ÜBER GENAUE UND INVARIABLE

COPIEN DES KILOGRAMMES

UND DES

MÈTRE PROTOTYPE DER ARCHIVE ZU PARIS

WELCHE IN ÖSTERREICH BEI EINFÜHRUNG DES METRISCHEN MAASS- UND GEWICHTSSYSTEMS ALS NORMALEINHEITEN DIENEN SOLLEN

UND ÜBER

DIE MITTEL ZU IHRER VERVIELFÄLTIGUNG.

VON

C. A. STEINHEIL.

(Mit 1 Tafel und [illegible] Holzschnitten.)

VORGELEGT IN DER SITZUNG DER MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE AM 12. FEBRUAR 1867.

Der Meter und sein Comparator.

Die Copie des *Mètre prototype* der Archive zu Paris, bestehend in dem Glasstabe G_{II} wurde von Repsold in Hamburg ausgeführt. Der Stab ist aus demselben Spiegelglase mit G_I und wurde im Mai 1837 in meiner Gegenwart und unter meiner Leitung durch den damaligen Observator der kais. Sternwarte zu Pulkowa, Herrn Uno Pohrt, der mich als Assistent nach Paris begleitete, mit dem Platina-Meter der Archive verglichen. Auch sind noch einige Vergleichungen zwischen den Glasmetern G_I (der in den Besitz der damaligen neapolitanischen Regierung übergegangen ist) und G_{II} vorgenommen, so dass sein Werth auf doppelte Weise abgeleitet und dadurch controlirt werden kann. Dieser Glasmeter G_{II} ist es, welcher an die österreichische Regierung übergeht.

Meine Abhandlung „Copie des Mètre der Archive", die in den Abhandlungen der mathematisch-physikalischen Classe der k. bayerischen Akademie der Wissenschaften IV. Bd., 1. Abth., (in der Reihe der Denkschriften XIX. Bd., S. 163—280) aufgenommen ist, enthält alle nöthigen Aufschlüsse über den Platinmeter, die Glasmeter, den Comparator, die Anordnung der Vergleichungen und die Reduction der Beobachtungen. Eben so ist die Vergleichung der Thermometer, dann die Bestimmung des Werthes der Niveau- und Mikrometer-Theile in Millimetern und die Ausdehnung des Glases darin gegeben. Diese Mittheilungen beziehen sich zwar direct auf die Vergleichung des Glasstabes G_I, sie gelten aber auch mit Ausnahme der Vergleichungen selbst, die wir hier folgen lassen, für den Glasstab G_{II}, da dieser mit demselben Apparate, denselben Thermometern unter denselben Verhältnissen vom selben Beobachter verglichen wurde.

Indem wir uns daher auf die angeführte Abhandlung beziehen, nehmen wir hier nur auf, was zum Verständniss der Vergleichung des Glasmeter G_{II} erforderlich scheint.

Glasmeter G_{II} und Platina-Meter P liegen auf einer horizontalen Spiegelglasplatte neben einander. Neben jedem Meter ein Thermometer. Mit dem Spiegelglase können sie in der Horizontalebene senkrecht auf die Axe des Meters verstellt werden; dabei kommt abwechselnd bald der Platinmeter P, bald der Glasmeter G_{II} zwischen die Berührungscylinder des Comparators, die auf Niveaux wirken und diese verstellen.

Die Niveaux werden beide von der Mitte aus an beiden Enden der Luftblase abgelesen. Die Zahlen der Ablesung wachsen mit der Länge des Stabes.

Es ist für den

$$\begin{array}{lcc} & \multicolumn{2}{c}{\text{Niveau}} \\ & \text{links} & \text{rechts} \\ \text{Platinmeter } P: & n = \frac{a+a'}{2}\ ; & n' = \frac{b+b'}{2} \\ \text{Glasmeter } G_{II}: & N = \frac{A+A'}{2}\ ; & N' = \frac{B+B'}{2} \end{array}$$

Da ein Niveautheil

$$\left.\begin{array}{l}\text{des Niveau links} = 1{\cdot}655 \\ \text{„ \quad „ \quad rechts} = 1{\cdot}0507\end{array}\right\} \text{Trommeltheile}$$

des Mikrometers misst, so drückt man den Längenunterschied zwischen Platin- und Glasmeter aus in Mikrometer-Trommeltheilen durch die Gleichung

$$P - G_{II} = \left(\frac{a+a'}{2} - \frac{A+A'}{2}\right) 1{\cdot}655 + \left(\frac{b+b'}{2} - \frac{B+B'}{2}\right) 1{\cdot}051. \qquad \text{(I)}$$

Wird dann dieser Werth durch die Anzahl q der Trommeltheile, die auf einen Millimeter gehen, dividirt, d. i. durch

$$q = 2226{\cdot}0$$

so ergibt sich die Längendifferenz in Millimetern.

Zu bemerken ist noch, dass jedes Niveau dreimal an beiden Enden der Blase abgelesen wurde, dass also die Zahlen $a\ a'$, $A\ A'$, $b\ b'$, $B\ B'$ schon das Mittel aus je drei Aufzeichnungen sind. Um aber vollständige Einsicht in die Originalbeobachtungen zu geben, lassen wir hier eine directe Abschrift derselben nebst den vorausgehenden Bemerkungen des Herrn Pohrt über die Umstände, unter welchen er verglich, folgen.

U. Pohrt sagt:

„Beschreibung der Art des Gebrauches des Repsold'schen Comparators zur Vergleichung des Normalmeters der Archive mit Glasmetern.

Die Vergleichung wurde im kais. Archiv in dem Saale, in welchem der *Trésor des Chartes* aufbewahrt wird, gemacht. Am WNW-Fenster dieses Saales stand der Apparat auf einem soliden Tische, der zwischen die Fenstermauern gekeilt war.

Der Comparator ist auf die hohe Kante einer 3″ dicken und 6″ breiten eichenen Planke geschraubt. Die verticale Verschiebung des Fühlniveau's wird nicht gebraucht. Die Vergleichung geschieht durch eine horizontale Verschiebung der Maasse.

Auf der eichenen Planke zwischen beiden Theilen des Comparators ist mit Nägeln ein Kästchen von Tannenholz befestigt (96 Centim. lang, 9″ breit und 5″ hoch). Das Kästchen ist unten offen, damit die Luft die äussere Temperatur annehmen kann.

Die Dicke der Bretter, aus denen das Kästchen zusammengesetzt ist, ist 1''. Auf diesem Kästchen liegt eine Glasplatte (98 Centim. lang, 10 Centim. breit und 3'''5 dick). Sie ist durch zwei Keile von Messing horizontal gestellt. Beide Maasse liegen auf einer zweiten Glasplatte, die dieselbe Länge und Dicke als die erste hat, aber nur einige Linien breiter ist als beide Maasse. Zwischen beiden Glasplatten sind Schrote mit einem Durchmesser von 0'''4.

Das Platinmeter liegt, damit es sich gehörig ausdehnen kann, und damit es mit dem Glasmeter gleich hoch ist, wieder auf Schroten; damit die Schrote das Platina nicht zerkratzen, ist zwischen dem Meter und die Schrote Papier gelegt.

Auf die kleinen stählernen Cylinder der Fühlniveaux sind an den Enden, mit denen sie die Maasse berühren, kleine Halbkugeln von Elfenbein gekittet. Weil diese Halbkugeln etwas excentrisch aufgekittet sind, so wird darauf geachtet, dass die Cylinder nicht gedreht werden.

Auf die grosse Glastafel sind 4 kleine Stückchen Glas mit Siegellack gekittet. Gegen zwei dieser Stückchen Glas wird die kleinere Glastafel geschoben, wenn der Glasmeter gemessen wird, und gegen die zwei gegenüber stehenden, wenn das Platinmeter gemessen wird. Messingene Keile sind noch vor die vier kleinen Glasstückchen geschoben. Damit die beiden Maasse sich nicht auf der kleinen Glasplatte verschieben können, so sind auch auf diese zwei Stückchen Glas gekittet, an welche das Meter von Platina anliegt, und bei jeder Vergleichung wird darauf geachtet, dass das Glasmeter das Platinmeter berührt, und dass das Platinmeter an dem Glasstückchen anliegt.

Beide Meter sind mit Papier gedeckt, um den schädlichen Einfluss der Wärme des Beobachters zu vermeiden. Die Niveaux werden von der Mitte des Apparates aus abgelesen.

Am 19. Mai 1837.

Vergleichung des Glasmeter G_{II} mit dem Platinameter P der Archive:

Zeit	*NL*		*NR*		t° *f P*	t° *f* G_{II}	
1h 10'	20·8	6·8	8·7	23·4			
15	20·4	6·4	8·7	23·4	9·7	10·2	G_{II}
20	20·2	6·2	8·7	23·5			
1 30	20·0	6·0	11·3	26·3			
35	19·3	5·4	12·2	27·0	9·7	10·3	P
40	19·2	5·2	12·3	27·1			

Zeit	*NL*		*NR*		t° *f P*	t° *f* G_{II}	
1h 50'	18·7	4·8	11·0	25·8			
55	18·7	4·8	11·1	26·0	9·7	10·3	G_{II}
60	18·1	4·2	12·0	26·9			
2 10	20·5	6·7	11·2	26·0			
15	20·4	6·4	11·3	26·1	9·7	10·3	P
20	20·1	6·3	11·1	26·3			

Am 20. Mai 1837.

					t° G_{II}	t° *P*	
10h 30'	19·3	5·3	10·2	25·0			
35	19·3	5·3	10·4	25·2	9·4	9·9	G_{II}
40	19·3	5·3	10·4	25·3			
10 50	28·8	13·9	10·0	25·0	9·4	9·9	
55	27·6	13·5	10·5	25·1	9·4	10·0	P
60	27·5	13·1	10·7	25·6	9·1	10·0	
11 10	23·0	9·0	10·3	25·2			
15	23·0	9·0	10·3	25·2	9·4	10·0	G_{II}
20	22·8	8·8	10·4	25·3			
			Schlitten verstellt.				
11 30	21·5	7·5	9·8	21·7			
35	21·5	7·5	9·9	21·8	9·5	10·0	P
40	21·4	7·3	9·8	21·8			

					t° G_{II}	t° *P*	
11h 50'	21·1	7·1	2·4	17·3			
55	21·1	7·3	2·9	17·7	9·6	10·1	G_{II}
60	21·6	7·5	2·8	17·6			
12 10	22·9	9·0	7·4	22·2			
15	21·0	10·1	6·7	21·6	9·6	10·1	P
20	26·5	12·7	3·6	18·4			
12 30	23·0	9·0	1·0	16·0			
35	22·6	8·7	2·0	17·2	9·7	10·2	G_{II}
40	19·9	5·9	6·3	21·1			
12 50	18·6	4·7	13·7	28·5			
55	21·3	7·4	11·0	25·9	9·7	10·3	P
60	21·2	7·3	11·0	25·9			

Alle Vergleichungen geben den G_{II} bis jetzt zu klein an, weil der kleine Cylinder des Fühlerniveau's 0‴2 über die Mitte anlag.

Zeit	Niveaux Links		Rechts		Temp. $t^2 G_{II}$	$t^3 P$	
1ʰ 15′	18·0	4·0	8·7	23·3			
20	18·5	4·6	8·5	23·2	9·7	10·3	G_{II}
25	19·1	5·5	7·9	22·7			
1 45	21·4	7·4	7·4	22·1	9·9	10·1	
50	21·8	7·9	7·3	22·0	9·9	10·45	P
55	22·1	8·0	7·2	22·0	10·0	10·5	
2 5	22·5	8·7	3·7	18·1	10·0	10·5	
10	25·8	12·0	0·8	15·5	10·0	10·6	G_{II}
15	24·0	10·0	3·2	18·0	10·0	10·6	
2 25	27·7	13·8	3·0	18·0	10·1	10·6	
30	21·1	10·2	8·7	23·1	10·1	10·7	P
35	25·8	12·0	8·2	23·0	10·1	10·7	

Zeit	NL		NR		$t^2 Gn$	$t^3 PM$	
2 45	23·8	9·9	7·5	22·2	10·1	10·7	
50	21·0	7·3	11·7	26·3	10·2	10·8	G_{II}
55	26·7	12·8	1·7	19·3	10·2	10·8	
3 5	25·7	11·9	12·6	27·3	10·3	10·9	
10	26·1	12·3	12·2	27·0	10·3	11·0	P
15	26·0	12·0	12·7	27·5	10·4	11·0	
3 25	25·5	11·6	9·4	21·0			
30	23·6	9·7	12·6	27·3	10·4	11·0	G_{II}
35	24·0	10·0	12·7	27·3			

Am 21. Mai 1837.

Vergleichung der beiden Glasmeter I und II. Beide Glasstäbe liegen auf der kleinen Glasplatte, die nicht mehr gegen feste Punkte geschoben wird. Bei jeder Einstellung werden die Stäbe neu in die Mitte gestellt.

Zeit	NL		NR		$t^3 fG_I$	$t^2 fG_{II}$	
10ʰ 35′	15·6	1·7	2·7	17·5			
10	15·1	1·4	2·7	17·1	10·0	10·1	G_{II}
45	16·1	2·1	1·1	15·9			
10 50	27·7	13·7	12·7	27·3			
bis	28·0	13·9	12·8	27·5	10·0	10·5	G_I
55	27·8	13·8	12·8	27·6			
11 5	15·5	1·6	2·5	17·3			
bis	15·6	1·7	2·1	17·2	10·0	10·5	G_{II}
10	15·9	1·9	2·7	17·1			
11 20	27·3	13·4	14·5	27·3			
bis	27·3	13·3	14·5	29·3	10·1	10·6	G_I
25	28·3	11·3	13·3	28·0			

Zeit	NL		NR		$t^2 fG_I$	$t^3 fG_{II}$	
11ʰ 35′	16·6	2·8	2·3	17·1			
bis	16·0	2·1	3·4	18·1	10·1	10·6	G_{II}
40	16·2	2·3	3·7	18·4			
11 50	28·3	11·3	13·7	28·1			
bis	28·3	14·3	14·0	28·8	10·1	10·6	G_I
55	28·2	11·2	11·3	29·0			
	Der Schlitten verstellt.						
12 10	26·8	12·7	11·3	29·1			
bis	26·7	12·7	14·7	29·1	10·1	10·6	G_I
45	26·9	12·9	14·7	29·4			
1 0	16·1	2·0	1·3	19·0			
bis	16·5	2·7	1·4	19·1	10·1	10·65	G_{II}
5	16·2	2·2	4·7	19·3			

Vergleichung des Glasmeters II. Die kleine Glasplatte wird nicht gegen feste Stücke geschoben, die Maasse werden jedesmal neu in die Mitte eingestellt.

Zeit	NL		NR		$t^2 G_{II}$	$t^3 P$	
	20·8	6·9	6·1	20·8			
1ʰ 10′	20·9	6·9	6·2	21·0	10·7	10·1	G_{II}
	18·6	4·7	9·1	21·0			
	22·8	8·9	9·1	21·1			
1 50	23·0	9·0	9·3	21·1	10·7	10·1	P
	22·9	8·9	9·1	21·1			
					$t^3 G_{II}$ [1])	$t^2 P$	
	21·9	8·0	6·2	20·8			
2 0	21·7	7·8	6·8	21·5	10·2	10·7	G_{II}
	21·7	7·8	7·0	21·7			

Zeit	NL		NR		$t^2 G_{II}$	$t^3 P$	
	20·9	6·9	13·3	28·1			
2ʰ 10′	20·3	6·3	14·3	19·1	10·3	10·75	P
	23·3	9·3	10·6	25·3			
	20·0	5·0	10·7	25·4			
2 25	18·3	4·4	12·0	25·0	10·3	10·7	G_{II}
	18·1	4·2	12·3	25·1			
	21·6	7·7	12·1	27·0			
2 38	22·3	8·3	10·8	25·6	10·3	10·7	P
	20·5	6·5	13·6	28·3			

[1]) Hier beginnt im Tagebuch eine neue Seite. Die Columne t^3 für den P ist corrigirt in t^2 für P, die Columne $t^2 fG_{II}$ ist corrigirt in t^3. Aber keine Bemerkung sagt, dass die Thermometer gewechselt wurden. Es bleibt daher zweifelhaft, welchem Stabe t^3 angehört

Zeit	NL		NR		$t^\circ G_{II}$	$t^\circ P$	
	21·0	7·0	7·2	22·0			
2ʰ 50'	21·4	7·5	6·8	21·4	10·3	10·7	G_{II}
	21·7	7·8	6·6	21·2			
	26·3	12·3	6·6	21·5			
3 0	25·8	11·8	7·1	22·0	10·3	10·7	P
	27·3	13·2	6·2	21·0			

Zeit	NL		NR		$t^\circ G_{II}$	$t^\circ P$	
	23·5	9·6	5·9	20·6			
3ʰ 15'	23·0	9·0	6·6	21·3	10·3	10·7	G_{II}
	23·0	9·0	6·8	21·4			
	23·3	9·3	10·6	25·3			
3 30	23·6	9·7	10·6	25·3	10·3	10·7	P
	24·4	10·5	9·2	23·9			

Von 1ʰ 40' sind die Schlitten nicht verstellt.

Die Vergleichungen des P und G_{II} stellen wir mit den Mitteln aus den Ablesungen so zusammen, dass die Reduction gleich daneben gesetzt werden konnte.

Vergleichungen des Glasmeter G_{II} mit dem Platinameter P der Archive zu Paris.

Paris 1837	Beobachtungen										Reduction nach Formel (1)							
	Glasmeter G_{II}					Platinameter P					links		rechts		$P-G_{II}$ Trommeltheil	Abweichung vom Mittel		Bestimmungs-Nr.
	t° corr. −0·53	Niv. links A	A'	Niv. rechts B	B'	t° corr. −0·07	Niv. links a	a'	Niv. rechts b	b'	$\frac{a+a'}{2}$ n	$\frac{A+A'}{2}$ N	$\frac{b+b'}{2}$ n'	$\frac{B+B'}{2}$ N'		+	—	
19.	10·2	20·17	6·17	8·7	23·13	9·7						13·47		16·06				
	10·3					9·7	19·50	5·53	11·93	26·80	12·51		19·36		+ 2·331	+3·3		1
	10·3	18·50	1·60	11·37	26·23	9·7						11·55		18·80	+ 2·628	+3·0		2
	10·3					9·7	20·43	6·17	11·30	26·13	13·45		18·71		+ 3·501	+2·1		3
	t°−0·07					t°−0·53												
20.	9·4	19·30	5·30	10·33	25·17	9·9						12·30		17·75		[1]		
	9·1					10·0	27·97	13·60	10·1	25·33	20·78		17·86		+ 14·601			4
	9·1	22·93	8·93	10·33	25·23	10·0						15·93		17·78	+ 8·562		—3·0	5
						Schlitten verstellt												
	9·5					10·0	21·47	7·13	9·83	21·77	14·45		17·30					
	9·6	21·47	7·10	2·70	17·53	10·1						14·44		10·11	+ 8·021		—2·4	6
	9·6					10·1	21·47	10·60	5·90	20·73	17·53		13·31		+ 8·928		—3·3	7
	9·7	21·83	7·87	3·10	18·10	10·2						14·85		10·60	+ 7·735		—2·1	8
	9·7					10·3	20·37	6·47	11·90	26·77	13·12		19·33		+ 7·260		—1·7	9
	9·7	18·63 [2]	1·70	8·37	23·07	10·3						11·66		15·72				
	9·9					10·15	21·77	7·77	7·30	22·03	11·77		11·66		+ 4·033	+1·6		10
	10·0	24·10	10·23	2·57	17·30	10·6						17·16		9·93	+ 1·016	+4·6		11
	10·1					10·7	25·87	12·00	6·63	21·47	18·93		11·05		− 7·259		—1·7	12
	10·2	23·83	10·00	7·97	22·60	10·8						16·91		15·29	+ 2·040	+3·6		13
	10·3					11·0	25·93	12·07	12·50	27·27	19·00		19·88		+ 8·282		—2·7	14
	10·4	24·37	10·43	11·57	26·20	11·0												
21.	10·1	20·10	6·17	7·23	21·93	10·7						13·13		14·58				
	10·1					10·7	22·90	8·93	9·37	24·10	15·91		16·73		+ 6·860		—1·3	15
	10·2	21·77	7·87	6·67	21·33	10·7						14·82		14·00	+ 4·673	+0·9		16
	10·3					10·75	21·50	7·50	12·73	24·17	14·50		18·45		+ 4·147	+1·1		17
	10·3	18·80	1·53	11·67	25·17	10·7						11·66		18·12	+ 4·732	+0·9		18
	10·3					10·7	21·47	7·50	12·17	26·97	11·48		19·57		+ 5·876		—0·3	19
	10·3	21·37	7·43	6·87	21·53	10·7						14·40		14·20	+ 5·776		—0·2	20
	10·3					10·7	26·47	12·43	6·63	21·50	19·45		14·07		+ 8·221		—2·8	21
	10·3	23·17	9·20	6·13	21·10	10·7												
	10·3					10·7												
	R 9·9036 N					R 9·943 N					Mittel				5·591	±2·11		
	C 12·379 N					C 12·429 N												

[1]) 4 Ausgeschlossen.

[2]) Bis hieher die Länge $P-G_{II}$ corrigirt um +0·151 Trommeltheile.

Nun folgen die Vergleichungen von G_I—G_{II}.

Vergleichungen des Glasmeter G_I mit dem Glasmeter G_{II}.

Beobachtungen										Reduction							
Glasmeter G_{II}					Glasmeter G_I					links		rechts		Trommeltheil	Abweichung vom Mittel		Bestimmungs-Nr.
t^ε	Niv. links A	A'	Niv. rechts B	B'	t^ε	Niv. links a	a'	Niv. rechts b	b'	$\frac{a+a'}{2}$ n	$\frac{A+A'}{2}$ N	$\frac{b+b'}{2}$ n'	$\frac{B+B'}{2}$ N'	$G_I - G_{II}$	+	—	
10·4	15·70	1·73	2·17	16·93	10·0						8·71		9·55				
10·5					10·0	27·83	13·80	12·77	27·17	20·31		20·12		31·134		—0·70	22
10·5	15·67	1·73	2·53	17·30	10·0						8·70		9·91	30·772		—0·34	23
10·6					10·1	27·63	13·67	14·10	28·20	20·65		21·15		31·590		—1·15	24
10·6	16·27	2·40	3·13	17·87	10·1						9·33		10·50	29·927	0·51		25
10·6					10·1	28·27	14·27	14·00	28·73	21·27		21·36		31·175		—0·74	26
					Schlitten verstellt.												
10·6					10·1	26·80	12·77	14·57	29·30	19·78		21·93		28·024	2·41		27
10·65	16·27	2·30	4·17	19·13	10·1						9·28		11·80				
R 10·03					R 9·99					Mittel				30·437			
c 12·54					c 12·49												

Zwischen der 1. und 2. Beobachtung des 20. Mai muss eine Verstellung der Unterlage oder eines Mikrometerschlittens stattgefunden haben, da die Bestimmung Nr. 4 so sehr vom Mittel abweicht. Sie muss daher ausgeschlossen werden. Die 9 ersten Bestimmungen sind in Folge der Bemerkung vom 20. Mai, dass bis dahin die Meterangaben zu klein sind, um die erforderliche Grösse (+0·451 Tthle.) in dem Werthe $P - G_{II}$ corrigirt. Bei den Beobachtungen am 21. Mai besteht Zweifel, ob die Temperaturen des t^ε dem Glasmeter II angehören, da die Aufzeichnung corrigirt ist. Die Correctur trifft aber den Kopf einer neuen Pagina, und es ist weder gesagt noch wahrscheinlich, dass gerade hier die Thermometer umgetauscht wurden. Man geht daher am sichersten bei der Reduction, wenn man das Mittel aus beiden Thermometern für beide Stäbe annimmt, wie wir auch für den Glasmeter I (siehe die oben citirte Abhandlung) gethan haben. Da die Stäbe genau in gleicher Höhe lagen und immer mit Papier gedeckt wurden, ist kein Grund vorhanden, anzunehmen, dass sie verschiedene Temperatur haben.

Demzufolge wird die Temperatur der beiden Stäbe

$$
\begin{array}{r}
= 12^{C}_{N}379 \\
12\cdot429 \\
\hline
12\cdot404.
\end{array}
$$

Wird der Mittelwerth von $P - G_{II} = 5\cdot594$ durch 2226 dividirt, also in Millimeter verwandelt, der mittlere Fehler der einmaligen Beobachtung $\pm 2\cdot14$ aber durch $2226\sqrt{20}$ dividirt, so ergibt sich:

$$P - G_{II} = 0^{\mathrm{mm}}\!\!.002513 \pm 0\cdot00021.$$

Da aber die Ausdehnung

$$
\begin{array}{ll}
\text{für den Platinmeter} & 0\cdot00856 \text{ für } 1^\circ C. \\
\text{„ „ Glasmeter II} & 0\cdot00852 \text{ „ } 1^\circ C.
\end{array}
$$

beträgt, so findet sich ihre Länge auf 0° reducirt

$$P + 0\cdot10618 - (G_{II} + 0\cdot10568) = 0\cdot00251$$

oder

$$P = G_{II} + 0\cdot00201.$$

Da nun P bei $0^\circ = 1000^{mm}$ ist, so wird für 0°

$$G_{II} = 999^{mm}.99799 \tag{1}$$

Dieser Werth von G_{II} folgt aus 20 Vergleichungen.

Wir erhalten aber noch eine Controle dieser Bestimmung aus den Vergleichungen des G_{II} und G_I.

Nimmt man die berichtigten Temperaturen an, die jedem Glasstabe hier ohne allen Zweifel zukommen, so ergibt sich

$$\overset{\overset{C}{12\cdot49}}{G_I} - \overset{\overset{C}{12\cdot54}}{G_{II}} = +\ 30\cdot437 \text{ Trommeltheile,}$$

und wenn man wie oben $G_I - G_{II}$ in Millimeter verwandelt

$$\overset{12\cdot49}{G_I} - \overset{12\cdot54}{G_{II}} = +\ 0\cdot01367$$

Bei 0° Temperatur wird mit gleicher Ausdehnung für die zwei Stäbe

$$G_I + 0\cdot10641 - (G_{II} + 0\cdot10684) = 0\cdot01367$$
$$G^\circ_I = G^\circ_{II} + 0\cdot01410.$$

Es ist aber nach Pag. 279 der Meterabhandlung

$$G^\circ_I = 1000.01056:$$

dieser Werth in der letzten Gleichung substituirt gibt

$$G^\circ_{II} = 999\cdot99646 \text{ aus 6 Beobachtungen;}$$
$$\text{(1) gibt } G_{II} = 999\cdot99799 \text{ „ 20 „}$$
$$\text{Mittel } G_{II} = 999\cdot99764 \text{ „ 26 „} \tag{2}$$

Der Werth des G_{II} bei der Temp. $= 0$ ist sonach

$$\boldsymbol{G_{II} = 999\cdot99764 \pm 0\cdot00020}$$

und es wird seine Länge für jede Temperatur

$$\boldsymbol{G_{II} = 999\cdot99764 + t\,(0\cdot00852) \pm 0\cdot0002} \tag{3}$$

Die am Ende beigefügte Tafel enthält die Längen des G_{II} für verschiedene Temperaturen.

Der mittlere Fehler, der in der Bestimmung des Meters G_{II} bleibt, beträgt 0·0002 Millim. Die Tabelle mit der Ausdehnung des Meters zeigt aber, dass schon $^1/_{10}$ Centigrad eben diese Längenänderung des Meters zur Folge hat. Wenn man nun weiter bedenkt, dass die Temperatur im Zimmer, namentlich in der Nähe eines Fensters, nie stationär wird, sondern in Zunahme oder in Abnahme begriffen ist, dass aber der dickere Glasstab viel langsamer die Temperatur seiner Umgebung annimmt als der Platinastab, so wird es begreiflich, dass die einzelnen Vergleichungen oft so bedeutend von einander abweichen.

Diese Betrachtungen bringen es aber zugleich zur Evidenz, dass man nicht in freier Luft, sondern nur in Flüssigkeiten, die constantere Temperatur annehmen, richtige Massvergleichungen erhalten wird. (Bessel hat bei der Regulirung des preussischen Fusses dieselben Erfahrungen gemacht.)

Man sieht, wie wesentlich es ist, die Maße in einem Stoffe herzustellen, der gestattet, sie in Flüssigkeiten zu vergleichen. Leider aber darf der Platinmeter der Archive nicht in Flüssigkeiten gebracht werden und man muss sich folglich genügen lassen mit der Genauigkeit, die bei Luftvergleichungen zu erlangen ist.

Wenn wir jetzt den Meter in einem Glasstabe copirt haben, so ist wenigstens für diesen kein Bedenken, ihn unter Wasser zu versenken. Wir können also zu seiner Reproduction, die doch der Zweck aller Normal-Etalons ist, einen Comparator construiren, welcher frei wird von der Unsicherheit, bedingt durch eine ungleiche Temperatur der zu vergleichenden Stäbe. Das ist nicht der Fall bei dem Comparator von Repsold, der nicht in Wasser versenkt werden darf. Der Repsold'sche Comparator hat aber noch einen principiellen anderen Mangel, dessen Entfernung wünschenswerth wäre, nämlich den, dass der Abstand der Drehungspunkte der beiden Niveaux von der Vergleichung des einen Stabes, bis nach der Vergleichung des zweiten Stabes als unverändert vorausgesetzt werden muss, um die Constante c in unserer Formel (p. 257 u. 258 d. Met. Abh.) zu eliminiren.

Wir wollen daher bei der Construction des Comparators eine Anordnung wählen, bei der gar keine solche Constante vorkommt.

Neuer Comparator.

Im Principe erlangt man die obige Bedingung, wenn man die als sehr nahe gleich lang und mit sphärischen Endflächen versehenen zu vergleichenden Stäbe aufeinanderlegt und zwei parallele Plangläser gegen die vier Enden andrückt. Sind die Stäbe gleich lang, so müssen die zwei berührenden Planflächen auch genau parallel zu einander stehen. Bilden sie in der senkrechten Axenebene der Stäbe einen Winkel miteinander, so liegt der Winkel auf derselben Seite mit dem kürzeren Stabe und der Längenunterschied der Stäbe ergibt sich aus dem Winkel der Spiegelebenen und den Abständen der Berührungspunkte.

Auf dieses Princip haben wir nun den Comparator construirt, der Taf. 1, Fig. 1, abgebildet ist und den wir nun näher beschreiben wollen.

Ein Tragbalken 142 Centim. lang, 16 Centim. breit und hoch, aus sehr trockenen verleimten Brettern gebildet und mit Mahagoni fournirt, hat drei Fussschrauben. Mit Niveau wird seine Oberfläche horizontal gelegt.

Ein Fernrohr mit Mikrometer ist an dem einen Ende des Tragbalkens in ein Lagerstück von Gusseisen eingelegt. Das Fernrohr hat zwischen Objectiv und Ocular zwei 4 Millim. dicke, 7 Millim. breite Stahlringe aufgelöthet, welche durch das Lagerstück sich einschieben und zwischen Schrauben festhalten lassen.

Auf dem Tragbalken vor das Fernrohr ist ein Trog aus fünf Spiegelglasplatten von 9 Millim. Dicke gebildet, aufgesetzt. Das Gefäss ist auf dem Tragbalken festgehalten durch ringsumgehende aufgeschraubte Holzleistchen. Auf dem Glasboden des Gefässes ist ein ebenfalls 9 Millim. dickes Spiegelglas von 98 Centim. Länge und 6·4 Centim. Breite aufgekittet. Diese Glasplatte trägt an den Enden vier Metallklötzchen von aussen mit Schrauben versehen, durch welche die beiden zu vergleichenden Glasmeter genau übereinander und parallel zur Längenaxe des Gefässes gerichtet werden. Die Schrauben sollen aber nur an den Stabseiten tangiren, durchaus nicht fest gesetzt werden, damit die Maßstäbe sich frei in der Richtung ihrer Längenaxe bewegen können. Zu diesem Ende sind kleine Schrote[1]) (Vogeldunst) auf

[1]) Die Schrote müssen gesiebt werden durch zwei Siebe, von welchen das weitere die grösseren Schrote zurückhält, das engere die kleineren Schrote durchlässt, so dass die bleibenden sehr nahe gleich gross sind.

die Bodentragplatte mit den Klötzchen weitschichtig gelegt. Auf diese Schichte von Schroten kommt der Glasstab I zu liegen. Auf den Glasstab I kommen wieder Schrote und auf diese der Glasstab II. I und II sind jetzt mit der geringsten Kraft in der Richtung ihrer Längenaxe zu verschieben, indem die Schrote als Frictionsrollen wirken.

An dem Fernrohrende des Glaskastens ist an seiner inneren Endfläche ein vollkommenes Planparallelglas von 1 Centim. Dicke, 6·6 Centim. Höhe und 3·3 Centim. Breite so aufgekittet, dass der obere Theil vor das Objectiv des Fernrohres trifft. Gegen den unteren Theil des Planglases werden die zwei Glasmeter gedrückt. Damit aber dieser Druck gegen jeden der Glasmeter genau gleich stark sei, ist am unteren Ende des Meter ein Planparallelspiegel von gleichen Dimensionen an einem Schlitten zwischen Spitzen drehbar befestigt, der gegen die Stäbe anliegt.

Die Drehungsaxe dieses Spiegels kann aber in der Höhe so verstellt werden, dass sie genau in die Mitte zwischen beide Meter trifft. Dies in der Voraussetzung, dass beide zu vergleichenden Glasmeter gleich dick sind. Ist dies nicht und es hat der Stab I die Dicke D, der Stab II die Dicke D', die Schrote aber die Dicke d, so muss die Drehungsaxe auf den Abstand

$$\tfrac{1}{2}\left(\frac{D+D'}{2}+d\right)$$

eingestellt werden. Um dies genau abmessen zu können, ist in einer zur Spiegelebene normalen Ebene, die durch beide Drehungspunkte geht, ein Haar über die vordere Spiegelfläche gezogen. Man sieht von der Seite mit Loupe das Haar und sein Spiegelbild. Wenn sich beide decken, ist das Auge in der zum Spiegel normalen Ebene und kann von hier den Abstand

$$\tfrac{1}{2}\left(\frac{D'+D}{2}+d\right)$$

an einer Scala richtig ablesen. Die Spiegel des Apparates sind mit grosser Genauigkeit plan und parallel geschliffen. Man bekommt selbst mit 100maliger Vergrösserung nie zwei getrennte Bilder eines unendlich entfernten Objectes, selbst wenn das Spiegelbild unter kleinem Neigungswinkel betrachtet wird. Dies findet nicht nur statt in Einer Richtung des Spiegels, sondern in allen Richtungen, weil das Eine Spiegelbild gleich deutlich bleibt, während man den Spiegel um seine Normale dreht. Dennoch schien mir eine Controle wünschenswerth, welche unabhängig macht von dem Winkel, den die beiden Spiegelebenen jedes Spiegels mit einander bilden. Denn wenn auch dieser Fehler so klein ist, dass er bei einmaliger Beobachtung nicht erkannt werden kann, so würde er doch zu erkennen sein im Mittel aus sehr zahlreichen Messungen. Da aber nicht die tangirende Fläche des zweiten Spiegels versilbert ist, sondern die entgegengesetzte, so würde ein prismatischer Fehler mit dem doppelten Winkelwerth auf die Beobachtung influenziren. Indessen ist dieser Einfluss, wenn er überhaupt existirt, leicht zu eliminiren. Man hat nur nöthig, die Vergleichungen gleich zahlreich in zwei Lagen des Spiegels zu machen, bei welchen der Spiegel um 180° um seine Normale gedreht ist. Um dies ausführbar zu machen, habe ich dem Spiegel auch oben zwei Drehungspunkte einbohren lassen und über diese ein Haar gespannt. Man kann also die beiden erforderlichen Lagen des Spiegels herstellen und so seinen etwaigen prismatischen Fehler eliminiren.

Die Gabel, welche den Spiegel trägt, hat aber auch einen Mikrometerschuber, der sich parallel zur Axe der Stäbe bewegt, und dieser Schuber wird durch eine Feder, die mehr oder weniger gespannt werden kann, gegen die Stäbe gedrückt. Der Druck auf beide Stäbe ist also vollkommen gleich, wenn die oben bezeichnete richtige Höhe der Drehungsaxe des Spiegels bewirkt ist. und beide Glasstäbe verkürzen sich in Folge davon um gleich viel.

Dieser Schuber, der auf dem Boden des Glasgefässes aufgekittet ist, hat eine senkrechte Drehungsaxe zwischen den Platten und wird festgeklemmt, wenn beide Spiegel senkrecht auf die Längenaxe der Stäbe stehen.

Der Apparat ist darauf berechnet, dass das Fernrohr in den Spiegeln das Spiegelbild der Ocularfäden zeigt. Dies wird einfach dadurch erlangt, dass man ein ganz kleines Parallelglas (von den dünnsten Deckgläsern für mikroskopische Objecte geschnitten) vor der Augenlinse unter 45° aufstellt. Das Ocular ist ein Kugelocular frei von Reflexen, dessen Augenort ziemlich weit vor die Linse hinausfällt und so die Anbringung des kleinen Glases ermöglicht, während das Auge den Augenort noch einnehmen kann.

Die Beleuchtung des Gesichtsfeldes vom Plangläschen gegen das Objectiv wird am besten durch eine Gasflamme bewirkt, deren seitliche Stellung nach dem Effecte regulirt wird. Auch die Flamme einer Stearinkerze in 2 Decim. Abstand erfüllt den Zweck. Man beleuchtet damit wohl nur einen Theil des Gesichtsfeldes, aber er ist doch gross genug für alle vorkommenden Differenzen der Stäbe. Kann man den hellen Himmel (durch Drehung des Oculargläschens um die optische Axe) in das Gesichtsfeld bringen, so ist die Beleuchtung besser und ein viel grösserer Theil des Gesichtsfeldes erleuchtet. Über das ganze Spiegelglasgefäss wird jetzt eine geschwärzte Kappe von dünnen Brettchen gesetzt, die nur die Öffnung des Objectivs zur Einsicht offen lässt.

Das vom Ocular herkommende Licht wird also erst an dem nächsten Planspiegelglase, gegen welches die Meter anstehen, zum Theil reflectirt, und man erkennt daher, durch das Ocular sehend, ausser den wirklichen Fäden, das Spiegelbild des feststehenden Fadens des Mikrometers. Dabei soll der zweite Spiegel noch nicht normal gestellt sein, damit man es nur mit dem Spiegelbild, welches das Planglas erzeugt, zu thun hat. Wir nehmen an, der bewegliche Mikrometerfaden sei in Coïncidenz mit dem Feststehenden, so sieht man den wirklichen Faden und sein Spiegelbild. Um beide Bilder gleich deutlich und ohne Parallaxe gegen einander zu bekommen, muss das Ocular des Fernrohres so lange verstellt werden, bis dies erreicht ist. Jetzt wird das Fernrohr in seinen Lagern verstellt, bis der Horizontalfaden und der Verticalfaden mit seinem Spiegelbilde zusammentrifft, und die wirklichen Fäden ihr Spiegelbild genau decken.

Betrachten wir jetzt auch das Bild des zweiten Spiegels am Ende der Meter, so wird es nur dann zugleich mit dem wirklichen Horizontalfaden zusammenfallen, wenn beide Stäbe genau gleich lang sind. Ist aber der obere Stab länger, so wird der zweite Spiegel gegen den ersten den Winkel φ bilden, und es wird die Spitze von φ unter dem Apparat liegen. Weil aber der Einfallswinkel gleich dem Austrittswinkel ist, so gelangt, wenn die Normale des zweiten Spiegels mit der Axe des Fernrohres den Winkel φ bildet, das reflectirte Bild unter dem Winkel 2φ wieder in das Fernrohr. Der Abstand des Horizontalfadens im Fernrohr von seinem Spiegelbilde des zweiten Spiegels ist also 2φ, und es kommt nun blos darauf an, diesen Abstand zu messen, erstens mittelst Theodoliten durch das Objectiv hinein, ein für alle Mal und dann am Mikrometer durch die Mikrometerschraube. Kennt man dann noch den Abstand der Berührungspunkte der zwei über einander liegenden Meter in Millimetern und weiss, wie viel Millimeter auf einen Schraubenumgang gehen, so sind alle zur Berechnung der Längendifferenz zwischen beiden Stäben erforderlichen Elemente bekannt.

Sollte das Spiegelbild des Verticalfadens des entfernten zweiten Spiegels nicht zusammenfallen mit dem Faden selbst, so müsste der Endspiegel des Apparates um seine Verticalaxe gedreht werden, bis dies erlangt ist. Dazu dient eine Drehung der oberen zwei Platten des Mikrometerschlittens des Endspiegels auf der dritten festgekitteten Unterlagplatte. Sobald die Coïncidenz erlangt ist, werden die Zugschrauben festgestellt, die die zweite und dritte Platte des Mikrometerschlittens des Endspiegels verbinden.

Um die zwei Stäbe auf gleiche Temperatur zu bringen, ist es nothwendig, sie in eine Flüssigkeit zu versenken. Ich wähle Wasser, um die Unbequemlichkeit der Ausdünstung des Weingeistes wie bei dem Bessel'schen Comparator zu vermeiden, und schütze dagegen die eingetauchten Metalltheile durch starke galvanische Vergoldung. Zum Einbringen und Ablassen des Wassers dient ein Wasserbehälter, der später beschrieben werden wird.

Um die Temperatur genau prüfen zu können, sind in dem Deckel der Kappe, die als Blendung dient, zwei Thermometer eingelassen, deren Centigradtheile von $^1/_{10}$ zu $^1/_{10}$ Grad gehen und so mittelst Loupe mit Sicherheit $^1/_{100}$ Grad der Temperatur erkennen lassen. Die Kugeln der Thermometer werden von der Ebene im Mittelpunkt geschnitten, die den Raum zwischen beiden Metern halbirt. Da das Wasserbehälter aus Blech angefertigt ist, so wurde zur Beurtheilung des Wasserstandes auf der Aussenseite desselben ein Glasrohr angebracht, dessen unteres Ende in den Wasserbehälter eingeführt ist. So hat man stets den Wasserstand vor Augen und kann ihn nach Bedarf regeln.

Zuerst berichtige man die Richtung des Fernrohres so, dass sich der feststehende Faden und sein Spiegelbild im ersten Spiegel decken. Dann bringe man auch den beweglichen Faden mit dem feststehenden zusammen. Man lese jetzt das Ocularmikrometer ab. Sei die Ablesung α.

Jetzt bewege man den verstellbaren Faden gegen das Spiegelbild des feststehenden Fadens, was der zweite untere Spiegel zeigt. Dabei wird sich auch der bewegte Faden im zweiten Spiegel zeigen und in entgegengesetzter Richtung gegen den wirklichen Faden rücken. Wenn diese zwei bewegten Bilder zusammentreffen, lese man den Mikrometer wieder ab. Sei diese Ablesung $= \alpha'$, so ist $\alpha' - \alpha$ der Winkel φ ausgedrückt in Trommeltheilen des Mikrometers, um welchen der zweite Spiegel gegen den ersten geneigt ist. Führt man den beweglichen Faden nun weiter bis zum Spiegelbild des festen, so rückt das Spiegelbild des bewegten bis zum festen Faden und man kann wieder einstellen. Das Mikrometer zeige α'', so ist $\alpha'' - \alpha = 2\varphi$ gleich dem doppelten Neigungswinkel des Spiegels, wenn die Winkel als sehr klein vorausgesetzt werden.

Ist p die Brennweite des Objectives, also der Abstand der auf unendliche Entfernung gestellten Fäden von dem zweiten Gauss'schen Hauptpunkte in Millimetern, so wird der Abstand des festen Fadens von seinem Spiegelbilde im zweiten Spiegel

$$A = p \, Tang \, 2\varphi$$

$$= p \, \frac{2 \, Tang \, \varphi}{1 - Tang^2 \varphi} \, . \tag{1}$$

Da aber φ immer ein sehr kleiner Winkel ist, so kann das Quadrat seiner Tangente vernachlässigt werden, wodurch man erhält

$$A = 2 p \, Tang \, \varphi . \tag{2}$$

Wir wollen annehmen, man beobachte am Mikrometer nicht den Abstand des festen Fadens von seinem Spiegelbilde, sondern den halben Winkel, die Deckung des beweglichen Fadens mit seinem Spiegelbilde, so wird

$$A = p.\, Tang\, \varphi$$

Sei ein Umgang der Mikrometerschraube in Millimetern $= R$, und es sollen m Umgänge der Mikrometerschraube gleich A sein, so wird

$$A = m\, R. \tag{3}$$

Eliminirt man A aus 2 und 3, so wird

$$m\, R = p\, Tang\, \varphi \quad \text{oder}$$

$$Tang\, \varphi = \frac{m\, R}{p}. \tag{4}$$

Betrachtet man jetzt den zweiten Spiegel, der die aufeinander gelegten Meter in einer durch die Stabaxen gelegten Verticalebene tangirt, so sei der Längenunterschied der Meter dl, der Abstand der zwei Berührungspunkte $= \frac{D + D'}{2} + d$, wo

D die Dicke des einen,
D' " " " andern Meters und
d der Durchmesser der Schrote ist, so wird

$$dl = \left(\frac{D + D'}{2} + d\right) sin\, \varphi. \tag{5}$$

Da aber der Winkel φ immer kleiner als 15′ sein wird, so ist $cos\, \varphi$ für 5 Decimalen $= 1$, und man kann daher auch setzen statt (4)

$$sin\, \varphi = \frac{m\, R}{p}. \tag{6}$$

Eliminirt man $sin\, \varphi$ aus (5), (6), so wird

$$\frac{m\, R}{p} = \frac{dl}{\left(\frac{D + D'}{2} + d\right)}$$

oder

$$dl = \frac{m\, R \left(\frac{D + D'}{2} + d\right)}{p}. \tag{7}$$

Die Zahl der Schraubenumgänge m ist aber bestimmt durch die beobachteten Werthe von α, α' und α'' und es ist

$$m = \alpha' - \alpha \quad \text{oder auch}$$

$$= \frac{\alpha'' - \alpha}{2}.$$

In die Gleichung (7) eingesetzt, gibt dies:

$$dl = (\alpha' - \alpha) \frac{R}{p} \left(\frac{D + D'}{2} + d\right).$$

Hier bemerken wir, dass dl stets dem unteren Stabe mit dem sich ergebenden algebraischen Zeichen zugelegt wird, um gleich zu sein mit dem oberen Stabe. Man hat also

$$S_2'' + (\alpha' - \alpha)\frac{R}{p}\left(\frac{D+D'}{2} + d\right) = S_1^0 \tag{8}$$

wo S_2'' den unteren, S_1^0 den oberen Stab bezeichnet.

Wiederholt man die Vergleichung in umgekehrter Lage der Stäbe und ist α_1 hier die Ablesung, entsprechend α' in der ersten Vergleichung (8), so wird

$$S_1'' + (\alpha_1 - \alpha)\frac{R}{p}\left(\frac{D+D'}{2} + d\right) = S_2^0, \tag{9}$$

wird die Gleichung (8) von der (9) abgezogen, so findet sich

$$S_1 - S_2 = \left(\frac{\alpha - \alpha_1}{2}\right)\frac{R}{p}\left(\frac{D+D'}{2} + d\right). \tag{10}$$

Es eliminirt sich somit der 0-Punkt, wenn er in zwei Vergleichungen mit gewechselten Stäben derselbe geblieben ist, und die Bestimmung von α entfällt für diesen Fall.

Der obere Stab ist der grössere, wenn der vom unteren Spiegel reflectirte unbewegliche Faden in der oberen Hälfte des Gesichtsfeldes erscheint. Wir nehmen das Mikrometer durch Drehung um die Absehenslinie so gestellt an, dass die Zahlen der Trommel und die der ganzen Umgänge wachsen, wenn der bewegliche Faden von dem unbeweglichen aus nach oben im Gesichtsfelde geführt wird.

Aus der obigen Beschreibung des Comparators ersieht man, dass derselbe neu ist, sowohl im Princip als in der Construction. Während Repsold (Vater) und nach ihm Bessel das Fühlniveau als das empfindlichste Einstellungsmittel betrachten, wähle ich Fühlspiegel zur Einstellung. Mein Princip hat Vortheile vor dem Repsold'schen voraus. Ich benöthige keine invariablen Träger der Apparate. Denn als Träger der Apparate dienen die zu vergleichenden Maasse selbst. Die Bewegung des Fühlniveau's ist bedingt durch Drehung um die Spitzen, also eine Bewegung mit Reibung. Der Winkel meines Spiegels bildet sich hingegen durch Abwicklung ohne gleitende Reibung.

Da aber der Apparat zur wirklichen Herstellung genauer Copien des Glasmeters G_{II} dienen soll, so genügen diese Betrachtungen nicht, sondern wir müssen durch Vergleichungen zeigen, was der Apparat wirklich leistet. Es ist dies um so unerlässlicher, als nur hiermit eine genügende Kenntniss des Apparates erzielt wird, aus der die Vorschrift der Behandlung folgt.

Wir bestimmen also zuerst die Constanten des Apparates.

Berichtigung des Fernrohres.

Das Fernrohr ist für den Beobachter berichtigt, wenn die Fäden genau im Brennpunkte des Objectives sind und das Ocular so gegen die Fäden steht, dass das Auge ein deutlichstes Bild von denselben bekommt. Letzteres richtet sich nach der Schweite des Beobachters. Ich mache aber darauf aufmerksam, dass für ein Auge, dessen Accommodation gering ist, das Ocular so stehen muss, dass es beide Fäden, sowohl den beweglichen als den unbeweglichen, die nicht genau in Einer Ebene liegen können, gleich deutlich sieht.

Man bringt die Fäden dann sehr leicht in den Brennpunkt, wenn man am Apparate auf ihr eigenes Spiegelbild einstellt. Nur bei einer bestimmten Stellung des Ocularrohres wird man das Spiegelbild eben so deutlich als die Fäden selbst sehen. Diese Stellung bringt die Fäden in den Brennpunkt und ist controlirt, wenn die Fäden keine Parallaxe gegen ihr

Spiegelbild geben. Die Berichtigung der Collimation des Fadenkreuzes ist unnöthig, weil sie keinen Einfluss auf die hier vorkommenden Bestimmungen hat.

Beleuchtung des Gesichtsfeldes.

Das dünne Plangläschen vor dem Oculare dient zur Beleuchtung des Gesichtsfeldes, ohne welche man das Spiegelbild der Fäden nicht sehen könnte. Ich finde es am bequemsten, mich dabei einer Lichtflamme zu bedienen. Das Gläschen kann mit dem Oculardeckel seiner Fassung um die optische Axe des Fernrohres gedreht werden. Ich stelle es gewöhnlich so, dass es von links herkommendes Licht in horizontaler Richtung in das Fernrohr reflectirt. Durch Verstellen der Flamme ändert sich die Lage ihres Spiegelbildes im Gesichtsfeld, und ich wähle nicht die centrale Stellung, sondern die etwas seitliche, weil bei centraler Stellung ein schwaches undeutliches Reflexbild, das sich im Ocular bildet, die Deutlichkeit etwas stört. Überhaupt musste als Ocular eine Kugel gewählt werden, weil alle anderen Oculare viel stärkere und störende Reflexbilder zeigen. Man kann auch, wenn der Apparat nahe an einem Fenster steht, so dass die Gesichtslinie nahe parallel zur Ebene des Fensters liegt, das Bild der Tageshelle des Himmels zur Beleuchtung benützen und hat damit das ganze Gesichtsfeld erleuchtet. Aber die Lichtflamme bietet den Vortheil, dass sie unter allen Umständen anwendbar ist.

Bestimmung des Winkelwerthes des Mikrometerschrauben-Umganges.

Das Mikrometerfernrohr wird in der Höhe des Fernrohres eines terrestrischen Theodoliten nahe horizontal, mit dem Objectiv gegen das des Theodoliten gerichtet, so aufgestellt, dass der Mikrometerschuber horizontal liegt. Der Theodolit wird so gestellt, dass die Ebene seines Kreises parallel liegt zu einer Ebene, die durch den Mittelpunkt des Mikrometerobjectives und seinen nahe horizontal liegenden Faden geht. Man stellt jetzt die Mikrometerschraube vom 0-Punkt auf 3, 5, 7 etc. Umgänge und misst jedesmal den Winkel zwischen dem beweglichen Faden und dem feststehenden durch 5malige Repetition. Diese Winkel dividirt durch die Anzahl der Umgänge, um die man die Mikrometerschraube vom 0-Punkt aus verstellt hat, ergeben den Winkelwerth eines Umganges der Mikrometerschraube.

So habe ich gefunden

Minuten	Abweichung vom Mittel
$1^U = 5\cdot200$	0·039
5·214	53
5·117	14
5·132	29
5·115	46
5·125	36
5·125	36
5·192	31
5·203	0·042
im Mittel 5·1614	$\frac{0\cdot036}{\sqrt{9}} = \pm 0\cdot012$

Bestimmung des Nullpunktes des Mikrometers.

Auch der Nullpunkt des Mikrometers ist eine Constante des Apparates. Wir wollen ihn bestimmen, um die Sicherheit der einmaligen Einstellung und den etwaigen todten Gang kennen zu lernen. Dazu muss das Mikrometerfernrohr am Apparat sein, damit die Umstände dieselben sind, wie bei den definitiven Vergleichungen. Es ergab sich:

Die Einstellung ist die Deckung des beweglichen und feststehenden Fadens.

Schraube hinein mit den Zahlen		Schraube heraus gegen die Zahlen	
U Tr	Abw.	*U Tr*	Abw.
13·33·0	0·1	13·31·0	0·3
32·5	6	31·5	8
33·6	5	31·4	7
32·7	1	30·1	6
33·5	4	30·5	2
32·5	6	30·9	2
34·0	9	30·5	2
33·1	0	30·7	0
33·3	2	30·2	5
33·2	0·1	30·7	0
Mittel 13·33·14	0·38	Mittel 13·30·75	0·35

Es ist also ein Unterschied von 2·4 Trommeltheilen, je nachdem man mit oder gegen die Zahlen einstellt. Diesen todten Gang zu heben wurde die Schraube stärker angezogen, welche die Schraube der Mikrometermutter klemmt.

Nun fand sich

Schraube hinein mit den Zahlen		Schraube heraus gegen die Zahlen	
U Tr	Abw.	*U Tr*	Abw.
13·30·8	0·2	13·31·9	0·2
31·1	5	32·2	5
30·7	1	31·8	1
30·1	5	30·6	11
30·5	1	31·8	0
30·8	2	31·6	1
30·4	2	32·3	6
30·2	1	30·7	10
30·9	3	32·4	7
30·9	3	32·2	0·5
Mittel 13·30·64	0·28	Mittel 13·31·75	0·48

Es ist also der todte Gang in einen entgegengesetzten von 1·1 Trommeltheil übergegangen. Als ich dann die Schraube wieder etwas nachliess, fand sich

Schraube hinein mit der Theilung		Schraube heraus gegen die Theilung	
U Tr	Abw.	*U Tr*	Abw.
13·30·9	0·3	13·32·2	10
31·0	2	31·8	6
31·8	6	31·4	2
31·2	0	31·3	1
32·3	11	31·4	2
31·0	2	30·5	7
31·2	0	30·7	5
31·0	2	30·5	7
31·0	2	31·3	1
30·8	0·4	31·4	2
Mittel 13·31·22	0·32	Mittel 13·31·25	0·43

Somit ist nun der Einfluss der Einstellungsrichtung ganz verschwunden und ich führe diese Thatsache hier ausführlich an. weil es belehrend ist, zu sehen, dass nur für eine gewisse Klemmung der Mutter aller todter Gang verschwindet.

Der Nullpunkt des Mikrometers trifft sonach auf

$$\overset{U}{13}\cdot\overset{Tr}{31}\cdot 23$$

und es ist der einmalige Einstellungsfehler aus 60 Beobachtungen

$$= \pm \overset{Tr}{0\cdot 37} \text{ oder nahe } {}^{1}/_{20000} \text{ Millim.}$$

Diese letzte Zahl ist aber anticipirt und wir müssen. um sie nachzuweisen, übergehen zur

Bestimmung des Werthes eines Umganges R der Mikrometerschraube.

Diese Bestimmung wird hinreichend genau. wenn man mit einem guten Zirkel an der Scala der ganzen Umgänge der Schraube, die mit der Schraube gemacht ist. eine grössere Anzahl von Umgängen mittelst Loupe einstellt und dann auf einem Transversalmaassstab für Millimeter die entsprechenden Werthe entnimmt. So hat sich ergeben:

Umg.	mm.	1 Umg. mm.	Abw. v. Mittel
27 =	9·87	= 0·3656	−0·0012
21 =	7·59	= 0·3614	+ 30
25 =	9·14	= 0·3656	− 12
20 =	7·21	= 0·3605	+ 39
20 =	7·35	= 0·3675	− 31
25 =	9·14	= 0·3656	−0·0012
Σ 138 =	50·30	0·3644	±0·00092

Es ist sonach

$$R = \overset{mm}{0\cdot 3644} \pm 0\cdot 0009 \text{ Millim.}$$

Bestimmung der Brennweite p in Millimetern.

Da wir den Winkel kennen. den ein Umgang der Schraube vom zweiten Gauss'schen Hauptpunkt des Objectives aus bildet, nämlich in Minuten

$$5'\cdot 1614 \quad \text{oder} \quad 5'\, 9''\cdot 68$$

und wissen. dass diesem die Länge von

$$0\cdot 3644 \text{ Millim.}$$

entspricht. so haben wir auch

$$p\; Tg\,(5'\, 9''\cdot 68) = \overset{mm}{0\cdot 3644}\,.$$

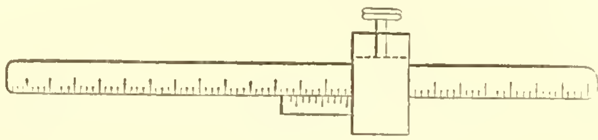
woraus folgt

$$p = \overset{mm}{242\cdot 78}\,.$$

Endlich haben wir noch abzumessen die

Dicke der Meterstäbe und der Schrotschichte.

Auch hiezu kann man sich des Zirkels und des Transversalmaassstabes bedienen und bekömmt aus 10 Beobachtungen eine Sicherheit von nahe $^1/_{300}$ der Dicke, was ausreichend ist, wenn die zu bestimmenden Unterschiede der Meter kleiner als 0·01 Millimeter sind. Allein es wäre bequemer und sicherer, sich eines Apparates zu bedienen, den man Tiefentaster nennt. Dieser Apparat besteht in einem Metallstabe von prismatischer Form, ähnlich dem Drehbanksupport und ist an dem einen Ende abgerundet. Er trägt an der Längenkante eine



Theilung von 1 zu 1 Millimeter. Über das Prisma hin schiebt sich aber ein zum Prisma rechtwinkeliges Metallstück, was durch eine Feder, die im Metallstück sitzt und gegen das Prisma drückt, sanft verstellt werden kann. An diesem Stück sitzt ein Nonius, welcher 9 Millimeter umfasst, die in 10 Theile getheilt sind, und also 0·1 Millim. direct gibt.

In Ermanglung dieses Apparates haben wir mit dem Zirkel gefunden, für den Glasstab

$$G_{II} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots D = \overset{\text{mm}}{8\cdot54} \pm 0\cdot2$$
$$G_6 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots D' = 8\cdot685 \pm 0\cdot2$$
$$G_5 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots D'' = 8\cdot62 \pm 0\cdot3$$

und die Dicke der Schrotschichte ergab sich ebenfalls aus wiederholten Messungen

$$d = \overset{\text{mm}}{1\cdot705}\,.$$

Wir finden daher zur Vergleichung des Glasstabes G_6 mit G_{II}

$$\frac{D+D'}{2} + d = \overset{\text{mm}}{10\cdot317}\,.$$

Setzen wir jetzt die gefundenen Zahlenwerthe ein in die Ausdrücke (8) und (10), so wird der constante Theil

$$\alpha = 13\overset{U}{\cdot}31\overset{Tr}{\cdot}23$$

$$R = \overset{\text{mm}}{0\cdot3644} \qquad\qquad log\, R = 9\cdot56158$$

$$p = 242\cdot78 \qquad\qquad log \frac{1}{p} = 7\cdot61479$$

$$\frac{D+D'}{2} + d = 10\cdot317 \qquad log \frac{D+D'}{2} + d = 1\cdot01355$$

$$\overline{8\cdot18992} = 0\cdot015485$$

und damit

(8′) $$S_2'' + (\alpha' - 13\overset{U}{\cdot}31\overset{Tr}{\cdot}23)(0\cdot01549) = S_1''$$

(10′) $$S_1 - S_2 = \frac{\alpha' - \alpha_1}{2}(0\cdot01549)$$

Die erste dieser Formeln dient, wenn die Stäbe nur in einer Lage verglichen wurden. Die zweite findet ihre Anwendung, wenn die Vergleichungen verschiedene Lagen umfassen.

Führt man statt der Umgänge der Mikrometerschraube die Trommeltheile als Einheiten ein, so ist der 100mal vergrösserte Zahlenwerth der Constante durch 10000 zu dividiren oder was dasselbe ist, man erhält den Unterschied der Länge der Stäbe in Zehntausendstel Millimeter.

Es wird also

$$(8'') \qquad S_1^{\circ} - S_2^{\prime\prime} = (\overset{Tr}{\alpha'} - \overset{Tr}{1331 \cdot 23})\,(1 \cdot 549)$$

$$(10'') \qquad S_1 - S_2 = (\overset{Tr}{\alpha'} - \overset{Tr}{\alpha_1})\,(1 \cdot 549)$$

und nach diesen Ausdrücken (8″) und (10″) werden wir die Vergleichungen reduciren. Wir müssen aber den Beobachtungen noch einige Betrachtungen vorausgehen lassen über ihre Anordnung.

Die Endflächen der Meterglasstäbe sind aus einem Punkte, und zwar aus dem Schwerpunkte des Stabes sphärisch geschliffen, um auch bei kleinen Drehungen der Stabaxe um ihren Mittelpunkt zwischen Parallelflächen denselben Kugeldurchmesser zu erhalten. Die Stäbe sind von A. Repsold ausgeführt, was eine Bürgschaft für die vollendete Ausführung bietet. Allein da jede Ausführung nur eine Annäherung an die mathematische Vorstellung bildet, so muss untersucht werden, ob die Abweichungen messbar sind. Man erlangt dies, wenn der untere Meter möglichst centrirt liegt und der obere um seine Dicken- (Höhen-) Axe dreht, dann die Planspiegel wieder zur Berührung gebracht werden. Messungen dieser Art an den Glasstäben G_{II}, G_5 und G_6 zeigen, dass die Ränder der kleinen kreisrunden Endflächen um einige zehntausentel Meter hinunter polirt sind. Der Nachweis so kleiner Fehler durch den neuen Comparator spricht am deutlichsten für seine Leistungsfähigkeit.

Wenn das Centrum des Stabes nicht genau mit dem Centrum der Endflächen zusammenfallen sollte, so trifft die Tangirung durch eine normale Planfläche nicht in die Mitte der Dicke des Stabes, und es wird daher auch der Ausdruck $\frac{D + D'}{2} + d$, der in die Werthbestimmung des Unterschiedes zwischen Original und Copie eingeht, nicht streng richtig sein. Überdies kann auch die Horizontalaxe, um welche sich der zweite Spiegel dreht, höher oder tiefer stehen als die Ebene, welche die vier Tangirungspunkte der beiden Stäbe halbirt. In diesem Falle wird der Spiegel 2 stärker gegen denjenigen Stab angedrückt, dessen Tangirungspunkt näher an der Drehungsaxe des Spiegels liegt.

Diese beiden soeben bezeichneten Fehlerquellen können gleichzeitig und vollständig eliminirt werden, wenn man die Vergleichung der Stäbe in gegen einander verschiedenen Lagen wiederholt und das Mittel aus allen Beobachtungen nimmt. Da die Stäbe an dem einen Ende gegen den festen zur Gesichtslinie genau normalen Spiegel anstehen, so sind nur die anderen Enden der Stäbe in der Combination zu berücksichtigen. Sollen die Stäbe alle möglichen verschiedenen Lagen zu einander annehmen, so sind acht Combinationen erforderlich. Um gleichzeitig auch den Gang in der Temperatur der Stäbe möglichst unschädlich zu machen, müssen die Vergleichungen um gleiche Zeiten von einander abliegen, und es müssen die Stäbe jedesmal die Lage oben und unten wechseln. Wir geben hier ein Schema für diese 8 Combinationen und bemerken, dass jeder Stab 2 Lagen annehmen kann, je nachdem die Zahl seiner Bezeichnung oben oder unten liegt. Dies ist im Schema mit ° oder ″ bezeichnet.

Stab	oben	1^o	2^o	1^o	2^o	1^u	2^u	1^u	2^u
	unten	2^u	1^u	2^o	1^o	2^u	1^u	2^o	1^o
	Combination	1	2	3	4	5	6	7	8

Das Mittel aus diesen acht Vergleichungen ist frei von den oben erörterten Fehlerquellen der Excentricität der Endflächen und des ungleichen Druckes, den der Spiegel 2 ausübt, zugleich möglichst frei von Temperatur-Änderungen.

Wir müssen vor den Beobachtungen noch einige Berichtigungen des Apparates anführen, obschon einiges davon schon gesagt ist bei der Beschreibung des Apparates. Wenn also Wiederholungen hier vorkommen, entschuldige man sie.

Zuerst muss das Fernrohr senkrecht gegen das Planglas 1 stehen. Mit Hilfe der Lagerschrauben des Fernrohres ist dies bald in aller Schärfe erzielt, indem die wirklichen Fäden und ihr Spiegelbild von 1 sich vollständig decken.

Jetzt wird der Spiegel 2 soweit um seine Verticalaxe gedreht bis das Spiegelbild des Verticalfadens nahe steht beim wirklichen Verticalfaden, es ist besser einen kleinen Abstand zu lassen, weil man dann auch ein zweites Bild der Beleuchtungsflamme erhält, das schwächer ist, aber doch jeden Augenblick erkennen lässt, ob der Horizontalfaden mit seinem Spiegelbild in 1 coïncidirt. Wie ein Fehler in diesem Sinne sichtbar wird, muss er an den Lagerschrauben des Fernrohres corrigirt werden, so dass das Spiegelbild 1 und der wirkliche Horizontalfaden sich immer decken.

Man nivellirt jetzt die Tragbrücke.

Nun werden auf dieser Schrote aufgestreut, auf die Schrote nach obigem Schema der G_6^o gelegt. Auf G_6^o kommt wieder eine dünne Schichte von Schroten, auf diese G_{II}^o. Jetzt werden die Meter in der Richtung der Gesichtslinie [1]) genau über einander gebracht, wozu die Schrauben der Klötzchen der Tragbrücke dienen, und dann sanft gegen den Spiegel 1 angeschoben. Jetzt wird auch der Spiegel 2 angeschoben, dann seine Feder mit dem Federschuber ziemlich fest gespannt und letzterer mit der Schraube festgesetzt. Man versucht, ob die Feder den Spiegel 2 gehörig anschiebt, indem man den Spiegel etwas neigt, worauf ihn die Feder wieder in doppelten Contact bringt. Dies muss so erfolgen, dass die Lage des beweglichen Horizontalfadens im zweiten Spiegel gegen den festen Horizontalfaden immer genau wieder dieselbe wird. Tritt dies nicht ein, so muss die Feder noch stärker gespannt werden, oder es ist ein fremder Körper zwischen den Berührungsflächen. Dies zu untersuchen dienen am sichersten die Newton'schen Farbenringe, die sich um den Berührungspunkt zweier Glasflächen von verschiedenem Halbmesser bilden. Der Berührungspunkt selbst erscheint als ein runder schwarzer Fleck, umgeben von Kreislinien. Die geringste Unreinigkeit oder Staub verhindert das Entstehen der Ringe oder hat die Verzerrung derselben zur Folge. Es ist daher ein ganz sicheres Zeichen, dass die Spiegel ohne fremde Körper dazwischen an den Enden der Stäbe anliegen, wenn die Figur schön und rund erscheint, und es gibt für beide Enden der

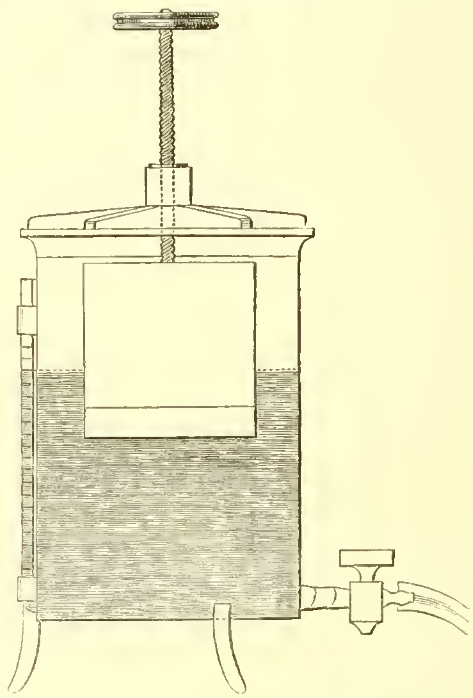
---

[1]) Sollte es wünschenswerth sein, die Stäbe genau senkrecht zu einer Seitenkante einzulegen, so liesse sich dies leicht erreichen mit Hilfe eines verstellbaren Spiegels, der einen genau rechtwinkeligen Anschlag an die Seitenkante hätte. Man würde jetzt den Stab um den Berührungspunkt auf Spiegel 1 drehen, bis das Spiegelbild des senkrechten Fadens in Coïncidenz mit dem Faden wäre, worauf der Spiegel abgenommen und mit dem zweiten oberen Meter dieselbe Manipulation vorgenommen würde. Indessen ist die Centricität doch so gut, dass ein Legen nach dem Augenmaasse genügt, weil man nur die Differenz der Länge der Stäbe zu bestimmen hat.

Stäbe Lagen des Auges, welche die Figur erkennen lassen. Man untersucht jetzt, ob die Drehungsaxe des Spiegels 2 genau zwischen die zwei Meterstäbe trifft. Dazu dient das über den Spiegel gespannte Haar. Verlangt der Spiegel höher oder tiefer zu stehen, so muss die Federspannung erst gelöset werden ehe man verstellt, weil sonst die Endflächen der Meter und der Spiegel 2 beschädigt werden könnten. Nach Einstellung spannt man den Spiegel wieder.

Beide Meter müssen nun unter Wasser gesetzt werden. Ohne dies würde der obere Stab stets länger erscheinen als er im Vergleich zum unteren ist, da die Temperatur in den Zimmern oben immer höher ist als unten. Alle vorgenommenen Vergleichungen in Luft haben dies ohne Ausnahme nachgewiesen. In Wasser gibt eine Beobachtungsreihe (das Mittel aus acht Einstellungen) grössere Genauigkeit, als man in Luft binnen acht Tagen erreichen kann.

Um das Wasser einzubringen, dient der Wasserbehälter mit Schwimmer. Der Schwimmer sinkt, wenn die Schraube tiefer hineingeschraubt wird. Wie viel dabei das Wasser zwischen Schwimmer und Cylinder steigt, zeigt die gradirte Glasröhre durch den markirten Wasserstand. Ein Kautschukrohr führt vom Hahn zum Comparator. Ist im Comparator das Wasser hoch genug gestiegen, so wird der Schwimmer zurückbewegt, bis die gradirte Röhre das Niveau im Comparator zeigt. Das Wasser muss schon einige Tage im Zimmer der Beobachtungen gestanden haben, um die mittlere Temperatur anzunehmen, und auch dabei kommt es vor, dass der dem Fenster nähere Theil des Comparators (jetzt im Winter) eine niedrigere Temperatur zeigt als der entferntere Theil. Ich finde es am zweckmässigsten, das Wasser im Trog in eine rotirende Bewegung zu versetzen, indem man mit einem schmalen Brettchen, das bis zum Boden eintaucht, an der einen Längenkante von rechts nach links bewegt, dann gleich an der andern Kante hin von links nach rechts u. s. f. bis sich das Wasser recht gut gemischt hat. Jetzt wird noch der Spiegel 2 sicher zum



Anliegen an beiden Stäben gebracht, was erreicht ist, wenn die Newton'schen Berührungsflecken deutlich und ohne Verzerrung erscheinen, und nun kann abgelesen werden. Es ist viel wichtiger, oft umzurühren, als die Kappe mit den Thermometern überzusetzen. Denn wenn auch keine Blendung vorhanden ist, so sieht man doch ganz gut das Spiegelbild des zweiten Spiegels. Es ist eben so deutlich und scharf als die wirklichen Fäden, nur etwas blasser.

Beim Umwechseln der Stäbe muss der Spiegel 2 zurückgeschoben werden. Es ist bequemer, die Stäbe einzulegen, wenn von den vier Klötzchen mit Schrauben auf der Tragbrücke die beiden auf der Seite des Beobachters befindlichen ganz entfernt werden. Es genügt, wenn nur die Meterstäbe gegen die Schrauben der zwei bleibenden anstehen.

Beim Herausnehmen der Stäbe hat man sich wohl zu hüten, nicht mit den Endflächen der Stäbe gegen die Spiegel zu stossen. Man erlangt dies sicher, wenn man erst mit dem Stabe vom Spiegel 1 etwas abrückt und nun mit dem andern Ende gegen sich bewegt, bis der Spiegel 2 vorbei ist, dann erst den Stab heraushebt. Bei den Vergleichungen in Wasser ist die Anwendung der Schrote sehr unbequem. Man kann dieselben ersetzen durch zwei Cylinder von genau rundem und geradem Kupferdraht, der versilbert oder vergoldet ist. Die Cylinder von gleichem Durchmesser mit den Schroten werden senkrecht zur Stabaxe und in solchem Abstande von den Enden aufgelegt, dass die Durchbiegung der Stäbe ein Minimum wird. Bessel zeigt im oben angeführten Werke pag. 132, dass dies stattfindet, wenn der Stab 0.22031 seiner ganzen Länge von den Endpunkten entfernt, aufgelegt wird. Die Durchbiegung ist übrigens bei der Art, wie wir vergleichen, ganz ohne Einfluss, wenn die Stäbe von gleichem Material und von gleichen Dimensionen angefertigt sind.

In der hier beschriebenen Weise sind nun die nachfolgenden Vergleichungen gemacht worden.

Reduction nach Formel (10″).

Vergleichung von G_{II} mit G_6											
Datum Zeit 1867	G°_{II}	Zahl	α'_0	α''_0	G°_6	Zahl	$\alpha_{,u}$	$\alpha_{,,u}$	$\frac{\alpha'_0 - \alpha_{,u}}{2}$	$\frac{\alpha''_0 - \alpha_{,,u}}{4}$	
März 14.	$\frac{G_{II}}{G_6}$	o o	12·72·24		$\frac{G_6}{G_{II}}$	o u	14·01·03	14·70·80			Tr $G_6 - 0·62·20 = G_{II}$
		u o	12·78·75			u u	14·00·91	14·71·40			
		u u	12·57·20			u o	13·86·57	14·36·08			
		o u	12·69·53	12·09·37		o o	13·90·10	14·47·80			
		Mittel	12·69·43	12·09·37		Mittel	13·94·65	14·56·52	—0·62·61	—0·61·79	
	$G_6 - \overset{\text{mm}}{0·0096·3} = G_{II}$				$G_6 = \overset{\text{mm}}{1000·0072·7}$						
Vergleichung von G_{II} mit G_5											
März 16.	G°_{II}	Zahl	α'_0	α''_0	G°_5	Zahl	$\alpha_{,u}$	$\alpha_{,,u}$			
	$\frac{G_5}{G_{II}}$	o o	13·97·62	14·63·62	$\frac{G_{II}}{G_5}$	o u	12·59·20	11·87·92			$G_{II} + 0·67·86 = G_5$
		u o	13·97·36	14·63·56		u u	12·58·80	11·83·50			
		u u	13·91·60	14·51·30		u o	12·61·25	11·91·25			
		o u	13·95·62	14·64·92		o o	12·62·00	11·91·00			
		Mittel	13·95·55	14·60·85		Mittel	12·60·31	11·88·41	+0·67·62	+0·68·11	
	$G_5 - \overset{\text{mm}}{0·0105·12} = G_{II}$				$G_5 = \overset{\text{mm}}{1000·0081·5}$						
Vergleichung von G_5 mit G_6											
			α'_0	α''_0			$\alpha_{,u}$	$\alpha_{,,u}$			
März 21.	$\frac{G_6}{G_5}$		13·24·83	13·18·00	$\frac{G_5}{G_6}$		13·40·3	13·43·7			$G_5 - 0·05·12 = G_6$
			13·24·10	13·17·70			13·31·2	13·31·2			
			13·18·70	13·05·06			13·29·6	13·29·0			
			13·25·53	13·20·70							
			13·23·87	13·09·90							
		Mittel	13·23·41	13·14·27		Mittel	13·33·7	13·34·6	—5·15	—5·08	
	$G_5 - \overset{\text{mm}}{0·0007·9} = G_6$				$G_5 - G_6 = \overset{\text{mm}}{0·0007·9}$						
	aus G_{II} $G_5 - G$ $- 0·0008·8$										

Wird $^1/_3$ der Differenz von 0·9 Zehntausendstel Millimeter zu jeder Bestimmung geschlagen, also der Werth von G_6 um 0·3 Zehntausendstel vermehrt, der von G_5 um dieselbe Grösse vermindert, so ist

$$G_6 = \overset{\text{mm}}{1000{\cdot}0073{\cdot}0}$$
$$G_5 = 1000{\cdot}0081{\cdot}2$$

Obschon die Vergleichung zwischen G_5 und G_6 nur unvollständig ist, zeigt doch die grosse Übereinstimmung der Resultate die Leistungsfähigkeit des Apparates. Man wird übrigens nicht vergessen, dass die Vergleichungen im geheizten Zimmer angestellt sind, wo die Resultate, wie schon Bessel gezeigt hat, weit hinter der Leistungsfähigkeit des Apparates zurückbleiben. Um den mittlern Fehler streng abzuleiten, müssten viele vollständige Vergleichungen gemacht werden. Man würde aber damit nur bestimmen, was sich unter sehr ungünstigen Verhältnissen erreichen lässt, und dies bietet keinen der Mühe äquivalenten Ersatz, da der Apparat unter günstigen Verhältnissen Anwendung finden wird. Der Apparat wird Unglaubliches leisten, wenn gehörig für gleiche Temperatur der beiden Stäbe gesorgt wird, und es liesse sich diese vielleicht am sichersten herstellen, wenn die Einrichtung getroffen würde, dass Quellwasser (Brunnenwasser) beständig in den Trog ein- und wieder abflösse.

Hier drängt sich nun die Frage auf, ob es noch Interesse biete, so kleine Grössen zu bestimmen? Vom Standpunkt der Geodaesie muss man bejahend antworten. Denn es hat die Winkelmessungskunst jetzt solche Fortschritte gemacht im Verhältniss zu dem, was sie anfangs dieses Jahrhunderts leistete, dass die Winkel wohl 30mal genauer als damals bestimmt werden können. Soll die dem Winkel gegenüberstehende Seite eines Dreieckes in ihren Theilen eben so genau erkannt sein als der Winkel, so muss auch die Genauigkeit, mit der wir die Längeneinheit erkennen, in demselben Verhältnisse wachsen. War also damals $^1/_{1000}$ Linie die Grenze, so muss sie jetzt $^1/_{30000}$ Linie sein und also beim Meter über die Zehntausendstel hinausgehen. Wir entsprechen also nur den Anforderungen der Wissenschaft für unsere Zeit, wenn wir alles aufbieten, um auch der Erkenntniss der Längeneinheit die grösstmöglichste Genauigkeit zu geben.

Das Bergkrystall-Kilogramm ⊙^{k}, seine Unterabtheilungen im Bergkrystall bis zur Gramme und die Unterabtheilungen der Gramme in Platindrähten bis zum Milligramm, nebst der Wage.

Über das Bergkrystall-Kilogramm ⊙ und dessen Unterabtheilungen in Bergkrystall.

Sowohl das Bergkrystall-Kilogramm als auch seine Unterabtheilungen sind aus demselben Krystall, den ich aus der Schweiz im Jahre 1845 bezog, angefertigt. Alle Axen dieser cylindrischen Gewichte liegen parallel zur Axe des Krystalls. Es wurden dazu aus dem Krystalle Platten geschnitten von der Dicke gleich der Höhe der Cylinder senkrecht auf die Axe des Krystalles. Erst nachdem diese Durchschnittsflächen polirt waren und also gestatteten, die Reinheit des Krystalles im Innern zu untersuchen, liess ich die entsprechenden Cylinder mit auf der Drehbank Claufendem ylindermantel von Kupferblech mit Schmirgel ausstechen und facettiren, um ein Ausspringen der Kanten möglichst zu vermeiden. Erst nachdem die Gewichte durch Schleifen nahezu richtig waren, wurden die Cylinderflächen polirt und durch das Poliren der Facetten den Nominalwerthen der einzelnen Gewichte nahegebracht. Es wäre überflüssig, sie möglichst genau mit den Nominalwerthen in Übereinstimmung zu bringen, da die Berücksichtigung der Luftgewichte doch kleine Gewichte zur Ausgleichung nöthig macht.

Was mich veranlasste, die Gewichte in Bergkrystall auszuführen, ist aus der oben citirten Abhandlung zu ersehen. Im Jahre 1837 erholte ich in Paris auch die Copie des Kilogrammes. Zurückgekehrt, war ich mehrere Jahre bemüht, nach meiner Bergkrystall-Copie genaue Metallgewichte herzustellen. Aber es gelang mir nicht, sie invariabel zu machen. Vergebens liess ich die Metallstücke unter dem grossen Prägestock der k. Hauptmünze auf ein kleinstes Volumen pressen; vergebens war es, die Gewichte mit starker galvanischer Vergoldung gegen Oxydation zu schützen. Alle Metallgewichte blieben veränderlich, wie ich durch Vergleichung mit meinem Bergkrystall-Kilogramm sehen konnte.

Ich entschloss mich daher im Jahre 1844, auch alle Unterabtheilungen des Kilogrammes in Bergkrystall herzustellen. Denn nur solche Gewichte können ein für allemal und für alle Zeiten sicher bestimmt werden. Alle Metallgewichte fordern von Zeit zu Zeit eine neue Bestimmung, Bergkrystall allein hat sich unter allen Umständen als invariabel bewährt. So sind die Gewichte entstanden, welche ich jetzt dem k. k. österreichischen Handelsministerium abtrete, und wir werden später den Beweis führen, dass sie auch nach 20jährigem Gebrauche noch auf $^{1}/_{100}$ Milligramm unverändert sind.

Man könnte glauben, dass das $\odot$ Kilogramm, da es eine Copie des ursprünglich in Paris verglichenen Bergkrystall-Kilogrammes B^k ist, weniger Sicherheit bietet als das Original B^k. Dagegen bemerke ich aber, dass die zwei Bergkrystall-Kilogramme B^k und $\odot^k$ durch 43 vollständige Bestimmungen mit einander verglichen wurden, und dass der mittlere Fehler dieser Vergleichungsreihe nur 0·02 Milligramme beträgt. Da die Vergleichung des B^k in Paris auf 0·05 unsicher bleibt, so sind innerhalb dieser Grenze beide Kilo B^k und $\odot^k$ als identisch zu betrachten. Dagegen hat das $\odot^k$ gegen das B^k, welches sich seit dem Jahre 1846 in Neapel befindet, folgende Vorzüge voraus. Der Krystall des $\odot^k$ ist ganz fehlerfrei. Kein Punkt auf seiner Oberfläche ist beschädigt. Das ist nicht der Fall bei dem B^k (siehe seine Beschreibung in der citirten Abhandlung, p. 195—196). Auch die Flächen des $\odot^k$ sind viel genauer bearbeitet als die des B^k, so dass man aus den Dimensionen mit Sicherheit das Volumen ableiten kann. Endlich ist das absolute Gewicht des $\odot^k$ bis auf 0·15 Milligr. richtig; B^k ist 14·11 Milligr. zu schwer. Es scheint daher das $\odot^k$ werthvoller als das B^k und verspricht, da die Oberfläche ganz fehlerfrei ist, eine grössere Dauerhaftigkeit als das B^k.

Wage.

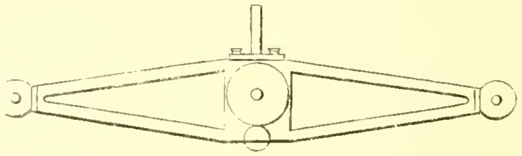
Unerlässlich zu allen Gewichtsbestimmungen ist eine genaue Wage, und ich habe viele Jahre nöthig gehabt, um endlich eine ganz befriedigende Construction festzustellen. Meine Kugelwage, wo die Schwingung statt auf Schneiden auf Abwickelung von Kugeln auf der Ebene beruht, dann die Bandwage, wo Seidenbänder zur Aufhängung des Balkens und der Schalen verwendet sind, waren Bestrebungen in diesem Sinne. Namentlich die Bandwage bietet durch ihre einfache Construction und ihre unverwüstliche Dauerhaftigkeit grosse Vortheile. So lange es sich nicht um die allerletzte Genauigkeit handelt, gebührt ihr der Vorzug vor Schneidewagen. Aber ich konnte bei dieser Wage den mittleren Fehler der einmaligen Beobachtung bei 2 Kilogr. Belastung nicht kleiner als auf $\frac{1}{2}$ Milligr. bringen.

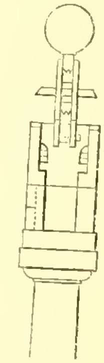
Die Hauptursache des Mangels einer Übereinstimmung der aufeinander folgenden Abwägungen liegt in der Hemmung der Wage, die nöthig ist, um die Gewichte umzusetzen. Nach meiner Erfahrung ist cet. par. diejenige Wage die vollkommenste, bei der sich die Punkte zwischen Schneiden und ihren Lagern am wenigsten ändern, wenn gehemmt und dann wieder aufgezogen wird.

Nach diesem Princip ist die Wage construirt, welche ich mit den Gewichtseinsätzen gleichzeitig dem k. k. Handelsministerium abgebe. Genau von derselben Construction ist auch die Wage, mit welcher ich im October und November 1846 in Neapel das B^k und das $\odot^k$ verglichen habe. Da die Construction dieser Wage noch nicht veröffentlicht ist, werde ich sie hier beschreiben.

Beschreibung der Wage.

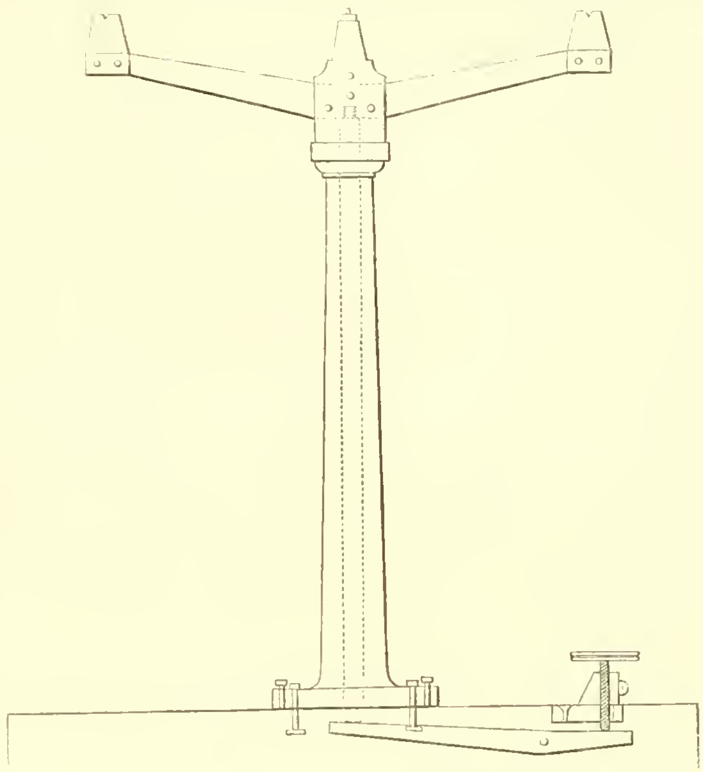
Der Wagebalken von der bekannten Form der grössten Tragkraft ist von beiden Seiten genau parallel abgedreht. Die Mitte ist cylindrisch durchbrochen. An beiden Enden sind zur Aufnahme der Schneiden für die Schalen cylindrische Löcher auf der Drehbank, also genau senkrecht auf die Ebene des Balkens ausgedreht. Die Schneiden bestehen in Stahlcylindern, die der Länge nach mit Planflächen unter 90° angeschliffen sind. Die Schneide trifft genau in den Cylindermantel. Bei höherer Temperatur, als beim Wägen vorkommen kann, gehen die Cylinder leicht in die Endlöcher des Balkens. Sie sitzen fest, wenn die Erkaltung eintritt. Die Mittelschneide ist eben so genau normal zur Fläche einer Platte in diese eingepasst. Wenn sie durch die Mitte des Balkens gesteckt ist, liegt die Flanche an der Seitenfläche des Balkens an, und es ist von der entgegengesetzten Seite des Balkens eine Scheibe über die Schneide gesteckt, die sich an die Flanche anschraubt. So ist die Schneide normal zur Balkenebene, und kann in dieser Ebene verstellt werden durch kleine Schläge auf den Rand der Flanche, bis sie genau in der Mitte zwischen den Endschneiden und in der richtigen Höhe, d. h. in einer Ebene mit den Endschneiden liegt. Erst dann wird die Schraube, die beide Platten verbindet, fest angezogen. Der Wagebalken trägt überdies oben einen Planspiegel, normal zu seiner Längenaxe und unten ein Gewicht zur Regelung des Schwerpunktes.





Der Wagebalken ruht auf dem obern Theil einer Stativsäule von Metall.

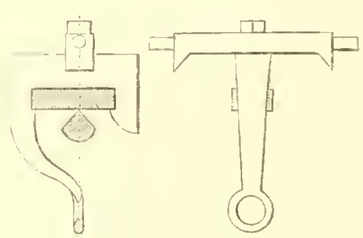
Die Säule hat unten eine Flanche mit Zug- und Druckschrauben, durch welche sie auf dem Bodenbrett der Wage senkrecht festgestellt wird. Die Mitte der Säule ist der Länge nach durchbohrt, oben und unten genau cylindrisch. Der obere Theil der Säule lauft in ein gabelförmiges Stück aus. Auf den oberen Enden der Gabel sind zwei Achatplatten eingelassen, die normal zur Bohrung in der Säule und genau in Einer Ebene stehen. Der Stahlcylinder, welcher durch die Säule geht und oben und unten genau passt, schraubt sich am obern Ende in einen Träger, der in der Ebene des Wagebalkens liegt. Unter dem Stahlcylinder der Säule ist ein Hebel angebracht, und auf dem Tragbrett der Wage findet sich ausserhalb des Kastens eine Schraube, die auf den zweiten Arm des Hebels drückt. Wird diese Schraube hinunter geschraubt, so hebt sich der Cylinder in der Säule und mit ihm der Tragarm. Dieser Tragarm passt seiner Dicke nach genau in den gabelförmigen Einschnitt des Kopfes der Tragsäule, und sinkt durch die eigene Schwere nach, wenn die Schraube am Tragbrett zurückgeschraubt wird. Diese Bewegung ist so regelmässig, als der Gang eines Mikrometerschlittens, was auch wesentlich ist.



Um den Gang vollkommen zu erhalten, ist im Gabelstück eine Schlussplatte angebracht, deren Correctionsschrauben an der Vorderseite der Wage sichtbar sind. Durch diese Correction kann der Gang aufs Genaueste regulirt werden.

Die Schalen der Wage sind eingehängt in Haken von Stahl. Die Haken tragen Achate mit Planfläche nach unten, oben am Haken und senkrecht zur Ebene des Wagebalkens sind cylindrische Zapfen angebracht.

Die Bestimmung dieses Trägers ist nun erst die Wagschalen an den cylindrischen Zapfen, dann den Wagebalken von den Steinlagern aufzuheben, und dann nach der Operation des Wechsels der Gewichte wieder sanft und genau an dieselben Stellen niederzulassen. Zu diesem Behufe sind an den durchbrochenen Enden des Trägers von aussen auf beiden Seiten Platten aufgeschraubt, so dass dadurch die Enden des Trägers gabelförmig werden. Diese vier Platten haben oben rechtwinkelige Einschnitte, in welche die cylindrischen Zapfen der Haken der Schalen passen. Auf den inneren Seiten dieser Platten sind noch einmal Plättchen oben mit rechtwinkeligem Einschnitte angeschraubt. Steigt jetzt der Träger, so erfassen die vier Platten mit ihren oberen Einschnitten die Zapfen der Haken und heben sie von den Endschneiden des Wagenbalkens ab. Erst wenn der Träger noch weiter steigt, erfassen die vier Einschnitte der inneren Plättchen nun auch die Endschneiden des Wagebalkens von unten, wo die Axen cylindrirt sind. Steigt der Träger noch weiter, so hebt er jetzt den Wagbalken, der mit den Cylindern der Endschneiden in den Lagern der vier Plättchen ruht, von den Steinlagern der Mittelschneide ab, und man kann jetzt, da die Schalen und der Wagbalken fest aufliegen, Gewichtsumtausch vornehmen, ohne an den Lagen der Schneiden zu ändern.



Bei der Berichtigung der Wage hat man darauf zu achten, dass die vier inneren Einschnitte der Endschneiden gleichzeitig und ohne Verstellung den Wagebalken erfassen. Man muss an der Lage der Einschnittplättchen so lange corrigiren, bis dies erreicht ist, in Bezug auf die vier Zapfen der Endschneiden.

Man hat dabei nur zu sehen, ob die Mittelschneide gleichzeitig auf beiden Lagersteinen aufsitzt. So lange ein Punkt der Schneide den Stein früher berührt, oder so lange die Schneide sich nicht ganz parallel zu der Steinebene bewegt, muss corrigirt werden.

Nun kann aber noch vorkommen, dass die oberen Einschnitte der Gabelplatten des Trägers die Axen der Haken nicht gleichzeitig erfassen, also die Steine der Haken nicht parallel zu den Endschneiden aufheben. Dies muss mit der Feile an den oberen Einschnitten corrigirt werden. Jetzt ist noch möglich, dass die Zapfenhebel beim Aufheben der Schale sich um ihre Axe drehen. Dies hört auf, wenn man die Hebel der Haken, die oben auf die Haken aufgeschraubt sind, in der Richtung des geschlitzten Schraubenloches verstellt, bis eine senkrechte Linie zugleich durch den Zapfen, durch die Endschneide und durch die untere Ringschneide des Hakens führt. Von diesen Berichtigungen hängt der Effect der Wage sehr wesentlich ab, und man sollte nie wägen, ohne diese Elemente untersucht zu haben. Ich mache hier noch darauf aufmerksam, dass weder die Haken noch die Lage des Balkens verwechselt werden dürfen, weil sonst die Correctionen nicht mehr streng passen.

In 12 oder mehr Fuss Abstand von der Wage ist ein Fernrohr normal gegen den Spiegel des Wagebalkens gerichtet und fest aufgestellt. Es zeigt das Bild einer senkrechten Scala, die neben dem Objectiv angebracht ist nach Art der Gauss'schen Magnetometer. Der Horizontalfaden im Fernrohr zeigt an der Scala jede Neigungsänderung des Wagebalkens und Spiegels und gestattet so eine möglichst genaue Ablesung, ohne der Wage nahe zu kommen, was bei genauen Abwägungen unerlässlich ist. Erst eine geraume Zeit nach dem Umsetzen der Gewichte, etwa 10 bis 15 Minuten, darf die Scala abgelesen werden. Da die Wage in Schwingungen bleibt, muss man die Wendepunkte der Bewegung an der Scala ablesen und aus beiden das Mittel nehmen. Man thut nicht wohl, die Schwingungsdauer der belasteten Wage grösser als 30 Secunden zu machen, weil dann die Regelmässigkeit abnimmt.

Zur Ermittlung des specifischen Gewichtes, was man bei jedem Gewicht kennen muss, ist an der Wage eine besondere Vorrichtung angebracht. Sie besteht in einer grossen Schale, in deren Tragbogen von der Rückwand des Wagkastens aus eine hölzerne Tragbrücke reicht. Auf die Brücke kommt ein Glas mit destillirtem Wasser zu stehen. Die Brücke kann durch schnell steigendes Gewinde auf und ab bewegt werden. Ist das Gewicht an einem Draht aufgehängt und abgewogen, so wird die Brücke gehoben bis es ganz in Wasser taucht. Dann wird unten auf die Schale der Gewichtsverlust im Wasser in Gewichten aufgelegt.

Die Aufstellung der Wage muss möglichst fest sein und so gewählt werden, dass die Wage nur langsamen Temperaturänderungen ausgesetzt ist. Die strahlende Wärme des Beobachters, so wie von Fenstern her muss sorglichst vermieden werden; ganz besonders aber Luftzug. Darum muss auch die Wage von einem Kasten mit Glasschuber verschlossen werden. Normal zum Spiegel ist es erforderlich, an dem Kasten ein vollkommenes Planparallelglas anzubringen, um durch dieses Glas mit dem Fernrohre das Bild der Scala deutlich zu sehen. Zwei Thermometer, von $^1/_{10}$ zu $^1/_{10}$ Grad Cent. getheilt, sind hinter den Schalen angebracht. Denn ein Temperaturunterschied der beiden Arme der Wage von $0\overset{\circ}{}01$ erzeugt schon sehr merkliche Fehler bei den Wägungen. Für gute Beleuchtung der Scala ist zu sorgen. Am besten ist künstliches Licht bei geschlossenen Läden. Erst 15 Minuten nach dem Umsetzen, was mit Handschuhen geschehen muss, darf abgelesen werden.

Bei Gewichtsvergleichungen wird man nie die Borda'sche Methode anwenden, wo Gewicht und Sache auf derselben Schale gegen Tara wechseln, sondern stets die Gauss'sche

Methode, wo die zu vergleichenden Körper die Schalen wechseln. Die Theorie der Gauss'schen Methode ist p. 222 der „Kilogramm-Abhandlung. Abschnitt Reduction der Wägungen" gegeben. Das Stimmrecht der Beobachtungen ist dabei das Doppelte gegen dem bei Borda's Methode. und es eliminirt sich das Gewicht der Schalen und der Taren vollständig.

Nach diesen Bemerkungen können wir zur Mittheilung der Vergleichungen übergehen, die zwischen dem B^k und dem $\odot^k$ in Neapel von mir vorgenommen wurden. Das B^k wird dabei so angenommen. wie es in der schon erwähnten Abhandlung, p. 234. gefunden wurde, nämlich

$$B^k = 1000014 \cdot 11 \text{ Milligr. mittl. Fehler} \pm 0 \cdot 05 \text{ Milligr.}$$

Die kleinen Gewichte von Platindrähten. die bei der Auswägung in Anwendung kommen, sind von Professor Dr. Seidel dahier auf das sorgfältigste gegen einander abgewogen. Prof. Seidel hat diese Gewichte dreimal bestimmt. Erst auf einer Bandwage mittelst der Schumacher'schen Grain-Gewichte. deren Werthe p. 215 der Kilogramm-Abhandlung angegeben sind; dann nachher. das zweite Mal, aus dem $\odot^k$ und seinen Unterabtheilungen. Bei der ersten Bestimmung kommen. der weniger vollkommenen Wage wegen, noch Unterschiede von einigen Hundertel-Milligrammen vor. Bei den letzten Beobachtungsreihen kaum von 0·01 Milligramm. Wir geben in der Beilage I. Tafel 2. die Werthe dieser Gewichte.

Die Vergleichungen des B^k mit dem $\odot^k$ mit Hilfe obiger Gewichte ergaben nun folgendes Resultat:

Hier bezeichnet q das Gewicht. was dem $\odot^k$ links
q' „ „ „ „ B^k links
p' „ „ „ „ $\odot^k$ rechts
p „ „ „ „ B^k rechts

zugelegt wurde.

Die Zahlen α für $\odot^k$ links und α' für B^k links sind die Ablesung der Scala durch das Fernrohr, und zwar das Mittel aus der obern und untern Umkehrung der Bewegung. Das Thermometer ist nicht beobachtet, weil beide Gewichte genau dasselbe specifische Gewicht haben. und folglich keine Bestimmung des Luftgewichtes nöthig wird.

Reduction

$$\odot^k = B^k + \frac{p-p'}{2} - \frac{q-q'}{2} - \frac{n}{2}(\alpha - \alpha')\ ^{1)}$$

$$\frac{n}{2} = 0 \cdot 15977 = 0 \cdot 16$$
$$1_5 = 10 \cdot 261$$
$$4_6 = 3 \cdot 904$$
$$2_6 = 1 \cdot 973$$

Neapel. Universität	Wagschale links $\odot + q$ / $B + q'$	Wagschale rechts $B + p$ / $\odot + p'$	Scala α / α'	$\odot = B$ Milligr.	Abweichung vom Mittel		Bestimmungen
1846 Oct. 9. 10h 0'	$\odot + 1_5$	B	791·3				
20	B	$\odot + 1_5$	765·3	−14·421	− 0·162		1
45	B	$\odot + 1_5 + 2_6$	770·7	14·543	0·284		2
11 5	$\odot + 1_5 + 2_6$	B	782·7	14·154		+ 0·105	3
20	B	$\odot + 1_5 + 2_6$	770·6	14·170		0·089	4
35	B	$\odot + 1_5$	765·4	14·015		0·244	5

[1]) Siehe „Abhandl. über das Bergkrystall-Kilogramm", p. 224 (3).

Neapel. Universität	links $\odot + q$ / $B + q'$	rechts $B + p$ / $\odot + p'$	Scala α / α'	$\odot = B +$ Milligr.	Abweichung vom Mittel		Bestimmungen
1846 Oct. 10. 9h 0'	$\odot + 1_5 + 4_6$	B	768·9				
20	B	$\odot + 1_5 + 4_6$	767·2	−14·437	− 0·178		6
50	$\odot + 1_5 + 4_6$	B	770·4	14·677	0·418		7
10 10	B	$\odot + 1_5 + 4_6$	768·0	14·549	0·290		8
25	$\odot + 1_5 + 4_6$	B	770·6	14·581	0·322		9
40	B	$\odot + 1_5 + 4_6$	770·2	14·229		+ 0·030	10
11 5	$\odot + 1_5 + 4_6$	B	772·6	14·549	− 0·290		11
11. 10 0	$\odot + 1_5 + 4_6$	B	774·2				
15	B	$\odot + 1_5 + 4_6$	772·8	−14·389	− 0·130		12
30	B	$\odot + 1_5 + 4_6$	767·7				
	$\odot + 1_5 + 4_6$	B	769·6	14·469	− 0·210		13
12. 10 0	$\odot + 1_5 + 4_6$	B	759·3				
12	B	$\odot + 1_5 + 4_6$	758·7	−14·261	− 0·002		14
	$\odot + 1_5 + 4_6$	B	756·7	13·845		+ 0·414	15
5	B	$\odot + 1_5 + 4_6$	758·0	13·957		0·302	16
50	$\odot + 1_5 + 4_6$	B	760·0	14·485	− 0·226		17
	B	$\odot + 1_5 + 4_6$	759·4	14·261	0·002		18
11 25	$\odot + 1_5 + 4_6$	B	758·7	14·053		+ 0·206	19
	B	$\odot + 1_5 + 4_6$	760·7	13·845		0·414	20
12 0	$\odot + 1_5 + 4_6$	B	759·6	13·989		0·270	21
12	B	$\odot + 1_5 + 4_6$	762·0	13·781		0·478	22
30	$\odot + 1_5 + 4_6$	B	761·8	14·133		0·126	23
40	B	$\odot + 1_5 + 4_6$	761·7	14·181		0·078	24
50	$\odot + 1_5 + 4_6$	B	762·5	14·293	− 0·034		25
1 0	$\odot + 1_5$	B	774·4	14·215		+ 0·014	26
Nov. 2. 9 45	B	$\odot + 1_5 + 4_6$	796·3				
10 0	$\odot + 1_5 + 4_6$	B	797·25	−14·317	− 0·058		27
15	B	$\odot + 1_5 + 4_6$	797·57	14·114		+ 0·145	28
30	$\odot + 1_5 + 4_6$	B	798·95	14·386	− 0·127		29
45	B	$\odot + 1_5 + 4_6$	799·10	14·141		+ 0·118	30
11 0	$\odot + 1_5 + 4_6$	B	799·87	14·288	− 0·029		31
15	B	$\odot + 1_5 + 4_6$	799·51	14·223		+ 0·036	32
30	$\odot + 1_5 + 4_6$	B	801·07	14·415	− 0·156		33
45	B	$\odot + 1_5 + 4_6$	800·40 hemmt sich	14·272	− 0·013		34
2. 12 5	$\odot + 1_5 + 4_6$	B	794·05				
20	B	$\odot + 1_5 + 4_6$	794·12	−14·154		+ 0·105	35
35	$\odot + 1_5 + 4_6$	B	795·80	14·434	− 0·175		36
50	B	$\odot + 1_5 + 4_6$	795·57	14·202		+ 0·057	37
1 5	$\odot + 1_5 + 4_6$	B	796·53	14·319	− 0·060		38
20	$\odot + 1_5$	$B + 1_6$	821·52	14·413	− 0·154		39
30	$\odot + 1_5 + 4_6$	B	796·35	14·290	− 0·031		40
3. 10 45	$\odot + 1_5 + 4_6$	B	798·10				
11 0	B	$\odot + 1_5 + 4_6$	797·15	−14·317	− 0·058		41
11 15	$\odot + 1_5 + 4_6$	B	798·43	14·322	− 0·063		42
11 30	B	$\odot + 1_5 + 1_6$	799·35	14·018		+ 0·241	43
					Σ − 3·472	+ 3·472	

Mittel −14·259 Mittl. Fehler einer Beob. $= \frac{6 \cdot 944}{43}$

$= 0 \cdot 1615$

$\odot = B - 14 \cdot 259$ Milligr. Mittl. Fehler der Reihe $= \frac{0 \cdot 1615}{\sqrt{43}} = 0 \cdot 02463$ Milligr.

In meiner Abhandlung über das Bergkrystall-Kilogramm ist pag. 234 der Werth des $B^k = 1000014 \cdot 11$ Milligr. $\pm$ 0·05 Milligr. angegeben. Substituirt gibt

$$\odot = \mathbf{1000000}^{\mathrm{mg}} - \mathbf{0 \cdot 15}^{\mathrm{mg}} \pm \mathbf{0 \cdot 024}^{\mathrm{m}}.$$

Meine Vergleichungen des B^k mit dem Kilogramm der Archive in Paris sind im Mai 1837 angestellt. Zur Ermittlung des Luftgewichtsunterschiedes habe ich diejenigen Constanten angewandt, die damals für die sichersten galten (siehe p. 183—188). Seitdem hat Regnault mehrere der eingehenden Constanten genauer bestimmt, auch Militzer das specifische Gewicht des Quecksilbers und Seidel das specifische Gewicht des Bergkrystalls mit der Ausdehnungs-Tabelle für Wasser nach seinen Messungen. Er findet das specifische Gewicht des Bergkrystalls

$$= 2 \cdot 654787.$$

Es wäre eine kleine Mühe, die neueren Bestimmungen statt der früheren einzusetzen. Dazu dienten die Gleichungen (III) und (IV), p. 181, welche Werthe man statt den Zahlenwerthen der Gleichung (V), p. 181, anzunehmen hätte. Dies wollen wir aber Anderen überlassen. Die Tabelle, welche die Milligramme in Platinagewichten angibt, die dem $\odot^k$ beigelegt werden müssen, um in der Luft gleich schwer zu sein, mit einem Kilogramm aus anderem Stoffe, dessen specifisches Gewicht das Argument der Tafel bildet, finden sich in der Beilage II, Tafel 4.

Die Werthe der Unterabtheilungen des Bergkrystall-Kilogrammes bis zur Gramme, wie sie Professor Seidel aus sehr vielfachen Wägungen, nach der Methode der kleinsten Quadrate ausgeglichen, abgeleitet hat, finden sich in der Beilage I, Tafel 3.

Nachdem wir im Vorhergehenden das Kilogramm und seine Unterabtheilungen, die Wage und ihre Berichtigung im Allgemeinen beschrieben haben, erübrigt noch, den Nachweis zu liefern, dass die Wage, welche jetzt an die österreichische Regierung übergeht, auch wirklich so viel leistet, als nach den angeführten Gewichtsbestimmungen zu erwarten ist.

Ich habe desshalb diese Wage in meinem Studirzimmer an einem Mauerpfeiler zwischen zwei Fenstern aufstellen lassen. Die Mauer liegt von Ost nach West. Das Fernrohr zur Ablesung ist östlich an dem nächsten Mauerpfeiler in gleicher Höhe mit dem Spiegel des Wagebalkens auf einem Tragbrettchen festgeschraubt. Die Scala daneben ist am Winterladen befestigt und vom Fenster her sehr gut beleuchtet.

Um erst nachzuweisen, welche Sicherheit bei kleiner Belastung erzielt wird, habe ich neun Bergkrystallkugeln, die zusammen nahe eine Gramme wiegen, verglichen mit den drei Cylindergrammen des Gewichtseinsatzes 1_3, $1'_3$ und $1''_3$. Da diese drei Gewichte schwerer und leichter sind als 1 Gramme, indem sie die Werthe haben

$$\begin{aligned} 1_3 &= 1000 \cdot 679 \text{ Milligr.} \\ 1'_3 &= 999 \cdot 598 \quad " \\ 1''_3 &= 1000 \cdot 231 \quad " \end{aligned}$$

so kann durch ihre bekannten Gewichtsunterschiede der Scala-Werth bestimmt werden, ohne die kleinen Platinagewichte zu benöthigen.

Am 17. März 1867 sind 28 Abwägungen gemacht. Sie dauerten von Morgens 10 Uhr bis Nachmittags $3^1/_2$ Uhr, also $5^1/_2$ Stunden; auf eine Wägung treffen also durchschnittlich 12 Minuten.

Die Beobachtungen folgen hier in der Originalform ihrer Aufzeichnungen.

1867 März		Original links Wagschale			Original rechts Wagschale		
Zahl d. Beob.	Zeit	links q' Original	rechts p' Copie	α'	α	links q Copie	rechts p Original
1	17 22 0				290·6	$(9)^k$	$1'_3$
2	15	$1'_3$	$(9)^k$	271·50			
3	30				289·7	$(9)^k$	$1'_3$
4	45	$1'_3$	$(9)^k$	270·90			
5	23 0				291·6	$(9)^k$	$1'_3$
6					290·1	$(9)^k$ [1]	$1'_3$
7	15	$1'_3$	$(9)^k$	271·80			
8	30				277·9	$(9)^k$	$1''_3$
9	45	$1''_3$	$(9)^k$	283·0			
10	0 0				278·2	$(9)^k$	$1''_3$
11	15	$1''_3$	$(9)^k$	282·3			
12					278·0	$(9)^k$	$1''_3$
13	30	$1''_3$	$(9)^k$	283·4			
14	45				277·6	$(9)^k$	$1''_3$
15	1 0	$1''_3$	$(9)^k$	282·4			
16	15				269·3	$(9)^k$	1_3
17	30	1_3	$(9)^k$	290·9			
18	45				270·1	$(9)^k$	1_3
19	2 0	1_3	$(9)^k$	290·7			
20					270·5	$(9)^k$	1_3
21	15	1_3	$(9)^k$	290·3			
22					269·95	$(9)^k$	1_3
23	30	1_3	$(9)^k$	291·3			
24					270·5	$(9)^k$	1_3
25	45	1_3	$(9)^k$	291·2			
26	3 0				271·4	$(9)^k$	1_3
27	15	1_3	$(9)^k$	291·4			
28	30				269·7	$(9)^k$	1_3

[1]) Alle Krystalle mit Alkohol gut abgewaschen.

Zur Reduction habe ich drei Gruppen aus den Vergleichungen gebildet. Die erste bezieht sich auf die Vergleichung der $(9)^k$ mit 1_3. Nimmt man nämlich die Mittel aus den Beobachtungen 1, 3, 5, 6 und 2. 4. 7, welche die Vergleichung mit $1'_3$ geben, dann aus 8, 10, 12. 14 und 9, 11, 13, 15, welche die Vergleichung mit $1''_3$ umfassen, endlich aus 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28 und 17, 19, 21, 23, 25, 27, die auf 1_3 beruhen, so findet sich

Mittel	Original links		Scala		Original rechts		Mittel
	l	r	α'	α	l	r	
				290·50	$(9)^k$	$1'_3$	1
2	$1'_3$	$(9)^k$	271·40				
				277·92	$(9)^k$	$1''_3$	3
4	$1''_3$	$(9)^k$	282·78				
				270·21	$(9)^k$	1_3	5
6	1_3	$(9)^k$	290·97				

(1)

Nach der Gleichung

$$(9)^k = 1'_3 + \frac{p-p'}{2} - \frac{q-q'}{2} + \frac{n}{2}(\alpha-\alpha')$$

werden jetzt aus 1 und 2, aus 2 und 3, aus 3 und 4 und so fort folgende fünf Gleichungen gebildet

$$\begin{aligned}(9)^k &= 999\cdot598 + \tfrac{n}{2}\,(19\cdot10)\\ &= 999\cdot915 + \tfrac{n}{2}\,(6\cdot52)\\ &= 1000\cdot231 - \tfrac{n}{2}\,(4\cdot86)\\ &= 1000\cdot455 - \tfrac{n}{2}\,(12\cdot57)\\ &= 1000\cdot679 - \tfrac{n}{2}\,(20\cdot76).\end{aligned} \tag{2}$$

Da diese verschiedenen Werthe von $(9)^k$ unter einander gleich sein sollen, so ist auch $2-1=0$, $3-2=0$, $4-3=0$, $5-4=0$. Es ist also

$$\begin{aligned}&+0\cdot317 - \tfrac{n}{2}\,(12\cdot58) = 0 \quad 2-1\\ &+0\cdot316 - \tfrac{n}{2}\,(11\cdot38) = 0 \quad 3-2\\ &+0\cdot224 - \tfrac{n}{2}\,(7\cdot71) = 0 \quad 4-3\\ &-0\cdot224 - \tfrac{n}{2}\,(8\cdot19) = 0 \quad 5-4.\end{aligned} \tag{3}$$

Aus diesen vier Gleichungen kann der Scalawerth $\frac{n}{2}$ abgeleitet werden. Gibt man allen gleiches Stimmrecht, so folgt

$$\frac{n}{2} = 0\cdot027120 = \frac{1}{36\cdot87}\,. \tag{4}$$

Man sieht hieraus die grosse Empfindlichkeit der Wage, da ein Milligramm nahe 37 Scalentheile gibt.

Setzt man jetzt den Scalawerth (4) ein in die Gleichungen (2), so ergeben sich folgende fünf Werthe für die $(9)^k$.

	Milligr.	Abw. v. Mittel in Tausendtel Milligr.
$(9)_k =$	$1000\cdot116$	$-\ 9$
	092	$+15$
	099	$+\ 8$
	114	$-\ 7$
	$1000\cdot116$	$-\ 9$
Mittel . .	$1000\cdot107$	9 also
	$\pm\ 0\cdot004$	

Der mittlere Fehler unserer Bestimmung beträgt also nur 4 Tausendtel eines Milligrammes, und ein solches Resultat lässt sich in wenig Stunden erreichen. Die Wage leistet daher selbst unter ziemlich ungünstigen Verhältnissen (Aufstellung) Ausserordentliches. Versuchen wir jetzt ihre Leistung bei grösserer Belastung.

Dazu wählte ich ein halbes Kilogramm in Bergkrystall (da ich das $\odot^k$ nicht mehr besitze), was durch unvorsichtige Abkühlung einige Sprünge bekam, die übrigens seine Brauchbarkeit und wohl auch die Dauerhaftigkeit nicht beeinträchtigen.

Dieses halbe Kilogramm, V_1 bezeichnet, hat Prof. Seidel im Jahre 1846 durch viele Beobachtungsreihen verglichen mit dem halben Kilogramm des Bergkrystalleinsatzes, der jetzt an Österreich übergeht. Er fand

$$\begin{aligned}V_1 - 5_1 &= 3\cdot478 \quad \text{im Jahre } 1846\\ &= 3\cdot452 \quad\ \text{,,} \quad \text{,,} \quad 1847.\end{aligned}$$

Auch die Bestimmung vom Jahre 1847 beruht auf einer grossen Zahl von Vergleichungsreihen. Es kann nicht meine Absicht sein, so zahlreiche Beobachtungen jetzt anzustellen, dass die Hundertel Milligramme verbürgt werden können. Ich will nur zeigen, was die Wage in Einer Beobachtungsreihe gegeben hat. Am 18. März 1867 machte ich 15 Vergleichungen, welche, wie oben in drei Gruppen behandelt, ergaben

$$\begin{aligned} V_1 = 5_1 &+ 3\cdot904 - \tfrac{n}{2}(17\cdot80) \\ &+ 3\cdot437 - \tfrac{n}{2}(\ \ 4\cdot25) \\ &+ 2\cdot970 + \tfrac{n}{2}(15\cdot70) \\ &+ 2\cdot471 + \tfrac{n}{2}(35\cdot25) \\ &+ 1\cdot973 + \tfrac{n}{2}(53\cdot60)\,. \end{aligned}$$

Der Scalawerth ergibt sich

$$\frac{n}{2} = 0\cdot02704 = \frac{1}{36\cdot98}$$

sehr nahe gleich mit dem bei kleiner Belastung. Setzt man ihn ein in obige Gleichungen, so wird

	Milligr.	Abw. in Hunderteln
$V_1 - 5_1$	$= 3\cdot423$	$0\cdot03$
	$= 3\cdot322$	$0\cdot08$
	$= 3\cdot395$	$0\cdot00$
	$= 3\cdot423$	$0\cdot03$
	$= 3\cdot423$	$0\cdot03$
Mittel. .	$= 3\cdot397$	$0\cdot03$.

20 Jahre früher fand Seidel . . . $3\cdot452$.

Ich fand daher die Differenz um 6 Hundertel kleiner. Welchen Einfluss übrigens die Reinheit der Oberflächen der Krystalle auf die Werthbestimmung hat, mag aus einer Vergleichung vom 4. März 1867 zwischen diesen beiden Gewichten hervorgehen.

Ich fand nämlich

$$V_1 - 5_1 = 3\cdot601 \pm 0\cdot03\,.$$

Hier war die Differenz gegen 1847 grösser um

$0\cdot149$ Milligr.

Als ich jedoch den Körper V_1 in Bezug auf seine Reinheit genau untersuchte, fanden sich zwei kleine Fleckchen, durch deren Entfernung der Krystall jetzt sogar leichter scheint als 1847. Man kann nach dieser Erfahrung sagen, dass, wenn nicht die grösste Sorgfalt auf die Reinigung der Oberflächen der Krystallgewichte verwendet wird, die Sicherheit ihres Gewichtes in den Hundertel Milligrammen illusorisch bleibt.

Wenn demnach die Wage gestattet, ein schweres Normalgewicht in wenig Stunden auf einige Hundertel Milligramme zu bestimmen, so entspricht sie jeder Anforderung, selbst der strengsten physikalischen Untersuchung.

Die gegenwärtige Abhandlung war bis hieher gedruckt, als mir Prof. Seidel die Resultate seiner neuesten Abwägungen des V_1' und 5_1 verglichen mit den älteren Beobachtungen übergab. Da er eine Übereinstimmung bis auf $^1/_{100}$ Milligramm erreicht, so ist das Resultat im hohen Grade interessant, weil es den thatsächlichen Nachweis liefert, dass in 20 Jahren des Gebrauches die beiden Krystallgewichte nicht den 50Millionsten Theil ihrer Maasse geändert haben. Ich führe daher seine Mittheilung hier wörtlich an:

„Differenz $V_1' - 5_1$

zwischen den beiden $^1/_2$ Kilogrammstücken von Bergkrystall.

I. Alte Vergleichungen vom Jahre 1846/7.

	mg.
4 directe Vergleichungen, die bei der Ausgleichungsrechnung 1846 vorlagen, hatten gegeben	3·503
2 damals übersehene, gelegentlich einer andern Untersuchung erhaltene ergaben .	3·542
10 ähnliche Anfang 1847 gemachte	3·431
Der Übergang von einem halben Kilogramm zum andern durch die beiderseitige Verbindung mit der Summe $2_1\ 1_1\ 1_2' + 5_2 + 2_2 +$ etc. (10 Vergleichungen von 5_1 und 5_15 von V_1' mit der Summe) hatten ergeben	3·410
Hauptresultat (ausgeglichen) aller dieser alten Vergleichungen, wie ich es 1867 24. Februar ableitete, war	**3·452**

II. Neue Vergleichungen von 1867 März.

Erste Reihe. 12 Beobachtungen, gemacht mit der noch etwas mangelhaften Arretirung der Wage, gaben	3·394[1])
Zweite Reihe. 14·5 Vergleichungen, gemacht nach Berichtigung der Arretirung und nach einer gründlichen Abwaschung der Krystalle, gaben	3·455
Indem ich das Gewicht je einer Vergleichung der zweiten Reihe gegenüber einer der ersten Reihe wie 4:3 annehme, erhalte ich als Hauptmittel sämmtlicher neuen Vergleichungen	**3·431**
Nach der Anzahl der Beobachtungen ist das Gewicht aller alten Bestimmungen gegenüber allen neuen nahe das von 20 gegen 25 oder von 4 gegen 5. Hieraus wird jetzt im Mittel aller bisherigen Bestimmungen	3·440

sich ergeben, und es wäre gegenüber der seitherigen Bestimmung (Reihe vom Februar 1867) der Werth von V_1' um 0·006 zu verkleinern, der von 5_1 um eben so viel zu vergrössern.

	mg.
Differenz zwischen dem Mittel der alten und dem der neuen Beobachtungen ist .	0·021."

Diese Beobachtungen deuten keine Veränderung an den Gewichten an. Da aber die Reihen unter einander weniger gut stimmen als die Vergleichungen in einer Reihe erwarten lassen, wäre es recht wohl möglich, dass die Reihen den jedesmal erlangten Grad von Reinheit der Oberfläche des Krystalles ergeben. Wenn man bedenkt, welche Mittel und welche Sorgfalt nöthig sind, um eine Glasplatte für Photographie geeignet herzustellen oder ein Probeglas so rein zu putzen, dass es auf der Luft schwimmt, so muss man die Ansicht gewinnen,

[1]) Auch meine Vergleichung auf der Wage, die jetzt in Österreich ist, hatte, wie p. 182 dieser Abhandlung zu ersehen, gegeben 3·397.

dass man nur durch Anwendung ganz neuer Methoden des Reinigens der Oberflächen grosser Körper von Krystall weiter als auf $^1/_{100}$ Milligramm kommen kann, dass aber die Krystalle bis dahin constant und unveränderlich sind.

Vervielfältigung der Maasse und Gewichte.

In Frankreich bestehen [1]) in Bezug auf die käufliche Abgabe verglichener genauer Maasse und Gewichte, nach meiner Meinung, keine guten Einrichtungen. Man erhält zwar Meter und Kilogramme mit Zeugnissen über die Vergleichung mit den Mustermaassen auf der Sternwarte: allein man hüte sich wohl, zu glauben, dass die erhaltenen Copien so genau sind, als durch das Zeugniss ausgesprochen ist. Ich brauche hier nur zu erinnern an die drei Toisen du Pérou, welche Bessel aus Paris bezog, als er die Maasse in Preussen regulirte. Alle drei waren mit Zeugnissen versehen, dennoch wichen sie so sehr unter einander ab, dass Bessel nicht einmal das Mittel daraus nehmen konnte, sondern eine derselben — die jetzt eben durch seine Arbeit die Bessel'sche Toise geworden ist — willkürlich wählte.

Die Ungenauigkeit dieser käuflichen Copien kommt nur daher, dass der Comparator zur Vergleichung bei den Längsmaassen blos in einem Fühlhebel besteht. Zwischen diesen und einer festen Widerlage wird abwechselnd das Normalmaass, dann die Copie gebracht. Auf die Temperatur ist gar nicht geachtet, diese kann aber selbst, wenn die Stäbe aus gleichem Stoffe bestehen, durch das Anfassen bei der Operation der Vergleichung sehr verschieden sein. Dann sind auch die Etalons des Kilo und Meter auf der Sternwarte, wie ich später zeigen werde, gar nicht unbedeutend verschieden von den Urmaassen der Archive. Für Gewicht wird eine Wage von Fortin angewandt, die bei 2 Kilo Belastung mit Mühe 1 Milligramm erkennen lässt; aber viel mehr als dieses Milligramm kann fehlen, weil das specifische Gewicht der Copie nicht ermittelt wird, was bei demselben Metall eine Differenz von 10 Milligrammen und mehr ausmachen kann. Dass sie bei verschiedenen Metallen noch mehr beträgt, und dass man dabei auch Rücksicht auf die Temperatur nehmen sollte, ist selbstverständlich.

Da es nun sehr leicht ist, diesen Übelständen abzuhelfen, wo es sich darum handelt, neue Einrichtungen zu treffen, so erlaube ich mir unmassgeblichst hier anzudeuten, in welcher Weise nach den von mir abgegebenen Etalons des Meters und Kilogrammes der Archive genügende Copien hergestellt und abgegeben werden könnten. Es sollen hier jedoch nur Andeutungen gegeben werden, und die Österreichische Maass- und Gewichts-Commission wird nicht versäumen, eine specielle Vorschrift zu entwerfen, nach welcher jede Copie herzustellen und zu vergleichen ist. Dies dürfte um so leichter sein, als wir hierin ein unerreichtes Vorbild in Bessel's Arbeit [2]) „Darstellung der Untersuchungen und Massregeln etc." bereits besitzen.

Nothwendig scheint es, wie auch in Frankreich geschieht, die Urmaasse dem gewöhnlichen Gebrauche zu entziehen, um für ihre Conservation möglichst gut zu sorgen, und nur in dringend gebotenen Fällen auf ihre Werthe zu recurriren.

[1]) Wenn die Einrichtungen noch so sind wie sie waren.

[2]) Bessel, Darstellung der Untersuchung und Massregeln, welche in den Jahren 1835—1838 durch die Einheit des preussischen Längenmaasses veranlasst worden sind. 4°. Berlin, 1839. Dr. d. k. Akad.

Man muss sich also Copien derselben verschaffen, die zur Vervielfältigung dienen, und diese von Zeit zu Zeit mit den Urmaassen vergleichen. Darin ist man aber in Frankreich so saumselig gewesen, dass man die Normaleinheiten der Sternwarte, von welchen alle Copien gemacht werden, erst nach einer Reihe von Jahren, nämlich im Jahre 1837 bei Gelegenheit meiner Erhebung, wieder mit den Prototypmaassen der Archive verglichen hat. Diese Vergleichungen, über welche ich die Originalaufzeichnungen mit Unterschrift noch besitze, und welche von Arago, Gambey und mir gleichzeitig angestellt wurden, zeigen, dass am 24. und 25. Mai 1837 der Meter der Sternwarte bei 13°5 Temperatur

$$\overset{\text{Millim.}}{1000 \cdot 0045} \pm \overset{C}{0 \cdot 0007}\ ^{1)}$$

war, und eben so, dass aus Beobachtungen vom 24.—27. Mai das Observatoir-Kilogramm um

4·68 Milligr.

schwerer als das Archiv-Kilo war.

Da man die Normalmaasse der Sternwarte nicht nach diesen Beobachtungen corrigirt hat, sondern nur Kenntniss davon nahm, so sind alle Copien mit Zeugnissen bis auf Grössen dieser Ordnung ganz gewiss unsicher. Es kommen aber noch dazu die eben erwähnten weit ergiebigeren Fehlerquellen. Ich führe diese Thatsachen an, um ein richtiges Urtheil über die Genauigkeit der käuflich bezogenen mit Zeugnissen über Vergleichung versehenen Maasse und Gewichte zu begründen, und zeige jetzt, wie Ähnliches gegenwärtig zu vermeiden ist.

Man kann bei Herstellung genauer Copien zwei verschiedene Wege einschlagen, entweder die Umstände bei der Vergleichung herbeiführen, die die richtige und directe Vergleichung ermöglichen, oder aber die Umstände nehmen, wie sie der Augenblick bietet, und die Zurückführung auf normale Umstände durch Rechnung bewirken.

Ich werde beide Wege angeben.

Der Meter gilt bei 0°. Mögen die zu vergleichenden Meter aus was immer für einem Stoffe gemacht sein, so sollen sie bei 0° gleich lang sein mit dem Platinmeter der Archive. Sie müssen also, wenn man das direct bewirken will, mit dem Glasmeter G_{II} oder einer Copie desselben in Wasser von schmelzendem Schnee verglichen werden. Die Temperatur 0° ist die einzige, die wirklich stationär wird. Sie eignet sich also vorzüglich zu Vergleichungen. Die Reduction wird für diesen Fall sehr einfach.

Ist die Länge des Normalglasmeters bei 0°

$$G = P + g,$$

die Länge des copirten Meters aus Vergleichung mit G

$$C = G + c,$$

so wird durch Substitution

$$C = (P + g) + c,$$

also

$$C - g - c = P$$

gleich dem wirklichen Meter.

[1]) Also nahe ½ Hundertel-Millimeter zu lang war.

Wäre die Copie ebenfalls ein Glasstab von derselben Ausdehnung durch die Wärme wie G_{II}, so genügte diese Vergleichung bei 0°. Allein man wird sich überzeugen wollen, ob diese Ausdehnung wirklich gleich ist, oder wenn die Copie aus anderem Stoffe besteht, wie gross dessen Ausdehnung ist, und dazu muss noch eine Vergleichung bei höherer Temperatur, etwa der des Zimmers, vorgenommen werden. Überhaupt ist festzustellen, dass jede Copie des Meters bei 0° und bei einer höheren Temperatur als 10° verglichen wird. Es ergibt sich daraus der Werth bei 0° und die Ausdehnung der Copie, die man zur Berechnung einer Tafel für alle vorkommenden Temperaturen bedarf. Auch sollte in allen Fällen jeder Copie eine solche Tafel beigegeben werden, welche die Länge der Copie für Temperaturen von —2° bis + 30° C. von 1° zu 1° angibt. Die Tafel scheint sogar zum gewöhnlichen bürgerlichen Gebrauche unerlässlich, denn ein Meter von Messing ist bei 25° C. um $^1/_2$ Millim. länger als bei 0°, d. i. $^1/_{2000}$ länger, was in vielen technischen Maassverwendungen nicht vernachlässigt werden darf.

Die beiden bezeichneten Bestimmungen werden zu genauen Copien des Meters führen, und bedürfen keiner anderen Vorrichtung, als des Comparators, wenn die Copien sphärische, aus dem Centrum des Stabes geschliffene Endflächen besitzen; es sprechen übrigens so viele Gründe für diese Form, dass man sie doch nur nothgedrungen aufgeben wird. Sollte aber eine Vergleichung des Glasstabes G_{II} mit einem Meter vorgenommen werden, dessen Endflächen nahezu Ebenen sind, und nahezu senkrecht stehen zur Axe des Stabes, wie etwa der Platinmeter in Berlin, dann müsste noch ein besonderer Apparat angebracht werden. Auf den Planspiegeln des Comparators müssten in der geeigneten Höhe vier planconvexe Linsen von sehr nahe gleicher Dicke mit den Planflächen festgesetzt werden, die bei der Vergleichung die Berührungspunkte bildeten. Man könnte vielleicht auch kleine Stücke Zinnfolie, die nach Fraunhofer's Methode auf gleiche Dicke zwischen Objectiven durch die Lage der Farbenringe untersucht wären, statt der Glaslinsen benützen. Mit zwei bekannten Metern lässt sich dann der Unterschied der Dicken der Linsen am Comparator ermitteln.

Es kann noch vorkommen, dass man von dem Glasmeter *à bout* Copien *à trait* anfertigen will. Diese Operation ist sehr einfach, wenn man sich einige Hilfsapparate herstellt. Der Apparat wird um so einfacher, je geringer die Anforderung an die Genauigkeit ist. Übrigens muss man im Auge behalten, dass alle Theilungen *à trait* nicht genauer zu sein brauchen, als man überhaupt sehen kann. Da die Grösse der Lichtwelle hier die Grenze bildet, wird man sich mit $^1/_{2000}$ Millimeter genügen lassen. Nothwendig scheint mir, wenn der Meter gleich richtig copirt werden soll, das Bessel'sche Prinzip der Abschiebung unter Wasser von der Temperatur des schmelzenden Schnees anzuwenden. Dann ist als Hilfsapparat erforderlich: Ein Trog aus Spiegelglasplatte, wozu auch der jetzige angewendet werden kann, wenn man den Schuberapparat des untern Spiegels abkittet und statt der Bodenplatte von 98 Centim. Länge, ein Spiegelglas von 110 Centim. Länge, auf welches die zwei Theilstriche kommen sollen, auf dem Boden des Troges festkittet. Die eine Längenkante dieser Platte soll anliegen an der einen der Längenwände des Troges. Zur Abschiebung braucht man drei Hilfskörper, zwei am besten aus Glas. Es sind rechtwinkelige Glasprismen mit normaler Grundfläche. Der dritte Hilfskörper ist ein Parallelepipedum von Messing. In dieses ist von oben nach unten ein Loch gebohrt, in welches die Fassung einer Diamantspitze passt. Die Fassung wird gedreht bis die Diamantspitze feine und schöne Linien auf Glas zieht, wenn das Parallelepipedum längs des Glasprismas hin bewegt wird. In dieser Lage wird der Diamant, der sehr wenig unten vorsteht im Messingstück befestigt. An dem zweiten Prisma soll eine der Kathetenflächen so sphärisch abgeschliffen sein, dass in einer Höhe gleich der halben Dicke des Glasmeters nur ein Scheibchen der Planfläche von 2 Millimeter Durchmesser stehen bleibt. Die Operation des Copirens ist nun folgende:

Der Trog wird mit Wasser von 0° gefüllt. Man drückt das Glasprima 1 mit seiner Grundfläche gegen die Längenwand des Troges und zugleich gegen den Boden des Gefässes. Nun wird das Messingstück gegen das Prisma angelegt und unter leisem Druck an der zur Meteraxe normalen Fläche hin bewegt, wobei der Diamant die Linie im Glas zieht. Man legt jetzt statt des Messingstückes den Meter an das Prisma 1. Am anderen Ende des Meters aber das Prisma 2 an den Glasmeter und die Längenwand. Jetzt wird das Prisma 1, dann der Meter entfernt und das Prisma 1 gegen das Prisma 2 angeschoben. Statt des Prisma 2 wird jetzt wieder der Messingkörper längs des Prisma 1 hin bewegt und so die zweite Linie gezogen. Da die Operation unter Wasser von der Temperatur 0 vorgenommen wurde, ist der Abstand der beiden Striche parallel zur Längenkante gemessen gleich dem Meter à bout.

Sollte die Längenwand des Glasplattentroges nicht genau genug sein, um die Fläche des Prismas in beiden Lagen normal zur Axe des Stabes zu stellen, so kann man den Rand der Platte auf der der Meter aufgetragen werden soll gerade und plan abschleifen lassen. Dies ist mit jeder Genauigkeit zu effectuiren. Dieser Rand dient nun zur Orientirung der Prismen, indem man an die Grundfläche der Prismen ein Glas vorstehend aufkittet, so dass der vorstehende Theil an der genau gerade geschliffenen Kante der Glasplatte seine Führung hat. Die Führung braucht die Kante nur in zwei Punkten zu tangiren. Nun werden die Striche sicher parallel.

Die Unterabtheilungen stellt man am leichtesten mit Hilfe einer geradlinigen Theilmaschine her. Ist die Schraube der Theilmaschine nicht ausgeglichen, so wird die erste Theilung mit Fehlern behaftet sein. Durch Mikroskop-Comparator können die Fehler der Theilung bestimmt und dann bei einer zweiten definitiven Theilung berücksichtigt werden. Man darf aber nicht vergessen, dass man nur dann eine richtige Theilung bekommt, wenn sowohl der Massstab als die Theilungsschraube unter Wasser von 0° gesetzt werden. Wenn dem Wasser etwas Kali zugesetzt wird, so greift es den Stahl nicht an. Man kann daher diese Operation vornehmen, ohne das Gewinde der Theilmaschine in Gefahr zu bringen. Auch durch galvanische Ströme kann man bekanntlich das Metall im Wasser vor Oxydation schützen.

Da die Gewichte für den luftleeren Raum gelten, so muss man bei Wägungen in der Luft den Luftgewichtsunterschied der verglichenen Kilogramme dem grösseren Kilogramme zulegen, um das Gleichgewicht herzustellen. Man wird sich also der Tafel bedienen, welche für gewisse specifische Gewichte des Metalles, aus dem die Copie des Kilo gemacht, und für mittlere Temperatur und Barometerstand angibt, wie viele Milligramme dem Bergkrystallkilo $\odot^k$ zugelegt werden müssen. Da man die Tafel nur benützen kann, wenn das specifische Gewicht der Copie des $\odot^k$ bekannt ist, so kann man im Allgemeinen verlangen, dass jede Copie in der Luft und im Wasser abgewogen wird, woraus sich dann das specifische Gewicht am sichersten nach Bessel's Formeln ergibt. Durch eine einfache Rechnung findet sich auch die Änderung des Luftgewichtes für geänderte Temperatur und Luftdruck.

Bequemer und vielleicht sicherer wäre es allerdings, wenn man die ganze Wage in einen luftleeren Raum bringen würde. Doch müsste dann die Auswägung durch Verstellung eines

Laufgewichtes auf dem Wagebalken geschehen, die mittelst eines durch die ganze Wage gehenden und mit Stopfbüchsen beiderseits versehenen Cylinders bewirkt werden könnte. Auch die Schraube, welche die Arretirung besorgt, müsste mit Stopfbüchse versehen sein. Im Kasten müsste endlich eine Barometerprobe angebracht sein, die den Grad der Luftverdünnung angibt. Die Vorrichtung wäre jedoch sehr complicirt und kostbar, wenn sie ganz dem Zweck entsprechen sollte.

Dass es nicht leicht geht, blos mit einer Glasglocke auf Glasteller zu operiren, indem diese bald mit dem einen Gewichte, bald mit dem zu vergleichenden evacuirt wird, habe ich in Paris durch Versuche in Erfahrung gebracht.

Man erlangt also eine genaue Copie des Kilogrammes, wenn die Copie in Luft und in Wasser abgewogen wird, und eine genaue Copie des Meters, wenn die Vergleichungen in Wasser von der Temperatur $=0°$ und im Wasser von 10° oder höherer Temperatur vorgenommen werden.

Die bisherigen Anstalten sind nur auf eine Abwägung und eine Vergleichung basirt und daher für strenge Anforderung nicht genügend.

Beilage I.

Tafel Nr. 1.

Länge des Glasmeters G_{II} bei der Temperatur t_N^C:

t_N^C	Millimeter	t_N^C	Millimeter	dt	Längenzunahme
— 2	999·98060	15	0·12544	+ 0·1	+ 0·000852
— 1	999·98912	16	0·13396	0·2	0·001704
0	999·99764	17	0·14248	0·3	0·002556
1	1000·00616	18	0·15100	0·4	0·003408
2	0·01468	19	0·15952	0·5	+ 0·004260
3	0·02320	20	0·16804	0·6	+ 0·005112
4	0·03172	21	0·17656	0·7	0·005964
5	0·04024	22	0·18508	0·8	0·006816
6	0·04876	23	0·19360	0·9	0·007668
7	0·05728	24	0·20212	1·0	0·008520
8	0·06580	25	0·21064		
9	0·07432	26	0·21916		
10	0·08284	27	0·22768		
11	0·09136	28	0·23620		
12	0·09988	29	0·24472		
13	0·10840	30	1000·25344		
14	0·11692				
15	0·12544				

Tafel Nr. 2.

Die Gramme in Platindrähten.

(Specifisches Gewicht der Drähte angenommen 21·04.)

Bezeichnung		Werthe in Milligrammen
□	4_4	= 400 —0·220
△	3_4	= 300 —0·420
V	2_4	= 200 —0·656
|	1_4	= 100 +0·662
□	4_5	= 40 +0·098
△	3_5	= 30 +0·394
V	2_5	= 20 +0·126
|	1_5	= 10 +0·261
□	4_6	= 4 —0·096
△	3_6	= 3 —0·093
V	2_6	= 2 —0·027
|	1_6	= 1 —0·074
|	$1'_6$ [1])	= 1 +0·359

[1]) Das Gewicht $1'_6$ ist ein kürzerer und dickerer Platindraht, der zur vollständigen Auswägung beigezogen wurde.

Tafel Nr. 3.

Bergkrystallgewichte

Angaben in Milligrammen (des Archiv-Kilogr.).

Bezeichnung	Werthe in Milligrammen	
5_1	= 500000 + 3·412	
2_1	= 200000	—0·812
1_1	= 100000 + 0·491	
$1'_1$	= 100000 + 0·483	
5_2	= 50000 + 0·863	
2_2	= 20000 + 6·700	
1_2	= 10000 + 8·073	
$1'_2$	= 10000 + 9·035	
5_3	= 5000 + 3·200	
2_3	= 2000 + 0·536	
1_3	= 1000 + 0·679	
$1'_3$	= 1000 +	—0·402
$1''_3$	= 1000 + 0·231	

Σ = 1000000 Milligr. + 32·489 Milligr.
Specifisches Gewicht = 2·654787

$1'_1$, $1'_2$ und $1'_3$ sind bezeichnet durch eine feine mit Diamant gezogene Linie durch die Grundfläche des Cylinders, $1''_3$ hat zwei solche Linien.

Beilage II.

Tafel Nr. 4.

	Specifisches Gewicht des Körpers S	m' Milligr.	Diff.	b_o^N—336‴ $+db$	Diff.	$t=26$	t_N^c—16·0 $+dt$	Diff.	$t=26$
Eisen, Messing, Rothguss etc.	7·0	286·51	2·46	+0·852	8	—28	—1·006	9	+34
	7·1	288·97	2·39	0·860	7	28	1·015	8	34
	7·2	291·36	2·32	0·867	6	28	1·023	8	35
	7·3	293·68	2·26	0·873	7	28	1·031	8	35
	7·4	295·94	2·20	0·880	7	28	1·039	7	35
	7·5	298·14	2·15	0·887	6	—29	1·046	7	35
	7·6	300·29	2·09	0·893	7	29	1·053	7	36
	7·7	302·38	2·03	0·900	6	29	1·060	7	36
	7·8	304·41	1·99	0·906	6	29	1·067	8	37
	7·9	306·40	1·93	0·912	5	29	1·075	7	37
	8·0	308·33	1·88	0·917	6	—30	1·082	7	37
	8·1	310·21	1·84	0·923	5	30	1·089	8	37
	8·2	312·05	1·80	0·928	6	30	1·095	7	37
	8·3	313·85	1·75	0·934	5	30	1·102	6	37
	8·4	315·60	1·71	0·939	5	30	1·108	6	38
	8·5	317·31	1·67	0·944	5	—31	1·114	5	38
	8·6	318·98	1·63	0·949	5	31	1·119	6	38
	8·7	320·61	1·60	0·954	4	31	1·125	5	38
	8·8	322·21	1·56	0·958	5	31	1·130	6	39
	8·9	323·77	1·52	+0·963	5	31	—1·136	5	39
	9·0	325·29	1·48	0·968	4	—32	—1·141	5	+39
	9·1	326·77		0·972		32	—1·146		39
Silber etc.	10·0	338·87	1·21	1·008	4	—34	—1·189	4	40
	10·1	340·08	1·18	1·012	3	34	1·193	4	40
	10·2	341·26	1·17	1·015	4	34	1·197	4	41
	10·3	342·43	1·14	1·019	3	34	1·201	4	41
	10·4	343·57	1·12	1·022	3	34	1·205	4	41
	10·5	344·69	1·09	1·025	3	—35	1·209	4	41
	10·6	345·78	1·08	1·028	4	35	1·213	4	41
	10·7	346·86	1·06	1·032	3	35	1·217	4	41
	10·8	347·92	1·04	1·035	3	35	1·221	4	42
	10·9	348·96	1·02	1·038	3	35	—1·225	4	+42
	11·0	349·98		1·041		—36	—1·228		+42

	Specifisches Gewicht des Körpers S	m' Milligr.	b_o^N—336‴ $+db$	$t=+26$	t_N^c—16·0 dt	$t=+26$
Gold etc.	19·0	396·74	1·180	—39	—1·391	+49
	19·1	397·08	1·181	39	1·392	49
	19·2	397·41	1·182	39	1·393	49
	19·3	397·74	1·183	39	1·394	49
	19·4	398·06	1·184	39	1·395	49
	19·5	398·39	1·185	39	1·396	49
	19·6	398·71	1·186	39	1·397	49
	19·7	399·02	1·187	39	1·398	49
	19·8	399·34	1·188	39	1·399	49
	19·9	399·65	1·189	39	1·401	49
Platina etc.	20·0	399·96	1·190	—40	1·402	49
	20·1	400·26	1·191	40	1·403	49
	20·2	400·56	1·192	40	1·404	49
	20·3	400·86	1·193	40	1·405	49
	20·4	401·15	1·194	40	1·406	40
	20·5	401·44	1·194	40	1·407	49
	20·6	401·73	1·195	40	1·409	49
	20·7	402·02	1·196	40	1·410	49
	20·8	402·30	1·197	40	1·411	49
	20·9	402·58	1·198	—40	1·413	49
	21·0	402·86	1·199	—41	1·414	49
	21·1	403·14	1·199	—41	1·415	49
	21·2	403·41	1·200	—41	1·416	49
	21·3	403·68	1·201	—41	1·417	49

Beispiele über den Gebrauch obiger Tafel finden sich (aber giltig für B_k) in der Abhandlung, p. 242 u. 243.

Steinheil's Comparator

für Maasse à bout.

Fig. 1

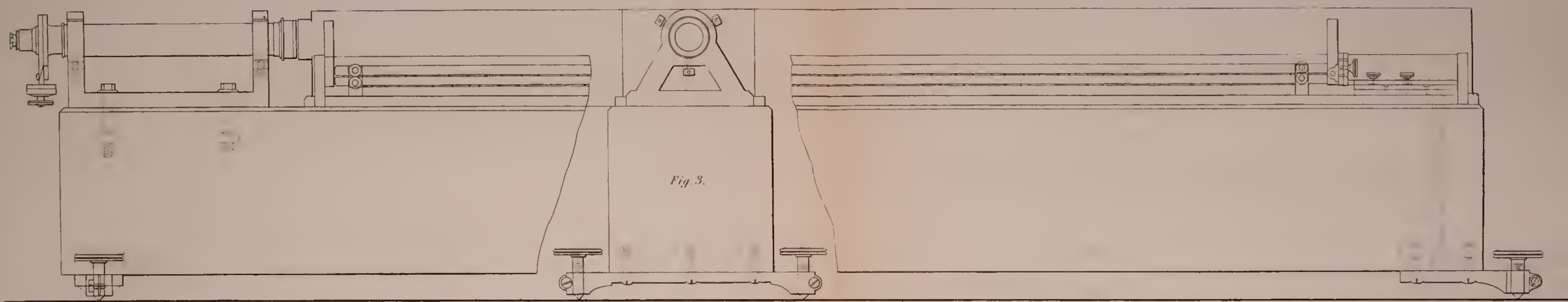


Fig. 2.

Zeitschrift/Journal: Denkschriften der Akademie der Wissenschaften.Math.Natw.Kl. Frueher: Denkschr.der Kaiserlichen Akad. der Wissenschaften. Fortgesetzt: Denkschr.oest.Akad.Wiss.Mathem.Naturw.Klasse.

Jahr/Year: 1867

Band/Volume: 27_1

Autor(en)/Author(s): Steinheil Carl August von

Artikel/Article: Über genaue und invariable Copien des Kilogrammes und des Mètre prototype der Archive zur Paris, welche in Österreich bei Einführung des metrischen Maas- und Gewichtsystems als Normaleinheiten dienen sollen, und über die... (Mit 1 Tafel.) 151-188