

II 90 052

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

ÖSTERREICHISCHE AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE KLASSE
DENKSCHRIFTEN, 116. BAND, 4. ABHANDLUNG

WOLFGANG KAUNZNER

ÜBER EINIGE
ALGEBRAISCHE ABSCHNITTE
AUS DER
WIENER HANDSCHRIFT NR. 5277

WIEN 1972

IN KOMMISSION BEI SPRINGER-VERLAG, WIEN/NEW YORK

DRUCK: ERNST BECVAR, A-1130 WIEN



WOLFGANG KAUNZNER

ÜBER EINIGE
ALGEBRAISCHE ABSCHNITTE
AUS DER
WIENER HANDSCHRIFT NR. 5277

WIEN 1972

IN KOMMISSION BEI SPRINGER-VERLAG, WIEN/NEW YORK

DRUCK: ERNST BECVAR, A-1130 WIEN

VORWORT

Herrn Prof. Dr. HELMUTH GERICKE als Dank für den Forschungsauftrag

Es gibt nicht viele einschlägige Handschriften aus der Frühzeit der deutschen Algebra. Die überwiegende Anzahl der noch vorhandenen ist lateinisch geschrieben. Auch in den deutschen Texten sind die technischen Ausdrücke meist lateinisch und verraten damit wahrscheinlich eine der ihnen zugrunde liegenden Quellen.

Im Münchner Kodex Clm 14908 aus dem Regensburger Kloster St. Emmeram finden wir — datiert 1461 — den ältesten Nachweis einer deutsch aufgezeichneten Algebra, ediert von GERHARDT¹⁾ und CURTZE²⁾. Der zweite Nachweis ist die „Deutsche Algebra“ von 1481 in der aus Leipzig stammenden Dresdener Handschrift C 80, Blatt 368^r—378^v; sie ist noch nicht veröffentlicht, jedoch bereits druckfertig abgeschrieben. Ein dritter Text, der schließlich deutsche und lateinische Abschnitte enthält, befindet sich im Manuskript Nr. 5277 der Österreichischen Nationalbibliothek Wien, Blatt 2^r—33^r und im Münchner Clm 19691, Blatt 2^r—28^r. Die Abhandlung selbst stammt aus der Zeit vor 1521³⁾, wahrscheinlich aus den Jahren 1500 bis 1520, und dürfte in Wien oder Ingolstadt aufgezeichnet worden sein⁴⁾.

Diese letztgenannten „Regulae Cosae uel Algorbrae“ kommen hier mit zum Abdruck, weil sie sowohl einen Einblick in den Wissensstand der frühen deutschen Algebra vermitteln, als auch mit als Grundlage für die ersten gedruckten deutschen Algebrabücher⁵⁾, die bekanntlich in Wien geschrieben wurden, gedient haben. CHRISTOFF RUDOLFF (1500?—1545?) z. B. wurde deshalb angegriffen, weil er seine Beispiele in der Bibliothek zu Wien gestohlen haben soll und sie ohne Beweis veröffentlichte. Es handelt sich um den aufgeführten Traktat. MICHAEL STIFEL (1487?—1567) verteidigte ihn gegen diesen Vorwurf⁶⁾.

¹⁾ C. J. GERHARDT, Zur Geschichte der Algebra in Deutschland, Teil 2, in: Berliner Monatsberichte 1870, S. 142f.

²⁾ M. CURTZE, Ein Beitrag zur Geschichte der Algebra in Deutschland im 15. Jahrhundert, in: Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik, Heft 7, 1895, S. 49f. und 50—58. Hier handelt es sich um zwei algebraische Texte von verschiedener Hand. Der zweite erscheint sehr ähnlich auch in Cgm 4142, Blatt 45^r—49^v, von etwa 1506, Herkunft unbekannt; der Anfang steht auch in Clm 14504, Blatt 351^r.

³⁾ Wir finden im Clm 19691, Blatt 1^r: „Sum cristanno Stirtznprigl perchara supellex. Emptus 13 crucigeris. Anno mundi 6719. Anno cristi 1520“ M. CURTZE, Eine Studienreise, in: Centralblatt für Bibliothekswesen, Jahrgang 16, 1899, S. 290 macht bereits hierauf aufmerksam, gibt allerdings irrtümlich das Jahr 1510 an. Die beiden Traktate stimmen in den zwei Handschriften überein, der Münchner scheint jedoch aus dem Wiener oder einem anderen Paralleltext abgeschrieben zu sein; er weist gegenüber dem Wiener etliche Fehler auf. Vielleicht hat STIRTZNPRIGL den noch leeren Band im Jahre 1520 gekauft und war bis 1521 bis auf Blatt 61^v gelangt; dort steht diese Jahreszahl. Die Schrift innen und der Kaufnachweis vorne von 1520 stammen von gleicher Hand, also wahrscheinlich von ihm. Demnach wurde diese algebraische Abhandlung „Regulae Cosae uel Algorbrae“ im Wiener Kodex, sofern er dem Münchner als Vorlage diente, vor 1521 geschrieben.

Im Clm 19691 ist auf Blatt 20^r das dortige Beispiel Nr. 22 und das anschließende „Aliud exemplum“ durch Überspringen von Zeilen zu einer einzigen sinnlosen Aufgabe zusammengefaßt. Auf Blatt 22^r heißt es unrichtig: „Gib mir zwo zall in proportione tripla“ statt „dupla“. Auf Blatt 26^v lesen wir: „1 $\frac{1}{2}$ Valor 8 φ . multiplicir 1 $\frac{1}{2}$ in sich mit abwischung des puncts, werden 8 φ gleich 1 $\frac{1}{2}$ “. Also wurde auch der Fehler 8 φ mit übernommen. Die entsprechenden Stellen im Wiener Manuskript auf Blatt 22^rf., 25^r richtig und 30^r falsch. Der Text, der bei Cod. Vind. Pal. 5277 auf Blatt 31^v und 32^vf. steht, fehlt in der Münchner Handschrift; das Schema von Blatt 32^r befindet sich auf Blatt 28^r von Clm 19691.

⁴⁾ Siehe Eintrag auf Blatt 246^r; eine Aufzeichnung aus Ingolstadt.

⁵⁾ HEINRICH SCHREYBER, Ayn new kunstlich Buech, Nürnberg 1518/21. CHRISTOFF RUDOLFF, Behend vnnd Hubsch Rechnung, Straßburg 1525.

⁶⁾ MICHAEL STIFEL, Die Coss Christoffs Rudolffs, Königsberg 1553, Vorrede.

Die anderen zum Abdruck gebrachten Abschnitte sind für die Entwicklung der algebraischen Methodik von nicht minderer Bedeutung:

Die drei traditionsreichen Beispiele ALCHWARAZMIS (780?—850?), nämlich $x^2 + 10x = 39$; $x^2 + 21 = 10x$; $x^2 = 3x + 4$ wurden demnach⁷⁾ 1524 in Ingolstadt mit geometrischer Beweisführung aufgezeichnet. Der Abschnitt enthält offensichtliche Abschreibfehler, ist aber trotzdem nicht die wortgetreue Wiedergabe des ursprünglichen Textes⁸⁾. Auch die beigegebenen Skizzen weichen von ihm ab. Wo mögen die direkten Vorlagen dieser Abhandlung sein, bzw. seit wann mag man diesen Stoff in Ingolstadt vorgetragen haben?

Unser Manuskript enthält den vollständigen Algorithmus „De numeris datis“ des JORDANUS NEMORARIUS (um 1260?). Dieses schwer lesbare Werk wurde von einem Kommentator zusätzlich zum Originaltext in die um 1500 sozusagen moderne algebraische Form transkribiert, wobei hervorzuheben ist, daß ein senkrechter Strich das Gleichheitszeichen darstellt, ferner die neben einen Koeffizienten hochgestellten Zeichen n, co, Wurzelhaken in der Bedeutung von x^0 , x , x^2 stehen; zwei nebeneinander angeschriebene hochgestellte Wurzelhaken versinnbildlichen unser x^4 .

Die im Cod. Vind. Pal. 5277 verwendeten Wurzelsymbole lassen interessante Rückschlüsse zu. Wir können zwei Gruppen unterscheiden: abstrakte Rechenvorschriften ohne Beziehung zur Geometrie, in denen gemäß arabischer Überlieferung⁹⁾ der Gegensatz irrational — rational als surdus — audibilis herausgestellt wird¹⁰⁾. Die als Wurzelzeichen verwendeten Punkte erscheinen auch im Text, etwa „...“ anstelle von „die 3. Wurzel“. Im C 80 hatte man in Beispielen nur einen bzw. zwei Punkte für die Quadrat- bzw. 4. Wurzel angesetzt. Deutlich hebt sich hiervon in der „Ars binomialis“ der auf griechischer Tradition aufbauende — aus inkommensurablen Strecken und Flächen hergeleitete — Wurzelbegriff ab, der auch auf die geometrische Veranschaulichung bei EUKLID zurückgreift.

Somit bildet die Wiener Handschrift Nr. 5277 ein für die Entwicklung der algebraischen Symbole wertvolles Dokument. Selbst abhängig von wahrscheinlich italienischen und arabischen Vorlagen, tritt hier um das Jahr 1500 als neue und sonst — so weit bekannt — bei uns nur in Leipzig geübte Rechenweise der Umgang mit Irrationalitäten auf. Kaum ein anderes algebraisches Teilgebiet verdient so stark herausgestellt zu werden wie dieses, weil seit LEONARDO VON PISA (1180?—1250?) die direkte Beziehung fehlt. So liegt die Vermutung nahe, daß die gerade im süddeutschen Raum nachgewiesene Beschäftigung mit Handschriften der Antike und der rege Verkehr mit Italien Gründe für das dortige Auftreten der Wurzelrechnungen sein könnten. Vielleicht versuchte man nun, nachdem man Originalmanuskripte besaß und diese verhältnismäßig auch bald im Druck zugänglich waren, die dort entgegen tretenden geometrischen Irrationalitäten in das kleidsamere Gewand der algebraischen Ausdrucksform zu stecken. Der Umgang mit der algebraischen Symbolik hatte immer mehr abkürzende Merkmale in das allgemeine Blickfeld der Mathematiker gerückt, und somit dürfte der Übergang zur algebraischen Auswertung von Binomien, Residuen usw. nur eine sinnvolle Fortsetzung des einmal eingeschlagenen Weges sein.

Die hier abgeschriebenen Abschnitte aus dem 385 Blätter umfassenden Wiener Manuskript sind algebraische Darstellungen. Sie stellen sich einem unbefangenen Leser als Bindeglieder zwischen einer bis dahin bei uns nur spärlich und vorwiegend rhetorisch betriebenen Algebra¹¹⁾ und den ersten gedruckten Wiedergaben vor¹²⁾. So nimmt unser Kodex auch für die spätere Zeit eine Schlüsselstellung ein, obwohl HEINRICH SCHREYBER (vor 1496—1525) in der Lehre von den Potenzen und RUDOLFF bei Behandlung der Wurzeln abweichende

⁷⁾ Vgl. Fußnote 4.

⁸⁾ Dieser ist abgedruckt durch F. ROSEN, The Algebra of Mohammed ben Musa, London 1831.

⁹⁾ Vgl. Bl. 381^v.

¹⁰⁾ Zwei Eintragungen auf Bl. 380^v.

¹¹⁾ Algebraische Probleme wurden größtenteils ohne Verwendung jeglicher Symbolik angegangen.

¹²⁾ Vgl. Fußnote 5.

Wege beschreiten. Trotzdem dürften sowohl die Potenzschreibweise SCHREYBERS, die seinen Überlegungen ihr Gepräge erteilt, — er baute seine algebraischen Modelle aus starren Beziehungen zwischen den entsprechenden Gliedern in arithmetischen und geometrischen Folgen auf, — als auch die von RUDOLFF geübte Wurzelschreibweise im genannten Kodex ihren Ursprung haben. Die Verdienste SCHREYBERS und RUDOLFFS bestehen mit darin, diese neuen mathematischen Methoden durch den Druck in deutscher Sprache einem großen Interessentenkreis zugänglich gemacht zu haben. Deshalb wird auf originalgetreue Wiedergabe der damaligen Symbole Wert gelegt.

Der bis heute ungeklärte kleine Haken $\sqrt{}$ für RUDOLFFS Quadratwurzel und die Zeichen $\sqrt[3]{}$ und $\sqrt[4]{}$ für die 3. bzw. 4. Wurzel könnten aber hier ihre Vorläufer haben. Vereinzelt nehmen nämlich diese als Wurzeln vorgesetzten Punkte in unserem Manuskript das Aussehen von Haken an, — wahrscheinlich bei schnellem Schreiben, — und die Gebilde sehen dann den von RUDOLFF verwendeten ziemlich ähnlich. „Per punctum Intellige radicem“ läßt ein Schreiber auf Blatt 32^v wissen und die damals gebrauchten Wendungen „Man lösche aus den Punkt“ bzw. „Mit Abwischung des Punktes“ für Aufheben des Wurzelzeichens lassen hier eine sinnvolle Bedeutung erkennen. Freilich wäre es verkehrt, die anderen Merkmale nicht auch zu berücksichtigen, denn neben dem Zeichen φ , welches wahrscheinlich radix oder res gelesen wurde, finden sich für die Unbekannte auch radix, res und cossa. An einer Stelle, auf Blatt 30^r, stoßen wir auf „ φ de φ “, zu lesen als „punctus de radice“ für die Quadratwurzel der Unbekannten. Es mutet unglaublich an, aber im C 80 tritt auf Blatt 368^r das gleiche Symbol „ $\sqrt{}$ von $\sqrt{}$ “, gelesen als „Wurzel von der Wurzel“, als 4. Potenz der Unbekannten auf.

Um Quadrat- und Kubikwurzelziehen wußte man Bescheid, auch um die Unzulänglichkeit der erreichten Ergebnisse. Verkappte Dezimalschreibweisen durch Anhängen von Nulldupeln bzw. Nulltripeln an den Radikanden hatten irgendwo ihre natürliche Grenze. RUDOLFF ließ wahrscheinlich deshalb in seinem Algebrabuch in Kaufmannsbeispielen irrationale Zahlwerte in exakter Form stehen. Aus diesem Grunde behandelte man solche irrationalen Ausdrücke meist gesondert in einem „Algorithmus de surdis“.

Der Beachtung ist schließlich noch wert, daß in unserer Handschrift die Symbole + und — auch als Vorzeichen verwendet werden, so etwa in: „x mal — x^0 ergibt —x“ auf Blatt 6^r; „+ 6 subtrahe, — 4 adde“ auf Blatt 24^r; die „Cautela“ auf Blatt 13^v.

Die deutschen Cossisten¹³⁾ konnten in ihrem Schaffen nicht wie etwa Griechen, Araber, Italiener und Spanier auf teils jahrhundertlange Tradition zurückgreifen. Freilich, Latein war die Gelehrtensprache, und es standen lateinische Vorlagen zur Verfügung. Hier aber versuchte man im Zeitalter der Erfindungen und Entdeckungen zwei Probleme auf einmal zu bewältigen: die bislang fremde algebraische Methode sollte in den Rahmen der üblichen Algorithmen eingliedert und die Muttersprache selbst auch als schriftliches Verständigungsmittel dienstbar gemacht werden. Aus diesen Gründen scheint die Herausgabe dieser Abschnitte gerechtfertigt, denn die Mathematiker der Zeit um 1500 haben die ihnen gestellte Aufgabe gelöst. Sie erzielten durch folgerichtige Anwendung der von ihnen in der „Deutschen Coß“ verwendeten Symbole sogar zeitweilig einen Vorsprung vor den Italienern, bis jene mit der Lösung der kubischen Gleichung diesen aufholten.

Die Geschichte der Handschrift, die hier skizziert und zu einem kleinen Teil ediert werden soll, bedarf einer gesonderten Untersuchung. WAPPLER¹⁴⁾ weist darauf hin, daß unser Manuskript 1656 mit der Fugger-Bibliothek den Wiener Beständen einverleibt worden sein soll. Offen ist noch, wie weit Wien als Entstehungsort in Frage kommt, weil so umfangreiche

¹³⁾ „Deutsche Coß“ wurde zum Fachausdruck für die frühe deutsche Algebra. Deren hervorstechendstes Kennzeichen ist die Verwendung der Zeichen + und — als Operationssymbole.

¹⁴⁾ H. E. WAPPLER, Zur Geschichte der deutschen Algebra im 15. Jahrhundert, Zwickau 1887, S. 3, Fußnote 2.

Handschriften erfahrungsgemäß von mehreren Händen stammen, meist etliche Male den Besitzer wechselten und zuweilen unter nicht mehr nachzuprüfenden Gesichtspunkten zusammengebunden wurden. Wie weit der auf Blatt 347^r erwähnte JOHANNES VÖGELIN (Ende 15. Jh.—1549) als Verfasser anzusehen ist¹⁵⁾, bleibt ebenfalls offen. Die Abhandlung „Regulae Cosae uel Algobrae“ stammt meiner Ansicht nach von einem anderen Schreiber, sofern der Hinweis auf VÖGELIN von ihm selbst geschrieben wurde. Diese Fragen spielen nur eine zweitrangige Rolle. Gesichert erscheint, daß Teile unseres Kodex vor 1518 in Wien zumindest bekannt waren, weil SCHREYBER in seinem Rechenbuch 1518/21 und RUDOLFF 1525 offenbar hierauf zurückgriffen. Sollten gar diese beiden Autoren mit am Zustandekommen der erwähnten Beiträge beteiligt sein? Einmal, weil beide theoretische Anweisungen der „Regulae Cosae uel Algobrae“ teils wörtlich entlehnen und Beispiele von dort beziehen, zum anderen, weil die ganze Wurzeldarstellung RUDOLFFs ihre Vorlage in den hier abgedruckten Wurzelalgorithmen hat. Die andere Möglichkeit, daß nämlich Cod. Vind. Pal. 5277 nach dem Erscheinen der beiden aufgeführten Drucke eben von dort zum Teil abgeschrieben wurde, — es gibt ja solche Fälle, — erweist sich hier schon im Zusammenhang mit dem 1520 datierten Clm 19691 als absurd. Dann müßte RUDOLFF seine Aufgaben aus einer anderen Wiener Handschrift „gestohlen“ haben.

Der Text wird nach Möglichkeit bereinigt, so weit es sich um Rechenfehler handelt. Der entsprechende Hinweis in Fußnoten erfolgt in der jetzigen Zeichensprache. Kürzungen sind aufgelöst. Worte werden geschrieben wie im Original, etwa „que“; entstammen sie einer Ligatur, dann werden sie ausgeschrieben, hier „quae“. Der Übersichtlichkeit halber wird in Kapitel eingeteilt und dort aufgabenmäßig durchnummeriert. Jedes Beispiel wird mit einer neuen Zeile begonnen. Die vereinzelt zu findenden Satzzeichen sind ziemlich wahllos gesetzt. Deshalb wird interpunktiert. Bei den Wurzelalgorithmen jedoch wäre dies nicht möglich gewesen, ohne Verwirrung zu stiften, weil die Wurzelzeichen durch Punkte ausgedrückt sind. Hier wird die neu hinzugefügte Interpunktion in Klammern gesetzt. Solche Klammern () dienen zur Ergänzung; (=) zur Erläuterung; die mit einem Zeichen markierten Klammern ()* stehen im Text; auch die geschweiften und eckigen ⟨⟩. [] dient zur Tilgung von Textstellen.

Groß- und Kleinschreibung erfolgt nach Lesbarkeit des Originals. Bruchstriche stehen waagrecht, manchmal sind sie vergessen; vereinzelt stößt man auf die auch jetzt gebrauchten Abteilungszeichen. Der damaligen Gepflogenheit entsprechend, sind Zahlen bisweilen zwischen Punkte gesetzt; dies ist bei der Wiedergabe beibehalten. Mit Ausnahme von Blatt 379^r—381^r sind die neuen indisch-arabischen Ziffern anzutreffen.

In der Inhaltsangabe erscheinen rote Überschriften gesperrt gedruckt. Bei der Wiedergabe von Texten sind Hauptüberschriften meist fett, Zwischenüberschriften meist gesperrt gedruckt.

Der besprochene Kodex wurde von mehreren Händen verfaßt, z. T. in kaum lesbarer Schrift. Von einer Hand stammt etwa die Schrift auf Blatt 244^r—246^v und die Randbemerkungen einschließlich Ergänzungen zu den „De numeris datis“ auf Blatt 320^v—331^r. Auch Blatt 201^r—205^r und Blatt 361^r—381^r. Nachdem VÖGELIN laut Ankündigung die Blätter 347^r—349^r geschrieben haben dürfte, werden noch etliche andere Stücke von seiner Hand stammen.

An ungewohnten Fachwörtern tritt auf:

achtrin = Echtring, entspricht 4 Seideln oder 1/32 Eimer¹⁶⁾ (Blatt 31^r, 33^r)

linea concava $\left\{ \begin{array}{l} \text{exponet} \\ \text{ostendat} \end{array} \right. = \text{daraus folgt; es ist in Ordnung; daß sich ergibt (24^v)}$

¹⁵⁾ Man sehe bzgl. VÖGELIN: ADB 40, S. 142f.

¹⁶⁾ Vgl. auch K. VOGEL, Die Practica des Algorithmus Ratisbonensis, in: Schriftenreihe zur bayerischen Landesgeschichte, Band 50, München 1954, S. 238, Fußnote 112.

noch einest so vil = noch einmal so viel (22^r)

presilg = rote Farbe? (246^r)

ringer = geringer (31^r)

seyt mal = nachdem (25^v)

Trabant = Fußknecht (24^r)

viridung = Quadratelle (25^v)

Wir sehen, daß das Zeichen φ für die Unbekannte auch das r in der Abkürzung gr für Groschen ersetzt, etwa auf Blatt 25^v. „Pone 1 φ , et hanc multiplica“ auf Blatt 24^v zeigt an, daß es Synonym für ein Wort weiblichen Geschlechts ist. Blatt 15^r, Zeile 12 „taxatur“ wird mit deutschem x geschrieben, dem Zeichen für die Unbekannte zum Verwechseln ähnlich; wahrscheinlich ein weiterer Anhaltspunkt dafür, daß diese sich aus „res“, — wie bei JOHANNES REGIOMONTAN (1436—1476) gesehen, — über φ , welches schließlich über einige Varianten als deutsches φ mißverstanden wurde, zum lateinischen x wandelte. Einer, der nicht Latein konnte, las eben „x“. „Dentur 2 φ in proportionem tripla, ita, quod primus multiplicetur“ auf Blatt 24^v verrät, daß dieses Symbol für x^0 für ein Wort männlichen Geschlechts steht, wie numerus oder denarius; nicht dragma.

Manche Fehler in den einzelnen Abhandlungen führen endlich zu dem Schluß, daß Schreiber und Verfasser nicht jeweils identisch waren.

Das Wiener Manuskript wurde bereits von GERHARDT beschrieben¹⁷⁾. TROPFKE¹⁸⁾ erwähnt das Vorkommen des Wurzelhakens auf Blatt 260^v. In anderen Darstellungen über Geschichte der Mathematik wurde unserem Kodex ebenfalls Platz eingeräumt.

Verwunderlich ist, daß beim Stand der damaligen algebraischen Kenntnisse lineare Gleichungssysteme kaum aufzufinden sind. Eine dieser wenigen Ausnahmen ist auf Blatt 244^r aufgezeichnet; sie wird mit abgedruckt. Interessant ist sowohl die Methode, als auch die Verwendung hochgestellter Symbole wie beim besprochenen Kommentar zu „De numeris datis“. REGIOMONTAN ging so vor und einer der Schreiber des Clm 14908. Wollte man diese Symbole besonders herausstellen, oder bildete diese Schreibart die Vorstufe unserer Potenzdarstellung? Letztes in sinnvoller Übereinstimmung mit der Angabe bei STIFEL, nämlich in der Gegenüberstellung der Glieder arithmetischer und geometrischer Folgen:

$$\begin{array}{cccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \varphi & \varphi & \delta & \tau & \delta\delta \end{array}$$

Dem Direktor der Handschriftensammlung der Österreichischen Nationalbibliothek Wien, Herrn Dozent Dr. Mazal, danke ich für die bereitwillige Unterstützung bei meinem Vorhaben. Es wurde mir gestattet, den Wiener Kodex auf längere Zeit in den Räumen der Staatsbibliothek Regensburg zu benützen. Mein Dank gilt ferner den Damen und Herren der genannten Bibliothek, die es mir ermöglichten, mich ungestört meiner Arbeit zu widmen.

Die vorliegende Skizze konnte zum Teil auf Grund eines von der DFG erteilten Auftrages erstellt werden. Der Österreichischen Akademie der Wissenschaften, insbesondere Herrn Professor Dr. Günther Hamann und Herrn Professor Dr. Edmund Hlawka, sei für die Aufnahme dieses Manuskriptes in die Schriftenreihe der Akademie hier der geziemende Dank abgestattet.

Regensburg, im Winter 1970/71

Wolfgang Kaunzner

¹⁷⁾ GERHARDT¹, S. 143—147.

¹⁸⁾ J. TROPFKE, Geschichte der Elementar-Mathematik II³, Berlin und Leipzig 1933, S. 184, Fußnote 1083.

INHALTSANGABE VON COD. VIND. PAL. 5277

Die am Rande markierten *) Abhandlungen werden anschließend abgedruckt.

fol. 1^r „Contenta in hoc libro:

Regulae Cossae

Modus praeparandi uirgam uisoriā cubicā

Balneolus

De sinibus et Cardagis

De quantitate trium corporum

De Capacitate figurarum

Proiectio sphaerae secundum Messahalach

Compositio Torqueti

Pondera demonstrata 13 propositionibus

De Iride

De tribus notis

De commensuratione

Planisphaerium Jordani

De tribus proportionibus vna componenta et duabus componentibus

Mileus de sphaericis triangulis

Algorithmus demonstratus

De speculo parabolico

De Isoperimetris

De speculo Mukefi seu parabolico, Aliquot differenter Alphragani

Collectanea in geographiam Ptolemaei

Radices geographicae Claudij Clausus

De sinibus secundum Blanchinum

Compositio Tabularum sinuum

Thebith de motu octauae sphaerae

Thebith de praecognitionibus almagesti

Exempla Ahmeti Filij Joseph

Data numerorum Jordanj

Varia exempla de numeris

Algorithmus proportionum irrationalium

Algorithmi surdorum

Longitudines et Latitudines quarundam ciuitatum

De proportionibus

Figurae emendatae speculariae Euclidis et 150 conclusionis Johannis de sacro boscho“.

„Ex Augustissima Bibliotheca CAESAREA Vindobonensi“.

*) fol. 2^r—33^r „Regulae Cosae uel Algobrae“.

fol. 33^v Bsp. mit Ring an einem Finger.

fol. 34^r—34^v Astronomische Tabellen.

fol. 35^r—36^r Doliometrie.

fol. 37^v „Algorithmus de surdis Quadratorum“ = Dresdener Kodex C 80 fol. 292^v. „Algorithmus radicum cubicarum“ = Dresdener Kodex C 80^m fol. 30^r—31^v; hier kürzer als

- im C 80^m und ohne Beispiele. „Algorithmus quadratorum De quadratis“ = C 80 fol. 287^r; in unserer Handschrift bedeutend kürzer als in der Dresdener¹⁹).
- fol. 38^r „Leo de Balneolis Israhelita: De Sinibus chordis et arcubus, Item Instrumento Reuelatore Secretorum“ bezieht sich auf die am übernächsten Blatt beginnende Abhandlung²⁰). Hier ist ein großer Kreis gezeichnet.
- fol. 39^v Rechenanweisungen.
- fol. 40^r—65^v endet: „Explicit tractatus Instrumenti Astronomiae Magistri Leonis de Balniolis habitationis Aurayce“.
- fol. 66^r „Trapezuntius in Almagestum Capitulo nono“. Hinweise auf ARCHIMEDES, PTOLEMAIOS, REGIOMONTAN, TRAPEZUNT.
- fol. 66^v Jakobsstab?
- fol. 68^r Wahrscheinlich handelt es sich bei dieser Aufstellung um ein Bücher-, nicht jedoch um ein Inhaltsverzeichnis:
- „Johannes de gmunden de sinibus et arcubus
 - Euclidis elementa
 - Euclidis data
 - Euclidis phaenomena
 - Euclidis specularia
 - Euclidis perspectiua
 - Euclides de ponderibus
 - Perspectiua communis
 - Tractatus de quantitate trium corporum
 - Algorithmus demonstratus
 - Tractatus de speculo parabolico
 - Tractatus de Iride
 - Tractatus de 3^{bus} proportionibus Euclidis
 - Theodosius de sphaericis
 - Tractatus de isoperimetris
 - Astrolabium stöffler
 - Ars faciendi virgas visorias
 - Sphaera materialis
 - Quadripartitum Ptolemaei
 - Specularia Ptolemaei
 - Geometria Bra(d)uardini
 - Arithmetica Boetij
 - Musica Boetij
 - Musica stapulen(sis)
 - Geometria Boetij
 - Jordani arithmetica
 - Jordani pondera
 - Proiectio sphaerae Jordanj
 - P(l)anisphaerium Ptolemaei
 - Canones Almanach
 - Conica elementa

¹⁹) Die entsprechenden Stellen aus den Dresdener Handschriften sind bereits abgedruckt bei W. KAUNZNER, Über Johannes Widmann von Eger, Regensburg 1967, S. 132f., 155f., 157f.

²⁰) LEO DE BALNEOLIS oder LEVI BEN GERSON (1288—1344), lebte in Avignon. Im lateinischen Wiener Manuskript Nr. 5072 heißt das von ihm erfundene Instrument „secretorum revelator“, wie im Hebräischen. Vgl. hierzu: M. STEINSCHNEIDER, Miscellen zur Geschichte der Mathematik, Bibl. Math. 1890, Neue Folge 4, S. 107.

Domenicus de Clauasio
 Quadratum geometricum peurbachij
 Opera mathematicalia Bonillj (?)
 Tractatus de 3^{bus} notis
 Instrumenta varia
 Horologia uaria
 Cosmographia Ptolemaei
 Almagestum Ptolemaei
 Tabulae sinuum
 Tabulae directionum
 Tabulae eclipsium
 Tabula primi mobilis
 Mathematicalia Nicolai de Cusa
 Epitome Johannis de monte Regio
 Theoricae planetarum
 Vallae centiloquium
 Trapezuntij centiloquium
 Alfraganus
 Guitellonis perspectiua
 Thebith
 Alhacen perspectiua
 Arsachel
 Mileus
 Albategnj
 Geber
 Regulae Algobrac
 Julius fruncus (= Frontinus?)
 Manilius
 Higinius
 Theon alexandrinus in Almagestum
 Vernerus super primum cosmographiae ptolemaei
 Tabulae Alphonsi
 Tabulae Blanchini
 Tabulae resolutae
 Pontanus
 Archimedes
 Rogerius de radijs
 Praedicator de Iride
 Cleomedes et reliqua georgij uallae translata
 Georgij Vallae opera
 Calendarium stofflerium
 Niphi (?) opera
 Lucius trellantius contra pic (= Pictagoram?)
 Piggtagrj (?) opera“.

Wir finden außerdem: „De Sinibus Cordis et arcubus“, die Überschrift des am folgenden Blatte beginnenden Traktates des JOHANNES VON GMUNDEN (1380?–1444). fol. 69^r–89^r „Quia de sinibus cordis et arcubus in [in] Canonibus saepius facta est mentio“. Fol. 71^r Hinweis auf ARCHIMEDES und PTOLEMAIOS. Fol. 85^r zwei Arcus- und Sinus-tabellen mit neuen Ziffern, also sicherlich nicht von JOHANNES VON GMUNDEN geschrieben.

fol. 89^v–90^r Geometrische Figuren: Pythagoräischer Lehrsatz (?), Gnomon.

- fol. 90^v „Prima Tabula Chardagarum sinus; Secunda tabula Cardagarum sinus; Tabula Alzachelis de sinibus; Tabula ptolemaei de sinibus“. Tabellen mit neuen Ziffern.
- fol. 92^r–100^v „Tractatus de Quantitate trium solidorum Corporum“.
- fol. 92^r 1. „Capitulum primum de distantia lunae et terra“.
- fol. 96^r 2. „Sequitur de quantitate diametrorum lunae in longitudine sua maxima Et vmbrae in loco transitus lunae et longitudine vmbrae. Capitulum 2^m“.
- fol. 98^r 3. „Sequitur de longitudine $\bigcirc$ (= solis) a terra et quantitate diametri eius Capitulum 3“.
- fol. 98^v 4. „Ca 4^m. Sequitur de quantitate circulorum et corporum trium solidorum et eorum ad seinuicem proportione“.
- fol. 100^v „Explicit tractatus de quantitate trium solidorum corporum secundum sententiam Ptolomaei in Almagestum Anno 1520 in die animarum“.
- fol. 101^r–110^r „Aliquid de acquisitione capacitatis figurarum“. Ebene Figuren.
- fol. 110^v–117^v „Proiectio Sphaerae in Planum“.
- fol. 118^r–123^v „(S)I Quis voluerit componere Torquetum, accipiat laminam, de quacunque materia voluerit ...“. Abhandlung über geographische und astronomische Instrumente in mehreren Abschnitten.
- fol. 130^r–137^v „Tractatus Euclidis de ponderibus continens tredecim theoremata“.
- fol. 137^v–151^r „Incipit tractatus specialis de modo demonstrandi iridem esse circularem Secundum modum Aristotelis ...“.
- fol. 151^v–154^r „De tribus notis (c)viuslibet trianguli rectilinei ...“.
- fol. 154^r–164^v Geometrisch-astronomische Abhandlung.
- fol. 164^v–167^v Planisphaerium.
- fol. 168^r–170^v „Proportio est duarum quantitatum eiusdem generis adinuicem habitudo ...“.
- fol. 171^r–185^r endet: „Explicit primus tractatus millei de figuris sphaericis“. Über sphärische Dreiecke.
- fol. 199^r–223^v „(D)Igitur est omnis numerus minor decies. Articulus est omnis numerus, qui digitum decuplat, aut digiti decuplum, aut decupli decuplum, et sic in infinitum“. Es handelt sich um den „Algorithmus demonstratus“ des JORDANUS NEMORARIUS. Nicht von einem einzigen Schreiber, sondern fol. 201^r–205^r von anderer Hand. In der Wiener Handschriftenbeschreibung irrtümlich als „Tractatus de logarithmis“ ausgewiesen²¹⁾.
- fol. 224^r–230^r „(P)Arabolicum speculum est, cuius superficiem concauam describit parabole ...“.
- fol. 231^r–236^v „Isoperimetra“ mit Nachschrift „Viennae Pannoniae per G(eorgium) G(otzmann) Aubingense VIII Calendarum Nouembrium Anno huius seculi Quinto et uicesimo“, also 1525²²⁾.
- fol. 237^r–241^v „Collectanea. Ex libro de aggregationibus scientiae Stellarum Ahmeti filij Ahmeti, qui dictus est Alphraganus“. Kapitel 22–30.
- fol. 241^v „Regula pulchra. Circuli area procedit ex ductu totius diametri in se et producti in 11, et huius secundi producti decima quarta pars est area vide Boetium“.
- fol. 242^r Hinweise auf astronomische Literatur; gemäß „Speculum Astronomiae“ des ALBERTUS MAGNUS (1208?–1280).

²¹⁾ Man sehe auch CURTZE³, S. 284f.

²²⁾ Wegen GOTZMANN lese man nach bei WAPPLER¹⁴, S. 3.

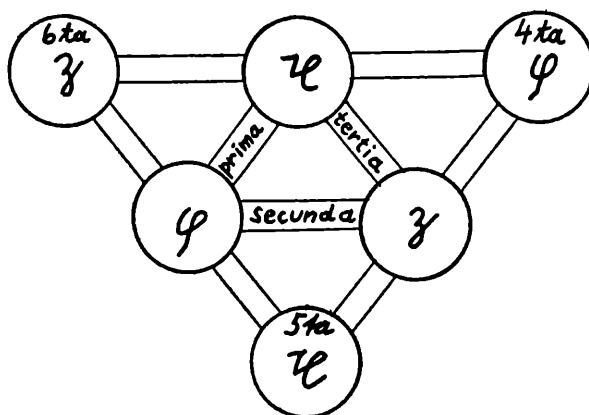
- fol. 242^v—243^r Regeln zur landwirtschaftlichen Aussaat. Rechen- bzw. Rätselaufgaben.
 fol. 243^r—244^r Magische Quadrate, drei- bis dreizehnzeilig.
- *) fol. 244^r Rechenbeispiele. Hochgestellte Symbole n und co für die Konstante bzw. die erste Potenz der Unbekannten.
 fol. 244^v Bspe. und Rätsel.
- *) fol. 245^r—246^r „Quarta, quinta, sexta Regula“, quadratische Gleichungen mit geometrischer Lösung. 10. September 1524, Ingolstadt.
 fol. 246^r—246^v Rezepte, einen guten Presilg (= rote Farbe?) bzw. eine gute Tinte herzustellen.
 fol. 247^v—270^r Astronomie und Geographie. Schrift teils unleserlich. Fol. 260^v einige Wurzelhaken, 264^v Zahlbeispiel mit geometrischer Figur, 266^v—267^r Zusammenstellung geographischer Angaben.
 fol. 271^r—276^r Längen- und Breitenangaben von Orten.
 fol. 276^r—277^r Geometrie. Vorlesungsankündigung über Geographie des JOHANNES VÖGELIN aus Heilbronn.
 fol. 277^v—278^r „Circa proportionales irrationales Annotata“. Vier Regeln. Die Schreibweise ist die von NICOLAUS ORESME (1323?—1382) geübte, z. B.: „Exemplum in rationalibus: $\frac{1}{2}$ 4p est $\frac{1}{4}$ 16p et $\frac{1}{8}$ 64p et $\frac{1}{8}$ 256p, ut patet resoluendo. Est enim $\frac{1}{2}$ 4p Proportio dupla Et ea est $\frac{1}{4}$ 16p. Diuidatur enim 16p in 4 duplas et 64p in 6 duplas Et 256p in 8 duplas“.
 fol. 278^r—281^r Geographie. Erwähnung eines BIRCKHAIMER. Fol. 280^v Hinweis auf REGIOMONTAN. Näherung für π : $3\frac{1}{2} > \pi > 3\frac{10}{11}$ laut ARCHIMEDES.
 fol. 283^r—284^v „De diffinitionibus sinuum secundum Johannem Blanchinum“. Der Schrift nach könnte es von BLANCHINUS selbst geschrieben sein.
 fol. 287^r—287^v „Compositio tabulae sinus“ von GEORG VON PEURBACH (?) (1423—1461). „Sequitur Tabula sinus Magistri Georgij de Peurbach“.
 fol. 288^r—289^v Sinustafeln PEURBACHS.
 fol. 290^r—296^r Rezepte und Heilmittel. Unleserliche Schrift.
 fol. 296^v—297^r Über Sechzigerbrüche.
 fol. 297^v—298^v Geometrie.
 fol. 299^r—302^r „Thebit imaginationis motus octauae sphaerae“.
 fol. 302^r—305^v „Thebit praecognitionis Almagesti“.
 fol. 305^v—307^r „Thebit de magnitudine sphaerae et circulorum diversorum“.
 fol. 307^v—320^v „Incipiunt Exempla Ahmeti filij Josephi de proportione et proportionalitate“.
- *) fol. 320^v—331^r Vollständiger²³⁾ Algorithmus „De numeris datis“ des JORDANUS NEMORARIUS²⁴⁾. Die Art der hochgestellten Potenzbezeichnungen verdient hier besonders herausgestellt zu werden. Nicht im eigentlichen Text, sondern in Randnoten bzw. ab fol. 327^r. Vereinzelt, etwa auf fol. 328^v, 8. Zeile, bedient sich der Schreiber der sonst gebräuchlichen Form und notiert $\mathfrak{z}$ für x^2 ; auf fol. 329^r, Zeile 45 steht $\mathfrak{ss}$ für x^4 . Als Wurzelzeichen erscheint ein vorgesetztes φ .
 fol. 331^r—334^v „Pro regularum Algabe cognitione est primo notandum . . .“ = „Lateinische Algebra“ aus dem Dresdener Kodex C 80, fol. 350^r—364^v²⁵⁾. Bis auf einige hier fehlende Abschnitte in den allgemeinen Erläuterungen fast wörtliche Übereinstimmung. Von den Beispielen sind gegenüber der großen Anzahl im C 80 nur verhältnismäßig wenige aufgeführt; sie enden bei Kapitel 13. Wir finden + und —, ebenso die sonst

²³⁾ WAPPLER¹⁴, S. 3.

²⁴⁾ Abgedruckt von M. CURTZE, Commentar zu dem „Tractatus de Numeris Datis“ des Jordanus Nemorarius, in: Zeitschrift für Mathematik und Physik 36, 1891.

²⁵⁾ Abgedruckt von WAPPLER¹⁴, S. 11—30.

für die Potenzen der Unbekannten üblichen Bezeichnungen. Auf fol. 332^v begegnet uns nebenstehende Skizze. Nähere Angaben finden sich nicht, auch keine Datierung. Die Abhandlung im C 80 stammt von 1486 oder früher.



fol. 335^r–336^v „Sequitur Algorithmus proportionum“ von NICOLAUS ORESME²⁶), erster Traktat. Der Schreiber sagt „numerus vel dux“ und „denominator vel comes“ für Zähler und Nenner.

*) fol. 337^r „Algorithmus Quadratorum a quadratis“. Wurzelhaken da.

fol. 337^r–337^v „Algorithmus surdarum radicum quadratarum“ = C 80 fol. 292^v²⁷), hier aber ohne Beispiele. Als Wurzelzeichen setze man Punkte vor: einen bei der Quadratwurzel, zwei bei der 4. Wurzel, drei bei der 3. Wurzel, vier bei der 6. Wurzel, denn es heißt: „In extractione radice alicuius radice cubice praeponantur numero 4 puncta“. Im C 80 bedeuteten vier Punkte das Symbol für die 9. Wurzel.

fol. 337^v „Algorithmus radicum surdarum cubicarum“ = C 80^m fol. 30^r–31^r²⁸). Hier ohne Beispiele, jedoch mit dem Zusatz: „De Radicum extractione. In radicum extractione, si numerus propositus rationalis fuerit, ut in integris radix cubica extrahitur. Sin vero, Numero proposito duo (= tria) puncta praeponantur et factum est. Et tantum de isto“.

fol. 337^v–338^r „Algorithmus radicum surdarum Quadratorum de quadratis“ = C 80 fol. 287^r = C 80^m fol. 32^v–33^v²⁹). Hier wiederum ohne Beispiele, aber mit der Bemerkung: „Radicum extractio. In radicum extractione, Si numerus propositus rationalis fuerit, ut in integris fiat extractio. Sin vero, numero proposito tria (= duo) praeponantur puncta, et facta est extractio. Et tantum de isto“.

fol. 338^r–338^v Geometrie: Zentri- und Peripheriewinkel, Fällen eines Lotes auf eine Sekante zwischen zwei rechtwinkligen Schenkeln, Konstruktion der Parabel.

fol. 339^r Über Germanen und Allemannen.

fol. 340^r–342^v Geographische Ortsangaben, Astronomie und Geographie.

fol. 342^v–343^r „De mensibus anni“.

fol. 343^r–343^v Rezepte gegen die Pest, von JOHANN ABBAS S. PAULI LAURENTINENSI an PETER HOCHSTETTER geschickt.

fol. 343^v–346^r Geometrie von BRADWARDINUS.

fol. 347^r–349^r „Vögelin scribebat et inueniebat“ über geometrische Proportionen.

fol. 350^v scheint Umschlag eines Briefes an einen Magister RAITZENBERGER zu sein.

fol. 351^r–360^v Ebene Geometrie mit Figuren.

²⁶) Ähnlich ediert von M. CURTZE, Der Algorismus Proportionum des Nicolaus Oresme, Berlin 1868.

²⁷) KAUNZNER¹⁹, S. 132f.

²⁸) KAUNZNER¹⁹, S. 155f.

²⁹) KAUNZNER¹⁹, S. 157f.

fol. 361^r—378^v schließt: „Expletus est tractatus tertius Libri Milei de sphaericis et cum eius expletione completus est totus liber eius“. Wahrscheinlich über sphärische Dreiecke.

*) fol. 379^r—381^r „Exempla Süper algorithmüm de Sürdis“. Hier begegnen uns die alten Ziffernformen, nämlich 𐤀, 𐤁 und 𐤂 für 4, 5 und 7.

fol. 381^v—382^r „Haec infrascripta scholia continet ad Mileum“.

*) fol. 382^r „De aliquibus speciebus cubicorum“. Hier finden wir wirklich drei vorgesetzte Punkte im Zahlbeispiel. In den Dresdener Handschriften war dieser Fall nur angedeutet worden.

*) fol. 382^v „De aliquibus speciebus 4^{torum} de 4^{tis}“.

*) fol. 382^v—384^v „Ars binomialis“.

fol. 385^r—385^v „Compositio instrumenti quo ad veram coniunctionem solis et lunae“.

ABDRUCK EINIGER TEXTE AUS COD. VIND. PAL. 5277

Der Übersichtlichkeit halber wird in Kapitel unterteilt und die einzelnen Aufgaben werden durchnummeriert. Vor der Wiedergabe findet sich eine kurze inhaltliche Skizzierung der jeweiligen Abschnitte. Bei Textaufgaben steht die algebraische Gleichung anschließend vermerkt.

A.

Im Abschnitt „Regulae Cosae uel Algobrae“ fällt u. a. auf: Die Beispiele zur Regel 1 — lineare Gleichungen mit einer Unbekannten — werden durch den Dreisatz geprobt. Die Randbemerkungen hierzu sind meist von anderer Hand und mit anderer Tinte geschrieben.

Die Reihenfolge der Rechenoperationen, nämlich Addition — Multiplikation — Subtraktion — Division ist teils die nämliche, wie sie von SCHREYBER praktiziert wird; dessen Überlegungen führen direkt an die Hochzahlrechnung heran³⁰).

Bemerkenswert ist, daß auf Blatt 10^v f. etliche Rechenfehler auftreten, die später korrigiert wurden.

Es läßt sich grob folgende Einteilung anführen:

1. Vorzeichenregeln.
2. Vorstellen der Potenzen der Unbekannten.
3. Algorithmus de integris³¹).
4. Algorithmus fractionum.
5. Gleichungsregeln.
6. Beispiele zu einzelnen Regeln³²).
7. Lösungsmethoden von quadratischen Gleichungen.
8. Beispiele, auch mit gebrochenen rationalen Funktionen, die wie bei SCHREYBER und RUDOLFF praktiziert werden³³).
9. Zusammenstellung von 24 Gleichungsformen.
10. Wurzelbezeichnung.
11. Aufstellen von 12 Regeln für Gleichungen.
12. Beispiele.

³⁰) Man sehe SCHREYBER⁵, Bl. G I^r—(G V^v). Blattangabe in Klammern auf nicht numerierter Lage.

³¹) Hierbei handelt es sich nicht um den des JOHANNES VON SACROBOSCO (1200?—1256?), sondern hauptsächlich um Rechnungen mit linearen Polynomen mit ganzen Koeffizienten.

³²) Es handelt sich nicht um die gleichen Regeln wie im vorigen Abschnitt.

³³) Dies zeigt etwa RUDOLFF⁵, Bl. E 1^r oder SCHREYBER⁵, Bl. H I^v.

fol. 2^r

1. Regulae Cosae uel Algebrae

a) Conditiones circa + vel — in additione.

+ et + } facit + } addantur non habendo respectum,
 — et — } facit — } quis numerus sit superior.

Si fuerit { + et — } simpliciter subtrahatur minor numerus a
 { — et + } maiori, et residuo sua ascribatur nota³⁴).

b) Conditiones circa + et — in subtractione.

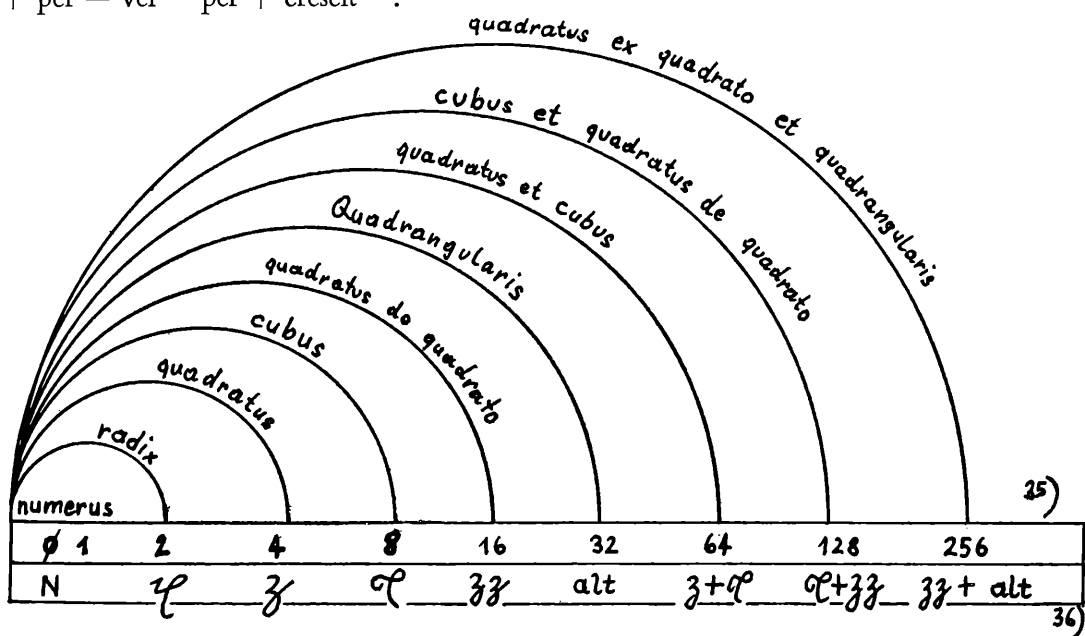
Si fuerit + et + vel — et —, existente numero superiore maiore, fiat subtractio, et relicto sua ascribatur nota. Quod, si inferior excesserit superiorem, fiat subtractio, et residuo apponatur nota aliena.

Si fuerit { + et — } addantur absque ullo respectu superioris et inferioris, quandoque { +
 { — et + } tum ad excessum productum habebit { —.

c) Conditiones circa + et — in multiplicatione.

+ per + vel — per — surgit +.

+ per — vel — per + crescit —.

fol. 2^v2. a) Capitulum Primum de numero eiusque Characterere³⁷).

Numerus nihil aliud est (docente Boetio)* multitudo a maximo usque ad monadem³⁸),

³⁴) Am Rande lesen wir: „Id est, si excessus fuerit de numero habente +, addatur excessus eadem nota“.

³⁵) Im Text steht 216 anstatt 256; in Clm 19691 richtig.

³⁶) Es bedeutet also hier:

0, 0, N	1	2	4	8	alt	2+1	4+2	8+4
x ⁰	x	x ²	x ³	x ⁴	x ⁵	x ⁶	x ⁷	x ⁸

Ab der fünften pflegte man damals die Potenzen der Unbekannten in anderer Weise anzugeben als hier. Man sehe hierzu auch TROPFKE¹⁸, S. 148f. Im Clm 19691 findet sich von anderer Hand als das gezeichnete Schema unterhalb der letzten Zeile, beginnend ab 1, die Zahlenfolge von 1 bis 8 aufgeführt. Wahrscheinlich ein Hinweis auf Verbindung der Glieder in arithmetischen und geometrischen Folgen.

³⁷) Ein weiterer Nachweis, daß man die symbolisierten Potenzen der Unbekannten als „Charakter“ bezeichnete. So spricht JOHANNES WIDMANN (um 1460—?) im Dresdener Kodex C 80, fol. 289^r von „karakter“, wahrscheinlich um 1486. Man sehe auch RUDOLFF⁵, Bl. (G VI^v).

³⁸) Hier und etwa auf Blatt 5^r begegnet uns diese Bezeichnung für die Einheit, die man sonst mit numerus, denarius, dragma angab.

Quae additionis uia (= verbi gratia) cuiuslibet discretæ quantitatis est radix atque origo. Capitulum ea ipsa in praesentiarum uti numerus. Huiusque ab alijs, quae sequuntur, figuratio est N, φ .

b) Capitulum secundum de φ^{oe} (= radice) atque ipsius figuratione.

Radix siue res (unde id genus speculationis accepit cognomentum)* continuo vnitatis sibi usurpat dominium. Quod, si dixerimus: 3 radices 6 aequivalent N, ut Et si 3 fl resolutionis conditione potentia valerent 6 grossos aut alterius denominationis Monetam, Tunc vna radix duos continebit N, idest unitates. Itidem cum 12 centenarij (. ut communi utamur dictione .)* 1200 intelliguntur continere talenta, Tunc quivis centenariorum 100 (. quia nominis praestat testimonium .)* continebit talenta. Quemadmodum est linea ad sua puncta, ita e(s)t φ ad φ^{39}). In principio cuiuslibet computationis 1 φ sumenda est et deinceps procedendum iuxta questionis tenorem. Huius figurationis elementum est φ .

c) Capitulum Tertium, Quid $\mathfrak{z}$ et quae eius imago.

$\mathfrak{z}$ est quantitas, quae producitur ex multiplicatione φ in se ipsam. Tali designatione ab alijs est distincta $\mathfrak{z}$.

fol. 3r

d) Capitulum 4^{tum} Cubi significationem eiusque notam edocet.

Cubus (sicut et $\mathfrak{z}$ quadratum)* corporalem denotat numerum, describentem corpus aequilaterum in figura tesseræ. Et constituitur ex ductione φ per $\mathfrak{z}$, eius nota est talis φ .

e) Capitulum 5^{tum} de $\mathfrak{z}$ de $\mathfrak{z}^u$ cum eiusdem figura.

$\mathfrak{z}$ de $\mathfrak{z}$ taliter designatus: $\mathfrak{z}\mathfrak{z}$ gignitur ex ductione $\mathfrak{z}$ per $\mathfrak{z}$ vel φ per φ .

f) Capitulum 6^{tum} de numero alt^{ore} (= altiore, altus longiore) et de eius ab alijs figuralj differentia.

Is numerus, qui altus longior appellatur, est collectio, quae (quoniam duo numerj inaequales in se ducuntur)* producitur ubi uel radix in $\mathfrak{z}\mathfrak{z}$, vel $\mathfrak{z}$ per φ ducitur, eius signum est alt.

g) Capitulum 7^{mum} de $\mathfrak{z}$ et φ eiusque pictura.

$\mathfrak{z}$ et φ dicitur ob id, quia exurgit ex multiplicatione duorum numerorum. Quod, si ex numero semel in se multiplicato dicitur $\mathfrak{z}$, Sique ex propagatione numeri in se et causati(us) in eundem profertur φ , et is ita est designandus $\mathfrak{z} + \varphi^{40}$).

fol. 3v

φ	φ	φ	$\mathfrak{z}$	φ	$\mathfrak{z}\mathfrak{z}$	alt	$\mathfrak{z} + \varphi$
	1	1	1	1	1	1	1
		2	4	8	16	32	64
		3	9	27	81	243	729
		4	16	64	256	1024	4096
		5	25	125	625	3125	15625
		6	36	216	1296	7776	46656
		7	49	343	2401	16807	117649
		8	64	512	4096	32168	262144
		9	81	729	6561	59049	531441

41)

³⁹⁾ Ein interessanter Vergleich, der am Rande mit „Nota“ bewertet wurde.

⁴⁰⁾ Das hiesige Zeichen für x^3 erinnert stark an das von REGIOMONTAN in seinem Briefwechsel verwendete. Dieser wird in der Nürnberger Stadtbibliothek unter Cent 5 app 56^e aufbewahrt.

⁴¹⁾ Die Zeile mit 7 ist dem Schreiber im Original verrutscht.

3. Incipit Algorithmus de integris, Quae subsequuntur regulis deseruiens

a) Additio⁴²⁾.

Additio est, quae numerorum docet collectionem, In qua addendae sunt eiusdem denominationis quantitates Veluti: N numero, φ φ^{ci} (= radix radici), $\mathfrak{z}$ $\mathfrak{z}^{\text{ui}}$ (= census censui), τ τ (= cubus cubo), et caetera.

Corollarium.

Quod, si fuerit $\left\langle \begin{smallmatrix} - & \text{et} & - \\ + & \text{et} & + \end{smallmatrix} \right\rangle$, facit $\left\langle \begin{smallmatrix} - \\ + \end{smallmatrix} \right\rangle$

Si $\left\langle \begin{smallmatrix} - & \text{et} & + \\ + & \text{et} & - \end{smallmatrix} \right\rangle$ hoc dupliciter vel $\left\langle \begin{smallmatrix} - \\ + \end{smallmatrix} \right\rangle$ excedit $\left\langle \begin{smallmatrix} + \\ - \end{smallmatrix} \right\rangle$ [Si].

Si $\left\langle \begin{smallmatrix} - \\ + \end{smallmatrix} \right\rangle$ excedit $\left\langle \begin{smallmatrix} + \\ - \end{smallmatrix} \right\rangle$, tunc $\left\langle \begin{smallmatrix} + \\ - \end{smallmatrix} \right\rangle$ ex $\left\langle \begin{smallmatrix} - \\ + \end{smallmatrix} \right\rangle$ subtrahatur, residuo — addatur
 $\left\langle \begin{smallmatrix} + \\ - \end{smallmatrix} \right\rangle$ ex $\left\langle \begin{smallmatrix} - \\ + \end{smallmatrix} \right\rangle$ subtrahatur et residuo + addatur.

fol. 4^r Sequuntur Exempla.

$$\begin{array}{r} 6\varphi - 4\varphi \quad 6\varphi + 8\varphi \quad 9\varphi + 7\varphi \quad 6\varphi - 6\varphi \quad 8\varphi + 4\varphi \quad 5\varphi - 2\varphi \\ 8\varphi - 10\varphi \quad 4\varphi - 3\varphi \quad 6\varphi + 5\varphi \quad 12\varphi + 4\varphi \quad 5\varphi - 8\varphi \quad 6\varphi + 6\varphi \\ \hline 14\varphi - 14\varphi \quad 10\varphi + 5\varphi \quad 15\varphi + 12\varphi \quad 18\varphi - 2\varphi \quad 13\varphi - 4\varphi \quad 11\varphi + 4\varphi \quad ^{43)} \end{array}$$

Probatio.

Resolue τ in non nullos pro libito numeros, quoscunque volueris in parte addendorum, et ab illis aufer, si quod minus steterit, Vel adiunge, si plus. Resolutis itidem productis ex huiusmodi cumulatione Veluti in addendis, et si vnum reliquo fuerit aequale, ad amussim res deducta est.

Examen Primi.

Ponamus 1 φ valere 6 φ , tunc 6 φ 36 docebunt⁴⁴⁾ φ . Ex his deme 4N, restant 32 φ . Deinceps dicendum est: 8 φ (quia sexies octo)* 48 important φ , ex quibus 10 φ sublatis, erit residuum 38 φ . Iungendo duos numeros ita residuos, scilicet 32 et [et] 38, prosiliunt 70 φ . Sic que 14 $\varphi - 14\varphi$ 70 repraesentabunt N, quia 14 φ 84 φ continere censentur. Ex quibus demendi sunt 14, et residuum aequiualebit 70 φ . Et id est, quod volebamus ostendere.

fol. 4^v b) Subtractio.

Subtractio est minoris quantitatis ex maiori ablatio, uel aequalis ex aequali. In hac autem operatione sequentes notandae sunt conditiones.

$$\text{Quod} \left\{ \begin{array}{l} \text{Si fuerit} \left\{ \begin{smallmatrix} + & \text{et} & + \\ - & \text{et} & - \end{smallmatrix} \right\} \text{et hoc dupliciter si} \left\{ \begin{smallmatrix} \text{[Si] superius} \\ \text{excedit} \\ \text{inferius} \\ \text{inferius} \\ \text{excedit} \\ \text{superius} \end{smallmatrix} \right\} \text{tunc} \left\{ \begin{smallmatrix} \text{inferius ex superiori} \\ \text{sub(trahatur) et residuo} \\ \text{+ vel — consocietur} \\ \text{Superius ex inferiorj} \\ \text{dematur et residuo + vel} \\ \text{— addatur} \end{smallmatrix} \right\} \\ \\ \text{Si fuerit} \left\{ \begin{smallmatrix} + & \text{et} & - \\ - & \text{et} & + \end{smallmatrix} \right\} \text{et hoc dupliciter si} \left\{ \begin{smallmatrix} \text{superius} \\ \text{excedit} \\ \text{inferius} \\ \text{inferius} \\ \text{excedit} \\ \text{superius} \end{smallmatrix} \right\} \text{tunc} \left\{ \begin{smallmatrix} \text{inferius superiori addatur, et} \\ \text{producto + si + vel — si} \\ \text{minus, adiungatur} \\ \text{Superius inferiori addatur,} \\ \text{et residuo — si minus vel +} \\ \text{si plus, conscribatur} \end{smallmatrix} \right\} \end{array} \right.$$

⁴²⁾ Am Rande: „Nota, si diuersae denominationes fuerint, non possunt addi“

⁴³⁾ Die Aufgaben Nr. 1 und 3 finden wir bei SCHREYBER⁵, Bl. G III^v.

⁴⁴⁾ „tunc“ bzw. „docebunt“ später überschrieben mit „ergo“ bzw. „valebunt“.

Sequuntur Exempla.

$6\varphi + 8\varphi$	$7\varphi - 7\varphi$	$6\varphi + 8\varphi$	$9\varphi - 5\varphi$
$5\varphi + 6\varphi$	$4\varphi - 6\varphi$	$5\varphi + 9\varphi$	$4\varphi - 8\varphi$
$1\varphi + 2\varphi$	$3\varphi - 1\varphi$	$1\varphi - 1\varphi$	$5\varphi + 3\varphi^{45)}$
plus et plus ubi superius excedit inferius	minus et minus vbi superius excedit inferius	plus et plus ubi inferius excedit superius	
$7\varphi + 8\varphi$	$15\varphi - 2\varphi$	$10\varphi + 7\varphi$	$12\varphi - 6\varphi$
$2\varphi - 6\varphi$	$6\varphi + 7\varphi$	$6\varphi - 2\varphi$	$5\varphi + 6\varphi$
$5\varphi + 14\varphi$	$9\varphi - 9\varphi$	$4\varphi + 9\varphi$	$7\varphi - 12\varphi$

fol. 5^r Probatio.

Extendenda est ipsa Quantitas, ex qua subtracta est reliqua in suas vnitates. uti in additione docuimus, ita et agendum est cum subtrahenda, Cumque subtracto vno ex reliquo. totidem remanens post lineam posita quantitas in se complectitur vnitates, te non errasse scias.

Examen Quinti⁴⁶⁾.

Gratia exempli: habeat $1\varphi 4\varphi$, tunc $7\varphi 28\varphi$ continebunt. his iunctis 4, generatur exinde 32φ , et is est numerus, ex quo fit subtractio. Similiter: $2\varphi - 6\varphi$ valent iuxta modum iam datum 2φ . est autem ille numerus subtrahendus ex 32, restant 30φ . Sic que $5\varphi + 10\varphi$ eundem residuum valebunt numeris. Hoc quidem experientia docendo: 5φ valebunt 20φ , et cum hoc 10φ numerj triginta constituunt monades. Et sic res ipsa est manifesta.

e) Multiplicatio.

Antequam ipsam, de qua nunc dicemus, aggrediamur multiplicationem. occurrunt quaedam scitu dignissima, Quibus neglectis, omnia, quae in futurum sunt, vel dicenda, vel signis demonstranda, perpetue iacebunt sepulta. Sic, quando multiplicas φ per φ , emergit $\mathfrak{z}$. Si φ per $\mathfrak{z}$, surgit φ . Haec atque alia in sequenti docebuntur themate.

fol. 5^v

φ	ψ	Figura multiplicationis										
ψ	$\mathfrak{z}$	$\mathfrak{z}$	4		8		16		32		64	
$\mathfrak{z}$	φ	$\mathfrak{z}\mathfrak{z}$	φ	8		16		32		64		
φ	$\mathfrak{z}\mathfrak{z}$	alt	$\mathfrak{z} + \varphi$	$\mathfrak{z}\mathfrak{z}$		alt		32		64		
$\mathfrak{z}\mathfrak{z}$	alt	$\mathfrak{z} + \varphi$	$\varphi + \mathfrak{z}\mathfrak{z}$	$\mathfrak{z}\mathfrak{z} + \text{alt}$		alt		32		64		
alt	$\mathfrak{z} + \varphi$	$\varphi + \mathfrak{z}\mathfrak{z}$	$\mathfrak{z}\mathfrak{z} + \text{alt}$	alt + $\mathfrak{z} + \varphi$		$\mathfrak{z} + \varphi + \varphi + \mathfrak{z}\mathfrak{z}$		$\mathfrak{z} + \varphi$		64		
$\mathfrak{z} + \varphi$	$\varphi + \mathfrak{z}\mathfrak{z}$	$\mathfrak{z}\mathfrak{z} + \text{alt}$	alt + $\mathfrak{z} + \varphi$	$\mathfrak{z} + \varphi + \varphi + \mathfrak{z}\mathfrak{z}$		$\varphi + \mathfrak{z} + \mathfrak{z}\mathfrak{z} + \text{alt}$						
$\varphi + \mathfrak{z}\mathfrak{z}$	$\mathfrak{z}\mathfrak{z} + \text{alt}$	alt + $\mathfrak{z} + \varphi$	$\mathfrak{z} + \varphi + \varphi + \mathfrak{z}\mathfrak{z}$	$\varphi + \mathfrak{z}\mathfrak{z} + \mathfrak{z}\mathfrak{z} + \text{alt}$								

Pro Sequenti figura

φ prima, $\mathfrak{z}$ 2^a, φ 3^a, $\mathfrak{z}\mathfrak{z}$ 4^{ta}, alt 5^{ta}, $\mathfrak{z} + \varphi$ 6^{ta}, et sic deindeps.

N	prima	2 ^a	3 ^a	4 ^a	5 ^a	6 ^a	7 ^a
prima	2 ^a	3 ^a	4 ^a	5 ^a	6 ^a	7 ^a	8 ^a
2 ^a	3 ^a	4 ^a	5 ^a	6 ^a	7 ^a	8 ^a	9 ^a
3 ^a	4 ^a	5 ^a	6 ^a	7 ^a	8 ^a	9 ^a	10 ^a
4 ^a	5 ^a	6 ^a	7 ^a	8 ^a	9 ^a	10 ^a	11 ^a
5 ^a	6 ^a	7 ^a	8 ^a	9 ^a	10 ^a	11 ^a	12 ^a
6 ^a	7 ^a	8 ^a	9 ^a	10 ^a	11 ^a	12 ^a	13 ^a
7 ^a	8 ^a	9 ^a	10 ^a	11 ^a	12 ^a	13 ^a	14 ^a

⁴⁵⁾ Die Aufgaben Nr. 3 und 4 bei SCHREYBER⁵, Bl. (G VII^rf.).

⁴⁶⁾ Gemeint soll sein das 5. der angegebenen Beispiele.

fol. 6^r Notabile pro sequentibus.

Si multiplicas $\left\{ \begin{array}{l} + \text{ per } + \\ - \text{ per } - \\ + \text{ per } - \text{ et e contra} \end{array} \right\} \text{ fit } \left\{ \begin{array}{l} + \\ + \\ - \end{array} \right.$

Quamuis primae Quantitati in ordine non apponatur +, intelligitur tamen implicite appositum⁴⁷⁾. φ , ductus in aliquam quantitatem, denominationem eiusdem non uariat, ut 3φ in 6φ facit 18φ .

$$\begin{array}{r} 6\varphi + 6\varphi \text{ per}^{48)} \\ 5\varphi + 8\varphi \\ \hline 30\mathfrak{z} + 30\varphi \\ 48\varphi + 48\varphi \\ \hline 30\mathfrak{z} + 78\varphi + 48\varphi \end{array}$$

Regula: Si in ambabus quantitatibus constituitur $-\varphi$, multiplicando φ per $-\varphi$ proueniet $-\varphi$. Similiter fiet, si multiplicas $-\varphi$ per φ . Sed, si multiplices $-\varphi$ per $-\varphi$, prosiliet $+\varphi$. Multiplicando ergo

$$\begin{array}{r} \text{multiplicandus } 6\varphi - 8\varphi \\ \text{multiplicans } 5\varphi - 6\varphi \\ \hline \text{productum } 30\mathfrak{z} - 40\varphi \\ \quad (-) 36\varphi + 48\varphi \\ \hline \text{Collectum } 30\mathfrak{z} - 76\varphi + 48\varphi \end{array}$$

fol. 6^v Regula:

Cumque in vnitate $+\varphi$ reperitur et in altera $-\varphi$, ducta φ per $+\varphi$, exoritur $+\varphi$. Si augeatur φ per $-\varphi$ (ut praecedens edocuit regula)*, educitur $-\varphi$. Sed ex $-$ per $+$ vel $+$ per $-$ semper $-$ perficietur, sicut sequens docebit exemplum. Duco ergo

$$\begin{array}{r} 6\varphi + 8\varphi \\ 5\varphi - 7\varphi \\ \hline 30\mathfrak{z} + 40\varphi \\ - 42\varphi - 56\varphi \\ \hline \text{productum } 30\mathfrak{z} + 40\varphi - 42\varphi - 56\varphi \\ \text{Vel sic } 30\mathfrak{z} - 2\varphi - 56\varphi \end{array}$$

Probatio.

Resoluta qualibet quantitate, id est multiplicante, et multiplicanda in suos φ , fiat multiplicatio vnus per reliquum. Notato producto, quaeratur quantitatis productae ex huiusmodi multiplicatione vnitatum acruus, et si is priori producto est aequalis, nullus error cum missus (= commissus) est.

Examen Tertij.

fol. 7^r Dicimus: 1φ valere 6φ , erit itaque multiplicanda quantitas 44φ , et multiplicans 23φ ⁴⁹⁾. amborum adinuicem ductorum productus numerus fit 1012. Si vero $| 30\mathfrak{z} + 40\varphi - 42\varphi - 56\varphi$ his equiualet N, ut experientia docebit, habebitur quaesitum. Siquidem $30\mathfrak{z}$ constant ex 1080 φ , et 40φ ex 240 φ , Sane amborum summa facit 1320 φ . Ex quibus sumptis 42 φ , quae 252 sunt vnitatum, Praeterea 56 φ , restabunt 1012 φ .

⁴⁷⁾ Es handelt sich um eine für damals bedeutsame Äußerung.

⁴⁸⁾ Dieses und die beiden folgenden Beispiele begegnen uns bei SCHREYBER⁵, Bl. (G Vv f.).

⁴⁹⁾ Im Text stand ursprünglich 13; in Clm 19691 steht 23.

d) Diuisio.

In hac vnica operatione prospiciendum in hanc tabulam est

	p ^a	2 ^a	3 ^a	4 ^a	5 ^a	6 ^a	
p ^a	N	p ^a	2 ^a	3 ^a	4 ^a	5 ^a	
	2 ^a	N	p ^a	2 ^a	3 ^a	4 ^a	
		3 ^a	N	p ^a	2 ^a	3 ^a	
			4 ^a	N	p ^a	2 ^a	
				5	N	p ^a	
					6 ^a	N	

Quotiens
indicat
angulus
communis

							diuidendus
	ψ	δ	τ	δδ	alt	δ+τ	
ψ	φ	ψ	δ	τ	δδ	alt	
	δ	φ	ψ	δ	τ	δδ	
		τ	φ	ψ	δ	τ	
			δδ	φ	ψ	δ	
				alt	φ	ψ	
					δ+τ	φ	

Praeceptum generale.

Diuidendo quamlibet vnus aut plurium denominationum quantitatem per aliam, similiter vnus aut diuersarum denominationum, ponatur vna sub reliquam, interiecta virgula, uti

$$6\psi \text{ per } 8\tau, \text{ facit } \frac{3\psi}{4\tau}.$$

$$\frac{6\psi + 4\phi^{50})}{5\tau - 4\phi}$$

fol. 7^o

Quotientis autem valor nescitur, nisi proferendo, hoc itaque est aequale huic. Exempli gratia: $6\psi + 8\phi$, diuisae per 3δ , aequiuallenter se conferunt $1\frac{2}{3}\phi$. Quaeritur, quanta est vna radix⁵¹). De his atque consimilibus tractatur in regulis aequationum.

Datis duabus quantitibus, adinuicem diuisibilibus, alias minores atque aequiuallentes reperire, minuendae sunt ambae quantitates tali conditione: ex $\delta + \tau$ fiat alt', Ex alt' $\delta\delta$, ex $\delta\delta$ τ , Ex τ δ , ex δ ψ , ex radice ϕ .

e) De hoc, Quando dicitur, Id est aequale huic. Quid sibi praetendat, Hoc in loco magna admiratione attendendum est, et hoc quaecunque est non minus, quam cunctas huius negocij regulas censere.

Quotienscunque profertur: ψ aequatur censui vel τ , et $[\tau]\delta$ aequiuallet τ vel $\delta\delta$, et sic deinceps. Veluti 3ψ aequiuallent 48ϕ . Non aliter cogitandum fore existimamus, quam quod 3ψ 48 vnitates in se continent. Item 6δ aequales reperiuntur 3τ , idest sex numerj quadrati (. si radix duarum fuerit vnitatum .)* 24 sunt monades, sic et 3τ (. quia 8)* tantum ostendunt numerum.

fol. 8^o

Corollarium.

Idem est dicere: 4ψ aequiuallent 12ϕ , et 12ϕ se aequales reddunt 4ψ . Tale etiam indicium de ceteris habendum est per conuersionem notandum⁵²).

Tantum de Algorithmo Integro.

4. Algorithmus Fractionum

a) Additio.

In hac specie, quemadmodum in uulgaribus actum est, procedatur scilicet per crucem. Non excludendo priorem multiplicandi tabellam, additis duobus productis quamlibet denominationem ad sibi consimilem, Habetur numerator. Multiplicatis inferioribus in se, apparet et denominator.

⁵⁰) „exemplum vnus denominationis“ bzw. „exemplum plurium denominationum“ steht dabei.

⁵¹) „ ψ valet 2ϕ “ am Rande; „Radix Valet 2ϕ “ in Clm 19691.

⁵²) Ein früher Hinweis in der symbolischen Algebra auf die logische Symmetrie.

Primum exemplum.

$$\frac{4\varphi}{9\mathfrak{z}} \text{ ad } \frac{4\mathfrak{z}}{7\varphi}, \text{ facit } \frac{64\mathfrak{z}\mathfrak{z}}{63\text{alt}}$$

Secundum exemplum.

$$\frac{6\varphi + 4\phi}{3\varphi - 4\phi} \text{ ad } \frac{4\mathfrak{z} - 6\varphi}{8\varphi + 2\phi} \quad \frac{48\mathfrak{z}\mathfrak{z} + 44\varphi - 34\mathfrak{z} + 36\varphi + 8\phi}{24\mathfrak{z}\mathfrak{z} - 32\varphi + 6\varphi - 8\phi}$$

Probatio primi.

fol. 8^v Accipiendo pro φ 4ϕ , fit ergo $\mathfrak{z}$ 16, φ 64, $\mathfrak{z}\mathfrak{z}$ 256, alt' 1024. Iuxta exempli tenorem, $|$ 4φ perficiunt 16ϕ . hos diuidendo per $9\mathfrak{z}$, scilicet 144, educitur $\frac{1}{9}$. quibus addendo $4\mathfrak{z}$ diuisos per 7φ , producet in quotiente $\frac{16}{63}$, Quod, si $\frac{64\mathfrak{z}\mathfrak{z}}{63\text{alt}}$ tantum ostenderint, res ad perpendiculum ostensa est.

Quando producta, ad se inuicem addenda, non sunt eiusdem denominationis, scribantur ambo cum nota +, ut in sequenti apparet figuratione. Quod, si in subtractione contigerit, apponatur nota —.

$$\frac{6\varphi}{5\mathfrak{z}} \text{ ad } \frac{8\phi}{5\varphi}, \text{ facit } \frac{30\mathfrak{z}\mathfrak{z} + 40\mathfrak{z}}{25\text{alt'}}$$

Probatio secundi.

fol. 9^r 6φ ostendunt 24ϕ . his additis 4ϕ , surgit 28ϕ , et ille est numerus diuidendus. $3\varphi - 4\phi$ significabunt 8ϕ diuisorem. facta diuisione, stabit numerus tali forma $3\frac{1}{2}$. deinceps $4\mathfrak{z} - 6\varphi$ iuxta modum priorem ualebunt 40ϕ , Iterum diuidendum. Item $8\varphi + 2\phi$ 514 numerum diuisorem in medium prodiiti faciunt. facta congregatione duorum quotientium se offerunt $3\frac{297}{514}$. Et si id consonum reperitur summae totius, habetur petatum, ergo resoluendae sunt singulae quantitates. Et primo $48\mathfrak{z}\mathfrak{z}$ obtinebunt 12288ϕ , et 44φ , si resoluuntur, ex 2816 constant. Adde 12288 et 2816, erit eius summa 15104. Ex quibus aufer $34\mathfrak{z}$, quae possident 544ϕ , et relinquuntur 14560. his adiunge 36φ et 8ϕ . Totalis summa indicabit $|$ 14712 diuidendum. Queratur diuisor eodem pacto, distribuendo scilicet $24\mathfrak{z}\mathfrak{z} - 32\varphi + 6\varphi - 8\phi$ in suas vnitates, quae sunt 4112, et peragendo diuisionem, quotiens docebit ($3\frac{297}{514}$), et sic vnum alteri consonat.

b) Multiplicatio.

Hic non aliter agendum est, quam in communibus fractis, scilicet multiplicando superiores quantitates adinuicem, similiter et inferiores, non semouendo multiplicationis figuram, vti in subiunctis patebit exemplis.

Exemplum primj.

$$\frac{4\varphi}{8\mathfrak{z}} \text{ per } \frac{5\mathfrak{z}}{2\varphi}, \text{ producuntur } \frac{20\varphi}{16\text{alt'}}$$

Exemplum secundi restat Multiplicare.

$$\frac{7\varphi - 4\phi}{4\mathfrak{z} + 3\varphi} \text{ per } \frac{5\mathfrak{z} + 2\varphi}{5\varphi - 2\mathfrak{z}} \quad \frac{35\varphi - 20\mathfrak{z} + 14\mathfrak{z} - 8\varphi}{20\text{alt} + 15\mathfrak{z}\mathfrak{z} - 8\mathfrak{z}\mathfrak{z} - 6\varphi}$$

Probatio Primi.

Pone 1φ , vti in priori, valore 4ϕ . ergo 4φ , diuisae per $8\mathfrak{z}$, producant $\frac{1}{8}$. Item $5\mathfrak{z}$ per 2φ ,

⁵³⁾ Die Halbklammer in beiden Texten spricht für die Abhängigkeit.

porrigunt $\frac{5}{8}$. Multiplica $\frac{1}{8}$ per $\frac{5}{8}$, perficiuntur $\frac{5}{64}$. Sicque $\frac{20\varphi^{54})}{16\text{alt}}$ totidem valebunt vnitates,
fol. 9^v Qua 20φ habebunt 1280φ , et $16\text{alt}'$ 16384φ , | Qui post reductionem factam ostendunt
 quotientem $\frac{5}{64}$.

Probatio Secundi.

$7\varphi - 4\varphi$, diuisae per $4\mathfrak{z} + 3\varphi$, resoluendo quamlibet quantitatem in suas vnitates modo superiorj. Primo scilicet diuidendum, qui facit 24φ . Ita etiam diuidentem, Qui simili operatione 76 numeros in se claudit. facta deinceps diuisione, proueniunt $\frac{6}{19}$. Aggrediendo demum $5\mathfrak{z} + 2\varphi^{55)}$, diuisos per $5\varphi - 2\mathfrak{z}$. Cum optima perlustratione Valoris cuiuslibet quantitatis, reperiō $\frac{11}{36}$. multiplicatis nunc $\frac{6}{19}$ per $\frac{11}{36}$, producuntur post factam reductionem $33^{56)}$, diuisa per 342 . Et, si $35\varphi - 6\mathfrak{z} - 8\varphi$, diuisa per $20\text{alt}' + 7\mathfrak{z}\mathfrak{z} - 6\varphi$, tantum possidebunt, ut relinquitur probatum, deuatio commissa est nulla. Sunt ergo $35\varphi - 6\mathfrak{z} - 8\varphi$ 2112φ . Item $20\text{alt}' + 7\mathfrak{z}\mathfrak{z} - 6\varphi$ sunt 21888 . Qui quidem numeri post factam reductionem sic stabunt $\frac{33}{342}\varphi$.

c) Subtractio.

In hac specie non secus procedendum est, quam de vulgaribus praecepimus, non reiecta multiplicationis tabula. Ducendo itaque vnam quantitatem contradictorie in aliam, et vnum ex reliquo demendo notetur numerator. Vltimo ductis inferioribus quantitibus adinuicem,
fol. 10^r numerus procreatus | denominatoris locum occupabit.

Exemplum primum.

$$\frac{4\varphi}{9\mathfrak{z}} \text{ ex } \frac{64\mathfrak{z}\mathfrak{z}}{63\text{alt}}, \text{ Restat } \frac{4\mathfrak{z}}{7\varphi}$$

Proba: Minue producta ad eandem denominationem cum quotiente, et post reductionem iidem apparebunt numerj.

Exemplum, ubi numerj producti, a se inuicem subtrahendi, non sunt eiusdem denominationis.

$$\frac{4\varphi}{5\varphi} - \frac{3\varphi}{4\mathfrak{z}}, \text{ facit } \frac{16\text{alt}' - 15\mathfrak{z}\mathfrak{z}^{57)}}{20\text{alt}'}$$

Exemplum Secundum.

$$\frac{6\varphi + 4\varphi}{3\varphi - 4\varphi} \text{ ex } \frac{48\mathfrak{z}\mathfrak{z} + 44\varphi - 34\mathfrak{z} + 36\varphi + 8\varphi^{58)}}{24\mathfrak{z}\mathfrak{z} - 32\varphi + 6\varphi - 8\varphi}, \text{ Restant } \frac{4\mathfrak{z} - 6\varphi}{8\varphi + 2\varphi}$$

d) Diuisio.

In huiusmodi practica fiat ductio contradictoria, et quicquid prouenit ex multiplicatione superioris, diuidendae quantitatis, in inferiorem, erit [erit] deinceps diuidendus, et reliquum repraesentabit | diuidentem. Hic itidem prae oculis habeatur multiplicationis tabula.
fol. 10^v

⁵⁴⁾ Im Original, auch in Clm 19691 steht $\frac{2}{1}\frac{0}{8}$.

⁵⁵⁾ In beiden Originalen liest man $5x^2 - 2x$.

⁵⁶⁾ „33“ steht irrtümlich im Text; in Clm 19691 steht 33.

⁵⁷⁾ Als letzter Nenner stand dort ursprünglich $20x^4$, wie jetzt noch in Clm 19691. Gemeint ist die Aufgabe $\frac{4}{5} - \frac{3}{4x}$.

⁵⁸⁾ Im Zähler liest man $44x^4$, im Nenner $24x^5$. In der Münchner Handschrift steht $48x^4$ bzw. $24x^5$.

Gratia Exempli relinquuntur.

$$\frac{5\varphi}{6\mathfrak{z}} \text{ per } \frac{6\varphi}{5\varpi}, \text{ Quotiens ostendit } \frac{25\mathfrak{z}\mathfrak{z}}{36\mathfrak{z}}$$

Exemplum Secundum.

$$\frac{3\varphi + 5\varphi}{4\mathfrak{z} + 2\varphi} \text{ per } \frac{4\varphi - 4\varphi}{3\varpi - 2\varphi}, \text{ Erit pro quotiente } \frac{9\mathfrak{z}\mathfrak{z} + 15\varpi - 6\varphi - 10\varphi}{16\varpi - 16\mathfrak{z} + 8\varphi - 8\varphi}$$

Probatio Exemplj Primj.

5 φ diui(si) per 6 $\mathfrak{z}$, reperiuntur 10 φ diuisi per 24 φ , si radix fuerit 2 φ , stabitque numerus diuidendus post reductionem hoc pacto $\frac{5}{12}$. diuideres autem sic $\frac{3}{20}$, Diuisione facta quotiens erit 2 $\frac{7}{9}$. Et opus est, quod 25 $\mathfrak{z}\mathfrak{z}$, diui(si) per 36 $\mathfrak{z}$, eundem quotientem producant. Patet, quia 25 $\mathfrak{z}\mathfrak{z}$ sunt 400 φ . Item 36 $\mathfrak{z}$ educunt 144. Reductis his in pauciorum vnitatum numeros, erunt minimi $\frac{25}{9}$.

Probatio Secundj.

Si quamlibet quantitatem seorsum resolueris, reperies pro prima quantitate diuidenda scilicet $\frac{11}{18}$, Pro secunda autem diuidente $\frac{2}{11}$. Diuiso demum vno per alium, oriatur $\frac{1}{3} \frac{2}{6} \frac{1}{6}$. Ita etiam quotiens pronominatur exemplj. tot sit vnitatum, Sique rem certius libuerit inuestigare, |
fol. 11^r Reduc cum omni praecisione quantitates quotientis in suas monades, et si concordauerit, nullum errorem te commisisse opinare.

Exemplum tertium.

$$\frac{3\varphi + 2\varphi}{4\mathfrak{z} - 1\varpi} \text{ per } \frac{7\mathfrak{z} - 4\varphi}{5\varpi + 8\mathfrak{z}\mathfrak{z}}, \text{ Quotiens } \frac{15\varpi + 34\mathfrak{z}\mathfrak{z} + 16\text{alt}}{28\mathfrak{z}\mathfrak{z} - 16\varpi - 7\text{alt} + 4\mathfrak{z}\mathfrak{z}},$$

$$\text{Aequiualens } \frac{15\varphi + 34\varphi + 16\mathfrak{z}}{28\varphi - 16\varphi - 7\mathfrak{z} + 4\varphi}$$

Regula de Trj.

In hoc autem processu agatur, uti in communi algorithmo praecipitur, scilicet multiplicando tertium per medium, et productum diuidendo per primum. Esto exemplum: 5 φ donant 5 $\mathfrak{z}$, quantum 3 ϖ ? facit 3 $\mathfrak{z}\mathfrak{z}$.

Probatio: per simplicia ponendo φ valorem⁵⁹⁾. 10 φ pro 20 φ , quot repraesentabunt 24 φ ? facit 48 φ . ergo 3 $\mathfrak{z}\mathfrak{z}$ similiter sunt 48 φ . patet per resolutionem priori conformem.

Exemplum Secundum.

3 φ + 4 φ Sunt 6 $\mathfrak{z}$ - 4 φ , quot su(n)t 5 φ - 6 φ ? facit

$$\frac{30\varpi - 20\mathfrak{z} - 36\mathfrak{z} + 24\varphi}{3\varphi + 4\varphi} \quad {}^{60)}$$

fol. 11^v

5. Sequuntur nunc regulae aequationum, Introductoriae in omnia, Quae deinceps sequuntur dogmata

a) Quarum prima est, Quandocunque duae denominationes coaequantur, quarum vna naturali serie aliam sequitur. tunc prima per secundam diuidatur, et quotiens ostendit quae-situm.

⁵⁹⁾ „ita, ut vna radix valeat 2 .n.“ am Rande.

⁶⁰⁾ Auch hier, wie in etlichen dieser Rechnungen, wurde das Ergebnis später berichtigt. Im Clm 19691 stimmt es.

Exempla.

$$\left. \begin{array}{l} 3\varphi \\ 4\mathfrak{z} \\ 5\tau \\ 6\mathfrak{z}\mathfrak{z} \\ 7\text{alt} \\ 8\mathfrak{z} + \tau \end{array} \right\} \text{sunt aequales} \left\{ \begin{array}{l} 6\varphi \\ 8\varphi \\ 10\mathfrak{z} \\ 12\tau \\ 14\mathfrak{z}\mathfrak{z} \\ 16\text{alt} \end{array} \right\}, \text{ facit } 1\varphi 2\varphi$$

b) Secunda regula:

Facta relatione duarum denominationum, Quarum vna non immediate sequitur aliam, sed vna silentio pertransitur, Tunc prior per posteriorem diuidatur, et quotientis radix quadrata docet optatum⁶¹).

Exempla.

$$\left. \begin{array}{l} 3\mathfrak{z} \\ 4\tau \\ 5\mathfrak{z}\mathfrak{z} \\ 6\text{alt} \\ 7\mathfrak{z} + \tau \end{array} \right\} \text{sunt aequales} \left\{ \begin{array}{l} 12\varphi \\ 16\varphi \\ 20\mathfrak{z} \\ 24\tau \\ 28\mathfrak{z}\mathfrak{z} \end{array} \right\}, \text{ facit } 1\varphi 2\varphi$$

fol. 12^r

c) Tertia regula:

Mediantibus duabus denominationibus, fiat diuisio antecedentis per sequentem, et quotientis radix cubica monstrat id, quod quaerebatur⁶²).

Exemplum.

$$\left. \begin{array}{l} 2\tau \\ 3\mathfrak{z}\mathfrak{z} \\ 4\text{alt} \\ 5\mathfrak{z} + \tau \end{array} \right\} \text{sunt aequales} \left\{ \begin{array}{l} 16\varphi \\ 24\varphi \\ 32\mathfrak{z} \\ 40\tau \end{array} \right\}, \text{ facit } 1\varphi 2\varphi$$

d) Quarta regula:

Prolatis duobus signis, ad inuicem aequatis, et tria silentio negliguntur, diuide minorem quantitatem⁶³) per maiorem, et quotientis radices radix perficit postulatum⁶⁴).

$$\left. \begin{array}{l} 4\mathfrak{z}\mathfrak{z} \\ 5\text{alt} \\ 6\mathfrak{z} + \tau \end{array} \right\} \text{sunt aequales} \left\{ \begin{array}{l} 64\varphi \\ 80\varphi \\ 96\mathfrak{z} \end{array} \right\}, \text{ facit } 1\varphi 2\varphi$$

e) Quinta regula:

Se sequentibus tribus denominationibus ita, quod prima et duae proximae post primam se conformant, Tunc prima et media quaelibet seorsum per ultimam diuidatur. Quotiens, ex media proueniens, medietur, medietas in se multiplicetur, et, quod prouenit, quotienti ex diuisione primae per ultimam addatur, et radix quadrata minus medietate quotientis, qui proueniebat, quando media diuidebatur per ultimam, soluit questionem⁶⁵).

⁶¹) Es ist hinzugefügt: „Ratio huius regulae est, quia, si numerj ita ponantur ad regulam de tri: 3 $\mathfrak{z}$ sunt 12 φ , quid erit 1 $\mathfrak{z}$? Erit ergo vnus $\mathfrak{z}$ 4 numerj, qui est quadratus. radix eius est, quae quaeritur“

⁶²) „Ratio huius regulae facile patet ex antecedentibus et regula proportionum“ lautet eine Randbemerkung.

⁶³) „id est minoris denominationis“ wurde darüber geschrieben.

⁶⁴) Am Rande: „ut si 4 $\mathfrak{z}\mathfrak{z}$ aequivalent 64 φ , et diuidatur 64 per 4, quotiens erit 16, radix quadrata est 4, cuius radices radix est 2, Valor scilicet vnus primae“ Clm 19691 hat im Text irrtümlich „radix cubica“ stehen.

⁶⁵) „Nota, si numerj, post additionem exorti, non essent quadrati, reduc eos ad minomos, et habebis quadratos“ ist hinzugefügt.

fol. 12^v Exempla.

$$\left. \begin{array}{l} 3\mathfrak{z} + 4\varphi \\ 5\varphi + 6\mathfrak{z} \\ 7\mathfrak{z}\mathfrak{z} + 8\varphi \end{array} \right\} \text{sunt aequales } \left\{ \begin{array}{l} 20\varphi \\ 32\varphi \\ 44\mathfrak{z} \end{array} \right\}, \text{ facit } 1\varphi 2\varphi$$

f) Sexta regula:

Iterum tribus sese concomitantibus signis, nihil mediante, et extremae se aequales ostendunt mediae, Tunc diuidantur ut prius, Quaeuis scilicet quantitas ex primis duabus per maximam, Et notentur duo numerj quotientes. Numerus, qui constituitur facta diuisione mediae⁶⁶⁾ per maiorem, in duo aequalia frangatur, Quarum vna in se multiplicetur. quadrato subtrahatur quotiens minoris, diuisae per maiorem, Residuoque⁶⁷⁾ addatur, vel ex eo dematur medietas quocientis radices, diuisae per maiorem.

Exempla.

$$\left. \begin{array}{l} 3\mathfrak{z} + 4\varphi \\ 6\varphi + 8\mathfrak{z} \\ 8\mathfrak{z}\mathfrak{z} + 4\mathfrak{z} \\ 9\text{alt} + 2\varphi \end{array} \right\} \text{sunt } \left\{ \begin{array}{l} 8\varphi \\ 16\mathfrak{z} \\ 18\varphi \\ 19\mathfrak{z}\mathfrak{z} \end{array} \right\}, \text{ facit } 1\varphi 2\varphi$$

g) Septima Regula:

Cumque succedunt tria signa, nullo medio, Quod, si primum atque secundum aequiualent tertio, Tunc primum sic et secundum Quodlibet solitarie per tertium secetur, Quotientis medij medietas in se augeatur, Quadratus post hoc numerus addetur quotienti primi totius summae. quaeratur radix quadrata, Cui coniungatur medietas quotientis secundj, | et habebitur vnus radices valor.

Exempla.

$$\left. \begin{array}{l} 2\varphi + 6\varphi \\ 3\mathfrak{z} + 2\varphi \\ 3\varphi + 4\mathfrak{z} \\ 6\mathfrak{z}\mathfrak{z} + 5\varphi \end{array} \right\} \text{sunt aequales } \left\{ \begin{array}{l} 2\frac{1}{2}\mathfrak{z} \\ 2\varphi \\ 2\frac{1}{2}\mathfrak{z}\mathfrak{z} \\ 4\frac{1}{4}\text{alt} \end{array} \right\}, \text{ facit } 1\varphi 2\varphi$$

h) Octaua Regula.

Sciendum denique est: positis tribus signis, se ita habentibus, quod semper vnum medians silentio praetermittitur. agatur uti in 5^{ta}, sexta, ac septima regula tra(cta)tum est. in hoc tantum ab istis differens, quod, quando numerus repertus est, istius tandem quaerenda est radix quadrata, Et iam in finem peruentum est.

Exempla.

$$\left. \begin{array}{l} 2\mathfrak{z} + 12\varphi \\ 6\varphi + 4\varphi \\ 44\mathfrak{z}\mathfrak{z} + 6\mathfrak{z} \\ 6\text{alt} + 3\varphi \end{array} \right\} \text{sunt aequales } \left\{ \begin{array}{l} 1\frac{1}{4}\mathfrak{z}\mathfrak{z}^{68)} \\ 1\frac{3}{4}\text{alt} \\ 11\frac{3}{8}\mathfrak{z} + \varphi^{69)} \\ 108\varphi \end{array} \right\}, \text{ facit } (1\varphi 2\varphi)$$

Si maxima dicitur aequiuallere mediocri et minimae, tunc quadratum minori quotienti, ut prius, additur, producti φ (= radix) 4^{ta} + medietate quotientis medij soluit nodum.

⁶⁶⁾ „Media(m) intellige secundum denominationem“ steht am Rande.

⁶⁷⁾ Die Formulierung des Textes ist ungenau, weil die Wurzel nicht erwähnt wird; andererseits wird — wenn auch mit falscher Formel — auf die Doppeldeutigkeit der Lösung der quadratischen Gleichung hingewiesen. Demgegenüber lesen wir am Rande: „Residuique radix addatur medietati eius, quod prouenit ex diuisione maximi in medium“.

⁶⁸⁾ Ursprünglich stand dort $2\frac{1}{2}x^4$. Im Clm 19691 ist es richtig.

⁶⁹⁾ $\mathfrak{z} - \varphi$ ist das im Original für x^6 angegebene Symbol. Im Clm 19691 lautet die 3. Gleichung: $4x^4 + 6x^2 = 1\frac{3}{4}x^4$.

6. Ex his iam generaliter dictis Sequuntur regulae speciales, Quarum est

fol. 13^v a) Prima Regula:

Quando φ adaequatur ϕ , .N. per φ diuidatur, et quotiens ostendit φ (= rei, radice) valorem.

Cautela.

Si radix in latere continet $+\phi$, tunc is numerus, Quo radix subabundat, ex numero, cui radix aequatur, subtrahatur. Si vero $-\phi$ φ (= radici) continuerit, tunc addatur⁷⁰).

1. Exemplum primum⁷¹).

Detur numerus, Cuius $\frac{2}{3}$ multiplicentur per 4, et producto 8 addantur. Totum exinde medietur et is, qui exoritur numerus, per 6 est diuidendus. ex quotiente 4 deleantur, et residuus sit 20ϕ . Quaeritur, quis sit ignotus numerus.

Esto 1φ , cuius $\frac{2}{3}$, si multiplicatae fuerint per 4, educuntur $\frac{8}{3}$. his adde $+8$, Stabunt ergo $\frac{8}{3}\varphi + 8\phi$, et huius medietas, scilicet $\frac{4}{3}\varphi + 4\phi$ diuidatur per 6, et prouenient in quotiente $\frac{4}{18}\varphi + \frac{4}{6}\phi$ vel $\frac{2}{9}\varphi + \frac{2}{3}\phi$. Ex his ablati 4ϕ , fit residuum $\frac{2}{9}\varphi + \frac{2}{3}\phi - 4\phi$. hoc aequale est 20. Procede secundum regulae atque cautela tenorem, Quoad cautelam subtrahe $\frac{2}{3}\phi$ ex 20, remanent $19\frac{1}{3}\phi$, et adde 4ϕ , habebis $23\frac{1}{3}\phi$ aequipollentes $\frac{2}{9}\varphi$. diuide $23\frac{1}{3}\phi$ per $\frac{2}{9}\varphi$, erit quotiens 105, numerus, qui quaerebatur.

Probatio.

fol. 14^r $\frac{2}{3}R\phi$ (= Radicis) 105 sunt 70, facta multiplicatione per 4 prosiliunt 280. his appositis 8, erit collectus numerus 288. huius medietas, videlicet 144, distribuatur| per 6, et ex quotiente, qui est 24, subtractis 4, restant 20.

$$\frac{\frac{2}{3}x \cdot 4 + 8}{2} : 6 - 4 = 20$$

2. Secundum exemplum.

Est quidam mercator, qui emit aliquot talenta piperis, et iterum uendit, et lucratur tantum, quantum summa valebat capitalis, et exponit 4 fl(orens). Cum residuo consimiliter tantum consequitur lucri, quantum restabat, et 4fl expendit. Itidem tertio modo facit, et 4fl exponit, et demum nihil, uel lucri, uel summae capitalis, remansit. Quaeritur iam de summa pecunia originali. Sit 1φ , et lucratur 1φ , ergo erunt 2φ . Ex his aufer 4ϕ vel fl, restat $2\varphi - 4\phi$. Deinceps, cum eo lucratur totidem, quantum restabat, fiunt per consequens $4\varphi - 8\phi$. Ex quibus demendi sunt 4fl, Stabit residuum $4\varphi - 8\phi - 4\phi$. Tertio iterum tantum lucratur, quantum restabat, fiunt itaque $8\varphi - 16\phi - 8\phi$. Ex his vltimo auferantur 4fl, et relinquuntur $8\varphi - 16\phi - 8\phi - 4\phi$. hoc totum est aequale 0ϕ ⁷²). Secundum cautelam addendi sunt 16ϕ 8ϕ 4ϕ ad 0ϕ . Summa, scilicet 28ϕ , diuidatur per 8φ , Quia aequivalent, Et quotiens, scilicet $3\frac{1}{2}$, dicit florenorum in primo habitorem numerum.

$$((2x - 4)2 - 4)2 - 4 = 0$$

3. Exemplum⁷³).

fol. 14^v Ich hab ain tuch gwant, verkaufft darvon 15 ellen, bleibt noch $\frac{1}{3}$ vnd $\frac{1}{4}$ des tuchs. Ist die frag, wie vil elen hat das tuch gehalten. Setz: 1φ . subtrahir darauss $\frac{1}{4}$ vnd $\frac{1}{3}$, bleibt $\frac{5}{12}\varphi$, | die seingleych 15 elen. procedir nach der regell, khomen 36 elen. Das magstu probirn, also: Nym ain dritayl auß 36, macht 12. Auch $\frac{1}{4}$, ist 9. addir 12. 9. vnd 15, wirt 36.

$$x - 15 = \frac{x}{3} + \frac{x}{4}$$

⁷⁰) Die Cautela wird erläutert: „Cautela summae notanda, Et generaliter numquam debet esse in vtraque aequivalente eadem denominatio. Vt: $20\varphi + 4\phi$ aequantur $5\varphi + 34\phi$. Hic 5φ subtrahantur a 20φ et residua iterum aequaliter, ut: $15\varphi + 4\phi$ aequitur 34ϕ . Iterum subtrahantur $+4\phi$ a 34ϕ , et 15φ aequabuntur 30ϕ “

⁷¹) Gleiches Beispiel wie RUDOLFF⁵, Bl. (H VIII^vf.).

⁷²) Hier erscheint der Ausdruck $0x^0$; in Clm 19691 ebenso.

⁷³) Wie RUDOLFF⁵, Bl. K II^rf.

4. Exemplum.

Einer verkaufft von einem tuch $\frac{1}{3}$, weyter $\frac{1}{4}$, weyter $\frac{1}{6}$, bleyben noch elen 9. Ist die frag, wie vil elen hat tuch gehalten. Setz: 1 φ . Subtrahir dar von $\frac{1}{3}$ vnd $\frac{1}{4}$ vnd $\frac{1}{6}$, bleybt $\frac{1}{4}$ φ , die sein gleich 9 elen oder φ . Machs nach der regell, khomen elen 36. Magst probirn: Zeuch von 36 ain dryttayl, bleyben 24. Nym weyter von 24 ain viertail von 36, bleyben 15. Nym weyter von 15 ein sechstayl von 36, pleyben 9⁷⁴⁾.

$$x - \frac{x}{3} - \frac{x}{4} - \frac{x}{6} = 9$$

5. Exemplum Tertium.

Summam quidam habet florenorum, quam impartitur tribus personis eo pacto: Cum primae dedit medietatem et ex eo, quod sibi cessit, addit 4fl, Et residuos disgregat in duas partes, Et porrigit secundae personae illarum partium vnam, et ex suis 6 florenos. Cum tertia agit persona, quemadmodum egit cum prioribus, et octo florenos eidem superaddit. Demum suis residuis numeratis fl inuenit 96fl. Quaeritur de ignoto florenorum numero. Ponatur: 1 φ . Cuius medietas est $\frac{1}{2}$ φ , ex hac subtrahe 4fl, et in residuo erunt $\frac{1}{2}$ $\varphi - 4\varphi$. Et hoc in duas diuidendo partes, quae sunt $\frac{1}{4}$ $\varphi - 2\varphi$. Ex his latis 6fl, | Et residuus numerus, scilicet $\frac{1}{4}$ $\varphi - 2\varphi - 6\varphi$, medietur, et ex medietate, quae est $\frac{1}{8}$ $\varphi - 1\varphi - 3\varphi$, accipe 8fl. Residuus deinceps numerus $\frac{1}{8}$ $\varphi - 1\varphi - 3\varphi - 8\varphi$ aequalis est 96 φ . Iuxta cautelam 1.3.8. adde 96 φ , et ostendunt 108 φ , diuidendum per $\frac{1}{8}$ φ . Deducta re secundum regulae praeceptum in finem, possidentur 864fl, et iste est numerus quaesitus.

$$\left(\left(\frac{x}{2} - 4 \right) : 2 - 6 \right) : 2 - 8 = 96$$

6. Exemplum Quartum.

Mercator quidam, petens Emporium franckofordense cum 984fl, Volens emere piper, cuius vnum t(alentum) 5 β (= Schilling) venditur. Item zinziber, cuius vnum talentum 7 β datur. Item Crocum, et istius 1 talentum pro 5fl taxatur. Ea tamen lege, quod medietas piperis sit $\frac{1}{3}$ zinziberis, Et zinziberis $\frac{1}{6}$ croci. Quaestio, quantum cuiuslibet ex his sumendum pro numerata pecunia. Sit piperis 1 φ . Quoniam autem $\frac{1}{2}$ piperis debet esse vna tertia zinziberis, $\frac{1}{2}$ φ per 3 multiplicatur⁷⁵⁾, et producantur $\frac{3}{2}$ φ . tantum est accipiendum zinziberis. procedendo $\frac{3}{2}$ multiplica per 6, productum ostendet 9. tantum accipiendum erit Croci. Eruntque numeri sic ordinati:

piper 1 φ
zinziber $\frac{3}{2}$ φ
Croci 9 φ

Multiplica 1 φ per 5 φ β et $\frac{3}{2}$ (φ) per 7 β , Vltimo 9 φ per 40 β , tot enim β continent 5fl.

fol. 15^v piper 1 φ 5 β Summa 375 $\frac{1}{2}$ φ aequales 7872 φ . quia in tot priores floreni
zinz(iber) $\frac{3}{2}$ φ 10 $\frac{1}{2}$ β resoluuntur solidos, Continuando per regulam calculum
Croci 9 φ 360 β apparebunt:

pro $\left\{ \begin{array}{l} \text{pipere} \\ \text{zinz(iber)} \\ \text{Croco} \end{array} \right\}$ talenta $\left\{ \begin{array}{l} 20\frac{724}{751} \\ 31\frac{335}{751} \\ 188\frac{508}{751} \end{array} \right\}$ proba facilis.

$$5x + 7 \cdot \frac{3}{2}x + 40 \cdot 9x = 8 \cdot 984$$

⁷⁴⁾ Wir lesen ferner: „Vel sic: $\frac{1}{3}$ von 36 macht 12, Mer $\frac{1}{4}$ von 36 macht 9, mer $\frac{1}{6}$ von 36 macht 6. Die all mit sampt genummen, produciren 27, welche, genummen von 36, verlossent 9“.

⁷⁵⁾ Später geändert zu „per $\frac{1}{3}$ diuidatur“.

Quaestiones aequalitatem ponderis postulantes eodem modo calculationis. Cuiuslibet scilicet mercis vnam ponendo φ , precium cuiusque separatim quaeratur. Quod, si diuersarum fuerint denominationum, redigantur ad eandem. Numeri in vnum collecti ostendunt φ , per quam diuidatur pecunia proposita. Quotiens ostendet aequalitatem mercium.

7. Aliud Exemplum⁷⁶⁾.

Tres emuntur panni 40fl, quorum primus melior est secundo in duplo. Secundus melior quam tertius in triplo. Quaeritur de Cuiusque precio. Fac iuxta regulam. Accipe:

$$\begin{array}{l} \text{Primi} \quad 6\varphi \\ \text{Secundi} \quad 3\varphi \\ \text{Tertij} \quad 1\varphi \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Primi} \\ \text{Secundi} \\ \text{Tertij} \end{array}} \right\} \text{facit} \left\{ \begin{array}{l} 24 \\ 12 \\ 4 \end{array} \right\} \text{fl}^{77)}$$

$$6x + 3x + x = 40$$

8. Ain aufgab: Nym ain Zal, welch du wilt, zeuch dar von $\frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5} \frac{1}{6}$ oder ander tayl, der selbige zal, nach dem ich dich haysse werde, vnd sag mir das Restl. will ich dir bescheyt geben, was Zal es gewesst sey.

$$x - \frac{x}{3} - \frac{x}{4} - \frac{x}{5} - \frac{x}{6} = a$$

fol. 16^r 9. Vel Ich habe ain Zal, wen ich dar von nem $\frac{1}{3}$ vnd $\frac{1}{4}$, so bleyben $9\frac{13}{18}$ der selbigen Zal. Ist die frag et caetera. Setz: 1φ . | Nym dar von $\frac{1}{3}$ vnd $\frac{1}{4}$, bleyben $\frac{5}{12}\varphi$, die sein gleich $9\frac{13}{18}\varphi$. Machs nach der regell, khommen $23\frac{1}{3}\varphi$, die begerte Zal.

$$x - \frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 9\frac{13}{18}$$

10. Exemplum Quintum.

Est Caupo, duplicis valoris vendens vinum, primi 1 mensuram 6 $\mathfrak{A}$, et secundi pro 16 $\mathfrak{A}$, Petitque quidam ex his duobus vnam mensuram 12 denariorum. Quaeritur, quantum ex vnoquoque sit sumendum. Pone primi 1φ et secundi 1φ , id est mensuram — 1φ ⁷⁸⁾ ponendo ad regulam de tri, scilicet 1 mensura, id est φ pro 6 $\mathfrak{A}$, id est φ . quanti venditur 1φ ? facit 6φ . Deinde 1 mensura vel φ pro 16 φ vel $\mathfrak{A}$. quanti venditur $1\varphi - \varphi$? facit $16\varphi - 16\varphi$. Et erit $16\varphi - 16\varphi$ plus 6φ aequalens 12φ vel $\mathfrak{A}$ ⁷⁹⁾.

$$6x + 16(1 - x) = 12 \cdot 1$$

Corollarium.

Quotienscumque contingere solet, quod in quantitibus, ad inuicem aequalibus, in vna sit $+\varphi$ et $-\varphi$, tunc vna ex reliqua subtrahatur, et remanens ostendit diuisorem. φ Et post φ uti in priori, subtractionem prouenit diuidendus. Ita aufer 6φ ex 16φ , restat 10φ , et 12φ ex 16φ , sunt in residuo 4φ . facta diuisione 4 per 10, prosiliunt $\frac{2}{5}$ pars primi, et $\frac{3}{5}$ pars secundi.

Appendix.

$6\varphi + 6\varphi$ aequiualent $3\varphi + 18\varphi$. Reductio: 3φ aequi(valent) 12φ . Subtrahe φ ex φ et φ ex φ , et fac iuxta corollarium praecedens. $6\varphi + 30\varphi$ Aequiualent $9\varphi + 18\varphi$. Reductio: 3φ aequiualent 12φ . $5\varphi - 4\varphi$ Aequi(valent) $3\varphi + 4\varphi$. Reductio: 2φ Aequi(valent) 8φ . $16\varphi - 3\varphi$ (aequivalent) $20\varphi - 5\frac{1}{2}\varphi$. Reductio: 4φ aequi(valent) $2\frac{1}{2}\varphi$, Valor radice erit $\frac{8}{5}$.

⁷⁶⁾ „Bonum est scire hic ex Euclide continuas proportionales“ lautet ein Kommentar hierzu.

⁷⁷⁾ Hinzugefügt wurde: „Colligantur radices, Erunt 10, quae erunt aequales 40 φ . diuidantur 40 per 10, habebis valorem radice vnus, scilicet 4“.

⁷⁸⁾ Im Text bietet sich folgendes Bild: „mensuram ~~minus~~ 1φ “

⁷⁹⁾ Die Einführung einer zweiten Unbekannten ist also vermieden.

fol. 16^v Reductio: Quando voles addere secundum quotientem quadrato, reduc eum prius ad eundem denominatorem cum quadrato, et fiat additio.

numerator $\frac{8\varphi + 6\phi}{3\beta - 8\phi}$ Volo subtrahere $\frac{3}{8}$ ex $\frac{5}{4}$, multiplica 5 per 2, sunt 10, et 4 per 2, sunt 8. 2 enim ductus in 4 facit eandem denominationem subtrahenda(m).
Aequivalent $5\frac{1}{2}\phi$

Si in quantitatibus, adinuicem aequalibus, in vna fuerit $+$ ϕ , in altera similiter fiat subtractio, et residuum scribatur. Si uero in vna fuerit $-$, in alia similiter fiat additio. Si uero in vna fuerit $-\phi$ et in alia $+\phi$ et e contra, Addantur iuxta modum subtractionis superius datum, et scribatur productum, vt: $8\varphi + 4\phi$ Aequivalent $10\varphi - 2\phi$. Reductio: 2φ aequi(valent) 6ϕ . Quicquid dicitur de ϕ , hoc itidem intelligatur de reliquis quantitatibus, puta φ, β etc. Si uero in vna sit $-$ et $-$, addantur. Exemplum: $2\varphi - 4\phi - 10\phi$ Aequi(valent) $10\phi - 1\varphi$. Itidem intelligatur, si fuerit in vna eademque quantitate $+$ et $+$.

De vna eademque quantitate:

De diuersis:

ad $\begin{cases} + \text{ et } + \\ - \text{ et } - \end{cases}$

sub: $\begin{cases} + \text{ et } + \\ - \text{ et } - \end{cases}$

sub $\begin{cases} + \text{ et } - \\ - \text{ et } + \end{cases}$

ad $\begin{cases} + \text{ et } - \\ - \text{ et } + \end{cases}$

II. Sextum Exemplum.

fol. 17^r Negociator Quidam petit forum 360fl empturus piper, Zinziber et Crocum ea lege, quod medietas piperis sit $\frac{2}{3}$ Zinziberis, et $\frac{2}{3}$ Zinziberis sint $\frac{3}{4}$ croci. | Taxatur autem talentum piperis 7 β , Zinziberis 10 β , Croci 2 $\frac{3}{4}$ fl. Quaeritur, quantum cuiuslibet sit sumendum pro enumerata pecunia.

Sit iuxta quaestionem $\left\{ \begin{array}{l} \text{piperis} \quad 1\varphi \\ \text{Zinziberis} \quad \frac{3}{4}\varphi \\ \text{Croci} \quad \frac{2}{3}\varphi \end{array} \right\}$ multiplica per $\left\{ \begin{array}{l} 7 \\ 10 \\ 22 \end{array} \right\}$, facit $\left\{ \begin{array}{l} 7 \\ \frac{15}{2} \\ \frac{44}{3} \end{array} \right\} \varphi^{80)}$

Collige radices multiplicatas, summa $\frac{175}{6}\varphi$ aequales 2880 ϕ . in tot enim β pecunia proposita resoluitur. Procede iuxta regulam. Quotiens ostendit, quantum cuiuslibet mercis sumendum sit:

facit $\left\{ \begin{array}{l} \text{piper} \quad 98\frac{26}{35} \\ \text{zinziber} \quad 74\frac{2}{35} \\ \text{Crocus} \quad 65\frac{87}{105} \end{array} \right\}$ talenta

$$7x + 10 \cdot \frac{3}{4}x + 22 \cdot \frac{2}{3}x = 8 \cdot 360$$

Proba: Pone ad regulam de tri singulas merces modo subsequenti, Et, si pecunia collecta cum florenis propositis eadem fuerit, errorem te nullum commisisse certum erit.

$\left\{ \begin{array}{l} \text{piper} \quad 1\varphi \\ \text{zinziber} \quad \frac{3}{4}\varphi \\ \text{Crocum} \quad \frac{2}{3}\varphi \end{array} \right\}$ pro $\left\{ \begin{array}{l} 7\beta \\ 7\frac{1}{2}\beta \\ 14\frac{2}{3}(\beta) \end{array} \right\}$, quantum $\left\{ \begin{array}{l} 98\frac{26}{35} \\ 74\frac{2}{35} \\ 65\frac{87}{105} \end{array} \right\}$? facit $\left\{ \begin{array}{l} \text{fl} \quad \beta \quad \mathfrak{A} \\ 86 \quad 3 \quad 6 \\ 92 \quad 4 \quad 17\frac{1}{7} \\ 181 \quad 0 \quad 6\frac{6}{7} \end{array} \right\}$

Vel et melius $\left\{ \begin{array}{l} 1\varphi \text{ piper} \\ 1\varphi \text{ Zinziber} \\ 1\varphi \text{ Crocus} \end{array} \right\}$ pro $\left\{ \begin{array}{l} 7\beta \\ 10\beta \\ 22\beta \end{array} \right\}$, quantum $\left\{ \begin{array}{l} 98\frac{26}{35} \\ 74\frac{2}{35} \\ 65\frac{87}{105} \end{array} \right\}$? facis ut supra

⁸⁰⁾ Am Rand: „ $\frac{1}{2}$ piperis si est $\frac{2}{3}$ zinziberis, erit summa Zinziberis $\frac{3}{4}$, quia additur vna tertia, Et ex illis 3^{bus} 4^{tis}, si demantur $\frac{2}{3}$, proueniet medietas, quae debet esse 3 4^{tae} croci. Addita medietati vna 3^a, prouenient 2 tertiae“ bzw. „Debet sumi ex summa piperis medietas, Cui addatur medietas medietatis, habebitur summa zinziberis, De quo sumantur $\frac{2}{3}$, Cui addatur vna tertia. Habebitur pecunia Croci“.

fol. 17^v Nota, quandocumque dantur duae fracturae, quarum prima debet esse altera praecise in numero aliquo 3^o¹⁰, multiplicetur numerator primae in denominatorem alterius, et habebitur numerator tertij, sub quo ponendus est denominator creatus (?) ex multiplicatione denominatoris primae in numeratorem alterius fracturae. Exempli gratia: Detur numerus, cui $\frac{1}{2}$ subministret $\frac{2}{3}$, procedatur in crucem iuxta notabile, Veniet numerus 3^{us} petitus $\frac{3}{4}$. Item Positis duabus minutijs, quarum altera alterius debet esse pars, ducantur numeratores in se, itidem et denominatores. Exemplum: duae tertiae trium quartarum, id est $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$, sunt $\frac{1}{2}$.

12. Exemplum 7^m.

ES seint 7 *f* (= Pfund) negelin vnd 9 *f* ingwers, auch 11 *f* pfeffers, und gilt ie ein *f* negelin 5ß mer dan 1 *f* ingwers. Es gilt ie 1 *f* i(n)gwers 5ß mer dan 1 *f* pfeffer. Nun wolt ich gern wissen, wie vil ich haben wurd vor 30fl, vnd was 1 *f* negelin, ingwer und pfeffer gestet⁸¹). Setz: 1 *f* negelin gestet 1 φ + 10 ϕ , vnd 1 *f* ingwer 1 φ + 5 ϕ , vnd 1 *f* pfeffer 1 φ . multiplicir 1 φ + 10 ϕ durch 7, kummen 7 φ + 70 ϕ . Item 1 φ + 5 ϕ durch 9, das product zeygt 9 φ + 45 ϕ . Zum letsten 1 φ durch 11, kummen 11 φ . Addir 70 vnd 45 zu samen, die zeuch von der Zal, als vil 30fl ß machen, pleiben 485ß. thue auch zu samen die φ , wurt der teyler, durch welch 485 ϕ getailt soll werden. in quotient findestu ß 17 $\frac{2}{7}$, so vil gilt ain *f* pfeffers.

$$7(x + 10) + 9(x + 5) + 11x = 600$$

fol. 18^r 13. Octauum Exemplum⁸²).

Einer hat zweyerlay silbers, das erst helt 12 lot fein, vnd das ander 15 lot fein. Nun will er ausz den zweyen machen 1 marck, die do het 13 lot fein. Ist die frag, wie vil er aines iedlichen nemen soll. setz des ersten 1 φ vnd des andern 16 ϕ – 1 φ , sprichen: 16 ϕ geben 12 ϕ , wie vil gibt 1 φ ? facit $\frac{3}{4}$ φ . Darnach sprich: 16 ϕ geben 15 ϕ , wie vil geben 16 ϕ – 1 φ ? facit 15 ϕ – $\frac{1}{6}$ φ . thue die zwen product zusamen, kummen 15 ϕ – $\frac{1}{6}$ φ + $\frac{3}{4}$ φ , das alles ist gleich 13 ϕ . thue, wie in 5 exemplo: subtrahir $\frac{3}{4}$ φ von $\frac{15}{6}$ φ , pleibt $\frac{12}{6}$ φ oder $\frac{3}{16}$ (φ). zeuch auch 13 ϕ von 15 ϕ , pleyben 2 ϕ . teyl 2 ϕ durch $\frac{3}{16}$ φ , so wurt $\frac{32}{3}$ oder 10 $\frac{2}{3}$. Also vil [hat] lot nymbt man des ersten, vnd des andern 5 $\frac{1}{3}$ lot, etc. In hoc exemplo φ a φ iuxta corollarium quinti exemplj, quia in vna quantitate ponitur + et – φ .

$$12x + 15(16 - x) = 13 \cdot 16$$

14. Nonum Exemplum⁸³).

Vnseren syn zwen, haben zu teylen 15fl Also, das des ersten $\frac{1}{4}$ sey gleych so vil als des andern $\frac{1}{3}$. Ist die frag, wie vil nimbt der erst vnd der ander. Setz: der erst nimbt 1 φ , so nymbt der ander 15 ϕ – 1 φ . das $\frac{1}{4}$ des ersten ist $\frac{1}{4}$ φ , vnd $\frac{1}{3}$ des anderen macht 5 ϕ – $\frac{1}{3}$ φ .

fol. 18^v Nun sprich ich: $\frac{1}{4}$ φ gleych so vil macht als 5 ϕ – $\frac{1}{3}$ φ . Addir $\frac{1}{4}$ φ | vnd $\frac{1}{3}$ φ zusamen, kummen $\frac{7}{12}$ φ , durch welch teyl 5 ϕ , so hastu $\frac{60}{7}$ die erst Zal, die ander $\frac{45}{7}$. In hoc exemplo fit additio iuxta cautelam primae regulae.

$$\frac{x}{4} = \frac{15 - x}{3}$$

15. Decimum Exemplum⁸⁴).

Ainer zeucht vff ainen Jarmarck, hat ain summe geldes, weyß nit wie vil. gewint mit 100fl 18 (fl), vnd wen er hin kumpt, findt 1000fl mit haub(t)gut vnd gewin. Ist die frag, wie vil

⁸¹) Als Bemerkung: „Zu nurnb(er)g het 1fl in golt 20ß“.

⁸²) Wie RUDOLFF⁵, Bl. L II^v.

⁸³) Gleiche Aufgabe wie RUDOLFF⁵, Bl. J II^v und SCHREYBER⁵, Bl. (J VI^rf.). Wir lesen hier noch: „Cautela circa 9 exemplum: per primum intellige eum, cui maior pars ex diuisione succedit“, die gleiche Bemerkung wie im Clm 19691.

⁸⁴) Wie SCHREYBER⁵, Bl. (J VI^rf.).

er bey im gehabt hab. Setz: 1 φ . Sprich: 100 ϕ geben 18 ϕ , wie vil gibt 1 φ ? facit $\frac{9}{50}\varphi$. dar zu thu 1 φ , das ist die haubt sum, das ist gleich 1000 fl. machs nach der regell, kummen 847 fl [fl] 3ß 19 $\frac{49}{9}$ ß.

$$x \frac{100+18}{100} = 1000$$

16. Vndecimum exemplum.

Item 3 kauffman zu Cracaw geben einem Factor ein sum geltz vnd schicken in gen Antorff, zu handeln ainen handeln, vnd er gewint all weg mit 100 fl 24 (fl). er khumbt wider heim mit haubtgut vnd gewin. Also geben seine herren sein lon dar von 96 fl, vnd ain ietlicher nimpt sein haubtgut wider, vnd teylen den gewin. Also emphacht ainer 288 fl. Nun ist die frag, wie vil sie haben eingelegt. Zum ersten setz: 1 φ . sprich: 100 ϕ geben 24 ϕ , wie vil gibt 1 φ ? facit $\frac{6}{25}\varphi$. Thue dar zu 1 φ , das haubtgut, dar von zeuch 96 ϕ , pleibt $1\frac{6}{25}\varphi - 96\phi$. Zeuch wider die einlegung der dreyen | dar von, das ist 1 φ . Teyll das vberig, als $\frac{9}{25}\varphi - 96\phi$, durch dreyen, kummen $\frac{2}{25}\varphi - 32\phi$, das alles ist gleych 288. mach es nach der regel, kummen 4000 fl.

$$\left(x \frac{100+24}{100} - 96 - x\right) : 3 = 288$$

17. Aliud exemplum nono respondens.

Partire 10 in duas partes. primam multiplica per 2, Alteram per 3. collige producta, adde 4, facit 32. Pono primam partem ex 10 1 φ . Erit itaque altera 10 $\phi - 1\varphi$. multiplica 1 φ per 2 ϕ , surgunt 2 φ . Item 10 $\phi - 1\varphi$ per tria, stabunt 30 $\phi - 3\varphi$ ⁸⁵). adde 4, habebis 2 $\varphi + 30\phi - 3\varphi + 4\phi$ aequales 32. Perge secundum regulam⁸⁶), erit pars prima ex 10 2, altera 8, Quod facile probatur. Exempla conforima huic non sunt proponenda, ut in buccam incidunt, Sed oportet, prius esse examinata⁸⁷).

$$x \cdot 2 + (10 - x) \cdot 3 + 4 = 32$$

18. Aliud exemplum.

Partire 10 in 2 partes. Prima multiplicetur per 2, altera per 9. productis addantur 7, et fiant 90. procede secundum regulam, erit prima pars 1, altera 9.

$$x \cdot 2 + (10 - x)9 + 7 = 90$$

19. Duodecimum exemplum.

Item mit 7 fl gewin ich in 7 monat 12 fl. Nun will (ich) wissen, wan ich in ainem iar hab gewonnen 28 fl, was das haubtgut ist gewesen. Setz: 1 φ . Sprich: 7 ϕ gebn mir 12 ϕ , wie vil geben 12 ϕ ? facit $\frac{144}{7}$. Darnach | sprich: 7 ϕ geben 144 ϕ , wie vil gibt 1 φ ? facit $\frac{144}{49}(\varphi)$. Das vergleycht sich mit 28 ϕ . mach es nach der regel, kummen 9 $\frac{19}{8}$ fl.

$$\frac{7 \cdot 7}{12} = \frac{x \cdot 12}{28}$$

20. Tredecimum exemplum⁸⁸).

Ich kauff 5 ellen tuchs vmb 7 fl, nun verkauff ich wider 7 ellen vmb 11 fl, vnd hab so vil verkaufft, das ich hab gewonnen 100 fl vber das habtgut. Nun ist die frag, wie vil tuchs ich hab

⁸⁵) Ursprünglich stand hier $30 + 3x$. Im Clm 19691 richtig.

⁸⁶) „Sub(trahere) — φ a + φ et ϕ minorem a maiori“.

⁸⁷) „ita, vt sint possibilia, alius ars n(umerata) non subuenit“ ist später hinzugefügt. Wahrscheinlich fand man durch Ausprobieren, daß nicht jeder Ansatz zu einer brauchbaren Lösung führte.

⁸⁸) Wie SCHREYBER⁵, Bl. (J VIII^rf.) und RUDOLFF⁵, Bl. K II^vf.

verkauft. Setz: 1 φ . sprich: 5 φ geben mir 7 φ , was gibt mir 1 φ ? facit $\frac{7}{5}\varphi$. weytter sprich: 7 φ geben mir 11 φ , wie vil gibt mir 1 φ ? Zeuch ains von dem anderen, pleybt $\frac{6}{35}\varphi$, die seind gleych 100 φ . facit 583 $\frac{1}{3}$ ellen⁸⁹).

$$x \cdot \frac{7}{5} + 100 = x \cdot \frac{11}{7}$$

21. Item aliud de 10 φ . multiplica primam per 2, alteram per 3, productis adde 6 $\frac{1}{4}$, surgat 36.

$$x \cdot 2 + (10 - x) \cdot 3 + 6\frac{1}{4} = 36$$

22. Decimum Quartum exemplum.

Ainer hat ingwer vnd pfeffer 80 fl , vnd gibt 5 fl ingwer vmb 1 fl , vnd 8 fl pfeffer auch vmb 1 fl , vnd ietlichs ist 40 talenta. Nun ist die frag, wie vil fl vmb 2 fl kummen, ingwer vnd pfeffer dur(ch)ainander, eins als vil als des anderen. Setz: 1 φ . Sprich: 80 φ geben durch ainander 13 φ , wie vil macht 2 φ ? facit $\frac{13}{40}\varphi$. die sein gleich 2 φ . Mach es nach der regel, kummen 12 $\frac{4}{13}\text{fl}$ durchainander, also nimbstu eins iedlichen 6 $\frac{2}{13}\text{fl}$. | Alius modus: Accipe cuiuslibet 1 fl , Quaerendo precium per regulas de tri. precium quodlibet seorsum multiplicetur in suam radicem. collectis in vnum, productis habebis φ aequiualentem 2 fl vel numeris hoc pacto:

pipe 5 fl 1 fl , quantum 1 fl ? facit $\frac{1}{5}\text{fl}$.

Zinziberis 8 fl 1, quantum 1 fl ? facit $\frac{1}{8}\text{fl}$. Adde $\frac{1}{5}$ (et) $\frac{1}{8}$, facit $\frac{13}{40}\varphi$.

$$(\frac{1}{5} + \frac{1}{8})x = 2$$

23. Decimum Quintum exemplum⁹⁰).

Ir drey machen ain geselschafft. der erst legt 60 fl vnd stett 12 monat⁹¹), Der ander legt ain hauffen geltz und stet 4 monat, Der dritt legt auch sum geltz vnd stett 5 monat, vnd haben gewonnen 1250 fl . Dem ersten geburt 180 fl , Dem andern 780 fl , Dem dritten 290 fl . Ist die frag, was der ander vnd der dritt gelegt haben. Setz: ein iedlicher hab eingelegt 1 φ . multiplicir 4 monat durch 1 φ , kummen 4 φ , die behalt. Sprich: 180 fl oder φ geben 720 fl oder φ ⁹²). wie vil geben 780 fl oder φ ? facit 3120 φ , die sein gleich 4 φ , machs nach der regell, khummen 780 fl . sprich weyter: 180 geben 720, wie vil geben 290 fl ? facit fl vel φ 1160, Die sein gleych 5 φ ⁹³). Machs nach der regell, khummen 232 fl , die einlegung des dritten⁹⁴).

$$\frac{60 \cdot 12}{180} = \frac{x \cdot 4}{780} = \frac{y \cdot 5}{290}$$

fol. 20^v **24.** Sedecimum exemplum.

Vnser seind etlich, bestellen ain factor und legent ein ietlicher als vil fl , als vnser seindt. Der factor gewint mit einem ietlichem fl 4 gr(ossos), 30 gerechnet vor 1 fl , vnd wir teylen den gewin, So wirt ainem ietlichenn mit sampt dem haubtgut 40 fl vnd 24 gr. Ist die frag, wie vil vnser sein. Setz: 1 φ . So haben wir eingelegt 1 fl , Darumb multiplicir 1 fl durch $\frac{2}{15}\varphi$, So kummen $\frac{2}{15}\text{fl}$. Dar zu thue 1 fl , das ist das haubtgut, das teyl durch 1 φ , als durch die Zal

⁸⁹) „Probatio huius exempli patet multiplicando numerum vlnarum, scilicet 583 $\frac{1}{3}$ per 7, et productum diuidendo per 5, et habebitur impensa. Deinde Idem numerus vlnarum inuentarum multiplicetur per 11, et productum diuidatur per 7, aut a quotiente subtrahatur impensa et remanebit lucrum, scilicet 100“

⁹⁰) Findet sich auch bei SCHREYBER⁵, Bl. (J VIII^v) – K IV.

⁹¹) „Multiplicando 60 fl per duodecim menses 720 φ “

⁹²) „numerum scilicet productum ex ductu primi impositi in numerum mensium, quibus stetit“ bzw. „4 menses multiplicatur per 1 φ , id est per numerum impositum ignotum, sicut supra 60 fl impositi a primo per 12 menses“.

⁹³) Hierzu am Rande: „Multiplicando scilicet 1 φ , tertij impositus, per quinque menses, quibus stetit“

⁹⁴) „Istud exemplum probatur sic: multiplicando cuiuslibet pecuniam in suam (!) tempus et procedendo per regulam de tri, ponendo loco luci nunc pecuniam impositam“

der person. Also endspringt $\frac{17}{15}\varphi$. Nun sprich ich, das $\frac{17}{15}\varphi$ ist gleich 40fl vnd 24gr. Machs nach der ersten regel, kumbt 36, numerus imponentium, die Zal⁹⁵).

$$(x(x + x \cdot \frac{4}{30})):x = 40\frac{24}{30}$$

25. Decimum Septimum.

Ich hab kauft etlich ellen tuchs vmb 36fl vnd hab darauß 5 elen vmb 8fl. Ist die frag, wie vil ist des tuchs gewesen. Setz: 1 φ . Sprich: 5 φ geben 8 φ , was gibt 1 φ ? facit $\frac{8}{5}\varphi$. Also sprich ich, das $\frac{8}{5}\varphi$ ist gleich 36 φ . machs nach der regell, kummen 22 $\frac{1}{2}$ elen. Also vil hat das tuch gehalten.

$$5:8 = x:36$$

26. Decimum Octauum Exemplum.

fol. 21^r Ich hab gelt. wan ich alweg mit $\frac{2}{3}$ der sum gewin das zehen tail vnd leg den gewin wider an, vnd gewin almal mit $\frac{1}{3}$ des gewins | das $\frac{1}{9}$ des gewins, Also findt ich mit haubgut, gwin vnd gwins gwin 864fl. Ist die frag, wie vil ist gewesen des haubgutz. Setz: 1 φ . sprich: $\frac{2}{3}\varphi$ gibt $\frac{1}{10}\varphi$, wie vil gibt 1 φ ? (.als dan regula de tri sagt.)* durch $\frac{1}{10}\varphi$ kumbt $\frac{1}{10}3$ ⁹⁶), den tayl ab durch $\frac{2}{3}\varphi$, kumbt $\frac{3}{20}\varphi$ ⁹⁷), das ist der erst gewin. Nym dar auß $\frac{1}{3}$, ist $\frac{1}{20}\varphi$. Darnach $\frac{1}{9}$, ist $\frac{1}{60}\varphi$. Setz: $\frac{1}{20}\varphi$ gibt $\frac{1}{60}\varphi$, was gibt $\frac{3}{20}\varphi$? facit $\frac{1}{20}\varphi$. Der ander gwin. addir zusammen die hauptsum, als 1 φ , den erst gwin, als $\frac{3}{20}\varphi$, vnd den andern gewinn, nemlich $\frac{1}{20}\varphi$, kumbt 1 $\frac{1}{5}\varphi$. das ist gleich 864 φ . machs nach der regell, kumbt 720, die recht Zal⁹⁸).

$$x + \frac{3x}{20} + \frac{x}{20} = 864$$

27. Es sein zwo person mit zween secken gelts, Als der erst hat noch ein mal so vil gelts als der ander, und der erst gewint al mal mit $\frac{1}{2}$ seines gelts $\frac{1}{3}$ des andern, Vnd der ander mit $\frac{1}{4}$ seines gelts $\frac{1}{8}$ des erstn. Thue die zwen gwin zusammen vnd teyl sie, so wurt einem iedlichem 12fl. ist die frag etc.

$$\frac{2x}{3} + \frac{4x}{3} = 24$$

28. Decimum Nonum Exemplum.

fol. 21^v Ich hab gelt. wen ich all mal mit $\frac{2}{3}$ der fl gewin des zehen teyl, vnd leg den gewin mit sampt dem haubgut wider an, vnd gewin aber mit $\frac{1}{3}$ der sum $\frac{1}{9}$, vnd findt mit haubgut, gwin vnd gwins gwin fl 138. Ist die frag, wie vil des [des] haubgutz ist gewesen. facit fl 90. Setz: 1 φ . sprich: | $\frac{2}{3}\varphi$ gibt $\frac{1}{10}\varphi$, wie vil gib 1 φ ? facit $\frac{3}{20}\varphi$. das ist der erst gewin. Dar nach summir haubgut vnd gwin, so kumpt 1 $\frac{3}{20}\varphi$. zeuch $\frac{1}{3}$ darauß, $\frac{23}{60}\varphi$, auch zeuch $\frac{1}{9}$ darauß, wurt $\frac{23}{180}\varphi$. sprich: $\frac{23}{60}\varphi$ gibt $\frac{23}{180}\varphi$, wie uil gibt $\frac{23}{20}\varphi$? facit $\frac{23}{60}\varphi$. Thue haupt sum, gwin vnd gwins gwin zusammen, facit 1 $\frac{3}{15}\varphi$. die sein gleich 138 φ . machs nach der regell, kummen 90, die recht Zal.

$$x + \frac{3x}{20} + \frac{23x}{60} = 138$$

⁹⁵) Als Bemerkungen: „Es stet nach österreychisch(er) muntz“, „reduc 24 gr ad denominationem florenus, antequam fiat diuisio hoc pacto: $\frac{2}{3}\frac{1}{3}$ facit $\frac{1}{3}$ fl“ und „probatum hoc exemplum: Si sunt 36 imponentia erit summa capitalis per hypothesam 1296, lucrum vero 172fl 24gr. Tota vero simul accepta 1468fl 24gr. De quibus vni ex 36 imponentibus adent 40fl 24gr“ Nach österreichischer Münze bedeutet, es gehen 30 Groschen auf einen Gulden.

⁹⁶) Durch Randbemerkung aus $\frac{1}{10}x$ korrigiert; in Clm 19691 richtig.

⁹⁷) In beiden Handschriften steht $\frac{3}{3}x$; in der Wiener wurde es am Rande korrigiert.

⁹⁸) „probatum Exempli: 720 ex $\frac{2}{3}$, scilicet 480 comparant vnam decimam totius summae, scilicet 72, quare tota summa lucrabitur 108, primum scilicet lucrum. Deinde vna tertia luci, scilicet 36, lucratur $\frac{1}{3}$ eiusdem luci, scilicet 12. Quare totum primum lucrum lucratur 36, quae duo lucra cum capitali summam inuentam adimplent“.

29. Vicesimum Exemplum.

Ich hab kaufft ain war vnd die wider verkaufft, vnd hab all mal an 100fl verlorn 10fl. findt mit dem haubtgut vnd gelt, das ich vmb selhe war hab empfangen, 6000fl. Ist die frag, was sellche war ist wert [werten] gewesen. Setz: 1 φ . Sprich: 100 φ verlirn 10 φ , wie vil verleust 1 φ ? facit $\frac{1}{10} \varphi$. die zeuch von 1 φ . $\frac{9}{10} \varphi$, das ist gleych 6000 φ . machs nach der regell, kummen 6666 $\frac{2}{3}$ fl.

$$x \cdot \frac{9}{10} = 6000$$

30. Vicesimum primum Exemplum⁹⁹⁾.

fol. 22^r Ainer fragt den andern, spricht: wie vil hat der Zeyger geschlagen? Antwort der ander: Du weyßt, das itzund der tag ist 15 stund lang. Darumb nimb $\frac{2}{3}$ des vergangen¹⁰⁰⁾ tags vnd $\frac{1}{7}$ des Zukunfftigen, so wurstu bericht. Ist die frag, wie vil hat es geschlagen. Setz: es hab geschlagen 1 φ , so ist noch das vbrig | teyl des tags 15 φ — 1 φ . Nym $\frac{2}{3}$ des vergangen tags, So hastu $\frac{2}{3} \varphi$, auch $\frac{1}{7}$ des Zukunfftigen, ist $\frac{15}{7} \varphi$ — $\frac{1}{7} \varphi$ ¹⁰¹⁾. Also sprich ich endlich, das $\frac{15}{7} \varphi$ — $\frac{1}{7} \varphi$ + $\frac{2}{3} \varphi$ Sein glcich 1 φ . das ist, wie vil es geschlagen hat. Vergleich das mit ain-ander in sollicher form: addir $\frac{1}{7} (\varphi)$ zu 1 φ , kumbt 1 $\frac{1}{7}$ φ , von welchen subtrahir $\frac{2}{3} \varphi$, pleybt $\frac{10}{21} \varphi$. Dar durch tayl $\frac{15}{7} \varphi$, kummen 4 $\frac{1}{2}$ ¹⁰²⁾. also vil hat es geschlagen, das magstu probiren¹⁰³⁾.

$$\frac{2x}{3} + \frac{15-x}{7} = x$$

31. Vicesimum secundum Exemplum¹⁰⁴⁾.

fol. 22^v Es get ainer fur etlichen Junckfrawen, sprechent: Got grusz euch alle 10. Spricht die eine: Vnser sein nicht 10, Dan, wan vnser wern noch einest so vil vnd $\frac{1}{3}$, so wer vnser so vil vber zehen, als vnser vnter zehen ist. Ist die frag, wie vil send der Junckfrawen. Setz, ir send 1 φ . setz noch 1 φ vnd $\frac{1}{3} \varphi$, werden 2 gantz vnd $\frac{1}{3} \varphi$. Schaw, wie ver (= ferne) die Zal der iunckfrawen vnter Zehen ist, als Zeuch 1 φ , die Zal der iunckfrawen, von 10, pleibt 10 φ — 1 φ . Schau auch, wie vil mehr 2 $\frac{1}{3} \varphi$ vber zehen ist. subtrahir 10 von [von] 2 $\frac{1}{3} \varphi$, restant 2 $\frac{1}{3} \varphi$ — 10 φ . entlich sprich ich: 10 φ — 1 φ ist gleych so vil als 2 $\frac{1}{3} \varphi$ — 10 φ . procedir weyter in sollicher gestalt: addier die radices zusammen, kummen 3 $\frac{1}{3} \varphi$. summir auch die φ , das product weyst 20 φ . mach es nach der regel: diuidir φ durch φ , kummen | 6 Junckfrawen. Zu probirn, das 10 φ — 1 φ vnd 2 $\frac{1}{3} \varphi$ — 10 φ ainander gleych seint. Der φ ist 6, als do gfunden ist 10 φ — 1 φ ist 4 φ . Auch 2 $\frac{1}{3} \varphi$ ist [ist] 14, wan 2 φ seint 2 mal 6, vnd $\frac{1}{3}$ auß 6 ist 2, macht 14 — 10, ist auch 4¹⁰⁵⁾.

$$2x + \frac{x}{3} = 10 + (10 - x)$$

32. Aliud exemplum¹⁰⁶⁾.

So vil 6 $\mathcal{f}$ mehr gesteen als 10fl, So vil gestend mich 10 $\mathcal{f}$ mer dan 20. wie kumpt 1 $\mathcal{f}$? facit 2 $\frac{1}{2}$ fl. Setz, es sey mer 1 φ . Sprich: 6 φ geben 10 φ + 1 φ , was gibt 1 φ oder $\mathcal{f}$? facit 10 φ + 1 φ ,

⁹⁹⁾ Gleiches Beispiel bei SCHREYBER⁵, Bl. (K VI^r)—(K VII^r).

¹⁰⁰⁾ „id est parte praeterita praesentis diej“

¹⁰¹⁾ „ $\frac{1}{7} \cdot \frac{5}{7}$ est vna septima ex 15“

¹⁰²⁾ Wir lesen ferner: „pars diei praeterita, $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{7}$ pars diei residua. ad occasum $\frac{1}{7}$ dicitur (= de) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{7}$ facit $\frac{2}{21}$, $\frac{2}{21}$ de $\frac{3}{7}$ facit 3. Corollarium: $\frac{1}{7}$ de $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{7}$ aequialet $\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{7}$ “ Im Clm 19691 unrichtige Randbemerkung.

¹⁰³⁾ „Duac tertiae de 4 $\frac{1}{2}$, id est praeteritae die(i), faciunt 3. Item vna septima futurj diej, scilicet 1 $\frac{1}{2}$ (Superest enim de die 10 horae $\frac{1}{2}$)*, quae simul faciunt 4 $\frac{1}{2}$ “

¹⁰⁴⁾ Wie SCHREYBER⁵, Bl. (K VII^r)—(K VIII^r).

¹⁰⁵⁾ Es ist hinzugefügt: „Si a 10 φ subtrahitur 1 φ , manet φ (= numerus), quo virgines pauciores sunt quam 10. Si 10 φ subtrah(ur) a 2 $\frac{1}{3} \varphi$, remanet residuum eius, quod est supra 10 φ “.

¹⁰⁶⁾ Im Clm 19691 wurde diese Aufgabe, wahrscheinlich durch Überspringen von Zeilen, beim Abschreiben mit der vorigen zu einer einzigen sinnlosen Fragestellung zusammengefaßt.

getaylt per 6 ϕ . sprich weyter: 10 ϕ geben 20 ϕ + 1 ψ , was gibt 1 ϕ ? facit 20 ϕ + 1 ψ , getaylt per 10 ϕ . Stet, also multiplicir creutzweyß, so kumbt yns gantz $\frac{10\phi + 1\psi}{6}$ ist gleych $\frac{20\phi + 1\psi}{10}$

Steet also: 100 ϕ + 10 ψ aequiualent 120 ϕ + 6 ψ . vnd mach nach der regel, kumbt 5 der excessß. nun sprich: 6 fl gelten 15, was gilt 1 fl ? facit $2\frac{1}{2}$ fl . Sprich weyter: 10 fl gelten 25 fl , was gilt 1 fl ? facit ut supra $2\frac{1}{2}$ fl . dis Exempel wirt auch gemacht durch regulam plurimam¹⁰⁷⁾.

$$6x - 10 = 10x - 20$$

33. Vicesimum tertium Exemplum.

fol. 23^r Ainer leycht dem anderen ein süm gelts auf wuecher, also, das er eyn geb alle monat von einem fl 5 fl . wann das Jar auszkumpt, | so gib gener dem 50 fl vor haubgut vnd wucher. Ist die frag, wie vil des haubtguts ist gewesen. Setz: 1 ψ . Sprich: 1 ϕ gibt mir $\frac{1}{42}\phi^{108}$, wie vil gibt 1 ψ ? facit $\frac{1}{42}\psi$. das ist 1 monat. Darnach sprich: 1 ϕ , das ist ein monat, gib $\frac{1}{42}\psi$, wie vil geben 12 ϕ , verstee monat 12, das macht 1 Jar. facit $\frac{2}{7}\psi$. das ist der gewin des gantzen Jars. Dar zu thue die haupt sum, als 1 ψ , facit $1\frac{2}{7}\psi$. das alles ist geleych 50 fl . mach es nach der regel, so kummen 38 fl 26 gr $4\frac{2}{3}\text{fl}$ die haupt sum. Proba per regulam de tri. Sprich: 1 fl gibt ein Jar 60 fl , was geben 38 fl 26 gr $4\frac{2}{3}\text{fl}$ ¹⁰⁹⁾?

$$x(1 + \frac{60}{210}) = 50$$

34. Vicesimum Quartum Exemplum¹¹⁰⁾.

Ich hab gemessen mit einem quadranten einen thurn, find, das das spacium zwischen mir vnd dem thuren ist $\frac{1}{4}$ des turns. Nun kan ich nit wissen, wie weyt von mir biß zum turen ist von wegen eins graben, Sunder gee noch weyter zu ruckh 50 fusse vnd findt, das das spacium ist das halb tayl des turns. Ist die frag, wie hoch ich der thurn. Setz: 1 ψ . nim darauß $\frac{1}{4}\psi$, ist $\frac{1}{4}\psi$, vnd $\frac{1}{2}\psi$, vnd zwischen $\frac{1}{4}\psi$ vnd $\frac{1}{2}\psi$ sein 50 ϕ zwischen. Hierumb zeuch $\frac{1}{4}\psi$ von $\frac{1}{2}\psi$, pleybt $\frac{1}{4}\psi$. das ist gleich 50 ϕ . machs nach der regell, kummen 200 die recht Zall an Zu heben den augen gleych.

$$\frac{x}{4} = 50$$

fol. 23^v 35. Aliud Exemplum.

Quacrens, quotam diei horam horologium signaverit, Constat, dicm esse 15 horarum¹¹¹⁾. pars autem diei praeterita tanquam minor se habet ad reliquam diei partem in ratione super-bipartiente tertias. Acceptis autem $\frac{3}{8}$ ex 15 horis, apparent ab ortu horae $5\frac{5}{8}$, nodum quaestionis soluentes¹¹²⁾.

$$3:8 = x:15$$

36. Vicesimum Quintum Exemplum¹¹³⁾.

Ich hab gemessen mit ainem quadranten einen thurn wie vor vnd findt des thurns höch 4 mal im spacio von dem thurn bis auff die erst Station. Darnach bin ich hinter sich gangen 100 fusse vnd find in der andern Station, das der thuren wurt behalten 6 mal im spacio

¹⁰⁷⁾ „Aduerte commutationem quantitatum eiusdem denominationis“ bezieht sich offensichtlich darauf, daß dem Schreiber der Randbemerkungen ein anderer Gleichungsansatz als der hier angeführte näher läge.

¹⁰⁸⁾ „Computando 210 fl pro floreno“

¹⁰⁹⁾ „Computando 30 grossos pro floreno et 1 grossum (pro) 7 fl “

¹¹⁰⁾ Auch bei SCHREYBER⁵, Bl. K IIII^v—(K V^v).

¹¹¹⁾ Man meint die Stunden von Sonnenauf- bis -untergang.

¹¹²⁾ Am Rande: „Ex numero aliquo proportionem datam elicere: Accipe minomos in proportionem data et fac proportionem compositam, et terminos pone ad regulam de tri. hoc pacto, compositum terminum fac primum, terminum diuisum secundum, terminum autem, ex quo elicenda est proportio, fac tertium, postea iterum diuide“.

¹¹³⁾ Von SCHREYBER⁵, Bl. (K V^vf.) übernommen.

vom thuren bis an die anderen Station. Ist die frag: wie hoch ist der thurn? Setz: das erst spacium ist 1 φ , das ander auch 1 φ . Setz die erst φ 4 mal, facit 4 φ . die ander φ 6 mal, facit 6 φ . Subtrahir 4 φ von 6 φ , pleyben 2 φ , die sein gleich 100 φ . Machs nach der regell, kummen 50 fusse¹¹⁴).

$$2x = 100$$

37. Vicesimum Sextum Exemplum.

Item einer kaufft 12 tuech vmb 40 fl. 2 seind weyß, 3 schwartz, 7 braun, vnd ye ein schwartz ist 2ß besser dan ein weyß, vnd ein braun ist 3ß besser dan ein schwartz. Ist die frag, was gilt ieder farb ein tuch¹¹⁵).

$$\text{Ein } \left\{ \begin{array}{l} \text{weyß} \\ \text{schwartz} \\ \text{Braun} \end{array} \right\} \text{ facit } \left\{ \begin{array}{l} \beta \ 23\frac{1}{4} \\ \beta \ 25\frac{1}{4} \\ \beta \ 28\frac{1}{4} \end{array} \right\}, \text{ 8}\beta \text{ vor 1 fl gerechnet}$$

$$2x + 3(x + 2) + 7(x + 5) = 40 \cdot 8$$

fol. 24^r 38. Vicesimum Septimum Exemplum.

Ich setz: 3 burger zu wien sollem ein Jartzeit halten 4 pfert vnd 16 trabanten (= Fußknechte) vnd geben all monat von .1. pfert 12 fl vnd .1. trabanten 4 fl. der erst burger zalt $\frac{1}{3} + 6$ fl, Der ander $\frac{1}{4} - 4$ fl, Der drit $\frac{1}{2}$ der fl. Nun Ist die frag, Wie vil ein ietlicher gibt. Machs also: Schau, wie vil die pfert vnd trabanten ein JarZeit machen, facit fl 1344. Setz: yeder geb 1 φ , den multiplicir mit seinem bruch, der gab $\frac{1}{3}\varphi$, die sein gleich 1342 φ ¹¹⁶). Procedir nach der regel inhalt, kumbt Valor vnus radices $1238\frac{10}{13}\varphi$. zeuch darauß $\frac{1}{3}$ vnd thue dar zu 6. kumpt die gab des ersten. zeuch darauß $\frac{1}{4}$, nym dar uon 4, kumpt die gab des ander(n). Nim valorem vnus radices halb, kumbt die gab des dritten.

$$\begin{array}{l} \text{Primus } 1\varphi \\ 2^{\text{us}} \quad 1\varphi \\ 3^{\text{us}} \quad 1\varphi \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{per } \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{3}\varphi \\ \frac{1}{4}\varphi \\ \frac{1}{2}\varphi \end{array} \right\}, \text{ facit } \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{3}\varphi \\ \frac{1}{4}\varphi \\ \frac{1}{2}\varphi \end{array} \right\}. \text{ addir, facit } \frac{1}{12}\varphi$$

$$\begin{array}{ll} \text{Primus} & \text{fl } 418\frac{108}{117} \\ 2^{\text{us}} & \text{dat fl } 305\frac{9}{13} \\ 3^{\text{us}} & \text{fl } 619\frac{5}{13} \end{array}$$

$$\frac{x}{3} + 6 + \frac{x}{4} - 4 + \frac{x}{2} = 112 \cdot 12$$

b) Secunda Regula: Quando 3 est aequalis φ , Tunc φ per 3 diuidatur, et radix Quadrata ostendit petitum. [Exemplum primum.]

fol. 24^v 1. Exemplum primum.

Detur numerus multiplicandus per tria, productum per 6 diuidatur, relictum per se multiplicetur, generato 3 addantur, proueniens per duo diuidatur, et in quotiente proueniant $19\frac{1}{2}\varphi$. Queritur Pone 1 φ , et hanc multiplica per 3, habebis 3 φ , quas diuide per 6, quotiens ostendit $\frac{1}{2}\varphi$. facta ductione per se emergit vna 4^{ta} pars 3, adde 3 φ , stabunt $\frac{1}{4}3 + 3\varphi$. fiat diuisio per .2.. Linea concaua exponet $\frac{1}{3}3 + \frac{3}{2}\varphi$, hoc totum aequale est $19\frac{1}{2}\varphi$. iuxta regulam habebis 12 φ Quaesitum¹¹⁷).

$$\left(\left(\frac{3x}{6} \right)^2 + 3 \right) : 2 = 19\frac{1}{2}$$

¹¹⁴) „Nota pulchrum exemplum“ später hinzugeschrieben.

¹¹⁵) „Die 3 schwartz haben + 6ß. Die braunen haben + 35ß. Addir, wirt 41ß. Die subtrahir von 40 fl, bleyben 279ß. Die werden vergleicht 12 φ “

¹¹⁶) „+ 6 subtrahe, - 4 adde, numerus fl relictus 1342“ lautet der Kommentar in der Wiener und Münchner Handschrift.

¹¹⁷) In beiden Manuskripten: „Cautela superius data etiam seruit huic regulae“.

2. Secundum Exemplum.

Dentur 2ϕ (= numeri) in proportione tripla, ita, quod primus multiplicetur per secundum, productus deinceps numerus in se ducatur, prosiliens per primum numerum proportionis diuidatur, Et quotiens per 2^m numerum proportionis frangatur, Ita quod linea concaua ostendat 12. Pone primum 1ψ , Et 2^m 3ψ . multiplica vnum per reliquum, surgit $3\mathfrak{z}$. Tres $\mathfrak{z}$ in se, producunt $9\mathfrak{z}$, qui diuisi per 1ψ relinquunt 9φ . Hij deinceps partiti per 3ψ post se relinquunt $3\mathfrak{z}$ aequales 12ϕ . Perge secundum regulam, inuenies ϕ 2, cui apponito 6 secundum ϕ respicientem primum ratione tripla.

$$(x \cdot 3x)^2 : (x \cdot 3x) = 12$$

fol. 25^r 3. Exemplum Tertium¹¹⁸⁾.

Gib mir 2 Zall in proportione 2^{1a} (= dupla)¹¹⁹⁾, das eine wert durch die ander multiplicirt, Zu dem product 4 addir. Teyl den ersten durch den anderen vnd den andern durch den ersten. Thue die zwen quotient zu dem ersten product, welchs ist kummen auß der multiplication mit sampt 4, das mir kummen $78\frac{1}{2}$. Setz: die erst zall sey 1ψ , So muß die ander seyn 2ψ . multiplicir 1ψ durch 2ψ , kummen $2\mathfrak{z}$. Dar zue thue 4ϕ , kummen $2\mathfrak{z} + 4\phi$. Teyl 1ψ durch 2ψ , wirt $\frac{1}{2}\phi$. diuidir auch 2ψ durch 1ψ , entspringen 2ϕ . Thue das zu dem ersten product, So hastu $2\mathfrak{z} + 6\frac{1}{2}\phi$, das ist gleich $78\frac{1}{2}\phi$. dar von zeuch $6\frac{1}{2}\phi$, bleiben 72. die teyl durch $2\mathfrak{z}$, der quotient zeygt 36. Dar auß radix quadrata ist 6. Also ist die erst Zal 6 vnd die ander 12.

$$x \cdot 2x + 4 + \frac{x}{2x} + \frac{2x}{x} = 78\frac{1}{2}$$

4. Quartum Exemplum.

Gib mir ein Zal, welche ich in sich multiplicir, den product durch 3 diuidir vnd 5 addir, das 32 kumen. Setz: 1ψ . multiplicir 1ψ in sich, wirt $1\mathfrak{z}$, teyl ab durch 3, wirt $\frac{1}{3}\mathfrak{z}$. Setz dar Zu 5ϕ , So stet $\frac{1}{3}\mathfrak{z} + 5\phi$ gleich 32ϕ . machs nach der regel, kummen 9, die gesuchte Zall.

$$\frac{x^2}{3} + 5 = 32$$

5. Quintum Exemplum.

fol. 25^v Es ist ain ackher, welcher mit der leng vbertrifft sein breit in 15 elen, welche behaltung oder superficies genumen 4 mal, dar nach der gantz acker | verkaufft, ein elen lang vnd breit vmb $2g\psi$ ¹²⁰⁾, ist $\frac{1}{15}$ fl. So find ich, das solher on wert gestat 360 (fl). Ist die frag, wie lang ist gewesen der acker. Setz: der acker sey lang 1ψ , so muß er brait sein $1\psi + 15\phi$ oder elen. Darumb multiplicir 1ψ durch $1\psi + 15\phi$, kummen $1\mathfrak{z} + 15\psi$. Das multiplicir durch 4, kummen $4\mathfrak{z} + 60\psi$, das ist die flech des ackers, vnd ein virdung lang vnd breyt gilt $\frac{1}{15}$ fl, das sein $2g\psi$. multiplicir $4\mathfrak{z} + 60\psi$ durch $\frac{1}{15}$ fl oder ϕ , entspringt $\frac{4}{15}\mathfrak{z} + 4\psi$, das alles ist gleich 360 fl oder ϕ . machs nach der funfften. Also teyl 4ψ durch $\frac{4}{15}\mathfrak{z}$, kummen 15, das bezahlt (= behalt). Teyl auch 360 durch $\frac{4}{15}\mathfrak{z}$, so findestu 1350 ϕ . multiplicir das halb 15 in sich, wirt gesehen $\frac{225}{6}$ (= $\frac{225}{4}$). Das thue Zu 1350 ϕ , offenbaren sich 5625 (= $\frac{5625}{4}$). such radicem quadratam $\frac{75}{2}$ (= $\frac{75}{2}$). Dar von Zeüch das halb teyl 15 ψ , pleibt 30 die Zal. Die prob:

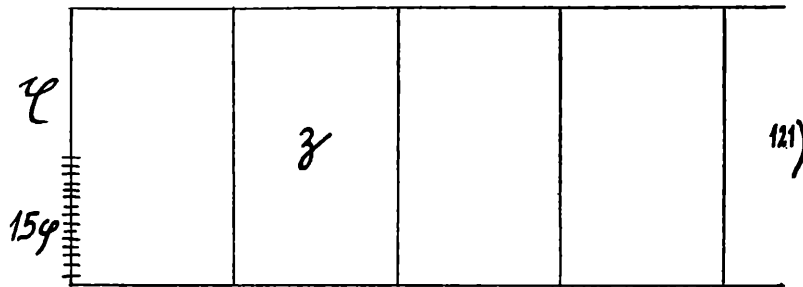
¹¹⁸⁾ Siehe SCHREYBER⁵, Bl. (K VIII^r).

¹¹⁹⁾ Im Münchner Kodex finden wir „tripla“

¹²⁰⁾ Am Zeichen für Groschen sieht man deutlich, wie sich das r schließlich symbolisch zum kurrenten x entwickelt haben kann.

Die leng ist 45, Die breit 30. multiplicir 45 durch 30, entspringt 1350. Das nimm 4 mal, macht 5400 ellen, die flech des gantzen ackers. Seyt mal (= nachdem) das 1 elen breit vnd lang wurt kauff(t) vmb $\frac{1}{15}$ fl, So multiplicir 5400 durch $\frac{1}{15}$ fl, kumbt 360 fl.

$$x(x+15)4 \cdot 2 = 360 \cdot 30$$



fol. 26^r c) **Tertia Regula: Quando φ adaequatur φ , φ per cubum diuidatur, Quotientis radix cubica ostendit Radicis valorem.**

1. Primum exemplum.

Es sein etlich kauffleut, legen in einen handel nemlich ein ietlicher also vil fl als ir seint, vn(d) gewinnen also vil fl, als $\frac{2}{3}$ vom $\frac{1}{3}$ der summ, in sich se(l)bs multiplicirt, fl bringt. Teylen also den gewin vnter sich, vnd ein ietlicher thuet Zu seinem tayl 4fl, vnd findt $14\frac{2}{3}$ fl. Ist die frag, wie vil der person sein gewesen. Setz: ir sein gewesen 1 φ , So haben sie eingelegt 1 $\mathfrak{z}$. Gleicher weyß ich sprech: vnser sein 3, vnd ein ietlicher hat eingelegt 3, So werden 3 mal 3, das sein 9: Numerus quadratus, der dan in diser rechenschafft wurt genannt $\mathfrak{z}$. weyter: $\frac{2}{3}$ von $\frac{1}{3}\mathfrak{z}$ ist $\frac{2}{9}\mathfrak{z}$, das in sich multiplicirt bringt $\frac{4}{81}\mathfrak{z}\mathfrak{z}$. Seydmal das sie solchen gewin vnter sich teylen, So teyl $\frac{4}{81}\mathfrak{z}\mathfrak{z}$ durch 1 φ , kumme(n) $\frac{4}{81}\varphi$ eines ietlichen tayl. Noch dem ain ietlicher Zu seinem teyl thut 4fl, So setz $\frac{4}{81}\varphi + 4\varphi$, die sein gleich $14\frac{2}{3}$ fl oder φ . machs nach der regel: Subtrahir 4 von $14\frac{2}{3}$, Restant $10\frac{2}{3}$. die teyl durch $\frac{4}{81}\varphi$, so findestu 216. Radix cubica ist 6, die Zal der person.

$$\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{x^2}{3}\right)^2 : x + 4 = 14\frac{2}{3}$$

fol. 26^v 2. Exemplum secundum.

Detur numerus in se multiplicabit, et summa iterum in se multiplicetur, et productum per numerum, primo inuentum, diuidatur. Quotiens ostendat 64.

$$(x^2)^2 : x = 64$$

Applicatio.

Habeo summam fl, cuius quilibet fl lucratur tot fl, quot ipsa summa in se continet. Et quilibet fl luci tot prebet fl, quot in ipso lucro erant. Partior tandem omnem summam per primum fl numerum, proueniuntque 64fl Quaeritur. Procede secundum regulae tenorem, inuenies primam summam 4fl continere.

Exemplum regulae primae minus principalis¹²²⁾:

Quando $\mathfrak{z}$ aequatur φ , φ per $\mathfrak{z}$ diuidatur, Quotiens soluit nodum petiti.

3. Vnser sein etlich, vnd ein ietlicher legt 3fl. vnd der sum achtel, genummen als offt, als vil vnser sein, kummen 36 als vil fl, als vnser sein. Ist die frag, wie vil ist vnser. Setz: 1 φ ,

¹²¹⁾ Die nämliche Figur in beiden Texten.

¹²²⁾ Dieses Beispiel gehört also zur ersten Regel.

die multiplicir durch 3fl oder φ , So kummen 3 φ . das achteyl auß 3 φ ist $\frac{3}{8}\varphi$, als oft genummen, als vil vnser sein. Darumb multiplicir $\frac{3}{8}\varphi$ durch 1 φ , entspringen $\frac{3}{8}\mathfrak{z}$, die sein gleich 36 φ . Machs nach der regel, kummen 96, die recht Zal. Proba: vnser sein 96, vnd 3 mal 96 288. das achteyl dar auß ist 36, genummen 96 mal ist 3456fl. Teyl ab durch 36, kummen 96 et caetera.

$$\frac{3x^2}{8} = 36x$$

fol. 27^r **d) Quarta regula:**

Quando $\mathfrak{z}$ adaequatur φ , Numerus per $\mathfrak{z}$ diuidatur et quotientis radix ostendit petitem.

1. Exempli gratia: 4 $\mathfrak{z}$ sunt aequales 64 φ , sunt 1 φ 2 φ .

$$4x^4 = 64$$

2. Exemplum.

Gib mir ein Zal, wen ich die selbig durch sein $\frac{2}{3}$ multiplicir, durch die erst gefunden Zal diuidir, vnd des quotientis $\frac{1}{4}$ in sich multiplicir, vnd, was da kumbt, durch sein $\frac{1}{2}$ multiplicir, 2 dar Zu addir, das da kummen 10 φ . Setz: 1 φ . die multiplicir durch $\frac{2}{3}\varphi$, kumbt $\frac{2}{3}\mathfrak{z}$, das diuidir durch die erst gefunden Zal, das ist 1 φ , kumbt $\frac{2}{3}\varphi$, auß we(l)chem $\frac{1}{4}$ ist $\frac{1}{6}\varphi$, welchs, in sich multiplicirt, entspringt $\frac{1}{36}\mathfrak{z}$, auß welchem $\frac{1}{2}$ ist $\frac{1}{72}\mathfrak{z}$. das multiplicir in $\frac{1}{36}\mathfrak{z}$, so wurt gesehen $\frac{1}{2592}\mathfrak{z}$. dar Zu addir 2 φ , Summa $\frac{1}{2592}\mathfrak{z} + 2\varphi$. Das alles ist gleich 10 φ . machs nach der regell, So kumbt 12 φ .

$$\left(\left(\left(x \cdot \frac{2x}{3}\right) : x\right) \cdot \frac{1}{4}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} \left(\left(\left(x \cdot \frac{2x}{3}\right) : x\right) \cdot \frac{1}{4}\right)^2 + 2 = 10$$

e) Sequuntur Regulae minus principales, Reductiuae ad primas Quattuor¹²³):

Prima.

Quando $\mathfrak{z}$ adaequatur φ , φ per $\mathfrak{z}$ diuidatur. Quotiens soluit nodum.

1. Exemplum.

fol. 27^v 5 $\mathfrak{z}$ sunt aequales 10 φ , sunt 1 φ 2 φ . Vel minue ambas quantitates naturali ordine, vtputa | fiat ex $\mathfrak{z}$ φ , ex φ φ , Subijcientque exempla primae regulae. Similiter fiat, quando cubus aequatur $\mathfrak{z}$ et $\mathfrak{z}$ cubo. sicque generatur, quandocumque adaequantur duae quantitates naturalis ordinis.

$$5x^2 = 10x$$

Secunda.

Quando φ adaequatur φ Vel e conuerso, partiatur φ per cubum, et quotientis radix quadrata ostendit, quod quaerebas.

2. Exemplum.

6 φ aequantur 24 φ , sunt 1 φ 2 φ . subiacet haec regula secundae superius datae, ad quam officio minutionis reducitur, et tandem omnes similes denominationem respectus, Quando scilicet comparantur duae denominationes, inter quas vna naturali ordine media est, Sicut inter cubum et φ $\mathfrak{z}$, inter $\mathfrak{z}$ et $\mathfrak{z}$ cubus, sicque de singulis et caetera.

$$6x^3 = 24x$$

Tertia regula.

Quando $\mathfrak{z}$ aequatur φ , Radix per $\mathfrak{z}$ diuidatur, Quotientis radix cubica nodum soluet.

3. Exemplum.

2 $\mathfrak{z}$ sunt aequales 54 φ , sunt 1 φ 3 φ . Haec regula subditur tertiae principalium. Ad eam enim reducitur tali pacto: fiat ex $\mathfrak{z}$ φ , ex φ φ , et stabit exemplum: 2 φ sunt aequales 54 φ ,

¹²³) Die nun folgenden sechs Aufgaben beziehen sich auf die bisher durchgenommenen vier Regeln.

sunt 1 φ 3 ϕ . Similiter procedatur, quodcumque comparantur duae denominationes, inter quas duae naturali ordine intercipiuntur.

$$2x^4 = 54x$$

fol. 28^r 4. Exemplum.

Habeo certam fl summam, cuius quaelibet $\frac{2}{3}$ lucrantur ipsam summam semel, et totius summae quilibet fl lucratur iterum ipsam summam totam semel. Quod, si tota summa per fl, primo sumptos, multiplicatur, producit eadem prima fl congeries tricenties et vigesies quater. Queritur de fl summa, sunt 12 fl. Sit summa proposita 1 φ . cum autem quaelibet $\frac{2}{3}$ eiusdem lucentur ipsam summam, Dic: $\frac{2}{3}$ φ lucrantur 1 φ , quantum dat 1 φ . sunt $\frac{3}{2}$ φ . Haec summa, in se ducta, exponit $\frac{9}{4}$ δ . multiplica per summam, primo inuentam, per vnam scilicet φ , surgunt $\frac{9}{4}$ φ aequales 324 φ . Reduc ad 2^{am} regulam et procede 2^m (= secundum) tenorem eiusdem, apparebunt 12 ϕ prima fl summa, cuius veritas examini relinquitur et caetera.

$$\frac{9}{4}x^3 = 324x$$

5. Exemplum.

Est corpus existens aliquot pedum, cuius vnus lateris quilibet pes venditur 6 fl. Quod, si summa multiplicatur per numerum pedum totius corporis, surgit numerus vnus lateris quadragesies octies. Queritur et caetera. Sit corpus de cubo numerus pedum 1 φ . Dic: 1 ϕ dat 6 ϕ , quantum dat 1 φ , sunt 6 φ . Hanc summam multiplica per numerum pedum, per 1 scilicet φ , Surgunt 6 δ aequales 48 φ . Minue quantitates vel denominationes naturali ordine, | ex aequo Restant 6 φ aequales 48 ϕ . fac per 3^{am} regulam, inuenies 2 numerum pedum vnus lateris.

$$6x^4 = 48x$$

6. Exemplum.

Habeo certum fl numerum, Quorum quilibet lucratur totam summam semel, Quae summa lucri toties posita, quoties numerus fl continetur in prima summa, prouenit primum lucrum bis. Sit summa data 1 φ . Et quoniam quilibet fl lucratur ipsam summam semel, Ideo duco 1 φ in se, et surgit 1 δ . Fac per regulam primam, et produces duos fl, scilicet primam summam.

$$x^2 = 2x$$

f) Quinta regula¹²⁴):

Quando δ et φ aequantur ϕ , Numerus et radix per δ diuidantur, Radicis medietas per se quadrate ducatur, et productus numerus ϕ addatur. Radix quadrata minus medietate φ educit optatum.

1. Exemplum.

2 δ + 4 φ Sunt aequales 16 ϕ , Sunt 1 φ 2 ϕ . non secus agatur, quando φ + δ aequales pronunciantur φ , Item δ + φ censui. Generaliter intelligatur de singulis regula, quando scilicet dantur tres denominationes naturalis ordinis, Quarum prima (intellige minimam)* pronunciatur aequialere reliquis duabus et e contra.

$$2x^2 + 4x = 16$$

fol. 29^r Exemplum.

2. Es fragt einer 2 gesellen: wie vil habt ir fl? spricht der eine: Ich hab 4 fl mer dan mein gesel. Nun, wen ich mein(e) fl multiplicir durch meines gesellen fl, entspringen 96. ist die frag et caetera. Setz: der erst hab 1 φ , ho (= so) hat der ander 1 φ + 4 ϕ . multiplicir eines durch das ander, kumbt 1 δ + 4 φ gleich 96 ϕ . machs nach der regel, so hat (der) erst 8 fl, der ander 12, vnd ist gerecht.

$$(x + 4)x = 96$$

¹²⁴) $x^2 + px = q$ erhält die Lösung $x = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 + q} - \frac{p}{2}$.

3. Aliud exemplum.

Einer leycht dem andern 25 fl 2 iar vmb gewin vnd gewins gwin. Nün, wen die 2 jar vergangen sein, so gibt gener (= jener) dem wider sein hauptsum, vnd fur gewin vnd gewins gwin 24 fl. Nun ist die frag, wie vil ein fl gewonnen hatt das erst Jar. Setz: 1 φ . machs nach der regel, kummen $\frac{2}{5}$ fl.

$$25(1+x)^2 = 49$$

g) Sexta Regula¹²⁵⁾:

Quando $\varphi + \varphi$ adaequantur censui, vnumquodque per $\mathfrak{z}$ diuidatur, φ medietur, medietas in se ducatur, productum φ addatur, radix aggregati plus medietate radice ostendit Valorem rej.

fol. 29^v **1. Exemplum.**

$8\varphi + 4\varphi$ aequivalent $4\mathfrak{z}$, sunt 1 φ 2 φ . Similiter fiat, quando $\varphi + \mathfrak{z}$ aequantur cubo, Item $\mathfrak{z} + \varphi$ (aequantur) $\mathfrak{z}\mathfrak{z}$. Sicque de singulis, quando dantur tres denominationes naturalis ordinis, quarum primae duae (.intellige minores)* aequantur maximae et e contra¹²⁶⁾.

$$8 + 4x = 4x^2$$

2. Exemplum¹²⁷⁾.

Gib mir Zwo Zall, das eine die ander vbertreff in 5. Wan ich durch die erst teyl 100 vnd durch die ander auch 100 vnd thue die zwen quotient Zusammen, das 30 kummen. Setz: die erst sey 1 φ , So wirt die ander 1 $\varphi + 5\varphi$. teyl 100 φ durch iede in sunderhait, so stets also: $\frac{100\varphi}{1\varphi}$, $\frac{100\varphi}{1\varphi + 5\varphi}$. addir, sunt $\frac{200\varphi + 500\varphi}{1\mathfrak{z} + 5\varphi}$ ist gleich 30 φ . machs nach der regel, zeygt sich die erst Zal 5, die ander 10.

$$\frac{100}{x} + \frac{100}{x+5} = 30$$

h) Septima Regula¹²⁸⁾:

Quando $\varphi + \mathfrak{z}$ assimilantur φ , Tunc φ et φ per $\mathfrak{z}$ diuidantur, φ medietur, medietas in se ducatur, a producto φ^s (= numerus) subtrahatur. Radix residui cum medietate φ Valorem rei ostendit.

1. Exemplum.

fol. 30^r $6\varphi + 4\mathfrak{z}$ aequivalent 14 φ , sunt 1 φ 3 φ . Eadem indagine inquiratur φ Valor, quando $\varphi + \varphi$ aequivalent $\mathfrak{z}$, Item $\mathfrak{z} + \mathfrak{z}$ (aequivalent) φ , | et sic deinceps, quotienscumque dabuntur tres termini naturalis ordinis, Et extremae denominationes aequivalent mediae et e contra.

$$6 + 4x^2 = 14x$$

i) Octaua Regula:

Positis tribus signis, se ita habentibus, quod semper vnum medians silentio omittitur, agatur uti in 5^{ta}, 6^{ta} ac 7^{ma} regula traditum est, hac conditione: quando $\mathfrak{z}$ Valor repertus est, istius tandem quaerenda est φ quadrata.

1. Exemplum: $2\mathfrak{z}\mathfrak{z} + 4\mathfrak{z}$ aequantur 48 φ , sunt 1 φ 2 φ .

$$2x^4 + 4x^2 = 48$$

j) Nona Regula:

Quando $\mathfrak{z}$ assimilatur φ de φ , punctus de φ deleatur¹²⁹⁾, $\mathfrak{z}$ in se ducatur et remanent adhuc inter se aequalia.

¹²⁵⁾ $px + q = x^2$ führt zu $x = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 + q} + \frac{p}{2}$.

¹²⁶⁾ Am Rande: „Aliud exemplum: $6\varphi + 10\varphi$ aequivalent $4\mathfrak{z}$, sunt 1 φ 3 φ “

¹²⁷⁾ Auch bei RUDOLFF⁵, Bl. AA II^r.

¹²⁸⁾ $x^2 + q = px$ erhält die Lösung $x = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} + \frac{p}{2}$.

¹²⁹⁾ Wenn $ax^2 = \sqrt{bx}$, dann „punctus de bx deleatur“ Obwohl kein Punkt vorgesetzt ist, hatte sich diese Redewendung — man lösche aus den Punkt; mit Abwischung des Punktes; punctus deleatur; einen radix auf

1. Exemplum¹³⁰).

1 $\mathfrak{z}$ valor (.de) 8 φ . multiplicir 1 $\mathfrak{z}$ in sich, wirt 1 $\mathfrak{z}\mathfrak{z}$. fur auch 8 φ in sich mit abwischung des puncts, werden 8 φ gleich 1 $\mathfrak{z}\mathfrak{z}$. Nun diuidir 8 φ durch 1 $\mathfrak{z}\mathfrak{z}$, pleyben 8 φ . φ (= radix) cubica ist 2.

$$x^2 = \sqrt[3]{8x}$$

2. wann φ von 16 φ wirt gleych sein 2 $\mathfrak{z}$, so quadrir sy alle beyde mit abwischung des puncts et caetera¹³¹).

$$\sqrt[3]{16x} = 2x^2$$

k) Decima Regula¹³²):

Quando $\mathfrak{z}$ assimilatur φ de $\mathfrak{z}$, tunc punctus de $\mathfrak{z}$ deletur, $\mathfrak{z}$ ex altera parte in se ducatur, et remanent adhuc inte(r) se aequalia.

7.

fol. 30^v Regulae de tribus signis: in hoc conueniunt, quod maior denominatio semper minores duas diuidat. Item in hoc, quod quotientis medietas in se augetur quadrate. Differunt autem tripliciter:

Vel denominatio {

- a) Minima dicitur aequalis mediae et maximae, tunc quadratum minori quotienti ut prius additur, producti φ 4^{ta} plus (= minus)¹³³) medietate quotientis medij, soluit nodum quaestionis.
- b) Maxima dicitur aequialere mediocri et minimae, tunc quadratum minori quotienti ut prius additur, producti φ 4^{ta} plus medietate quotientis medij educit optatum.
- c) Media pronunciatur aequialere extremis, tunc quadratum a minore quotiente subtrahatur, Relicti φ quadrata plus medietate quotientis medij educit optatum.

8.

a) 1. Quando $\phi + \varphi$ diuisa per φ aequarentur ϕ , ut $6\phi + 3\varphi$, diuisa per 4φ , aequantur $\frac{3}{2}\phi$, quantum valet 1 φ ? Erit modus talis: Multiplica 4φ diuisorem per $\frac{3}{2}\phi$, producuntur $6(\varphi)$. Ex quibus aufer 3φ , quia plus, et remanent 3φ aequales 6ϕ , et habebis 2ϕ quaesitum.

$$\frac{6+3x}{4x} = \frac{3}{2}$$

fol. 31^r 2. Quod, si post huiusmodi multiplicationem non producitur genus multiplex, ducatur diuisor in reliquos numeros superiores contradictorie, et tandem totus semo | ueatur, ut $6\varphi + 5\phi$, diuisa per 5φ , sunt aequalia $1\frac{7}{10}\phi$, quantum valet 1 φ ? multiplica 5φ per $1\frac{7}{10}\phi$, producuntur $\frac{17}{2}\varphi$ aequales $6\varphi + 5\phi$. ut ergo fiant integra, multiplica 2 in 6φ et 5ϕ , educuntur $12\varphi + 10\phi$ aequales 17φ . Subtrahe 12φ ex 17φ , manent 5φ aequales 10ϕ , sunt 1 φ 2 ϕ .

$$\frac{6x+5}{5x} = 1\frac{7}{10}$$

den gerechtesten Punkt erschöpfen; bei surdischen auf die letzte Schärfe kommen — schon verbreitet. So finden wir um 1486 in der „Lateinischen Algebra“ aus der Dresdener Handschrift C 80, wiedergegeben gemäß WAPPLER¹⁴, S. 14: „Decimum nonum. Quando $\mathfrak{z}$ assimilatur radici de φ , tunc $\mathfrak{z}$ in se ducatur, et a radice de φ punctus deletur, et equantur iterum inter se“

¹³⁰) In der „Lateinischen Algebra“ ist die nämliche Aufgabe fehlerlos niedergeschrieben als „Casus. 1 $\mathfrak{z}$ valet .8 φ . Queritur de valore radice φ . Ducatur 1 $\mathfrak{z}$ in se, et fit 1 $\mathfrak{z}\mathfrak{z}$. Ducatur eciam $\mathfrak{z}$ de 8 φ in se per delectionem puncti, et fiunt 8 φ prescise equals 1 $\mathfrak{z}\mathfrak{z}$ “ gemäß WAPPLER¹⁴, S. 29. Im Clm 19691 falsch.

¹³¹) Dieses Beispiel findet sich nicht im C 80.

¹³²) Mit sehr ähnlichem Wortlaut auch im C 80; s. WAPPLER¹⁴, S. 29.

¹³³) Kurz vorher, auf Blatt 28^v, stand die Angabe als 5. Regel richtig da. Die Schreibweise in der Lösung, nämlich mit der Wurzel zu beginnen, war auch nicht dazu angetan, den Schritt zur Doppeldeutigkeit zu fördern. In der übernächsten Rechenvorschrift ist der Ausdruck unter der Wurzel falsch.

3. Item Ich hab zweyerley weins, eins 1 maß pro 12 $\mathfrak{S}$, des andern pro 18 $\mathfrak{S}$. Nun hab ich eins ringers (= geringeren), ein maß pro 6 $\mathfrak{S}$, vnd will den mischen vnter die zweyerley, das 1 maß gelt 10($\mathfrak{S}$). Ist die frag: Wie vil muß ich des geringern dar Zu thun? Setz: 1 φ . Sprich: 1 maß gilt 6 $\mathfrak{S}$, was gilt 1 φ ? facit 6 φ . das thue zu den Zweyerley weyn, wirt 6 φ + 30 $\mathfrak{S}$. Procedir also: 1 φ + 2 φ geben 6 φ + 30 φ , was gilt 1 maß? machs nach der regell de Tri, entspringt 6 φ + 30 φ . diuidir per 1 φ + 2 φ , die sein gleich 10 $\mathfrak{S}$ oder φ , sunt maß 2 $\frac{1}{2}$. Also vil solman das vmb 6 Zu den Zweyen achtren thuen. Setz in die proba. Sprich: 4 $\frac{1}{2}$ achtren geltn 45 $\mathfrak{S}$, was gilt 1 achtrin, sunt 10 φ .

$$\frac{6x + 30}{x + 2} = 10$$

fol. 31^v b) Si in quantitibus, adinuicem aequalibus, in vna fuerit + et in altera similiter +, fiat subtractio, et residuum scribatur.

Si — in vna et — in reliqua, fiat additio.

Si vero — in vna et + in reliqua et e contra, addantur iuxta modum subtractionis superius datae, et scribatur productum.

Quod dicitur de φ , Intelligendum etiam est de ψ , $\mathfrak{z}$, $\mathfrak{r}$ et caetera

$$\text{aequiualent} \left\{ \begin{array}{l} 8\psi + 4\varphi \\ 10\psi - 2\varphi \\ \hline 2\psi \text{ aequipollent } 6\varphi. \end{array} \right.$$

$$2\psi - 4\varphi - 10\varphi \text{ aequiualent } 10\varphi - 1\psi.$$

9.

fol. 32^r **Regulae Cosse¹³⁴⁾:**

Prima	} Quando {	φ	} Aequiualent {	ψ
Secunda		ψ		$\mathfrak{z}$
Tertia		$\mathfrak{z}$		$\mathfrak{r}$
Quarta		$\mathfrak{r}$		$\mathfrak{z}\mathfrak{z}$
Quinta		φ		$\mathfrak{z}$
Sexta		ψ		$\mathfrak{r}$
Septima		$\mathfrak{z}$		$\mathfrak{z}\mathfrak{z}$
Octaua		φ		$\mathfrak{z}\mathfrak{z}$
Nona		φ		$\psi + \mathfrak{z}$
Decima		ψ		$\mathfrak{z} + \mathfrak{r}$
Vndecima		$\mathfrak{z}$		$\mathfrak{r} + \mathfrak{z}\mathfrak{z}$
Duodecima		$\mathfrak{z}$		$\psi + \varphi$
Tredecima		$\mathfrak{r}$		$\mathfrak{z} + \psi$
Decima quarta		$\mathfrak{z}\mathfrak{z}$		$\mathfrak{r} + \mathfrak{z}$
Decima quinta		ψ		$\mathfrak{z} + \varphi$
Decima sexta		$\mathfrak{z}$		$\mathfrak{r} + \psi$
Decima septima		$\mathfrak{r}$		$\mathfrak{z}\mathfrak{z} + \mathfrak{z}$
Decima octaua		φ		$\mathfrak{z} + \mathfrak{z}\mathfrak{z}$
Decima nona		$\mathfrak{z}\mathfrak{z}$		$\mathfrak{z} + \varphi$
Vegesima		$\mathfrak{z}$		$\mathfrak{z}\mathfrak{z} + \varphi$
Vigesima prima		φ		$\mathfrak{r}$
Vigesima secunda		ψ		$\mathfrak{z}\mathfrak{z}$
Vigesima tertia		$\mathfrak{z}$		ψ
Vigesima quarta		$\mathfrak{z}$		$\mathfrak{z}$

¹³⁴⁾ Diese Zusammenstellung ist bereits abgedruckt bei GERHARDT¹, S. 146.

10.

fol. 32^v Per punctum Intellige radicem.

Tertius ordo $\left\{ \begin{smallmatrix} \varphi \\ \psi \end{smallmatrix} \right\}$ aequiualeat $\left\{ \begin{smallmatrix} \tau \\ \mathfrak{z} \end{smallmatrix} \right\}$

Diuide maiorem per minorem. Quotientis radix cubica ostendit petitum.

11.

Prima principalis ¹³⁵⁾	} Diuide	minorem denominationem per maiorem, quotientis ψ quadrata ostendit, quod quaerebas.
Secunda		Minorem denominationem per maiorem, quotientis ψ quadrata ostendit, quod quaerebas.
Quarta		minorem per maiorem, quotientis radices ψ soluit questionem.
Quinta		Minorem et medium quemlibet seorsum per maiorem, quotientis medij medietas quadretur, productum minoris quotienti addatur, ψ quadrata plus (= minus) medietate quotientis medij ostendit petitum.
Sexta		Minorem et medium quemlibet per maiorem, quotientis medij medietas quadretur, productum quotienti minoris addatur. ψ quadrata plus medietate quotientis medij ostendit petitum.
Septima		minorem et medium per maiorem, quotientis medij medietas quadretur, quadrato quotiens minor subtrahatur, relictis ψ quadrata + medietate minoris quotientis et caetera
Octaua		et fac $\left\{ \begin{smallmatrix} \text{Quinta} \\ \text{Sexta} \\ \text{Septima} \end{smallmatrix} \right\}$: inuenti ψ 4 ^{ta} ostendit, quod uolent ut bas.
Nona		
Decima		
Tertia		minorem denominationem per maiorem, quotientis ψ cubica ostendit petitum.
11 ^{ma}		Punctus de radice deleatur, $\mathfrak{z}$ in se ducatur, remanentia sunt aequalia.
12		Punctus de $\mathfrak{z}$ deleatur, $\mathfrak{z}$ quadretur, remanentia sunt aequalia.

12.

fol. 33^r 1. Exemplum.

Est corpus 4^{tum}, cuius vna superficies, multiplicata per numerum vnus lateris, atque numerus proueniens diuisus per 4^{tum} de 4^{to}, Quotiens iterum multiplicatus per numerum totius corporis, et productus ductus in medietatem vnus superficiej, quotiens diuisus per $\frac{1}{3}$ lateris. Quotiens vltimus docet lateris numerum ter¹³⁶⁾ decies cum medietate. Quaeritur et caetera, facit 3 puncta¹³⁷⁾.

Sit corpus 1 τ

Superficies 1 $\mathfrak{z}$ $\frac{1}{3} \tau$, $\frac{1}{2} \mathfrak{z}$, 1 φ

Numerus lateris 1 ψ

$$\left(\frac{x^2 \cdot x}{(x^2)^2} \cdot x^3 \cdot \frac{x^2}{2} \right) : \frac{x}{3} = 40\frac{1}{2}$$

¹³⁵⁾ Diese Regeln sind nicht in der Reihenfolge angeordnet wie die von Blatt 32^r, sondern wie die von Blatt 13^v–30^r. Regel 8 von dort ist hier in drei Regeln unterteilt. Regel 1 hat den Text von Regel 2. Regel 5 ist falsch wie auf Blatt 30^v.

¹³⁶⁾ „quater“ erbringt einen Sinn für $x=3$.

¹³⁷⁾ Die Längeneinheit wird zeitweilig als „1 Punkt“ geführt.

2. Ich kauff Zu villach ain lagel maltesier pro 12fl, helt 64 a(c)hterin, vnd fur den (Weg) geen wien get auff kost 2fl. vnd geb 1 achterin pro 16k φ (= Kreuzer), vnd 5 maß Zu villach macht zu wien 4. Ist die frag, waß ich verloren oder gewonnen hab. facit verlust: ß 2, 9, 23 $\frac{1}{2}$.

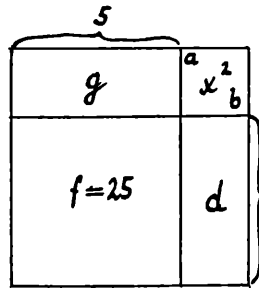
B.

1. a) Die hier angegebene Faustregel, die an ein „Thu ihm also“ erinnert, führt zum Ziel.
 b) Die Schwierigkeit in dieser Aufgabe von zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten wird geschickt umgangen, indem man auf den Preis von je einem Zentner Zinn schließt. Von Interesse ist, daß die Bezeichnung für die Unbekannte, für die Konstante und für Zentner hochgestellt ist. Sollte dies eine Herausstellung dieser abkürzenden Merkmale bedeuten?
2. Die drei hier aufgeführten quadratischen Gleichungen mit geometrischer Lösung — sie stammen von ALCHWARAZMI — wimmeln im Original von Fehlern. Es handelt sich demnach wahrscheinlich um ein unverstandenes Abschreibprodukt, denn Hörfehler dürften dies kaum sein. Trotzdem ist es von Bedeutung, zu wissen, daß man 1524 und vielleicht auch früher in Ingolstadt sich mit algebraischen Fragen beschäftigte und hierzu auch die geometrische Lösung angab. Auffällig ist hier, daß man bei der „Regula quinta“ zwar auf die Doppeldeutigkeit der Lösung hinweist und sie algebraisch aufführt, nicht aber in der beigegebenen Skizze. Dies erinnert stark an die analoge Darstellung ALCHWARAZMIS¹³⁸).

a) $x^2 + 10x = 39$

$$x = \sqrt{5^2 + 39} - 5$$

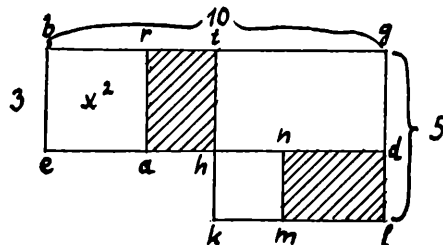
$$x = \sqrt{64} - 5 = 8 - 5 = 3$$



b) $x^2 + 21 = 10x$

$$x = 5 - \sqrt{5^2 - 21} = 5 - \sqrt{25 - 21} = 5 - \sqrt{4} = 5 - 2 = 3$$

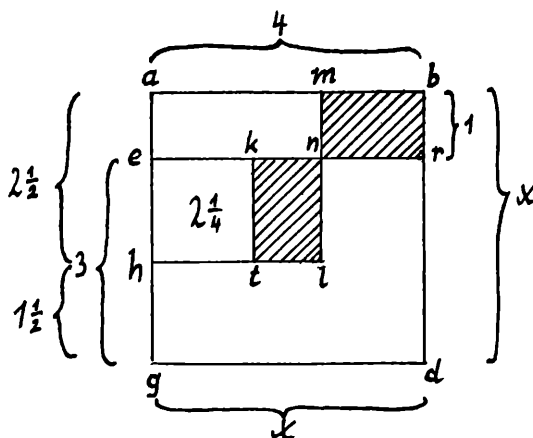
$$x = 5 + 2 = 7 \text{ nur algebraisch}$$



¹³⁸) Man sehe hierzu ROSEN⁸, S. 13–21.

c) $3x + 4 = x^2$

$$x = 1\frac{1}{2} + \sqrt{2\frac{1}{4} + 4} = 1\frac{1}{2} + \sqrt{6\frac{1}{4}} = 1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2} = 4$$



fol. 244^r 1. a) Partire 10 in duas partes, ut vna, per alteram diuisa, exeant 15. Pone sic: 10, $\frac{15}{1}$. duc 1 in 10, fit diuidendus. 2° adde 1 ad 15, fit 16, et fit $\frac{10}{16}$, vna partium. Ad habendum alteram partium, duc 10 in 15, facit $\frac{150}{16}$, b. modo diuide b per a, exeunt 15.

$$\frac{x}{10-x} = 15$$

b) 7 φ (= Zentner) plumbi et 11 φ stanni pro 19 fl (= Gulden), et 11 φ plumbi et 7 φ stanni pro 25 fl. quid valet 1 φ plumbi et 1 φ stanni? Pone: 1 φ plumbi valet 1^{co} de fl, et 1 φ stanni 1ⁿ. Et ergo per regulam: 7 φ plumbi valent 7^{co} de fl, et 11 φ plumbi valent 11^{co} de fl, ut patet. dic ergo: per regulam 11 φ stanni dant 19 fl – 7^{co}, quid 7 φ stanni? et debet 25 fl – 11^{co} de fl. iuxta regulam ex (a)ere (?) ergo $\frac{133}{11} - \frac{49^{co}}{11}$, quae per regulam veniunt, sunt 25 fl – 11^{co} aequales, id est $\frac{275^n}{11} - \frac{121^{co}}{11}$, et restant $\frac{142^n}{11}$ aequales $\frac{72^{co}}{11}$, quae faciunt $\frac{71^{fl}}{36}$ pro 1 φ plumbi, ergo $\frac{17^{fl}}{36}$ pro 1 φ stanni. probatur: quia $\frac{71}{36}$ per 7 faciunt $\frac{497}{36}$, quae, dempta ab 19, id est $\frac{684}{36}$, residuant $\frac{187}{36}$, (id est $\frac{17}{36}$), per 11 multiplicata.

$$(19 - 7x) : 11 = (25 - 11x) : 7$$

fol. 245^r 2. a) Regula Quarta.

Si quis dixerit: Vnus census et 10 radices sunt aequales 39 dragmis, medientur radices et multiplicentur in se, et productum addatur 39, et fient 64, cuius φ est 8. a quibus subtrahe medietatem radicum et remanent 3, quae sunt φ , et census est 9. Causa huius est haec: fiat ergo illi superficies quadrata ignotorum laterum, qui est census, cuius radicem scire volumus, quae sit superficies a b. Volumus autem ei addere aequale 10 φ . eos mediabimus, ergo 10, et erunt 5, et faciemus eas duas superficies supra duas partes a b, quae sint duae superficies g et d, quarum cuiusque longitudo aequalis lateri superficiei a b. et latitudo eius sit 5, quae est medietas (de) 10. Erit ergo gnomon a. b. g. d aequalis 3, censui, et 10 φ . remanet ergo nobis quadratum super superficiem a b, quod fit ex 5 in 5, quod est medietas 10 radicum, quas addidimus supra duas partes superficiei a b, quod est f, 25. Scimus autem, quod superficies prima, scilicet a b, est census. Et quod duae superficies, quae sunt supra duas eius partes, sunt 10 φ , eius et hoc totum f totus gnomon a b g d sunt 39 dragmae. adhoc ergo, ut maioris superficiei quadratura compleatur, addatur quadratum f, scilicet 25. Et fit totum illud, quod aggregatur, 64. Accipe ergo φ eius, quod est vnum superficiei laterum maioris, quod est 8. cum ergo minueris ex eo aequale ei, quod supra ipsum addidimus, quod est medietas 10, scilicet 5, remanent 3, quod est latus superficiei, ab quae est census ipse. Namque est φ eius, et census est 9.

b) Regula Quinta.

Si quis autem dixerit: census et 21 dragmae aequantur 10 φ , medientur φ et multiplicentur in se, et a producto subtrahatur 21, et remanent 4. cuius φ est 2, quae subtrahe a medietate φ , quod est 5, et remanent 3, quod est φ census, et ipse est 9. Huius itaque causa est, vt ponatur census superficies quadrata ignotorum laterum, quae sit superficies a b. Deinde adiungatur ei superficies aequidistantium laterum, cuius latitudo sit aequalis vni superficiei lateri a b, quod sit latus g d, et superficies sit g a. Et ponam, ipsam esse 21. Sit ergo longitudo duarum superficierum simul latus e d. Nos autem iam nouimus, quod longitudo eius est 10 ex numeris. Omnis namque superficiei quadratae aequalium laterum et angulorum, si vnum latus multiplicetur in vnum, est φ illius superficiei. Et si in duo, est duae φ eius. Postquam ergo iam dictum est, quod census et dragmae 21 aequantur 10 radicibus, scimus, quod longitudo laterum e d est 10, quoniam latus b e est latus census. ergo diuidam latus e d in duo media supra punctum h, et erigam supra ipsum lineam h t. Manifestum itaque est, quod h d est aequalis h e. Et iam fuit nobis manifestum, quod linea h t est aequalis b e. addam ergo lineae h t, quod sit aequale superfluo d h supra h t, vt quadretur superficies, quod sit linea h k. Sit t k aequalis t g, et prouenit superficies quadrata, quae sit l t, et ipsa est, quod aggregatur ex multiplicatione medietatis φ in se, quod 5 in 5, et illud est 25. Superficies vero a g fuit iam 21, fol. 245^v quae fuit adiuncta | ad censem. Post hoc faciamus super h k superficiem quadratam aequalium laterum et angulorum, quae sit superficies m h. Et iam scimus, quod h t est aequalis e b. Sed e b est aequalis a e, ergo h t est aequalis a e. Sed t k iam fuit aequalis h e, ergo h a reliqua est aequalis reliquae h k. Sed h k est aequalis m n, ergo m n est aequalis h a. Sed t k iam fuit aequalis k l et h k est aequalis m k, ergo m l reliqua est aequalis h t reliquae. Ergo superficies l n est aequalis superficiei t a. Iam autem nouimus, quod superficies l t est 25. Nobis itaque patet, quod superficies g h, addita sibi superficiei l n, est aequalis superficiei g a, quae est 21. Postquam ergo minuerimus ex superficie l t superficiem g h et superficiem l n, quae est 21, remanebit nobis superficies parua, quae est n k, et ipsum est superfluum, quod est inter 21 et 25, et ipsa est 4, cuius φ est h k. Sed ipsa est aequalis h a, et illud est 2. Sed h e est medietas radicum, quae est 5. quom ergo minuerimus ex ea h a, quae est 2, remanent tria, quae est linea a e, quae est φ census, et census est 9. Potest etiam 2 addi ad medietatem radicum, et tunc radix est 7, et census 49, quod etiam facile demonstrari potest¹³⁹).

c) Regula sexta.

Si autem quis dixerit: 3 radices et 4 dragmae aequantur vni censui, medientur φ et multiplicentur in se, et prouenit $2\frac{1}{4}$. cui addantur 4 dragmae et prouenit $6\frac{1}{4}$, cuius φ est $2\frac{1}{2}$, quod addatur ad medietatem radicum, scilicet $1\frac{1}{2}$, prouenit 4, qui est census φ , et census est 16. Cuius demonstratio talis est: Ponatur census superficies quadrata ignotorum laterum, sed aequalium et aequalium angulorum, quae sit superficies a d tota. ergo haec superficies congregat 3 φ et 4 dragmas, quas tibi nominaui. Vnumquodque autem laterum ipsius est φ eius. Et vnumquodque laterum eius, cum in aliquem numerorum multiplicetur, tunc numerus, qui inde aggregatur, est numerus 3 φ (= census radicis), quarum quaeque est sicut φ illius superficiei. Omnis autem quadratae superficiei, vnum latus in vnum multiplicatum, est φ eius, sicut patuit. Ex superficie ergo a d secabo superficiem e d et ponam vnum latus eius, quod est e g, 3, qui est numerus radicum ips(or)um, vero est aequale r d. Nobis itaque patet, quod superficies e b est 4, qui radicibus est additus. Diuidam ergo latus e g, quod est 3, in duo media supra punctum h. Deinde faciam ex eo superficiem quadratam, quae sit superficies e t, et ipsa est, quod fit ex multiplicatione medietatis radicum, quae est $\frac{3}{2}$, in se, et est $2\frac{1}{4}$. Post haec addam lineae h t, quod sit aequale a e, quae sit linea t l. fit ergo h l aequalis a h, et

¹³⁹) Man sehe auch W. KAUNZNER, Über das Zusammenwirken von Systematik und Problematik in der frühen deutschen Algebra, in: Sudhoffs Archiv, Band 54, 1970, S. 310f.

fol. 246^r prouenit superficies, quae est superficies h m. Iam autem manifestum fuit | nobis, quod linea a g est aequalis g d, et a h est aequalis e n. Remanet ergo g h aequalis n r. Sed g h est aequalis k t, ergo k t est aequalis n r. Sed m n est aequalis t l, superficies ergo m r est aequalis superficiei k l. Iam autem scimus, quod superficies a r est 4, qui est additus tribus radicibus. fiunt ergo superficies a n et k l simul aequales superficiei a r, qui est 4. Manifestum est ergo, quod superficies h m est medietas radicum, quae est $1\frac{1}{2}$, in se, quod est $2\frac{1}{4}$, et 4 additi¹⁴⁰), quae sunt superficies a n et k l simul iuncti, quod vero, ex eo aggregantur, est $6\frac{1}{4}$, cuius ψ est $2\frac{1}{2}$, quod est latus h a. Iam autem remansit nobis ex latere quadrati primi, quod est superficies a d, qui est totus census, medietas radicum, qui est vnum et dimidium, et est linea g h, quae est medietas 3 radicum, quae est $1\frac{1}{2}$. quibus additis, prouenit illud totum 4, quod est linea a g. et ipsum est ψ census, qui est superficies a d, et ipse est 16. Et sic finiuntur demonstrationes vltimarum trium regularum de algebra et almucabala. Primae enim tres regulae demonstratione non egent, quapropter hic breuitatis causa sunt omissae. Anno domini 1524 Ingolstadij In domo datus S. Mauricij, Domino Magistro Joanne Knaussle (?) procurante diuina, Decima septembris¹⁴¹).

C.

Randbemerkungen zu einigen Aufgaben des ersten Teiles der Abhandlung „De numeris datis“ des JORDANUS NEMORARIUS. Vorausgeschickt wird jeweils die Angabe in der heutigen Gleichungsform¹⁴²), wobei auf die meist verwendeten Buchstaben a und b für die Unbekannten eingegangen wird. Die Art der Potenzschreibung verdient hier Beachtung, nämlich 1^n , 1^o , 1^v für x^0 , x , x^2 ; ferner das Gleichheitszeichen, ein sich über Ober- und Unterlänge erstreckender senkrechter Strich; außerdem die vereinzelte Schreibweise —9 für „minus“. Pluszeichen gibt es nicht, wohl aber das Minuszeichen; entweder steht „et“, oder die Summation wird durch bloßes Nebeneinanderstellen der Summanden angedeutet. LEONARDO VON PISA (1180?–1250?) und JORDANUS NEMORARIUS gingen auch so vor.

Der Schreiber dieser Bemerkungen ist wahrscheinlich der Verfasser selbst. Einer, der von einer hier angehenden Frage nichts versteht, wird kaum den ganzen dort stehenden Traktat „De numeris datis“ nochmals in der neuen Symbolik am Rande bzw. auf den folgenden Blättern wiedergegeben haben. Aus diesem Grunde verblüffen die verhältnismäßig vielen Rechenfehler. Gegen das Angeführte spricht, daß es sich um den gleichen Schreiber wie auf Blatt 244^r–246^r handeln muß, wo sehr viele Fehler standen¹⁴³).

Beim letzten Beispiel — aus dem vierten Teile von JORDANUS' Algorithmus — steht $\sqrt[4]{64}$ in der Bedeutung von $\frac{x^4}{64}$.

1. $b + c + d + e = 60$; $d = e + 2$; $c = e + 5$; $b = e + 9$ $e = 1^o$

fol. 320^v Sit e 1^o , d 1^o et 2^n , c 1^o et 5^n , b 1^o et 9^n aequales 60^n , facit 11 pro 1^o , quia 4^o et 16^n | 60^n . Si in 5 partes, scilicet a, b, c, d, e, differentia e d (est) 3, d c 5, c b 7, b a 9, facit: 2, 5, 10, 17, 26.

2. $b + c = 10$; $bc = 21$ $b = 1^o$; $c = 10 - 1^o$

fol. 329^v Sit b 1^o et c $10^n - 1^o$. b in c facit d, $10^o - 1^v$ aequales 21, quibus expeditis, veniunt $5 - \psi$ de 4, et restant 3 pro 1^o , siue pro prima parte, et 5 et ψ de 4 pro secunda parte. hoc est 7^{144}).

¹⁴⁰) Man lese: „quod superficies h m est medietas radicum et 4 additi“

¹⁴¹) Die drei letzten Sätze wurden bereits von WAPPLER¹⁴, S. 3 zitiert.

¹⁴²) Es herrscht nicht völlige Übereinstimmung der Aufgaben mit den von CURTZE²⁴ abgedruckten; auch die Reihenfolge der Beispiele verschiebt sich.

¹⁴³) Dort standen auch die drei geometrisch gelösten Beispiele ALCHWARAZMIS.

¹⁴⁴) Es handelt sich um das gleiche Beispiel wie Blatt 245^r, nämlich $10x - x^2 = 21$, offensichtlich mit doppelter Lösung, denn die „secunda pars“ wäre ja laut Ansatz $10 - 3$.

- 3.** $a + b = 10$; $a^2 + b^2 = 58^{145}$ $a = 1^{\text{co}}$; $b = 10 - 1^{\text{co}}$
fol. 320^v Sit a 1^{co} et b crit $10 - 1^{\text{co}}$. duc in se quodlibet, venit 1^{v} a, et b (venit) 1^{v} (et) $100^{\text{n}} - 20^{\text{co}}$.
 Haec insimul faciunt 2^{v} (et) $100^{\text{n}} - 20^{\text{co}}$ aequales 58, quibus aequantis et diuisis, venit 1^{v}
 et 21^{n} aequales 10^{co} , et veniunt $5 - \varphi$ (de) 4, hoc est 3 pro 1^{co} .
- 4.** $b - a = 6$; $ab = 16$ $a = 1^{\text{co}}$; $b = 1^{\text{co}} + 6$
 Sit a 1^{co} et b 1^{co} (et) 6^{n} . duc a in b, veniunt 1^{v} et 6^{co} aequales 16, veniunt $5 - 3$. restant 2 pro
 1^{co} , a, sed b ponitur 1^{co} et 6, facit 8. Ergo numerus diuisus est 10^{146} , quod fuit probandum.
- 5.** $b - a = 6$; $a^2 + b^2 = 68$ $a = 1^{\text{co}}$; $b = 1^{\text{co}} + 6$
fol. 321^r a 1^{co} , b 1^{co} (et) 6, quorum quadrata, simul iuncta, faciunt 2^{v} (et) 36^{n} (et) 12^{co} | 68. Haec
 aequata faciunt 1^{v} (et) 6^{co} aequales 16^{n} . per quartam regulam veniunt 2 (pro) a et 8 (pro) b.
- 6.** $(a + b)b = 40$; $(a + b) - b = a$ $b = 1^{\text{co}}$
 Sit a 6 et b 1^{co} . duc a in b, facit 6^{co} , et b in se, facit 1^{v} . veniunt 1^{v} (et) 6^{co} aequales 40. per
 quartam regulam veniunt $7 - 3$, hoc est 4, pro 1^{co} , b. Et quia a est 6, totus numerus est 10.
- 7.** $a + b = 10$; $(a + b)(b - a) + a^2 = 64$ $a = 1^{\text{co}}$; $b = 10 - 1^{\text{co}}$
 Fac sic: Sit numerus totus 10. Sit a 1^{co} et b 10 minus 1^{co} , et sic differentia eat $10 - 2^{\text{co}}$, totus
 numerus, in differentiam ductus, facit $100 - 20^{\text{co}}$, et a in se facit 1^{v} , quae in se simul faciunt
 1^{v} (et) $100 - 20^{\text{co}}$ aequales 64. veniunt 2.
- 8.** $a + b = 10$; $(a + b)(a - b) + a^2 = 56$ $a = 10 - 1^{\text{co}}$; $b = 1^{\text{co}}$
 Sit a maior pars $10 - 1^{\text{co}}$, b minor, 1^{co} . differentia $10 - 2^{\text{co}}$. totum in differentiam, facit
 $100 - 20^{\text{co}}$, maior pars in se facit 1^{v} (et) $100^{\text{n}} - 20^{\text{co}}$. Haec simul faciunt 1^{v} (et) $200^{\text{n}} - 40^{\text{co}}$
 aequales 56^{n} . Veniunt 1^{v} (et) 144^{n} aequales 40^{co} . medietas^{co} in se, dempto numero, residuat
 256. φ (de) 16 dempta a 20, restant 4 pro 1^{co} .
- 9.** $a + b = 10$; $a^2 + b^2 + (a + b)(a - b) = 98$ $a = 10 - 1^{\text{co}}$; $b = 1^{\text{co}}$
 Omnia hic fiunt ut supra, et veniunt 2^{v} (et) $200^{\text{n}} - 40^{\text{co}}$ | 98. hoc facit 1^{v} (et) 51^{n} | 20^{co} . deme
 51 ab 100, restat [radix] φ (de) 49, dempta ab 10.
- 10.** $a + b = 10$; $(a + b)(a - b) + ab = 89$ $a = 10 - 1^{\text{co}}$; $b = 1^{\text{co}}$
 Veniunt $100^{\text{n}} - 20^{\text{co}}$ et $10^{\text{co}} - 1^{\text{v}}$ | 89^{n} . facit: 100^{n} aequales 1^{v} (et) 10^{co} et 89^{n} , restant 11^{n}
 aequales 1^{v} (et) 10^{co} , venit φ (de) $36 - 5$, hoc est 1^{n} .
- 11.** $a + b = 10$; $a^2 + b^2 + (b - a)^2 = 56$ $a = 1^{\text{co}}$; $b = 10 - 1^{\text{co}}$
 Quadrata diuidentium faciunt 1^{v} , $100 - 20^{\text{co}}$ + 1^{v} . 4^{tum} differentiae facit $100^{\text{n}} - 40^{\text{co}}$ + 4^{v} .
 Hec insimul iuncta, faciunt $200^{\text{n}} - 60^{\text{co}}$ + 6^{v} aequales 56^{n} . hoc est 60^{co} et 56^{n} | 6^{v} (et) 200^{n} ,
 quibus expeditis, venit 1^{v} (et) 24^{n} | 10^{co} . medietas^{co} in se, dempto numero, residuat 1, cuius
 radix, addita 5, restat 6.
- 12.** $A + B = 10$; $AB + (B - A)^2 = 28^{147}$ $A = 1^{\text{co}}$; $B = 10 - 1^{\text{co}}$
fol. 329^v B (est) $10 - 1^{\text{co}}$, A (est) 1^{co} . Venit ex ductu vnus partis in alteram $20^{\text{co}} - 2^{\text{v}}$. relatum qua-
 drati differentiae $200^{\text{n}} - 80^{\text{co}}$ + 8^{v} . Haec insimul faciunt 6^{v} et $200^{\text{n}} - 60^{\text{co}}$ | 56. caetera ut in
 praecedenti. proxima veniunt 6^{v} (et) 144^{n} | 60^{co} , hoc est 1^{v} (et) 24^{n} | 10^{co} . duc 5^{co} in se, facit
 25. deme φ 24, restat 1^{n} . deme a 5, restant 4 (pro) A, 6 (pro) B.
- 13.** $a + b = 10$; $b^2 - a^2 = 80$ $a = 1^{\text{co}}$; $b = 10 - 1^{\text{co}}$
fol. 321^v Sit a 1^{co} , minor, et b $10 - 1^{\text{co}}$. deme 1^{v} ab 1^{v} (et) $100 - 20^{\text{co}}$, et restant 20^{co} | 20^{n} , et restat 1.
- 14.** $a + b = 10$; $a^2 + b^2 + b - a = 62$ $a = 1^{\text{co}}$; $b = 10 - 1^{\text{co}}$
fol. 329^v Quadrata diuidentium faciunt 2^{v} (et) $100 - 20^{\text{co}}$, et differentia $10 - 2^{\text{co}}$. Haec insimul faciunt
 2^{v} (et) $110^{\text{n}} - 22^{\text{co}}$ | 62^{n} , hoc est 1^{v} (et) 24^{n} | 11^{co} . veniunt $\frac{11}{2} - \varphi$ (de) $\frac{25}{4}$, restant 3.
- 15.** $a + b = 9$; $ab + b - a = 21^{148}$ $a = 1^{\text{co}}$; $b = 9 - 1^{\text{co}}$
fol. 321^v 1^{co} , a, et $9 - 1^{\text{co}}$, b, sunt partes. Sed differentia est $9^{\text{n}} - 2^{\text{co}}$. Partes, in reliquum ductae,

¹⁴⁵⁾ Obwohl es sich hier um das gleiche Beispiel wie in der vorigen Angabe handelt, erscheint nur eine Lösung; so, wie damals üblich, wählt man die kleinere.

¹⁴⁶⁾ Gemeint ist: $a + b = 10$.

¹⁴⁷⁾ Es ist an sich der nämliche Ansatz wie in der vorigen Aufgabe. Unbeschadet der gleichen Zahlwerte, wurde dort in der Lösung der quadratischen Gleichung die Wurzel zugezählt, hier wird sie abgezogen.

¹⁴⁸⁾ Bei diesem Beispiel tritt wiederum die Doppellösung auf.

faciunt $9^{\text{co}} - 1^{\text{v}}$, quibus addita differentia, facit 9^{n} et 7^{co} aequales 1^{v} et 21^{n} , quibus aequatis, venit 1^{v} (et) $12^{\text{n}} \mid 7^{\text{co}}$. Per quintam regulam venit $\frac{1}{4}$, cuius $\frac{1}{2}$, dempta a $\frac{7}{2}$, residuat $\frac{6}{2}$, id est 3 (pro) a, ergo altera pars est 6 (pro) b. quarum differentia est 3. quia medietas (de) 7^{co} , scilicet $\frac{7}{2}$, facit $\frac{49}{4}$, deme 12^{n} , id est $\frac{48}{4}$, restat $\frac{1}{4}$. cuius $\frac{1}{2}$, ut dictum est $\frac{1}{2}$, dempta, facit ut supra. duc a in b, fit 18. adde differentiam, scilicet 3, fit 21. Si vero addis $\frac{1}{2}$, fiunt a 4, et b 5. duc a in b, fiunt 20.

$$16. a + b = 10; \frac{ab}{b-a} = 12 \quad a = 1^{\text{co}}; b = 10 - 1^{\text{co}}$$

fol. 329^v $10 - 1^{\text{co}}$ multiplica per 1^{co} et diuide per distantiam, facit $\frac{10^{\text{co}} - 1^{\text{v}}}{10^{\text{n}} - 2^{\text{co}}}$ aequales 12^{n} , et veniunt 1^{v} (et) $120^{\text{n}} \mid 34^{\text{co}}$. 17^{co} in se, facit 289, dempto numero, restant 169. $\frac{1}{2}$ 13, dempta de 17, (4) partes patebunt per primam huius.

$$17. a + b = 10; \frac{a^2 + b^2}{b-a} = 26 \quad a = 1^{\text{co}}; b = 10 - 1^{\text{co}}$$

Vt sic: $\frac{2^{\text{v}}$ (et) $100 - 20^{\text{co}}$
per $10 - 2^{\text{co}}$ aequales 26, veniunt 2^{v} (et) $32^{\text{co}} \mid 160$. Hoc est 1^{v} (et) $16^{\text{co}} \mid 80^{\text{n}}$. medietas^{co} in se, addito numero, venit $\frac{1}{2}$ (de) 144, id est 12. demptis 8, restant 4.

$$18. a + b = 10; \frac{a}{b} = 4 \quad a = 10 - 1^{\text{co}}; b = 1^{\text{co}}$$

Veniunt $\frac{10^{\text{n}} - 1^{\text{co}}}{1^{\text{co}}} \mid 4$, quibus commissis, veniunt $5^{\text{co}} \mid 10^{\text{n}}$, et exeunt 2 pro 1^{co} diuisore.

$$19. a + b = 10; \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 2\frac{1}{6} \quad a = 1^{\text{co}}; b = 10 - 1^{\text{co}}$$

Sit a 1^{co} et b $10^{\text{n}} - 1^{\text{co}}$. Haec diuisa, veniunt (pro) a $\frac{1^{\text{co}}}{10^{\text{n}} - 1^{\text{co}}}$ et (pro) b $\frac{10^{\text{n}} - 1^{\text{co}}}{1^{\text{co}}}$. Haec addita insimul, faciunt $\frac{2^{\text{v}}$ (et) $100^{\text{n}} - 20^{\text{co}}}{10^{\text{co}} - 1^{\text{v}}}$ aequales $\frac{13^{\text{n}}}{6}$. faciunt $\frac{25^{\text{v}}}{6}$ (et) $100^{\text{n}} \mid \frac{250^{\text{co}}}{6}$, quibus expeditis, veniunt 1^{v} (et) $24 \mid 10^{\text{co}}$, et exeunt 4.

$$20. a + b = 10; \frac{40}{a} + \frac{40}{b} = 25 \quad a = 10 - 1^{\text{co}}; b = 1^{\text{co}}$$

fol. 330^r Vt sic: $\frac{40^{\text{n}}}{10 - 1^{\text{co}}}$ (et) $\frac{40}{1^{\text{co}}}$, haec simul iuncta, faciunt $\frac{400}{10^{\text{co}} - 1^{\text{v}}}$ aequales 25^{n} , quibus commissis, veniunt 25^{v} (et) $400^{\text{n}} \mid 250^{\text{co}}$, id est 1^{v} (et) $16^{\text{n}} \mid 10^{\text{co}}$.

$$21. a + b = 10; a + \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{b} = 4\frac{1}{3} \quad a = 10 - 1^{\text{co}}; b = 1^{\text{co}} \text{ und umgekehrt}$$

fol. 329^v Vt sit $10 - 1^{\text{co}}$, a, et b (sit) 1^{co} , deinde fit $\frac{10 - 1^{\text{co}}}{1^{\text{co}}}$. Huius medietas, scilicet sive $\frac{10 - 1^{\text{co}}}{2^{\text{co}}}$ addatur ad a, $10 - 1^{\text{co}}$, veniunt $\frac{10^{\text{n}}$ (et) $19^{\text{co}} - 2^{\text{v}}}{(2^{\text{co}})}$ aequales $\frac{13^{\text{n}}}{3}$. Veniunt 2^{v} et $\frac{26^{\text{co}}}{3} \mid 10^{\text{n}}$ et 19^{co} , veniunt $1^{\text{v}} \mid 5^{\text{n}}$ et $\frac{31^{\text{co}}}{6}$. Medietas^{co} in se, additis 5, facit (per 144 multiplicis 720)* $\frac{1681}{144}$.

fol. 330^r $\frac{1}{2}$ $\frac{41}{12}$ cum $\frac{31}{12}$ facit $\frac{72}{12}$, hoc est 6 per 6^{tam} regulam. Sic e conuerso $\mid$ per 5^{tam} regulam: Sit a 1^{co} et b $10 - 1^{\text{co}}$, facit c $\frac{1^{\text{co}}}{10 - 1^{\text{co}}}$. Huius medietas $\frac{1^{\text{co}}}{20^{\text{n}} - 2^{\text{co}}}$ addatur $\frac{1^{\text{co}}}{1}$, venit d, $\frac{21^{\text{co}} - 2^{\text{v}}}{20^{\text{n}} - 2^{\text{co}}}$ aequales $\frac{13}{3}$. facit $21^{\text{co}} - 2^{\text{v}} \mid \frac{260^{\text{n}} - 26^{\text{co}}}{3}$, veniunt 1^{v} (et) $\frac{260^{\text{n}}}{6} \mid \frac{89^{\text{co}}}{6}$. Medietas cosse in se facit $\frac{7921}{144}$, dempto numero, id est $\frac{6240}{144}$, restant $\frac{1681}{144}$, id est $\frac{1}{12}$. deme ab medietate^{co}, restant 4, portio minor.

$$22. a + b = 10; 5b + \frac{5b}{2a} = 50$$

$$a = 1^{\text{co}}; b = 10 - 1^{\text{co}}$$

Sit $a = 1^{\text{co}}$, $b = 10 - 1^{\text{co}}$. Modo b per 5 multiplicato, fit productum $50^n - 5^{\text{co}}$, c. modo b per 5 multiplicato et per a diuiso, veniunt $\frac{50^n - 5^{\text{co}}}{1^{\text{co}}}$ producti. Huius medietas fit $\frac{50^n - 5^{\text{co}}}{2^{\text{co}}}$, e.

Haec addatur ad c , hoc est $50^n - 5^{\text{co}}$, veniunt $\frac{50^n (\text{et}) 95^{\text{co}} - 10^{\vee}}{2^{\text{co}}} | 50^n$. facit $10^{\vee}$ et $100^{\text{co}} | 50^n$ (et) 95^{co} , quibus expeditis, veniunt $5^n | 1^{\vee}$ et $\frac{1}{2}^{\text{co}}$. Modo medietas^{co} in se, additis 5, veniunt $\frac{81}{16}$. Huius $\varphi \frac{9}{4}$ dempta medietas^{co}, residuat 2 per 4^{tam} regulam.

$$23. a + b = 10; \frac{a}{4} \cdot \frac{b}{2} = 2$$

$$a = 10 - 1^{\text{co}}; b = 1^{\text{co}}$$

Multiplica $\frac{10^n - 1^{\text{co}}}{4}$ per $\frac{1}{2}^{\text{co}}$, veniunt $\frac{10^{\text{co}} - 1^{\vee}}{8^n}$ aequales 2^n , et veniunt $1^{\vee}$ (et) $16^n | 10^{\text{co}}$. venit φ de 9, dempta de 5.

$$24. \frac{x^4}{576} = 3x \text{ und } \frac{x^4}{64} = x$$

fol. 329^r Duc $\frac{1}{24} 4^{\text{ti}}$ in se, facit $\frac{1}{576} 33 | 3^{\text{co}}$. Ecce, non es extra 6 regulas algobre, quia $33 |$ chosse. Res reducendo diuide 3^{co} per $\frac{1}{576}$, veniunt 1728, cuius φ (= radix) cubica est 12 pro 1^{co} , cuius $1^{\vee}$ est 144.

Detur $1^{\vee}$, cuius $\frac{1}{8}$, ducta in se, facit suam φ^{cem} (= radicem), ergo $64 | 1^{\text{co}}$, venit φ cubica de $\frac{64}{1}$, id est 4. Huius $1^{\vee}$ facit 16. Huius $\frac{1}{8}$ sunt 2. duc in se, facit 4.

D.

Dieser Algorithmus könnte als Parallelfall zur Ars binomialis aufgefaßt werden, wo gemäß griechischer Tradition Kommensurabilität von Strecken und Flächen besprochen wird. Hier handelt es sich um die Aufstellung von Gesetzmäßigkeiten für das Rechnen mit Wurzeln in den Grundrechenarten.

fol. 337^r Algorithmus Quadratorum a quadratis

Reliquarumque ductionum et numerositatum, quae fiunt continuis ductionibus vsque in π de π complendo quantitatem, decenarij limitis cuius algorithmi 5 species sunt. Quemadmodum et praemissorum, inter quas est primo, est dicendum de additione. Qualiter autem quaelibet ductio cum determinatione scribatur, dictum est. Reperies namque huiusmodi numeros, quemadmodum priores rationales, et irrationales in longitudine et potentia. Et omnes hos ad minus communicantes esse necesse est, alias cum signo affirmatiuo vel negatiuo scribi licet.

Additio cogiteracium ductionum patet. Namque rationalium additio ex radice, communicantium autem resolutum, vt primi et minimi contra se proportionem suam ex natura in radicem. Et huius concernatio, si rationalium ductionem acceperit, productumque si ductum fuerit per communem mensuram, explebit additionem quaesitam. Si vero fuerit vnus ad alium non veluti sua proportio aucta, manebunt intacti cum signo priuatiuo vel affirmatiuo. Cum si velis eas more dissimilium superficialium addere, hic modus subsequetur, et in binomijs patet, quod intendimus.

Subtractio. Numerositatum ordinis proportionalis descripti patet ex radice quemadmodum in additione. Si fuerint rationales radices, earum detractae monstrabunt detraktionem. Si vero fuerint communicantes, exuentur in proportionem eorum minimam, et subtrahatur minor numerus a maiori. Residuum, si vocabulum ductionis acceperit, et productum, si per communem mensuram ductum fuerit, exp(l)ebit restantem numerum quaesitum.

Si vero fuerint omnino surdi, addentur et subtrahentur. more signorum sunt, proposuimus. Quod, si more dissimilium superficialium subtrahere velis, subsequetur in binomijs.

Multiplicatio ductionum extra regularem soliditatem et superficialitatem earum radicum Est vnus ductionis per aliam multiplicatio, et huius producti $\sqrt{\quad}$ ductionis propositae est multiplicatio radicum numerorum propositorum¹⁴⁹). Apponuntur autem similia similibus, Quemadmodum et in praecedentibus, siue rationalium, siue irrationalium, et idem est processus.

Diuisio ductionum extra perfectam soliditatem superficialitatemque Est vnus ductionis per aliam partitio, et radix vocabuli quotientis monstrabit diuisionem propositam.

E.

In den folgenden Traktaten wird die vorhandene Interpunktion sinngemäß beibehalten; die der Übersichtlichkeit wegen neu hinzutretende ist in Klammern gesetzt, weil in diesen Abschnitten Punkte auch als Wurzelzeichen auftreten.

Außer bei den 3. und 4. Wurzeln ist keine Übereinstimmung mit den analogen Aufgaben in den Dresdener Handschriften C 80 und C 80^m bzw. Leipzig Nr. 1470 nachzuweisen.

Es ist einzusehen, daß bei dieser komplizierten Art der mathematischen Mitteilung, wie wir sie hier antreffen, die Wurzelrechnungen nur allmählich Gedankengut weiterer Kreise von Mathematikern wurden. HEINRICH SCHREYBER z. B. bringt in seinem Algebrabuch von 1518/21 keine irrationalen Fragen.

Beide Abhandlungen, Nr. 1 und Nr. 2, sind von gestochen schöner Schrift. Hier treffen wir noch die alten Ziffernformen für 4, 5 und 7 an, nämlich 2, 5 und 7; sonst im ganzen Kodex Nr. 5277 nicht.

Auffallend ist, daß trotz der wahrscheinlich frühen Entstehungszeit — die alten Ziffernformen sprechen dafür — einige Male das Pluszeichen, meist ziemlich schräg gestellt, erscheint. Die nämliche Methode war in anderen Aufgaben im Dresdener C 80 auf Blatt 288^v begegnet.

Ein einzelner Punkt vor einer Zahl bedeutet das Quadratwurzelzeichen, zwei Punkte nebeneinander die 4. Wurzel, drei Punkte die 3. Wurzel. Diese Symbole erscheinen manchmal auch im Text, sind dann entsprechend zu lesen; etwa, als „die 3. Wurzel aus“. Eine nicht irrationale oder nicht surdische Zahl heißt rationalis oder audibilis; eine sinnfällige und wahrscheinlich auch für das Verständnis nötige Gegenüberstellung: surdus — audibilis.

Im Abschnitt Nr. 2 sehen wir, daß anstatt des Punktes als Wurzelzeichen manchmal ein kleiner nach oben $\sqrt{\quad}$ oder unten $\wedge$ offener Haken dasteht, wahrscheinlich durch schnelles Schreiben zustande gekommen. Es drängt sich die Vermutung auf, daß unser Wurzelsymbol hier seinen Ursprung hat, zumindest aber die Schreibart von CHRISTOFF RUDOLFF, nämlich $\sqrt{\quad}$, $\sqrt[3]{\quad}$, $\sqrt[4]{\quad}$.

Auch mit negativen Vorzeichen wird gearbeitet. So auf Blatt 381^r oben: „multiplica .9 per —.4“ oder „multiplica 4 per —.4, facit —.64, quae est 8“. Hier läßt sich ein wirkliches Vortasten in den allgemeinen Gültigkeitsbereich der negativen Zahlen feststellen; dies immerhin um ein halbes Jahrhundert vor STIFEL, der ihnen 1544 in seiner „Arithmetica integra“ zum Durchbruch verhilft.

Auf Blatt 380^v und 381^r „quae, si surda est, plange“ läßt erkennen, wie schwer irrationale Zahlen zu begreifen waren. Gleichzeitig lesen wir im letztgenannten Abschnitt, daß diese Rechenweise den Weg zu uns vielleicht über die Araber nahm. Wie weit die Vermittlung über Spanien mitspielt, bleibt noch offen.

¹⁴⁹) Hier dürfte es sich um einen der frühesten Nachweise für den Wurzellhaken handeln.

fol. 379^r **1. Exempla Süper algorithmüm de Sürdis:**

a) 1. DE addicione exempla: vt si addere velis .4 ad .9(,) Iungantur 4ta radicüm(,) exeunt 13(,) quod significatur cüm A(.) Deinde dücatur vnüm quadratüm in reliquüm et exeünt 36(,) quod düpletür(,) id est per 4 multiplicetur(,) veniunt 144(,) cuius radix 4ta(,) scilicet 12(,) Iüngatur cüm aggregato signato(,) cüm A(.) et radix huius vltimi producti ostendit quesitüm(,) quod est 5.

$$\sqrt{9} + \sqrt{4}$$

2. Aliüd exemplum(:) vt si addere velis .2 ad .5(,) procede secundum praeceptüm(,) et aggregatüm sit a(,) scilicet 7(.) Duc vnüm 4tüm in reliquüm(,) exeünt 10(,) Quod düpla(,) erünt 40(,) cuius radix Iüngatur cüm a(,) erünt 7 + .40(,) cuius aggregati radix ostendit quesitüm:

$$\sqrt{5} + \sqrt{2}$$

b) 1. DE Sübtractione: Exemplum primi(:) vt subtrahere velis .4 a .9(,) addantur 4ta radicüm et exeünt 13(.) Deinde ducatur vnüm 4tum in aliüd, venient 36(,) quae dupla(,) id est per 4 multiplica(,) et radix producti(,) scilicet 12(,) subtrahatur ab a, scilicet 13(,) remanent 1(,) cuius φ (= radix) ostendit quaesitüm(,)

$$\sqrt{9} - \sqrt{4}$$

2. Exemplum 2ⁱ(:) Si subtrahere velis .3 a .7(,) operare secundüm praeceptüm et Iünge 4ta radicüm(,) erünt 10(.) Signentur cüm a(.) Deinde ducatur vnüm 4tüm in reliquüm(,) scilicet 3 in 7(,) exeünt 21(,) quae dupla(,) quod fit multiplicatione 4^{tum} per 4(,) veniunt 84(,) cuius radix sübtrahatur ab a(,) fit 10 — .84(,) cuius radix ostendit quaesitüm(,)

$$\sqrt{7} - \sqrt{3}$$

c) DE düplicacione(:) Multiplicetur 4^{tum} per 4.

1. Exemplum(:) Vt si duplicare velim .9(,) multiplica 4^{tum} radice(,) scilicet 9(,) per 4(,) exeunt 36. cuius radix(,) scilicet 6(,) ostendit quaesitüm(,)

$$2 \cdot \sqrt{9}$$

2. Exemplum 2ⁱ(:) Si duplicare velis .8(,) multiplica 4^{tum} radice(,) scilicet 8(,) per 4(,) et exeünt 32(,) cuius radix ostendit quaesitüm(,) scilicet .32(,)

$$2 \cdot \sqrt{8}$$

d) 1. DE mediacione(:) Primum Exemplum(:) recipe de duplicacione(,)

$$\frac{\sqrt{9}}{2}$$

2. Exemplum 2ⁱ(:) Vt si mediare velis .5(,) procede secundum praeceptüm(,) scilicet diuide 5 per 4(,) et est 1 $\frac{1}{4}$ (,) cuius radix(,) scilicet .1 $\frac{1}{4}$ (,) ostendit quaesitüm(,)

$$\frac{\sqrt{5}}{2}$$

e) 1. De multiplicacione(:) Exemplum primi(:) Vt si multiplicare velis .9 per .16(,) duc vnüm 4^{tum} in reliquüm(,) scilicet 9 in 16(,) erünt 144(,) cuius radix(,) scilicet 12(,) est praesens multiplicatio(,)

$$\sqrt{9} \cdot \sqrt{16}$$

2. Exemplum 2ⁱ(:) Si multiplicare velis .5 per .8. Duc 4^{tam} radicem, scilicet 5 in 8(,) exeunt 40(,) cuius radix .40 ostendit quesitum(.)

$$\sqrt[4]{5 \cdot 8}$$

f) 1. DE diuisione(:) Primum exemplum recipe in multiplicatione(.)

$$\frac{\sqrt[4]{9}}{\sqrt[4]{16}}$$

2. Exemplum 2ⁱ(:) si diuidere velis .6 per .3(,) veniunt 2(,) cuius φ .2 ostendit quaesitum(.)

$$\frac{\sqrt[4]{6}}{\sqrt[4]{3}}$$

g) Radicis 4^{ti}(:) Vt si extrahere velis .24(,) praeponatur 24 vnus punctus sic(,) videlicet .24: factum est(.)

h) Radicis de radice(:) Vt si extrahere velis ..83(,) praeponantur 2 puncta et factum est(.)

i) Radicis cubicorum, Vt si extrahere velis (radicem) cubicam de 18(,) praeponere 3 puncta sic(,) videlicet ...18(,) et factum est(.)

fol. 379^v 2. a) **Algorismus de Sürdis**¹⁵⁰(.) Sed quia radices surde propter irrationabilitatem simul addi vel duci non possunt(,) Necesse est(,) ad eorum quadrata refugere, Vt saltem 4^{torum} adminiculo Idem habeatur Algorithmus et proportio eadem(,) In omni ergo (specie)¹⁵¹ huius algorismi debent correlativa(,) vt multiplicans et multiplicandus, diuidens et diuidendus(,) quae additis et cui debet fieri additio(,) etiam ad vnum idem genus denominationis duci(,) vt si ex parte vna fuerit numerus 4^{tus} vel denominatus 4^{tus}. Quod(,) si autem vnum correlatiuorum ad denominationem alterius duci non potest(,) tunc ambo ad vnum terminum genus ducantur, Vt(,) si ex vna parte fuerit 4^{tus}, Et ex altera parte cubicus(,) tunc cubicetur 4^{tus} et quadretur cubicus, et tunc procedatur iuxta dicenda(,) et φ 4^{ta} radice cubice vel e contrario radix cubica radice quadrate Ostendit(,) quod queritur(,) Simili modo de alijs denominationibus secundum suum modum est intergerendum Et scias(,) radicem esse rationalem(,) cum ipsa radix numeratur¹⁵²(,) vt .9 est 3(,) Sed surdam siue irrationalem(,) cum eius 4^{tus} et non ipsa radix numeratur(,) vt .6 vel $\sqrt[4]{7}$ (,) Et semper intellige radicem 4^{tam}(,) quia radix trigona de 6 est 2 et radix trigona de 10 continet 3(,)

b) Additio(:) In additione radicem irrationalium seu surdarum addantur primo 4^{ta} radicem adinficem(,) Et(,) si non eiusdem fuerit denominationis(,) ad eandem reducatur denominationem(,) et illud aggregatum sit a(,) Deinde multiplicetur vnum 4^{tum} in aliud et productum dupletur modo infra scripto(,) et radix 4^{ta} huius ultimi producti ad a addatur(,) Et huius aggregati radix 4^{ta} ostendit(,) quod quaeritur(,)

1. Exemplum primj de additione radicem rationalium(,) qua intellecta facimus ibidem ad additionem surdarum, Vt addere si velis .4 ad .25(,) Iunge 4^{ta}(,) exijt 29(,) Deinde multiplica vnum 4^{tum} in aliud(,) exijt 100(,) quem dupla(,) idest per quadratum duorum multiplica(,) exeunt 400(,) cuius radix est 20(,) quae ad 29 Iunge(,) fiat 49(,) Et huius radix(,) scilicet 7(,) est praesens additio.

$$\sqrt{25} + \sqrt{4}$$

2. Aliud in Surdis(:) addendo .2 ad .8(,) exijt .18(,)

$$\sqrt{8} + \sqrt{2}$$

¹⁵⁰ Am Rande von späterer Hand: „Surdj numerj sunt, qui non habent radicem“.

¹⁵¹ Für dieses oder ein sinngemäßes Wort ist im Original Platz gelassen. Wahrscheinlich konnte es der Schreiber unserer Abhandlung beim Abschreiben von einer Vorlage nicht entziffern.

¹⁵² Eine Redewendung im Sinne von: die Wurzel geht auf.

3. Aliud(:) addendo .4 ad 5(.) exeünt 7(.)

$$5 + \sqrt[4]{4}$$

4. Item addendo $\sqrt{2}$ ad .3(.) prouenit hec quantus 5 et .24(.) Cuius radix est(.) quod queritur(.) et semper intellige radicem 4^{tam}(.)

$$\sqrt{3} + \sqrt{2}$$

5. Si autem addenda sint ..16 ad 4(.) age sic(:) numerum(.) scilicet 4(.) quadra(.) facit 16(.) Deinde radicem radice de 16 eciam qüadra¹⁵³(.) exijt radix de 16(.) que Iünge substantiae(.) erunt 16 et .16(.) quod sit A(.) postea duc ipsam 4^{or} in vnam radicem radice de 16(.) quam funges esse ignotam seu sürdam(.) et exeünt 4 .. 16¹⁵⁴(.) quam dupla modo rationabiliüm(.) exeünt 8 .. 16, quam facies vnam radicem alicuius numeri(.) vt vice(:) 8 talium posses vnam aequalem nominare(.) et hoc sit Sümmando 4^{tum} 4^{ti} de 8(.) quod est 4096(.) et hunc ducendo in 16(.) exeünt 65536(.) Huius radix radice est addicio praeposito modo(:) Si hec aduertas(.) simul Iuncta reddünt 36(.) cuius radix est 6(.) addicio praesens(.) Et hic modus est principalis ad radices sürdos et rationales(.)

$$4 + \sqrt[4]{16}$$

6. Vnde in surdis si addere velis ..10 ad 4(.) Age sic vt süpra(:) Dic ergo(.) quod sedecim fol. 380^r + $\wedge 10^{155}$) ac eciam ..40960(.) quorüm triüm simül nuncupatorum radix | quadrata est addicio(.) qüam queris(.) nec potest specialibus nominari(.) quia(.) cüm sit südda(.) non patet plus(.) nam ars cogit illud(.)

$$4 + \sqrt[4]{10}$$

7. Si autem addenda sit ..16 [16] ad $\sqrt{9^{156}}$ (.) Duc eum 16 in se(.) exit $\wedge 16$ (.) Deinde $\sqrt{9}$ in se duc(.) exijt 9(.) Similiter ..16 Duc in $\sqrt{9}$ bis sic(:) Sümme 4^{tum} de 9(.) quae est 81(.) quem duc in 16(.) exeünt 1296(.) cuius radicem radice dupla sic(:) [4^{tum}] 4^{tum} 4^{ti} düorüm(.) scilicet 16, quia düplare vis(.) duc in 1296(.) exhibünt 20736. cuius radicem radice in mente serua(.) vel ad partem süum, fit rationalis süum surda(.) Collige ergo totam sümnam multiplicationis, quae est 9(.) et .16(.) que est 4(.) et sunt 13(.) Et radix radice de 20736(.) que est 12(.) quae simul dant 25(.) qüorüm radix est 5(.) addicio proposita(.)

$$\sqrt{9} + \sqrt[4]{16}$$

8. Si autem radicem radice de 10 ad .12 addere voluisset, radicem surdarum habuisses sic(:) ergo duc quodlibet in se et cuius minorem 4^{tum} habebis(.) et exit .10 et 12(.) Deinde vnüm in alterum bis sic(:) duc 10 in 4^{tum} de 12(.) quod est 144(.) exijt 1440(.) cuius radicem φ dupla sic(:) in 4^{tum} 4^{ti} duorüm(.) quod est 16(.) duc 1440(.) exijt 23040(.) cuius $\varphi \varphi$ (= radicem radice) serua singularem(.) et dic(.) quod tota multitüdo 12 et .10 et ..23040(.) qüorüm triüm simul Iunctorüm φ est addicio(.) nünc conclusa(.)

$$\sqrt{12} + \sqrt[4]{10}$$

9. Quod(.) si $\varphi \varphi$ de 16 addere velis ad ..81(.) quodlibet duc in se(.) exyt φ de 16 et .81(.) Demüm ..16 in $\varphi \varphi$ de 81 bis(.) sic duc 16 in 81(.) exyt 1296(.) cuius $\varphi \varphi$ dupla sic in 4^{tum}

¹⁵³) Am Rande: „Deponendo vnum punctum et stabit sic .16“.

¹⁵⁴) $4 \cdot \sqrt[4]{16}$.

¹⁵⁵) Das Pluszeichen hier hat die normale Form.

¹⁵⁶) Hier ist aus dem Wurzelpunkt bereits deutlich der Haken hervorgegangen.

4^{ti} düorüm(.) Quia duplare vis(.) quod est(.) 16 duc in 1296(.) exijt 20736(.) cuius φ φ cape(.) et habebis(.) tota multiplicatione peracta(.) radicem de (.)16 et .81 et ..20736(.) qüorüm triüm collectorum est addicio(.) qüam queris¹⁵⁷).

$$\sqrt[4]{81} + \sqrt[4]{16}$$

e) DE Sübtractione(:) In Subtractione aggregantur adinficem 4^{ta} radiciüm vt Süpra et aggregatüm sit a(.) Deinde dücatur vnüm 4^{tüm} in aliüd(.) et productüm düpletur(.) et φ huius vltimi producti ab a sübtrahatur(.) et φ residuj erit(.) quod queritur(.)

1. Vt(.) si subtrahere velis .3 de .5(.) exeunt $8 - \wedge 60$ (.) cuius φ est(.) que quaeritur.

$$\sqrt{5} - \sqrt{3}$$

2. Quod(.) si radicem de [.]7 tollere velim a .16(.) restat $23 - .448$ (.) cuius .(= radix) est(.) quae queritur.

$$\sqrt{16} - \sqrt{7}$$

3. Si autem 2 de .7 minuere velis(.) manebit $11 - \sqrt{112}$ (.) cuius φ est(.) quae queritur.

$$\sqrt{7} - 2$$

4. Si .4 auferre velis .25(.) restant 3.

$$\sqrt{25} - \sqrt{4}$$

5. Si aütem demere velis ..16 de .9(.) duc quodlibet in se(.) exijt .16 et 9(.) Deinde duc ..16 in (.)9(.) vt in addicione bis exijt 1296(.) cuius .(= radicem) düpla(.) exhibünt 20736(.) cuius (= radicis radicem)(.) scilicet 12(.) minue de 9 et de .16(.) quae(.) simul iuncta(.) faciunt 13(.) et manebit vnitas et non sübtractio(.) quo modo facere potes in alys:

$$\sqrt{9} - \sqrt[4]{16}$$

d) DE mediacione(:) In mediacione diuide 4^{tüm} propositüm per 4(.) et φ qüotientis est(.) quod queritur(.)

1. Item mediando $\sqrt{81}$ (.) exyt . $20\frac{1}{4}$ (.) que est $4\frac{1}{4}$ (= $4\frac{1}{2}$):

$$\frac{\sqrt{81}}{2}$$

fol. 380^v e) DE düplacione(:) In duplacione multiplicetur 4^{tüm} per 4 et radix producti ostendit(.) quod queritur(.)

1. Vt duplando $\wedge 3$ (.) multiplicetur 3 in 4(.) exeünt 12(.) cuius .est(.) quod quaeritur(.)

$$2 \cdot \sqrt{3}$$

2. Item düplando .25(.) exyt .100(.) scilicet 10(.)

$$2 \cdot \sqrt{25}$$

f) De multiplicacione(:) In multiplicacione ducitur vnüm 4^{tüm} in reliqüüm et φ producti ostendit(.) quod quaeritur(.)

1. Vt multiplicando .3 per $\wedge 4$ (.) prouenit .12.

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt{4}$$

¹⁵⁷) Hier ist man freilich beinahe versucht zu fragen, ob der Verfasser nicht weiter vereinfachen konnte, oder ob er das Resultat absichtlich so kompliziert stehen ließ.

2. Item multiplicando $\wedge 5$ per $8(,)$ prouenit. $320(,)$

$$\sqrt[4]{5 \cdot 8}$$

3. Item multiplicando $.3$ per $.48(,)$ prouenit $12(,)$ et ibi ex nümeris sürdis fuit rationalis et audibilis(,)

$$\sqrt[3]{3 \cdot \sqrt{48}}$$

4. Sic etiam multiplicando $.4$ per $3(,)$ exeünt $6(,)$

$$\sqrt[4]{4 \cdot 3}$$

5. Item multiplicando $\wedge \frac{7}{3}$ per $.21(,)$ exeünt $7(,)$

$$\sqrt[7]{\frac{7}{3} \cdot \sqrt{21}}$$

6. Quod(,) si multiplicare velis $..5$ in $6(,)$ duc 5 in $4^{\text{tüm}}$ 4^{ti} de $6(,)$ quod est $1296(,)$ exijt 6480 . cuius est multiplicatio proposita.

$$\sqrt[4]{5 \cdot 6}$$

7. Quod(,) si $..20$ in $.10$ multiplicatione (ducere) volueris(,) $4^{\text{tüm}}$ de 10 duc in 20 et Sint $2000(,)$ cuius $\varphi \varphi$ est intentio(,)

$$\sqrt[4]{20 \cdot \sqrt{10}}$$

8. Quod(,) si $..5$ in $..10$ multiplicare velis(,) duc 10 in $5(,)$ cuius producti $..$ erit multitüdo(,) quäm queris(,) quae(,) si surda est(,) plange(,) namque non autem intellectum(,) nec longius ratione viget(,) Sed in rationabilibus anulo (?) capiüntur(,) si in vtrisque causa docet(,) natura seruatur(,)

$$\sqrt[4]{5 \cdot \sqrt[4]{10}}$$

9. Quod(,) si $3 \cdot 7$ ducere velis in $7(,)$ $4^{\text{tüm}}$ (de) $3(,)$ id est $9(,)$ duc in $7(,)$ exijt $63(,)$ id in $4^{\text{tüm}}$ de $7(,)$ id est $49(,)$ dedücas(,) exijt $3087(,)$ cuius radix est multiplicatio(,)

$$3 \cdot \sqrt[4]{7 \cdot 7}$$

10. Si aütem 3φ de 10 in 4φ de 20 multiplicare velis(,) fac eas vnam radicem(,) hoc est(,) reduc eas per multiplicationem vnus nümerj in alterum numerum(,) Sic $3 \cdot 10$ nominavisti(,) duc $4^{\text{tüm}}$ triüm(,) scilicet $9(,)$ in $10(,)$ exeünt $90(,)$ Similiter quin $4 \cdot 20$ duxisti(,) $4^{\text{tüm}}$ de 4 ducas in $20(,)$ et sunt $320(,)$ Deinde $[90 \text{ exeünt}]$ 90 ducas in $320(,)$ exijt $28800(,)$ cuius $\vee$ propositum ostendit(,) quod in rationalibus clare patet(,)

$$3\sqrt[4]{10} \cdot 4\sqrt[4]{20}$$

11. Vt multiplicatio $4 \cdot 20$ in $3 \cdot 16$ faciunt $46080(,)$ cuius radix est propositüm.

$$4\sqrt[4]{20} \cdot 3\sqrt[4]{16}$$

12. Quod(,) si ducere (velis) 4 in $\frac{1}{3} \cdot 36$, in $4^{\text{tüm}}$ (de) 4 duc $36(,)$ exijt $576(,)$ cuius radix est $24(,)$ cuius $\frac{1}{3}(,)$ scilicet $8(,)$ est praesens multiplicatio(,) Ita et in sürdis temetipüm (?) exercita(,)

$$4 \cdot \frac{\sqrt[4]{36}}{3}$$

13. Vt(,) si velis $\frac{2}{3}$ φ de 10 ducere in $\frac{3}{4}$. 12(,) duc 10 in 12(,) exyt 120(,) cuius concipe radicem(,) scilicet $\sqrt[3]{120}$ (,) que sit b. Postea duc $\frac{2}{3}$ in $\frac{3}{4}$ (,) exyt $\frac{1}{2}$ (,) ergo $\frac{1}{2}$ ipsius b est multiplicatio(,) quam quaeris(,) et est fere $5\frac{1}{2}$ (,) vt clarius in numeris(,) se habentibus in proporcione 4torum(,)

$$\frac{2}{3} \sqrt[3]{10} \cdot \frac{3}{4} \sqrt[3]{12}$$

14. Sicut 8 et 18(:) Nam(,) si $\frac{2}{3}$.18 in $\frac{3}{4}$.8 duxeris(,) perueniet $\frac{1}{2}$.144(,) quae non est $\sqrt[3]{144}$, sed $\sqrt[3]{144}$ (,) scilicet $6^{\frac{1}{3}}$ (,)

$$\frac{2}{3} \sqrt[3]{18} \cdot \frac{3}{4} \sqrt[3]{8}$$

15. Item multiplico 10 et .20 per 12 et .20(,) Duc 10 in 12(,) exeunt 120(,) Deinde multiplica .20 per .20(,) exeunt 20(,) quae ad 120 iunge(,) nunc multiplica 10 in 20 et etiam 12 in 20 per +(,) et sic adde 10 et 12(,) erunt 22(,) quae in se multiplicata(,) fiunt 484(,) quae in 20
fol. 381^r multiplica(,) exeunt 9680(,) Et .9680 ad 140 adde(,) et sic | per hanc multiplicacionem habebis $140 \times .9680$ (,)

$$(10 + \sqrt{20})(12 + \sqrt{20})$$

16. Item multiplicando 4 et .9 per 5 — .4(,) Duc 4 in 5(,) sunt 20(,) Postea multiplica .9 per —.4(,) facit 36(,) et huius φ de 20 minue(,) et remanet 14(,) Deinde 5 per .9(,) facit 225(,) et huius $\sqrt{}$ est 15(,) Deinde multiplica 4 per —.4(,) facit —.64(,) quae est 8(,) nunc demas 8 de 15(,) remanent 7(,) et 7 adde ad 14(,) exeunt 21(,) ista multiplicatio(,)

$$(4 + \sqrt{9})(5 - \sqrt{4})$$

17. Si autem ..5 in 6 multiplicare velis(,) duc 5 in $4^{\text{üm}}$ 4^{ti} de 6(,) quod est 1296(,) exijt 6480(,) cuius .. est propositum(,)

$$\sqrt[4]{5} \cdot 6$$

18. Si autem ..20 in .10 ducere velis(,) $4^{\text{üm}}$ de 10 duc in 20(,) et sunt 2000(,) quorum .. est intentum.

$$\sqrt[4]{20} \cdot \sqrt[4]{10}$$

19. Quod(,) si ..5 in ..10 multiplicare velis(,) duc 5 in 10(,) erunt 50(,) cuius producti .. est multiplicatio(,) que(,) si surda est(,) plange(,) namque non autem intellectum(,) Vnde dicit arabs(:) quiescere oportet dominum(,) intellectus sensui satis faciet(,) quod(,) qui quaerit ultra, non est degremio sensorum, et eodem nota(,) quod in omni specie radicum surdarum oportet(,) vt similia similibus applicentur(,)

$$\sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[4]{10}$$

g) DE diuisione(:) Diuidatur vnum quadratum per reliquum et . (= radix) quotientis dicit quaesitum(,)

1. Vt diuidendo .20 per .5(,) exyt . de 4(,) scilicet 2(,) et hic exurgit rationalis(,)

$$\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}}$$

2. Quod(,) si diuidere velis .40 per 2(,) exyt .10(,)

$$\frac{\sqrt{40}}{2}$$

¹⁵⁸) „8 18 12 27 sunt numerj habentes se in proporcione quadratorum“ steht zweimal als Bemerkung dabei.
4 9 16 36

3. Quod(,) si .30 per 2(,) exyt(,) $7\frac{1}{2}$.

$$\frac{\sqrt{30}}{2}$$

4. Si diuidere velis 40 per .12 et .18(,) minue 12 de 18(,) remanet 6(,) diuisor(,) Deinde (,)18 ducantur in 40(,) sed quia non sunt eiusdem denominationis, 40 4dra(,) faciunt 1600(,) quae in 18 ducas(,) exeunt 28800(,) quae per 6 diuide(,) Sed quia etiam non sunt eiusdem denominationis(,) quare per 4^{tum} de 6 diuide(,) exyt (,)800 — .533 $\frac{1}{3}$ ¹⁵⁹(,)

$$\frac{40}{\sqrt{12} + \sqrt{18}}$$

5. Si diuidere velis 20 per .5 et per .7(,) fac vt supra(:) minue 5 de 7 et remanent 2(,) diuisor(,) Deinde multiplica 20 per .7(,) exeunt 2800, quae per 2 diuide(,) vt scias(,) facit .700(,) Eciam multiplica 20 per .5(,) exeunt 2000(,) quae diuisa per 2(,) hoc est per suum 4^{tum}(,) venit .500(,) et sic habebis .700 — .500(,)

$$\frac{20}{\sqrt{5} + \sqrt{7}}$$

6. Si diuidere velis 20 per 3 et .5(,) duc 3 in se(,) facit 9(,) quae dicens: volo diuidere 20 per .9 et per .5(,) minue 5 de 9(,) et remanent 4(,) diuisor(,) Deinde multiplica .9 per 20(,) facit 3600(,) quae per 4 diuide(,) erunt 225(,) qui numerus praecise(,) quod est quadratus(,) cuius . praecise est (,) .5 deinde multiplica (:).5 per 20(,) exeunt 2000(,) Haec per 4 diuide et exyt .125(,) et sic exhibunt 15 — $\wedge$ 125(,)

$$\frac{20}{3 + \sqrt{5}}$$

7. Si vero diuiseris 20 per 3 — .5(,) tunc exhibunt 15 et $\sqrt{125}$ ¹⁶⁰(,) Vnde(,) si numerum diuiseris per binomium(,) veniet priuatium(,) Si per recisum(,) veniet positivum(,) vt in de additis et diminutis patebit(,) Sciendum(,) quod in numeris(,) habentibus se in proporcione 4torum(,) est semper diuisio rationalis et non surda(,)

$$\frac{20}{3 - \sqrt{5}}$$

8. Vt diuidendo $\sqrt{96}$ per .6(,) exhibunt (,)16(,)

$$\frac{\sqrt{96}}{\sqrt{6}}$$

9. Sic eciam diuidendo $\sqrt{16}$ per $\sqrt{4}$ (,) exeunt 2(,) et tantum de isto(,)

$$\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{4}}$$

¹⁵⁹) Am Rande: „Deinde multiplica 40 per 12, reducendo prius ad eandem denominationem, ut iam patuit, et productum diuidendo per 4^{tum} de 6, et quod venit, erit numerus, scilicet et stabit diuisio sic (.800) — .533 $\frac{1}{3}$ “. Die Aufgabe selbst ist nicht durchgerechnet.

¹⁶⁰) Vermerkt ist dabei: „ ϕ per ϕ — . Nota“ in der Bedeutung: numerum per numerum minus radicem nota.

F.

1. Im Algorithmus „De aliquibus speciebus cubicorum“ findet sich meiner Ansicht nach sehr augenscheinlich der Fall, daß drei Punkte nebeneinander, — das Zeichen für die 3. Wurzel, — die Darstellung in CHRISTOFF RUDOLFFS „Coss“ von 1525 mitbestimmt haben. Wir können nur vermuten, daß man „radix cubica“ las. Gleichzeitig drängt sich die Frage auf, ob RUDOLFF evtl. an unserer Handschrift mitgearbeitet hat oder nur Beispiele aus ihr entnahm.

2. Im folgenden Abschnitt „De aliquibus speciebus 4^{torum} de 4^{tis}“ werden analoge Überlegungen wie vorher auf Rechnungen mit 4. Wurzeln übertragen.

fol. 382^r

1. De aliquibus speciebus cubicorum.

a) De additione(:) In additione diuidatur maior cubus per minorem et $\sqrt[3]{}$ (= radici) cubice prouenientis addatur vnitas et aggregatum cubicetur et cubus proueniens per minorem cubum(.) primo propositum(.) multiplicetur(.) et $\sqrt[3]{}$ cubica huius producti ostendit(.) quod quaeritur(.)

1. ut addatur ... 8 ad ... 27(.) fac illo modo(:) diuide maiorem per minorem(.) facit $\frac{27}{8}$ (.) huius $\sqrt[3]{\frac{27}{8}}$ addatur vnitas(.) exeunt $\frac{5}{2}$ (.) quae cubicentur(.) exhibunt $\frac{125}{8}$ (.) Hoc per 8 multiplicetur(.) exhibunt $\frac{1000}{8}$ (.) cuius (= radix cubica) est(.) quae quaeritur(.) scilicet $\frac{10}{2}$ (.) facit 5 integra(.)

$$\sqrt[3]{27} + \sqrt[3]{8}$$

b) In subtractione Diuidatur cubus maior per minorem et radici cubicae prouenienti subtrahatur vnitas et cubicetur residuum(.) et cubicus proueniens multiplicetur per minorem cubum(.) primo propositum(.) et ... huius producti ostendit quaesitum(.)

1. ut subtrahendo $\sqrt[3]{}$ cubicam de 8 a ... 125(.) restant $\frac{6}{2}$ (.) Haec est quantitas(.) quae quaeritur. Tamen sciendum(.) quod non omnes radices possunt addi vel subtrahi(.) sed solum(.) quae per diuisionem aequaliter exeunt et $\sqrt[3]{}$ habent(.) tam in cubicis(.) quam quadratis.

$$\sqrt[3]{125} - \sqrt[3]{8}$$

c) In Multiplicatione Ducatur vnus cubus in alium et $\sqrt[3]{}$ cubica numeri exeuntis ostendit quaesitum(.)

1. ut multiplicando $\sqrt[3]{}$ cubicam de 27 in ... 8(.) facit 6(.)

$$\sqrt[3]{27} \sqrt[3]{8}$$

2. Item multiplicando ... 27 per .4(.) primo aequa sic(:) multiplica 4 in se cubice(.) facit 64(.) et 27 in se quadrate(.) facit 729(.) deinde multiplica 64 in 729(.) facit 46656(.) Huius radice quadrata vel e conuerso 4^{ta} $\sqrt[3]{}$ cubice ostendit quaesitum(.) scilicet 6(.)

$$\sqrt[3]{27} \sqrt[4]{4}$$

3. Item multiplica $\sqrt[3]{}$ cubicam de 27 in 4(:) In cubum (de) 4 duc 27(.) exeunt 1728(.) cuius ... est multiplicatio quaesita(.) Et nota(:) sicut in quadratis oportet quadratum apponi quadrato(.) ita(.) ut similia similibus applicentur(.) ita et in cubicis apponatur numerus cubicus numero cubico(.)

$$\sqrt[3]{27} \cdot 4$$

4. Quod(,) si ...20 per ...10 multiplicare volueris(,) duc cubum in cubum(,) exeunt 200(,) cuius ... est multiplicatio quaesita.

$$\sqrt[3]{20} \cdot \sqrt[3]{10}$$

5. Si autem 2 ...10 per 3 ...5 multiplicare velis(,) plures φ cubicas fac vnam φ cubicam(,) sic(,) quia 2 φ de 10 nominavisti(,) in cubum duorum(,) ut est 8(,) duc 10(,) exeunt 80(,) cuius φ cubica(,) licet sit surda(,) aequatur tamen 2 ...10(,) Similiter in cubum trium(,) ut est 27(,) duc 5(,) et surgunt 135(,) cuius φ cubica aequatur 3 ... 5(,) Si ergo 80 in 135 extenderis productique(,) quod est 10800(,) φ cubica erit multiplicatio(,) quam quaeris(,)

$$2\sqrt[3]{10} \cdot 3\sqrt[3]{5}$$

d) In diuisione Diuidatur vnus cubus per alium et φ cubica numeri exeuntis ostendit quaesitum(,)

1. ut(,) si diuidere velis ... 50 per ... 10(,) diuide 50 per 10(,) exeunt 5(,) cuius φ est quaestio(,)

$$\frac{\sqrt[3]{50}}{\sqrt[3]{10}}$$

2. Si diuidere velis 10 per ...5(,) prius aequa et duc 10 in se cubice(,) exeunt 1000(,) quae diuide per 5(,) exeunt ergo 200(,) et ... de 200 est quaestio.

$$\frac{10}{\sqrt[3]{5}}$$

3. Quod(,) si ... 50 per 2 diuidere velis(,) cubicentur 2(,) fiunt 8(,) deinde 50 per 8(,) exeunt $\frac{50}{8}$ (,) cuius ... est quaestio.

$$\frac{\sqrt[3]{50}}{2}$$

4. Quod(,) si diuidere velis φ 4^{tam} de 6 per ...10(,) cubicentur 6 et facit 216(,) et quadrentur 10(,) facient 100(,) tunc diuide 216 per 100(,) exeunt $\frac{216}{100}$ (,) quae diuisio(,) quia fit minus magna(,) mediatur vsque deuenit ad $\frac{54}{25}$ (,) et φ cubica φ 4^{te} vel e contrario ostendit quaesitum(,)

$$\frac{\sqrt[3]{6}}{\sqrt[3]{10}}$$

5. Quod(,) si diuidere velis ..20 per ..36(,) diuide 20 per 36 et exeunt $\frac{5}{9}$ (,) cuius .. est quaestio(,)

$$\frac{\sqrt[4]{20}}{\sqrt[4]{36}}$$

6. Si autem 2 ...10 per 3 ...5 diuidere velis(,) age sicut in 4^{tis}(:) plures φ cubicas fac in vnam (,) sic(,) quia 2 φ nominavisti(,) in cubum ergo duorum duc 10(,) exhibunt 80(,) cuius φ cubica(,) licet sit surda(,) aequatur tamen duabus radicibus cubicis de 10(,) Similiter in cubum

trium duc 5(.) et surgunt 135(.) cuius aequatur 3 ... (5.) si ergo 80 diuiseris per 135(.) surgunt $\frac{80}{135}$ (.) cuius ... est quaestio(.)

$$\frac{2\sqrt[3]{10}}{3\sqrt[3]{5}}$$

Corollarium(:) Cumque aliquis numerus fuerit 8plus alterius(.) maioris erit dupla ad ... minoris(.) Sicut 32(.) quae est 8cuplus ad 4(.) cuius φ φ valet 2 φ φ (de) 4(.) Ergo adde vnam radicem φ de 32 ad vnam . φ (= radicem cubicam) (de) 4(.) fiunt 3 . φ (de) 4(.) quae prouenit ex multiplicatione trium cubi in 4(.) scilicet 108(.) cuius vna φ cubica est 3 . φ (de) 4¹⁶¹)(.)

fol. 382^v

2. De aliquibus speciebus 4^{torum} de 4^{tis} (.)

a) In additione diuidatur maior per minorem et φ ^{ci} 4^{tae} de 4^{to} addatur vnitas(.) et aggregatum bis quadretur(.) et productum vltimum per minus quadratum(.) primo propositum(.) multiplicetur(.) et huius producti φ quadrata φ 4^{te} ostendit quaesitum(.)

1. Vt addendo ..16 ad ..81(.) diuide maiorem per minorem(.) sunt $\frac{81}{16}$ (.) nunc φ 4^{tae} de φ 4^{ta} $\frac{3}{2}$ 16²) addatur vnitas(.) fiunt $\frac{5}{2}$. et illud bis quadretur(.) exijt $\frac{625}{16}$ (.) illud per 16 multiplicetur(.) exeunt $\frac{10000}{16}$ (.) et φ 4^{ta} illius φ quadratae(.) scilicet $\frac{10}{2}$ (.) est quaestio(.)

$$\sqrt[4]{81} + \sqrt[4]{16}$$

b) In subtractione diuidatur maius per minus(.) et a φ φ tollatur vnitas(.) et residuum bis quadretur(.) et vltimum productum per primum minus multiplicetur(.) et huius 4^{ti} 4^{ta} φ 4^{tae} ostendit quaesitum(.)

1. ut subtrahendo ..16 a ..81(.) diuide maius per minus(.) facit $\frac{81}{16}$ (.) Inde a (.) scilicet $\frac{3}{2}$ (.) tollatur vnitas(.) restat $\frac{1}{2}$ (.) quae in se ducatur(.) hoc est bis quadretur(.) facit $\frac{1}{16}$ (.) et per illud minus 4^{tum}(.) scilicet 16(.) multiplicetur(.) facit $\frac{1}{16}$ et est $\frac{1}{1}$ (.) cuius φ 4^{ta}(.) scilicet 1(.) est residuum(.)

$$\sqrt[4]{81} - \sqrt[4]{16}$$

c) In multiplicatione ducatur vnus 4^{tus} de 4^{to} in alium et producti φ 4^{ta} φ [φ] 4^{tae} ostendit quaesitum(.)

1. ut multiplicando ..16 in ..81(.) exeunt 6(.)

$$\sqrt[4]{16} \cdot \sqrt[4]{81}$$

d) In diuisione diuidatur vnus quadratus de 4^{to} per alium et numeri prouenientis ostendit quaesitum(.)

1. ut diuidendo ..256 per ..16(.) prouenit 2(.)

$$\frac{\sqrt[4]{256}}{\sqrt[4]{16}}$$

¹⁶¹⁾ Am Rande: „Item, vbi sunt duo numeri in proportionem quadrupla, vt 9 et 36, tunc φ 4^{ta} maioris est dupla ad φ 4^{tam} minoris, ut 3, φ de 9, et φ de 36, quae est 6, habent se in dupla proportionem“.

¹⁶²⁾ Hinzugefügt wurde: „Item φ ^{ci} 4^{te} $\frac{3}{2}$ debet addi vnitas, sed quia $\frac{3}{2}$ sunt dimidij (:), ergo debeo illam vnitatem dimidiare et veniunt $\frac{2}{(2)}$, quae debeo addere ad $\frac{3}{2}$, et veniunt $\frac{5}{2}$, ut in exemplo“.

G.

In der „Ars binomialis“ betrachtet man vorwiegend Kommensurabilitätsbeziehungen 1. und 2. Stufe, das heißt bezüglich der Strecken und der Flächen. Während beim Umformen von irrationalen Ausdrücken auf fol. 381^r die Bemerkung „unde dicit arabs“ erschienen war, wird hier auf EUKLID verwiesen.

fol. 382^v **Ars binomialis(.)**

1. Diuisiones linearum ponere(.) Linearum aliae sunt communicantes, aliae incommunicantes(.) Communicantium aliae communicant actu(.) aliae potentia. Communicantium actu siue longitudine sunt(.) quibus est vna linea communis(.) eas numerans, et quarum 4^{ta} numerat vna communis superficies(.) sicut linea 4 pedum et 6(.) Communicantes in potentia sunt(.) quarum 4^{ta} numerat communis superficies(.) ut .16 et .20(.) Incommunicantes actu siue longitudine sunt(.) quibus non est vna linea communis(.) eas numerans(.) ut costa 4^{ti} et diameter(.) Incommunicantes in potentia sunt(.) quas nulla linea et quarum 4^{ta} nulla communis superficies numerat(.) ut linea medio loco proportionalis inter costam et diametrum(.) ut ponendo costam 2 et diametrum .8(.) et medio loco proportionalem ..32¹⁶³). Inuentio talium linearum in vndecima decimi Eucli(dis) ponitur(.) Omnis autem linea indifferens est(.) ut sit rationalis aut irrationalis, facimus enim lineas esse tales. Dicitur autem rationalis(.) quia cum ea ratiocinamur et numeramus, et lineae eidem communicantes dicuntur rationales(.) Eidem vero incommunicantes dicuntur irrationales siue surdae(.) ut(.) si ponatur diameter rationalis et numeralis(.) costa est irrationalis et surda.

2. Si duae lineae(.) potentialiter tantum rationales communicantes(.) in longitudinem directumque iungantur(.) tota linea(.) ex his composita(.) est irrationalis(.) diceatque binomium(.) Si binomij longior pars fuerit minore potentior(.) augmento 4^{ti} lineae communicantis eidem longiori in longitudine(.) fueritque eadem longior lineae positae rationali communicans(.) ipsum vocabitur binomium primum¹⁶⁴). Si breuior positae rationali communicet(.) dicitur binomium secundum(.) Si vero neutra portionum eius positae rationali communicet(.) appellabitur binomium tertium. Si longior breuiore tanto amplius possit(.) quantum est 4^{tum} alicuius lineae(.) ipsi longiori incommensurabit in longitudine(.) fueritque longior portionum lineae positae rationali communicans in longitudine(.) ipsum nuncupabitur binomium 4^{tum}.) Si vero minor positae rationali communicet(.) vocabitur binomium quintum. Si autem neutra portionum positae rationali communicet in longitudine(.) fit binomium sextum(.)

3. Lineam inuenire(.) ad cuius quadratum se habeat quadratum lineae datae(.) sicut numerorum proportio non quadratorum(.) Sumatur quiuvis numerus ad placitum(.) puta a(.) deinde alius minor a(.) qui tamen non sit pars aliquota a(.) ab aliquo quadrato denominata sit ille numerus b(.) ducatur a in se(.) habebitur vnus 4^{tus}.) deinde ducatur a in b et habebitur alius 4^{tus}.) huius radices sunt lineae siue numeri quaesitae(.) (Sit) a 5(et) b 4(.) a in se(.) fiunt 25(.) a in b 20, sunt ergo numeri quaesiti 5 et .20(.) [diameter et costa .50 et 5(.)]

$$\begin{array}{l} \text{bino-} \\ \text{mium} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 1 \quad 3+.5 \\ 2 \quad .45+.5 \\ 3 \quad .45+.40 \\ 4 \quad 3+.7; 3+.6; 3+.3; 3+.2 \\ 5 \quad .44+.5; .26+.5 \\ 6 \quad .45+.39; .45+.26 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{Resi-} \\ \text{duum} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 1 \quad 3-.5 \\ 2 \quad .45-.5 \\ 3 \quad .45-.40 \\ 4 \quad 3-.7; 3-.6; 3-.3; 3-.2 \\ 5 \quad .44-.5; .26-.5 \\ 6 \quad .45-.39; (.45-.26) \end{array} \right.$$

¹⁶³) Es handelt sich um die mittlere Proportionale zwischen der Seite und der Diagonale eines Quadrates.

¹⁶⁴) Zur Verdeutlichung dient Blatt 383^r der Abschnitt „Sex binomia per ordinem in numeris declarare“

fol. 383^r 4. Proposita linea recta(,) sibi duas incommunicantes(,) alteram in longitudine(,) tantum alteram in longitudine et potentia rectas lineas inuenire. Sit linea proposita a(,) inueniatur linea sibi incommunicabilis in longitudine per praemissam(,) quae sit b(,) deinde inter a et b inueniatur medio loco proportionalis(,) et haec est altera(,) quae quaeritur(,) Exemplum(:) linea proposita a sit 5(,) b .20(,) erit ergo medio loco proportionalis(,) scilicet c(,) .. 500(,) vel linea media inter diametrum et costam idem facit(,) ponendo lineam propositam diametrum(,) ducatur in se(,) productum medietur¹⁶⁵(,) et est facilius (= factum?)(,)

5. Numerum non quadratum diuisibilem in duos(,) non 4^{tum} et 4^{tum}(,) ita(,) ut totius numeri ad non 4^{tum} sit sicut numerorum 4^{torum} proportio(,) conuenit inquirere¹⁶⁶(,) ducatur quisque quadratus in proximum minorem et prouenit numerus quaesitus(,) qui semper est diuisibilis(,) prout proponitur(,) quorum vnus est ipse minor et alter 4^{tus} minoris(,) quare erit altera parte longior(,) ut ducatur 9 in 8(,) proueniunt 72(,) qui est diuisibilis in 64 et 8(,)

6. Sex binomia per ordinem in lineis ostendere(,) operare per 4^r et sequentes 10 Euclidis(,) quae causa breuitatis hic omitto(,)

7. Sex binomia per ordinem in numeris declarare(,) Primum exemplum(:) ex numero et . (,) 2^m ex . et numero(,) 3^m ex duabus .¹⁶⁷(,) Ex his oriuntur alia tria(,) In primo binomio potentia numeri superat potentiam . in numero quadrato(,) ut est 4 + . 7(,) et haec passio soli primo conuenit(,) Sed inuentio talis est(:) Sume quemuis quadratum(,) ut 9(,) quem diuide in non 4^{tum} et 4^{tum}(,) ut 5 (et) 4(,) et φ 4^{ti} primo sumpti cum . numeri non 4^{ti} constituit binomium primum(,) ut 3 + . 5(,) In secundo binomio potentia . excedit potentiam numeri in non 4^{to} numero(,) ad quem excessum potentia . se habet ut numerus 4^{tus} ad 4^{tum}(,) Inuentio talis est(:) Sumatur ad libitum numerus quadratus(,) ut 9(,) qui diuidatur in 4^{tum} et non quadratum(,) ut in 5 et 4(,) et ducatur 4^{tus} supradictus in non 4^{tum}(,) ut 9 in 5(,) fiunt 45(,) Ergo . 45 + 5 est secundum binomium(,) In tertio binomio potentia primae φ superat potentiam secundae in numero(,) ad quem se habet potentia primae sicut 4^{tus} ad 4^{tum}(,) et sunt ambae .(,) ponuntur tantum communicantes(,) Eius inuentio(:) Sume tres continuas quantitates(,) ut 9(,) 4(,) 1(,) et nota differentiam primi ad secundum(,) scilicet 5(,) et differentiam primi ad 3^m(,) scilicet 8(,) deinde duc differentiam primi ad secundum in primum 4^{tum}(,) et proueniet 45(,) postea duc eandem differentiam in differentiam primi ad 3^m(,) proueniunt 40(,) sunt ergo . 45 + . 40 3^m binomium(,) In quarto binomio(,) quod ex φ et . constat(,) ut primum(,) potentia numeri superat potentiam in numero non quadrato(,) Cuius inuentio per oppositum primi binomij reperitur(,) Nam diuiso numero quadrato(,) ut 9(,) in 4^{tum} et non 4^{tum}(,) erit . quadrati(,) primo sumpti(,) ut 3(,) et . cuiuscumque numeri infra 9(,) praeter 5(,) 4^{tum} binomium(,) ut 3 + . 7(,) preter illos numeros(,) in quos ita diuiditur quadratus(,) ut 1 + 8(,) 4 + 5(,) Similiter 4 et 1(:) omnes infra 16(,) praeter 1 + 15, 4 + 12(,) 9 + 7(,) In quinto binomio(,) quod ex . et φ ut secundum binomium est(,) potentia . superat potentiam numeri in numero(,) inter quem et potentiam . non est proportio 4^{torum}(,) Cuius inuentio talis est(:) Sume . cuiuscumque numeri inter 4^{tum} primi nominis et 4^{tum} 2ⁱ nominis cum . 4^{ti} 2ⁱ nominis(,) ut . 44 et 5(,) et . 43 + 5(,) . 40 et 5, . 35 et 5(,) + . 26 + 5(,) praeter illos(,) in quos ita diuidunt quadrati(,) ut . 45 et 5(,) In sexto binomio(,) quod ex 2 . constat(,) potentia primae . superat potentiam 2^{ae} in 4^{to} numeri(,) incommunicabilis primae in longitudine(,) Eius inuentio fit(,) ut in 3^o(,) nisi quod excessus non communicat cum . prima in longitudine(,) ut . 45 + . 39, . 45 + . 26, . 45 + . 24(,) et possunt omnes numeri(,)

¹⁶⁵) $a^2 = \frac{c^2}{2}$ im gleichschenkligen rechtwinkligen Dreieck.

¹⁶⁶) Es handelt sich wahrscheinlich um: $\frac{(n+1)n}{n+1} = \frac{n^2}{n}$.

¹⁶⁷) In moderner Schreibweise: $a + \sqrt{b}, \sqrt{a+b}, \sqrt{a+b}$.

a 45 exclusiue vsque ad vnitatem poni in secundo loco praeter 40 et 25(.) sunt ergo haec sex binomia sex lineae irrationales, quae non possunt vno nomine nuncupari(.) sed duobus.
8. Cuiuslibet binomij recisum patefacere(.) Ex 88 decimi patet(.) quod(.) si linea de linea abscindatur(.) fuerint potentiae ambae tantum rationales communicantes(.) reliqua erit irrationalis(.) diciturque recisum(.) Quodlibet autem binomium, vnum sibi recisum(.) vendicat(.) quorum divisiones datae sunt in 10(.) Et facilis est inuentio recisorum(.) Resecato namque minore portione de maiore(.) remanet incisum(.) ut cum dicimus $4 + .7$ est primum

fol. 383^v binomium(.) | ita dicemus hic(:) $4 - .7$ est recisum binomij primi(.)

9. De binomiorum et recisorum suorum additione(.) demptione(.) multiplicatione(.) diuisione et radicum extractione(.) quae sunt in vsu vel modicum(.) breuiter in sequentibus aliquam sum dicturus(.)

a) Si numerum per vel . per numerum multiplicare volueris(.) patet satis(.) ut .12 multiplica per 2(.) facit .48(.) Item .2 per .3 facit (.)6(.) quod enim fit ex .2 in .3 erit medium proportionale inter $2 + (= \text{et}) 3$ (.) igitur in se(.) tantum sicut 2 ducta in 3(.)

b) Similis est diuisio(:) Quando vis diuidere . per ϕ 4^{tum}, . diuide per 4^{tum} numerum(.) et exeuntis . est diuisio(.) Et e contrario numerum per (.) 4^{tum} numeri per 4^{tum} diuide(.) et exeuntis . est diuisio(.)

c) Addere . radici(.) duc vtramque . in se et iunge 4^{ta}(.) deinde duc 4^{tum} vnus in 4^{tum} alterius(.) productique . dupla(.) cui adde collectum ex duabus 4^{tis}(.) et summae prouenientis . est additio(.) ut(.) si .5 iungenda sit .2(.) duc .5 et .2 in se et coniunge 4^{ta}(.) fiunt 7(.) deinde duc 5 in 2(.) fiunt duo supplementa(.) dupla .10(.) fit .40(.) et erit totum 4^{tum} .7 + .40(.) quod est binomium primum(.)

d) Subtractio autem fit per oppositum ex 7 secundi(.) vt sic(:) coniungantur 4^{ta} radicum(.) quae serua(.) deinde duc vnum 4^{tum} in aliud et productum dupletur(.) radix duplati tollatur a seruato et . residui ostendit(.) quod quaeritur(.) Exemplum(:) Volo tollere .2 a .18(.) residuant .8(.) Praeterea tollo 2 a .8(.) residuat $12 - .128$ (.) eius radix est(.) quae queritur(.) Praeterea tollo .2 a .3(.) proueniunt $5 - .24$ (.) huius radix est(.) quae quaeritur(.)

10. Datum binomium per numerum multiplicare(:) ducatur ϕ in vtramque partem binomij per primam secundi(.) et factum est. ut volo 4 et .7 per 3 multiplicare(.) fiunt $12 + .63$ (.) Si autem ϕ per binomium vis multiplicare(.) fac(.) ut iam fecisti(.) quia omnis ϕ in se conuertitur multiplicando(.)

11. Binomium per datum binomium multiplicare(:) fac 2^m (= secundum) 4^{tum} 2^l(.) ponendo ad partem vnam numeros(.) ad aliam radices. Idem est de residuis(.) si vnum per aliud multiplicare volueris(.) nisi(.) quod aggregentis ad partem vnam addita, ad aliam diminuta(.)

12. a) Si binomium per suum recisum multiplicare vis(.) a quadrato numero deme 4^{tum} et factum est(.) ut dicendo(:) $4 - .7$ in $4 + .7$ fiunt tantum [.]9(.)

b) Binomium propositum per numerum diuidere(.) ut dicendo(:) $4 + .7$ per 2(.) exeunt $2 + .\frac{7}{4}$ (.) quod est binomium primum(.)

13. a) Binomium per eius recisum diuidere(:) Regula est(:) Quod omnis numerus medius est proportionalis inter sui multiplicationem et diuisionem(.) per eundem numerum factam(.) Nam quantum augetur per multiplicationem(.) tantum proportio diminuitur per diuisionem(.) ut(.) si b multiplicetur per d(.) facit c(.) et diuisum per d(.) facit a(.) erit eadem proportio a ad b(.) quae b ad c(.) vnde proportio medietatis ad vnum extremorum duplicata reddit proportionem extremorum(.) multiplica ergo binomium per recisum(.) et proportionem producti ad binomium duplica¹⁶⁸(.) et in eadem proportionem se habebit productum

¹⁶⁸) Es handelt sich um: $\left(\frac{(a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b})}{a + \sqrt{b}} \right)^2 = \frac{(a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b})}{a - \sqrt{b}}$ Das Wort „duplica“ bezieht sich auf den Exponenten.

ad quotientem(.) Erit binomium $4 + .7$ (.) diuidendum per $4 - .7$ (.) duc binomium per
 recisum(.) exeunt 9(.) aut quod idem est(.) a 4^{to} numeri deme 4^{tum} et remanent 9(.) et quia
 binomium est medium proportionale inter 9 et diuisionem(.) Ideo 4^{tum} eius(.) quod est
 $23 + .448$ (.) diuisum per 9(.) facit $\frac{23 + .448}{9}$, et hec est diuisio exeuntis, et est secundum de

binomijs(.) Aliter breuiter 4^{tum} binomij(:) diuide per numerum(.) quod prouenit ex ductu
 recisi in binomium(.) et factum est.

b) Recisum per suum binomium diuidere(:) 4^{tum} recisi diuide per omnem numerum(.)
 qui venit ex multiplicatione recisi in binomium(.) et factum est(.)

c) Numerum per binomium diuidere(:) Sit a numerus propositus(.) per binomium b
 diuidendus(.) cuius recisum c(.) duc b in c(.) prouenit d(.) Ergo(.) si d per b diuiditur(.) c vtique
 redibit(.) quare(.) si quis numerus multiplex ad d(.) vel pars eius(.) per b diuiditur(.) exhibit
 in quotiente multiplex c(.) Hoc est(:) si numerus(.) per b diuidendus(.) fuerit aequalis d(.)
 ipsum c proueniet(.) Si duplus(.) duplicet c(.) et si subduplus(.) subduplicet et ceterijs(.)
 ergo breuiter(:) sicut d ad a(.) ita c ad reliquum alium(.) sed prima 3 sunt nota(.) et d et a
 sunt rationales(.) et numeri ergo patet 4^{tum}(.) ut diuidendo 18 per $4 + .7$ (.) fiunt $8 - .28$ (.)
 numerus(.) ex ductu recisi in binomium proueniens(.) erit primus terminus(.) diuidendus
 2^{us}(.) recisum 3^(us)(.)

fol. 384^r d) Numerum per recisum diuidere(.) ut 18 per $4 - .7$ (.) numerus(.) ex multiplicatione
 recisi in binomium proueniens(.) ut 9(.) est primus terminus(.) [.] 18 2^{us}(.) binomium scilicet
 $4 + .7$ 3^{us}(.) et prouenit $8 + .28$ ¹⁶⁹(.)

¹⁶⁹) Hier wird abgebrochen, da im folgenden viele Fehler auftreten.

SACHVERZEICHNIS

- Abteilungszeichen 118
- Acker 150
- Algebra, algebraisch 115–117, 119, 121, 127, 133, 158, 164
- Algebra Alchwarazmis 116, 158–161
- Algebra deutsch 115, 117
- Algebra et almucabala 161
- Algebrabuch deutsch gedruckt 115, 117f., 165, 173
- Algorithmus 117, 164, 167
- Algorithmus de additis et diminutis 172
 - de aliquibus speciebus cubicorum 173–175
 - de aliquibus speciebus 4^{torum} de 4^{tis} 173, 175
 - de integris 127, 130–133
 - de numeris datis 116, 118f., 125, 161–164
 - de surdis 117, 127, 166–172
 - de surdis quadratorum 121
 - demonstratus 124
 - fractionum 127, 133–136
 - proportionum 126
 - quadratorum a quadratis 126, 164f.
 - quadratorum de quadratis 122
 - radicum cubicarum 121
 - radicum surdarum cubicarum 126
 - radicum surdarum quadratorum de quadrat is 126
 - surdarum radicum quadratarum 126
- Almagest 122, 124f.
- Arithmetische Folgen s. Folgen
- Ars binomialis 116, 127, 164, 176
- Astronomie 121f., 124–127
- Audibilis 116, 165, 170f.
- Bezeichnung s. Symbol
- Bibliothek Fugger 117
 - Regensburg 119
 - Wien 115, 117, 124
- Binomium 116, 164f., 172, 176–179
- Blei 159
- Bruchstrich 118
- Buchstaben für Unbekannte 161–164
 - – Zahlen 166–169, 176–178
 - in der Geometrie 158–161, 176f.
- Bücherverzeichnis 122
- Bürger 149
- Charakter als Potenzbezeichnung 128
- Cossa, chosse = Unbekannte 117, 163f.
- Cossist s. Deutscher Cossist
- Denarius 119, 128
- Denominator vel comes 126
- Deutsch gedruckte Algebra- bzw. Rechenbücher 115, 117f., 165, 173
- Deutsche Algebra 115
- Deutsche Coss 117
- Deutscher Cossist 117
- Deutsches x 119, 150
- Divisionstafel der Potenzen der Unbekannten 133
- Doliometrie 121
- Doppellösung der quadratischen Gleichung 138, 155, 158, 160–163
- Dragma 119, 128
- Dreieck, Dreieckslehre 124, 127, 177
- Dreisatz = Regula de tri 127, 136f., 141f., 145f., 148, 156
- Echtring 118, 156, 158
- Eimer 118
- Fachwörter 118
- Factor 144f.
- Flächenmaß 119, 151
- Folgen arithm. und geom. 117, 119, 128
- Fugger-Bibliothek s. Bibliothek
- Funktion 127, 133
- Fuß 148f., 153
- Fußknecht 119, 149
- Geographie 124–126
- Geometrie, geometrisch 116, 123–126
- Geometrie in der Algebra 116, 125, 148, 150, 153, 157–161
- Geometrisch-astronomische Abhandlung 124
- Geometrische Folgen s. Folgen
- Geometrische Irrationalität s. Irrationalität
- Geselle, Gesellschaftsrechnung 145, 153
- Gewand 139
- Gewinn 139, 143–146, 153f.
- Gewinnrechnung 143–146, 153f.
- Gewinns Gewinn 146, 154
- Gleichheitszeichen 116, 161–164
- Gleichungen lineare 119, 127, 136f., 139–149, 155f., 158f., 161, 163
 - quadratische 125, 127, 137f., 149f., 152–154, 158–164
 - kubische 117, 137, 151–153, 157
 - 4. Grades 137f., 152–154, 157, 164
 - mit Wurzeln s. Wurzelgleichungen
- Gleichungsformen 127, 156, 161
- Gleichungsregeln 127, 136–139, 149, 151–155, 157–159
- Gleichungssystem s. Lineares Gleichungssystem
- Gnomon 123
- Graben 148
- Groschen 119, 146, 150
- Großschreibung 118

- Haken als Potenzzeichen 116, 161–164
 Haken als Wurzelzeichen s. Wurzelhaken
 Handel 144, 151
 Handschriften 115–118, 122
 Handschriften s. Kapitel: Aufgeführte Handschriften
 Hauptgut 143–148
 Hauptsumme 146, 154
 Heilmittel 125
 Hochgestellte Symbole s. Symbole hochgestellt
 Hochzahlrechnung 127
 Ingwer 143, 145
 Inhaltsverzeichnis 121 f.
 Inkommensurabel 116
 Instrumente für Astronomie 122, 124
 — — Geographie 124
 Interpunktion 118, 165
 Irrationalität, irrational 116 f., 125, 164 f., 167, 176, 178
 Jahrmarkt 143
 Jahrzeit 149
 Jakobsstab 122
 Jungfrau 147
 Kaufmann 139 f., 142, 144, 151
 Kaufmannsbeispiele 117, 139–141, 143–147
 Klammern 118, 134, 165
 Kleinschreibung 118
 Kommensurabilität, kommensurabel 164, 176
 Kubische Gleichung s. Gleichungen
 Kürzungen 118
 Latein, lateinisch 115, 117, 119
 Lateinische Algebra 125, 155
 Lateinisches x 119
 Linea concava 118, 149 f.
 Lineare Gleichung s. Gleichungen
 Lineares Gleichungssystem 119, 158 f.
 Magische Quadrate 125
 Maltesier 158
 Mathematiker, mathematisch 116 f., 165
 Methode, Methodik 116 f., 119, 127, 165
 Minuszeichen 117, 125, 128, 130, 132, 134, 139, 141 f., 144, 149, 156, 161, 172
 Mischungsrechnung 141, 143, 156
 Monas = Einheit 128, 131, 133
 Multiplikationstafel der Potenzen der Unbekannten 131, 135
 Münzrechnungen 140, 146, 148 f.
 Muttersprache 117
 Negative Zahlen 117, 132, 139, 141 f., 144, 149, 165, 171
 Nelken 143
 Null 139
 Numerus 119, 128
 Numerus vel dux 126
 Parabel 126
 Pfeffer 139 f., 142 f., 145
 Pferd 149
 Planisphärium 124
 Pluszeichen 117, 125, 128, 130, 132, 134, 139, 141 f., 144, 149, 156, 161, 165, 168, 171
 Polynom s. Funktion
 Potenzbezeichnung, -darstellung, -schreibweise 117, 119, 125, 161
 Potenzen der Unbekannten 116 f., 119, 125–131, 133, 158 f., 161–164
 Potenzschema 126
 Probe 130–132, 134–136, 139, 142, 148, 150, 152, 156, 159
 Proportion 125 f.
 Punkt als Längeneinheit 157
 Punkte als Wurzelzeichen 116–118, 126 f., 154 f., 157, 165–179
 Punkte bei Zahlen 118, 136, 139 f., 149
 Pythagoräischer Lehrsatz 123, 177
 Quadrant 148
 Quadratelle 119
 Quadratische Gleichung s. Gleichungen
 Radix = Unbekannte 117, 128 f., 149
 Radix = Wurzel 166–175
 Rational 116, 164 f., 167 f., 170–172, 176, 178 f.
 Rätsel 125
 Rechenanweisungen, -aufgaben 122, 125, 127, 136
 Rechen- bzw. Algebrabuch gedruckt 115–118, 165, 173
 Rechenfehler 118, 127, 161
 Rechenoperationen 127
 Rechenschaft 151
 Rechenvorschrift 116, 155, 164
 Recisum 172, 178 f.
 Regeln zum Lösen von Gleichungen s. Gleichungsregeln
 Regula plurima 148
 Regulae Cosae uel Algobrae 115, 118, 121, 127 f.
 Reihenfolge der Rechenoperationen 127, 133–135
 Res = Unbekannte 117, 119, 129
 Residuum 116, 164, 176
 Rezept 125 f.
 Rhetorische Algebra 116
 Ring am Finger 121
 Sack Geld 146
 Safran 140, 142
 Satzzeichen 118, 165
 Schlußrechnung s. Dreisatz
 Sechzigerbrüche 125
 Seidel 118
 Senkrechter Strich als Gleichheitszeichen s. Gleichheitszeichen
 Silber 143
 Sinustafel s. Tabellen
 Spacium 148
 Station 148
 Surdus, surdisch 116, 155, 165, 167 f., 170–172, 174, 176
 Symbol, Symbolik, symbolisch 116 f., 119, 126, 128, 133, 150, 158, 161, 165
 Symbole für Einheit, Unbekannte und ihre Potenzen 116 f., 119, 125, 128–131, 133, 158 f., 161–164
 — — Gleichheitszeichen 116, 161–164
 — — Minus 141, 161

- — Plus 165, 171
- — Wurzeln 116f., 126f., 154f., 165—177
- — Zentner 158f.
- Symbole hochgestellt 116, 119, 125, 158f., 161—164
- Tabellen 121, 123—125, 129, 131, 133
- Tageslänge 147f.
- Technische Ausdrücke 115
- Tinte 125, 127
- Trabant 119, 149
- Trigonometrie 122—125
- Tuch 139—141, 144, 149
- Turm 148
- Überschriften 118
- Uhr 148
- Unbekannte s. Symbole für Einheit, Unbekannte und ihre Potenzen
- Verkappte Dezimalschreibweise 117
- Verlust 158
- Verlustrechnung 147, 158
- Verteilungsaufgaben 139—143, 145, 149, 151
- Virdung 119
- Vorlesungsankündigung über Geographie 125
- Vorzeichen, Vorzeichenregeln 117, 127f., 130, 132, 134, 139, 141f., 144, 149, 156, 165, 171
- Ware 147
- Wein 141, 156
- Wirt 141
- Wucher 148
- Wurzelbegriff 116
- Wurzelgleichungen 154f.
- Wurzelhaken 116f., 119, 125f., 165, 168—172
- Wurzeln 116f., 155, 162, 164—175
 - Quadratwurzeln 116f., 126, 165—174
 - Kubikwurzeln 116f., 126f., 165, 167, 173—175
 - 4. Wurzeln 116f., 126f., 165, 167—171, 173, 175
 - höhere 126
- Wurzelpunkte s. Punkte als Wurzelzeichen
- Wurzelrechnungen 116, 127, 165—175
- Wurzelschreibweise, -zeichen 116—118, 125—127, 165
- Wurzelsymbole s. Symbole für Wurzeln
- Wurzelziehen 117
- X als Unbekannte 119
- Zahl s. audibilis, irrational, negativ, rational, surdus
- Zahlbeispiele 139, 141, 144—155, 159
- Zeichensprache 118
- Zeiger der Uhr 147
- Ziffernformen alt 127, 165
 - neu 118, 123f.
- Zimt 140, 142
- Zinn 158f.
- Zins, Zinseszins 148, 154
- Zwei Unbekannte 141, 158f.

PERSONEN-, ORTS-, LÄNDERNAMEN

- Albertus Magnus 124
- Alchwarazmi 116, 158, 161
- Alemannen 126
- Alphraganus 124
- Antorff 144
- Araber, arabisch 116f., 165, 171, 176
- Archimedes 122f., 125
- Avignon 122
- Birckhaimer 125
- Blanchinus = Bianchini 125
- Boetius 124, 128
- Bradwardinus 126
- Curtze 115, 124—126, 161
- St. Emmeram 115
- Euklid 116, 124, 141, 176—178
- Frankfurt 140
- Georg von Peurbach 125
- Gerhardt 115, 119, 156
- Germanen 126
- Gotzmann 124
- Griechen, griechisch 116f., 164
- Hamann 119
- Hebräisch 122
- Heilbronn 125
- Hlawka 119
- Hochstetter 126
- Ingolstadt 115f., 125, 158, 161
- Italien, Italiener, italienisch 116f.
- Johann Abbas S. Pauli Laurentinensi 126
- Johannes von Gmunden 123
- Johannes von Sacrobosco 127
- Jordanus Nemorarius 116, 124f., 161
- Kaunzner 122, 126, 160
- Knaussle 161
- Krakau 144
- Leipzig 115f.
- Leo de Balneolis = Levi ben Gerson 122
- Leonardo von Pisa 116, 161
- Mazal 119
- Mileus 124, 127
- Nürnberg 143
- Oresme 125f.
- Österreichisch 146
- Ptolemaios 122—124
- Raitzenberger 126

Regensburg 115	Trapezunt 122
Regiomontan 119, 122, 125, 129	Tropfke 119, 128
Rosen 116, 158	
Rudolff 115—118, 127f., 139, 143f., 154, 165, 173	Villach 158
Schreyber 115—118, 127, 130—132, 143—145, 147f., 150, 165	Vogel 118
Spanien, Spanier 117, 165	Vögelin 118, 125f.
Steinschneider 122	
Stifel 115, 119, 165	Wappler 117, 124f., 155, 161
Stirtznprigl 115	Widmann 128
Süddeutsch 116	Wien 115, 117—119, 149, 158
	Wiener Handschriftenkatalog 124

AUFGEFÜHRTE HANDSCHRIFTEN

DRESDEN, Sächs. Landesbibliothek

1. C 80 115—117, 121f., 125—128, 155, 165
2. C 80^m 121f., 126f., 165

LEIPZIG, UB

Kodex 1470 165

MÜNCHEN, Bayer. Staatsbibliothek

1. Cgm 4142 115
2. Clm 14504 115
3. Clm 14908 115, 119
4. Clm 19691 115, 118, 128, 132f., 135—139, 143f., 146f., 149—151, 155

NÜRNBERG, Stadtbibliothek

Kodex Cent 5 app 56^e 129

WIEN, Österr. Nationalbibliothek

1. Kodex 5072 122
2. Kodex 5277 115—119, 121f., 127, 165, 173

INHALTSVERZEICHNIS

Inhaltsangabe von Cod. Vind. Pal. 5277	121
A. Regulae Cosae uel Algobrae	127
B. 2 lineare Aufgaben und die 3 Beispiele ALCHWARAZMIS vom Grad 2	158
C. Kommentar zu „De numeris datis“	161
D. Algorithmus Quadratorum a quadratis	164
E. Algorithmus de Surdis	165
F. Wurzelalgorithmen vom Grad 3 und 4	173
G. Ars binomialis	176
Register	180
Faksimileabdruck von fol. 379 ^r —382 ^r	. nach 184

1. *Pyrophorus de Gündis* 2. *quæ radices sunt pæne*
matricariae 3. *Pl. abbe. res. dicitur* 4. *et puffer* 5. *hæpse* 6. *et* 7. *et* 8. *et* 9. *et* 10. *et* 11. *et* 12. *et* 13. *et* 14. *et* 15. *et* 16. *et* 17. *et* 18. *et* 19. *et* 20. *et* 21. *et* 22. *et* 23. *et* 24. *et* 25. *et* 26. *et* 27. *et* 28. *et* 29. *et* 30. *et* 31. *et* 32. *et* 33. *et* 34. *et* 35. *et* 36. *et* 37. *et* 38. *et* 39. *et* 40. *et* 41. *et* 42. *et* 43. *et* 44. *et* 45. *et* 46. *et* 47. *et* 48. *et* 49. *et* 50. *et* 51. *et* 52. *et* 53. *et* 54. *et* 55. *et* 56. *et* 57. *et* 58. *et* 59. *et* 60. *et* 61. *et* 62. *et* 63. *et* 64. *et* 65. *et* 66. *et* 67. *et* 68. *et* 69. *et* 70. *et* 71. *et* 72. *et* 73. *et* 74. *et* 75. *et* 76. *et* 77. *et* 78. *et* 79. *et* 80. *et* 81. *et* 82. *et* 83. *et* 84. *et* 85. *et* 86. *et* 87. *et* 88. *et* 89. *et* 90. *et* 91. *et* 92. *et* 93. *et* 94. *et* 95. *et* 96. *et* 97. *et* 98. *et* 99. *et* 100. *et* 101. *et* 102. *et* 103. *et* 104. *et* 105. *et* 106. *et* 107. *et* 108. *et* 109. *et* 110. *et* 111. *et* 112. *et* 113. *et* 114. *et* 115. *et* 116. *et* 117. *et* 118. *et* 119. *et* 120. *et* 121. *et* 122. *et* 123. *et* 124. *et* 125. *et* 126. *et* 127. *et* 128. *et* 129. *et* 130. *et* 131. *et* 132. *et* 133. *et* 134. *et* 135. *et* 136. *et* 137. *et* 138. *et* 139. *et* 140. *et* 141. *et* 142. *et* 143. *et* 144. *et* 145. *et* 146. *et* 147. *et* 148. *et* 149. *et* 150. *et* 151. *et* 152. *et* 153. *et* 154. *et* 155. *et* 156. *et* 157. *et* 158. *et* 159. *et* 160. *et* 161. *et* 162. *et* 163. *et* 164. *et* 165. *et* 166. *et* 167. *et* 168. *et* 169. *et* 170. *et* 171. *et* 172. *et* 173. *et* 174. *et* 175. *et* 176. *et* 177. *et* 178. *et* 179. *et* 180. *et* 181. *et* 182. *et* 183. *et* 184. *et* 185. *et* 186. *et* 187. *et* 188. *et* 189. *et* 190. *et* 191. *et* 192. *et* 193. *et* 194. *et* 195. *et* 196. *et* 197. *et* 198. *et* 199. *et* 200. *et* 201. *et* 202. *et* 203. *et* 204. *et* 205. *et* 206. *et* 207. *et* 208. *et* 209. *et* 210. *et* 211. *et* 212. *et* 213. *et* 214. *et* 215. *et* 216. *et* 217. *et* 218. *et* 219. *et* 220. *et* 221. *et* 222. *et* 223. *et* 224. *et* 225. *et* 226. *et* 227. *et* 228. *et* 229. *et* 230. *et* 231. *et* 232. *et* 233. *et* 234. *et* 235. *et* 236. *et* 237. *et* 238. *et* 239. *et* 240. *et* 241. *et* 242. *et* 243. *et* 244. *et* 245. *et* 246. *et* 247. *et* 248. *et* 249. *et* 250. *et* 251. *et* 252. *et* 253. *et* 254. *et* 255. *et* 256. *et* 257. *et* 258. *et* 259. *et* 260. *et* 261. *et* 262. *et* 263. *et* 264. *et* 265. *et* 266. *et* 267. *et* 268. *et* 269. *et* 270. *et* 271. *et* 272. *et* 273. *et* 274. *et* 275. *et* 276. *et* 277. *et* 278. *et* 279. *et* 280. *et* 281. *et* 282. *et* 283. *et* 284. *et* 285. *et* 286. *et* 287. *et* 288. *et* 289. *et* 290. *et* 291. *et* 292. *et* 293. *et* 294. *et* 295. *et* 296. *et* 297. *et* 298. *et* 299. *et* 300. *et* 301. *et* 302. *et* 303. *et* 304. *et* 305. *et* 306. *et* 307. *et* 308. *et* 309. *et* 310. *et* 311. *et* 312. *et* 313. *et* 314. *et* 315. *et* 316. *et* 317. *et* 318. *et* 319. *et* 320. *et* 321. *et* 322. *et* 323. *et* 324. *et* 325. *et* 326. *et* 327. *et* 328. *et* 329. *et* 330. *et* 331. *et* 332. *et* 333. *et* 334. *et* 335. *et* 336. *et* 337. *et* 338. *et* 339. *et* 340. *et* 341. *et* 342. *et* 343. *et* 344. *et* 345. *et* 346. *et* 347. *et*

[illegible]

Deposito em nome de A
by C. 15

[Faint handwritten notes, possibly bleed-through from the reverse side of the page.]

29 15
8 10, 95

[The page contains dense handwritten Arabic script, likely a manuscript or ledger entry, covering most of the page area.]

Herinfestigung Phobie entsteht in Melien

ad pociąg 100 i 120 km

Crag Point of Hill Pt. is an enormous plain 1000 ft. high. The top of the plain is a level surface, at least 100 ft. wide, to be seen from
 opposite heights, even when the wind is blowing. The plain is a level surface, at least 100 ft. wide, to be seen from
 The plain is a level surface, at least 100 ft. wide, to be seen from
 The plain is a level surface, at least 100 ft. wide, to be seen from

Ch 9 amended

[illegible]

6/1/19

Per q. di geometria qua sotto ha a 5^a prova due lettere bianche m m e 5 quando si preme la lettera m m si indicano tre possibilità 2 3 4

13-1-2 Add condim 2000

I have been very fortunate in always finding a good opportunity to visit the United States. I have been very fortunate in always finding a good opportunity to visit the United States. I have been very fortunate in always finding a good opportunity to visit the United States.

at 2.00 p.m.

Geometrie

[illegible]

1000

[illegible]

1. I have a very good idea of the
 2. I have a very good idea of the
 3. I have a very good idea of the
 4. I have a very good idea of the
 5. I have a very good idea of the
 6. I have a very good idea of the
 7. I have a very good idea of the
 8. I have a very good idea of the
 9. I have a very good idea of the
 10. I have a very good idea of the

De aliquibus speciebus rubiginum, De additac

ॐ नमो भगवते वासुदेवाय
 श्री कृष्णाय नमः
 द्वादशस्कन्धे
 अष्टादशोऽध्यायः
 ॥ १ ॥

ISBN 3-211-86413-X Springer-Verlag Wien—New York
ISBN 0-387-86413-X Springer-Verlag New York—Wien

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Denkschriften der Akademie der Wissenschaften.Math.Natw.Kl.](#)
[Frueher: Denkschr.der Kaiserlichen Akad. der Wissenschaften. Fortgesetzt:](#)
[Denkschr.oest.Akad.Wiss.Mathem.Naturw.Klasse.](#)

Jahr/Year: 1972

Band/Volume: [116_4](#)

Autor(en)/Author(s): Kaunzner Wolfgang

Artikel/Article: [Über einige Algebräische Abschnitte aus der Wiener Handschrift Nr. 5277. 115-187](#)