta$  wechselt.

Tab. 7 (vgl. Fig. 8). Interferenzfarben in einer parallel zur optischen Achse geschnittenen 0,01 mm dicken Turmalinplatte im parallelen polarisierten Licht.

$\delta$	$\mathfrak{F}$ in $\mu\mu$	$\mathfrak{H}$ in %	$\mathfrak{S}$ in %
0°	595	20	9
15	575	19	10
30	560	23	12
45	530	29	17
60	515	39	14
75	505	50	9
90	500	59	6
105	507	60	5
120	518	49	7
135	538	38	10
150	562	28	14
165	578	22	17
180	595	20	9

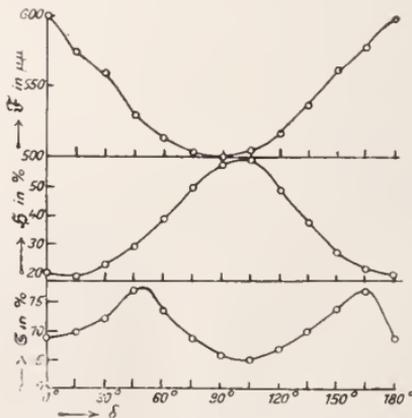


Fig. 8. Abhängigkeit der Interferenzfarbe in einer grünen Turmalinplatte ( $d = 0,01$  mm Dicke parallel zur optischen Achse geschnitten) von Minas Geraes im parallelen polarisierten Licht von der Nicolstellung  $\delta$ . (Vgl. Tab. 7.)

#### 4. Optisch aktive absorbierende Kristalle.

Für optisch aktive absorbierende Kristalle ergibt sich die gleiche Formel wie 4) im vorigen Abschnitt. Nur ist hier an Stelle von  $\Gamma$  (Formel 2 im Abschnitt 3) zu setzen:

$$r = \frac{d \cdot \varrho_{\lambda}}{\lambda}$$

worin  $\varrho_{\lambda}$  das spezifische Drehungsvermögen des Kristalls ist, das sich bekanntlich durch

$$\varrho_{\lambda} = \frac{\pi d \cdot (\omega_{\lambda}' - \omega_{\lambda}'')}{\lambda}$$

ersetzen läßt, womit 4) wieder die gleiche Form angenommen hat. Dieser Fall bietet also prinzipiell nichts Neues.

Brandenburg (Havel), im August 1918.

### Die astigmatischen Bildfehler der Polarisationsprismen.

Von M. Berek in Wetzlar.

(Schluß.)

#### Die astigmatischen Bildfehler im Polarisationsmikroskop bei subjektiver Beobachtung und bei der Projektion.

Die orthoskopischen und konoskopischen Interferenzerscheinungen im Polarisationsmikroskop stehen zueinander im Verhältnis der geometrischen Reziprozität. Geht man durch Einschalten der AMICI-BERTRAND'schen Linse von der orthoskopischen Betrachtungsweise zur konoskopischen über, so vertauschen sämtliche vor der BERTRAND'schen Hilfslinse im Strahlengang befindlichen Hauptblenden ihren Charakter; Gesichtsfeldblenden werden zu Aperturblenden und umgekehrt. Sämtliche hinter der BERTRAND'schen Hilfslinse befindlichen Hauptblenden hingegen wahren ihren ursprünglichen Charakter. Wir haben hiernach bei der Theorie der astigmatischen Bildfehler zu unterscheiden, wo das Analysatorprisma im Strahlengang angeordnet ist.

##### a) Die astigmatischen Bildfehler des Tubusanalysators.

Die primären astigmatischen Bildfehler entstehen hier im Tubus und werden bei orthoskopischer Betrachtung durch das Okular, bei konoskopischer durch BERTRAND'sche Linse + Okular abgebildet. Da die vor der BERTRAND'schen Linse stehenden Blenden beim Übergang von der orthoskopischen zur konoskopischen Betrachtungsweise ihre Bedeutung als Gesichtsfeld- und Aperturblende vertauschen, müssen wir beim Tubusanalysator die primären Bildfelder in beiden

# ZOBODAT - [www.zobodat.at](http://www.zobodat.at)

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Centralblatt für Mineralogie, Geologie und Paläontologie](#)

Jahr/Year: 1919

Band/Volume: [1919](#)

Autor(en)/Author(s): Wenzel Alfred

Artikel/Article: [Die Veränderung der Interferenzfarben in Kristallen im parallelstrahligen polarisierten Licht beim Drehen der Nicols. 232-247](#)