

Über die Zwillinge der Plagioklase nach dem l'Esterelschen Gesetze.

Von Prof. Dr. Franke in Schleusingen (Prov. Sachsen).

Mit 4 Textfiguren.

I.

Die neueren Untersuchungen über die triklinen Feldspäte haben u. a. auch auf die Frage geführt, ob etwa im Falle des l'Esterelschen Gesetzes, d. h. wenn die a-Achse Zwillingsachse ist, die Verwachsung dem Periklingesetz analog geschieht, ob also in solchen Fällen der durch die a-Achse gehende rhombische Schnitt (er sei als RS_a abgekürzt) als Verwachsungsebene auftritt. Als geometrische Unterlage braucht man die Kenntnis der Lage dieses Schnittes und der Durchschnitte, die er mit den Flächen der vertikalen Zone bildet. Es ist darum zweckmäßig, diese Angaben hier zusammenhängend und vollständig zu geben, um zu Beobachtungen über diesen Gegenstand anzuregen, die bei der Seltenheit des Zwillingsgesetzes recht zahlreich zu wünschen sind.

Der M-Fläche beim Periklingesetz ist hier die k-Fläche analog. Bei der Seltenheit ihres Auftretens ist es jedoch wenig wahrschein-

lich, daß man einmal Gelegenheit haben wird, diese Fläche und das Zwillingsgesetz gleichzeitig vor sich zu haben. Weit näher liegt die Möglichkeit, Beobachtungen auf den Flächen T und l zu machen. Es ist darum im nachstehenden auch für diese Flächen die Lage angegeben, die der Ausstrich des RS_a auf ihnen hat; und naturgemäß ist dies, gleich wie auf der k-Fläche, durch den Winkel geschehen, den er mit den

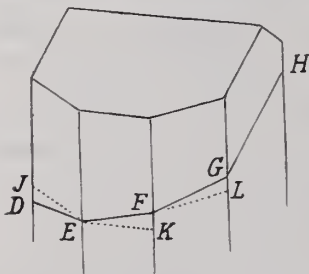


Fig. 1.

basischen Spaltrissen, also mit dem Durchschnitt der betreffenden Fläche und der Basis bildet.

Am Kristalle in Fig. 1 stelle DEFGH den RS_a vor und die punktierten Linien den jedesmaligen Basisdurchschnitt. Man hat auf k, l und T:

$$\operatorname{tg} FEK = \frac{\sin \alpha \cos \gamma}{\cos \alpha \cos \gamma - \cos \beta} \quad (1)$$

$$\operatorname{tg} GFL = \frac{\cos \gamma \sqrt{\sin^2 \alpha + a^2 \sin^2 \beta - 2a (\cos \gamma - \cos \alpha \cos \beta)}}{\cos \alpha \cos \gamma - (1 + a^2) \cos \beta + a \cos \beta \cos \gamma} \quad (2)$$

$$\operatorname{tg} DEJ = \frac{\cos \gamma \sqrt{\sin^2 \alpha + a^2 \sin^2 \beta + 2a (\cos \gamma - \cos \alpha \cos \beta)}}{\cos \alpha \cos \gamma - (1 + a^2) \cos \beta - a \cos \beta \cos \gamma} \quad (3)$$

worin α , β , γ die Achsenwinkel im Oktanten vorn oben rechts bedeuten. Die hieraus berechneten Winkel sind, wenn positiv, an EK und FL nach oben, an EJ nach unten anzutragen, sind sie negativ, in der entgegengesetzten Richtung. Der erste Fall (positiver Winkel) tritt ein bei spitzem Werte des Winkels γ (Albitypus; die Figur entspricht ihm), der zweite bei stumpfem γ (Anorthittypus). Es divergiert also beim Albitypus der RS_a mit der Basis nach rechts hin, wenn man beide bei der a-Achse beginnen läßt, derart, daß er oberhalb der Basis liegt; beim Anorthittypus liegt er unterhalb.

Unter Zugrundelegung der am besten bezeugten Winkelwerte α , β , γ berechnet man hiernach:

	F EK =	G FL =	DE J =
Albit	4° 9' 52"	3° 27' 53"	3° 22' 3"
Oligoklas	— 0 10 7	— 0 8 24	— 0 8 13
Andesin	0 2 37	0 2 10	0 2 7
Labradorit	0 12 30	0 10 23	0 10 7
Anorthit	— 2 43 6	— 2 15 40	— 2 12 21

Die Schwankungen der Winkel bei den einzelnen Plagioklasen sind also viel geringer als beim Periklingesetz und bilden ein viel weniger empfindliches Kennzeichen des chemischen Gehaltes. Doch reichen sie wohl an den äußeren Enden der Reihe aus, um das Verwachsungsgesetz, falls es sich findet, zu erkennen, und darauf kommt es ja zunächst an.

II.

Um dem Leser die Kontrolle der obigen Formeln zu ermöglichen, soll auch deren Ableitung mitgeteilt werden.

In Fig. 2 und 3 seien A, A', B die Endpunkte der Halbachsenlängen, also $OA = OA' = a$ und $OB = b = 1$. Man lege durch B die Parallele zur c-Achse (also die durch B gehende vertikale Kante) und durch O die zu AA' senkrechte Ebene. Diese Ebene schneide die Basis in ON und die soeben durch B gezogene Kante in Q. Hiermit ist der RS_a bereits gefunden, AQA' ist seine Hälfte, und QO, über O verlängert, trifft seinen vierten Eckpunkt. Denn da Q auf der mittelsenkrechten Ebene von AA' liegt, ist Q von A und A' gleich weit entfernt. ON fällt bei spitzem γ hinter, bei stumpfem vor OB, wie die beiden Figuren es zeigen, und Q entsprechend über und unter B. Durch B zieht man die Parallele zu AA' und erhält auf ON den Durchschnitt P, den man mit Q verbindet.

Es werde nun zunächst nur an Fig. 2 gerechnet. Da AA' senkrecht zur Ebene OPQ ist, so ist auch BP , weil parallel zu AA' , zu dieser Ebene senkrecht, also $\triangle OBP$ am Punkte P rechtwinklig, daher:

$$BP = OB \sin BOP = OB \sin(90 - \gamma) = OB \cos \gamma = \cos \gamma,$$

wenn man, wie üblich, $OB = b = 1$ setzt. Ferner muß, weil BP senkrecht zur Ebene OPQ ist, auch Dreieck BPQ am Punkte P rechtwinklig sein, und man hat:

$$BQ = \frac{BP}{\cos PBQ}.$$

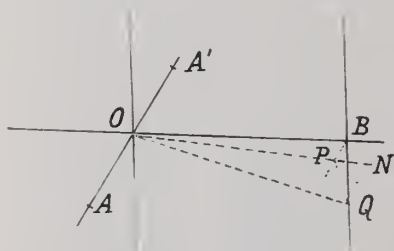


Fig. 2.

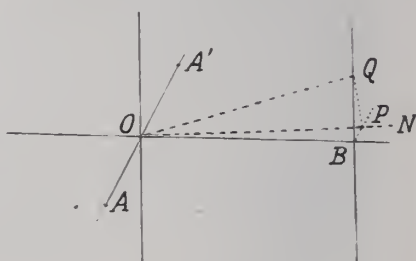


Fig. 3.

BP hat den soeben berechneten Wert $\cos \gamma$; PBQ ist $= 180^\circ - \beta$ (Winkel mit parallelen Schenkeln), und deshalb $\cos PBQ = \cos(180^\circ - \beta) = -\cos \beta$. Daher

$$BQ = -\frac{\cos \gamma}{\cos \beta}.$$

Nunmehr sind vom Dreieck OBQ zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel bekannt, nämlich $OB = 1$; $BQ = -\frac{\cos \gamma}{\cos \beta}$ und $\sphericalangle OBQ = 180^\circ - \alpha$. Man kann die trigonometrische Dreiecksformel

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a \sin \gamma}{b - a \cos \gamma}$$

anwenden und erhält:

$$\operatorname{tg} BOQ = \frac{-\frac{\cos \gamma}{\cos \beta} \sin(180^\circ - \alpha)}{1 + \frac{\cos \gamma}{\cos \beta} \cos(180^\circ - \alpha)} = \frac{\sin \alpha \cos \gamma}{\cos \alpha \cos \gamma - \cos \beta}. \quad (4)$$

Dies aber ist die Formel (1), denn BOQ ist derselbe Winkel, der in Fig. 1 FEK heißt.

Führt man die gleiche Rechnung an Fig. 3 aus, so findet man der Reihe nach:

$$BP = -\cos \gamma, \quad BQ = \frac{\cos \gamma}{\cos \beta} \quad \text{und} \quad \operatorname{tg} BOQ = \frac{\sin \alpha \cos \gamma}{\cos \beta - \cos \alpha \cos \gamma}. \quad (5)$$

Es ist jedoch nicht nötig, für beide Fälle verschiedene Formeln zu haben. Da die rechten Seiten von (4) und (5) bis aufs Vorzeichen übereinstimmen, so folgt, daß, wenn man im zweiten Falle (eines stumpfen γ) den Winkel BOQ aus Formel (4) berechnet, man den Winkelwert erhält, den BOQ in Fig. 3 besitzt, nur mit dem Minuszeichen (oder auch seinen Supplementwinkel, was auf dasselbe hinauskommt). Und dieses Ergebnis ist vollkommen richtig, wenn man dem Minuszeichen die Deutung gibt, daß der gefundene Winkelwert an BO nach unten hin anzutragen ist. Die Formel (4) und demnach auch die Formel (1) umfaßt bei dieser Bestimmung also beide Fälle, und die Bestimmung über den negativen Winkel findet man der Formel (1) auch tatsächlich beigelegt.

III.

Man kann nebenbei noch folgendes bemerken. Verschiebt man in Fig. 2 und 3 den RS_a parallel mit sich so, daß er durch B geht, so schneidet er auf der c-Achse einen Abschnitt von der Länge BQ ab, in Fig. 2 nach unten und in Fig. 3 nach oben. Man sieht daraus, daß der RS_a im ersten Falle identisch ist mit einer Fläche ($o\bar{k}l$) und im zweiten Falle mit (omn), wo die Indizes durch die Größe von BQ bestimmt sind. Und zwar ist, wie oben berechnet wurde, BQ im ersten Falle gleich $-\frac{\cos \gamma}{\cos \beta}$ und im zweiten Falle gleich $\frac{\cos \gamma}{\cos \beta}$. Die Werte $k:l$ und $m:n$ sind demgemäß die Zahlen, die angeben, welches Vielfache von c die Strecke $-\frac{\cos \gamma}{\cos \beta}$ bzw. $\frac{\cos \gamma}{\cos \beta}$ ist, und das ist im ersten Falle $-\frac{\cos \gamma}{c \cos \beta}$ im zweiten $\frac{\cos \gamma}{c \cos \beta}$. Man gewinnt so den Satz: Wenn γ spitz also $\frac{\cos \gamma}{\cos \beta}$ negativ ist, so ist der RS_a identisch mit $-\frac{\cos \gamma}{c \cos \beta}$ (011); und bei stumpfen γ ist er identisch mit $\frac{\cos \gamma}{c \cos \beta}$ (011).

Das Ergebnis lautet:

	RS_a identisch mit
Albit	0.13021 (011)
Oligoklas	0.00533 (011)
Andesin	0.00138 (011)
Labradorit	0.00657 (011)
Anorthit	0,08668 (011)

Es mag bei dieser Gelegenheit erwähnt werden, daß der homologe Satz auch für den RS_b besteht; er heißt dort: wenn

$\frac{\cos \gamma'}{\cos \alpha}$ negativ ist, so ist RS_b identisch mit $-\frac{a \cos \gamma'}{c \cos \alpha} (101)$; und wenn $\frac{\cos \gamma'}{\cos \alpha}$ positiv ist, so ist RS_b identisch mit $\frac{a \cos \gamma'}{c \cos \alpha} (101)$. Der Satz scheint wenig bekannt zu sein. In dem Lehrbuche der Mineralogie von NAUMANN-ZIRKEL findet man die hierher gehörige Angabe, daß der rhombische Schnitt des Anorthits „dem Hemidoma $\frac{3}{7} (101)$ angehöre“. Das ist wenig zweckmäßig ausgedrückt, denn es kann den Anschein erwecken, als ob hier der RS eine kristallographisch mögliche Fläche wäre. In Wahrheit ist auch hier der Koeffizient irrational und nur stark angenähert gleich $\frac{3}{7}$; in der Tat findet man beim Anorthit $\frac{a \cos \gamma'}{c \cos \alpha} = 0,42793$, während $\frac{3}{7} = 0,42857$ ist.

IV.

Der Beweis für die Formeln (2) und (3) kann an Fig. 4 folgendermaßen geführt werden. Durch A, B und B' sind die Parallelen zur c-Achse gezogen, so daß die beiden Flächen entstanden sind, auf denen die Lage des RS_a gefunden werden soll.

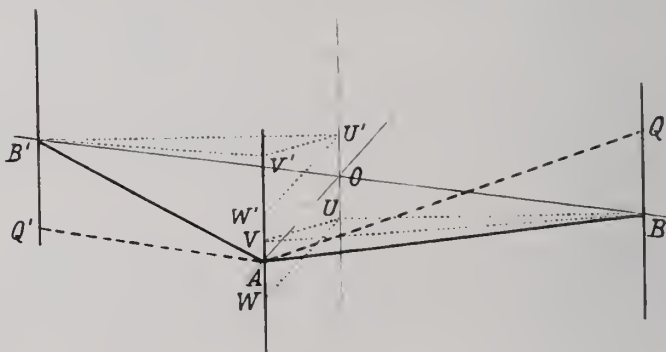


Fig. 4.

Überträgt man BQ aus Fig. 2 nach Fig. 4, so ist AQ die Linie, in der die rechtsseitige Fläche l vom RS_a geschnitten wird, und BAQ ist der gesuchte Winkel, der in Fig. 1 GFL heißt. Links ist, wenn man $B'Q' = BQ$ macht, $B'AQ'$ der entsprechende Winkel, der Winkel DEJ der Fig. 1.

Man lege durch B und B' die zur c-Achse senkrechten Ebenen BUV und B'U'V' und ziehe durch U und U' die Parallelen zu OA. Dann ist $OU = OU' = b \cos (180^\circ - \alpha) = -b \cos \alpha = -\cos \alpha$; AW und AW' sind ebenso groß. Ferner ist das Dreieck UVW sowie U'V'W' rechtwinklig mit a als Hypotenuse und mit dem Winkel VWU und V'W'U' $= 180^\circ - \beta$. Daraus findet man:

$$AV = VW - AW = -a \cos \beta + \cos \alpha$$

$$AV' = V'W' + AW' = -a \cos \beta - \cos \alpha$$

und kann nun in den Dreiecken AVB und AV'B' (in V und V' rechtwinklig) ansetzen:

$$\cos BAV = \frac{AV}{AB} = \frac{-a \cos \beta + \cos \alpha}{\sqrt{1 + a^2 - 2a \cos \gamma}}$$

$$\cos B'AV' = \frac{AV'}{AB'} = \frac{-a \cos \beta - \cos \alpha}{\sqrt{1 + a^2 + 2a \cos \gamma}};$$

die Nenner sind die aus den Dreiecken OAB und OAB' zu entnehmenden Werte von AB und AB'.

Aus den beiden letzten Gleichungen berechne man noch, um sogleich Gebrauch davon zu machen, die Sinus der beiden Winkel; man findet:

$$\sin BAV = \frac{\sqrt{\sin^2 \alpha + a^2 \sin^2 \beta - 2a (\cos \gamma - \cos \alpha \cos \beta)}}{\sqrt{1 + a^2 - 2a \cos \gamma}}$$

$$\sin B'AV' = \frac{\sqrt{\sin^2 \alpha + a^2 \sin^2 \beta + 2a (\cos \gamma - \cos \alpha \cos \beta)}}{\sqrt{1 + a^2 + 2a \cos \gamma}}.$$

Man kennt jetzt vom Dreieck ABQ zwei Seiten und den eingeschlossenen Winkel, nämlich

$$AB = \sqrt{1 + a^2 - 2a \cos \gamma}; \quad BQ = \frac{\cos \gamma}{\cos \beta} \quad \text{und} \quad \sphericalangle ABQ = 180^\circ - BAV.$$

Die schon früher benutzte Formel $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a \sin \gamma}{b - a \cos \gamma}$ liefert

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} BAQ &= \frac{BQ \cdot \sin ABQ}{AB - BQ \cdot \cos ABQ} = \frac{BQ \cdot \sin BAV}{AB + BQ \cdot \cos BAV} \\ &= \frac{\frac{\cos \gamma}{\cos \beta} \cdot \sqrt{\sin^2 \alpha + a^2 \sin^2 \beta - 2a (\cos \gamma - \cos \alpha \cos \beta)}}{\sqrt{1 + a^2 - 2a \cos \gamma} - \frac{\cos \gamma}{\cos \beta} \cdot \frac{\cos \alpha - a \cos \beta}{\sqrt{1 + a^2 - 2a \cos \gamma}}} \\ &= \frac{-\cos \gamma \sqrt{\sin^2 \alpha + a^2 \sin^2 \beta - 2a (\cos \gamma - \cos \alpha \cos \beta)}}{\cos \beta (1 + a^2 - 2a \cos \gamma) - \cos \gamma (\cos \alpha - a \cos \beta)} \end{aligned}$$

und mit naturgemäßer Umformung des Nenners, den man zugleich mit dem Minuszeichen des Zählers vereinigt,

$$= \frac{\cos \gamma \sqrt{\sin^2 \alpha + a^2 \sin^2 \beta - 2a (\cos \gamma - \cos \alpha \cos \beta)}}{\cos \alpha \cos \gamma - (1 + a^2) \cos \beta + a \cos \beta \cos \gamma}.$$

Dies ist die Formel (2). Die ganz übereinstimmende Rechnung auf der linken Seite der Figur ergibt die Formel (3).

V.

Auch von den Winkeln, die die Flächen des Zwillings bilden, soll hier noch das Wichtigste angegeben werden. Man hat, wenn k, T, l die Flächen des einen, k', T', l' diejenigen des anderen Individuums sind:

	$k : k'$	$T : T' = l : l'$
Albit	127° 2'	134° 23'
Oligoklas	127 10	134 29
Andesin	126 57	134 18
Labradorit	127 48	135 10
Anorthit	127 50	135 11

Die Bivalvenfauna des Obersenons von Neu-Seeland.

Von **Otto Wilckens** in Bonn.

Mit 1 Textfigur.

Die bisherigen Angaben über die Kreideablagerungen von Neu-seeland erlaubten nicht, sich von ihrem Auftreten, ihrer Schichtfolge und ihrer stratigraphischen Stellung eine klare Vorstellung zu machen, zumal da ihre paläontologische Erforschung sich auf die äußerst primitive bildliche Wiedergabe einiger ihrer Fossilien beschränkte. Jetzt fällt durch eine Veröffentlichung von H. Woods über die Cephalopoden und Bivalven der im nordöstlichen Teil der Südinsel vorkommenden Kreideschichten¹ zum ersten Male ein helles Licht auf dies vordem so dunkle Gebiet der regionalen und stratigraphischen Geologie. Woods weist zwei Bildungen von verschiedenem Alter nach, von denen die eine dem unteren Utatūr, die andere dem Ariyalūr von Südindien entspricht, also der Vraconne-Stufe und dem Obersenon. Wir beschäftigen uns hier nur mit dem letzteren.

Die von Woods beschriebene Obersenon-Fauna stammt aus drei verschiedenen, durch ziemlich beträchtliche Zwischenräume voneinander getrennten Gebieten der Südinsel von Neuseeland, dem Amuri Bluff in der Provinz Marlborough, der Gegend des Waiparafflusses und des Weka-Passes sowie den Malvern Hills, letztere beiden in der Provinz Canterbury.

¹ H. Woods, The Cretaceous Faunas of the North-Eastern Part of the South Island of New Zealand. New Zealand Geological Surv. Palaeontological Bulletin No. 4. Wellington 1917. 42 p. 20 Taf. 4°.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Centralblatt für Mineralogie, Geologie und Paläontologie](#)

Jahr/Year: 1920

Band/Volume: [1920](#)

Autor(en)/Author(s): Franke

Artikel/Article: [Über die Zwillinge der Plagioklase nach dem l'Esterelschen Gesetze. 254-260](#)