VERSUCH EINES ASTRONOMISCHEN NIVELLEMENTS OHNE NETZAUSGLEICH

VON

DR. ADALBERT PREY

ORDENTL. MITGLIED D. AKAD. D. WISS.

(MIT 1 TEXTFIGUR UND 1 BILDTAFEL)

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 27. JUNI 1940

Ein astronomisches Nivellement besteht bekanntlich darin, daß man die aus dem Netzausgleich und der darauffolgenden geodätischen Übertragung bestimmten geographischen Koordinaten der Netzpunkte mit den astronomisch gemessenen Größen vergleicht. Der Unterschied liefert die Lotabweichungen und es wird nun möglich, ein Referenzellipsoid zu bestimmen, für welches wenigstens der systematische Teil der Lotabweichungen verschwindet. Man erhält so die Krümmungsverhältnisse des betreffenden Ländergebietes. Die folgenden Ausführungen sollen nun zeigen, daß man die Krümmungsverhältnisse auch vor dem Netzausgleich bestimmen und so gleich von Anfang an ein besser passendes Referenzellipsoid zugrunde legen kann. Die Möglichkeit dies durchzuführen folgt aus folgender Überlegung: Die Längen zwischen zwei Dreieckspunkten sind weitgehend von der Krümmung der Fläche, auf welcher sie liegen, unabhängig. Um dies einzusehen, denken wir uns auf der Erdkugel ein Dreieck von Dimensionen, wie sie für eine Triangulierung erster Ordnung gewöhnlich sind, also ein Dreieck, das gegen die ganze Erdoberfläche klein ist. In diesem Dreieck sei eine Seite s bekannt, alle drei Winkel A, B, C gemessen. Der sphärische Exzeß $\varepsilon = A+B+C-180$ wird nach dem Satz von Legendre zu gleichen Teilen auf die Winkel aufgeteilt, und dann kann man das Dreieck wie ein ebenes behandeln, mit der Seite s und den Winkeln $A-\frac{\varepsilon}{3}$ $B-\frac{\varepsilon}{3}$ und $C-\frac{\varepsilon}{3}$. Wir denken uns nun dasselbe Dreieck auf eine Kugel übertragen, deren Halbmesser nur die Hälfte dessen der Erde sei. Dazu legen wir zunächst die bekannte Seite auf die zweite Kugel, wobei sie stärker gekrümmt werden muß, aber ihre Länge beibehält; dann breiten wir das Dreieck auf dieser Kugel aus, was natürlich ohne Dehnungen und Pressungen nicht möglich ist; dabei verändern sich auch die Winkel. Da nun die Änderung des Flächeninhaltes unwesentlich ist, die Kugeloberfläche aber nur halb so groß ist wie die der Erde, so hat das Dreieck nun den doppelten sphärischen Exzeß. Dieser ist also um ε gewachsen und man würde nun die Winkel $A+\frac{\varepsilon}{3}$, $B+\frac{\varepsilon}{3}$ und $C+\frac{\varepsilon}{3}$ beobachten. Da aber nun der sphärische Exzeß $2\,\varepsilon$ ist, so beträgt die Reduktion auf das ebene Dreieck nunmehr $\frac{2\,\varepsilon}{3}$ für jeden Winkel und wir erhalten wieder: $A-\frac{\varepsilon}{3}$, $B-\frac{\varepsilon}{3}$ und $C-\frac{\varepsilon}{3}$

somit das gleiche ebene Dreieck wie oben. Man erhält also trotz der Verschiedenheit der Krümmung in beiden Fällen die gleichen Seitenlängen. Größere Unterschiede können erst auftreten, wenn der Legendre'sche Satz nicht mehr ausreicht. Die Winkel zwischen den Lotlinien der Dreieckspunkte sind aber im zweiten Falle etwa doppelt so groß wie im ersten. Während also die linearen Entfernungen von der Krümmung stark unabhängig sind, spricht sich diese in den sphärischen Distanzen sehr deutlich aus. Aus dem Vergleich der linearen Distanzen mit den sphärischen ergeben sich die Krümmungsradien.

Das Material, an dem die Verwendbarkeit der Methode gezeigt werden soll, ist dasselbe wie das, welches Schumann seiner Publikation: „Der Meridianbogen Großenhain—Kremsmünster—Pola" zugrunde gelegt hat,[1] und welche in den Bänden XIII und XXIII der Veröffentlichungen des militärgeographischen Institutes in Wien[2] publiziert ist; nur die sächsischen Stationen sind weggeblieben.

Die Dreieckseiten.

Wir entnehmen den zwei genannten Bänden die aus der Stationsausgleichung folgenden Werte der Dreieckwinkel und betrachten den Überschuß der Summe der drei Dreieckswinkel über 180 direkt als sphärischen Exzeß, den wir im Sinne des Legendre'schen Satzes zu gleichen Teilen auf die drei Winkel verteilen. In einigen Fällen erscheint der sphärische Exzeß negativ. Obwohl es möglich ist, daß dies von komplizierten Krümmungsverhältnissen herrührt, so sind doch wahrscheinlich Beobachtungsfehler dafür verantwortlich zu machen. Aber auch in diesem Falle bleibt nichts anderes übrig als eine gleiche Verteilung auf die drei Winkel. Die Bestimmung der Seiten erfolgt dann nach dem Sinussatz für das ebene Dreieck. Als Ausgangswert für die Berechnung dient die Basis von Kleinmünchen. Die Resultate finden wir in der folgenden Zusammenstellung (Taf. I). Die ersten drei Spalten geben die laufende Nummer des Dreieckes, die Nummer der Station im österreichischen Netz und den Band und die Seite, wo die Werte der Winkel zu finden sind, dazu in Klammern die Nummer des Dreieckes, dem die bekannte Seite entnommen ist. Es folgt dann der Name der Station, die Dreieckswinkel und die Logarithmen der Seiten. Die Stationen folgen sich dabei immer im Sinne des Uhrzeigers aufeinander, beginnend mit der Station, die der bekannten Seite gegenüberliegt. Die letzte Spalte gibt den Unterschied gegenüber den ausgeglichenen Werten in Einheiten der 7. Stelle des Logarithmus, den man in den genannten zwei Bänden unter der Stationsnummer leicht findet.

Es zeigt sich, daß diese Unterschiede nur in wenigen Fällen einige Einheiten der 6. Stelle übersteigen; jedenfalls aber ist es bemerkenswert, daß die großen Werte, die über einer Einheit der 5. Stelle liegen, meistens in Gruppen vorkommen, was darauf hindeutet, daß das Geoid an dieser Stelle stark deformiert ist.

Im nördlichen Teile des Netzes sind die astronomischen Stationen sehr dicht. Alle in Betracht kommenden Dreieckspunkte sind astronomische Stationen. Im südlichen Teile aber steht die Sache nicht so günstig. Hier sind große Lücken besonders zwischen den Stationen Voralpe und Saualpe, und zwei von den astronomischen Stationen (Kremsmünster und Liezen) liegen außerhalb des Netzes erster Ordnung. Um nun auch hier zwischen je zwei astronomischen Stationen eine Seite von bekannter Länge zu erhalten, mußten neue Seiten eingezogen werden.[3] Da für diese die anschließenden Winkel nicht beobachtet sind,

---

[1] Astronomische geodätische Arbeiten Österreichs für die internationale Erdmessung, N. F., Bd. I, als Fortsetzung der Veröffentlichungen der astronomischen geodätischen Arbeiten des militärgeographischen Institutes und der astronomischen Arbeiten des österreichischen Gradmessungsbüros Wien, 1922.

[2] Die astronomischen geodätischen Arbeiten des k. u. k. militärgeographischen Institutes 1899 und 1915.

[3] Die beigefügte Skizze gibt einen Überblick über das Dreiecksnetz. Die punktierten Linien sind die neuberechneten Seiten. Die astronomischen Stationen sind unterstrichen.

Tafel I.

Dreiecks-Nr.	Station Nr.	Band und Seite	Station	Horizontalwinkel	log *s*	Δ log *s*
1	64	XIII 161	Pöstlingberg	21°37'39"23	3·500 1644	
	62		Kleinmünchen Ö B E[1] ...	82 46 17·28	3·930 1745	— 48
	61		„ W B E[2]..	75 36 4·53	3·919 7793	— 47
				180 0 1·04		
	65	XIII 161	Pfennigberg	73 51 14·42	3·919 7793	— 47
	62	(1)	Kleinmünchen[3]	61 0 14·32	3·879 0924	— 46
	64		Pöstlingberg	45 8 31·60	3·787 8159	— 37
				180 0 0·34		
3	66	XIII 160	Köttsdorf .	26 35 50·93	3·879 0924	— 46
	64	(2)	Pöstlingberg	89 17 17·57	4·228 0523	— 15
	65		Pfennigberg ..	64 6 51·28	4·182 1674	— 12
				179 59 59·78		
4	67	XIII 160	Kuhenöd	49 33 18·88	4·228 0523	— 15
	65	(3)	Pfennigberg	99 36 30·34	4·340 5129	— 10
	66		Köttsdorf	30 50 9·38	4·056 4134	— 14
				179 59 58·60		
	68	XIII 47	Mairhofberg	47 35 46·24	4·340 5129	— 10
	67	160	Kuhenöd	78 4 31·78	4·462 7413	+ 8
	66	(4)	Köttsdorf	54 19 43·23	4·381 9720	— 16
				180 0 1·25		
6	69	XIII 48	Hochbuchberg	25 0 25·22	4·381 9720	— 16
	68	(5)	Mairhofberg ..	66 9 45·55	4·717 1902	+ 16
	67		Kuhenöd ...	88 49 52·06	4·755 8237	+ 10
				180 0 2·83		
7	74	XIII 48	Spindeleben	59 24 42·79	4·717 1902	+ 16
	69	(6)	Hochbuchberg ..	90 57 30·35	4·782 2053	+ 17
	67		Kuhenöd ...	29 37 33·64	4·476 2810	+ 20
				180 0 6·78		
8	60	XIII 48	Viehberg	58 59 28·43	4·782 2053	+ 17
	74	(7)	Spindeleben ..	28 18 56·85	4·525 2579	— 13
	67		Kuhenöd	92 41 38·34	4·848 7011	+ 11
				180 0 3·62		
9	84	XIII 48	Jauerling	68 42 34·67	4·848 7011	+ 11
	74	(8)	Spindeleben	50 19 25·04	4·765 6986	+ 15
	60		Viehberg	60 58 8·53	4·821 0888	+ 10
				180 0 8·24		
10	85	XIII 47	Predigtstuhl	60 23 41·26	4·765 6986	+ 15
	84	(9)	Jauerling	67 30 11·91	4·792 0806	+ 20
	60		Viehberg .	52 6 15·11	4·723 6008	+ 41
				180 0 8·28		
11	58	XIII 47	Kohout	87 58 53·83	4·792 0806	+ 20
	85	(10)	Predigtstuhl ...	22 7 50·88	4·368 3659	+ 33
	60		Viehberg .	69 53 18·49	4·765 0266	+ 13
				180 0 3·20		
12	55	XIII 29	Markstein	75 41 20·29	4·765 0266	+ 13
	85	47	Predigtstuhl	70 41 37·03	4·753 5804	+ 12
	58	(11)	Kohout	33 37 6·35	4·521 9604	+ 38
				180 0 3·67		

[1] Östlicher Basisendpunkt der Basis von Kleinmünchen.
[2] Westlicher „ „ „ „ „
[3] Unter Station „Kleinmünchen" ist im folgenden immer der östliche Basisendpunkt verstanden.

Dreiecks-Nr.	Station Nr.	Band und Seite	Station	Horizontalwinkel	log s	Δ log s
13	56	XIII 28	Vetrnik	100° 1' 5"23	4·753 5804	+ 12
	55	(12)	Markstein	29 8 11·61	4·447 6810	+ 5
	58		Kohout	50 50 47·21	4·649 8079	+ 19
				180 0 4·05		
14	51	XIII 28	Svidnik	59 38 19·49	4·649 8079	+ 19
	55	(13)	Markstein	73 32 58·71	4·695 7191	+ 5
	56		Vetrnik	46 48 47·52	4·576 6721	+ 12
				180 0 5·72		
15	48	XIII 28	Kamejk	68 37 30·01	4·695 7191	+ 5
	51	(14)	Svidnik	36 23 41·61	4·499 9763	+ 14
	56		Vetrnik	74 58 50·93	4·711 5742	+ 7
				180 0 2·55		
16	50	XIII 28	Mezi vraty	75 46 7·63	4·711 5742	+ 7
	51	(15)	Svidnik	68 10 15·30	4·692 7973	— 7
	48		Kamejk	36 3 42·35	4·494 9689	+ 17
				180 0 5·28		
17	49	XIII 28	Roßberg	95 59 8·19	4·692 7973	— 7
	50	(16)	Mezi vraty	44 0 46·02	4·537 0424	— 9
	48		Kamejk	40 0 6·66	4·503 2549	— 2
				180 0 0·87		
18	31	XIII 9	Studeny vrch	41 0 40·94	4·503 2549	— 2
	50	(17)	Mezi vraty	40 31 49·45	4·499 0269	— 14
	49		Roßberg	98 27 32·76	4·681 4652	— 4
				180 0 3·15		
19	22	XIII 9	Pecny	63 11 53·27	4·681 4652	— 4
	50	(18)	Mezi vraty	75 13 13·70	4·716 2111	— 5
	31		Studeny vrch	41 34 56·38	4·552 7899	— 18
				180 0 3·35		
20	23	XIII 9	Dablitz	79 59 29·41	4·716 2111	— 5
	22	(19)	Pecny	60 13 7·46	4·661 3534	0
	31		Studeny vrch	39 47 27·76	4·529 0406	+ 4
				180 0 4·63		
21	21	XIII 9	Sadska	61 22 0·39	4·529 0406	+ 4
	22	(20)	Pecny	71 27 9·88	4·562 5285	+ 5
	23		Dablitz	47 10 49·26	4·451 0904	+ 37
				179 59 59·53		
22	20	XIII 9	Bösig	44 25 20·14	4·562 5285	+ 5
	21	(21)	Sadska	67 59 49·78	4·684 6262	0
	23		Dablitz	67 34 54·47	4·683 3406	— 9
				180 0 4·39		
23	27	XIII 9	Donnersberg	49 7 58·75	4·684 6262	0
	20	(22)	Bösig	69 54 56·19	4·778 7275	+ 3
	23		Dablitz	60 57 13·11	4·747 5983	+ 9
				180 0 8·05		
24	26	XIII 9	Hoher Schneeberg	82 25 11·64	4·747 5983	+ 9
	20	(23)	Bösig	31 18 5·62	4·467 0278	+ 9
	27		Donnersberg	66 16 45·90	4·713 0764	+ 5
				180 0 3·16		
25	24	XIII 9	Jeschken	55 24 30·73	4·713 0764	+ 5
	20	(24)	Bösig	97 30 57·90	4·793 8138	+ 1
	26		Hoher Schneeberg	27 4 33·82	4·455 7342	— 17
				180 0 2·45		

Dreiecks-Nr.	Station Nr.	Band und Seite	Station	Horizontalwinkel	log *s*	Δ log *s*
26	30	XIII 10	Zban	53°32'46"54	4·661 3534	0
	23	(20)	Dablitz	61 55 41·80	4·701 5613	+ 17
	31		Studeny vrch	64 31 34·51	4·711 4991	0
				180 0 2·85		
27	27	XIII 10	Donnersberg	57 32 42·64	4·711 4991	0
	23	(26)	Dablitz	42 21 51·95	4·613 8096	— 14
	30		Zban	80 5 30·54	4·778 7273	0
				180 0 5·13		
28	83	XIII 48	Ötscher	89 38 21·16	4·821 0888	+ 10
	74	(9)	Spindeleben	54 43 31·76	4·732 9946	+ 24
	84		Jauerling	35 38 12·92	4·586 4971	+ 2
				180 0 5·84		
29	73	XIII 49	Voralpe	78 13 18·97	4·586 4971	+ 2
	74	(28)	Spindeleben	70 44 3·96	4·570 7103	— 4
	83		Ötscher	31 2 37·10	4·308 1279	+ 45
				180 0 0·03		
30	82	XIII 49	Hochschwab	74 10 54·35	4·570 7103	— 4
	73	(29)	Voralpe	45 14 6·23	4·438 7337	— 22
	83		Ötscher	60 35 2·97	4·527 5323	— 10
				180 0 3·55		
31	79	XIII 49	Lugauer	75 4 29·60	4·527 5323	— 10
	73	(30)	Voralpe	67 14 23·44	4·507 2299	— 12
	82		Hochschwab	37 41 8·15	4·328 7103	— 35
				180 0 1·19		
32	80	XIII 50	Zinken	46 25 39·51	4·507 2299	— 12
	79	(31)	Lugauer	100 49 27·89	4·639 3930	+ 1
	82		Hochschwab	32 44 53·91	4·380 3451	+ 50
				180 0 1·31		
33	81	XIII 50	Gleinalpe	71 19 32·87	4·639 3930	+ 1
	80	109	Zinken	73 9 25·64	4·643 8391	— 6
	82	(32)	Hochschwab	35 31 4·96	4·427 0236	— 42
				180 0 3·47		
34	158	XIII 109	Zirbitzkogel	40 44 29·62	4·427 0236	— 42
	80	(33)	Zinken	85 4 6·91	4·610 7334	— 75
	81		Gleinalpe	54 11 22·94	4·521 3430	— 96
				179 59 59·47		
35	159	XIII 109	Koralpe	51 42 10·44	4·610 7334	— 75
	158	(34)	Zirbitzkogel	71 26 39·62	4·692 7865	— 81
	81		Gleinalpe	56 51 13·42	4·638 8399	— 40
				180 0 3·48		
36	160	XIII 109	Saualpe	122 0 12·41	4·638 8399	— 40
	158	(35)	Zirbitzkogel	29 53 16·15	4·407 9272	+ 13
	159		Koralpe	28 6 32·90	4·383 5937	— 91
				180 0 1·46		
37	165	XIII 109	Petzen	40 8 46·19	4·407 9272	+ 13
	160	(36)	Saualpe	61 57 39·45	4·544 3213	+ 67
	159		Koralpe	77 53 36·48	4·588 7763	+ 67
				180 0 2·12		
38	162	XIII 109	St. Peter	66 44 41·30	4·588 7763	+ 67
	160	(37)	Saualpe	55 43 5·49	4·542 7016	+ 61
	165		Petzen	57 32 16·36	4·551 7879	+ 98
				180 0 3·15		

Dreiecks-Nr.	Station Nr.	Band und Seite	Station	Horizontalwinkel	log *s*	Δ log *s*
39	161	XIII 110	Gerlitzen	31°31'36"83	4·551 7879	+ 98
	160	(38)	Saualpe ..	28 25 36·58	4·511 0093	+ 153
	162		St. Peter ...	120 2 51·84	4·770 7000	+ 126
				180 0 5·25		
40	163	XIII 110	Golica .	79 53 17·48	4·511 0093	+ 153
	161	(39)	Gerlitzen	50 40 41·21	4·406 3221	+ 143
	162		St. Peter .	49 26 4·70	4·398 4284	+ 159
				180 0 3·39		
41	164	XIII 110	Košuta	70 51 13·09	4·406 3221	+ 143
	163	146	Golica	50 33 5·70	4·318 7641	+ 125
	162	(40)	St. Peter ..	58 35 39·96	4·362 2395	+ 131
				179 59 58·75		
42	169	XIII 146	Plegaš .	37 23 33·95	4·362 2395	+ 131
	163	(41)	Golica	67 48 37·97	4·545 4387	+ 102
	164		Košuta ...	74 47 51·48	4·563 3860	+ 106
				180 0 3·40		
43	167	XIII 146	Grintouc	64 25 20·55	4·545 4387	+ 102
	169	(42)	Plegaš	26 14 37·50	4·235 8389	+ 48
	164		Košuta	89 20 3·72	4·590 2027	+ 90
				180 0 1·77		
44	168	XIII 146	Urašica	88 55 56·69	4·590 2027	+ 90
	169	(43)	Plegaš .	38 29 0·35	4·384 2694	+ 104
	167		Grintouc .	52 35 3·48	4·490 2341	+ 76
				180 0 0·52		
45	172	XIII 146	Krimberg .	54 3 28·75	4·490 2341	+ 76
	169	(44)	Plegaš.... .	38 20 55·65	4·374 6614	+ 47
	168		Urašica .	87 35 37·65	4·581 5753	+ 64
				180 0 2·05		
46	176	XIII 146	Nanoš .	58 36 24·29	4·581 5753	+ 64
	169	(45)	Plegaš .	53 34 19·92	4·555 8975	+ 81
	172		Krimberg .	67 49 20·76	4·616 9351	+ 57
				180 0 4·97		
47	171	XIII 146	Mrzavec .	88 11 48·05	4·616 9351	+ 57
	169	(46)	Plegaš .	42 5 41·80	4·443 4598	+ 46
	176		Nanoš .	49 42 31·84	4·499 5419	+ 53
				180 0 1·69		
48	177	XIII 147	Opčina.. ...	55 24 3·57	4·443 4598	+ 46
	171	(47)	Mrzavec. .	46 54 3·79	4·391 4094	+ 9
	176		Nanoš .	77 41 53·99	4·517 8953	+ 35
				180 0 1·35		
49	181	XIII 130	Slaunig .	54 17 52·48	4·391 4094	+ 9
	177	147	Opčina.. .	77 21 13·37	4·471 1544	— 1
	176	(48)	Nanoš .	48 20 55·76	4·355 2595	— 19
				180 0 1·61		
50	180	XIII 130	Monte Maglio ...	54 54 31·52	4·355 2595	— 19
	177	(49)	Opčina .. .	71 4 45·55	4·418 2570	— 29
	181		Slaunig .	54 0 44·08	4·350 4052	— 24
				180 0 1·15		
51	182	XIII 130	Montauro .	44 45 23·26	4·418 2570	— 29
	180	(50)	Monte Maglio ...	84 18 29·04	4·568 4788	— 32
	181		Slaunig .	50 56 7·01	4·460 7306	— 36
				179 59 59·31		

Dreiecks-Nr.	Station Nr.	Band und Seite	Station	Horizontalwinkel	log *s*	Δ log *s*
52	183	XIII 130	Monte Maggiore	63° 9'37"09	4·568 4788	— 32
	182	(51)	Montauro	52 18 35·61	4·516 3370	— 34
	181		Slaunig	64 31 52·81	4·573 5825	— 25
				180 0 5·51		
53	186	XIII 129	S Michele di Valle	62 56 28·61	4·573 5825	— 25
	182	(52)	Montauro	81 48 41·58	4·619 4793	— 28
	183		Monte Maggiore.	35 14 54·17	4·385 1936	— 38
				180 0 4·36		
54	187	XIII (131)	Pola	40 55 55·34	4·619 4793	— 28
	186	(53)	S Michele di Valle	121 8 42·88	4·735 5353	— 46
	183		Monte Maggiore	17 55 24·47	4·291 3188	— 91
				180 0 2·69		
	70	XIII 49	Traunstein	74 44 26·61	4·755 8237	+ 10
	68	(6)	Mairhofberg	35 37 50·00	4·536 7442	— 9
	69		Hochbuchberg	69 37 49·94	4·743 3671	+ 3
				180 0 6·55		
56	711	XXIII 186	Kremsmünster	85 47 47·34	4·536 7442	
	69	(55)	Hochbuchberg	59 32 31·88	4·473 4219	— 9
	70		Traunstein	34 39 43·14	4·292 8209	— 13
				180 0 2·36		
57	71	XIII 49	Priel..	81 47 6·10	4·536 7442	— 9
	70	107	Traunstein	54 16 23·01	4·450 6760	— 16
	69	(56)	Hochbuchberg	43 56 34·30	4·382 5437	— 14
				180 0 3·41		
58	72	XIII 49	Pyhrgas	59 25 9·74	4·450 6760	— 16
	71	107	Priel.	67 51 21·27	4·482 4395	— 23
	69	(57)	Hochbuchberg	52 43 30·99	4·416 4876	— 32
				180 0 2·00		
59	75	XIII 50	Bösenstein	38 49 43·19	4·416 4876	— 32
	71	107	Priel.	34 0 46·26	4·366 9301	— 68
	72	(58)	Pyhrgas	107 9 33·40	4·599 4530	— 57
				180 0 2·85		
60	76	XXIII 201	Grimming	97 15 38·80	4·599 4530	— 57
	71	(59)	Priel.	49 16 26·80	4·482 5269	— 29
	75		Bösenstein	33 27 54·47	4·344 4394	— 112
				180 0 0·07		
61	78	XXIII 200	Liezen	114 14 16·02	4·482 5269	— 29
	75	(60)	Bösenstein	31 25 14·80	4·239 7105	+ 3
	76		Grimming	34 20 27·07	4·273 9741	— 64
				179 59 57·89		
62	71	XXIII 186	Priel..	30 11 23·53	4·292 8209	— 13
	711	(56)	Kremsmünster	46 19 33·41	4·450 6758	— 18
	69		Hochbuchberg	103 29 6·18	4·579 2306	— 16
				180 0 3·12		
63	72	XIII 49	Pyhrgas	46 7 16·31	4·328 7103	— 35
	73	(31)	Voralpe	65 36 39·45	4·430 2974	— 53
	79		Lugauer	68 16 7·90	4·438 8760	— 59
				180 0 3·66		
64	73	XIII 49	Voralpe	52 14 56·31	4·482 4395	— 23
	72	(58)	Pyhrgas	82 5 22·02	4·580 2870	— 23
	69		Hochbuchberg	45 39 41·66	4·438 8817	— 2
				179 59 59·99		

Dreiecks-Nr.	Station Nr.	Band und Seite	Station	Horizontalwinkel	log s	Δ log s
65	156	XIII 107	Hochgolling .	43°20'24"72	4·599 4530	— 57
	71	(59)	Priel. .	64 48 3·90	4·719 4912	— 93
	75		Bösenstein .	71 51 33·88	4·740 7807	— 91
				180 0 2·50		
66	158	XIII 108	Zirbitzkogel .	53 11 39·72	4·719 4912	— 93
	156	(65)	Hochgolling .	42 13 59·67	4·643 5012	— 128
	75		Bösenstein .	84 34 26·49	4·814 0886	— 105
				180 0 5·88		
67	64	XIII 162	Pöstlingberg .	76 27 32·86	4·381 9720	— 16
	68	(6)	Mairhofberg .	15 59 15·59	3·834 2261	— 4
	67		Kuhenöd .	87 33 11·87	4·393 8199	— 7
				180 0 0·32		

so konnte die Berechnung nicht nach dem Sinussatz erfolgen. Man rechnet am besten nach der aus den bekannten Mollweide'schen Gleichungen folgenden Formel:

$$\operatorname{tg}\frac{B-C}{2} = \frac{b-c}{b+c}\operatorname{ctg}\frac{A}{2}$$

in der b, c und A als bekannt anzusehen sind, die Größe $\frac{B-C}{2}$. Mit $\frac{B+C}{2} = 90 - \frac{A}{2}$ ergibt sich B und C, und nach dem Sinussatz dann die gesuchte Länge a. Um das kleine Dreieck wieder als ebenes behandeln zu können, wurde nach der Formel $\varepsilon'' = \frac{b\,c}{2\rho^2}\sin A\,.\,\omega$, in der ρ ein mittlerer Erdradius und $\omega = 206265''$ ist, ein Näherungswert für den sphärischen Exzeß berechnet und der Winkel A um ein Drittel desselben vermindert. Wenn dann einer der resultierenden Winkel später als Horizontalwinkel gebraucht wird, so muß er um ein Drittel des sphärischen Exzesses zurückkorrigiert werden.

In der folgenden Zusammenstellung Tafel II findet man die Berechnung der Winkel A; dann folgen in Tafel III die Dreiecke in derselben Anordnung wie in Tafel I, nun beginnend mit dem bekannten Winkel. Die zum Vergleich herangezogenen Werte der Seiten aus dem ausgeglichenen Netze findet man in der Schumann'schen Publikation auf Seite 34—40.

Tafel II.

XXIII 200	Liezen—Grimming—Priel ..	62°55'11"73
XXIII 200	Pyhrgas—Priel—Grimming .	83 17 13·06
(69)	Grimming—Priel—Liezen ...	— 47 26 39·30
	Pyhrgas—Priel—Liezen ...	35 50 33·76
XIII 46	Pyhrgas—Priel—Hochbuchberg ...	+ 67 51 21·27
XXIII 186	Hochbuchberg—Priel—Kremsmünster .	+ 30 11 23·53
	Liezen—Priel—Kremsmünster .	133 53 18·56
XXIII 200	Liezen—Bösenstein—Pyhrgas .	40 52 22·86
(70)	Liezen—Pyhrgas—Bösenstein .	53 35 49·01
XIII 46	Bösenstein—Pyhrgas—Voralpe ..	+ 111 19 54·84
	Liezen—Pyhrgas—Voralpe ..	164 55 43·85
XIII 45	Priel—Hochbuchberg—Voralpe .	98 23 12·65
	Liezen—Priel—Pyhrgas	35 50 33·76
	Pyhrgas—Priel—Hochbuchberg	+ 67 51 21·27
(72)	Hochbuchberg—Priel—Voralpe ..	— 48 5 41·01
	Liezen—Priel—Voralpe ..	55 36 14·02

XIII 104	Pyhrgas—Bösenstein—Hochgolling		110°41'17''07
(70)	Liezen—Bösenstein—Pyhrgas	—	40 52 22·86
	Liezen—Bösenstein—Hochgolling		69 48 54·21
XIII 106	Hochgolling—Zirbitzkogel—Saualpe		125 51 26·85
(74)	Liezen—Hochgolling—Bösenstein		21 0 20·68
XIII 105	Bösenstein—Hochgolling—Zirbitzkogel	+	42 13 59·67
(75)	Zirbitzkogel—Hochgolling—Saualpe	+	13 52 42·28
	Liezen—Hochgolling—Saualpe		77 7 2·63
XIII 105	Voralpe—Hochschwab—Gleinalpe		105 57 7·02
XIII 106	Gleinalpe—Zirbitzkogel—Saualpe		101 19 55·77
XIII 105	Zinken—Gleinalpe—Hochschwab		71 19 32·87
(77)	Hochschwab—Gleinalpe—Voralpe	—	31 17 29·97
	Voralpe—Gleinalpe—Zinken		40 2 2·90
XIII 105	Zinken—Gleinalpe—Zirbitzkogel	+	54 11 22·94
(78)	Zirbitzkogel—Gleinalpe—Saualpe	+	27 29 58·35
	Zinken—Gleinalpe—Saualpe		121 43 24·19
XXIII 186	Kremsmünster—Priel—Hochbuchberg		30 11 23·53
(72)	Hochbuchberg—Priel—Voralpe	+	48 5 41·01
	Kremsmünster—Priel—Voralpe		78 17 4·54
XIII 45	Kuhenöd—Hochbuchberg—Traunstein		94 38 15·16
XXIII 186	Traunstein—Hochbuchberg—Kremsmünster	—	59 32 31·88
	Kuhenöd—Hochbuchberg—Kremsmünster		35 5 43·28
(83)	Kremsmünster—Kuhenöd—Hochbuchberg		17 21 51·12
XIII 47	Hochbuchberg—Kuhenöd—Viehberg	+	122 19 11·98
	Kremsmünster—Kuhenöd—Viehberg		139 41 3·10
(82)	Viehberg—Kuhenöd—Kleinmünchen	—	106 51 11·28
	Kremsmünster—Kuhenöd—Kleinmünchen		32 49 51·82
XIII 160	Kuhenöd—Pöstlingberg—Kleinmünchen		149 34 15·21
XIII 160	Kuhenöd—Pfennigberg—Kleinmünchen		109 20 53·88
(81)	Kleinmünchen—Kuhenöd—Pfennigberg		23 19 57·90
XIII 160	Pfennigberg—Kuhenöd—Viehberg	+	83 31 13·38
	Kleinmünchen—Kuhenöd—Viehberg...		106 51 11·28
XIII 145	Plegaš—Nanoš—Opčina		127 24 25·83
XIII 145	Opčina—Slaunig—Montauro		104 56 51·09
XIII 127	Montauro—Monte Maggiore—Pola		53 10 18·64
(86)	Opčina—Plegaš—Nanoš		19 8 36·95
XIII 144	Nanoš—Plegaš—Krimberg	+	53 34 19·92
	Opčina—Plegaš—Krimberg..		72 42 56·87

Tafel III.

Dreiecks-Nr.	Station Nr.	Band und Seite	Station	Horizontalwinkel	log *s*	Δ log *s*
68	76	XXIII 200	Grimming	62°55'11''73	4·322 0385	— 32
	71	(61)	Priel...	47 26 39·30	4·239 7105	+ 3
	78	(60)	Liezen	69 38 9·84	4·344 4394	— 112
				180 0 0·87		
69	71	Taf. II	Priel...	133 53 18·56	4·737 5093	— 44
	711	(68)	Kremsmünster	16 4 25·28	4·322 0385	— 32
	78	(62)	Liezen	30 2 17·62	4·579 2306	— 16
				180 0 1·46		

Dreiecks-Nr.	Station Nr.	Band und Seite	Station	Horizontalwinkel	log *s*	Δ log *s*
70	75	XIII 200	Bösenstein	40°52'22''86	4·184 0856	— 98
	78	(59)	Liezen	85 31 48·87	4·366 9301	— 68
	72	(61)	Pyhrgas	53 35 49·01	4·273 9741	— 64
				180 0 0·74		
71	72	Taf. II	Pyhrgas	164 55 43·85	4·627 4756	— 71
	78	(63)	Liezen	9 41 46·50	4·438 8760	— 59
	73	(70)	Voralpe	5 22 29·92	4·184 0856	— 98
				180 0 0·27		
72	69	XIII 45	Hochbuchberg	98 23 12·65	4·703 9007	— 22
	73	(62)	Voralpe	33 31 9·03	4·450 6758	— 18
	71	(64)	Priel	48 5 41·01	4·580 2870	— 23
				180 0 2·69		
73	71	Taf. II	Priel	55 36 14·02	4·627 4774	— 53
	73	(69)	Voralpe	24 6 18·17	4·322 0385	— 32
	78	(72)	Liezen	100 17 29·99	4·703 9007	— 22
				180 0 2·18		
74	75	Taf. II	Bösenstein	69 48 54·21	4·692 0081	— 83
	156	(70)	Hochgolling	21 0 20·68	4·273 9741	— 64
	78	(65)	Liezen	89 10 47·42	4·719 4912	— 93
				180 0 2·31		
75	158	XIII 106	Zirbitzkogel	125 51 26·85	4·912 3831	
	160	(66)	Saualpe	40 15 54·10	4·814 0886	— 105
	156	(36)	Hochgolling	13 52 42·28	4·383 5937	— 91
				180 0 3·23		
76	156	Taf. II	Hochgolling	77 7 2·63	4·931 8853	— 118
	78	(75)	Liezen	68 45 9·53	4·912 3831	
	160	(74)	Saualpe	34 7 57·79	4·692 0081	— 83
				180 0 9·95		
77	82	XIII 105	Hochschwab	105 57 7·02	4·794 9855	
	81	(31)	Gleinalpe	31 17 29·97	4·527 5323	— 10
	73	(33)	Voralpe	42 45 26·63	4·643 8391	— 6
				180 0 3·62		
78	158	Taf. II	Zirbitzkogel	101 19 55·77	4·710 6480	— 78
	81	(36)	Gleinalpe	27 29 58·35	4·383 5937	— 91
	160	(34)	Saualpe	51 10 8·33	4·610 7334	— 75
				180 0 2·45		
79	81	Taf. II	Gleinalpe	121 43 24·19	4·997 7572	— 42
	160	(77)	Saualpe	32 13 40·59	4·794 9855	
	73	(78)	Voralpe	26 3 2·11	4·710 6480	— 78
				180 0 6·89		
80	71	Taf. II	Priel	78 17 4·54	4·753 8142	— 6
	711	(72)	Kremsmünster	60 47 33·80	4·703 9007	— 22
	73	(62)	Voralpe	40 55 26·42	4·579 2306	— 16
				180 0 4·76		
81	65	Taf. II	Pfennigberg	109 20 53·88	4·164 7959	
	62	(4)	Kleinmünchen	47 19 8·40	4·056 4134	— 14
	67	(2)	Kuhenöd	23 19 57·90	3·787 8159	— 37
				180 0 0·18		
82	67	Taf. II	Kuhenöd	106 51 11·28	4·604 8879	
	60	(81)	Viehberg	20 19 44·91	4·164 7958	
	62	(8)	Kleinmünchen	52 49 5·01	4·525 2579	— 13
				180 0 1·20		

Dreiecks-Nr.	Station Nr.	Band und Seite	Station	Horizontalwinkel	log *s*	Δ log *s*
83	69	Taf. II	Hochbuchberg .	35° 5'43"28	4·577 5808	
	711	(7)	Kremsmünster .	127 32 27·10	4·717 1902	+ 16
	67	(56)	Kuhenöd ...	17 21 51·12	4·292 8209	— 13
				180 0 1·50		
84	67	Taf. II	Kuhenöd .	139 41 3·10	4·825 8906	+ 2
	60	(83)	Viehberg .	21 25 24·43	4·577 5808	
	711	(8)	Kremsmünster .	18 53 34·53	4·525 2579	— 13
				180 0 2·06		
85	67	Taf. II	Kuhenöd .	32 49 52·08	4·426 9777	+ 36
	62	(83)	Kleinmünchen .	129 55 28·58	4·577 5808	
	711	(81)	Kremsmünster ...	17 14 40·08	4·164 7959	
				180 0 0·74		
86	176	Taf. II	Nanoš .	127 24 25·83	4·775 6301	+ 39
	177	(46)	Opčina. ..	33 26 59·25	4·616 9351	+ 57
	169	(48)	Plegaš ...	19 8 36·95	4·391 4094	+ 9
				180 0 2·03		
87	181	Taf. II	Slaunig ..	104 56 51·09	4·682 4639	— 60
	182	(50)	Montauro ..	27 3 14·43	4·355 2595	— 19
	177	(51)	Opčina.. .	47 59 56·55	4·568 4788	— 32
				180 0 2·07		
88	183	Taf. II	Monte Maggiore .	53 10 18·64	4·641 5469	— 61
	187	(53)	Pola ..	43 11 42·36	4·573 5825	— 25
	182	(54)	Montauro .	83 38 3·14	4·735 5353	— 46
				180 0 4·14		
89	169	Taf. II	Plegaš .	72 42 56·87	4·781 8482	
	172	(86)	Krimberg ..	70 15 57·05	4·775 6301	+ 39
	177	(46)	Opčina ..	37 1 11·59	4·581 5753	+ 64
				180 0 5·51		

Die astronomischen Stationen.

Die astronomischen Stationen sind der oben zitierten Arbeit von Schumann entnommen (Taf. IV). Es sind beobachtet: die geographische Breite und das Azimut je einer Seite, bei einigen Stationen auch das Azimut einer zweiten Seite. Drei Stationen: Dablitz, Kremsmünster und Pola, sind auch Längenstationen.

Die Azimute der die astronomischen Punkte verbindenden Linien.

In der nächsten Zusammenstellung (Taf. V) finden wir die Berechnung der Azimute der die astronomischen Stationen verbindenden Linien, wobei in der ersten Spalte wieder Band und Seite der Publikation angegeben sind. Die geklammerten Zahlen bei den Winkeln beziehen sich auf die Nummern unserer Dreiecke in den Zusammenstellungen I und III. Bei zwei gemessenen Azimuten wurden die Resultate gemittelt.

Die sphärischen Abstände zwischen den astronomischen Punkten.

Der sphärische Abstand Δ zwischen zwei astronomischen Punkten kann nur definiert werden durch den Bogen zwischen den beiden dazugehörigen Zeniten, nach der Formel:

$$\cos \Delta = \sin B_1 \sin B_2 + \cos B_1 \cos B_2 \cos (L_2 - L_1),$$

Tafel IV.

Nr.	Station	Breite	Richtung	Azimut
26	Hoher Schneeberg ..	50°47'36"47	Bösig Donnersberg	302°56' 3"47 25 21 15·91
24	Jeschken ..	50 44 2·89	Bösig	41 7 34·41
27	Donnersberg .	50 33 22·94	Bernstein	93 14 10·42
20	Bösig .	50 32 25·13	Jeschken	220 55 19·98
30	Zban .	50 12 17·60	Bernstein	153 31 52·25
21	Sadska .	50 8 15·68	Vysoka	324 46 3·63
23	Dablitz .	50 8 13·62	Bösig	201 59 35·63
22	Pecny .	49 54 56·54	Vysoka	263 37 11·53
31	Studeny vrch .	49 48 23·85	Roßberg	338 50 22·42
50	Mezi vraty .	49 36 9·99	Roßberg	77 44 47·25
49	Roßberg .	49 32 24·24	Volini vrch	59 20 42·90
51	Svidnik .	49 23 34·50	Vetrnik	33 37 0·40
48	Kamejk .	49 13 59·48	Volini vrch	114 7 33·41
56	Vetrnik .	49 1 17·42	Markstein	260 8 44·80
58	Kohout .	48 46 12·39	Vetrnik	180 9 46·24
60	Viehberg .	48 33 36·46	Kuhenöd	54 35 41·56
84	Jauerling .	48 20 21·41	Predigtstuhl	182 40 19·15
62	Kleinmünchen .	48 15 34·79	Pöstlingberg	147 31 53·99
711	Kremsmünster. .	48 3 23·05	Gr. Priel Hochbuchberg	7 46 32·05 321 26 59·22
83	Ötscher .	47 51 50·12	Voralpe	70 2 6·45
73	Voralpe .	47 44 54·07	Ötscher	249 41 22·12
78	Liezen .	47 34 6·22	Grimming	72 6 15·39
160	Saualpe.. .	46 51 11·53	Koralpe	286 44 3·28
162	St. Peter. .	46 37 24·70	Gerlitzen Golica	104 7 45·85 54 41 42·04
163	Golica .	46 29 33·08	Gerlitzen	154 36 37·89
169	Plegaš .	46 9 45·83	Uranšica	275 1 24·41
172	Krimberg .	45 55 47·57	Uranšica	187 41 17·71
177	Opčina .	45 40 51·27	Pirano	43 46 19·11
182	Montauro .	45 14 57·64	Slaunig	211 39 51 17
187	Pola... .	44 51 48·39	Dignano Monte Ossero	180 51 46·89 297 39 45·38

Tafel V.

Nachweis	Azimute und Winkel	
Taf. IV	Hoher Schneeberg—Bösig	302°56' 3"47
XIII 7	Bösig—Hoher Schneeberg—Jeschken ...	— 27 4 33·82
	Hoher Schneeberg—Jeschken..... .	275 51 29·65
Taf. IV	Hoher Schneeberg—Donnersberg... ...	25 21 15·91
XIII 7	Donnersberg—Hoher Schneeberg—Jeschken.. .	— 109 29 45·46
	Hoher Schneeberg—Jeschken..	275 51 30·45
	Mittel. .	275 51 30·05
Taf. IV	Jeschken—Bösig .	41 7 34·41
XIII 6	Bösig—Jeschken—Hoher Schneeberg. .	55 24 30·73
	Jeschken—Hoher Schneeberg. .	96 32 5·14
Taf. IV	Hoher Schneeberg—Donnersberg. .	25 21 15·91
Taf. IV	Hoher Schneeberg—Bösig.. .	302 56 3·47
XIII 7	Bösig—Hoher Schneeberg—Donnersberg.. ..	82 25 11·64
	Hoher Schneeberg—Donnersberg. .	25 21 15·11
	Mittel...	25 21 15·51

Nachweis	Azimute und Winkel	
Taf. IV	Donnersberg—Bernstein...	93°14'10''42
XIII 7	Bernstein—Donnersberg—Hoher Schneeberg ...	111 58 49·68
	Donnersberg—Hoher Schneeberg. ...	205 13 0·10
Taf. IV	Hoher Schneeberg—Bösig .	302 56 3·47
Taf. IV	Hoher Schneeberg—Donnersberg. .	25 21 15·91
XIII 7	Donnersberg—Hoher Schneeberg—Bösig ...	— 82 25 11·64
	Hoher Schneeberg—Bösig	302 56 4·27
	Mittel...	302 56 3·87
Taf. IV	Bösig—Jeschken .	220 55 19·98
XIII 6	Jeschken—Bösig—Hoher Schneeberg ..	— 97 30 57·90
	Bösig—Hoher Schneeberg	123 24 22·08
Taf. IV	Bösig—Jeschken .	220 55 19·98
Taf. IV	Jeschken—Bösig ...	41 7 34·41
Taf. IV	Donnersberg—Bernstein.. .	93 14 10·42
XIII 7	Bernstein—Donnersberg—Bösig .	— 181 44 24·42
	Donnersberg—Bösig ...	271 29 46·00
Taf. IV	Bösig—Jeschken .	220 55 19·98
XIII 6	Jeschken—Bösig—Donnersberg ...	— 128 49 3·52
	Bösig—Donnersberg ..	92 6 16·46
Taf. IV	Donnersberg—Bernstein.. ..	93 14 10·42
XIII 7	Bernstein—Donnersberg—Zban ...	— 75 3 43·03
	Donnersberg—Zban .	18 10 27·39
Taf. IV	Zban—Bernstein .	153 31 52·25
XIII 7	Bernstein—Zban—Donnersberg ...	44 30 17·93
	Zban—Donnersberg .	198 2 10·18
Taf. IV	Donnersberg—Bernstein.... ...	93 14 10·42
XIII 7	Bernstein—Donnersberg—Dablitz .	— 132 36 25·67
	Donnersberg—Dablitz	320 37 44·75
Taf. IV	Dablitz—Bösig.. .	201 59 35·63
XIII 8	Bösig—Dablitz—Donnersberg .	— 60 57 13·11
	Dablitz—Donnersberg ...	141 2 22·52
Taf. IV	Bösig—Jeschken	220 55 19·98
XIII 6	Jeschken—Bösig—Dablitz ..	— 198 43 59·71
	Bösig—Dablitz ..	22 11 20·27
Taf. IV	Dablitz—Bösig .	201 59 35·63
Taf. IV	Bösig—Jeschken ...	220 55 19·98
XIII 6	Jeschken—Bösig—Sadska ...	— 243 9 19·85
	Bösig—Sadska .	337 46 0·13
Taf. IV	Sadska—Vysoka ...	324 46 3·63
XIII 6	Vysoka—Sadska—Bösig ...	193 11 48·64
	Sadska—Bösig ...	157 57 52·27
Taf. IV	Zban—Bernstein .	153 31 52·25
XIII 7	Bernstein—Zban—Dablitz .	124 35 48·47
	Zban—Dablitz ..	278 7 40·72
Taf. IV	Dablitz—Bösig ..	201 59 35·63
XIII 8	Bösig—Dablitz—Zban .	256 40 54·94
	Dablitz—Zban ..	98 40 30·57
Taf. IV	Sadska—Vysoka	324 46 3·63
XIII 6	Vysoka—Sadska—Dablitz .	+ 125 11 58·86
	Sadska—Dablitz ...	89 58 2·49

Nachweis	Azimute und Winkel	
Taf. IV	Dablitz—Bösig .	201°59'35"63
XIII 8	Bösig—Dablitz—Sadska .	67 34 54·47
	Dablitz—Sadska .	269 34 30·10
Taf. IV	Zban—Bernstein ..	153 31 51·25
XIII 7	Bernstein—Zban—Studeny vrch ...	178 8 35·01
	Zban—Studeny vrch ..	331 40 26·26
Taf. IV	Studeny vrch—Roßberg ..	338 50 22·42
XIII 7	Roßberg—Studeny vrch—Zban .	173 5 20·41
	Studeny vrch—Zban	151 55 42·83
Taf. IV	Dablitz—Bösig .	201 59 35·63
XIII 7	Bösig—Dablitz—Studeny vrch .	194 45 13·14
	Dablitz—Studeny vrch	36 44 48·77
Taf. IV	Studeny vrch—Roßberg	338 50 22·42
XIII 7	Roßberg—Studeny vrch—Dablitz ...	237 36 54·92
	Studeny vrch—Dablitz	216 27 17·34
Taf. IV	Dablitz—Bösig	201 59 35·63
XIII 8	Bösig—Dablitz—Pecny .	114 45 43·73
	Dablitz—Pecny ...	316 45 19·36
Taf. IV	Pecny—Vysoka	263 37 11·53
XIII 6	Vysoka—Pecny—Dablitz	233 23 1·36
	Pecny—Dablitz ..	137 0 12·89
Taf. IV	Sadska—Vysoka ..	324 46 3·63
XIII 6	Vysoka—Sadska—Pecny .	63 49 58·47
	Sadska—Pecny .	28 36 2·10
Taf. IV	Pecny—Vysoka ...	263 37 11·53
XIII 6	Vysoka—Pecny—Sadska	— 55 9 48·76
	Pecny—Sadska .	208 27 22·77
Taf. IV	Pecny—Vysoka .	263 37 11·53
XIII 6	Vysoka—Pecny—Studeny vrch .	173 9 53·90
	Pecny—Studeny vrch ..	76 47 5·43
Taf. IV	Studeny vrch—Roßberg .	338 50 22·42
XIII 7	Roßberg—Studeny vrch—Pecny .	277 24 22·68
	Studeny vrch—Pecny .	256 14 45·10
Taf. IV	Studeny vrch—Roßberg .	338 50 22·42
Taf. IV	Roßberg—Volini vrch .	59 20 42·90
XIII 7	Volini vrch—Roßberg—Studeny vrch .	— 260 23 7·15
	Roßberg—Studeny vrch .	158 57 35·75
Taf. IV	Studeny vrch—Roßberg ..	338 50 22·42
XIII 7	Roßberg—Studeny vrch—Mezi vraty .	318 59 19·06
	Studeny vrch—Mezi vraty ...	297 49 41·48
Taf. IV	Mezi vraty—Roßberg ..	77 44 47·25
XIII 6	Roßberg—Mezi vraty—Studeny vrch	40 31 49·45
	Mezi vraty—Studeny vrch .	118 16 36·70
Taf. IV	Pecny—Vysoka .	263 37 11·53
XIII 6	Vysoka—Pecny—Mezi vraty .	109 58 0·63
	Pecny—Mezi vraty .	13 35 12·16

Nachweis	Azimute und Winkel	
Taf. IV	Mezi vraty—Roßberg .	77°44'47"25
XIII 6	Roßberg—Mezi vraty—Pecny ..	— 244 14 56·85
	Mezi vraty—Pecny. ..	193 29 50·40
Taf. IV	Mezi vraty—Roßberg ...	77 44 47·25
Taf. IV	Roßberg—Volini vrch .	59 20 42·90
XIII 7	Volini vrch—Roßberg—Mezi vraty ..	— 161 55 34·39
	Roßberg—Mezi vraty ..	257 25 8·51
Taf. IV	Roßberg—Volini vrch ..	59 20 42·90
XIII 7	Volini vrch—Roßberg—Kamejk	— 65 56 26·20
	Roßberg—Kamejk .	353 24 16·70
Taf. IV	Kamejk—Volini vrch .	114 7 33·41
XIII 25	Volini vrch—Kamejk—Roßberg ...	— 300 40 51·12
	Kamejk—Roßberg ...	173 26 42·29
Taf. IV	Mezi vraty—Roßberg	77 44 47·25
XIII 24	Roßberg—Mezi vraty—Kamejk ..	— 44 0 46·02
	Mezi vraty—Kamejk ...	33 44 1·23
Taf. IV	Kamejk—Volini vrch	114 7 33·41
XIII 25	Volini vrch—Kamejk—Mezi vraty ..	— 260 40 44·46
	Kamejk—Mezi vraty ...	213 26 48·95
Taf. IV	Mezi vraty—Roßberg ...	77 44 47·25
XIII 6	Roßberg—Mezi vraty—Svidnik	— 119 46 53·65
	Mezi vraty—Svidnik	317 57 53·60
Taf. IV	Svidnik—Vetrnik	33 37 0·40
XIII 24	Vetrnik—Svidnik—Mezi vraty ..	104 33 56·91
	Svidnik—Mezi vraty	138 10 57·31
Taf. IV	Svidnik—Vetrnik	33 37 0·40
XIII 24	Vetrnik—Svidnik—Kamejk ..	36 23 41·61
	Svidnik—Kamejk ...	70 0 42·01
Taf. IV	Kamejk—Volini vrch .	114 7 33·41
XIII 25	Volini vrch—Kamejk—Svidnik	— 224 37 2·11
	Kamejk—Svidnik .	249 30 31·30
Taf. IV	Kamejk—Volini vrch	114 7 33·41
XIII 25	Volini vrch—Kamejk—Vetrnik .	— 155 59 32·10
	Kamejk—Vetrnik	318 8 1·31
Taf. IV	Vetrnik—Markstein..	260 8 44·80
XIII 25	Markstein—Vetrnik—Kamejk.....	238 12 21·55
	Vetrnik—Kamejk ...	138 21 6·35
Taf. IV	Svidnik—Vetrnik ...	33 37 0·40
Taf. IV	Vetrnik—Markstein.....	260 8 44·80
XIII 25	Markstein—Vetrnik—Svidnik	— 46 48 47·52
	Vetrnik—Svidnik ...	213 19 57·28
Taf. IV	Vetrnik—Markstein..... .	260 8 44·80
XIII 25	Markstein—Vetrnik—Kohout .	101 1 5·23
	Vetrnik—Kohout.....	0 9 50·03
Taf. IV	Kohout—Vetrnik..... ...	180 9 46·24

Nachweis	Azimute und Winkel	
Taf. IV	Kohout—Vetrnik. ..	180° 9'46"24
XIII 25	Vetrnik—Kohout—Viehberg ...	172 26 47·39
	Kohout—Viehberg ..	352 36 33·63
Taf. IV	Viehberg—Kuhenöd .	54 35 41·56
XIII 44	Kuhenöd—Viehberg—Kohout ..	— 241 57 10·56
	Viehberg—Kohout	172 38 31·00
Taf. IV	Viehberg—Kuhenöd ...	54 35 41·56
XIII 44	Kuhenöd—Viehberg—Jauerling ..	— 119 57 36·96
	Viehberg—Jauerling	294 38 4·60
Taf. IV	Jauerling—Predigtstuhl ...	182 40 19·15
XIII 45	Predigtstuhl—Jauerling—Viehberg	— 67 30 11·91
	Jauerling—Viehberg	115 10 7·24
Taf. IV	Jauerling—Predigtstuhl .	182 40 19·15
XIII 45	Predigtstuhl—Jauerling—Ötscher ...	— 171 50 59·50
	Jauerling—Ötscher.. .	10 49 19·65
Taf. IV	Ötscher—Voralpe...	70 2 6·45
Taf. IV	Voralpe—Ötscher.	249 41 22·12
Taf. IV	Viehberg—Kuhenöd ...	54 35 41·56
(82)	Kuhenöd—Viehberg—Kleinmünchen... .	— 20 19 44·91
	Viehberg—Kleinmünchen. .	34 15 56·65
Taf. IV	Kleinmünchen—Pöstlingberg	147 31 53·99
XIII 160	Pöstlingberg—Kleinmünchen—Pfennigberg .	— 298 59 45·68
(81)	Pfennigberg—Kleinmünchen—Kuhenöd	— 47 19 8·40
(82)	Kuhenöd—Kleinmünchen—Viehberg..... ...	52 49 5·01
	Kleinmünchen—Viehberg..	214 2 4·92
Taf. IV	Kleinmünchen—Pöstlingberg ..	147 31 53·99
XIII 160	Pöstlingberg—Kleinmünchen—Pfennigberg.. ...	— 298 59 45·68
(81)	Pfennigberg—Kleinmünchen—Kuhenöd. ..	— 47 19 8·40
(85)	Kuhenöd—Kleinmünchen—Kremsmünster	— 129 55 28·58
	Kleinmünchen—Kremsmünster....	31 17 31·33
Taf. IV	Kremsmünster—Hochbuchberg	321 26 59·22
(83)	Hochbuchberg—Kremsmünster—Kuhenöd	— 127 32 27·10
(85)	Kuhenöd—Kremsmünster—Kleinmünchen.	17 14 40·08
	Kremsmünster—Kleinmünchen I..... ...	211 9 12·20
Taf. IV	Kremsmünster—Priel	7 46 32·05
XXIII 186	Priel—Kremsmünster—Hochbuchberg	313 40 26·59
(83)	Hochbuchberg—Kremsmünster—Kuhenöd	— 127 32 27·10
(85)	Kuhenöd—Kremsmünster—Kleinmünchen.. ..	17 14 40·08
	Kremsmünster—Kleinmünchen II ..	211 9 11·62
	Mittel...	211 9 11·91
Taf. IV	Kremsmünster—Hochbuchberg	321 26 59·22
XXIII 186	Hochbuchberg—Kremsmünster—Priel	46 19 33·41
(69)	Priel—Kremsmünster—Liezen ..	— 16 4 25·28
	Kremsmünster—Liezen I	351 42 7·35
Taf. IV	Kremsmünster—Priel ..	7 46 32·05
(69)	Priel—Kremsmünster—Liezen	— 16 4 25·28
	Kremsmünster—Liezen II.....	351 42 6·77
	Mittel...	351 42 7·06

Nachweis	Azimute und Winkel	
Taf. IV	Kremsmünster—Hochbuchberg ...	321°26'59"22
XXIII 186	Hochbuchberg—Kremsmünster—Priel .	— 313 40 26·59
(80)	Priel—Kremsmünster—Voralpe .	— 60 47 33·80
	Kremsmünster—Voralpe I.. .	306 58 58·83
Taf. IV	Kremsmünster—Priel .	7 46 32·05
(80)	Priel—Kremsmünster—Voralpe ...	— 60 47 33·80
	Kremsmünster—Voralpe II	306 58 58·25
	Mittel...	306 58 58·54
Taf. IV	Voralpe—Ötscher... .	249 41 22·12
XIII 46	Ötscher—Voralpe—Hochbuchberg	230 20 5·43
(72)	Hochbuchberg—Voralpe—Priel	— 33 31 9·03
(80)	Priel—Voralpe—Kremsmünster	40 55 26·42
	Voralpe—Kremsmünster ..	127 25 44·94
Taf. IV	Liezen—Grimming	72 6 15·39
XXIII 200	Grimming—Liezen—Bösenstein .	— 114 14 16·02
(74)	Bösenstein—Liezen—Hochgolling .	89 10 47·42
(76)	Hochgolling—Liezen—Saualpe .	— 68 45 9·53
	Liezen—Saualpe	338 17 37·26
Taf. IV	Saualpe—Koralpe ...	286 44 3·28
XIII 106	Koralpe—Saualpe—Zirbitzkogel..	— 122 0 12·41
(75)	Zirbitzkogel—Saualpe—Hochgolling .	— 40 15 54·10
(76)	Hochgolling—Saualpe—Liezen	34 7 57·79
	Saualpe—Liezen	158 35 54·56
Taf. IV	Voralpe—Ötscher. ..	249 41 22·12
XIII 46	Ötscher—Voralpe—Hochbuchberg	230 20 5·43
(72)	Hochbuchberg—Voralpe—Priel ...	— 33 31 9·03
(73)	Priel—Voralpe—Liezen	— 24 6 18·19
	Voralpe—Liezen	62 24 0·33
Taf. IV	Liezen—Grimming	72 6 15·39
(68)	Grimming—Liezen—Priel ...	69 38 9·84
(73)	Priel—Liezen—Voralpe	100 17 29·69
	Liezen—Voralpe	242 1 54·92
Taf. IV	Voralpe—Ötscher..... ...	249 41 22·12
XIII 46	Ötscher—Voralpe—Hochschwab.....	45 14 6·23
(77)	Hochschwab—Voralpe—Gleinalpe ...	42 45 26·63
(79)	Gleinalpe—Voralpe—Saualpe	26 3 2·11
	Voralpe—Saualpe ..	3 43 57·09
Taf. IV	Saualpe—Koralpe ...	286 44 3·28
XIII 106	Koralpe—Saualpe—Zirbitzkogel.. ...	— 122 0 12·41
(78)	Zirbitzkogel—Saualpe—Gleinalpe	51 10 8·33
(79)	Gleinalpe—Saualpe—Voralpe	— 32 13 40·59
	Saualpe—Voralpe	183 40 18·61
Taf. IV	Saualpe—Koralpe ..	286 44 3·28
XIII 106	Koralpe—Saualpe—St. Peter	117 40 44·94
	Saualpe—St. Peter ..	44 24 48·22
Taf. IV	St. Peter—Gerlitzen ..	104 7 45·85
XIII 107	Gerlitzen—St. Peter—Saualpe ...	120 2 51·84
	St. Peter—Saualpe I	224 10 37·69

Nachweis	Azimute und Winkel	
Taf. IV	St. Peter—Golica ...	54°41'42''04
XIII 107	Golica—St. Peter—Saualpe. ..	169 28 56·54
	St. Peter—Saualpe II	224 10 38·58
	Mittel...	224 10 38·14
Taf. IV	St. Peter—Golica I...	54 41 42·04
Taf. IV	St. Peter—Gerlitzen ...	104 7 45·85
XIII 107	Gerlitzen—St. Peter—Golica	— 49 26 4·70
	St. Peter—Golica II	54 41 41·15
	Mittel...	54 41 41·60
Taf. IV	Golica—Gerlitzen	154 36 37·89
XIII 106	Gerlitzen—Golica—St. Peter .	79 53 17·48
	Golica—St. Peter	234 29 55·37
Taf. IV	Golica—Gerlitzen ..	154 36 37·89
XIII 106	Gerlitzen—Golica—Plegaš .	198 15 1·15
	Golica—Plegaš	352 51 39·04
Taf. IV	Plegaš—Uranšica .	275 1 24·41
XIII 144	Uranšica—Plegaš—Golica .	— 102 7 11·80
	Plegaš—Golica .	172 54 12·61
Taf. IV	Plegaš—Uranšica	275 1 24·41
XIII 144	Uranšica—Plegaš—Nanoš	91 55 15·57
(86)	Nanoš—Plegaš—Opčina .	19 8 36·95
	Plegaš—Opčina	26 5 16·93
Taf. IV	Opčina—Pirano ..	43 46 19·11
XXIII 145	Pirano—Opčina—Nanoš..	195 31 14·52
(87)	Nanoš—Opčina—Plegaš ...	— 33 26 59·25
	Opčina—Plegaš .	205 50 34·38
Taf. IV	Plegaš—Uranšica .	275 1 24·41
XIII 144	Uranšica—Plegaš—Krimberg .	38 20 55·65
	Plegaš—Krimberg	313 22 20·06
Taf. IV	Krimberg—Uranšica	187 41 17·71
XIII 145	Uranšica—Krimberg—Plegaš	305 56 31·25
	Krimberg—Plegaš	133 37 48·96
Taf. IV	Krimberg—Uranšica	187 41 17·71
XIII 145	Uranšica—Krimberg—Plegaš	305 56 31·25
(89)	Plegaš—Krimberg—Opčina ...	— 70 15 57·05
	Krimberg—Opčina	63 21 51·91
Taf. IV	Opčina—Pirano .	43 46 19·11
XIII 145	Pirano—Opčina—Nanoš.	— 164 28 45·48
(86)	Nanoš—Opčina—Plegaš .	— 33 26 59·25
(89)	Plegaš—Opčina—Krimberg	37 1 11·59
	Opčina—Krimberg ...	242 51 45·97
Taf. IV	Opčina—Pirano	43 46 19·11
XIII 145	Pirano—Opčina—Slaunig	— 87 7 32·11
(87)	Slaunig—Opčina—Montauro	47 59 56·55
	Opčina—Montauro ...	4 38 43·55
Taf. IV	Montauro—Slaunig .	211 39 51·17
(87)	Slaunig—Montauro—Opčina .	— 27 3 14·43
	Montauro—Opčina	184 36 36·74

Nachweis	Azimute und Winkel	
Taf. IV	Montauro—Slaunig ...	211°39'51''17
XIII 127	Slaunig—Montauro—Monte Maggiore .	52 18 35·61
(88)	Monte Maggiore—Montauro—Pola	83 38 3·14
	Montauro—Pola	347 36 29·92
Taf. IV	Pola—Dignano ..	180 51 46·89
XIII 127	Dignano—Pola—Monte Maggiore .	30 1 36·78
	Monte Maggiore—Dignano—Montauro ..	— 43 11 42·36
	Pola—Montauro I..... ..	167 41 41·31
	Pola—Monte Ossero .	297 39 45·38
XIII 127	Monte Ossero—Pola—Monte Maggiore..... .	— 86 46 23·82
	Monte Maggiore—Pola—Montauro	— 43 11 42·36
	Pola—Montauro II	167 41 39·20
	Mittel...	167 41 40·26

wo $B_1 L_1$ und $B_2 L_2$ die geographischen Breiten und Längen der beiden Stationen sind. Den Längenunterschied, der hier gebraucht wird, findet man am besten aus der Formel:

$$\operatorname{tg} \frac{L_2 - L_1}{2} = \frac{\cos \frac{B_2 - B_1}{2}}{\sin \frac{B_2 + B_1}{2}} \operatorname{ctg} \frac{a_{12} - a_{21}}{2},$$

wo a_{12} und a_{21} die gegenseitigen Azimute aus Tafel V bedeuten.

Diese Formel gilt eigentlich für das sphärische Dreieck, also bei Vernachlässigung der Abplattung. Diese ist zwar bei so großen Dreiecken, welche sich über den halben Erdquadranten erstrecken, nicht gestattet. Nach dem Dalby'schen Satz ist aber die Differenz der Azimute für das Rotationsellipsoid und für die Kugel gleich. Man erhält also so die richtigen Längenunterschiede, und zwar ohne Rücksicht auf die Abplattung, deren Wert gar nicht vorkommt. Da es aber nicht sicher ist, ob die Dreiecke überhaupt einem Rotationsellipsoid angehören, so werden die L um kleine Beträge verfälscht sein. Für die vorliegende Methode wäre es also wünschenswert, wenn von allen Stationen direkte Längenmessungen vorlägen. Ist das $L_2 - L_1$ gefunden, so gibt die erste Formel, die sich leicht in folgende verwandelt:

$$\sin^2 \frac{\Delta}{2} = \sin^2 \frac{B_2 - B_1}{2} + \cos B_1 \cos B_2 \sin^2 \frac{L_2 - L_1}{2}$$

die zugehörigen Δ, wobei die Vertauschung des Sinus mit dem Bogen gestattet ist.

Die folgende Tafel VI gibt die gefundenen Längenunterschiede gegenüber der als Ausgangspunkt angenommenen Station Viehberg. Wo mehrere Werte der Länge auf verschiedenen Wegen herauskommen, wurde das Mittel genommen; dabei wurden auch die direkt gemessenen Längen in Rechnung gezogen. Bei den Seiten: Schneeberg—Jeschken, Donnersberg—Bösig, Zban—Dablitz und Dablitz—Sadska, die fast genau ost-westlich verlaufen, wurde die Länge als Differenz anderer Messungen bestimmt, obwohl dies eigentlich nicht notwendig gewesen wäre, da die Formel auch bei ganz gleichen Breiten noch brauchbare Werte gibt.

Die rechtwinkeligen Koordinaten.

Es sei nun in Fig. 1 A_1 eine der astronomischen Stationen, A_2 die nächste. Wenn man nun annimmt, daß die Krümmung zwischen A_1 und A_2 eine gleichförmige ist, und wenn wir den dazugehörigen mittleren Krümmungsradius mit ρ_{12} bezeichnen, so ist die lineare Entfernung von A_1 nach A_2 gegeben durch

$$s_{12} = \rho_{12} . \Delta.$$

Tafel VI.

Nr.	Station	L				β_1	β_2	β_3	γ_1		γ_3
26	Hoher Schneeberg	+30'55''74	+ 0·999217	— 0·006744	— 0·038989	+ 0·006971	+ 0·999959	+ 0·005687	+ 0·038949	— 0·005954	+ 0·999224
24	Jeschken	—21 30·84	0·999269	+ 0·004691	— 0·037944	— 0·004845	0·999980	— 0·003961	+ 0·037925	+ 0·004142	0·999273
27	Donnersberg	+41 37·25	0·999352	— 0·009076	— 0·034868	+ 0·009349	0·999972	+ 0·007691	+ 0·034796	— 0·008013	0·999363
20	Bösig	— 5 40·94	0·999403	+ 0·001239	— 0·034555	— 0·001276	0·999999	— 0·001050	+ 0·034554	+ 0·001093	0·999404
30	Zban	+52 26·00	0·999522	— 0·011433	— 0·028759	+ 0·011718	0·999883	+ 0·009762	+ 0·028644	— 0·010094	0·999539
21	Sadska	—21 8·80	0·999610	+ 0·004611	— 0·027540	— 0·004722	0·999981	— 0·003943	+ 0·027521	+ 0·004071	0·999513
23	Dablitz	+ 9 34·58	0·999619	— 0·002088	— 0·027522	+ 0·002138	0·999996	+ 0·001785	+ 0·027518	— 0·001843	0·999619
22	Pecny	— 9 51 12	0·999718	+ 0·002148	— 0·023659	— 0·002192	0·999996	— 0·001845	+ 0·023655	+ 0·001869	0·999718
31	Studeny vrch	+32 29·62	0·999739	— 0·007086	— 0·021776	+ 0·007220	0·999955	+ 0·006100	+ 0·021731	— 0·006256	0·999746
50	Mezi vraty	— 2 49·60	0·999835	+ 0·00061$\dot{6}$	— 0·018197	— 0·000626	1·000000	— 0·000533	+ 0·018197	+ 0·000544	0·999835
49	Roßberg	+23 1·24	0·999841	— 0·005020	— 0·017113	+ 0·005095	0·999978	+ 0·004345	+ 0·017091	— 0·004432	0·999845
51	Svidnik	—20 0·14	0·999885	+ 0·004362	— 0·014542	— 0·004417	0·999983	— 0·003787	+ 0·014525	+ 0·003851	0·999888
48	Kamejk	+19 49·44	0·999921	— 0·004323	— 0·011754	+ 0·004367	0·999983	+ 0·003765	+ 0·011737	— 0·003816	0·999924
56	Vetrnik	+ 2 31·26	0·999969	— 0·000551	— 0·008053	+ 0·000555	1·000000	+ 0·000482	+ 0·008053	— 0·000486	0·999969
58	Kohout	+ 2 36·30	0·999994	— 0·000568	— 0·003665	+ 0·000570	1·000000	+ 0·000499	+ 0·003665	— 0·000504	0·999994
60	Viehberg	0 0·00									
84	Jauerling	—42 49·08	0·999950	+ 0·009337	+ 0·003815	— 0·009305	0·999922	— 0·008279	— 0·003893	+ 0·008243	0·999960
62	Kleinmünchen.....	+18 32·08	0·999978	— 0·004041	+ 0·005238	+ 0·004023	0·999986	+ 0·003589	— 0·005252	— 0·003568	0·999980
71	Kremsmünster	+29 41·21	0·999941	— 0·006474	+ 0·008773	+ 0·006423	0·999963	+ 0·005772	— 0·008810	— 0·005716	0·999946
83	Ötscher.	—34 25·36	0·999898	+ 0·007506	+ 0·012126	— 0·007425	0·999950	— 0·006718	— 0·012176	+ 0·006627	0·999904
73	Voralpe	— 6 24·77	0·999899	+ 0·001398	+ 0·014166	— 0·001380	0·999998	— 0·001254	— 0·014168	+ 0·001234	0·999899
78	Liezen	+23 28·90	0·999838	— 0·005120	+ 0·017296	+ 0·005041	0·999977	+ 0·004608	— 0·017319	— 0·004520	0·999841
160	Saualpe	— 1 26·90	0·999556	+ 0·000316	+ 0·029787	— 0·000307	1·000000	— 0·000288	— 0·029787	+ 0·000279	0·999556
162	St. Peter	+18 0·42	0·999421	— 0·003927	+ 0·033786	+ 0·003807	0·999986	+ 0·003597	— 0·033800	— 0·003467	0·999423
163	Golica.	+34 13·08	0·999322	— 0·007462	+ 0·036052	+ 0·007219	0·999950	+ 0·006853	— 0·036102	— 0·006588	0·999326
169	Plegaš..	+30 40·74	0·999104	— 0·006690	+ 0·041810	+ 0·006437	0·999960	+ 0·006181	— 0·041850	— 0·005906	0·999108
172	Krimberg	+ 9 10·42	0·998945	— 0·002000	+ 0·045890	+ 0·001917	0·999996	+ 0·001856	— 0·045894	— 0·001766	0·998945
177	Opčina	+51 9·22	0·998678	— 0·011154	+ 0·050173	+ 0·010645	0·999889	+ 0·010395	— 0·050284	— 0·009847	0·998687
182	Montauro.	+54 7·10	0·998266	— 0·011801	+ 0·057688	+ 0·011180	0·999877	+ 0·011083	— 0·057811	— 0·010419	0·998274
187	Pola	+46 48·10	0·997869	— 0·010206	+ 0·064422	+ 0·009603	0·999903	+ 0·009949	— 0·064519	— 0·009010	0·997874

Fällen wir $A_2 B$ senkrecht auf $O A_1$, so wird

$$\vartheta = B A_2 = \rho_{12} \sin \Delta = \rho_{12} . \Delta \quad \frac{\sin \Delta}{\Delta} = s_{12} \frac{\sin \Delta}{\Delta''} \quad \omega.$$

Die Reduktionsgröße $\frac{\sin \Delta}{\Delta''}$ findet man leicht mit Hilfe der in den meisten Logarithmentafeln angegebenen Größe S, welche die Bedeutung hat

$$lg \sin a = lg\, a'' + S.$$

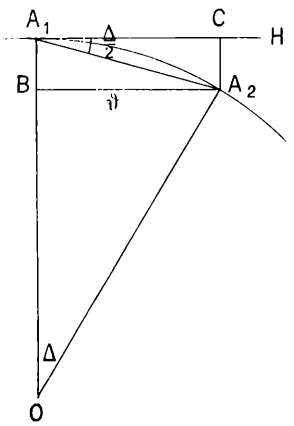


Fig. 1.

Ziehen wir nun die Sehne $A_1 A_2$, so ist der Winkel, den $A_1 A_2$ mit dem Horizonte $A_1 H$ bei A_1 einschließt, gleich $\frac{\Delta}{2}$ und die Strecke $C A_2 = -\vartheta \operatorname{tg} \frac{\Delta}{2}$, wenn wir $C A_2$ als Depression unter dem Horizonte von A_1 negativ rechnen. Ist nun das Azimut der Linie $A_1 C$ gleich a_{12}, so sind:

$$\xi_{12} = \vartheta \cos a_{12}$$
$$\eta_{12} = \vartheta \sin a_{12}$$
$$\zeta_{12} = -\vartheta \operatorname{tg} \frac{\Delta}{2}$$

die rechtwinkligen Koordinaten von A_2 bezogen auf ein Koordinatensystem, dessen Anfangspunkt in A_1 liegt und dessen ξ-Achse nach Süden, dessen η-Achse nach Westen und dessen ζ-Achse nach aufwärts geht. Die gefundenen Werte sind neben denen von D und $\frac{\Delta}{2}$ in Tafel VII unter $\xi_{i,i+1}$, $\eta_{i,i+1}$, $\zeta_{i,i+1}$ eingetragen.

Wir denken uns in jedem Dreieckspunkt ein solches Koordinatensystem errichtet und können nun mit Hilfe der bekannten geographischen Koordinaten alle diese Koordinatensysteme in ihrer Lage zu einem Ausgangssystem festlegen.

Es seien $B_0 L_0$ die Koordinaten dieser Ausgangsstation, für welche wir Viehberg wählen. Dann haben die drei Achsen die folgenden Richtungen im Raume:

$$x \begin{cases} B_0 - 90 \\ L_0 \end{cases} \qquad y \begin{cases} 0 \\ L_0 + 90 \end{cases} \qquad z \begin{cases} B_0 \\ L_0 \end{cases},$$

wobei wir $L_0 = 0$ wählen dürfen.

Irgendein Punkt mit dem Index i gibt ein Koordinatensystem mit den folgenden Richtungen:

$$\xi \begin{cases} B_i - 90 \\ L_i \end{cases} \qquad \eta_i \begin{cases} 0 \\ L_i + 90 \end{cases} \qquad \zeta_i \begin{cases} B_i \\ L_i \end{cases}$$

Wir erhalten dann für die Kosinus der eingeschlossenen Winkel:

$$\alpha_1 = \cos(x \xi_i) = \cos B_0 \cos B_i + \sin B_0 \sin B_i \cos L_i$$
$$\alpha_2 = \cos(x \eta_i) = -\sin B_0 \sin L_i$$
$$\alpha_3 = \cos(x \zeta_i) = -\cos B_0 \sin B_i + \sin B_0 \cos B_i \cos L_i$$
$$\beta_1 = \cos(y \xi_i) = \sin B_i \sin L_i$$
$$\beta_2 = \cos(y \eta_i) = \cos L_i$$
$$\beta_3 = \cos(y \zeta_i) = \cos B_i \sin L_i$$
$$\gamma_1 = \cos(z \xi_i) = -\sin B_0 \cos B_i + \cos B_0 \sin B_i \cos L_i$$
$$\gamma_2 = \cos(z \eta_i) = -\cos B_0 \sin L_i$$
$$\gamma_3 = \cos(z \zeta_i) = \sin B_0 \sin B_i + \cos B_0 \cos B_i \cos L_i.$$

Ihre Werte sind in Tafel VI eingetragen.

Tafel VII.

	ϑ	$\frac{\Delta}{2}$	$\xi_{i,i+1}$	$\eta_{i,i+1}$	$\zeta_{i,i+1}$	$x_{i,i+1}$	$y_{i,i+1}$	$z_{i,i+1}$
Viehberg—Kohout	23354^{m}19	381''48				—23161^{m}88	+ 2990^{m}96	— 43^{m}19
Kohout—Vetrnik	28033·65	452·52	—28033^{m}53	— 80^{m}04	— 61^{m}50	—28033·08	— 96·05	— 164·20
Vetrnik—Kamejk	31620·92	511·63	—23628·38	+21013·86	— 78·43	—23638·60	+21000·71	— 278·92
Vetrnik—Svidnik	49626·62	801·14	—41462·80	—27269·73	— 192·75	—41444·93	—27292·83	— 513·39
Kamejk—Svidnik	51471·82	829·77	—18018·49	—48214·94	— 207·06	—17806·21	—48293·59	— 234·53
Kamejk—Roßberg	34438·19	555·90	—34213·06	+ 3931·31	— 92·81	—34226·27	+ 3781·48	— 509·36
Roßberg—Mezi vraty	31860·53	514·63	— 6939·83	—31095·53	— 74·49	— 6781·27	—31130·56	— 60·27
Kamejk—Mezi vraty	49293·86	798·76	—41130·64	—27169·03	— 190·89	—41007·70	—27348·91	— 569·95
Svidnik—Mezi vraty	31258·42	504·70	—23296·07	+20841·84	— 76·48	—23201·37	+20944·68	— 334·59
Roßberg—Studeny vrch	31551·87	513·85	—29448·30	+11327·78	— 78·60	—29498·14	+11177·15	— 632·09
Mezi vraty—Studeny vrch	48024·31	776·90	—22750·68	+42293·50	— 180·89	—22717·59	+42307·84	— 571·84
Studeny vrch—Pecny	52024·31	841·32	—12369·09	—50532·50	— 212·20	—12003·17	—50620·82	— 164·81
Mezi vraty—Pecny	35709·81	579·49	—34723·54	— 8334·67	— 100·33	—34721·11	— 8312·88	— 736·70
Studeny vrch—Dablitz	45851·08	740·86	—36879·20	—27244·19	— 164·69	—36672·93	—27510·23	— 795·63
Pecny—Dablitz	33809·48	546·90	—24728·13	+23056·47	— 89·64	—24669·51	+23110·78	— 631·43
Studeny vrch—Zban	50298·69	813·46	—44381·63	+23669·16	— 198·37	—44533·45	+23346·44	— 1310·85
Dablitz—Zban	51462·92	830·44	— 7762·27	+50873·95	— 207·20	— 7859·83	+50856·78	— 514·53
Pecny—Sadska	28254·57	455·02	—24840·86	—13462·98	— 62·33	—24861·30	—13408·34	— 675·10
Dablitz—Sadska	36519·60	592·92	—27088·57	—36518·61	— 104·98	— 191·64	—36519·23	— 45·05
Sadska—Bösig	48232·12	782·55	—44708·85	+18095·76	— 182·99	—44602·93	+18307·26	— 1339·66
Dablitz—Bösig	48375·11	782·03	—44854·76	—18116·33	— 183·41	—44794·79	—18212·49	— 1384·24
Zban—Donnersberg	41096·67	665·30	—39077·23	—12724·23	— 132·56	—38909·26	—13181·94	— 1123·39
Dablitz—Donnersberg	60078·74	971·88	—46716·06	+37776·50	— 283·08	—46769·35	+37675·96	— 1638·16
Bösig—Donnersberg	55923·30	900·25	— 2053·70	+55885·58	— 244·08	— 1974·80	+55888·40	— 253·75
Bösig—Jeschken	28558·33	460·93	—21578·66	—18706·68	— 63·82	—21586·75	—18679·06	— 829·88
Donnersberg—Hoher Schneeberg	29310·70	472·56	—26517·48	—12487·62	— 67·15	—26384·62	—12735·14	— 889·75
Bösig—Hoher Schneeberg	51650·17	831·73	—28437·03	+43116·99	— 208·27	—28359·43	+43153·46	— 1143·59
Jeschken—Hoher Schneeberg	62202·39	1002·78	— 7079·00	+61798·26	— 302·41	— 6772·01	+61832·52	— 314·69
Viehberg—Kleinmünchen	40261·03	654·78				+33273·16	+22668·25	— 127·79
Kleinmünchen—Kremsmünster	26728·61	428·73	+22840·43	+13882·84	— 55·57	+22783·54	+13974·34	— 225·06
Viehberg—Jauerling	58303·21	940·18				+24302·53	—52996·74	— 265·75
Jauerling—Ötscher	54074·11	872·02	+53112·40	+10152·95	— 228·63	+53203·67	+ 9659·84	— 351·79
Ötscher—Voralpe	37214·12	601·17	+12706·54	+34977·63	— 108·44	+12966·46	+34882·26	— 31·34
Kremsmünster—Voralpe	56729·44	913·27	+34127·13	—45316·33	— 251·20	+34416·31	—45096·89	— 292·82
Voralpe—Liezen	42410·39	685·29	+19648·52	+37584·30	— 140·89	+19697·08	+37557·29	— 374·88
Kremsmünster—Liezen	54639·26	887·25	+54067·24	— 7885·65	— 235·06	+54113·04	— 7539·43	— 666·31
Liezen—Saualpe	85481·51	1383·89	+79420·26	—31615·28	— 573·58	+79559·34	—31216·83	— 1806·07
Voralpe—Saualpe	99480·84	1614·42	+99269·83	+ 6476·10	— 778·74	+99257·82	+ 6340·08	— 2177·12
Saualpe—St. Peter	35627·52	575·25	+25449·06	+24933·24	— 99·37	+25442·68	+24925·46	— 850·42
St. Peter—Golica	25487·13	409·19	+14729·80	+20799·69	— 50·57	+14637·88	+20855·30	— 620·52
Golica—Plegaš	36591·78	598·14	+36308·08	— 4547·63	— 106·12	+36313·56	— 4286·02	— 1386·88
Plegaš—Krimberg	38156·87	613·34	+26203·66	—27736·53	— 113·44	+26360·99	—27567·45	— 1046·15
Plegaš—Opčina	59651·82	966·82	+53574·43	+26231·95	— 279·59	+53339·72	+26573·18	— 2675·39
Krimberg—Opčina	60512·69	985·69	+27128·71	+54090·85	— 289·17	+26978·64	+54142·09	— 1629·40
Opčina—Montauro	48134·86	779·32	+47976·74	+ 3898·39	— 181·90	+47860·70	+ 4406·78	— 2632·51
Montauro—Pola	43806·99	711·68	+42786·42	— 9400·67	— 151·13	+42814·45	— 8922·83	— 2526·45

Indem wir nun die Koordinaten des Punktes $i+1$ bezogen auf den Punkt i mit den obigen Kosinuswerten entsprechend den Gleichungen:

$$x = \alpha_1\xi + \alpha_2\eta + \alpha_3\zeta$$
$$y = \beta_1\xi + \beta_2\eta + \beta_3\zeta$$
$$z = \gamma_1\xi + \gamma_2\eta + \gamma_3\zeta$$

multiplizieren, erhalten wir die mit $x_{i,i+1}$, $y_{i,i+1}$, $z_{i,i+1}$ bezeichneten Unterschiede der Koordinaten der beiden Punkte im System des Ausgangspunktes (Taf. VII). Durch Aufsummieren erhalten wir endlich die Koordinaten x_i, y_i, z_i aller Punkte, bezogen auf das System des Ausgangspunktes (Taf. VIII). Wenn ein Punkt auf mehreren Wegen erreicht wird, so wurde

Tafel VIII.

Station	x_i	y_i	z_i	Mittel	z'_i	B—R	I	II
Viehberg	0m00	0m00	0m00					
Kohout.....	— 23161·88	+ 2990·96	— 43·19	— 43·19	— 42·80	—0·39	—0m07	—0·07
Vetrnik.	— 51194·96	+ 2894·91	— 207·39	— 207·39	— 206·36	—1·03	—0·35	—0·35
Kamejk ...	— 74833·56	+ 23895·62	— 486·31	— 486·31	— 484·20	—2·11	—0·65	—0·65
Svidnik .	— 92639·77 — 92639·83	— 24397·92 — 24397·97	— 720·84 — 720·78	— 720·81	— 720·15	—0·66	+0·14	+0·11
Roßberg.....	—109059·89	+ 27677·10	— 995·67	— 995·67	— 993·47	—2·20	—0·09	—0·09
Mezi vraty ..	—115841·10 —115841·26 —115841·20	— 3453·46 — 3453·29 — 3453·27	— 1055·94 — 1056·26 — 1055·40	— 1055·87	— 1054·16	—1·71	—0·11	—0·10
Studeny vrch	—138557·97 —138558·78	+ 38854·25 + 38854·50	— 1627·76 — 1627·71	— 1627·74	— 1625·02	—2·72	+0·19	+0·18
Pecny .	—150561·54 —150562·30	— 11766·44 — 11766·22	— 1792·55 — 1792·57	— 1792·56	— 1790·11	—2·45	—0·33	—0·32
Dablitz ..	—175231·30 —175231·43	+ 11344·15 + 11344·45	— 2423·37 — 2423·97	— 2423·67	— 2420·28	—3·39	—0·29	—0·26
Zban	—183091·82 —183091·19	+ 62200·82 + 62201·08	— 2938·59 — 2938·20	— 2938·40	— 2934·18	—4·22	+0·16	+0·12
Sadska ..	—175423·22 —175423·00	— 25174·67 — 25174·93	— 2467·66 — 2468·72	— 2468·19	— 2465·09	—3·10	—0·69	—0·70
Bösig ...	—220026·04 —220026·15	— 6867·54 — 6868·19	— 3807·91 — 3807·85	— 3807·88	— 3803·97	—3·91	—0·09	—0·16
Donnersberg .	—222000·77 —222000·71 —222000·90	+ 49019·01 + 49020·26 + 49020·53	— 4061·79 — 4061·83 — 4061·63	— 4061·75	— 4056·95	—4·80	+0·25	+0·23
Jeschken .	—241612·85	— 25546·93	— 4637·76	— 4637·76	— 4633·87	—3·89	+0·12	+0·15
Hoher Schneeberg	—248385·41 —248385·53 —248384·86	+ 36284·79 + 36285·59 + 36285·59	— 4951·47 — 4952·45 — 4951·50	— 4951·81	— 4946·47	—5·34	+0·16	+0·18
Jauerling	+ 24302·53	— 52996·74	— 265·75	— 265·75	— 266·15	+0·40	—0·76	—0·90
Ötscher	+ 77506·20	— 43336·90	— 617·54	— 617·54	— 618·51	+0·97	—0·40	—0·44
Kleinmünchen.	+ 33273·16	+ 22668·25	— 127·79	— 127·79	— 127·10	—0·69	—0·53	—0·54
Kremsmünster	+ 56056·70	+ 36642·59	— 352·85	— 352·85	— 351·72	—1·13	—0·84	—0·86
Voralpe	+ 90472·66 + 90473·01	— 8454·64 — 8454·30	— 648·88 — 645·67	— 647·28	— 648·08	+0·80	—0·02	—0·02
Liezen. ...	+110169·74 +110169·91	+ 29103·16 + 29102·82	— 1022·16 — 1019·16	— 1020·66	— 1018·98	—1·68	—1·80	—1·81
Saualpe .	+189729·17 +189730·65	— 2113·84 — 2114·39	— 2826·73 — 2824·40	— 2825·57	— 2826·52	+0·95	+0·20	+0·22
St Peter	+215172·59	+ 22811·36	— 3675·99	— 3675·99	— 3675·99	0	—0·15	—0·13
Golica	+229810·47	+ 43666·66	— 4296·51	— 4296·51	— 4296·20	—0·31	+0·07	+0·06
Plegaš	+266124·03	+ 39380·64	— 5683·39	— 5683·39	— 5683·16	—0·23	+0·31	+0·32
Krimberg	+292485·02	+ 11813·19	— 6729·54	— 6729·54	— 6729·70	+0·16	+0·35	+0·41
Opčina	+319463·66 +319463·75	+ 65955·28 + 65953·82	— 8358·94 — 8358·78	— 8358·86	— 8357·24	—1·62	+0·07	+0·02
Montauro	+367324·41	+ 70361·33	— 10991·37	— 10991·37	— 10988·76	—2·61	—0·16	—0·20
Pola	+410138·86	+ 61438·50	— 13517·82	— 13517·82	— 13514·88	—2·96	+0·01	+0·02

das Mittel genommen. In Tafel VIII sind nur die Mittel der z angegeben, da diese allein interessieren. Sie werden bald sehr groß, denn sie wachsen mit ϑ^2. Will man allzu große Werte vermeiden, so muß man einen neuen Nullpunkt einführen.

Im nördlichen Teil ist die Übereinstimmung solcher mehrfacher Werte zum Teil überraschend gut. Störungen, die Unterschiede bis zu 1 m bedingen, scheinen in der Gegend von Sadska und Jeschken vorzuliegen. Weniger befriedigend ist die Übereinstimmung im südlichen Teil, was wohl damit zusammenhängt, daß die astronomischen Stationen hier spärlicher sind, daß Seiten eingezogen werden mußten, deren Richtungen nicht direkt beobachtet sind und daß diese Seiten teilweise auch viel länger sind als im nördlichen Teil, jedenfalls aber auch damit, daß das Netz hier die Alpen überquert und hier also wohl die Grundvoraussetzung der obigen Entwicklungen nicht genügend erfüllt ist, nämlich die gleichmäßige Krümmung des Geoides zwischen zwei astronomischen Stationen.

Vergleich mit dem Referenzellipsoid.

Wir vergleichen nun die gefundenen Werte von z mit den entsprechenden Werten von z' eines Bessel'schen Referenzellipsoides, das im Ausgangspunkte das Geoid berührt. Im Koordinatensystem des Ausgangspunktes hat es die Gleichung

$$\vartheta^2(1-e^2+e^2\cos^2\alpha\cos^2 B_0)+z'^2(1-e^2\cos^2 B_0)-2\vartheta z' e^2\cos\alpha\sin B_0\cos B_0+2z'a\frac{1-e^2}{W_0}=0,$$ [1]

wo ϑ dasselbe bedeutet wie oben, aber bezogen auf das Ausgangssystem. α ist das Azimut von ϑ, e die Exzentrizität und $W_0=\sqrt{1-e^2\sin^2 B_0}$. Wir schreiben die Gleichung in der Form:

$$\vartheta^2.(1-e^2+e^2\cos^2\alpha\cos^2 B_0)+\frac{2a(1-e^2)}{W_0}z'\left[1-\frac{\vartheta.e^2\cos\alpha\sin 2B_0W_0}{2a(1-e^2)}+\frac{z'(1-e^2\cos^2 B_0)W_0}{2a(1-e^2)}\right]=0$$

und lassen zunächst die kleinen Glieder in der eckigen Klammer, welche z'^2 oder $\vartheta.z'$ enthalten, weg. Die Gleichung für z' erhalten wir dann in der numerischen Form:

$$z'=-7\cdot84024.10^{-8}\ (1+0\cdot00188447\cos 2\alpha)\,\vartheta^2.$$

Diesen Wert von z' setzen wir in obige Klammer ein und erhalten dann einen verbesserten Wert von z' durch Division des ersten Wertes durch diesen Klammerausdruck oder wir korrigieren um die Größe

$$z'[5\cdot2175.10^{-10}.\vartheta-7\cdot8665.10^{-8}z'].$$

Die so gefundenen Werte, die also Punkten des Geoides und des Referenzellipsoides entsprechen, die im Sinne der z-Achse des Ausgangspunktes übereinanderliegen, stehen in der mit z_i' überschriebenen Spalte der Tafel VIII, während die folgende die Differenzen Beobachtung—Rechnung gibt, in dem Sinne, daß positive Werte eine Erhebung des Geoides über das Referenzellipsoid bedeuten. Will man die Unterschiede im Sinne der Lotlinie haben, so sind die Werte noch mit dem Kosinus des Neigungswinkels zwischen z_i und z_i' zu multiplizieren, d. i. mit γ_3. Da dieser in unserem Fall 3° nicht übersteigt, so kann diese Korrektur unterbleiben.

Die Bestimmung des Geoides.

Da die Werte von $z-z'$ sowohl im nördlichen als auch im südlichen Teil des Netzes mit der Entfernung anwachsen und alle negativ sind, so deutet dies darauf hin, daß das Geoid stärker gekrümmt ist als das Referenzellipsoid. Eine Unsymmetrie, die darin besteht, daß die Differenzen im Süden trotz der größeren Entfernung vom Nullpunkt kleiner sind als im

[1] R. Helmert: Die mathematischen und physikalischen Theorien der höheren Geodäsie I, Seite 137. Bei Helmert geht die Z-Achse nach abwärts.

Norden, muß auf den Umstand zurückgeführt werden, daß die Lotstörung im Ausgangspunkt nicht $= 0$ gesetzt werden darf. Man wird also das Referenzellipsoid durch eine Veränderung der großen Achse um da und eine Veränderung der Abplattung, gegeben durch $d(e^2)$, verbessern. Ferner wird man im Ausgangspunkt eine Lotstörung ξ_0 in der Nord—Süd-Richtung und eine Lotstörung η_0 in der Ost—West-Richtung annehmen müssen. Wenn man versucht, durch einen Ausgleich nach der Methode der kleinsten Quadrate diese vier Unbekannten zu bestimmen, so findet man zunächst, daß sich die beiden Unbekannten da und $d(e^2)$ nicht trennen lassen. Die Koeffizienten sind beide von ϑ^2 abhängig und der Einfluß des Azimutes, der bei $d(e^2)$ eine Rolle spielt, ist sehr gering, da sich die Azimute namentlich für die weiter entfernten Punkte nahe an Null halten. Man wird also auf die gleichzeitige Bestimmung beider Unbekannten verzichten müssen. Es wurden daher zwei Ausgleiche vorgenommen, der erste mit da, ξ_0 und η_0, der zweite mit $d(e^2)$, ξ_0 und η_0. Die Gleichungssysteme haben die Form:

$$\text{I.}\quad z_i - z_i' = z_i' \frac{da}{a} - x_i\xi_0 + y_i\eta_0. \qquad \text{II.}\quad z_i - z_i' = -\frac{\vartheta_i^2}{2a}\cos^2\alpha_i \cos^2 B_0 d(e^2) - x_i\xi_0 + y_i\eta_0.$$

Die Resultate sind:

I.	$da = -2823^m$	$\xi_0 = -2''13$	$\eta_0 = -4''03.$
II.	$d(e^2) = +0\cdot001034$	$\xi_0 = -2\cdot14$	$\eta_0 = -4\cdot15.$

Der zu $d(e^2)$ gehörige Wert der Abplattung ist 1 259.

Die Darstellung der beobachteten Werte ist in beiden Fällen so weitgehend gleich, daß eine Entscheidung nicht getroffen werden kann. Der Vergleich mit dem Resultate, das Schumann für die ganze Dreieckskette findet:

$$da = -695^m \quad d(e^2) = +0\cdot0004202 \text{ oder } a \quad 1 \quad 265 \quad \xi_0 = -2''34 \quad \eta_0 = +4''20,$$ [1]

zeigt einen kleineren Unterschied gegen das Bessel'sche Ellipsoid, aber sowohl in a wie in e^2. Sie wirken aber im gleichen Sinne zusammen, so scheint das Schumann'sche Resultat eine mittlere Stellung zwischen unseren Lösungen I und II einzunehmen.

Die bleibenden Reste sind in der Tafel VIII unter I. und II. gegeben. Sie sind nun alle klein, nur in der Gegend der Station Liezen scheint eine größere Störung vorzuliegen, welche das Geoid etwa um $1\cdot80$ m unter das Referenzellipsoid herunterdrückt. Überhaupt scheint in den Gegenden der nördlichen Kalkalpen bis zur Donau das Geoid tiefer zu liegen als das Referenzellipsoid, in den südlichen Alpen dagegen höher. Im nördlichen Teil des Netzes überwiegen die negativen Zeichen, bei den nordböhmischen Randgebirgen aber setzen wieder positive Werte ein.

Über den Netzausgleich im allgemeinen.

Die rechnerischen Arbeiten eines Triangulierungswerkes beginnen mit dem Stationsausgleich, dessen Ergebnis das Beste darstellen soll, was aus den Horizontalwinkelbeobachtungen gewonnen werden kann. Daran schließt sich der Netzausgleich, durch welchen jene Verbesserungen bestimmt werden, welche an dem Resultate des Stationsausgleiches angebracht werden müssen, um die gesamten Bedingungen des Netzes streng zu erfüllen. Dabei werden natürlich die Resultate des Stationsausgleiches wieder geändert, so daß sie eigentlich nur als Näherungswerte für den Netzausgleich gelten. Man kommt so zu der bizarren Vorstellung, daß es eigentlich ganz überflüssig ist, die Horizontalwinkel so genau zu messen. Es genügen Näherungswerte; das übrige macht der Netzausgleich. So wörtlich ist das nun nicht zu nehmen. Der Sinn des Netzausgleiches nach der Methode der kleinsten Quadrate besteht darin, daß die geringsten Verbesserungen anzubringen sind, daß man also die Beobachtungen nur wenig ändern darf, weil sie doch schließlich das sind, was eigentlich die Grundlage bildet und

[1] Schumann zählt die Lotstörung η nach Osten positiv.

diese muß doch so gut als möglich sein. Wenn man aber bedenkt, daß die Verbesserungen mitunter weit größer ausfallen als die wahrscheinliche Ungenauigkeit der Stationswerte, so kommt man doch zu der Anschauung, daß der Netzausgleich sozusagen ein eigenes Leben führt.

Der Netzausgleich liefert ein in sich vollständig widerspruchsfreies Dreiecknetz, welches auf dem angenommenen Referenzellipsoid ausgebreitet ist. Die geodätische Übertragung liefert dann für jeden Dreieckspunkt geographische Koordinaten auf dem Referenzellipsoid und diese geben im Vergleich mit den astronomischen Beobachtungen die Lotabweichungen. Diese werden, abgesehen von unregelmäßigen Schwankungen von einem gewählten Ausgangspunkt an, ein stetiges Anwachsen zeigen. Man kann nun versuchen, durch Änderung der Dimensionen des Referenzellipsoides einen besseren Anschluß zu erzielen. Das neue Referenzellipsoid soll nun dieses Anwachsen der Lotabweichungen nicht mehr zeigen. Nehmen wir an, dies wäre gelungen, so hätte man eigentlich auf dem neuen Referenzellipsoid den ganzen Ausgleich und die ganze geodätische Übertragung zu wiederholen. Die Wiederholung des Ausgleiches erweist sich als gegenstandslos; es werden nämlich die sphärischen Exzesse auf den beiden Referenzellipsoiden so gleich ausfallen, daß die beiden Ausgleiche identisch werden. Die geodätische Übertragung aber fällt wegen der verschiedenen Krümmungen im zweiten Falle ganz anders aus. Das Resultat wäre nun wieder ein vollständig widerspruchsfreies Netz, bei welchem die von der geodätischen Übertragung gelieferten geographischen Koordinaten mit den astronomischen Beobachtungen übereinstimmen, aber offenbar auch die Winkel die alten aus dem Stationsausgleich folgenden Werte wieder angenommen hätten. Eine solche Wiederholung der geodätischen Übertragung ist aber, soviel mir bekannt ist, niemals gemacht worden.

Wenn wir nun von dem ersten Netz eine Karte machen, so fallen alle Netzpunkte auf geographische Positionen, welche von den astronomischen um den Betrag der Lotstörung abweichen. Da diese oft mehrere Bogensekunden ausmachen und jeder Bogensekunde auf der Erde 30 *m* entsprechen, so liegen die Punkte mit den richtigen astronomischen Koordinaten bis zu mehreren 100 *m* von den Netzpunkten entfernt. Dieser Umstand erscheint ziemlich schwerwiegend. Man denke sich z. B., daß die Karte eines Küstengebietes auf den Ergebnissen der Landestriangulierung beruhe, und daß es notwendig wäre, die Position einer Insel, die nicht ins Netz einbezogen ist, nach den astronomischen Koordinaten einzuzeichnen. Sie kommt offenbar an einen ganz unrichtigen Punkt. Ebenso wird der Seemann, wenn er seinen Ort astronomisch bestimmt, in eine ganz unrichtige Beziehung zur Küste kommen und der Fehler kann nach dem obigen ein paar hundert Meter, also einen ganz merklichen Teil einer Seemeile ausmachen.

Das Resultat der zweiten geodätischen Übertragung ist von diesem Fehler frei. Und wenn der in Betracht kommende Teil des Geoides sich wirklich durch ein Rotationsellipsoid mit der Erdachse paralleler kleiner Achse mit guter Annäherung darstellen läßt, so wird das zweite Resultat mit dem unausgeglichenen völlig identisch sein. Liegen aber Störungen vor, die meist noch viel mehr ausgeben als das, was von der einfachen Krümmung herrührt, derart, daß es überhaupt kein gut anschließendes Rotationsellipsoid gibt, so bleiben nach der zweifachen Rechnung noch Lotstörungen übrig, aus denen die Form des Geoides berechnet werden kann. Aber auch in diesem Falle wäre wegen der großen Arbeitsersparnis das unausgeglichene Netz von Anfang an vorzuziehen und man kommt zu der Ansicht, daß es am besten wäre, den Netzausgleich überhaupt zu unterlassen und wie in den obigen Ausführungen ohne Ausgleich zu rechnen. Es würde dies auch für rein geodätische Zwecke vollständig ausreichen. Die Winkelbedingungen sind dabei von vornherein erfüllt, weil für jedes Dreieck jene Krümmung angenommen wird, bei welcher die aus dem Stationsausgleich folgenden Winkel den dazugehörigen sphärischen Exzeß ergeben. In den Seitenlängen sind die Unterschiede gering. Es wird ausreichen, Doppeldeutigkeiten durch eine Mittelbildung zu beseitigen. Es wird nur darauf hinauskommen, für weitere Arbeiten eine gewisse Länge für jede Seite

als offiziell zu erklären. Besseres kann man überhaupt nicht erzielen. Man befindet sich dabei in keiner schlechteren Lage, als wenn in einem Netz zwei Basismessungen durchgeführt wurden, von denen aber eine nur zur Kontrolle dient oder wenn zwei Netzteile unter Zwangsbedingungen aneinander angeschlossen werden.

Die schönen Arbeiten von Schmehl[1] über die Geometrie auf einer beliebigen Fläche dürften endlich auch in dem Resultate gipfeln, daß die Netzausgleichung überflüssig wird. Jedenfalls halte ich es für notwendig, daß die astronomischen Werte das unerschütterliche Gerüst für alle Triangulierungsarbeiten bleiben. Natürlich ist aber dazu notwendig, daß jeder Dreieckspunkt auch eine astronomische Station ist.

Zusammenfassung.

1. An demselben Material, welches der Publikation des Wiener militärgeographischen Institutes: R. Schumann, „Der Meridianbogen Großenhain—Kremsmünster—Pola", zugrunde liegt, wird gezeigt, daß man die Form des Geoides auch ohne Netzausgleich bestimmen kann. Hiebei werden die aus dem Stationsausgleich folgenden Winkel unmittelbar verwendet und die daraus sich ergebenden sphärischen Exzesse den Krümmungsverhältnissen der betreffenden kleinen sphärischen Dreiecke zugeschrieben. Für diese werden die Seitenlängen berechnet.

2. Da im südlichen Teil der Meridiankette die astronomischen Stationen weit auseinanderliegen, müssen, um je zwei astronomische Stationen durch eine Seite von bekannter Länge zu verbinden, neue Seiten eingezogen werden.

3. Für die Bestimmung der sphärischen Abstände der astronomischen Punkte werden die geographischen Längenunterschiede gebraucht, die sich aus den Azimutmessungen berechnen lassen. Es folgt aber, daß für die Anwendung der hier geschilderten Methode direkte Längenbestimmungen von Vorteil wären. Der halbe sphärische Abstand ist der Depressionswinkel der Sehne.

4. Aus den linearen Entfernungen, den Azimuten und den sphärischen Abständen ergeben sich die linearen Koordinaten jedes Punktes, bezogen auf das Koordinatensystem des Vorangehenden.

5. Durch Aufsummieren bei Berücksichtigung der gegenseitigen Lage der Koordinatensysteme erhält man die linearen Koordinaten sämtlicher astronomischer Stationen, bezogen auf ein beliebig gewähltes Ausgangssystem und damit eine absolute Bestimmung des Geoides.

6. Durch Vergleich mit den Koordinaten eines Besselellipsoides, welches im Ausgangspunkte berührt, erhält man die Situation des Geoides gegen dieses Referenzellipsoid.

7. Aus den Unterschieden läßt sich ein neues Referenzellipsoid bestimmen, welches sich den Beobachtungen besser anschließt. Es läßt sich nur entweder eine Verbesserung der großen Achse oder eine Verbesserung der Abplattung bestimmen. Ferner muß man auch eine Lotstörung im Ausgangspunkte einführen. In unserem Falle ergeben sich für diese beiden Fälle die Werte:

$$\text{I. } da = -2823^m \qquad \xi_0 = -2''13 \qquad \eta_0 = -4''03.$$

$$\text{II. } d(e^2) = +0\cdot001034 \qquad \xi_0 = -2''14 \qquad \eta_0 = -4\cdot15.$$

Zu $d(e^2)$ gehört die Abplattung 1 259.

---

[1] H. Schmehl: „Untersuchungen über ein allgemeines Erdellipsoid"; Veröffentlichung des preuß. geodätischen Institutes, Neue Folge, Nr. 98.

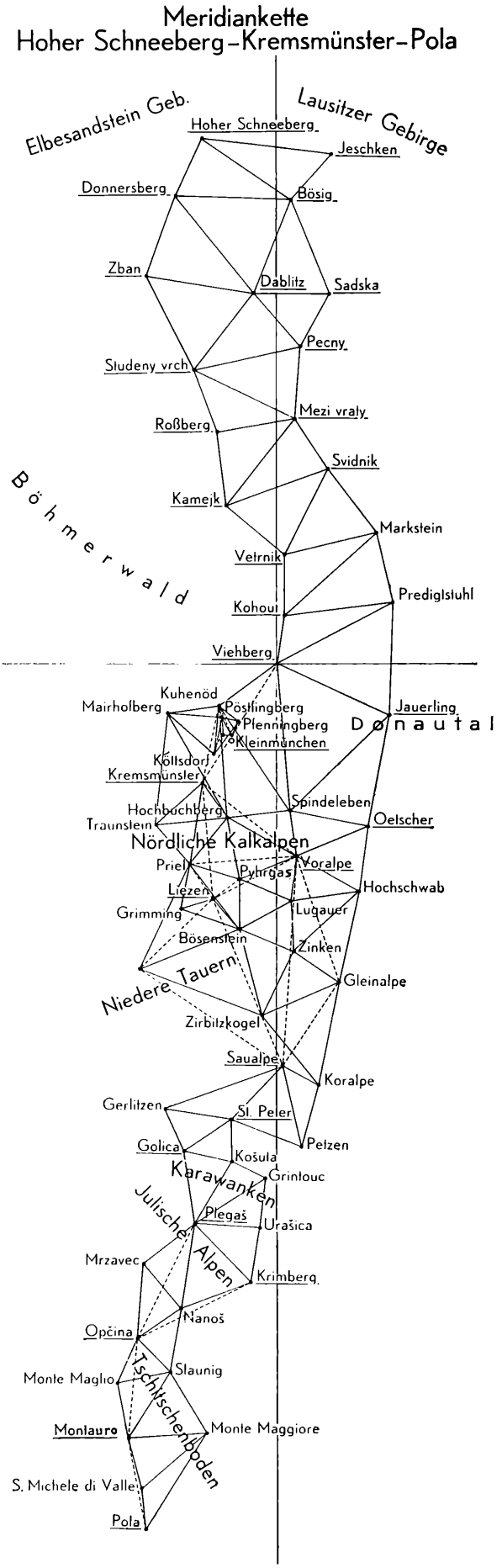
„Ausgezeichnete konjugierte Kurvennetze auf dem Geoid"; Z. f. Verm., 1929.

„Berechnung des Azimutes auf dem Erdellipsoid"; Z. f. Verm., 1930.

„Bestimmung der Hauptkrümmungsradien auf dem Geoid"; Verhandl. der baltischen geodätischen Kommission, 1929.

Die Reste, welche nach unregelmäßigen Verbiegungen des Geoides entsprechen, erreichen nur noch an einer Stelle den Betrag von 1.80^m.

8. Es wird hervorgehoben, daß eine wirkliche Verbesserung durch Netzausgleich nur erhalten wird, wenn man die geodätische Übertragung für das neue Referenzellipsoid wiederholt. Da dieses nun eine sehr kostspielige und zeitraubende Angelegenheit ist, da überdies im Falle größerer Abweichungen des Geoides von einem Rotationsellipsoid auch so kein befriedigendes Ergebnis zu erhalten ist und da endlich die zweite Rechnung ein Resultat zeigen dürfte, das den unausgeglichenen Werten sehr nahekommt, so scheint es am besten, den Netzausgleich überhaupt zu unterlassen und alles auf die astronomischen Werte der geographischen Koordinaten zu gründen, zu welchem Zwecke in jedem Triangulierungspunkte sowohl geographische Breite als Länge beobachtet werden muß.


Meridiankette
Hoher Schneeberg–Kremsmünster–Pola
Elbesandstein Geb.
Lausitzer Gebirge
Hoher Schneeberg
Jeschken
Donnersberg
Bösig
Zban
Dablitz
Sadska
Pecny
Studeny vrch
Mezi vraly
Roßberg
Svidnik
Böhmerwald
Kamejk
Markstein
Vetrnik
Prediglstuhl
Kohout
Viehberg
Kuhenöd
Mairhofberg
Pöstlingberg
Jauerling
Pfenningberg
Donautal
Kleinmünchen
Köllsdorf
Kremsmünster
Spindeleben
Hochbuchberg
Oetscher
Traunstein
Nördliche Kalkalpen
Priel
Pyhrgas
Voralpe
Hochschwab
Liezen
Grimming
Lugauer
Bösenstein
Zinken
Niedere Tauern
Gleinalpe
Zirbitzkogel
Saualpe
Koralpe
Gerlitzen
Sl. Peter
Golica
Petzen
Košuta
Karawanken
Grintouc
Julische Alpen
Plegaš
Urašica
Mrzavec
Krimberg
Nanoš
Opčina
Slaunig
Monte Maglio
Tschitschenboden
Monte Maggiore
Montauro
S. Michele di Valle
Pola

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Denkschriften der Akademie der Wissenschaften.Math.Natw.Kl. Frueher: Denkschr.der Kaiserlichen Akad. der Wissenschaften. Fortgesetzt: Denkschr.oest.Akad.Wiss.Mathem.Naturw.Klasse.

Jahr/Year: 1941

Band/Volume: 104

Autor(en)/Author(s): Prey Adalbert

Artikel/Article: Versuch eines Astronomischen Nivellements ohne Netzausgleich. (Mit 1 Textfigur und 1 Bildtafel). 207-234