

VERSUCH EINES ASTRONOMISCHEN NIVELLEMENTS OHNE NETZAUSGLEICH

VON

DR. ADALBERT PREY
ORDENTL. MITGLIED D. AKAD. D. WISS.

(MIT 1 TEXTFIGUR UND 1 BILDТАFEL)

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 27. JUNI 1940

Ein astronomisches Nivellement besteht bekanntlich darin, daß man die aus dem Netzausgleich und der darauffolgenden geodätischen Übertragung bestimmten geographischen Koordinaten der Netzpunkte mit den astronomisch gemessenen Größen vergleicht. Der Unterschied liefert die Lotabweichungen und es wird nun möglich, ein Referenzellipsoid zu bestimmen, für welches wenigstens der systematische Teil der Lotabweichungen verschwindet. Man erhält so die Krümmungsverhältnisse des betreffenden Ländergebietes. Die folgenden Ausführungen sollen nun zeigen, daß man die Krümmungsverhältnisse auch vor dem Netzausgleich bestimmen und so gleich von Anfang an ein besser passendes Referenzellipsoid zugrunde legen kann. Die Möglichkeit dies durchzuführen folgt aus folgender Überlegung: Die Längen zwischen zwei Dreieckspunkten sind weitgehend von der Krümmung der Fläche, auf welcher sie liegen, unabhängig. Um dies einzusehen, denken wir uns auf der Erdkugel ein Dreieck von Dimensionen, wie sie für eine Triangulierung erster Ordnung gewöhnlich sind, also ein Dreieck, das gegen die ganze Erdoberfläche klein ist. In diesem Dreieck sei eine Seite s bekannt, alle drei Winkel A, B, C gemessen. Der sphärische Exzeß $\varepsilon = A + B + C - 180$ wird nach dem Satz von Legendre zu gleichen Teilen auf die Winkel aufgeteilt, und dann kann man das Dreieck wie ein ebenes behandeln, mit der Seite s und den Winkeln $A - \frac{\varepsilon}{3}$, $B - \frac{\varepsilon}{3}$ und $C - \frac{\varepsilon}{3}$. Wir denken uns nun dasselbe Dreieck auf eine Kugel übertragen, deren Halbmesser nur die Hälfte dessen der Erde sei. Dazu legen wir zunächst die bekannte Seite auf die zweite Kugel, wobei sie stärker gekrümmt werden muß, aber ihre Länge beibehält; dann breiten wir das Dreieck auf dieser Kugel aus, was natürlich ohne Dehnungen und Pressungen nicht möglich ist; dabei verändern sich auch die Winkel. Da nun die Änderung des Flächeninhaltes unwesentlich ist, die Kugeloberfläche aber nur halb so groß ist wie die der Erde, so hat das Dreieck nun den doppelten sphärischen Exzeß. Dieser ist also um ε gewachsen und man würde nun die Winkel $A + \frac{\varepsilon}{3}$, $B + \frac{\varepsilon}{3}$ und $C + \frac{\varepsilon}{3}$ beobachten. Da aber nun der sphärische Exzeß 2ε ist, so beträgt die Reduktion auf das ebene Dreieck nunmehr $\frac{2\varepsilon}{3}$ für jeden Winkel und wir erhalten wieder: $A - \frac{\varepsilon}{3}$, $B - \frac{\varepsilon}{3}$ und $C - \frac{\varepsilon}{3}$.

somit das gleiche ebene Dreieck wie oben. Man erhält also trotz der Verschiedenheit der Krümmung in beiden Fällen die gleichen Seitenlängen. Größere Unterschiede können erst auftreten, wenn der Legendre'sche Satz nicht mehr ausreicht. Die Winkel zwischen den Lotlinien der Dreieckspunkte sind aber im zweiten Falle etwa doppelt so groß wie im ersten. Während also die linearen Entfernungen von der Krümmung stark unabhängig sind, spricht sich diese in den sphärischen Distanzen sehr deutlich aus. Aus dem Vergleich der linearen Distanzen mit den sphärischen ergeben sich die Krümmungsradien.

Das Material, an dem die Verwendbarkeit der Methode gezeigt werden soll, ist dasselbe wie das, welches Schumann seiner Publikation: „Der Meridianbogen Großenhain—Kremsmünster—Pola“ zugrunde gelegt hat,¹ und welche in den Bänden XIII und XXIII der Veröffentlichungen des militärgeographischen Institutes in Wien² publiziert ist; nur die sächsischen Stationen sind weggeblieben.

Die Dreieckseiten.

Wir entnehmen den zwei genannten Bänden die aus der Stationsausgleichung folgenden Werte der Dreieckswinkel und betrachten den Überschuß der Summe der drei Dreieckswinkel über 180 direkt als sphärischen Exzeß, den wir im Sinne des Legendre'schen Satzes zu gleichen Teilen auf die drei Winkel verteilen. In einigen Fällen erscheint der sphärische Exzeß negativ. Obwohl es möglich ist, daß dies von komplizierten Krümmungsverhältnissen herrührt, so sind doch wahrscheinlich Beobachtungsfehler dafür verantwortlich zu machen. Aber auch in diesem Falle bleibt nichts anderes übrig als eine gleiche Verteilung auf die drei Winkel. Die Bestimmung der Seiten erfolgt dann nach dem Sinussatz für das ebene Dreieck. Als Ausgangswert für die Berechnung dient die Basis von Kleinmünchen. Die Resultate finden wir in der folgenden Zusammenstellung (Taf. I). Die ersten drei Spalten geben die laufende Nummer des Dreieckes, die Nummer der Station im österreichischen Netz und den Band und die Seite, wo die Werte der Winkel zu finden sind, dazu in Klammern die Nummer des Dreieckes, dem die bekannte Seite entnommen ist. Es folgt dann der Name der Station, die Dreieckswinkel und die Logarithmen der Seiten. Die Stationen folgen sich dabei immer im Sinne des Uhrzeigers aufeinander, beginnend mit der Station, die der bekannten Seite gegenüberliegt. Die letzte Spalte gibt den Unterschied gegenüber den ausgeglichenen Werten in Einheiten der 7. Stelle des Logarithmus, den man in den genannten zwei Bänden unter der Stationsnummer leicht findet.

Es zeigt sich, daß diese Unterschiede nur in wenigen Fällen einige Einheiten der 6. Stelle übersteigen; jedenfalls aber ist es bemerkenswert, daß die großen Werte, die über einer Einheit der 5. Stelle liegen, meistens in Gruppen vorkommen, was darauf hindeutet, daß das Geoid an dieser Stelle stark deformiert ist.

Im nördlichen Teile des Netzes sind die astronomischen Stationen sehr dicht. Alle in Betracht kommenden Dreieckspunkte sind astronomische Stationen. Im südlichen Teile aber steht die Sache nicht so günstig. Hier sind große Lücken besonders zwischen den Stationen Voralpe und Saualpe, und zwei von den astronomischen Stationen (Kremsmünster und Liezen) liegen außerhalb des Netzes erster Ordnung. Um nun auch hier zwischen je zwei astronomischen Stationen eine Seite von bekannter Länge zu erhalten, mußten neue Seiten eingezogen werden.³ Da für diese die anschließenden Winkel nicht beobachtet sind,

¹ Astronomische geodätische Arbeiten Österreichs für die internationale Erdmessung, N. F., Bd. I, als Fortsetzung der Veröffentlichungen der astronomischen geodätischen Arbeiten des militärgeographischen Institutes und der astronomischen Arbeiten des österreichischen Gradmessungsbüros Wien, 1922.

² Die astronomischen geodätischen Arbeiten des k. u. k. militärgeographischen Institutes 1899 und 1915.

³ Die beigefügte Skizze gibt einen Überblick über das Dreiecksnetz. Die punktierten Linien sind die Neuberechneten Seiten. Die astronomischen Stationen sind unterstrichen.

Tafel I.

Dreiecks-Nr.	Station-Nr.	Band und Seite	Station	Horizontalwinkel	log s	$\Delta \log s$
1	64	XIII 161	Pöstlingberg	21°37'39"23	3.500 1644	
	62		Kleinmünchen Ö B E ¹ ...	82 46 17.28	3.930 1745	— 48
	61		„ W B E ²	75 36 4.53	3.919 7793	— 47
				180 0 1.04		
	65	XIII 161 (1)	Pfennigberg	73 51 14.42	3.919 7793	— 47
	62		Kleinmünchen ³	61 0 14.32	3.879 0924	— 46
	64		Pöstlingberg	45 8 31.60	3.787 8159	— 37
				180 0 0.34		
3	66	XIII 160 (2)	Köttsdorf	26 35 50.93	3.879 0924	— 46
	64		Pöstlingberg	89 17 17.57	4.228 0523	— 15
	65		Pfennigberg	64 6 51.28	4.182 1674	— 12
				179 59 59.78		
4	67	XIII 160 (3)	Kuhenöd	49 33 18.88	4.228 0523	— 15
	65		Pfennigberg	99 36 30.34	4.340 5129	— 10
	66		Köttsdorf	30 50 9.38	4.056 4134	— 14
				179 59 58.60		
	68	XIII 47 160 (4)	Mairhofberg	47 35 46.24	4.340 5129	— 10
	67		Kuhenöd	78 4 31.78	4.462 7413	+ 8
	66		Köttsdorf	54 19 43.23	4.381 9720	— 16
				180 0 1.25		
6	69	XIII 48 (5)	Hochbuchberg	25 0 25.22	4.381 9720	— 16
	68		Mairhofberg	66 9 45.55	4.717 1902	+ 16
	67		Kuhenöd	88 49 52.06	4.755 8237	+ 10
				180 0 2.83		
7	74	XIII 48 (6)	Spindeleben	59 24 42.79	4.717 1902	+ 16
	69		Hochbuchberg	90 57 30.35	4.782 2053	+ 17
	67		Kuhenöd	29 37 33.64	4.476 2810	+ 20
				180 0 6.78		
8	60	XIII 48 (7)	Viehberg	58 59 28.43	4.782 2053	+ 17
	74		Spindeleben	28 18 56.85	4.525 2579	— 13
	67		Kuhenöd	92 41 38.34	4.848 7011	+ 11
				180 0 3.62		
9	84	XIII 48 (8)	Jauerling	68 42 34.67	4.848 7011	+ 11
	74		Spindeleben	50 19 25.04	4.765 6986	+ 15
	60		Viehberg	60 58 8.53	4.821 0888	+ 10
				180 0 8.24		
10	85	XIII 47 (9)	Predigtstuhl	60 23 41.26	4.765 6986	+ 15
	84		Jauerling	67 30 11.91	4.792 0806	+ 20
	60		Viehberg	52 6 15.11	4.723 6008	+ 41
				180 0 8.28		
11	58	XIII 47 (10)	Kohout	87 58 53.83	4.792 0806	+ 20
	85		Predigtstuhl	22 7 50.88	4.368 3659	+ 33
	60		Viehberg	69 53 18.49	4.765 0266	+ 13
				180 0 3.20		
12	55	XIII 29 47 (11)	Markstein	75 41 20.29	4.765 0266	+ 13
	85		Predigtstuhl	70 41 37.03	4.753 5804	+ 12
	58		Kohout	33 37 6.35	4.521 9604	+ 38
				180 0 3.67		

¹ Östlicher Basisendpunkt der Basis von Kleinmünchen.

² Westlicher „ „ „ „ „

³ Unter Station „Kleinmünchen“ ist im folgenden immer der östliche Basisendpunkt verstanden.

Drei- ecks- Nr.	Station Nr.	Band und Seite	Station	Horizontal- winkel	log <i>s</i>	Δ log <i>s</i>	
13	56	XIII 28	Vetrnik	100° 1' 5"23	4·753 5804	+	12
	55	(12)	Markstein	29 8 11·61	4·447 6810	+	5
	58		Kohout	50 50 47·21	4·649 8079	+	19
14	51	XIII 28	Svidnik	180 0 4·05	4·649 8079	+	19
	55	(13)	Markstein	59 38 19·49	4·695 7191	+	5
	56		Vetrnik	73 32 58·71	4·576 6721	+	12
15	48	XIII 28	Kamejk	180 0 5·72	4·695 7191	+	5
	51	(14)	Svidnik	68 37 30·01	4·499 9763	+	14
	56		Vetrnik	36 23 41·61	4·711 5742	+	7
16	50	XIII 28	Mezi vraty	180 0 2·55	4·711 5742	+	7
	51	(15)	Svidnik	75 46 7·63	4·692 7973	—	7
	48		Kamejk	68 10 15·30	4·494 9689	+	17
17	49	XIII 28	Roßberg	180 0 5·28	4·692 7973	—	7
	50	(16)	Mezi vraty	95 59 8·19	4·537 0424	—	9
	48		Kamejk	44 0 46·02	4·503 2549	—	2
18	31	XIII 9	Studený vrch	180 0 0·87	4·503 2549	—	2
	50	(17)	Mezi vraty	41 0 40·94	4·499 0269	—	14
	49		Roßberg	40 31 49·45	4·681 4652	—	4
19	22	XIII 9	Pecny	180 0 3·15	4·681 4652	—	4
	50	(18)	Mezi vraty	63 11 53·27	4·716 2111	—	5
	31		Studený vrch	75 13 13·70	4·552 7899	—	18
20	23	XIII 9	Dablitz	180 0 3·35	4·716 2111	—	5
	22	(19)	Pecny	79 59 29·41	4·661 3534	0	
	31		Studený vrch	60 13 7·46	4·529 0406	+	4
21	21	XIII 9	Sadska	180 0 4·63	4·529 0406	+	4
	22	(20)	Pecny	61 22 0·39	4·562 5285	+	5
	23		Dablitz	71 27 9·88	4·451 0904	+	37
22	20	XIII 9	Bösig	179 59 59·53	4·562 5285	+	5
	21	(21)	Sadska	44 25 20·14	4·684 6262	0	
	23		Dablitz	67 59 49·78	4·683 3406	—	9
23	27	XIII 9	Donnersberg	180 0 4·39	4·684 6262	0	
	20	(22)	Bösig	49 7 58·75	4·778 7275	+	3
	23		Dablitz	69 54 56·19	4·747 5983	+	9
24	26	XIII 9	Hoher Schneeberg	180 0 8·05	4·747 5983	+	9
	20	(23)	Bösig	82 25 11·64	4·467 0278	+	9
	27		Donnersberg	31 18 5·62	4·713 0764	+	5
25	24	XIII 9	Jeschken	180 0 3·16	4·713 0764	+	5
	20	(24)	Bösig	55 24 30·73	4·793 8138	+	1
	26		Hoher Schneeberg	97 30 57·90	4·455 7342	—	17
				180 0 2·45			

Dreiecks-Nr.	Station-Nr.	Band und Seite	Station	Horizontalwinkel	log s	$\Delta \log s$
26	30	XIII 10 (20)	Zban	53°32'46"54	4.661 3534	0
	23		Dablitz	61 55 41.80	4.701 5613	+ 17
	31		Studený vrch	64 31 34.51	4.711 4991	0
27	27	XIII 10 (26)	Donnersberg	180 0 2.85	4.711 4991	0
	23		Dablitz	57 32 42.64	4.613 8096	— 14
	30		Zban	42 21 51.95	4.778 7273	0
28	83	XIII 48 (9)	Ötscher	180 0 5.13	4.821 0888	+ 10
	74		Spindeleben	89 38 21.16	4.732 9946	+ 24
	84		Jauerling	54 43 31.76	4.586 4971	+ 2
29	73	XIII 49 (28)	Voralpe	35 38 12.92	4.586 4971	+ 2
	74		Spindeleben	180 0 5.84	4.570 7103	— 4
	83		Ötscher	78 13 18.97	4.308 1279	+ 45
30	82	XIII 49 (29)	Hochschwab	70 44 3.96	4.570 7103	— 4
	73		Voralpe	74 10 54.35	4.438 7337	— 22
	83		Ötscher	45 14 6.23	4.527 5323	— 10
31	79	XIII 49 (30)	Lugauer	60 35 2.97	4.527 5323	— 10
	73		Voralpe	180 0 3.55	4.507 2299	— 12
	82		Hochschwab	75 4 29.60	4.328 7103	— 35
32	80	XIII 50 (31)	Zinken	67 14 23.44	4.507 2299	— 12
	79		Lugauer	100 49 27.89	4.639 3930	+ 1
	82		Hochschwab	32 44 53.91	4.380 3451	+ 50
33	81	XIII 50 (32)	Gleinalpe	180 0 1.31	4.639 3930	+ 1
	80		Zinken	71 19 32.87	4.643 8391	— 6
	82		Hochschwab	73 9 25.64	4.427 0236	— 42
34	158	XIII 109 (33)	Zirbitzkogel	35 31 4.96	4.427 0236	— 42
	80		Zinken	180 0 3.47	4.610 7334	— 75
	81		Gleinalpe	40 44 29.62	4.521 3430	— 96
35	159	XIII 109 (34)	Koralpe	54 11 22.94	4.610 7334	— 75
	158		Zirbitzkogel	179 59 59.47	4.692 7865	— 81
	81		Gleinalpe	51 42 10.44	4.638 8399	— 40
36	160	XIII 109 (35)	Saualpe	56 51 13.42	4.638 8399	— 40
	158		Zirbitzkogel	180 0 3.48	4.407 9272	+ 13
	159		Koralpe	122 0 12.41	4.383 5937	— 91
37	165	XIII 109 (36)	Petzen	29 53 16.15	4.407 9272	+ 13
	160		Saualpe	40 8 46.19	4.544 3213	+ 67
	159		Koralpe	61 57 39.45	4.588 7763	+ 67
38	162	XIII 109 (37)	St. Peter	77 53 36.48	4.588 7763	+ 67
	160		Saualpe	180 0 2.12	4.542 7016	+ 61
	165		Petzen	66 44 41.30	4.551 7879	+ 98
				57 32 16.36		
				180 0 3.15		

Drei- ecks- Nr.	Sta- tion Nr.	Band und Seite	Station	Horizontal- winkel	log s	$\Delta \log s$	
39	161	XIII 110	Gerlitzten	31°31'36"83	4·551 7879	+ 98	
	160	(38)	Saualpe ..	28 25 36·58	4·511 0093	+ 153	
	162		St. Peter ...	120 2 51·84	4·770 7000	+ 126	
40	163	XIII 110	Golica ..	180 0 5·25	4·511 0093	+ 153	
	161	(39)	Gerlitzten	79 53 17·48	4·406 3221	+ 143	
	162		St. Peter ..	50 40 41·21	4·398 4284	+ 159	
41	164	XIII 110	Košuta	49 26 4·70	180 0 3·39	4·406 3221	+ 143
	163	146	Golica	70 51 13·09	4·318 7641	+ 125	
	162	(40)	St. Peter ..	50 33 5·70	4·362 2395	+ 131	
42	169	XIII 146	Plegaš ..	179 59 58·75	37 23 33·95	4·362 2395	+ 131
	163	(41)	Golica	67 48 37·97	4·545 4387	+ 102	
	164		Košuta ...	74 47 51·48	4·563 3860	+ 106	
43	167	XIII 146	Grintouc	180 0 3·40	64 25 20·55	4·545 4387	+ 102
	169	(42)	Plegaš	26 14 37·50	4·235 8389	+ 48	
	164		Košuta	89 20 3·72	4·590 2027	+ 90	
44	168	XIII 146	Urašica	180 0 1·77	88 55 56·69	4·590 2027	+ 90
	169	(43)	Plegaš ..	38 29 0·35	4·384 2694	+ 104	
	167		Grintouc ..	52 35 3·48	4·490 2341	+ 76	
45	172	XIII 146	Krimberg ..	180 0 0·52	54 3 28·75	4·490 2341	+ 76
	169	(44)	Plegaš'....	38 20 55·65	4·374 6614	+ 47	
	168		Urašica ..	87 35 37·65	4·581 5753	+ 64	
46	176	XIII 146	Nanoš ..	180 0 2·05	58 36 24·29	4·581 5753	+ 64
	169	(45)	Plegaš ..	53 34 19·92	4·555 8975	+ 81	
	172		Krimberg ..	67 49 20·76	4·616 9351	+ 57	
47	171	XIII 146	Mrzavec ..	180 0 4·97	88 11 48·05	4·616 9351	+ 57
	169	(46)	Plegaš ..	42 5 41·80	4·443 4598	+ 46	
	176		Nanoš ..	49 42 31·84	4·499 5419	+ 53	
48	177	XIII 147	Opčina ..	180 0 1·69	55 24 3·57	4·443 4598	+ 46
	171	(47)	Mrzavec ..	46 54 3·79	4·391 4094	+ 9	
	176		Nanoš ..	77 41 53·99	4·517 8953	+ 35	
49	181	XIII 130	Slaunig ..	180 0 1·35	54 17 52·48	4·391 4094	+ 9
	177	147	Opčina ..	77 21 13·37	4·471 1544	— 1	
	176	(48)	Nanoš ..	48 20 55·76	4·355 2595	— 19	
50	180	XIII 130	Monte Maglio ...	180 0 1·61	54 54 31·52	4·355 2595	— 19
	177	(49)	Opčina ..	71 4 45·55	4·418 2570	— 29	
	181		Slaunig ..	54 0 44·08	4·350 4052	— 24	
51	182	XIII 130	Montauro ..	180 0 1·15	44 45 23·26	4·418 2570	— 29
	180	(50)	Monte Maglio ...	84 18 29·04	4·568 4788	— 32	
	181		Slaunig ..	50 56 7·01	4·460 7306	— 36	
				179 59 59·31			

Drei- ecks- Nr.	Sta- tion Nr.	Band und Seite	Station	Horizontal- winkel	log s	$\Delta \log s$
52	183	XIII 130	Monte Maggiore	63° 9'37"09	4.568 4788	— 32
	182	(51)	Montauro	52 18 35.61	4.516 3370	— 34
	181		Slaunig	64 31 52.81	4.573 5825	— 25
53	186	XIII 129	S Michele di Valle	180 0 5.51	4.573 5825	— 25
	182	(52)	Montauro	62 56 28.61	4.619 4793	— 28
	183		Monte Maggiore.	81 48 41.58	4.385 1936	— 38
54	187	XIII (131)	Pola	180 0 4.36	4.619 4793	— 28
	186	(53)	S Michele di Valle	40 55 55.34	4.735 5353	— 46
	183		Monte Maggiore	121 8 42.88	4.291 3188	— 91
	70	XIII 49	Traunstein	180 0 2.69	4.755 8237	+ 10
	68	(6)	Mairhofberg	74 44 26.61	4.536 7442	— 9
	69		Hochbuchberg	35 37 50.00	4.743 3671	+ 3
56	711	XXIII 186	Kremsmünster	180 0 6.55	4.536 7442	— 9
	69	(55)	Hochbuchberg	85 47 47.34	4.473 4219	— 13
	70		Traunstein	59 32 31.88	4.292 8209	— 13
57	71	XIII 49	Priel.	180 0 2.36	4.536 7442	— 9
	70	107	Traunstein	81 47 6.10	4.450 6760	— 16
	69	(56)	Hochbuchberg	54 16 23.01	4.382 5437	— 14
58	72	XIII 49	Pyhrgas	180 0 3.41	4.450 6760	— 16
	71	107	Priel.	59 25 9.74	4.482 4395	— 23
	69	(57)	Hochbuchberg	67 51 21.27	4.416 4876	— 32
59	75	XIII 50	Bösenstein	180 0 2.00	4.416 4876	— 32
	71	107	Priel.	38 49 43.19	4.366 9301	— 68
	72	(58)	Pyhrgas	34 0 46.26	4.599 4530	— 57
60	76	XXIII 201	Grimming	180 0 2.85	4.599 4530	— 57
	71	(59)	Priel.	97 15 38.80	4.482 5269	— 29
	75		Bösenstein	49 16 26.80	4.344 4394	— 112
61	78	XXIII 200	Liczen	180 0 0.07	4.482 5269	— 29
	75	(60)	Bösenstein	114 14 16.02	4.239 7105	+ 3
	76		Grimming	31 25 14.80	4.273 9741	— 64
62	71	XXIII 186	Priel.	179 59 57.89	4.292 8209	— 13
	711	(56)	Kremsmünster	30 11 23.53	4.450 6758	— 18
	69		Hochbuchberg	46 19 33.41	4.579 2306	— 16
63	72	XIII 49	Pyhrgas	180 0 3.12	4.328 7103	— 35
	73	(31)	Voralpe	46 7 16.31	4.430 2974	— 53
	79		Lugauer	65 36 39.45	4.438 8760	— 59
64	73	XIII 49	Voralpe	180 0 3.66	4.482 4395	— 23
	72	(58)	Pyhrgas	52 14 56.31	4.580 2870	— 23
	69		Hochbuchberg	82 5 22.02	4.438 8817	— 2
				179 59 59.99		

Drei- ecks- Nr.	Sta- tion Nr.	Band und Seite	Station	Horizontal- winkel	log <i>s</i>	Δ log <i>s</i>	
65	156	XIII 107	Hochgolling	43°20'24''72	4·599 4530	— 57	
	71	(59)	Priel	64 48 3·90	4·719 4912	— 93	
	75		Bösenstein	71 51 33·88	4·740 7807	— 91	
66	158	XIII 108		180 0 2·50			
				Zirbitzkogel	53 11 39·72	4·719 4912	— 93
				Hochgolling	42 13 59·67	4·643 5012	— 128
	156	(65)	Bösenstein	84 34 26·49	4·814 0886	— 105	
67	64	XIII 162		180 0 5·88			
				Pöstlingberg	76 27 32·86	4·381 9720	— 16
				Mairhofberg	15 59 15·59	3·834 2261	— 4
				Kuhenöd	87 33 11·87	4·393 8199	— 7
	68	(6)		180 0 0·32			
	67						

so konnte die Berechnung nicht nach dem Sinussatz erfolgen. Man rechnet am besten nach der aus den bekannten Mollweide'schen Gleichungen folgenden Formel:

$$\operatorname{tg} \frac{B-C}{2} = \frac{b-c}{b+c} \operatorname{ctg} \frac{A}{2}$$

in der b , c und A als bekannt anzusehen sind, die Größe $\frac{B-C}{2}$. Mit $\frac{B+C}{2} = 90 - \frac{A}{2}$ ergibt sich B und C , und nach dem Sinussatz dann die gesuchte Länge a . Um das kleine Dreieck wieder als ebenes behandeln zu können, wurde nach der Formel $\varepsilon'' = \frac{bc}{2\rho^2} \sin A \cdot \omega$, in der ρ ein mittlerer Erdradius und $\omega = 206265''$ ist, ein Näherungswert für den sphärischen Exzeß berechnet und der Winkel A um ein Drittel desselben vermindert. Wenn dann einer der resultierenden Winkel später als Horizontalwinkel gebraucht wird, so muß er um ein Drittel des sphärischen Exzesses zurückkorrigiert werden.

In der folgenden Zusammenstellung Tafel II findet man die Berechnung der Winkel A ; dann folgen in Tafel III die Dreiecke in derselben Anordnung wie in Tafel I, nun beginnend mit dem bekannten Winkel. Die zum Vergleich herangezogenen Werte der Seiten aus dem ausgeglichenen Netze findet man in der Schumann'schen Publikation auf Seite 34—40.

Tafel II.

XXIII 200	Liezen—Grimming—Priel	..	62°55'11''73
XXIII 200	Pyhrgas—Priel—Grimming	..	83 17 13·06
(69)	Grimming—Priel—Liezen	...	— 47 26 39·30
XIII 46	Pyhrgas—Priel—Liezen	...	35 50 33·76
	Pyhrgas—Priel—Hochbuchberg	...	+ 67 51 21·27
XXIII 186	Hochbuchberg—Priel—Kremsmünster	..	+ 30 11 23·53
XXIII 200	Liezen—Priel—Kremsmünster	..	133 53 18·56
	Liezen—Bösenstein—Pyhrgas	..	40 52 22·86
	Liezen—Pyhrgas—Bösenstein	..	53 35 49·01
XIII 46	Bösenstein—Pyhrgas—Voralpe	..	+ 111 19 54·84
XIII 45	Liezen—Pyhrgas—Voralpe	..	164 55 43·85
	Priel—Hochbuchberg—Voralpe	..	98 23 12·65
	Liezen—Priel—Pyhrgas	35 50 33·76
	Pyhrgas—Priel—Hochbuchberg	+ 67 51 21·27
(72)	Hochbuchberg—Priel—Voralpe	..	— 48 5 41·01
	Liezen—Priel—Voralpe	..	55 36 14·02

XIII 104 (70)	Pyhrgas—Bösenstein—Hochgolling	110° 41' 17" 07
	Liezen—Bösenstein—Pyhrgas	— 40 52 22·86
XIII 106 (74)	Liezen—Bösenstein—Hochgolling	69 48 54·21
	Hochgolling—Zirbitzkogel—Saualpe	125 51 26·85
XIII 105 (75)	Liezen—Hochgolling—Bösenstein	21 0 20·68
	Bösenstein—Hochgolling—Zirbitzkogel	+ 42 13 59·67
XIII 105 (77)	Zirbitzkogel—Hochgolling—Saualpe	+ 13 52 42·28
	Liezen—Hochgolling—Saualpe	77 7 2·63
XIII 105	Voralpe—Hochschwab—Gleinalpe	105 57 7·02
XIII 106	Gleinalpe—Zirbitzkogel—Saualpe	101 19 55·77
XIII 105 (77)	Zinken—Gleinalpe—Hochschwab	71 19 32·87
	Hochschwab—Gleinalpe—Voralpe	— 31 17 29·97
XIII 105 (78)	Voralpe—Gleinalpe—Zinken	40 2 2·90
	Zinken—Gleinalpe—Zirbitzkogel	+ 54 11 22·94
	Zirbitzkogel—Gleinalpe—Saualpe	+ 27 29 58·35
XXIII 186 (72)	Zinken—Gleinalpe—Saualpe	121 43 24·19
	Kremsmünster—Priel—Hochbuchberg	30 11 23·53
XIII 45 XXIII 186	Hochbuchberg—Priel—Voralpe	+ 48 5 41·01
	Kremsmünster—Priel—Voralpe	78 17 4·54
XIII 47 (83)	Kuhenöd—Hochbuchberg—Traunstein	94 38 15·16
	Traunstein—Hochbuchberg—Kremsmünster	— 59 32 31·88
XIII 47 (82)	Kuhenöd—Hochbuchberg—Kremsmünster	35 5 43·28
	Kremsmünster—Kuhenöd—Hochbuchberg	17 21 51·12
XIII 160 (81)	Hochbuchberg—Kuhenöd—Viehberg	+ 122 19 11·98
	Kremsmünster—Kuhenöd—Viehberg	139 41 3·10
	Viehberg—Kuhenöd—Kleinmünchen	— 106 51 11·28
XIII 160 (86)	Kremsmünster—Kuhenöd—Kleinmünchen	32 49 51·82
	Kuhenöd—Pöstlingberg—Kleinmünchen	149 34 15·21
	Kuhenöd—Pfennigberg—Kleinmünchen	109 20 53·88
XIII 160 (86)	Kleinmünchen—Kuhenöd—Pfennigberg	23 19 57·90
	Pfennigberg—Kuhenöd—Viehberg	+ 83 31 13·38
XIII 145	Kleinmünchen—Kuhenöd—Viehberg	106 51 11·28
	Plegaš—Nanoš—Opčina	127 24 25·83
XIII 145	Opčina—Slaunig—Montauro	104 56 51·09
XIII 127 (86)	Montauro—Monte Maggiore—Pola	53 10 18·64
	Opčina—Plegaš—Nanoš	19 8 36·95
XIII 144	Nanoš—Plegaš—Krimberg	+ 53 34 19·92
	Opčina—Plegaš—Krimberg	72 42 56·87

Tafel III.

Drei- ecks- Nr.	Sta- tion Nr.	Band und Seite	Station	Horizontal- winkel	log s	Δ log s
68	76	XXIII 200	Grimming	62° 55' 11" 73	4·322 0385	— 32
	71	(61)	Priel...	47 26 39·30	4·239 7105	+ 3
	78	(60)	Liezen	69 38 9·84	4·344 4394	— 112
69				180 0 0·87		
	71	Taf. II	Priel...	133 53 18·56	4·737 5093	— 44
	711	(68)	Kremsmünster	16 4 25·28	4·322 0385	— 32
	78	(62)	Liezen	30 2 17·62	4·579 2306	— 16
				180 0 1·46		

Drei- ecks- Nr.	Sta- tion Nr.	Band und Seite	Station	Horizontal- winkel	log <i>s</i>	Δ log <i>s</i>
70	75	XIII 200	Bösenstein	40°52'22"86	4.184 0856	— 98
	78	(59)	Liezen	85 31 48.87	4.366 9301	— 68
	72	(61)	Pyhrgas	53 35 49.01	4.273 9741	— 64
71	72	Taf. II	Pyhrgas ..	180 0 0.74	4.627 4756	— 71
	78	(63)	Liezen	9 41 46.50	4.438 8760	— 59
	73	(70)	Voralpe	5 22 29.92	4.184 0856	— 98
72	69	XIII 45	Hochbuchberg ..	180 0 0.27	4.703 9007	— 22
	73	(62)	Voralpe ..	98 23 12.65	4.450 6758	— 18
	71	(64)	Priel ..	33 31 9.03	4.580 2870	— 23
73	71	Taf. II	Priel ..	180 0 2.69	4.627 4774	— 53
	73	(69)	Voralpe ..	55 36 14.02	4.322 0385	— 32
	78	(72)	Liezen	24 6 18.17	4.703 9007	— 22
74	75	Taf. II	Bösenstein ..	180 0 2.18	4.692 0081	— 83
	156	(70)	Hochgolling ..	69 48 54.21	4.273 9741	— 64
	78	(65)	Liezen	21 0 20.68	4.719 4912	— 93
75	158	XIII 106	Zirbitzkogel ...	180 0 2.31	4.912 3831	— 105
	160	(66)	Saualpe ..	125 51 26.85	4.814 0886	— 91
	156	(36)	Hochgolling ..	40 15 54.10	4.383 5937	— 91
76	156	Taf. II	Hochgolling ..	180 0 3.23	4.931 8853	— 118
	78	(75)	Liezen ..	77 7 2.63	4.912 3831	— 83
	160	(74)	Saualpe	68 45 9.53	4.692 0081	— 83
77	82	XIII 105	Hochschwab ..	180 0 9.95	4.794 9855	— 10
	81	(31)	Gleinalpe	105 57 7.02	4.527 5323	— 6
	73	(33)	Voralpe ..	31 17 29.97	4.643 8391	— 6
78	158	Taf. II	Zirbitzkogel ..	180 0 3.62	4.710 6480	— 78
	81	(36)	Gleinalpe	101 19 55.77	4.383 5937	— 91
	160	(34)	Saualpe	27 29 58.35	4.610 7334	— 75
79	81	Taf. II	Gleinalpe ...	180 0 2.45	4.997 7572	— 42
	160	(77)	Saualpe ..	121 43 24.19	4.794 9855	— 78
	73	(78)	Voralpe ..	32 13 40.59	4.710 6480	— 78
80	71	Taf. II	Priel ..	180 0 6.89	4.753 8142	— 6
	711	(72)	Kremsmünster ..	78 17 4.54	4.703 9007	— 22
	73	(62)	Voralpe ..	60 47 33.80	4.579 2306	— 16
81	65	Taf. II	Pfennigberg ..	180 0 4.76	4.164 7959	— 14
	62	(4)	Kleinmünchen ..	109 20 53.88	4.056 4134	— 37
	67	(2)	Kuhenöd ..	47 19 8.40	3.787 8159	— 37
82	67	Taf. II	Kuhenöd ..	180 0 0.18	4.604 8879	— 13
	60	(81)	Viehberg	106 51 11.28	4.164 7958	— 13
	62	(8)	Kleinmünchen ..	20 19 44.91	4.525 2579	— 13
				180 0 1.20		

Dreiecks-Nr.	Station Nr.	Band und Seite	Station	Horizontalwinkel	log s	$\Delta \log s$
83	69	Taf. II	Hochbuchberg	35° 5'43"28	4.577 5808	
	711	(7)	Kremsmünster	127 32 27.10	4.717 1902	+ 16
	67	(56)	Kuhenöd	17 21 51.12	4.292 8209	— 13
84	67	Taf. II	Kuhenöd	180 0 1.50		
	60	(83)	Viehberg	139 41 3.10	4.825 8906	+ 2
	711	(8)	Kremsmünster	21 25 24.43	4.577 5808	
85	67	Taf. II	Kuhenöd	18 53 34.53	4.525 2579	-- 13
	62	(83)	Kleinmünchen	180 0 2.06		
	711	(81)	Kremsmünster	32 49 52.08	4.426 9777	+ 36
86	176	Taf. II	Nanoš	129 55 28.58	4.577 5808	
	177	(46)	Opčína.	17 14 40.08	4.164 7959	
	169	(48)	Plegaš	180 0 0.74		
87	176	Taf. II	Nanoš	127 24 25.83	4.775 6301	+ 39
	177	(46)	Opčína.	33 26 59.25	4.616 9351	+ 57
	169	(48)	Plegaš	19 8 36.95	4.391 4094	+ 9
88	181	Taf. II	Slaunig	180 0 2.03		
	182	(50)	Montauro	104 56 51.09	4.682 4639	— 60
	177	(51)	Opčína.	27 3 14.43	4.355 2595	— 19
89	181	Taf. II	Slaunig	47 59 56.55	4.568 4788	— 32
	183	Taf. II	Monte Maggiore	180 0 2.07		
	187	(53)	Pola	53 10 18.64	4.641 5469	— 61
90	183	Taf. II	Monte Maggiore	43 11 42.36	4.573 5825	— 25
	182	(54)	Montauro	83 38 3.14	4.735 5353	— 46
	182	(54)	Montauro	180 0 4.14		
91	169	Taf. II	Plegaš	72 42 56.87	4.781 8482	
	172	(86)	Krimberg	70 15 57.05	4.775 6301	+ 39
	177	(46)	Opčína	37 1 11.59	4.581 5753	+ 64
				180 0 5.51		

Die astronomischen Stationen.

Die astronomischen Stationen sind der oben zitierten Arbeit von Schumann entnommen (Taf. IV). Es sind beobachtet: die geographische Breite und das Azimut je einer Seite, bei einigen Stationen auch das Azimut einer zweiten Seite. Drei Stationen: Dabltitz, Kremsmünster und Pola, sind auch Längenstationen.

Die Azimute der die astronomischen Punkte verbindenden Linien.

In der nächsten Zusammenstellung (Taf. V) finden wir die Berechnung der Azimute der die astronomischen Stationen verbindenden Linien, wobei in der ersten Spalte wieder Band und Seite der Publikation angegeben sind. Die geklammerten Zahlen bei den Winkeln beziehen sich auf die Nummern unserer Dreiecke in den Zusammenstellungen I und III. Bei zwei gemessenen Azimuten wurden die Resultate gemittelt.

Die sphärischen Abstände zwischen den astronomischen Punkten.

Der sphärische Abstand Δ zwischen zwei astronomischen Punkten kann nur definiert werden durch den Bogen zwischen den beiden dazugehörigen Zeniten, nach der Formel:

$$\cos \Delta = \sin B_1 \sin B_2 + \cos B_1 \cos B_2 \cos (L_2 - L_1),$$

Tafel IV.

Nr.	Station	Breite	Richtung	Azimet
26	Hoher Schneeberg	50°47'36"47	{Bösig	302°56' 3"47
24	Jeschken	50 44 2·89	{Donnersberg	25 21 15·91
27	Donnersberg	50 33 22·94	Bösig	41 7 34·41
20	Bösig	50 32 25·13	Bernstein	93 14 10·42
30	Zban	50 12 17·60	Jeschken	220 55 19·98
21	Sadska	50 8 15·68	Bernstein	153 31 52·25
23	Dablitz	50 8 13·62	Vysoka	324 46 3·63
22	Pecny	49 54 56·54	Bösig	201 59 35·63
31	Studeny vrch	49 48 23·85	Vysoka	263 37 11·53
50	Mezi vraty	49 36 9·99	Roßberg	338 50 22·42
49	Roßberg	49 32 24·24	Roßberg	77 44 47·25
51	Svidnik	49 23 34·50	Volini vrch	59 20 42·90
48	Kamejk	49 13 59·48	Vetrnik	33 37 0·40
56	Vetrnik	49 1 17·42	Volini vrch	114 7 33·41
58	Kohout	48 46 12·39	Markstein	260 8 44·80
60	Viehberg	48 33 36·46	Vetrnik	180 9 46·24
84	Jauerling	48 20 21·41	Kuhenöd	54 35 41·56
62	Kleinmünchen	48 15 34·79	Predigtstuhl	182 40 19·15
711	Kremsmünster.	48 3 23·05	{Pöstlingberg	147 31 53·99
83	Ötscher	47 51 50·12	{Gr. Priel	7 46 32·05
73	Voralpe	47 44 54·07	{Hochbuchberg	321 26 59·22
78	Liezen	47 34 6·22	Voralpe	70 2 6·45
160	Saualpe..	46 51 11·53	Ötscher	249 41 22·12
162	St. Peter.	46 37 24·70	Grimming	72 6 15·39
163	Golica	46 29 33·08	Koralpe	286 44 3·28
169	Plegaš	46 9 45·83	{Gerlitz	104 7 45·85
172	Krimberg	45 55 47·57	{Golica	54 41 42·04
177	Opčina	45 40 51·27	Gerlitz	154 36 37·89
182	Montauro	45 14 57·64	Uranšica	275 1 24·41
187	Pola...	44 51 48·39	Uranšica	187 41 17·71
			Pirano	43 46 19·11
			Slaunig	211 39 51 17
			{Dignano	180 51 46·89
			{Monte Ossero	297 39 45·38

Tafel V.

Nachweis	Azimute und Winkel	
Taf. IV XIII 7	Hoher Schneeberg—Bösig	302°56' 3"47
	Bösig—Hoher Schneeberg—Jeschken ...	— 27 4 33·82
Taf. IV XIII 7	Hoher Schneeberg—Jeschken.....	275 51 29·65
	Hoher Schneeberg—Donnersberg...	25 21 15·91
	Donnersberg—Hoher Schneeberg—Jeschken..	— 109 29 45·46
Taf. IV XIII 6	Hoher Schneeberg—Jeschken..	275 51 30·45
	Mittel..	275 51 30·05
	Jeschken—Bösig ..	41 7 34·41
	Bösig—Jeschken—Hoher Schneeberg.	55 24 30·73
Taf. IV XIII 7	Jeschken—Hoher Schneeberg.	96 32 5·14
	Hoher Schneeberg—Donnersberg.	25 21 15·91
	Hoher Schneeberg—Bösig..	302 56 3·47
	Bösig—Hoher Schneeberg—Donnersberg..	82 25 11·64
	Hoher Schneeberg—Donnersberg.	25 21 15·11
	Mittel...	25 21 15·51

Nachweis	Azimute und Winkel	
Taf. IV XIII 7	Donnersberg—Bernstein . . .	93° 14' 10" 42
	Bernstein—Donnersberg—Hoher Schneeberg . . .	111 58 49·68
	Donnersberg—Hoher Schneeberg . . .	205 13 0·10
Taf. IV	Hoher Schneeberg—Bösigg . . .	302 56 3·47
Taf. IV	Hoher Schneeberg—Donnersberg . . .	25 21 15·91
XIII 7	Donnersberg—Hoher Schneeberg—Bösigg . . .	— 82 25 11·64
	Hoher Schneeberg—Bösigg . . .	302 56 4·27
	Mittel . . .	302 56 3·87
Taf. IV	Bösigg—Jeschken . . .	220 55 19·98
XIII 6	Jeschken—Bösigg—Hoher Schneeberg . . .	— 97 30 57·90
	Bösigg—Hoher Schneeberg . . .	123 24 22·08
Taf. IV	Bösigg—Jeschken . . .	220 55 19·98
Taf. IV	Jeschken—Bösigg . . .	41 7 34·41
Taf. IV	Donnersberg—Bernstein . . .	93 14 10·42
XIII 7	Bernstein—Donnersberg—Bösigg . . .	— 181 44 24·42
	Donnersberg—Bösigg . . .	271 29 46·00
Taf. IV	Bösigg—Jeschken . . .	220 55 19·98
XIII 6	Jeschken—Bösigg—Donnersberg . . .	— 128 49 3·52
	Bösigg—Donnersberg . . .	92 6 16·46
Taf. IV	Donnersberg—Bernstein . . .	93 14 10·42
XIII 7	Bernstein—Donnersberg—Zban . . .	— 75 3 43·03
	Donnersberg—Zban . . .	18 10 27·39
Taf. IV	Zban—Bernstein . . .	153 31 52·25
XIII 7	Bernstein—Zban—Donnersberg . . .	44 30 17·93
	Zban—Donnersberg . . .	198 2 10·18
Taf. IV	Donnersberg—Bernstein . . .	93 14 10·42
XIII 7	Bernstein—Donnersberg—Dablitz . . .	— 132 36 25·67
	Donnersberg—Dablitz . . .	320 37 44·75
Taf. IV	Dablitz—Bösigg . . .	201 59 35·63
XIII 8	Bösigg—Dablitz—Donnersberg . . .	— 60 57 13·11
	Dablitz—Donnersberg . . .	141 2 22·52
Taf. IV	Bösigg—Jeschken . . .	220 55 19·98
XIII 6	Jeschken—Bösigg—Dablitz . . .	— 198 43 59·71
	Bösigg—Dablitz . . .	22 11 20·27
Taf. IV	Dablitz—Bösigg . . .	201 59 35·63
Taf. IV	Bösigg—Jeschken . . .	220 55 19·98
XIII 6	Jeschken—Bösigg—Sadska . . .	— 243 9 19·85
	Bösigg—Sadska . . .	337 46 0·13
Taf. IV	Sadska—Vysoka . . .	324 46 3·63
XIII 6	Vysoka—Sadska—Bösigg . . .	193 11 48·64
	Sadska—Bösigg . . .	157 57 52·27
Taf. IV	Zban—Bernstein . . .	153 31 52·25
XIII 7	Bernstein—Zban—Dablitz . . .	124 35 48·47
	Zban—Dablitz . . .	278 7 40·72
Taf. IV	Dablitz—Bösigg . . .	201 59 35·63
XIII 8	Bösigg—Dablitz—Zban . . .	256 40 54·94
	Dablitz—Zban . . .	98 40 30·57
Taf. IV	Sadska—Vysoka . . .	324 46 3·63
XIII 6	Vysoka—Sadska—Dablitz . . .	+ 125 11 58·86
	Sadska—Dablitz . . .	89 58 2·49

Nachweis	Azimute und Winkel	
Taf. IV XIII 8	Dablitz—Bösigg . Bösigg—Dablitz—Sadská .	201°59'35"63 67 34 54·47
	Dablitz—Sadská .	269 34 30·10
Taf. IV XIII 7	Zban—Bernstein .. Bernstein—Zban—Studeny vrch ...	153 31 51·25 178 8 35·01
	Zban—Studeny vrch ..	331 40 26·26
Taf. IV XIII 7	Studeny vrch—Roßberg .. Roßberg—Studeny vrch—Zban .	338 50 22·42 173 5 20·41
	Studeny vrch—Zban	151 55 42·83
Taf. IV XIII 7	Dablitz—Bösigg . Bösigg—Dablitz—Studeny vrch .	201 59 35·63 194 45 13·14
	Dablitz—Studeny vrch	36 44 48·77
Taf. IV XIII 7	Studeny vrch—Roßberg	338 50 22·42
	Roßberg—Studeny vrch—Dablitz ...	237 36 54·92
	Studeny vrch—Dablitz	216 27 17·34
Taf. IV XIII 8	Dablitz—Bösigg Bösigg—Dablitz—Pecny .	201 59 35·63 114 45 43·73
	Dablitz—Pecny ...	316 45 19·36
Taf. IV XIII 6	Pecny—Vysoka	263 37 11·53
	Vysoka—Pecny—Dablitz	233 23 1·36
	Pecny—Dablitz ..	137 0 12·89
Taf. IV XIII 6	Sadska—Vysoka ..	324 46 3·63
	Vysoka—Sadska—Pecny .	63 49 58·47
	Sadska—Pecny .	28 36 2·10
Taf. IV XIII 6	Pecny—Vysoka ...	263 37 11·53
	Vysoka—Pecny—Sadska	— 55 9 48·76
	Pecny—Sadska .	208 27 22·77
Taf. IV XIII 6	Pecny—Vysoka .	263 37 11·53
	Vysoka—Pecny—Studeny vrch .	173 9 53·90
	Pecny—Studeny vrch ..	76 47 5·43
Taf. IV XIII 7	Studeny vrch—Roßberg .	338 50 22·42
	Roßberg—Studeny vrch—Pecny .	277 24 22·68
	Studeny vrch—Pecny .	256 14 45·10
Taf. IV	Studeny vrch—Roßberg .	338 50 22·42
Taf. IV XIII 7	Roßberg—Volini vrch .	59 20 42·90
	Volini vrch—Roßberg—Studeny vrch .	— 260 23 7·15
	Roßberg—Studeny vrch .	158 57 35·75
Taf. IV XIII 7	Studeny vrch—Roßberg ..	338 50 22·42
	Roßberg—Studeny vrch—Mezi vraty .	318 59 19·06
	Studeny vrch—Mezi vraty ...	297 49 41·48
Taf. IV XIII 6	Mezi vraty—Roßberg ..	77 44 47·25
	Roßberg—Mezi vraty—Studeny vrch	40 31 49·45
	Mezi vraty—Studeny vrch .	118 16 36·70
Taf. IV XIII 6	Pecny—Vysoka .	263 37 11·53
	Vysoka—Pecny—Mezi vraty .	109 58 0·63
	Pecny—Mezi vraty .	13 35 12·16

Nachweis	Azimute und Winkel	
Taf. IV XIII 6	Mezi vraty—Roßberg Roßberg—Mezi vraty—Pecny ..	77°44'47"25 — 244 14 56·85
	Mezi vraty—Pecny ..	193 29 50·40
Taf. IV	Mezi vraty—Roßberg ...	77 44 47·25
Taf. IV XIII 7	Roßberg—Volini vrch Volini vrch—Roßberg—Mezi vraty ..	59 20 42·90 — 161 55 34·39
	Roßberg—Mezi vraty ..	257 25 8·51
Taf. IV XIII 7	Roßberg—Volini vrch Volini vrch—Roßberg—Kamejk ..	59 20 42·90 — 65 56 26·20
	Roßberg—Kamejk ..	353 24 16·70
Taf. IV XIII 25	Kamejk—Volini vrch Volini vrch—Kamejk—Roßberg ...	114 7 33·41 — 300 40 51·12
	Kamejk—Roßberg ...	173 26 42·29
Taf. IV XIII 24	Mezi vraty—Roßberg Roßberg—Mezi vraty—Kamejk ..	77 44 47·25 — 44 0 46·02
	Mezi vraty—Kamejk ...	33 44 1·23
Taf. IV XIII 25	Kamejk—Volini vrch Volini vrch—Kamejk—Mezi vraty ..	114 7 33·41 — 260 40 44·46
	Kamejk—Mezi vraty ...	213 26 48·95
Taf. IV XIII 6	Mezi vraty—Roßberg Roßberg—Mezi vraty—Svidnik ..	77 44 47·25 — 119 46 53·65
	Mezi vraty—Svidnik ...	317 57 53·60
Taf. IV XIII 24	Svidnik—Vetrnik Vetrnik—Svidnik—Mezi vraty ..	33 37 0·40 104 33 56·91
	Svidnik—Mezi vraty ..	138 10 57·31
Taf. IV XIII 24	Svidnik—Vetrnik Vetrnik—Svidnik—Kamejk ..	33 37 0·40 36 23 41·61
	Svidnik—Kamejk ...	70 0 42·01
Taf. IV XIII 25	Kamejk—Volini vrch Volini vrch—Kamejk—Svidnik ...	114 7 33·41 — 224 37 2·11
	Kamejk—Svidnik ..	249 30 31·30
Taf. IV XIII 25	Kamejk—Volini vrch Volini vrch—Kamejk—Vetrnik ..	114 7 33·41 — 155 59 32·10
	Kamejk—Vetrnik ..	318 8 1·31
Taf. IV XIII 25	Vetrnik—Markstein .. Markstein—Vetrnik—Kamejk ..	260 8 44·80 238 12 21·55
	Vetrnik—Kamejk ...	138 21 6·35
Taf. IV	Svidnik—Vetrnik ...	33 37 0·40
Taf. IV XIII 25	Vetrnik—Markstein .. Markstein—Vetrnik—Svidnik ..	260 8 44·80 — 46 48 47·52
	Vetrnik—Svidnik ...	213 19 57·28
Taf. IV XIII 25	Vetrnik—Markstein .. Markstein—Vetrnik—Kohout ..	260 8 44·80 101 1 5·23
	Vetrnik—Kohout ..	0 9 50·03
Taf. IV	Kohout—Vetrnik ..	180 9 46·24

Nachweis	Azimute und Winkel	
Taf. IV XIII 25	Kohout—Vetrnik	180° 9'46"24
	Vetrnik—Kohout—Viehberg	172 26 47·39
	Kohout—Viehberg	352 36 33·63
Taf. IV XIII 44	Viehberg—Kuhenöd	54 35 41·56
	Kuhenöd—Viehberg—Kohout	— 241 57 10·56
	Viehberg—Kohout	172 38 31·00
Taf. IV XIII 44	Viehberg—Kuhenöd	54 35 41·56
	Kuhenöd—Viehberg—Jauerling	— 119 57 36·96
	Viehberg—Jauerling	294 38 4·60
Taf. IV XIII 45	Jauerling—Predigtstuhl	182 40 19·15
	Predigtstuhl—Jauerling—Viehberg	— 67 30 11·91
	Jauerling—Viehberg	115 10 7·24
Taf. IV XIII 45	Jauerling—Predigtstuhl	182 40 19·15
	Predigtstuhl—Jauerling—Ötscher	— 171 50 59·50
	Jauerling—Ötscher	10 49 19·65
Taf. IV	Ötscher—Voralpe	70 2 6·45
Taf. IV	Voralpe—Ötscher	249 41 22·12
Taf. IV (82)	Viehberg—Kuhenöd	54 35 41·56
	Kuhenöd—Viehberg—Kleinmünchen	— 20 19 44·91
	Viehberg—Kleinmünchen	34 15 56·65
Taf. IV XIII 160 (81)	Kleinmünchen—Pöstlingberg	147 31 53·99
	Pöstlingberg—Kleinmünchen—Pfennigberg	— 298 59 45·68
	Pfennigberg—Kleinmünchen—Kuhenöd	— 47 19 8·40
	Kuhenöd—Kleinmünchen—Viehberg	52 49 5·01
	Kleinmünchen—Viehberg	214 2 4·92
Taf. IV XIII 160 (81)	Kleinmünchen—Pöstlingberg	147 31 53·99
	Pöstlingberg—Kleinmünchen—Pfennigberg	— 298 59 45·68
	Pfennigberg—Kleinmünchen—Kuhenöd	— 47 19 8·40
	Kuhenöd—Kleinmünchen—Kremsmünster	— 129 55 28·58
	Kleinmünchen—Kremsmünster	31 17 31·33
Taf. IV (83)	Kremsmünster—Hochbuchberg	321 26 59·22
	Hochbuchberg—Kremsmünster—Kuhenöd	— 127 32 27·10
	Kuhenöd—Kremsmünster—Kleinmünchen	17 14 40·08
	Kremsmünster—Kleinmünchen I	211 9 12·20
Taf. IV XXIII 186 (83)	Kremsmünster—Priel	7 46 32·05
	Priel—Kremsmünster—Hochbuchberg	313 40 26·59
	Hochbuchberg—Kremsmünster—Kuhenöd	— 127 32 27·10
	Kuhenöd—Kremsmünster—Kleinmünchen	17 14 40·08
	Kremsmünster—Kleinmünchen II	211 9 11·62
	Mittel	211 9 11·91
Taf. IV XXIII 186 (69)	Kremsmünster—Hochbuchberg	321 26 59·22
	Hochbuchberg—Kremsmünster—Priel	46 19 33·41
	Priel—Kremsmünster—Liezen	— 16 4 25·28
	Kremsmünster—Liezen I	351 42 7·35
Taf. IV (69)	Kremsmünster—Priel	7 46 32·05
	Priel—Kremsmünster—Liezen	— 16 4 25·28
	Kremsmünster—Liezen II	351 42 6·77
	Mittel	351 42 7·06

Nachweis	Azimute und Winkel	
Taf. IV XXIII 186 (80)	Kremsmünster—Hochbuchberg ... Hochbuchberg—Kremsmünster—Priel . Priel—Kremsmünster—Voralpe .	321° 26' 59" 22 — 313 40 26·59 — 60 47 33·80
Taf. IV (80)	Kremsmünster—Voralpe I. . Kremsmünster—Priel . Priel—Kremsmünster—Voralpe ...	306 58 58·83 7 46 32·05 — 60 47 33·80
Taf. IV XIII 46 (72) (80)	Kremsmünster—Voralpe II Mittel... Voralpe—Ötscher... . Ötscher—Voralpe—Hochbuchberg Hochbuchberg—Voralpe—Priel Priel—Voralpe—Kremsmünster	306 58 58·25 306 58 58·54 249 41 22·12 230 20 5·43 — 33 31 9·03 40 55 26·42
Taf. IV XXIII 200 (74) (76)	Voralpe—Kremsmünster .. Liezen—Grimming Grimming—Liezen—Bösenstein . Bösenstein—Liezen—Hochgolling . Hochgolling—Liezen—Sausalpe .	127 25 44·94 72 6 15·39 — 114 14 16·02 89 10 47·42 — 68 45 9·53
Taf. IV XIII 106 (75) (76)	Liezen—Sausalpe Sausalpe—Koralpe ... Koralpe—Sausalpe—Zirbitzkogel. . Zirbitzkogel—Sausalpe—Hochgolling . Hochgolling—Sausalpe—Liezen	338 17 37·26 286 44 3·28 — 122 0 12·41 — 40 15 54·10 34 7 57·79
Taf. IV XIII 46 (72) (73)	Sausalpe—Liezen Voralpe—Ötscher. .. Ötscher—Voralpe—Hochbuchberg Hochbuchberg—Voralpe—Priel . Priel—Voralpe—Liezen	158 35 54·56 249 41 22·12 230 20 5·43 — 33 31 9·03 — 24 6 18·19
Taf. IV (68) (73)	Voralpe—Liezen Liezen—Grimming Grimming—Liezen—Priel ... Priel—Liezen—Voralpe	62 24 0·33 72 6 15·39 69 38 9·84 100 17 29·69
Taf. IV XIII 46 (77) (79)	Liezen—Voralpe Voralpe—Ötscher..... Ötscher—Voralpe—Hochschwab..... Hochschwab—Voralpe—Gleinalpe ... Gleinalpe—Voralpe—Sausalpe	242 1 54·92 249 41 22·12 45 14 6·23 42 45 26·63 26 3 2·11
Taf. IV XIII 106 (78) (79)	Voralpe—Sausalpe .. Sausalpe—Koralpe ... Koralpe—Sausalpe—Zirbitzkogel.. Zirbitzkogel—Sausalpe—Gleinalpe Gleinalpe—Sausalpe—Voralpe	3 43 57·09 286 44 3·28 — 122 0 12·41 51 10 8·33 — 32 13 40·59
Taf. IV XIII 106	Sausalpe—Voralpe Sausalpe—Koralpe .. Koralpe—Sausalpe—St. Peter	183 40 18·61 286 44 3·28 117 40 44·94
Taf. IV XIII 107	Sausalpe—St. Peter .. St. Peter—Gerlitzten .. Gerlitzten—St. Peter—Sausalpe ...	44 24 48·22 104 7 45·85 120 2 51·84
	St. Peter—Sausalpe I	224 10 37·69

Nachweis	Azimute und Winkel	
Taf. IV XIII 107	St. Peter—Golica ...	54° 41' 42" 04
	Golica—St. Peter—Sausalpe ..	169 28 56·54
	St. Peter—Sausalpe II	224 10 38·58
	Mittel...	224 10 38·14
Taf. IV	St. Peter—Golica I.	54 41 42·04
Taf. IV XIII 107	St. Peter—Gerlitzten ...	104 7 45·85
	Gerlitzten—St. Peter—Golica	— 49 26 4·70
	St. Peter—Golica II	54 41 41·15
	Mittel...	54 41 41·60
Taf. IV XIII 106	Golica—Gerlitzten	154 36 37·89
	Gerlitzten—Golica—St. Peter ..	79 53 17·48
	Golica—St. Peter	234 29 55·37
Taf. IV XIII 106	Golica—Gerlitzten ..	154 36 37·89
	Gerlitzten—Golica—Plegaš ..	198 15 1·15
	Golica—Plegaš	352 51 39·04
Taf. IV XIII 144	Plegaš—Uranšica ..	275 1 24·41
	Uranšica—Plegaš—Golica ..	— 102 7 11·80
	Plegaš—Golica ..	172 54 12·61
Taf. IV XIII 144 (86)	Plegaš—Uranšica	275 1 24·41
	Uranšica—Plegaš—Nanoš	91 55 15·57
	Nanoš—Plegaš—Opčina ..	19 8 36·95
	Plegaš—Opčina	26 5 16·93
Taf. IV XXIII 145 (87)	Opčina—Pirano ..	43 46 19·11
	Pirano—Opčina—Nanoš.	195 31 14·52
	Nanoš—Opčina—Plegaš ...	— 33 26 59·25
	Opčina—Plegaš ..	205 50 34·38
Taf. IV XIII 144	Plegaš—Uranšica ..	275 1 24·41
	Uranšica—Plegaš—Krimberg ..	38 20 55·65
	Plegaš—Krimberg	313 22 20·06
Taf. IV XIII 145	Krimberg—Uranšica	187 41 17·71
	Uranšica—Krimberg—Plegaš	305 56 31·25
	Krimberg—Plegaš	133 37 48·96
Taf. IV XIII 145 (89)	Krimberg—Uranšica	187 41 17·71
	Uranšica—Krimberg—Plegaš	305 56 31·25
	Plegaš—Krimberg—Opčina ...	— 70 15 57·05
	Krimberg—Opčina	63 21 51·91
Taf. IV XIII 145 (86)	Opčina—Pirano ..	43 46 19·11
	Pirano—Opčina—Nanoš.	— 164 28 45·48
(89)	Nanoš—Opčina—Plegaš ..	— 33 26 59·25
	Plegaš—Opčina—Krimberg	37 1 11·59
	Opčina—Krimberg ...	242 51 45·97
Taf. IV XIII 145 (87)	Opčina—Pirano	43 46 19·11
	Pirano—Opčina—Slaunig	— 87 7 32·11
	Slaunig—Opčina—Montauro	47 59 56·55
	Opčina—Montauro ...	4 38 43·55
Taf. IV (87)	Montauro—Slaunig ..	211 39 51·17
	Slaunig—Montauro—Opčina ..	— 27 3 14·43
	Montauro—Opčina	184 36 36·74

Nachweis	Azimute und Winkel	
Taf. IV	Montauro—Slaunig	211°39'51''17
XIII 127	Slaunig—Montauro—Monte Maggiore	52 18 35·61
(88)	Monte Maggiore—Montauro—Pola	83 38 3·14
	Montauro—Pola	347 36 29·92
Taf. IV	Pola—Dignano	180 51 46·89
XIII 127	Dignano—Pola—Monte Maggiore	30 1 36·78
	Monte Maggiore—Dignano—Montauro	— 43 11 42·36
	Pola—Montauro I	167 41 41·31
	Pola—Monte Ossero	297 39 45·38
XIII 127	Monte Ossero—Pola—Monte Maggiore	— 86 46 23·82
	Monte Maggiore—Pola—Montauro	— 43 11 42·36
	Pola—Montauro II	167 41 39·20
	Mittel	167 41 40·26

wo $B_1 L_1$ und $B_2 L_2$ die geographischen Breiten und Längen der beiden Stationen sind. Den Längenunterschied, der hier gebraucht wird, findet man am besten aus der Formel:

$$\operatorname{tg} \frac{L_2 - L_1}{2} = \frac{\cos \frac{B_2 - B_1}{2}}{\sin \frac{B_2 + B_1}{2}} \operatorname{ctg} \frac{a_{12} - a_{21}}{2},$$

wo a_{12} und a_{21} die gegenseitigen Azimute aus Tafel V bedeuten.

Diese Formel gilt eigentlich für das sphärische Dreieck, also bei Vernachlässigung der Abplattung. Diese ist zwar bei so großen Dreiecken, welche sich über den halben Erdquadranten erstrecken, nicht gestattet. Nach dem Dalby'schen Satz ist aber die Differenz der Azimute für das Rotationsellipsoid und für die Kugel gleich. Man erhält also so die richtigen Längenunterschiede, und zwar ohne Rücksicht auf die Abplattung, deren Wert gar nicht vorkommt. Da es aber nicht sicher ist, ob die Dreiecke überhaupt einem Rotationsellipsoid angehören, so werden die L um kleine Beträge verfälscht sein. Für die vorliegende Methode wäre es also wünschenswert, wenn von allen Stationen direkte Längenmessungen vorlägen. Ist das $L_2 - L_1$ gefunden, so gibt die erste Formel, die sich leicht in folgende verwandelt:

$$\sin^2 \frac{\Delta}{2} = \sin^2 \frac{B_2 - B_1}{2} + \cos B_1 \cos B_2 \sin^2 \frac{L_2 - L_1}{2}$$

die zugehörigen Δ , wobei die Vertauschung des Sinus mit dem Bogen gestattet ist.

Die folgende Tafel VI gibt die gefundenen Längenunterschiede gegenüber der als Ausgangspunkt angenommenen Station Viehberg. Wo mehrere Werte der Länge auf verschiedenen Wegen herauskommen, wurde das Mittel genommen; dabei wurden auch die direkt gemessenen Längen in Rechnung gezogen. Bei den Seiten: Schneeberg—Jeschken, Donnersberg—Bösing, Zban—Dablitz und Dablitz—Sadska, die fast genau ost-westlich verlaufen, wurde die Länge als Differenz anderer Messungen bestimmt, obwohl dies eigentlich nicht notwendig gewesen wäre, da die Formel auch bei ganz gleichen Breiten noch brauchbare Werte gibt.

Die rechtwinkligen Koordinaten.

Es sei nun in Fig. 1 A_1 eine der astronomischen Stationen, A_2 die nächste. Wenn man nun annimmt, daß die Krümmung zwischen A_1 und A_2 eine gleichförmige ist, und wenn wir den dazugehörigen mittleren Krümmungsradius mit ρ_{12} bezeichnen, so ist die lineare Entfernung von A_1 nach A_2 gegeben durch

$$s_{12} = \rho_{12} \cdot \Delta.$$

Tafel VI.

Nr.	Station	L				β_1	β_2	β_3	γ_1		γ_3
26	Hoher Schneeberg	+30'55''74	+ 0.999217	— 0.006744	— 0.038989	+ 0.006971	+ 0.999959	+ 0.005687	+ 0.038949	— 0.005954	+ 0.999224
24	Jeschken	—21 30.84	0.999269	+ 0.004691	— 0.037944	— 0.004845	0.999980	— 0.003961	+ 0.037925	+ 0.004142	0.999273
27	Donnersberg	+41 37.25	0.999352	— 0.009076	— 0.034868	+ 0.009349	0.999972	+ 0.007691	+ 0.034796	— 0.008013	0.999363
20	Bösigg	— 5 40.94	0.999403	+ 0.001239	— 0.034555	— 0.001276	0.999999	— 0.001050	+ 0.034554	+ 0.001093	0.999404
30	Zban	+52 26.00	0.999522	— 0.011433	— 0.028759	+ 0.011718	0.999883	+ 0.009762	+ 0.028644	— 0.010094	0.999539
21	Sadska	—21 8.80	0.999610	+ 0.004611	— 0.027540	— 0.004722	0.999981	— 0.003943	+ 0.027521	+ 0.004071	0.999513
23	Dablitz	+ 9 34.58	0.999619	— 0.002088	— 0.027522	+ 0.002138	0.999996	+ 0.001785	+ 0.027518	— 0.001843	0.999619
22	Pecny	— 9 51 12	0.999718	+ 0.002148	— 0.023659	— 0.002192	0.999996	— 0.001845	+ 0.023655	+ 0.001869	0.999718
31	Studený vrch	+32 29.62	0.999739	— 0.007086	— 0.021776	+ 0.007220	0.999955	+ 0.006100	+ 0.021731	— 0.006256	0.999746
50	Mezi vraty	— 2 49.60	0.999835	+ 0.000616	— 0.018197	— 0.000626	1.000000	— 0.000533	+ 0.018197	+ 0.000544	0.999835
49	Roßberg	+23 1.24	0.999841	— 0.005020	— 0.017113	+ 0.005095	0.999978	+ 0.004345	+ 0.017091	— 0.004432	0.999845
51	Svidnik	—20 0.14	0.999885	+ 0.004362	— 0.014542	— 0.004417	0.999983	— 0.003787	+ 0.014525	+ 0.003851	0.999888
48	Kamejk	+19 49.44	0.999921	— 0.004323	— 0.011754	+ 0.004367	0.999983	+ 0.003765	+ 0.011737	— 0.003816	0.999924
56	Vetřnik	+ 2 31.26	0.999969	— 0.000551	— 0.008053	+ 0.000555	1.000000	+ 0.000482	+ 0.008053	— 0.000486	0.999969
58	Kohout	+ 2 36.30	0.999994	— 0.000568	— 0.003665	+ 0.000570	1.000000	+ 0.000499	+ 0.003665	— 0.000504	0.999994
60	Viehberg	0 0.00									
84	Jauerling	—42 49.08	0.999950	+ 0.009337	+ 0.003815	— 0.009305	0.999922	— 0.008279	— 0.003893	+ 0.008243	0.999960
62	Kleinmünchen.	+18 32.08	0.999978	— 0.004041	+ 0.005238	+ 0.004023	0.999986	+ 0.003589	— 0.005252	— 0.003568	0.999980
71	Kremsmünster	+29 41.21	0.999941	— 0.006474	+ 0.008773	+ 0.006423	0.999963	+ 0.005772	— 0.008810	— 0.005716	0.999946
83	Ötscher.	—34 25.36	0.999898	+ 0.007506	+ 0.012126	— 0.007425	0.999950	— 0.006718	— 0.012176	+ 0.006627	0.999904
73	Voralpe	— 6 24.77	0.999899	+ 0.001398	+ 0.014166	— 0.001380	0.999998	— 0.001254	— 0.014168	+ 0.001234	0.999899
78	Liezen	+23 28.90	0.999838	— 0.005120	+ 0.017296	+ 0.005041	0.999977	+ 0.004608	— 0.017319	— 0.004520	0.999841
160	Saualpe	— 1 26.90	0.999556	+ 0.000316	+ 0.029787	— 0.000307	1.000000	— 0.000288	— 0.029787	+ 0.000279	0.999556
162	St. Peter	+18 0.42	0.999421	— 0.003927	+ 0.033786	+ 0.003807	0.999986	+ 0.003597	— 0.033800	— 0.003467	0.999423
163	Golica.	+34 13.08	0.999322	— 0.007462	+ 0.036052	+ 0.007219	0.999950	+ 0.006853	— 0.036102	— 0.006588	0.999326
169	Plegaš. .	+30 40.74	0.999104	— 0.006690	+ 0.041810	+ 0.006437	0.999960	+ 0.006181	— 0.041850	— 0.005906	0.999108
172	Krimberg	+ 9 10.42	0.998945	— 0.002000	+ 0.045890	+ 0.001917	0.999996	+ 0.001856	— 0.045894	— 0.001766	0.998945
177	Opřina	+51 9.22	0.998678	— 0.011154	+ 0.050173	+ 0.010645	0.999889	+ 0.010395	— 0.050284	— 0.009847	0.998687
182	Montauro.	+54 7.10	0.998266	— 0.011801	+ 0.057688	+ 0.011180	0.999877	+ 0.011083	— 0.057811	— 0.010419	0.998274
187	Pola	+46 48.10	0.997869	— 0.010206	+ 0.064422	+ 0.009603	0.999903	+ 0.009949	— 0.064519	— 0.009010	0.997874

Fällen wir $A_2 B$ senkrecht auf $O A_1$, so wird

$$\vartheta = B A_2 = \rho_{12} \sin \Delta = \rho_{12} \cdot \Delta \frac{\sin \Delta}{\Delta} = s_{12} \frac{\sin \Delta}{\Delta''} \quad \omega.$$

Die Reduktionsgröße $\frac{\sin \Delta}{\Delta''}$ findet man leicht mit Hilfe der in den meisten Logarithmentafeln angegebenen Größe S , welche die Bedeutung hat

$$\lg \sin a = \lg a'' + S.$$

Ziehen wir nun die Sehne $A_1 A_2$, so ist der Winkel, den $A_1 A_2$ mit dem Horizonte $A_1 H$ bei A_1 einschließt, gleich $\frac{\Delta}{2}$ und die Strecke

$C A_2 = -\vartheta \operatorname{tg} \frac{\Delta}{2}$, wenn wir $C A_2$ als Depression unter dem Horizonte von A_1 negativ rechnen. Ist nun das Azimut der Linie $A_1 C$ gleich a_{12} , so sind:

$$\begin{aligned} \xi_{12} &= \vartheta \cos a_{12} \\ \eta_{12} &= \vartheta \sin a_{12} \\ \zeta_{12} &= -\vartheta \operatorname{tg} \frac{\Delta}{2} \end{aligned}$$

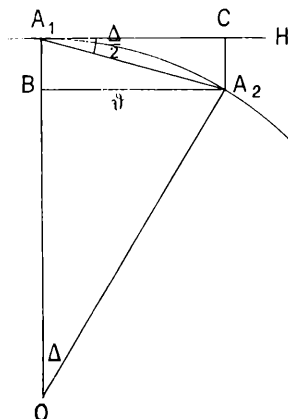


Fig. 1.

die rechtwinkligen Koordinaten von A_2 bezogen auf ein Koordinatensystem, dessen Anfangspunkt in A_1 liegt und dessen ξ -Achse nach Süden, dessen η -Achse nach Westen und dessen ζ -Achse nach aufwärts geht. Die gefundenen Werte sind neben denen von D und $\frac{\Delta}{2}$ in Tafel VII unter $\xi_{i, i+1}$, $\eta_{i, i+1}$, $\zeta_{i, i+1}$ eingetragen.

Wir denken uns in jedem Dreieckspunkt ein solches Koordinatensystem errichtet und können nun mit Hilfe der bekannten geographischen Koordinaten alle diese Koordinatensysteme in ihrer Lage zu einem Ausgangssystem festlegen.

Es seien $B_0 L_0$ die Koordinaten dieser Ausgangsstation, für welche wir Viehberg wählen. Dann haben die drei Achsen die folgenden Richtungen im Raume:

$$x \begin{cases} B_0 - 90 \\ L_0 \end{cases} \quad y \begin{cases} 0 \\ L_0 + 90 \end{cases} \quad z \begin{cases} B_0 \\ L_0 \end{cases},$$

wobei wir $L_0 = 0$ wählen dürfen.

Irgendein Punkt mit dem Index i gibt ein Koordinatensystem mit den folgenden Richtungen:

$$\xi \begin{cases} B_i - 90 \\ L_i \end{cases} \quad \eta_i \begin{cases} 0 \\ L_i + 90 \end{cases} \quad \zeta_i \begin{cases} B_i \\ L_i \end{cases}$$

Wir erhalten dann für die Kosinus der eingeschlossenen Winkel:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \cos(x\xi_i) = \cos B_0 \cos B_i + \sin B_0 \sin B_i \cos L_i \\ \alpha_2 &= \cos(x\eta_i) = -\sin B_0 \sin L_i \\ \alpha_3 &= \cos(x\zeta_i) = -\cos B_0 \sin B_i + \sin B_0 \cos B_i \cos L_i \\ \beta_1 &= \cos(y\xi_i) = \sin B_i \sin L_i \\ \beta_2 &= \cos(y\eta_i) = \cos L_i \\ \beta_3 &= \cos(y\zeta_i) = \cos B_i \sin L_i \\ \gamma_1 &= \cos(z\xi_i) = -\sin B_0 \cos B_i + \cos B_0 \sin B_i \cos L_i \\ \gamma_2 &= \cos(z\eta_i) = -\cos B_0 \sin L_i \\ \gamma_3 &= \cos(z\zeta_i) = \sin B_0 \sin B_i + \cos B_0 \cos B_i \cos L_i. \end{aligned}$$

Ihre Werte sind in Tafel VI eingetragen.

Tafel VII.

	ϑ	$\frac{\Delta}{2}$	$\xi_i, i+1$	$\eta_i, i+1$	$\zeta_i, i+1$	$x_i, i+1$	$y_i, i+1$	$z_i, i+1$
Viehberg—Kohout	23354 ^m 19	381 ^m 48				—23161 ^m 88	+ 2990 ^m 96	— 43 ^m 19
Kohout—Vetrnik	28033·65	452·52	—28033 ^m 53	— 80 ^m 04	— 61 ^m 50	—28033·08	— 96·05	— 164·20
Vetrnik—Kamejk	31620·92	511·63	—23628·38	+21013·86	— 78·43	—23638·60	+21000·71	— 278·92
Vetrnik—Svidnik	49626·62	801·14	—41462·80	—27269·73	— 192·75	—41444·93	—27292·83	— 513·39
Kamejk—Svidnik	51471·82	829·77	—18018·49	—48214·94	— 207·06	—17806·21	—48293·59	— 234·53
Kamejk—Roßberg	34438·19	555·90	—34213·06	+ 3931·31	— 92·81	—34226·27	+ 3781·48	— 509·36
Roßberg—Mezi vraty	31860·53	514·63	— 6939·83	—31095·53	— 74·49	— 6781·27	—31130·56	— 60·27
Kamejk—Mezi vraty	49293·86	798·76	—41130·64	—27169·03	— 190·89	—41007·70	—27348·91	— 569·95
Svidnik—Mezi vraty	31258·42	504·70	—23296·07	+20841·84	— 76·48	—23201·37	+20944·68	— 334·59
Roßberg—Studeny vrch	31551·87	513·85	—29448·30	+11327·78	— 78·60	—29498·14	+11177·15	— 632·09
Mezi vraty—Studeny vrch	48024·31	776·90	—22750·68	+42293·50	— 180·89	—22717·59	+42307·84	— 571·84
Studeny vrch—Pecny	52024·31	841·32	—12369·09	—50532·50	— 212·20	—12003·17	—50620·82	— 164·81
Mezi vraty—Pecny	35709·81	579·49	—34723·54	— 8334·67	— 100·33	—34721·11	— 8312·88	— 736·70
Studeny vrch—Dablitz	45851·08	740·86	—36879·20	—27244·19	— 164·69	—36672·93	—27510·23	— 795·63
Pecny—Dablitz	33809·48	546·90	—24728·13	+23056·47	— 89·64	—24669·51	+23110·78	— 631·43
Studeny vrch—Zban	50298·69	813·46	—44381·63	+23669·16	— 198·37	—44533·45	+23346·44	— 1310·85
Dablitz—Zban	51462·92	830·44	— 7762·27	+50873·95	— 207·20	— 7859·83	+50856·78	— 514·53
Pecny—Sadska	28254·57	455·02	—24840·86	—13462·98	— 62·33	—24861·30	—13408·34	— 675·10
Dablitz—Sadska	36519·60	592·92	—27088·57	—36518·61	— 104·98	— 191·64	—36519·23	— 45·05
Sadska—Bösigg	48232·12	782·55	—44708·85	+18095·76	— 182·99	—44602·93	+18307·26	— 1339·66
Dablitz—Bösigg	48375·11	782·03	—44854·76	—18116·33	— 183·41	—44794·79	—18212·49	— 1384·24
Zban—Donnersberg	41096·67	665·30	—39077·23	—12724·23	— 132·56	—38909·26	—13181·94	— 1123·39
Dablitz—Donnersberg	60078·74	971·88	—46716·06	+37776·50	— 283·08	—46769·35	+37675·96	— 1638·16
Bösigg—Donnersberg	55923·30	900·25	— 2053·70	+55885·58	— 244·08	— 1974·80	+55888·40	— 253·75
Bösigg—Jeschken	28558·33	460·93	—21578·66	—18706·68	— 63·82	—21586·75	—18679·06	— 829·88
Donnersberg—Hoher Schneeberg	29310·70	472·56	—26517·48	—12487·62	— 67·15	—26384·62	—12735·14	— 889·75
Bösigg—Hoher Schneeberg	51650·17	831·73	—28437·03	+43116·99	— 208·27	—28359·43	+43153·46	— 1143·59
Jeschken—Hoher Schneeberg	62202·39	1002·78	— 7079·00	+61798·26	— 302·41	— 6772·01	+61832·52	— 314·69
Viehberg—Kleinmünchen	40261·03	654·78				+33273·16	+22668·25	— 127·79
Kleinmünchen—Kremsmünster	26728·61	428·73	+22840·43	+13882·84	— 55·57	+22783·54	+13974·34	— 225·06
Viehberg—Jauerling	58303·21	940·18				+24302·53	—52996·74	— 265·75
Jauerling—Ötscher	54074·11	872·02	+53112·40	+10152·95	— 228·63	+53203·67	+ 9659·84	— 351·79
Ötscher—Voralpe	37214·12	601·17	+12706·54	+34977·63	— 108·44	+12966·46	+34882·26	— 31·34
Kremsmünster—Voralpe	56729·44	913·27	+34127·13	—45316·33	— 251·20	+34416·31	—45096·89	— 292·82
Voralpe—Liezzen	42410·39	685·29	+19648·52	+37584·30	— 140·89	+19697·08	+37557·29	— 374·88
Kremsmünster—Liezzen	54639·26	887·25	+54067·24	— 7885·65	— 235·06	+54113·04	— 7539·43	— 666·31
Liezzen—Sausalpe	85481·51	1383·89	+79420·26	—31615·28	— 573·58	+79559·34	—31216·83	— 1806·07
Voralpe—Sausalpe	99480·84	1614·42	+99269·83	+ 6476·10	— 778·74	+99257·82	+ 6340·08	— 2177·12
Sausalpe—St. Peter	35627·52	575·25	+25449·06	+24933·24	— 99·37	+25442·68	+24925·46	— 850·42
St. Peter—Golica	25487·13	409·19	+14729·80	+20799·69	— 50·57	+14637·88	+20855·30	— 620·52
Golica—Plegaš	36591·78	598·14	+36308·08	— 4547·63	— 106·12	+36313·56	— 4286·02	— 1386·88
Plegaš—Krimberg	38156·87	613·34	+26203·66	—27736·53	— 113·44	+26360·99	—27567·45	— 1046·15
Plegaš—Opčina	59651·82	966·82	+53574·43	+26231·95	— 279·59	+53339·72	+26573·18	— 2675·39
Krimberg—Opčina	60512·69	985·69	+27128·71	+54090·85	— 289·17	+26978·64	+54142·09	— 1629·40
Opčina—Montauro	48134·86	779·32	+47976·74	+ 3898·39	— 181·90	+47860·70	+ 4406·78	— 2632·51
Montauro—Pola	43806·99	711·68	+42786·42	— 9400·67	— 151·13	+42814·45	— 8922·83	— 2526·45

Indem wir nun die Koordinaten des Punktes $i+1$ bezogen auf den Punkt i mit den obigen Kosinuswerten entsprechend den Gleichungen:

$$\begin{aligned} x &= \alpha_1 \xi + \alpha_2 \eta + \alpha_3 \zeta \\ y &= \beta_1 \xi + \beta_2 \eta + \beta_3 \zeta \\ z &= \gamma_1 \xi + \gamma_2 \eta + \gamma_3 \zeta \end{aligned}$$

multiplizieren, erhalten wir die mit $x_{i,i+1}$, $y_{i,i+1}$, $z_{i,i+1}$ bezeichneten Unterschiede der Koordinaten der beiden Punkte im System des Ausgangspunktes (Taf. VII). Durch Aufsummieren erhalten wir endlich die Koordinaten x_i , y_i , z_i aller Punkte, bezogen auf das System des Ausgangspunktes (Taf. VIII). Wenn ein Punkt auf mehreren Wegen erreicht wird, so wurde

Tafel VIII.

Station	x_i	y_i	z_i	Mittel	z'_i	B—R	I	II
Viehberg	0 ^m 00	0 ^m 00	0 ^m 00					
Kohout	— 23161·88	+ 2990·96	— 43·19	— 43·19	— 42·80	—0·39	—0 ^m 07	—0·07
Vetrník	— 51194·96	+ 2894·91	— 207·39	— 207·39	— 206·36	—1·03	—0·35	—0·35
Kamejk	— 74833·56	+ 23895·62	— 486·31	— 486·31	— 484·20	—2·11	—0·65	—0·65
Svidník	{ — 92639·77 — 92639·83	{ — 24397·92 — 24397·97	{ — 720·84 — 720·78	{ — 720·81 — 720·81	{ — 720·15 — 720·15	{ —0·66 —0·66	{ +0·14 +0·14	{ +0·11 +0·11
Roßberg	—109059·89	+ 27677·10	— 995·67	— 995·67	— 993·47	—2·20	—0·09	—0·09
Mezi vraty	{ —115841·10 —115841·26 —115841·20	{ — 3453·46 — 3453·29 — 3453·27	{ — 1055·94 — 1056·26 — 1055·40	{ — 1055·87 — 1055·87	{ — 1054·16 — 1054·16	{ —1·71 —1·71	{ —0·11 —0·11	{ —0·10 —0·10
Studeny vrch . . .	{ —138557·97 —138558·78	{ + 38854·25 + 38854·50	{ — 1627·76 — 1627·71	{ — 1627·74 — 1627·74	{ — 1625·02 — 1625·02	{ —2·72 —2·72	{ +0·19 +0·19	{ +0·18 +0·18
Pecny	{ —150561·54 —150562·30	{ — 11766·44 — 11766·22	{ — 1792·55 — 1792·57	{ — 1792·56 — 1792·56	{ — 1790·11 — 1790·11	{ —2·45 —2·45	{ —0·33 —0·33	{ —0·32 —0·32
Dabltitz	{ —175231·30 —175231·43	{ + 11344·15 + 11344·45	{ — 2423·37 — 2423·97	{ — 2423·67 — 2423·67	{ — 2420·28 — 2420·28	{ —3·39 —3·39	{ —0·29 —0·29	{ —0·26 —0·26
Zban	{ —183091·82 —183091·19	{ + 62200·82 + 62201·08	{ — 2938·59 — 2938·20	{ — 2938·40 — 2938·40	{ — 2934·18 — 2934·18	{ —4·22 —4·22	{ +0·16 +0·16	{ +0·12 +0·12
Sadska	{ —175423·22 —175423·00	{ — 25174·67 — 25174·93	{ — 2467·66 — 2468·72	{ — 2468·19 — 2468·19	{ — 2465·09 — 2465·09	{ —3·10 —3·10	{ —0·69 —0·69	{ —0·70 —0·70
Bösig	{ —220026·04 —220026·15	{ — 6867·54 — 6868·19	{ — 3807·91 — 3807·85	{ — 3807·88 — 3807·88	{ — 3803·97 — 3803·97	{ —3·91 —3·91	{ —0·09 —0·09	{ —0·16 —0·16
Donnersberg . . .	{ —222000·77 —222000·71 —222000·90	{ + 49019·01 + 49020·26 + 49020·53	{ — 4061·79 — 4061·83 — 4061·63	{ — 4061·75 — 4061·75	{ — 4056·95 — 4056·95	{ —4·80 —4·80	{ +0·25 +0·25	{ +0·23 +0·23
Jeschken	—241612·85	— 25546·93	— 4637·76	— 4637·76	— 4633·87	—3·89	+0·12	+0·15
Hoher Schneeberg	{ —248385·41 —248385·53 —248384·86	{ + 36284·79 + 36285·59 + 36285·59	{ — 4951·47 — 4952·45 — 4951·50	{ — 4951·81 — 4951·81	{ — 4946·47 — 4946·47	{ —5·34 —5·34	{ +0·16 +0·16	{ +0·18 +0·18
Jauerling	+ 24302·53	— 52996·74	— 265·75	— 265·75	— 266·15	+0·40	—0·76	—0·90
Ötscher	+ 77506·20	— 43336·90	— 617·54	— 617·54	— 618·51	+0·97	—0·40	—0·44
Kleinmünchen . . .	+ 33273·16	+ 22668·25	— 127·79	— 127·79	— 127·10	—0·69	—0·53	—0·54
Kremsmünster . . .	+ 56056·70	+ 36642·59	— 352·85	— 352·85	— 351·72	—1·13	—0·84	—0·86
Voralpe	{ + 90472·66 + 90473·01	{ — 8454·64 — 8454·30	{ — 648·88 — 645·67	{ — 647·28 — 647·28	{ — 648·08 — 648·08	{ +0·80 +0·80	{ —0·02 —0·02	{ —0·02 —0·02
Liezen	{ +110169·74 +110169·91	{ + 29103·16 + 29102·82	{ — 1022·16 — 1019·16	{ — 1020·66 — 1020·66	{ — 1018·98 — 1018·98	{ —1·68 —1·68	{ —1·80 —1·80	{ —1·81 —1·81
Saualpe	{ +189729·17 +189730·65	{ — 2113·84 — 2114·39	{ — 2826·73 — 2824·40	{ — 2825·57 — 2825·57	{ — 2826·52 — 2826·52	{ +0·95 +0·95	{ +0·20 +0·20	{ +0·22 +0·22
St Peter	+ 215172·59	+ 22811·36	— 3675·99	— 3675·99	— 3675·99	0	—0·15	—0·13
Golica	+ 229810·47	+ 43666·66	— 4296·51	— 4296·51	— 4296·20	—0·31	+0·07	+0·06
Plegaš	+ 266124·03	+ 39380·64	— 5683·39	— 5683·39	— 5683·16	—0·23	+0·31	+0·32
Krimberg	+ 292485·02	+ 11813·19	— 6729·54	— 6729·54	— 6729·70	+0·16	+0·35	+0·41
Opčina	{ +319463·66 +319463·75	{ + 65955·28 + 65953·82	{ — 8358·94 — 8358·78	{ — 8358·86 — 8358·86	{ — 8357·24 — 8357·24	{ —1·62 —1·62	{ +0·07 +0·07	{ +0·02 +0·02
Montauro	+ 367324·41	+ 70361·33	— 10991·37	— 10991·37	— 10988·76	—2·61	—0·16	—0·20
Pola	+ 410138·86	+ 61438·50	— 13517·82	— 13517·82	— 13514·88	—2·96	+0·01	+0·02

das Mittel genommen. In Tafel VIII sind nur die Mittel der z angegeben, da diese allein interessieren. Sie werden bald sehr groß, denn sie wachsen mit ϑ^2 . Will man allzu große Werte vermeiden, so muß man einen neuen Nullpunkt einführen.

Im nördlichen Teil ist die Übereinstimmung solcher mehrfacher Werte zum Teil überraschend gut. Störungen, die Unterschiede bis zu 1 m bedingen, scheinen in der Gegend von Sadska und Jeschken vorzuliegen. Weniger befriedigend ist die Übereinstimmung im südlichen Teil, was wohl damit zusammenhängt, daß die astronomischen Stationen hier spärlicher sind, daß Seiten eingezogen werden mußten, deren Richtungen nicht direkt beobachtet sind und daß diese Seiten teilweise auch viel länger sind als im nördlichen Teil, jedenfalls aber auch damit, daß das Netz hier die Alpen überquert und hier also wohl die Grundvoraussetzung der obigen Entwicklungen nicht genügend erfüllt ist, nämlich die gleichmäßige Krümmung des Geoides zwischen zwei astronomischen Stationen.

Vergleich mit dem Referenzellipsoid.

Wir vergleichen nun die gefundenen Werte von z mit den entsprechenden Werten von z' eines Bessel'schen Referenzellipsoides, das im Ausgangspunkte das Geoid berührt. Im Koordinatensystem des Ausgangspunktes hat es die Gleichung

$$\vartheta^2(1-e^2+e^2\cos^2\alpha\cos^2B_0)+z'^2(1-e^2\cos^2B_0)-2\vartheta z'e^2\cos\alpha\sin B_0\cos B_0+2z'a\frac{1-e^2}{W_0}=0,^1$$

wo ϑ dasselbe bedeutet wie oben, aber bezogen auf das Ausgangssystem. α ist das Azimut von ϑ , e die Exzentrizität und $W_0 = \sqrt{1-e^2\sin^2B_0}$. Wir schreiben die Gleichung in der Form:

$$\vartheta^2.(1-e^2+e^2\cos^2\alpha\cos^2B_0)+\frac{2a(1-e^2)}{W_0}z'\left[1-\frac{\vartheta.e^2\cos\alpha\sin 2B_0W_0}{2a(1-e^2)}+\frac{z'(1-e^2\cos^2B_0)W_0}{2a(1-e^2)}\right]=0$$

und lassen zunächst die kleinen Glieder in der eckigen Klammer, welche z'^2 oder $\vartheta.z'$ enthalten, weg. Die Gleichung für z' erhalten wir dann in der numerischen Form:

$$z' = -7.84024.10^{-8} (1+0.00188447 \cos 2\alpha) \vartheta^2.$$

Diesen Wert von z' setzen wir in obige Klammer ein und erhalten dann einen verbesserten Wert von z' durch Division des ersten Wertes durch diesen Klammerausdruck oder wir korrigieren um die Größe

$$z' [5.2175.10^{-10}.\vartheta-7.8665.10^{-8} z'].$$

Die so gefundenen Werte, die also Punkten des Geoides und des Referenzellipsoides entsprechen, die im Sinne der z -Achse des Ausgangspunktes übereinanderliegen, stehen in der mit z'_i überschriebenen Spalte der Tafel VIII, während die folgende die Differenzen Beobachtung—Rechnung gibt, in dem Sinne, daß positive Werte eine Erhebung des Geoides über das Referenzellipsoid bedeuten. Will man die Unterschiede im Sinne der Lotlinie haben, so sind die Werte noch mit dem Kosinus des Neigungswinkels zwischen z_i und z'_i zu multiplizieren, d. i. mit γ_3 . Da dieser in unserem Fall 3° nicht übersteigt, so kann diese Korrektur unterbleiben.

Die Bestimmung des Geoides.

Da die Werte von $z-z'$ sowohl im nördlichen als auch im südlichen Teil des Netzes mit der Entfernung anwachsen und alle negativ sind, so deutet dies darauf hin, daß das Geoid stärker gekrümmt ist als das Referenzellipsoid. Eine Unsymmetrie, die darin besteht, daß die Differenzen im Süden trotz der größeren Entfernung vom Nullpunkt kleiner sind als im

¹ R. Helmert: Die mathematischen und physikalischen Theorien der höheren Geodäsie I, Seite 137. Bei Helmert geht die Z -Achse nach abwärts.

Norden, muß auf den Umstand zurückgeführt werden, daß die Lotstörung im Ausgangspunkt nicht = 0 gesetzt werden darf. Man wird also das Referenzellipsoid durch eine Veränderung der großen Achse um da und eine Veränderung der Abplattung, gegeben durch $d(e^2)$, verbessern. Ferner wird man im Ausgangspunkt eine Lotstörung ξ_0 in der Nord—Süd-Richtung und eine Lotstörung η_0 in der Ost—West-Richtung annehmen müssen. Wenn man versucht, durch einen Ausgleich nach der Methode der kleinsten Quadrate diese vier Unbekannten zu bestimmen, so findet man zunächst, daß sich die beiden Unbekannten da und $d(e^2)$ nicht trennen lassen. Die Koeffizienten sind beide von ϑ^2 abhängig und der Einfluß des Azimutes, der bei $d(e^2)$ eine Rolle spielt, ist sehr gering, da sich die Azimute namentlich für die weiter entfernten Punkte nahe an Null halten. Man wird also auf die gleichzeitige Bestimmung beider Unbekannten verzichten müssen. Es wurden daher zwei Ausgleichs vorgenommen, der erste mit da , ξ_0 und η_0 , der zweite mit $d(e^2)$, ξ_0 und η_0 . Die Gleichungssysteme haben die Form:

$$\text{I. } z_i - z'_i = z'_i \frac{da}{a} - x_i \xi_0 + y_i \eta_0. \quad \text{II. } z_i - z'_i = -\frac{\vartheta_i^2}{2a} \cos^2 \alpha_i \cos^2 B_0 d(e^2) - x_i \xi_0 + y_i \eta_0.$$

Die Resultate sind:

$$\begin{array}{lll} \text{I.} & da = -2823^m & \xi_0 = -2''13 \quad \eta_0 = -4''03. \\ \text{II.} & d(e^2) = +0.001034 & \xi_0 = -2.14 \quad \eta_0 = -4.15. \end{array}$$

Der zu $d(e^2)$ gehörige Wert der Abplattung ist 1 259.

Die Darstellung der beobachteten Werte ist in beiden Fällen so weitgehend gleich, daß eine Entscheidung nicht getroffen werden kann. Der Vergleich mit dem Resultate, das Schumann für die ganze Dreieckskette findet:

$$da = -695^m \quad d(e^2) = +0.0004202 \quad \text{oder} \quad a \quad 1 \quad 265 \quad \xi_0 = -2''34 \quad \eta_0 = +4''20,^1$$

zeigt einen kleineren Unterschied gegen das Bessel'sche Ellipsoid, aber sowohl in a wie in e^2 . Sie wirken aber im gleichen Sinne zusammen, so scheint das Schumann'sche Resultat eine mittlere Stellung zwischen unseren Lösungen I und II einzunehmen.

Die bleibenden Reste sind in der Tafel VIII unter I. und II. gegeben. Sie sind nun alle klein, nur in der Gegend der Station Liezen scheint eine größere Störung vorzuliegen, welche das Geoid etwa um 1.80 m unter das Referenzellipsoid herunterdrückt. Überhaupt scheint in den Gegenden der nördlichen Kalkalpen bis zur Donau das Geoid tiefer zu liegen als das Referenzellipsoid, in den südlichen Alpen dagegen höher. Im nördlichen Teil des Netzes überwiegen die negativen Zeichen, bei den nordböhmisches Randgebirgen aber setzen wieder positive Werte ein.

Über den Netzausgleich im allgemeinen.

Die rechnerischen Arbeiten eines Triangulierungswerkes beginnen mit dem Stationsausgleich, dessen Ergebnis das Beste darstellen soll, was aus den Horizontalwinkelbeobachtungen gewonnen werden kann. Daran schließt sich der Netzausgleich, durch welchen jene Verbesserungen bestimmt werden, welche an dem Resultate des Stationsausgleiches angebracht werden müssen, um die gesamten Bedingungen des Netzes streng zu erfüllen. Dabei werden natürlich die Resultate des Stationsausgleiches wieder geändert, so daß sie eigentlich nur als Näherungswerte für den Netzausgleich gelten. Man kommt so zu der bizarren Vorstellung, daß es eigentlich ganz überflüssig ist, die Horizontalwinkel so genau zu messen. Es genügen Näherungswerte; das übrige macht der Netzausgleich. So wörtlich ist das nun nicht zu nehmen. Der Sinn des Netzausgleiches nach der Methode der kleinsten Quadrate besteht darin, daß die geringsten Verbesserungen anzubringen sind, daß man also die Beobachtungen nur wenig ändern darf, weil sie doch schließlich das sind, was eigentlich die Grundlage bildet und

¹ Schumann zählt die Lotstörung η nach Osten positiv.

diese muß doch so gut als möglich sein. Wenn man aber bedenkt, daß die Verbesserungen mitunter weit größer ausfallen als die wahrscheinliche Ungenauigkeit der Stationswerte, so kommt man doch zu der Anschauung, daß der Netzausgleich sozusagen ein eigenes Leben führt.

Der Netzausgleich liefert ein in sich vollständig widerspruchsfreies Dreiecknetz, welches auf dem angenommenen Referenzellipsoid ausgebreitet ist. Die geodätische Übertragung liefert dann für jeden Dreieckspunkt geographische Koordinaten auf dem Referenzellipsoid und diese geben im Vergleich mit den astronomischen Beobachtungen die Lotabweichungen. Diese werden, abgesehen von unregelmäßigen Schwankungen von einem gewählten Ausgangspunkt an, ein stetiges Anwachsen zeigen. Man kann nun versuchen, durch Änderung der Dimensionen des Referenzellipsoides einen besseren Anschluß zu erzielen. Das neue Referenzellipsoid soll nun dieses Anwachsen der Lotabweichungen nicht mehr zeigen. Nehmen wir an, dies wäre gelungen, so hätte man eigentlich auf dem neuen Referenzellipsoid den ganzen Ausgleich und die ganze geodätische Übertragung zu wiederholen. Die Wiederholung des Ausgleiches erweist sich als gegenstandslos; es werden nämlich die sphärischen Exzesse auf den beiden Referenzellipsoiden so gleich ausfallen, daß die beiden Ausgleichs identisch werden. Die geodätische Übertragung aber fällt wegen der verschiedenen Krümmungen im zweiten Falle ganz anders aus. Das Resultat wäre nun wieder ein vollständig widerspruchsfreies Netz, bei welchem die von der geodätischen Übertragung gelieferten geographischen Koordinaten mit den astronomischen Beobachtungen übereinstimmen, aber offenbar auch die Winkel die alten aus dem Stationsausgleich folgenden Werte wieder angenommen hätten. Eine solche Wiederholung der geodätischen Übertragung ist aber, soviel mir bekannt ist, niemals gemacht worden.

Wenn wir nun von dem ersten Netz eine Karte machen, so fallen alle Netzpunkte auf geographische Positionen, welche von den astronomischen um den Betrag der Lotstörung abweichen. Da diese oft mehrere Bogensekunden ausmachen und jeder Bogensekunde auf der Erde 30 *m* entsprechen, so liegen die Punkte mit den richtigen astronomischen Koordinaten bis zu mehreren 100 *m* von den Netzpunkten entfernt. Dieser Umstand erscheint ziemlich schwerwiegend. Man denke sich z. B., daß die Karte eines Küstengebietes auf den Ergebnissen der Landstriangulierung beruhe, und daß es notwendig wäre, die Position einer Insel, die nicht ins Netz einbezogen ist, nach den astronomischen Koordinaten einzuzichnen. Sie kommt offenbar an einen ganz unrichtigen Punkt. Ebenso wird der Seemann, wenn er seinen Ort astronomisch bestimmt, in eine ganz unrichtige Beziehung zur Küste kommen und der Fehler kann nach dem obigen ein paar hundert Meter, also einen ganz merklichen Teil einer Seemeile ausmachen.

Das Resultat der zweiten geodätischen Übertragung ist von diesem Fehler frei. Und wenn der in Betracht kommende Teil des Geoides sich wirklich durch ein Rotationsellipsoid mit der Erdachse paralleler kleiner Achse mit guter Annäherung darstellen läßt, so wird das zweite Resultat mit dem unausgeglichenen völlig identisch sein. Liegen aber Störungen vor, die meist noch viel mehr ausgeben als das, was von der einfachen Krümmung herrührt, derart, daß es überhaupt kein gut anschließendes Rotationsellipsoid gibt, so bleiben nach der zweifachen Rechnung noch Lotstörungen übrig, aus denen die Form des Geoides berechnet werden kann. Aber auch in diesem Falle wäre wegen der großen Arbeitersparnis das unausgeglichene Netz von Anfang an vorzuziehen und man kommt zu der Ansicht, daß es am besten wäre, den Netzausgleich überhaupt zu unterlassen und wie in den obigen Ausführungen ohne Ausgleich zu rechnen. Es würde dies auch für rein geodätische Zwecke vollständig ausreichen. Die Winkelbedingungen sind dabei von vornherein erfüllt, weil für jedes Dreieck jene Krümmung angenommen wird, bei welcher die aus dem Stationsausgleich folgenden Winkel den dazugehörigen sphärischen Exzeß ergeben. In den Seitenlängen sind die Unterschiede gering. Es wird ausreichen, Doppeldeutigkeiten durch eine Mittelbildung zu beseitigen. Es wird nur darauf hinauskommen, für weitere Arbeiten eine gewisse Länge für jede Seite

als offiziell zu erklären. Besseres kann man überhaupt nicht erzielen. Man befindet sich dabei in keiner schlechteren Lage, als wenn in einem Netz zwei Basismessungen durchgeführt wurden, von denen aber eine nur zur Kontrolle dient oder wenn zwei Netzteile unter Zwangsbedingungen aneinander angeschlossen werden.

Die schönen Arbeiten von Schmehl¹ über die Geometrie auf einer beliebigen Fläche dürften endlich auch in dem Resultate gipfeln, daß die Netzausgleich überflüssig wird. Jedenfalls halte ich es für notwendig, daß die astronomischen Werte das unerschütterliche Gerüst für alle Triangulierungsarbeiten bleiben. Natürlich ist aber dazu notwendig, daß jeder Dreieckspunkt auch eine astronomische Station ist.

Zusammenfassung.

1. An demselben Material, welches der Publikation des Wiener militärgeographischen Institutes: R. Schumann, „Der Meridianbogen Großenhain—Kremsmünster—Pola“, zugrunde liegt, wird gezeigt, daß man die Form des Geoides auch ohne Netzausgleich bestimmen kann. Hierbei werden die aus dem Stationsausgleich folgenden Winkel unmittelbar verwendet und die daraus sich ergebenden sphärischen Exzesse den Krümmungsverhältnissen der betreffenden kleinen sphärischen Dreiecke zugeschrieben. Für diese werden die Seitenlängen berechnet.

2. Da im südlichen Teil der Meridiankette die astronomischen Stationen weit auseinanderliegen, müssen, um je zwei astronomische Stationen durch eine Seite von bekannter Länge zu verbinden, neue Seiten eingezogen werden.

3. Für die Bestimmung der sphärischen Abstände der astronomischen Punkte werden die geographischen Längenunterschiede gebraucht, die sich aus den Azimutmessungen berechnen lassen. Es folgt aber, daß für die Anwendung der hier geschilderten Methode direkte Längenbestimmungen von Vorteil wären. Der halbe sphärische Abstand ist der Depressionswinkel der Sehne.

4. Aus den linearen Entfernungen, den Azimuten und den sphärischen Abständen ergeben sich die linearen Koordinaten jedes Punktes, bezogen auf das Koordinatensystem des Vorangehenden.

5. Durch Aufsummieren bei Berücksichtigung der gegenseitigen Lage der Koordinatensysteme erhält man die linearen Koordinaten sämtlicher astronomischer Stationen, bezogen auf ein beliebig gewähltes Ausgangssystem und damit eine absolute Bestimmung des Geoides.

6. Durch Vergleich mit den Koordinaten eines Besselellipsoides, welches im Ausgangspunkte berührt, erhält man die Situation des Geoides gegen dieses Referenzellipsoid.

7. Aus den Unterschieden läßt sich ein neues Referenzellipsoid bestimmen, welches sich den Beobachtungen besser anschließt. Es läßt sich nur entweder eine Verbesserung der großen Achse oder eine Verbesserung der Abplattung bestimmen. Ferner muß man auch eine Lotstörung im Ausgangspunkte einführen. In unserem Falle ergeben sich für diese beiden Fälle die Werte:

$$\begin{array}{lll} \text{I. } da = -2823^m & \xi_0 = -2''13 & \gamma_0 = -4''03. \\ \text{II. } d(e^2) = +0.001034 & \xi_0 = -2''14 & \gamma_0 = -4.15. \end{array}$$

Zu $d(e^2)$ gehört die Abplattung 1 259.

¹ H. Schmehl: „Untersuchungen über ein allgemeines Erdellipsoid“; Veröffentlichung des preuß. geodätischen Institutes, Neue Folge, Nr. 98.

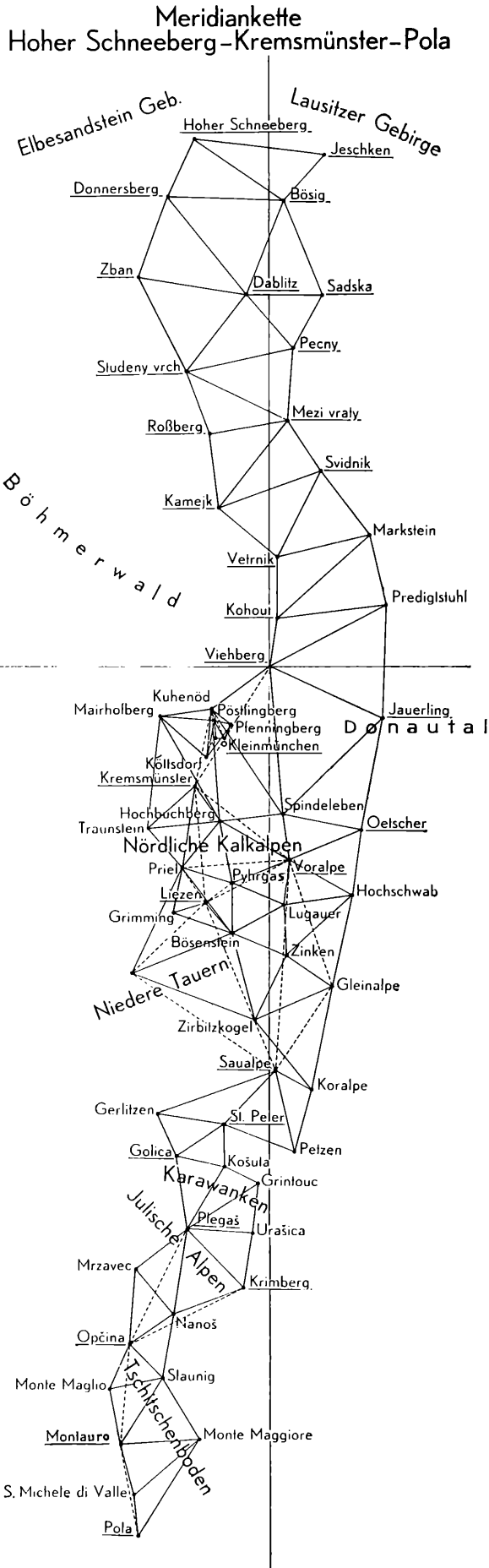
„Ausgezeichnete konjugierte Kurvennetze auf dem Geoid“; Z. f. Verm., 1929.

„Berechnung des Azimutes auf dem Erdellipsoid“; Z. f. Verm., 1930.

„Bestimmung der Hauptkrümmungsradien auf dem Geoid“; Verhandl. der baltischen geodätischen Kommission, 1929.

Die Reste, welche nach unregelmäßigen Verbiegungen des Geoides entsprechen, erreichen nur noch an einer Stelle den Betrag von 1.80^m .

8. Es wird hervorgehoben, daß eine wirkliche Verbesserung durch Netzausgleich nur erhalten wird, wenn man die geodätische Übertragung für das neue Referenzellipsoid wiederholt. Da dieses nun eine sehr kostspielige und zeitraubende Angelegenheit ist, da überdies im Falle größerer Abweichungen des Geoides von einem Rotationsellipsoid auch so kein befriedigendes Ergebnis zu erhalten ist und da endlich die zweite Rechnung ein Resultat zeigen dürfte, das den unausgeglichenen Werten sehr nahekommt, so scheint es am besten, den Netzausgleich überhaupt zu unterlassen und alles auf die astronomischen Werte der geographischen Koordinaten zu gründen, zu welchem Zwecke in jedem Triangulierungspunkte sowohl geographische Breite als Länge beobachtet werden muß.



ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Denkschriften der Akademie der Wissenschaften.Math.Natw.Kl.](#)
[Frueher: Denkschr.der Kaiserlichen Akad. der Wissenschaften. Fortgesetzt:](#)
[Denkschr.oest.Akad.Wiss.Mathem.Naturw.Klasse.](#)

Jahr/Year: 1941

Band/Volume: [104](#)

Autor(en)/Author(s): Prey Adalbert

Artikel/Article: [Versuch eines Astronomischen Nivellements ohne Netzausgleich.](#)
[\(Mit 1 Textfigur und 1 Bildtafel\). 207-234](#)