

DEFINITIVE

BAHNBESTIMMUNG UND EPHEMERIDEN FÜR DEN PLANETEN ⁽¹⁵⁴⁾ BERTHA.

VON

FERDINAND ANTON,

OBSERVATOR DER K. K. ÖSTERREICHISCHEN GRADMESSUNG.

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 10. MAI 1883.

Ich habe seinerzeit für den Planeten ⁽¹⁵⁴⁾ Bertha eine provisorische Bahnbestimmung unternommen, deren Resultate in den Sitzungsberichten der k. Akademie der Wissenschaften (LXXX. Band, II. Abth., November-Heft 1879) Aufnahme gefunden haben.

Jene Bahnbestimmung gründete sich auf die Beobachtungen von drei Oppositionen des Planeten, also auf einen verhältnissmässig noch kurzen Zeitraum, und dieses Umstandes wegen konnte ich mich begnügen, die Störungen, welche der Bahnbestimmung zu Grunde gelegt wurden, mit constanten Elementen zu berechnen, besonders da der in Rede stehende Planet während dieses Zeitraumes keinem der grossen Planeten sehr nahe kam, so dass die Bahnstörungen überhaupt mässige blieben.

Derjenige Theil der Störungen jedoch, auf welchem die Vorausberechnung des künftigen Laufes des Planeten beruhte, wurde bereits damals in ganz strenger Form ermittelt, und es stand desshalb zu erwarten, dass während der nächstfolgenden Oppositionen die Rechnung sehr nahe mit den Beobachtungen übereinstimmen werde.

Ich habe in jener oben erwähnten ersten, den in Rede stehenden Planeten betreffenden Abhandlung eine Ephemeride für die Opposition des Jahres 1880 gegeben, welche durch ihre Übereinstimmung mit den zu erwartenden Beobachtungen gleichsam die Haupt-Rechnungsprobe für die ganze Bahnbestimmungs-Arbeit bilden sollte.

Später habe ich die Störungsrechnung, welche ursprünglich nur bis zum Ende des Jahres 1880 geführt worden war, in gleich strenger Weise bis zum Schlusse des Jahres 1881 fortgesetzt, um auch für die Opposition des Jahres 1881 gute Bahnelemente zu erhalten; die Ephemeride, die ich aus diesen Elementen abgeleitet habe, findet sich im Berliner astronomischen Jahrbuche, Jahrgang 1883.

Es hat nun, wie sich später zeigen wird, die Opposition von 1880 im Mittel die im Sinne: „Beobachtung—Rechnung“ angesetzten Fehler:

$$\alpha' - \alpha = -1^{\circ}81$$

$$\delta' - \delta = -22^{\circ}8,$$

die Opposition von 1881 dagegen die Fehler:

$$\alpha' - \alpha = - 3^{\circ} 44$$

$$\delta' - \delta = - 38^{\circ} 7$$

ergeben. Diese Fehler sind gewiss genügend klein, um die Beruhigung zu gewähren, dass jene erste, proviso-
rische Bahnbestimmung vom Standpunkte der Rechnung aus, vorwurfsfrei sei; dieselben sind aber nicht klein
genug, um nicht eine nochmalige Bahnverbesserung nach ganz strengen Grundsätzen wünschenswerth erschei-
nen zu lassen.

Eine solche soll nun hier durchgeführt werden, und es ist nach den Eingangs gemachten Bemerkungen
klar, dass sich dieselbe nach zwei Richtungen hin wird genauer gestalten müssen; es wird derselben einer-
seits ein grösserer Zeitraum zu Grunde zu legen sein, was durch Zuziehung der Beobachtungsergebnisse der
Oppositionen 1880 und 1881 geschehen wird, und andererseits werden diejenigen Störungswerthe, welche für
die proviso-
rische Bahnbestimmung mit constanten Elementen berechnet wurden, nunmehr in der Weise
strenger bestimmt werden müssen, dass man der Berechnung der Differentialquotienten ein nach Massgabe des
Anwachsens der Störungen von Epoche zu Epoche veränderliches Elementensystem zu Grunde legt.

In letzterer Hinsicht bietet die oben erwähnte Publication, welche überhaupt die Grundlage für die
gegenwärtige Arbeit bildet, sehr bequeme Hilfsmittel, indem sich daselbst für den in Betracht kommenden
Zeitraum die durch Jupiter und Saturn bewirkten Störungen der eklipticalen Bahnelemente des Planeten (154)
Bertha, wie sich dieselben aus der proviso-
rischen Störungsrechnung, also unter Zugrundelegung constanter
Bahnelemente ergeben haben, angeführt vorfinden.

Die Verbindung des besten vorhandenen Elementensystems mit diesen Störungswerthen gibt nämlich
ganz direct das oben geforderte, mit der Zeit veränderliche System für die neuerliche und strenge Berechnung
der Störungen.

In dieser Weise habe ich die Störungsrechnung für die ersten drei Oppositionen des Planeten wieder-
holt, wobei sich gezeigt hat, dass die so ermittelten strengen Störungswerthe nur sehr unmerklich von den pro-
visorischen Werthen abweichen; es haben also die proviso-
rischen Störungswerthe innerhalb des diese drei
Oppositionen umfassenden Zeitraumes genügend genaue Annahmen für die strenge Ermittlung der Störungen
geboten, und man wird desshalb den letzteren Werthen dieselbe Genauigkeit zuerkennen müssen, wie den
Resultaten der Störungsrechnung für die folgenden Oppositionen (1879, 1880, 1881), bei welch' letzterer
Rechnung die Elemente successive von Zeitintervall zu Zeitintervall dem Gange der Störungen gemäss variirt
wurden.

Es sollen auch hier wieder nur die durch Jupiter und Saturn hervorgerufenen Störungen berücksichtigt
werden; und da ich in der mehrfach erwähnten Publication die numerischen Differentialquotienten der
Störungen für den Zeitraum, für welchen die Störungsrechnung dort schon in strenger Form geführt worden
war, rücksichtlich jedes der beiden störenden Planeten gesondert angeführt habe, so möge der Conformität
wegen hier wieder so vorgegangen werden, so dass die hier folgenden beiden Zusammenstellungen von Diffe-
rentialquotienten die Ergänzung der in jener Publication gegebenen analogen Zusammenstellung bilden, und
zwar ist letztere hier an jener Stelle eingefügt zu denken, welche durch einen horizontalen Strich gekenn-
zeichnet ist.

Ausserdem soll nun die Grundlagen der vorliegenden Arbeit übersichtlich bei einander zu haben, das
Elementensystem, welches das Resultat der vorangehenden Abhandlung bildet und dessen strenge Verbesse-
rung hier durchgeführt werden soll, nochmals hier angesetzt werden und zwar in doppelter Form, d. h. sowohl
auf die Ekliptik, als auch auf den Äquator als Fundamentebene bezogen, um nach Bedarf von der einen oder
der anderen Form Gebrauch machen zu können. Dabei bietet sich die Gelegenheit, zwei unliebsame Druck-
fehler, welche bei der Correetur des Druckes in der früheren Abhandlung übersehen worden waren, zu ver-
bessern.

Die richtig gestellten Ausgangselemente für alle folgenden Rechnungen sind also die nachstehenden:

(154) Bertha.

I.

Epoche und Osculation $t_0 = 1878$ April 9.0

Mittlere Ekliptik 1880.0

$$\begin{aligned}
 L_0 &= 200^\circ 17' 54''.95 \\
 M_0 &= 15 \ 54 \ 5.27 \\
 \pi_0 &= 184 \ 23 \ 49.68 \\
 \Omega_0 &= 37 \ 39 \ 32.53 \\
 i_0 &= 20 \ 59 \ 20.90 \\
 \varphi_0 &= 4 \ 49 \ 44.98 \\
 \mu_0 &= 622''.36292 \\
 \log \alpha_0 &= 0.5039753
 \end{aligned}$$

II.

Epoche und Osculation $t_0 = 1878$ April 9.0

Mittlerer Äquator 1880.0

$$\begin{aligned}
 L'_0 &= 203^\circ 4' 29''.28 \\
 M'_0 &= 15 \ 54 \ 5.27 \\
 \pi'_0 &= 187 \ 10 \ 24.01 \\
 \Omega'_0 &= 19 \ 6 \ 22.40 \\
 i'_0 &= 11 \ 57 \ 27.96 \\
 \varphi_0 &= 4 \ 49 \ 44.98 \\
 \mu_0 &= 622''.36292 \\
 \log \alpha_0 &= 0.5039753.
 \end{aligned}$$

Für die Form II sind noch die Elemente

$$\Phi'_0 = \frac{\sin \varphi_0}{\text{arc } 1''} \sin \pi'_0 \cdot \cdot \cdot - 2168''.319$$

$$\Psi'_0 = \frac{\sin \varphi_0}{\text{arc } 1''} \cos \pi'_0 \cdot \cdot \cdot - 17228''.488,$$

welche bei der Bahnverbesserung statt der Elemente π' und φ eintreten werden, beizufügen; überhaupt bildet die Form I die Grundlage für die Störungsrechnung, die Form II die Grundlage für die Elementenverbesserung, da letztere sich auf die geocentrischen polaren Äquator-Coordinationen (geocentrische Rectascensionen und Declinationen) des Planeten gründen wird.

Es folgen nun zunächst die oben erwähnten Zusammenstellungen von Differentialquotienten der Störungen in den einzelnen ekliptikalischen Elementen, unter Annahme eines 40 tägigen Störungsintervalles.

Tafel I.

Numerische Differentialquotienten für die Störungen der Elemente durch Jupiter.

0 ^h mittl. Zeit Berlin	40 $\frac{dL}{dt}$	40 $\frac{d\pi}{dt}$	40 $\frac{d\Omega}{dt}$	40 $\frac{di}{dt}$	40 $\frac{d\varphi}{dt}$	40 $\frac{d\mu}{dt}$
1875 Sept. 12	- 10.717	+ 46.269	+ 0.033	- 0.145	- 3.352	- 0.0981
Oct. 22	- 10.742	+ 46.920	- 0.017	- 0.270	- 3.199	- 0.0324
Dec. 1	- 10.670	+ 48.251	- 0.141	- 0.389	- 3.078	+ 0.1651
1876 Jan. 10	- 10.527	+ 50.186	- 0.335	- 0.498	- 3.002	+ 0.2997
Feb. 19	- 10.310	+ 52.620	- 0.593	- 0.591	- 2.982	+ 0.4354
März 20	- 10.024	+ 55.412	- 0.909	- 0.664	- 3.027	+ 0.5715
Mai 9	- 9.659	+ 58.106	- 1.271	- 0.712	- 3.145	+ 0.7072
Juni 18	- 9.224	+ 61.418	- 1.667	- 0.733	- 3.341	+ 0.8114
Juli 28	- 8.712	+ 64.241	- 2.080	- 0.723	- 3.615	+ 0.9731
Sept. 6	- 8.127	+ 66.661	- 2.495	- 0.681	- 3.965	+ 1.1004
Oct. 16	- 7.468	+ 68.156	- 2.893	- 0.606	- 4.384	+ 1.2221
Nov. 25	- 6.737	+ 69.423	- 3.254	- 0.500	- 4.862	+ 1.3360
1877 Jan. 4	- 5.936	+ 69.375	- 3.560	- 0.364	- 5.380	+ 1.4102
Feb. 13	- 5.067	+ 68.172	- 3.793	- 0.203	- 5.918	+ 1.5321
März 25	- 4.135	+ 65.731	- 3.936	- 0.023	- 6.449	+ 1.6094
Mai 9	- 3.143	+ 62.047	- 3.977	+ 0.169	- 6.915	+ 1.6692
Juni 23	- 2.098	+ 57.211	- 3.904	+ 0.361	- 7.375	+ 1.7089
Juli 23	- 1.007	+ 51.418	- 3.718	+ 0.553	- 7.710	+ 1.7260
Sept. 1	+ 0.122	+ 44.972	- 3.420	+ 0.724	- 7.922	+ 1.7177
Oct. 11	+ 1.281	+ 38.274	- 3.021	+ 0.867	- 7.992	+ 1.6820
Nov. 20	+ 2.455	+ 31.806	- 2.540	+ 0.972	- 7.910	+ 1.6170
Dec. 30	+ 3.639	+ 26.112	- 2.003	+ 1.028	- 7.673	+ 1.5212
1880 Dec. 14	- 107.681	+ 551.976	- 24.788	+ 16.327	- 90.804	- 14.5986
1881 Jan. 23	- 134.939	+ 602.898	- 17.368	+ 14.902	- 92.801	- 13.7163
März 4	- 161.180	+ 673.946	- 9.464	+ 11.253	- 89.214	- 11.5978
April 13	- 181.678	+ 766.150	- 2.884	+ 5.391	- 79.232	- 8.0518
Mai 23	- 191.458	+ 870.879	+ 0.452	- 1.892	- 63.790	- 3.4184

0 ^h mittl. Zeit Berlin	40 $\frac{dL}{dt}$	40 $\frac{d\pi}{dt}$	40 $\frac{d\varpi}{dt}$	40 $\frac{di}{dt}$	40 $\frac{d\varphi}{dt}$	40 ² $\frac{d\mu}{dt}$
1881 Juli 2	-187 ⁵ 717	+ 969 ⁵ 706	- 0 ⁵ 487	- 9 ⁵ 129	-45 ⁵ 679	+ 1 ⁵ 5767
Aug. 11	-171 ⁵ 264	+1040 ⁵ 402	- 5 ⁵ 181	-14 ⁵ 800	-28 ⁵ 516	+ 6 ⁵ 0459
Sept. 20	-146 ⁵ 400	+1068 ⁵ 160	-11 ⁵ 868	-18 ⁵ 023	-15 ⁵ 062	+ 9 ⁵ 3512
Oct. 30	-118 ⁵ 317	+1050 ⁵ 916	-18 ⁵ 547	-18 ⁵ 787	- 6 ⁵ 333	+11 ⁵ 2884
Dec. 9	- 91 ⁵ 190	+ 996 ⁵ 892	-23 ⁵ 811	-17 ⁵ 668	- 1 ⁵ 846	+12 ⁵ 0196
1882 Jan. 18	- 67 ⁵ 418	+ 918 ⁵ 272	-27 ⁵ 079	-15 ⁵ 428	- 0 ⁵ 424	+11 ⁵ 8770

$$m_{\mathcal{A}} = \frac{1}{1047 \cdot 879}$$
Tafel II.

Numerische Differentialquotienten für die Störungen der Elemente durch Saturn.

0 ^h mittl. Zeit Berlin	40 $\frac{dL}{dt}$	40 $\frac{d\pi}{dt}$	40 $\frac{d\varpi}{dt}$	40 $\frac{di}{dt}$	40 $\frac{d\varphi}{dt}$	40 ² $\frac{d\mu}{dt}$
1875 Sept. 12	+ 0 ⁵ 553	- 1 ⁵ 014	- 0 ⁵ 013	+ 0 ⁵ 056	+ 0 ⁵ 370	+ 0 ⁵ 0435
Oct. 22	+ 0 ⁵ 562	- 1 ⁵ 454	+ 0 ⁵ 002	+ 0 ⁵ 030	+ 0 ⁵ 279	+ 0 ⁵ 0200
Dec. 1	+ 0 ⁵ 549	- 2 ⁵ 011	+ 0 ⁵ 003	+ 0 ⁵ 007	+ 0 ⁵ 201	+ 0 ⁵ 0015
1876 Jan. 10	+ 0 ⁵ 516	- 2 ⁵ 632	- 0 ⁵ 098	- 0 ⁵ 012	+ 0 ⁵ 137	- 0 ⁵ 0179
Feb. 19	+ 0 ⁵ 466	- 3 ⁵ 287	- 0 ⁵ 068	- 0 ⁵ 028	+ 0 ⁵ 086	- 0 ⁵ 0354
März 20	+ 0 ⁵ 402	- 3 ⁵ 939	- 0 ⁵ 054	- 0 ⁵ 040	+ 0 ⁵ 050	- 0 ⁵ 0510
Mai 9	+ 0 ⁵ 328	- 4 ⁵ 552	- 0 ⁵ 085	- 0 ⁵ 048	+ 0 ⁵ 029	- 0 ⁵ 0646
Juni 18	+ 0 ⁵ 241	- 5 ⁵ 096	- 0 ⁵ 118	- 0 ⁵ 052	+ 0 ⁵ 020	- 0 ⁵ 0759
Juli 28	+ 0 ⁵ 154	- 5 ⁵ 539	- 0 ⁵ 151	- 0 ⁵ 053	+ 0 ⁵ 024	- 0 ⁵ 0845
Sept. 6	+ 0 ⁵ 061	- 5 ⁵ 856	- 0 ⁵ 182	- 0 ⁵ 050	+ 0 ⁵ 035	- 0 ⁵ 0903
Oct. 16	- 0 ⁵ 033	- 6 ⁵ 038	- 0 ⁵ 211	- 0 ⁵ 044	+ 0 ⁵ 050	- 0 ⁵ 0937
Nov. 25	- 0 ⁵ 126	- 6 ⁵ 074	- 0 ⁵ 235	- 0 ⁵ 036	+ 0 ⁵ 068	- 0 ⁵ 0942
1877 Jan. 4	- 0 ⁵ 216	- 5 ⁵ 066	- 0 ⁵ 254	- 0 ⁵ 026	+ 0 ⁵ 084	- 0 ⁵ 0917
Feb. 13	- 0 ⁵ 300	- 5 ⁵ 781	- 0 ⁵ 266	- 0 ⁵ 014	+ 0 ⁵ 092	- 0 ⁵ 0864
März 25	- 0 ⁵ 375	- 5 ⁵ 396	- 0 ⁵ 273	- 0 ⁵ 002	+ 0 ⁵ 097	- 0 ⁵ 0784
Mai 4	- 0 ⁵ 442	- 4 ⁵ 996	- 0 ⁵ 271	+ 0 ⁵ 012	+ 0 ⁵ 089	- 0 ⁵ 0677
Juni 13	- 0 ⁵ 496	- 4 ⁵ 566	- 0 ⁵ 261	+ 0 ⁵ 024	+ 0 ⁵ 070	- 0 ⁵ 0548
Juli 23	- 0 ⁵ 537	- 4 ⁵ 154	- 0 ⁵ 249	+ 0 ⁵ 037	+ 0 ⁵ 041	- 0 ⁵ 0399
Sept. 1	- 0 ⁵ 565	- 3 ⁵ 803	- 0 ⁵ 229	+ 0 ⁵ 048	- 0 ⁵ 001	- 0 ⁵ 0234
Oct. 11	- 0 ⁵ 579	- 3 ⁵ 552	- 0 ⁵ 203	+ 0 ⁵ 058	- 0 ⁵ 050	- 0 ⁵ 0057
Nov. 20	- 0 ⁵ 576	- 3 ⁵ 418	- 0 ⁵ 174	+ 0 ⁵ 066	- 0 ⁵ 105	+ 0 ⁵ 0123
Dec. 30	- 0 ⁵ 559	- 3 ⁵ 428	- 0 ⁵ 141	+ 0 ⁵ 072	- 0 ⁵ 160	+ 0 ⁵ 0303
1880 Dec. 14	- 1 ⁵ 034	+ 10 ⁵ 266	- 0 ⁵ 068	+ 0 ⁵ 045	- 1 ⁵ 370	- 0 ⁵ 2187
1881 Jan. 23	- 2 ⁵ 266	+ 10 ⁵ 880	- 0 ⁵ 036	+ 0 ⁵ 031	- 1 ⁵ 237	- 0 ⁵ 1764
März 4	- 2 ⁵ 531	+ 11 ⁵ 854	- 0 ⁵ 015	+ 0 ⁵ 019	- 1 ⁵ 045	- 0 ⁵ 1206
April 13	- 2 ⁵ 677	+ 13 ⁵ 054	+ 0 ⁵ 005	- 0 ⁵ 010	- 0 ⁵ 810	- 0 ⁵ 0545
Mai 23	- 2 ⁵ 712	+ 14 ⁵ 597	+ 0 ⁵ 008	- 0 ⁵ 034	- 0 ⁵ 557	+ 0 ⁵ 0171
Juli 2	- 2 ⁵ 621	+ 16 ⁵ 274	- 0 ⁵ 003	- 0 ⁵ 056	- 0 ⁵ 310	+ 0 ⁵ 0881
Aug. 11	- 2 ⁵ 415	+ 17 ⁵ 891	- 0 ⁵ 026	- 0 ⁵ 075	- 0 ⁵ 094	+ 0 ⁵ 1528
Sept. 20	- 2 ⁵ 112	+ 19 ⁵ 220	- 0 ⁵ 058	- 0 ⁵ 088	+ 0 ⁵ 073	+ 0 ⁵ 2060
Oct. 30	- 1 ⁵ 745	+ 20 ⁵ 074	- 0 ⁵ 093	- 0 ⁵ 095	+ 0 ⁵ 183	+ 0 ⁵ 2445
Dec. 9	- 1 ⁵ 350	+ 20 ⁵ 345	- 0 ⁵ 127	- 0 ⁵ 094	+ 0 ⁵ 239	+ 0 ⁵ 2670
1882 Jan. 18	- 0 ⁵ 956	+ 19 ⁵ 983	- 0 ⁵ 155	- 0 ⁵ 088	+ 0 ⁵ 250	+ 0 ⁵ 2739

$$m_h = \frac{1}{3501 \cdot 6}$$

Die Elementenstörungen, wie sich dieselben mit Hilfe des mechanischen Integrationsverfahrens aus dem voranstehenden Schema der Differentialquotienten ergeben, werde ich im Folgenden in ununterbrochener Reihenfolge für den ganzen Zeitraum der ersten fünf Oppositionen des Planeten geben und zwar nicht mehr für jeden der beiden störenden Planeten gesondert, wie die Differentialquotienten, sondern es werden die beiden störenden Wirkungen gleich summiert angesetzt werden.

Es dürfte jedoch auch nicht überflüssig sein, eine Darstellung des heliocentrischen Laufes des gestörten Planeten, sowie der Entfernungsverhältnisse desselben zu den beiden störenden Planeten einzufügen, eines- theils zur besseren Beurtheilung der auftretenden Störungsverhältnisse, und andererseits überhaupt der Voll- ständigkeit wegen; desshalb habe ich noch vor der Tafel, welche die wirklichen Störungen der ekliptikalen Bahnelemente des in Rede stehenden Planeten enthält, die folgende Tafel eingeschoben, welche nach Art der Ephemeriden die Bewegungsverhältnisse des Planeten in seiner gestörten Bahn angibt; es ist dabei in der üblichen Bezeichnungsweise v die gestörte wahre Anomalie, r der gestörte Radiusvector des betrach- teten Planeten, $(\rho)_J$ und $(\rho)_S$ stellen die Distanzen des (gestörten) Planeten von Jupiter, beziehungsweise von Saturn dar.

Tafel III.

Heliocentrischer Lauf des Planeten ⁽¹⁵⁴⁾ in seiner gestörten Bahn.

0 ^h mittl. Zeit Berlin	r	$\log r$	$\log \frac{1}{(\rho)_J}$	$\log \frac{1}{(\rho)_S}$
1875 Sept. 12	208° 52' 43" 2	0 534644	9 053139	9 03507
Oct. 22	214 52 49 6	0 532414	9 054054	9 02334
Dec. 1	220 56 54 0	0 529874	9 055492	9 01189
1876 Jan. 10	227 5 36 5	0 526948	9 057465	9 00078
Feb. 19	233 19 35 8	0 523690	9 059981	8 99009
März 20	239 39 29 4	0 520128	9 063049	8 97984
Mai 9	246 5 53 3	0 516292	9 066675	8 97006
Juni 18	252 39 21 5	0 512224	9 070870	8 96080
Juli 28	259 20 25 9	0 507967	9 075650	8 95210
Sept. 6	266 9 33 4	0 503571	9 081027	8 94398
Oct. 16	273 7 7 0	0 499096	9 087015	8 93649
Nov. 25	280 13 23 8	0 494605	9 093623	8 92966
1877 Jan. 4	287 28 32 6	0 490171	9 100866	8 92353
Feb. 13	294 52 34 2	0 485871	9 108753	8 91813
März 25	302 25 18 1	0 481786	9 117293	8 91348
Mai 4	310 6 23 0	0 478001	9 126494	8 90963
Juni 13	317 55 15 9	0 474596	9 136361	8 90661
Juli 23	325 51 6 9	0 471655	9 146888	8 90416
Sept. 1	333 52 55 4	0 469249	9 158071	8 90321
Oct. 11	341 59 40 4	0 467441	9 169897	8 90289
Nov. 20	350 9 48 2	0 466279	9 182319	8 90352
Dec. 30	358 21 53 6	0 465797	9 195408	8 90508
1878 Feb. 8	6 34 22 4	0 466004	9 209049	8 90761
März 20	14 45 39 3	0 466898	9 223236	8 91112
April 29	22 54 11 4	0 468450	9 237914	8 91556
Juni 8	30 58 31 9	0 470619	9 253141	8 92097
Juli 18	38 57 20 9	0 473349	9 268793	8 92729
Aug. 27	46 49 31 9	0 476564	9 284883	8 93457
Oct. 6	54 34 9 1	0 480193	9 301390	8 94270
Nov. 15	62 10 28 6	0 484150	9 318305	8 95171
Dec. 25	69 38 0 8	0 488350	9 335633	8 96156
1879 Feb. 3	76 56 27 4	0 492713	9 353334	8 97223
März 15	84 5 42 2	0 497161	9 371522	8 98366
April 24	91 5 49 4	0 501617	9 390195	8 99583
Juni 3	97 56 57 4	0 506917	9 409387	9 00869
Juli 13	104 39 26 3	0 510300	9 429158	9 02222
Aug. 22	111 13 41 4	0 514413	9 449566	9 03635
Oct. 1	117 40 13 5	0 518310	9 470692	9 05106
Nov. 10	123 59 32 4	0 521949	9 492596	9 06620
Dec. 20	130 12 16 0	0 525299	9 515352	9 08177
1880 Jan. 29	136 19 1 6	0 528330	9 539015	9 09771
März 9	142 20 27 9	0 531019	9 563632	9 11374
April 18	148 17 15 5	0 533351	9 589222	9 12982
Mai 28	154 10 5 9	0 535307	9 615734	9 14574
Juli 7	159 59 40 2	0 536878	9 643052	9 16126
Aug. 16	165 46 39 1	0 538058	9 670934	9 17616
Sept. 25	171 31 41 7	0 538841	9 698951	9 19008
Nov. 4	177 15 26 6	0 539228	9 726152	9 20272
Dec. 14	182 58 25 8	0 539221	9 752428	9 21369

0 ^h mittl. Zeit Berlin	r	$\log r$	$\log \frac{1}{(\rho)\varrho_1}$	$\log \frac{1}{(\rho)\bar{h}}$
1881 Jan. 23	188 41 6.7	0.538820	9.775557	9.22266
März 4	194 23 48.9	0.538043	9.794165	9.22921
April 13	200 6 46.1	0.536891	9.806489	9.23322
Mai 23	205 50 18.9	0.535376	9.811014	9.23438
Juli 2	211 34 51.7	0.533515	9.806916	9.23260
Aug. 11	217 21 25.0	0.531320	9.794457	9.22800
Sept. 20	223 11 2.1	0.528802	9.774621	9.22069
Oct. 30	229 5 0.5	0.525977	9.749118	9.21096
Dec. 9	235 4 39.9	0.522863	9.719697	9.19922
1882 Jan. 18	241 11 2.8	0.519488	9.687978	9.18586

Für die Ermittlung der Elementenstörungen aus den Differentialquotienten, wobei die Angaben der Tafeln I und II an der Unterbrechungsstelle aus der mehrfach erwähnten vorausgehenden Publication zu vervollständigen sind, wurden die denselben Epochen zugehörigen Differentialquotienten für Jupiter und Saturn gleich vor der Integration summiert; es finden sich dann, wenn für die Osculationsepoche t_0 die Störungen aller Elemente den Werth Null annehmen sollen, im vorliegenden Falle für die sogenannten Anfangsconstanten ' $f(a - \frac{1}{2}w)$ ' und ' $f(a - w)$ ' der summirten Reihen die Werthe:

$$\begin{array}{l} \underbrace{f(a - \frac{1}{2}w)}_{L} \quad \underbrace{f(a - w)}_{\pi} \\ L \dots \dots -0.049 \\ \pi \dots \dots +0.022 \\ \Omega \dots \dots -0.021 \\ i \dots \dots +0.005 \\ \varphi \dots \dots +0.023 \\ \mu \dots \dots +0.0074 \quad -0.0470, \end{array}$$

wobei ' $f(a - \frac{1}{2}w)$ ' auf die Osculationsepoche $t_0 = 1878$ April 9.0 zu fallen hat; da $w = 40$ Tagen angenommen ist, so fällt $f(a)$ auf die Epoche 1878 April 29.0 und ' $f(a - w)$ ' auf 1878 März 20.0.

In der nun folgenden Tafel IV der Störungswerthe bezeichne t eine beliebige von den Zeitepochen der Störungsrechnung, so dass die Columnne $t - t_0$ für jede solche Epoche die seit der Osculation verflossene Zeit angibt; die übrigen Columnnen sind durch die Ausdrücke:

$$\begin{aligned} \Delta L_1 &= \int_{t_0}^t 40 \left(\frac{dL}{dt} \right) dt, & \Delta \Omega &= \int_{t_0}^t 40 \left(\frac{d\Omega}{dt} \right) dt, \\ \Delta L_2 &= \iint_{t_0}^t 40^2 \left(\frac{d^2\mu}{dt^2} \right) dt^2, & \Delta i &= \int_{t_0}^t 40 \left(\frac{di}{dt} \right) dt, \\ \Delta L &= \Delta L_1 + \Delta L_2, & \Delta \varphi &= \int_{t_0}^t 40 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right) dt, \\ \Delta \pi &= \int_{t_0}^t 40 \left(\frac{d\pi}{dt} \right) dt, & \Delta \mu &= \int_{t_0}^t 40 \left(\frac{d\mu}{dt} \right) dt. \end{aligned}$$

definiert.

Tafel IV.

Störungen der Elemente durch Jupiter und Saturn.

Osculationsepoche $t_0 = 1878$ April 9.0.

0^h mittl. Zeit Berlin	$t-t_0$	ΔL_1	ΔL_2	$\Delta \pi$	$\Delta \varphi_6$	Δi	$\Delta \varphi_7$	$\Delta \mu$
1875 Sept. 12	- 940	+ 1' 52".87	+ 6' 20".32	- 18' 41".81	+ 0' 55".42	+ 0' 0".24	+ 2' 4".76	- 0".6408
Oct. 22	- 900	+ 1' 42".68	+ 5' 54".67	- 17' 56".50	+ 0' 55".43	+ 0' 0".07	+ 2' 1".81	- 0".6408
Dec. 1	- 860	+ 1' 32".53	+ 5' 29".09	- 17' 10".69	+ 0' 55".36	- 0' 0".24	+ 1' 58".91	- 0".6381
1876 Jan. 10	- 820	+ 1' 22".46	+ 5' 3".67	- 16' 23".84	+ 0' 55".13	- 0' 0".68	+ 1' 56".04	- 0".6325
Feb. 19	- 780	+ 1' 12".52	+ 4' 38".53	- 15' 35".13	+ 0' 54".65	- 0' 1".25	+ 1' 53".17	- 0".6239
März 20	- 740	+ 1' 2".79	+ 4' 13".79	- 14' 45".05	+ 0' 53".86	- 0' 1".52	+ 1' 50".23	- 0".6124
Mai 9	- 700	+ 0' 53".31	+ 3' 49".57	- 13' 52".40	+ 0' 52".70	- 0' 2".65	+ 1' 47".19	- 0".5979
Juni 18	- 660	+ 0' 11".15	+ 3' 26".00	- 12' 57".31	+ 0' 51".13	- 0' 3".42	+ 1' 43".98	- 0".5803
Juli 28	- 620	+ 0' 35".37	+ 3' 3".19	- 11' 59".78	+ 0' 49".13	- 0' 4".21	+ 1' 40".53	- 0".5596
Sept. 6	- 580	+ 0' 27".05	+ 2' 41".27	- 11' 0".00	+ 0' 46".67	- 0' 4".97	+ 1' 36".77	- 0".5359
Oct. 16	- 540	+ 0' 19".26	+ 2' 20".36	- 9' 58".34	+ 0' 43".78	- 0' 5".66	+ 1' 32".65	- 0".5091
Nov. 25	- 500	+ 0' 12".07	+ 2' 0".57	- 8' 55".39	+ 0' 40".48	- 0' 6".25	+ 1' 28".09	- 0".4795
1877 Jan. 4	- 460	+ 0' 5".56	+ 1' 42".03	- 7' 51".93	+ 0' 36".82	- 0' 6".71	+ 1' 23".05	- 0".4471
Feb. 13	- 420	+ 0' 0".20	+ 1' 21".84	- 6' 48".91	+ 0' 32".80	- 0' 7".02	+ 1' 17".49	- 0".4122
März 25	- 380	- 0' 5".15	+ 1' 9".09	- 5' 47".43	+ 0' 28".74	- 0' 7".15	+ 1' 11".40	- 0".3749
Mai 4	- 340	- 0' 9".20	+ 0' 51".87	- 4' 48".64	+ 0' 24".50	- 0' 7".07	+ 1' 4".79	- 0".3357
Juni 13	- 300	- 0' 12".30	+ 0' 42".25	- 3' 53".70	+ 0' 20".28	- 0' 6".78	+ 0' 57".71	- 0".2950
Juli 23	- 260	- 0' 14".37	+ 0' 31".28	- 3' 3".67	+ 0' 16".20	- 0' 6".29	+ 0' 50".21	- 0".2532
Sept. 1	- 220	- 0' 15".37	+ 0' 22".00	- 2' 19".41	+ 0' 12".38	- 0' 5".61	+ 0' 42".40	- 0".2109
Oct. 11	- 180	- 0' 15".21	+ 0' 14".41	- 1' 41".46	+ 0' 8".94	- 0' 4".76	+ 0' 34".41	- 0".1687
Nov. 20	- 140	- 0' 13".95	+ 0' 8".49	- 1' 9".93	+ 0' 5".97	- 0' 3".78	+ 0' 26".37	- 0".1273
Dec. 30	- 100	- 0' 11".47	+ 0' 1".20	- 0' 14".47	+ 0' 3".53	- 0' 2".70	+ 0' 18".43	- 0".0875
1878 Feb. 8	- 60	- 0' 7".79	+ 0' 1".46	- 0' 21".16	+ 0' 1".69	- 0' 1".59	+ 0' 10".75	- 0".0500
März 20	- 20	- 0' 2".99	+ 0' 0".16	- 0' 7".41	+ 0' 0".42	- 0' 0".54	+ 0' 3".46	- 0".0157
April 29	+ 20	+ 0' 3".19	+ 0' 0".15	+ 0' 7".41	+ 0' 0".30	+ 0' 0".48	- 0' 3".33	+ 0".0146
Juni 8	+ 60	+ 0' 10".45	+ 0' 1".26	+ 0' 23".16	+ 0' 0".56	+ 0' 1".32	- 0' 9".55	+ 0".0401
Juli 18	+ 100	+ 0' 18".83	+ 0' 3".28	+ 0' 32".56	+ 0' 0".52	+ 0' 1".95	- 0' 15".17	+ 0".0598
Aug. 27	+ 140	+ 0' 28".28	+ 0' 5".96	+ 1' 8".71	+ 0' 0".35	+ 0' 2".31	- 0' 20".24	+ 0".0731
Oct. 6	+ 180	+ 0' 38".70	+ 0' 9".03	+ 1' 11".82	+ 0' 0".31	+ 0' 2".36	- 0' 24".84	+ 0".0790
Nov. 15	+ 220	+ 0' 50".00	+ 0' 12".17	+ 2' 31".11	+ 0' 0".68	+ 0' 2".10	- 0' 29".13	+ 0".0766
Dec. 25	+ 260	+ 1' 2".05	+ 0' 15".04	+ 3' 39".69	+ 0' 1".76	+ 0' 1".50	- 0' 33".32	+ 0".0652
1879 Feb. 3	+ 300	+ 1' 14".70	+ 0' 17".25	+ 5' 4".40	+ 0' 3".92	+ 0' 0".59	- 0' 37".69	+ 0".0459
März 15	+ 340	+ 1' 27".77	+ 0' 18".40	+ 6' 50".83	+ 0' 7".51	+ 0' 0".58	- 0' 42".57	+ 0".0117
April 24	+ 380	+ 1' 41".05	+ 0' 18".03	+ 9' 1".25	+ 0' 12".89	+ 0' 1".95	- 0' 48".35	- 0".0323
Juni 3	+ 420	+ 1' 54".29	+ 0' 15".61	+ 11' 37".53	+ 0' 20".42	+ 0' 3".41	- 0' 55".16	- 0".0893
Juli 13	+ 460	+ 2' 7".18	+ 0' 10".60	+ 14' 41".17	+ 0' 30".44	+ 0' 4".83	- 0' 1".39	- 0".1603
Aug. 22	+ 500	+ 2' 19".35	+ 0' 3".61	+ 18' 13".30	+ 0' 43".26	+ 0' 6".05	- 0' 15".68	- 0".2467
Oct. 1	+ 540	+ 2' 39".35	+ 0' 9".26	+ 22' 14".63	+ 0' 59".13	+ 0' 6".89	- 0' 29".91	- 0".3501
Nov. 10	+ 580	+ 2' 39".62	+ 0' 25".64	+ 26' 15".51	+ 1' 18".26	+ 0' 7".11	- 0' 47".73	- 0".4720
Dec. 20	+ 620	+ 2' 46".45	+ 0' 47".30	+ 31' 45".90	+ 1' 40".74	+ 0' 6".49	- 0' 59".83	- 0".6144
1880 Jan. 29	+ 660	+ 2' 49".98	+ 1' 15".10	+ 37' 15".47	+ 2' 6".58	+ 0' 4".74	- 0' 36".98	- 0".7794
März 9	+ 700	+ 2' 49".10	+ 1' 49".98	+ 43' 13".52	+ 2' 35".66	+ 0' 1".59	- 0' 39".98	- 0".9691
April 18	+ 740	+ 2' 42".38	+ 2' 32".99	+ 49' 39".01	+ 3' 7".72	+ 0' 3".27	- 0' 34".67	- 1".1859
Mai 28	+ 780	+ 2' 28".04	+ 3' 25".25	+ 56' 30".70	+ 3' 42".19	+ 0' 10".10	- 0' 36".92	- 1".4319
Juli 7	+ 820	+ 2' 3".84	+ 4' 27".96	+ 63' 47".28	+ 4' 18".23	+ 0' 19".12	- 0' 32".52	- 1".7086
Aug. 16	+ 860	+ 1' 26".93	+ 5' 42".36	+ 71' 27".81	+ 4' 54".77	+ 0' 30".45	- 0' 37".04	- 2".0164
Sept. 25	+ 900	+ 0' 33".96	+ 7' 9".66	+ 79' 32".34	+ 5' 30".34	+ 0' 44".00	- 0' 50".74	- 2".3533
Nov. 4	+ 940	- 0' 38".90	+ 8' 50".93	+ 88' 3".06	+ 6' 3".11	+ 0' 59".38	- 0' 13".15	- 2".7133
Dec. 14	+ 980	- 2' 15".49	+ 10' 46".87	+ 97' 5".94	+ 6' 31".04	+ 1' 15".72	- 0' 42".67	- 3".0842
1881 Jan. 23	+ 1020	- 4' 18".87	+ 12' 59".55	+ 106' 52".45	+ 6' 52".27	+ 1' 31".54	- 0' 16".17	- 3".4459
März 4	+ 1060	- 5' 49".61	+ 15' 22".04	+ 117' 40".37	+ 7' 5".68	+ 1' 41".84	- 0' 18".84	- 3".7694
April 13	+ 1100	- 9' 41".36	+ 17' 58".13	+ 129' 51".28	+ 7' 11".61	+ 1' 53".33	- 0' 14".52	- 4".0200
Mai 23	+ 1140	- 12' 54".67	+ 20' 42".23	+ 143' 43".20	+ 7' 12".53	+ 1' 55".11	- 0' 17".07	- 4".1651
Juli 2	+ 1180	- 16' 8".09	+ 23' 29".70	+ 159' 20".38	+ 7' 12".19	+ 1' 49".69	- 0' 22".30	- 4".1869
Aug. 11	+ 1220	- 19' 11".03	+ 26' 15".55	+ 176' 25".66	+ 7' 14".79	+ 1' 37".68	- 0' 27".39	- 4".0867
Sept. 20	+ 1260	- 21' 52".61	+ 28' 55".31	+ 194' 22".38	+ 7' 23".28	+ 1' 20".97	- 0' 20".81	- 3".8869
Oct. 30	+ 1300	- 24' 6".97	+ 31' 25".62	+ 212' 25".14	+ 7' 38".63	+ 1' 2".29	- 0' 30".99	- 3".6205
Dec. 9	+ 1340	- 25' 53".06	+ 33' 44".51	+ 229' 51".86	+ 8' 0".08	+ 0' 43".83	- 0' 34".55	- 3".3205
1882 Jan. 18	+ 1380	- 27' 13".19	+ 35' 51".18	+ 246' 11".25	+ 8' 25".82	+ 0' 27".14	- 0' 35".25	- 3".0136

Die voranstehende Störungstafel, welche aus vollkommen strengen Rechnungsmethoden hervorgegangen ist, bietet nunmehr die Mittel, die bisher benützten besten Bahnelemente des Planeten (154) Bertha, wie sie oben an die Spitze der hier geführten Rechnungen gestellt wurden, in der Art zu corrigiren, dass die so erhaltenen

neuen Elemente diejenige Übereinstimmung zwischen den Beobachtungen aller verfügbaren Oppositionen des Planeten und der Rechnung ergeben, welche mit dem vorhandenen Beobachtungsmateriale überhaupt erreichbar ist. Zu dem Ende sind aus den späteren Oppositionen entsprechende Normalpositionen abzuleiten, was jedoch in gedrängtester Kürze geschehen soll.

Vierte Opposition (1879).

Die betreffende Oppositionsephemeride ist schon in der vorangehenden Publication mit enthalten, die Declination des Planeten jedoch eine so bedeutend südliche, dass für die Sternwarten der nördlichen Erdhälfte, nur etwa Madras ausgenommen, eine Beobachtung desselben unmöglich war. Diese Opposition bietet somit für die Rechnung kein Materiale.

Fünfte Opposition (1880).

Aus dem Jahre 1880 sind mir nur zwei Beobachtungen des Planeten bekannt geworden; dieselben sind (astronom. Nachrichten Nr. 2399 und 2413):

		Mittlere Ortszeit	(151)		Parallaxe	
			app α	app δ	in α	in δ
Leipzig	Sept. 10	12 ^h 55 ^m 52 ^s *	0 ^h 34 ^m 32 ^s 00	—17° 32' 53 ^s 9	—0 ^s 01	+3 ^s 28
Berlin	Sept. 10	14 30 32	0 33 41 45	—17 35 46 2	+0 05	+3 28.

Die Ephemeride für diese Opposition ist ebenfalls schon in der vorangehenden Abhandlung über diesen Planeten enthalten, und ich setze aus jener Ephemeride die wenigen für die Reduction dieser beiden Beobachtungen nöthigen Angaben hier nochmals an:

mittl. Berl. Zeit	app α	app δ	log Δ	Lichtzeit
1880 Sept. 9 ^h 5	0 ^h 35 ^m 21 ^s 61	—17° 29' 22 ^s 66	0 399605	20 ^m 49 ^s
10 ^h 5	0 34 34 98 —46 63	—17 32 18 70 —2 56 04	0 399111	20 47
11 ^h 5	0 33 47 70 —47 23	—17 35 9 46 —2 50 76	0 398665	20 46
12 ^h 5	0 32 59 80 —47 90	—17 37 54 66 —2 45 20	0 398265	20 45.

Man erhält hieraus die folgenden im Sinne: „Beobachtung—Rechnung“ angesetzten Ephemeridenfehler:

	$\alpha' - \alpha$	$\delta' - \delta$
Sept. 10 . . .	—1 ^s 72	—27 ^s 21
Sept. 11 . . .	—1 ^s 90	—18 ^s 33

so dass man im Mittel annehmen kann:

Sept. 10 ^h 5 . . .	—1 ^s 81	—22 ^s 77.
-------------------------------	--------------------	----------------------

Es wird also:

Ephemeride + Corr. 1880 Sept. 10 ^h 5 . . .	0 ^h 34 ^m 33 ^s 17	—17° 32' 41 ^s 47
	8 ^s 38' 17 ^s 55	
Reduc. auf 1880 ^h 0	—47 48	—20 85

und damit ergibt sich der auf das mittlere Äquinoctium 1880^h 0 bezogene Normalort der fünften Opposition.

	α (1880 ^h 0)	δ (1880 ^h 0)
1880 Sept. 10 ^h 5 . . .	8 ^s 37' 30 ^s 07	—17° 33' 2 ^s 32

Sechste Opposition (1881).

Diese Opposition fällt der Zeit nach auf 1881 November 20^h 7 und es ist daher November 19^h 0 die nächste Epoche, für welche sich aus der Störungstafel durch Interpolation, oder aus dem Schema der summirten Differentialquotienten durch directe Integration die Störungen in einfacher Weise entnehmen lassen, um osculirende Oppositionselemente zu erhalten.

Es fanden sich durch directe Integration für die genaunte Epoche 1880 November 19.0 die ekliptikalen Störungswerthe:

$$\begin{aligned}\Delta L_1 &= - 25' 37.46 \\ \Delta L_2 &= - 32 36.57 \\ \Delta \pi &= + 3^\circ 41' 15.26 \\ \Delta \Omega &= - 7 48.69 \\ \Delta i &= + 52.92 \\ \Delta \varphi &= - 18 33.33 \\ \Delta \mu &= - 3^\circ 47.286\end{aligned}$$

und die Verbindung dieser Werthe mit dem oben angesetzten ekliptikalen Elementensysteme (Form I) gibt, da für die Übertragung des Elementes L auf die neue Epoche ($t - t_0 = 1881$ November 19.0 — 1878 April 9.0 = +1320 Tage)

$$L_0 + \mu_0(t - t_0) = 68^\circ 29' 53.99$$

ist, für die Opposition 1881 das Elementensystem:

⁽¹⁵⁴⁾ Bertha

Epoche und Osculation 1881 Nov. 19.0

Mittl. Ekliptik 1880.0

$$\begin{aligned}L &= 67^\circ 32' 13.96 \\ M &= 239 27 9.02 \\ \pi &= 188 5 4.94 \\ \Omega &= 37 31 43.64 \\ i &= 21 0 13.82 \\ \varphi &= 4 31 11.65 \\ \mu &= 618^\circ 89.006 \\ \log a &= 0.5055954.\end{aligned}$$

aus welchem weiter die Relationen

$$\left. \begin{aligned}x &= 9.989393 \sin(276^\circ 41' 59.2 + v) \\ y &= 9.889126 \sin(196 43 22.0 + v) \\ z &= 9.825413 \sin(171 48 20.6 + v)\end{aligned} \right\} \text{mittl. Äquin. 1880.0}$$

zur Berechnung des geocentrischen Laues des Planeten folgen.

Die aus diesen Elementen resultirenden Ephemeriden für das Jahr 1881 finden sich, wie schon früher einmal erwähnt wurde, im Berliner astronomischen Jahrbuche pro 1883. Damit jedoch die vorliegende Arbeit nach keiner Richtung eine Lücke aufweise, dürfte es angemessen sein, sowohl die Ephemeride für den geocentrischen Jahreslauf, als auch die Oppositionsephemeride des Jahres 1881 hier mit anzusetzen, und zwar werde ich erstere Ephemeride hier in einer etwas genaueren Form geben, als sich dieselbe im Berliner Jahrbuche vorfindet, die Oppositionsephemeride dagegen rücksichtlich ihrer Ausdehnung etwas abkürzen, so dass dieselbe nur jenen Zeitraum umfassen wird, für welchen Beobachtungen vorliegen:

⁽¹⁵⁴⁾ Bertha.

Jahresephemeride für 1881.

0 ^h mittl. Zeit Berlin	app. α	app. δ	log Δ	log r
1881 Jan. 3	0 ^h 4 ^m 3	— 8° 54' 8	0.5556	0.5391
Jan. 23	0 18.9	— 5 41.6	0.5872	0.5388
Feb. 12	0 37.1	— 2 22.6	0.6125	0.5385
März 4	0 57.6	+ 0 57.7	0.6310	0.5380
März 24	1 19.9	+ 4 15.3	0.6427	0.5375

0 ^h mittl. Zeit Berlin		app. α	app. δ	log Δ	log r
1881	April 13	1 ^h 42 ^m 9	+ 7° 26' 9	0.6477	0.5369
	Mai 3	2 6.6	+10 29.9	0.6459	0.5362
	Mai 23	2 30.5	+13 21.9	0.6376	0.5354
	Juni 12	2 53.9	+16 2.1	0.6228	0.5345
	Juli 2	3 16.3	+18 29.8	0.6015	0.5335
	Juli 22	3 36.7	+20 45.6	0.5738	0.5325
	Aug. 11	3 54.0	+22 52.1	0.5400	0.5313
	Aug. 31	4 6.6	+24 52.2	0.5012	0.5301
	Sept. 20	4 12.5	+26 47.9	0.4595	0.5288
	Oct. 10	4 9.7	+28 36.6	0.4196	0.5274
	Oct. 30	3 57.2	+30 6.8	0.3886	0.5260
	Nov. 19	3 37.9	+30 59.2	0.3750	0.5245
	Dec. 9	3 18.2	+31 8.1	0.3832	0.5229
	Dec. 29	3 5.1	+30 54.6	0.4099	0.5212
1882	Jan. 18	3 2.1	+30 47.8	0.4469	0.5195

(154) Bertha.

Ephemeride für die Opposition 1881.

12 ^h mittl. Zeit Berlin	app. α	app. δ	log Δ	Lichtzeit
1881 Nov. 6	3 ^h 50 ^m 26.46	+30° 31' 7.5	0.381114	19 ^m 57.2
7	3 49 28.84 -57.62	+30 33 59.2 +2 51.7	0.380320	19 55.0
8	3 48 30.52 -58.32	+30 36 13.9 +2 44.7	0.379577	19 52.9
9	3 47 31.54 -58.98	+30 39 21.7 +2 37.8	0.378886	19 51.0
10	3 46 31.96 -59.58	+30 41 52.6 +2 30.9	0.378248	19 49.2
	-60.14	+2 23.9		
11	3 45 31.82 -60.63	+30 44 16.5 +2 16.9	0.377664	19 47.6
12	3 44 31.17 -61.16	+30 46 33.4 +2 9.9	0.377133	19 46.2
13	3 43 30.07 -61.50	+30 48 43.3 +2 3.0	0.376657	19 44.9
14	3 42 28.57 -61.84	+30 50 46.3 +1 56.0	0.376235	19 43.8
15	3 41 26.73 -62.12	+30 52 42.3 +1 48.9	0.375869	19 42.8
16	3 40 24.61 -62.34	+30 54 31.2 +1 41.8	0.375558	19 42.0
17	3 39 22.27 -62.50	+30 56 13.0 +1 34.7	0.375303	19 41.3
18	3 38 19.47 -62.60	+30 57 47.7 +1 27.7	0.375105	19 40.8
19	3 37 17.17 -62.64	+30 59 15.4 +1 20.9	0.374963	19 40.4
20	3 36 14.56 -62.57	+31 0 36.3 +1 13.9	0.374877	19 40.1
21	3 35 11.99 -62.50	+31 1 50.2 +1 7.3	0.374848	19 40.0
22	3 34 9.49 -62.32	+31 2 57.5 +1 0.7	0.374876	19 40.1
23	3 33 7.17 -62.09	+31 3 58.2 +0 54.2	0.374960	19 40.4
24	3 32 5.08 -61.77	+31 4 52.4 +0 47.9	0.375100	19 40.7
25	3 31 3.31 -61.41	+31 5 40.3 +0 41.7	0.375297	19 41.2
26	3 30 1.90 -60.99	+31 6 22.0 +0 35.6	0.375551	19 41.9
27	3 29 0.91 -60.52	+31 6 57.6 +0 29.7	0.375859	19 42.7
28	3 28 0.39 -60.01	+31 7 27.3 +0 23.8	0.376222	19 43.7
29	3 27 0.38 -59.43	+31 7 51.1 +0 18.1	0.376639	19 44.8
30	3 26 0.95	+31 8 9.2	0.377109	19 46.1

Opposition Nov. 20.7. Lichtstärke = 0.78. Grösse = 11.6.

Es liegen aus dieser Opposition nur drei Beobachtungen des Planeten vor, nämlich die folgenden:

		(154)		Parallaxe	
1881	Mittl. Ortszeit	app α	app δ	in α	in δ
Leipzig	Nov. 9	10 ^h 41 ^m 35 ^s	3 ^h 47 ^m 32 ^s 07	+30° 38' 35.6	-0.08 +1.41
Paris	Nov. 23	11 21 51	3 33 4.38	+31 3 17.8	0.00 +1.13
"	Nov. 28	10 56 7	3 27 58.48	+31 6 47.4	0.00 +1.12;

die beiden Pariser Beobachtungen sind Meridiankreisbeobachtungen (Comptes rendus, Vol. 94, p. 476), das Nähere über die Leipziger Beobachtung findet sich Astron. Nachr. 2418.

Die Vergleichung der Ephemeride mit den Beobachtungen ergibt die im Sinne „Beobachtung—Ephemeride“ angesetzten Fehler:

	$\alpha' - \alpha$	$\delta' - \delta$
Nov. 9 . . .	—3 ^h 43	—34 ^m 6
Nov. 23 . . .	—3 ^h 38	—39 ^m 4
Nov. 28 . . .	—3 ^h 56	—38 ^m 1

und ich habe mit besonderer Berücksichtigung der beiden Pariser Beobachtungen angenommen:

	$\alpha' - \alpha$	$\delta' - \delta$
Nov. 26.5 . . .	—3 ^h 44	—38 ^m 7

so dass man erhält:

Ephemeride Nov. 26.5 . . .	3 ^h 30 ^m 1 ^s 90	+31 ^o 6 ['] 22 ^{''} 0
Corr.	—3 ^h 44	—38 ^m 7
	52 ^o 29 ['] 36 ^{''} 95	+31 ^o 5 ['] 43 ^{''} 3
Reduct. auf 1880.0 . . .	—2 4 ^m 24	—21 ^m 1

Der auf das mittlere Äquinoctium 1880.0 bezogene Normalort der sechsten Opposition ist demgemäss:

	$\alpha(1880.0)$	$\delta(1880.0)$
1881 Nov. 26.5 . . .	52 ^o 27 ['] 32 ^{''} 71	+31 ^o 5 ['] 19 ^{''} 2.

Nach Beendigung dieser vorbereitenden Rechnungen kann nunmehr zu dem eigentlichen Thema der vorliegenden Arbeit übergegangen werden.

Bahnverbesserung mit Rücksicht auf sechs Oppositionen.

Zu den fünf, aus den ersten drei Oppositionen des Planeten (154) Bertha abgeleiteten Normalorten, auf denen die provisorische Bahnbestimmung beruht, sind jetzt zwei weitere getreten, so dass der definitiven Elementenrechnung im Ganzen sieben Normalorte zu Grunde liegen werden.

Ich setze zunächst die Normalpositionen noch einmal übersichtlich hier an, und füge dann als weitere Rechnungsdaten die zu den Normalortsepochen gehörigen, auf 1880.0 bezogenen rechtwinkligen äquatorealen Sonnencoordinaten, und die für eben diese Epochen aus der Tafel IV entnommenen ekliptikalen Elementenstörungen bei.

Normalorte.

Ära	Ära	Ära	$\alpha(1880.0)$	$\delta(1880.0)$
I	1875 Nov. 15.5		34 ^o 43 ['] 49 ^{''} 40	+16 ^o 32 ['] 15 ^{''} 50
II	1876 Jan. 28.5		31 29 20.70	+19 8 40.40
III	1877 Feb. 2.0		114 54 1.20	+50 52 22.00
IV	1877 Apr. 15.0		116 8 8.90	+43 12 34.40
V	1878 Apr. 6.5		208 2 11.67	— 2 59 35.20
VI	1880 Sept. 10.5		8 37 30.07	—17 33 2.32
VII	1881 Nov. 26.5		52 27 32.71	+31 5 19.20

Äquatoreale Sonnencoordinaten.

	$X(1880.0)$	$Y(1880.0)$	$Z(1880.0)$
I	—0.5910796	—0.7268489	—0.3153691
II	+0.6132835	—0.7072173	—0.3068528
III	+0.6826541	—0.6524472	—0.2830876
IV	+0.9053459	+0.3952743	+0.1728095
V	+0.9575885	+0.2691938	+0.1168005
VI	—0.9861555	+0.1830765	+0.0794327
VII	—0.4189017	—0.8192174	—0.3554300

Störungen der ekliptikaln Elemente.

Normalort Epoche t	I 1875 Nov. 15.5	II 1876 Jan. 28.5	III 1877 Feb. 2.0	IV 1877 Apr. 15.0	V 1878 Apr. 6.5	VI 1880 Sept. 10.5	VII 1881 Nov. 26.5
$t-t_0$	-875.5	-801.5	-431.0	-359.0	-2.5	+885.5	+1327.5
$\mu_0 (t-t_0)$	-151°21'18.74	-138°33'43.88	-74°30'38.42	-62°3'48.29	-0°23'55.91	+153°5'27.37	+229°29'46.78
ΔL	+ 7 15.45	+ 6 9.85	+ 1 30.73	+ 0 51.04	+ 0.38	- 5 41.20	- 58 25.27
$\Delta \pi$	- 17 28.55	- 16 1.67	- 7 6.11	- 5 16.16	- 0.94	+ 16 33.86	+ 3 41 30.75
$\Delta \Omega$	+ 55.38	+ 51.91	+ 33.99	+ 26.51	+ 0.05	- 5 17.66	- 7 52.81
Δi	- 0.10	- 0.92	- 6.94	- 7.14	- 0.07	+ 38.84	+ 49.48
$\Delta \varphi$	+ 2 0.02	+ 1 54.71	+ 1 19.07	+ 1 7.99	+ 0.43	- 7 22.98	- 13 33.89
$\Delta \mu$	-0.6395	-0.6289	-0.4220	-0.3546	-0.0019	-2.2281	-3.4158

Da der Elementenverbesserung das obige äquatoreale System (Form II) zur Grundlage dienen soll, so mögen auch gleich die Fehler in den Normalorten durch jenes äquatoreale System bestimmt werden, wesshalb die ekliptikaln Störungen zunächst in Störungen der äquatorealen Elemente umzusetzen sind. Die Ausdrücke, mittelst welcher diese Umsetzung durchgeführt wurde, bilden die Umkehrung eines von Oppolzer (Lehrb. f. Bahnbest. II. Bd., p. 395, IX) angegebenen Formelcomplexes; es sind die folgenden:

$$\begin{aligned}
 p \sin Q &= \Delta \Omega \sin i_0 \\
 p \cos Q &= \Delta i \\
 P &= Q + \sigma_0, \quad \sigma_0 = \omega'_0 - \omega_0 \\
 \delta \pi &= \tan \frac{1}{2} i_0 (\Delta \Omega \sin i_0) - \tan \frac{1}{2} i_0 (p \sin P) \\
 \Delta L' &= \Delta L - \delta \pi \\
 \Delta \pi' &= \Delta \pi - \delta \pi \\
 \Delta \Omega' &= \frac{p \sin P}{\sin i_0} \\
 \Delta i' &= p \cos P.
 \end{aligned}$$

Die Grösse σ_0 tritt bei der Verwandlung der äquatorealen Elemente in ekliptikale auf und es ist im vorliegenden Falle

$$\begin{aligned}
 \sigma_0 &= 21^\circ 19' 44''.5 \\
 \tan \frac{1}{2} i_0 &= 9.26774, \quad \sin i_0 = 9.55412 \\
 \tan \frac{1}{2} i'_0 &= 9.58370, \quad \sin i'_0 = 9.82516.
 \end{aligned}$$

Die mit Hilfe dieser Ausdrücke erhaltenen äquatorealen Störungswerte sind nachstehend in ganz analoger Weise zusammengestellt, wie eben vorher die ekliptikaln Störungen und ausserdem sind auch die von der Fundamentalebene unabhängigen Störungsgrössen der Vollständigkeit wegen nochmals mit angesetzt; die Verbindung dieser letzteren (äquatorealen) Störungen mit den auf den Äquator bezogenen Ausgangselementen gibt für die Epochen der einzelnen Normalorte osculirende, äquatoreale Elementensysteme zur Berechnung der geocentrischen Rectascensionen und Declinationen. Die Unterschiede dieser gerechneten Coordinaten gegen die Normalortspositionen sind die Fehler, welche durch die Elementenverbesserung nach Möglichkeit zum Verschwinden gebracht werden sollen; dieselben erscheinen in der folgenden Zusammenstellung unter der Form

$$\begin{aligned}
 B-R &= dz \\
 B-R &= d\delta
 \end{aligned}$$

angeführt und sind im Sinne: „Beobachtung—Rechnung“ angesetzt. Nebstdem finden sich in dieser Zusammenstellung ausser den äquatorealen Störungswerten und osculirenden Elementensystemen die Hauptzahlen für die Ermittlung der Fehler vor; die Rechnung selbst ist durchgängig siebenstellig geführt.

Normalort Epoche t	I 1875 Nov. 15.5	II 1876 Jan. 28.5	III 1877 Feb. 2.0	IV 1877 Apr. 15.0	V 1878 Apr. 6.5	VI 1880 Sept. 10.5	VII 1881 Nov. 26.5
$t-t_0$	-875.5	-801.5	-431.0	-359.0	-2.5	+885.5	+1327.5
$\mu_0 (t-t_0)$	-151° 21' 18.74	-138° 33' 13.88	-74° 30' 38.42	-62° 3' 48.29	-0° 25' 55.91	+153° 5' 2.37	+229° 29' 46.78
$\Delta L'$	+ 7 18.87	+ 6 13.09	+ 1 31.84	+ 54.71	+ 0.39	+ 5 55.44	+ 58 47.56
$\Delta \pi'$	- 17 25.13	- 15 58.43	- 7 5.03	- 5 15.49	- 0.95	+ 1 16 19.62	+ 3 44 8.46
$\Delta \omega'$	+ 27.59	+ 26.91	+ 13.18	+ 9.36	+ 0.01	+ 2 17.50	+ 3 29.17
$\Delta i'$	- 7.30	- 8.01	- 10.85	- 10.09	- 0.09	+ 1 17.53	+ 1 47.60
$\Delta \varphi$	+ 2 0.02	+ 1 54.71	+ 1 19.07	+ 1 7.99	+ 0.43	+ 7 22.98	+ 18 33.89
$\Delta \mu$	-0.6395	-0.6289	-0.4220	-0.3546	-0.0019	-2.2281	-3.4158
L'	51° 50' 29.41	64° 36' 58.49	128° 35' 22.70	141° 1' 35.70	202° 38' 32.98	356° 3' 36.21	71° 35' 28.50
π'	186 52 58.88	186 54 25.58	187 3 18.98	187 5 8.52	187 10 23.06	188 26 43.63	190 54 32.47
ω'	19 6 49.99	19 6 49.31	19 6 35.58	19 6 31.76	19 6 22.39	19 1 4.90	19 2 53.23
i'	41 57 20.66	41 57 19.95	41 57 17.11	41 57 17.87	41 57 27.87	41 58 45.49	41 59 15.56
φ	4 51 45.00	4 51 39.69	4 51 4.05	4 50 52.97	4 49 45.41	4 42 22.00	4 31 11.09
μ	621° 72342	621° 73402	621° 94092	622° 00832	622° 36102	620° 13482	618° 94712
M	224° 57' 30.53	237° 42' 32.91	301° 32' 3.72	313° 56' 27.18	15° 28' 9.92	167° 36' 52.58	240° 40' 56.03
v	218 35 16.81	229 57 52.00	292 49 35.29	306 26 21.98	18 19 48.97	169 26 47.91	233 11 34.30
u'	26 21 25.70	37 45 28.27	100 46 18.69	114 21 58.74	186 23 19.64	338 49 26.64	45 3 13.54
$\log r$	0.5309136	0.5254808	0.4870355	0.4797557	0.4674974	0.5386028	0.5238673
x	+2.5077533	+2.0050234	-1.2761225	-1.8479695	-2.6757723	+3.3492268	+1.6573335
y	+2.0555625	+2.3109357	+1.9309465	+1.5227940	+1.1841868	+0.1756783	+2.4316231
z	+1.0078598	+1.3727754	+2.0157851	+1.8373771	-0.2185807	-0.8350775	+1.5818540
α	34° 43' 52.38	31° 29' 15.21	114° 54' 1.16	116° 8' 10.04	208° 2' 12.70	8° 37' 57.23	52° 28' 24.51
δ	+16 32 15.40	+19 8 11.69	+50 52 19.56	+43 12 36.64	-2 59 34.81	-17 32 39.60	+31 5 57.79
$\log \Delta$	0.3861118	0.5119076	0.3490070	0.4677500	0.2898762	0.3991115	0.3755499
$B-R = d\alpha$	-2.98	+5.49	+0.04	-1.14	-1.03	-27.16	-51.80
$\log d\alpha$	0.47422	0.73957	8.60206	6.05690	0.01281	1.43393	1.71433
$\log \cos \delta$	9.98165	9.97529	9.80006	9.86261	9.99911	9.97931	9.93266
$B-R = d\delta$	+0.10	-1.29	+2.44	-2.24	-0.39	-22.72	-38.59

Da die Zahlen des voranstehenden Tableau für die nun zu unternehmende Bahnverbesserung fundamental sind, so dürfte es keinen Vorwurf verdienen, dass dieselben etwas ausführlicher angesetzt wurden.

Man kann einen Theil der erhaltenen Resultate, nämlich die in den ersten fünf Normalorten auftretenden Fehler, einer ganz unmittelbaren Prüfung unterziehen. Diese fünf Normalorte lagen nämlich der provisorischen Bahnbestimmung zu Grunde und es bildete die Darstellung dieser Normalorte durch das oben angesetzte ekliptikale Elementensystem, da dieses aus jener ersten Bahnbestimmung hervorging, die Schlussprobe jener Arbeit, und ein Unterschied der ersteren Bearbeitung gegen die vorliegende besteht nur darin, dass die benutzten Störungswerte dort die Coordinatenstörungen ΔM , $\Delta \omega$, v , z waren und dass nur erste Potenzen dieser Störungen in Betracht gezogen wurden. Da aber, wie der Vergleich der Tafel IV mit den Resultaten der schon vielfach erwähnten früheren Abhandlung zeigt, die strengen Störungswerte sich innerhalb des Zeitraumes der ersten drei Oppositionen des Planeten nur ganz unmerklich von den ersten Potenzen dieser Störungen unterscheiden, so kann die dort durchgeführte Darstellung der Normalorte auch nur ganz geringe Unterschiede gegen die Resultate der hier ausgeführten neuerlichen Darstellung geben, obwohl letztere sich auf strenge Störungswerte gründet. Die Zusammenstellung der beiden Resultatreihen zeigt in der That die erwartete Übereinstimmung; man hat:

	Erste Potenzen der Coordinatenstörungen		Strenge Elementenstörungen	
	$d\alpha \cos \delta$	$d\delta$	$d\alpha \cos \delta$	$d\delta$
I	-2.72	+0.25	-2.86	+0.10
II	+5.27	-1.28	+5.19	-1.29
III	-0.07	+2.51	+0.03	+2.14
IV	-0.69	-2.28	-0.83	-2.24
V	-0.49	-0.34	-1.03	-0.39

Aber auch die Darstellung der Normalorte VI und VII ist durch einen einfachen Vergleich zu prüfen; es bleiben nämlich in diesen Normalorten die Fehler

	$\overbrace{d\alpha}$	$\overbrace{d\delta}$
VI	—1°81	—22°72
VII	—3°45	—38°59

und diese Zahlen sind innerhalb der Unsicherheit der Rechnung identisch mit denjenigen Annahmen für die Ephemeridenfehler, welche zur Bildung der Normalorte geführt haben; es ist damit auch der Übergang zu den äquatorealen Störungen mitgeprüft.

Fasst man die letzten Resultate kurz zusammen, so hat man das folgende, logarithmisch angesetzte Tableau derjenigen Fehler, welche durch die Verbesserung der Ausgangselemente nach Möglichkeit noch wegzuschaffen sind:

	$\overbrace{d\alpha \cos \delta}$	$\overbrace{d\delta}$
I	0,45587	9,00000
II	0,71186	0,11059
III	8,40212	0,38739
IV	9,91954	0,35025
V	0,01225	9,59106
VI	1,41324	1,35614
VII	1,64699	1,58647

Wenn L' , μ , Φ' , Ψ' , $d\Omega' \sin i'$ und i' die zu verbessernden äquatorealen Planetenbahn-Elemente sind, so gibt jeder Normalort zwei Bedingungsgleichungen zwischen den beiden Fehlern in diesem Normalorte und entsprechenden Correctionen der Ausgangselemente und zwar haben die beiden Bedingungsgleichungen die Form:

$$d\alpha \cos \delta = \frac{\partial \alpha \cos \delta}{\partial L'} dL' + \frac{\partial \alpha \cos \delta}{\partial \mu} d\mu + \frac{\partial \alpha \cos \delta}{\partial \Phi'} d\Phi' + \frac{\partial \alpha \cos \delta}{\partial \Psi'} d\Psi' + \frac{\partial \alpha \cos \delta}{\partial \Omega' \sin i'} d\Omega' \sin i' + \frac{\partial \alpha \cos \delta}{\partial i'} di',$$

$$d\delta = \frac{\partial \delta}{\partial L'} dL' + \frac{\partial \delta}{\partial \mu} d\mu + \frac{\partial \delta}{\partial \Phi'} d\Phi' + \frac{\partial \delta}{\partial \Psi'} d\Psi' + \frac{\partial \delta}{\partial \Omega' \sin i'} d\Omega' \sin i' + \frac{\partial \delta}{\partial i'} di'.$$

Für die ersten fünf Normalorte sind die hier auftretenden partiellen Differentialquotienten bereits gelegentlich der provisorischen Bahnbestimmung berechnet worden, so dass dieselben nur noch für die Normalorte VI und VII nachzutragen wären. Ich habe diese Coefficienten jedoch insgesamt einer neuerlichen Berechnung unterzogen und zwar unter Zugrundelegung der oben angesetzten osculirenden Elementensysteme; dabei hat sich rücksichtlich der ersten fünf Normalorte eine derartige Übereinstimmung gegen die ursprünglichen Werthe ergeben, dass für diesen Theil der Coefficienten eine anderweitige Probe nicht nöthig erschien. Eine solche Probe ist bloß für die neu hinzugekommenen Differentialquotienten der beiden letzten Normalorte durchgeführt worden und zwar durch willkürliche Variation derjenigen Elemente, welche zu deren Berechnung benützt wurden.

Die willkürlichen Änderungen

$$\begin{aligned} dL' &= +100'' \\ d\mu &= +0''1 \\ d\Phi' &= +100'' \\ d\Psi' &= +100'' \\ d\Omega' &= +100'' \\ di' &= +100'' \end{aligned}$$

in den Elementen der beiden in Betracht kommenden osculirenden Systeme haben nämlich in den geocentrischen Coordinaten der beiden Normalorte VI und VII die Änderungen

	$\overbrace{d\alpha \cos \delta}$	$\overbrace{d\delta}$
VI	+0'45°90	—2'41°18
VII	+5 5°39	+4 26°29

hervorgebracht, während die Differentialquotienten für diese Änderungen die Werthe

	$\overbrace{dx \cos \delta}$	$\overbrace{d\delta}$
VI	+0' 46" 91	-2' 10" 63
VII	+5 5 30	+4 25 43

geben, was eine genügende Übereinstimmung ist, um auch die neuen Differentialquotienten der Normalorte VI und VII als entsprechend geprüft betrachten zu können.

Die bisherigen Rechnungsoperationen führen nun, da allen Normalorten gleiches Gewicht zuerkannt werden soll, in ihrer Gesamtheit zu den nachstehenden Systemen von Bedingungsgleichungen für die Correctionen der angenommenen Ausgangselemente:

I. Gleichungen für die Elimination der Fehler in Rectascension.

$0_n 45587 = 9 \cdot 96901 \ dL' + 2_n 92371 \ d\mu + 0_n 14422 \ d\Phi' + 0 \cdot 14275 \ d\Psi' + 9 \cdot 59973 \ d\zeta' \sin i' + 9_n 60096 \ di'$					
$0 \cdot 71486 = 9 \cdot 80632$	$2_n 76038$	$9_n 96257$	$0 \cdot 01533$	$9 \cdot 40410$	$9_n 61548$
$8 \cdot 40212 = 0 \cdot 16324$	$2_n 82071$	$0 \cdot 15440$	$0 \cdot 39386$	$9_n 70329$	$8 \cdot 95927$
$9_n 91954 = 0 \cdot 02306$	$2_n 65609$	$0 \cdot 09487$	$0 \cdot 23491$	$9_n 52671$	$8 \cdot 88401$
$0_n 01225 = 0 \cdot 12153$	$1 \cdot 31764$	$0 \cdot 34750$	$0 \cdot 05711$	$9 \cdot 71559$	$9_n 04143$
$1_n 41324 = 9 \cdot 94335$	$2 \cdot 90648$	$0_n 27276$	$8 \cdot 48026$	$9 \cdot 65364$	$9 \cdot 51536$
$1_n 64699 = 0 \cdot 02679$	$3 \cdot 14501$	$9_n 96779$	$0 \cdot 30217$	$9 \cdot 03225$	$9_n 74503$

II. Gleichungen für die Elimination der Fehler in Declination.

$9 \cdot 00000 = 9 \cdot 89895$	$2_n 84382$	$0_n 05406$	$0 \cdot 08784$	$0_n 11420$	$9 \cdot 67532$
$0_n 11059 = 9 \cdot 78063$	$2_n 70484$	$9_n 85953$	$0 \cdot 01831$	$9_n 93960$	$9 \cdot 67534$
$0 \cdot 38739 = 8_n 72801$	$1 \cdot 86257$	$9_n 10545$	$9_n 36931$	$9 \cdot 44494$	$0 \cdot 12386$
$0_n 35025 = 8_n 87515$	$1 \cdot 58609$	$8_n 84172$	$9_n 15539$	$9 \cdot 65370$	$9 \cdot 96971$
$9_n 59106 = 0_n 07110$	$1 \cdot 01767$	$0_n 30895$	$9 \cdot 94650$	$0 \cdot 17663$	$9_n 09851$
$1_n 35641 = 9 \cdot 89360$	$2 \cdot 82898$	$0_n 21964$	$9_n 19991$	$0_n 11709$	$9_n 56963$
$1_n 58647 = 9 \cdot 86126$	$2 \cdot 99108$	$9_n 72268$	$0 \cdot 14766$	$0_n 05095$	$9 \cdot 91566$

Nimmt man

$$\begin{aligned} 0 \cdot 16324 \ dL' &= x \\ 3 \cdot 14501 \ d\mu &= y \\ 0 \cdot 34750 \ d\Phi' &= z \\ 0 \cdot 39386 \ d\Psi' &= u \\ 0 \cdot 17663 \ d\zeta' \sin i' &= v \\ 0 \cdot 12386 \ di' &= w \end{aligned}$$

und den grössten der vorhandenen Fehler zur Fehlereinheit an, so dass also

$$1 \cdot 64699 = \log \text{ der Fehlereinheit}$$

ist, so gestalten sich die voranstehenden beiden Gleichungssysteme in der Art, dass keiner der Zahlencoefficienten die Einheit übersteigt, was für die weitere Rechnung sehr bequem ist. Ausserdem ist es nicht nöthig, die Gleichungen für Rectascension und Declination getrennt zu halten, so dass man durch die voranstehenden Substitutionen zu folgendem Systeme von Bedingungsgleichungen für die Ermittlung der Elementencorrectionen gelangt:

$$\begin{array}{rcllclcl}
8_n 80888 = 9 \cdot 80577 & x + 9_n 77870 & y + 9_n 79672 & z + 9 \cdot 74889 & u + 9 \cdot 42310 & v + 9_n 47710 & w \\
9 \cdot 06787 = 9 \cdot 64308 & 9_n 61537 & 9_n 61507 & 9 \cdot 62147 & 9 \cdot 22747 & 9_n 49162 & \\
6 \cdot 75513 = 0 \cdot 00000 & 9_n 67570 & 9 \cdot 80690 & 0 \cdot 00000 & 9_n 52666 & 8 \cdot 83541 & \\
8_n 27255 = 9 \cdot 85982 & 9_n 51108 & 9 \cdot 74737 & 9 \cdot 83105 & 9_n 35008 & 8 \cdot 76015 & \\
8_n 36526 = 9 \cdot 95829 & 8 \cdot 17263 & 0 \cdot 00000 & 9_n 66325 & 9 \cdot 56896 & 8_n 92057 & \\
9_n 76625 = 9 \cdot 78011 & 9 \cdot 76117 & 9_n 92526 & 8 \cdot 08640 & 9 \cdot 47701 & 9 \cdot 39150 & \\
0 \cdot 00000 = 9 \cdot 86355 & 0 \cdot 00000 & 9_n 62029 & 9 \cdot 90831 & 8 \cdot 85562 & 9_n 62117 & \\
7 \cdot 35301 = 9 \cdot 73571 & 9_n 69881 & 9 \cdot 70656 & 9 \cdot 69398 & 9_n 93757 & 9 \cdot 55146 & \\
8_n 46360 = 9 \cdot 61739 & 9_n 55983 & 9_n 51203 & 9 \cdot 62445 & 9_n 76297 & 9 \cdot 55148 & \\
8 \cdot 74040 = 8_n 56477 & 8 \cdot 71756 & 8 \cdot 75795 & 8_n 97545 & 9 \cdot 26831 & 0 \cdot 00000 & \\
8_n 70326 = 8_n 71221 & 8 \cdot 44108 & 8_n 49422 & 8_n 76153 & 9 \cdot 47707 & 9 \cdot 84585 & \\
7 \cdot 94407 = 9_n 90786 & 7 \cdot 87266 & 9_n 96145 & 9 \cdot 55264 & 0 \cdot 00000 & 8_n 97465 & \\
9_n 70942 = 9 \cdot 73036 & 9 \cdot 68397 & 9_n 87214 & 8_n 80605 & 9_n 91046 & 9_n 44577 & \\
9_n 93948 = 9 \cdot 69802 & 9 \cdot 84607 & 9_n 37518 & 9 \cdot 75380 & 9_n 87432 & 9 \cdot 79180 &
\end{array}$$

Die Verwendung dieser Gleichungen zur Bestimmung der sechs Unbekannten muss nach den Prinzipien der Methode der kleinsten Quadrate vor sich gehen, nach welcher Methode man zunächst die Normalgleichungen:

$$\begin{array}{rcllclcl}
+5 \cdot 5119 & x - 0 \cdot 0042 & y + 0 \cdot 3697 & z + 2 \cdot 6236 & u - 2 \cdot 0694 & v + 0 \cdot 0532 & w = -1 \cdot 8185 \\
-0 \cdot 0042 & +3 \cdot 3049 & -0 \cdot 9859 & -0 \cdot 4298 & -0 \cdot 0243 & +0 \cdot 0433 & = -2 \cdot 1881 \\
+0 \cdot 3697 & -0 \cdot 9859 & +4 \cdot 9858 & -1 \cdot 1178 & +0 \cdot 0544 & +0 \cdot 1614 & = +1 \cdot 4773 \\
+2 \cdot 6236 & -0 \cdot 4298 & -1 \cdot 1178 & +3 \cdot 7038 & -1 \cdot 0963 & +0 \cdot 0389 & = -1 \cdot 2826 \\
-2 \cdot 0694 & -0 \cdot 0243 & +0 \cdot 0544 & -1 \cdot 0963 & +4 \cdot 0250 & -0 \cdot 5879 & = +0 \cdot 8505 \\
+0 \cdot 0532 & +0 \cdot 0433 & +0 \cdot 1614 & +0 \cdot 0389 & -0 \cdot 5879 & +2 \cdot 6518 & = -0 \cdot 1266,
\end{array}$$

und dann zur unmittelbaren Berechnung der Werthe der Unbekannten die folgenden Eliminationsgleichungen erhält:

$$\begin{array}{rcllclcl}
+5 \cdot 51190 & x - 0 \cdot 00420 & y + 0 \cdot 36970 & z + 2 \cdot 62360 & u - 2 \cdot 06940 & v + 0 \cdot 05320 & w = -1 \cdot 81850 \\
+3 \cdot 30490 & -0 \cdot 98562 & -0 \cdot 42780 & -0 \cdot 02588 & +0 \cdot 04334 & & = -2 \cdot 18949 \\
+4 \cdot 66706 & -1 \cdot 42136 & +0 \cdot 18548 & +0 \cdot 17076 & & & = +0 \cdot 94631 \\
+1 \cdot 96673 & -0 \cdot 05815 & +0 \cdot 07120 & & & & = -0 \cdot 41222 \\
+3 \cdot 23878 & -0 \cdot 57227 & & & & & = +0 \cdot 10083 \\
+2 \cdot 51077 & & & & & & = -0 \cdot 08222.
\end{array}$$

Die Addition dieser Gleichung führt zu der Probegleichung

$$+5 \cdot 51190 \ x + 3 \cdot 36070 \ y + 4 \cdot 05114 \ z + 2 \cdot 74117 \ u + 1 \cdot 27083 \ v + 2 \cdot 30700 \ w = -3 \cdot 45529$$

für die richtige Bestimmung der Unbekannten, für welche man durch successive Elimination aus den voranstehenden Gleichungen die Werthe findet:

$$\begin{array}{l}
\log x = 9_n 36376; \quad (1 \cdot 18375) \\
\log y = 9_n 81097; \quad (8 \cdot 50198) \\
\log z = 9 \cdot 14517; \quad (1 \cdot 29949) \\
\log u = 9_n 34739; \quad (1 \cdot 25313) \\
\log v = 8 \cdot 40507; \quad (1 \cdot 47036) \\
\log w = 8_n 51002; \quad (1 \cdot 52313).
\end{array}$$

Die Einsetzung dieser Werthe in die Probegleichung reducirt die linke Seite der letzteren auf die Grösse $-3 \cdot 45521$, während die rechte Seite der Gleichung den Werth $-3 \cdot 45529$ hat; die Übereinstimmung ist eine vollkommen genügende, da bei der Art, wie die Rechnung angelegt wurde, die fünfte Decimale unterhalb der Grenzen einer ganz strengen Rechnung liegt.

Die Zahlen, welche in Klammern eingeschlossen neben die Werthe der Unbekannten gestellt erscheinen, sind Reductionsfactoren, welche die letzteren in die eigentlichen Correctionen der Elemente und zwar in Bogensecunden ausgedrückt, umsetzen.

Aus den Relationen, mittelst welcher die Grössen x, y, z, u, v, w eingeführt wurden, folgt nämlich zunächst

$$\begin{aligned}
dL' &= 9.83676 \ x \\
d\mu &= 6.85499 \ y \\
d\Phi' &= 9.65250 \ z \\
d\Psi' &= 9.60614 \ u \\
d\varrho' \sin i' &= 9.82337 \ v \\
di' &= 9.87614 \ w,
\end{aligned}$$

welchen Relationen die hier gewählte Fehlereinheit (diese Einheit ist $= 44''36$, nämlich $\log$ der Fehlereinheit $= 1.64699$) zu Grunde liegt, so dass die Zahlencoefficienten noch mit dieser Einheit zu multiplicieren sind, um die oben in Klammern angesetzten Verwandlungsfactoren zu erhalten. In Bogensekunden ausgedrückt hat man somit endlich:

$$\begin{aligned}
\log dL' &= 0.84751 \\
\log d\mu &= 8.31295 \\
\log d\Phi' &= 0.44466 \\
\log d\Psi' &= 0.57052 \\
\log d\varrho' \sin i' &= 9.87543 \\
\log di' &= 0.03315,
\end{aligned}$$

und dabei ist

$$\log \sin i' = 9.82516$$

also

$$\log d\varrho' = 0.05027$$

Vor der weiteren Verwendung mögen diese Werthe, die sich für die Correctionen der Elemente ergeben haben, einer ersten Prüfung unterzogen werden, für welche Prüfung die bei der Elimination der Unbekannten in den obigen Eliminationsgleichungen auftretenden Zahlen die nöthigen Anhaltspunkte bieten. Darnach soll die Summe der Fehlerquadrate von dem Betrage 2.38500 durch die Elementenverbesserung auf den Betrag 0.05045 herabgebracht werden, wobei wieder auf die gewählte Fehlereinheit gehörig Rücksicht zu nehmen ist; da

$$\begin{aligned}
\log 0.05045 &= 8.70243 \\
\log (\text{Einheit})^2 &= 3.29398
\end{aligned}$$

so ist

$$\log \text{Fehlerquadratsumme} = 1.99641,$$

d. h. die Summe der Quadrate der von den verbesserten Elementen in den Normalorten noch übrig gelassenen Fehler wird den Betrag

$$99''18$$

erreichen. Substituirt man nun die obigen Elementencorrectionen in die ursprünglichen Bedingungsgleichungen, so erhält man in einfacher Art die in den einzelnen Normalorten noch zu erwartenden Fehler und die Quadratsumme dieser Fehler soll ebenfalls den eben angesetzten Betrag $99''18$ ergeben. Die wirkliche Substitution gibt nun für die einzelnen Normalorte folgende unausgeglichene Fehlerbeträge:

	$d\alpha \cos \delta$	$d\delta$
I	-5.23	$+0.52$
II	$+3.63$	-0.40
III	$+2.39$	$+3.56$
IV	$+0.40$	-1.65
V	-2.27	-0.77
VI	$+2.20$	$+1.26$
VII	$+1.20$	$-1.91.$

Da die Quadrirung dieser Beträge und Addition der Quadrate auf die Summe

$$99.95$$

führt, so ist die oben erwähnte erste Probe hergestellt. Die vollständige Probe wird darin bestehen, dass die mit den gefundenen Correctionen verbesserten Elemente bei directer Darstellung der Normalorte dieselben Fehlerbeträge zu ergeben haben, welche das voranstehende Tableau enthält.

Die wirkliche Verbesserung der Elemente geschieht jetzt ganz einfach nach dem Schema (der Nullindex bezeichnet die oben (p. 27) angesetzten Ausgangselemente):

$$\begin{aligned} L' &= L_0 + dL', & \Omega_0' &= \Omega_0 + d\Omega' \\ \Phi' &= \Phi_0 + d\Phi', & i' &= i_0 + di' \\ \Psi' &= \Psi_0 + d\Psi', & \mu &= \mu_0 + d\mu \end{aligned}$$

und man erhält nach diesem Schema, da die Correctionsgrößen die Werthe:

$$\begin{aligned} dL' &= -7^{\circ}04, & d\Omega_0' &= +1^{\circ}12 \\ d\Phi' &= +2^{\circ}784, & di' &= -1^{\circ}08 \\ d\Psi' &= -3^{\circ}720, & d\mu &= -0^{\circ}02056 \end{aligned}$$

haben, zunächst

$$\begin{aligned} \Phi' &= -2165^{\circ}535 \\ \Psi' &= -17232^{\circ}208 \end{aligned}$$

oder durch Umsetzung dieser Elemente

$$\begin{aligned} \pi' &= 187^{\circ}9'45''.69 \\ \varphi &= 4^{\circ}49'48''.33. \end{aligned}$$

Das vollständige, verbesserte äquatoreale Elementensystem ist nun endlich das folgende:

154 Bertha.

Epoche und Osculation $t_0 = 1878$ April 9^o0

Mittl. Äqu. 1880^o0

$$\begin{aligned} L' &= 203^{\circ}46'22''.24 \\ M &= 15^{\circ}54'36''.55 \\ \pi' &= 187^{\circ}9'45''.69 \\ \Omega_0' &= 19^{\circ}6'23''.52 \\ i' &= 11^{\circ}57'26''.88 \\ \varphi &= 4^{\circ}49'48''.33 \\ \mu_0 &= 622^{\circ}34'23''.6 \\ \log \frac{a}{a_0} &= 0^{\circ}5039848. \end{aligned}$$

Wenn nun diese neuen Elemente mit den früher benutzten äquatorealen Störungswerthen, wie dieselben den einzelnen Normalorten zugehören, ebenso wie früher verbunden werden, wobei nur zu beachten ist, dass die Übertragungswerte $\mu(t-t_0)$ mit dem neuen Werthe von μ zu berechnen sind, so gelangt man zu verbesserten osculirenden Elementensystemen, mit denen die geocentrischen Rectascensionen und Declinationen für die Epochen der Normalorte zu rechnen sind, um durch das System der noch übrig bleibenden Fehler die Hauptprobe der ganzen Bahnverbesserung zu gewinnen. Ich setze hier nur die Grösse $\mu_1(t-t_0)$ und daneben gleich die schliesslichen Fehler im Sinne „Beobachtung—Rechnung“ als das Resultat der Darstellung der Normalorte mit den verbesserten äquatorealen Elementen an:

	$\mu_1(t-t_0)$	$d\alpha \cos \delta$	$d\delta$	$d(d\alpha \cos \delta)$	$d(d\delta)$
I	-151 ^o 21' 0 ^o 74	-5 ^o 24	+0 ^o 60	-0 ^o 01	+0 ^o 08
II	-138 33 27.40	+3.64	-0.42	+0.01	-0.02
III	-74 30 29.56	+2.34	+3.47	-0.05	-0.09
IV	-62 3 40.91	+0.41	-1.62	+0.01	+0.03
V	-0 25 55.86	-2.27	-0.77	0.00	0.00
VI	+153 4 44.16	+1.89	+0.95	-0.31	-0.31
VII	+229 29 19.49	+1.09	-4.90	-0.11	+0.01

Die beiden Columnen: $d(d\alpha \cos \delta)$ und $d(d\delta)$ geben die Unterschiede der direct bestimmten Fehler gegen das weiter oben erhaltene Fehlertableau, wie es durch Substitution der Elementencorrectionen in die ursprünglichen Bedingungsbedingungen hervorging.

Diese Unterschiede, welche im Sinne: „Directe—differentielle Bestimmung“ (d. h. Bestimmung mittelst der partiellen Differentialquotienten) angesetzt sind, zeigen, etwa abgesehen vom Normalorte VI, eine sehr gute

Übereinstimmung aller Rechnungsoperationen; eine genaue Revision aller einschlägigen auf den Normalort VI bezüglichen Rechnungen hat nirgends einen Rechnungsfehler auffinden lassen, so dass die in diesem Normalorte auftretende grössere Differenz wohl auf einem zufälligen Aecumuliren von Rechnungsunsicherheiten beruhen dürfte.

Jedenfalls ist das Resultat der Bahnbestimmung als ein solches zu bezeichnen, wie es mit dem vorhandenen Beobachtungsmateriale in grösserer Schärfe nicht zu erreichen ist.

Damit ist die Bahnverbesserung als abgeschlossen zu betrachten, und es sollen die gewonnenen neuen, definitiven Bahnelemente nunmehr zur Vorausberechnung des Planetenlaufes während einiger weiterer Jahre verwendet werden. Diese Vorausberechnung soll eine ebenso strenge und scharfe sein, wie alle bisherigen Rechnungen, d. h. es soll die Störungsrechnung mit den neuen Elementen wieder für Jupiter und Saturn und ganz in der bisherigen Weise weitergeführt werden, indem die zur Berechnung der Differentialquotienten der Elementenstörungen dienenden Elemente von Epoche zu Epoche um die Störungen verbessert werden; als Störungsintervall wird wieder ein Zeitraum von 40 mittleren Tagen angenommen.

Zunächst sind für diesen Zweck die obigen äquatorealen Elemente auf die Ekliptik als Fundamental-ebene zu reduciren, wodurch man folgendes System erhält:

(154) Bertha.

Epoche und Osculation $t_0 = 1878$ April 9.0

Mittl. Ekliptik 1880.0

$$L = 200^{\circ} 17' 47''.87$$

$$M = 1554 \ 36.55$$

$$\pi = 174 \ 23 \ 11.32$$

$$\Omega = 37 \ 39 \ 35.60$$

$$i = 20 \ 59 \ 20.19$$

$$u = 4 \ 49 \ 48.33$$

$$\mu = 622^{\circ} 34236$$

$$\log a = 0.5039818.$$

Weiter wird es sich empfehlen, die Osculationsepoche für die neue Störungsrechnung in die Zeit zu verlegen, wo die frühere Störungsrechnung, welcher die bisherigen Resultate entnommen wurden, aufhört. Ich habe also die neue Osculationsepoche auf 1881 Nov. 19.0 verlegt, da für diese Epoche die Störungen gelegentlich der Bildung von Oppositionselementen für 1881 schon ermittelt wurden. Für die Übertragung auf diese Epoche hat man $t - t_0 = +1320$ Tage, also wird

$$\mu(t - t_0) = 228^{\circ} 11' 31''.92$$

$$L + \mu(t - t_0) = 68 \ 29 \ 19 \ 79;$$

mit den für eben diese Epoche geltenden Störungen:

$$\Delta L = - \ 57' 40''.03$$

$$\Delta \pi = +3^{\circ} 41' 15''.26$$

$$\Delta \Omega = - \ 7 \ 48.69$$

$$\Delta i = + \ 52.92$$

$$\Delta \varphi = - \ 18 \ 33.33$$

$$\Delta u = -3^{\circ} 47286$$

erhält man also folgendes System:

(134) Bertha.

Epoche und Osculation $t_0 = 1881 \text{ Nov. } 19.0$

Mittl. Ekliptik 1880.0

$$L = 67^{\circ} 31' 39''.76$$

$$M = 239 \text{ } 27 \text{ } 13.18$$

$$\pi = 188 \text{ } 4 \text{ } 26.58$$

$$\Omega = 37 \text{ } 31 \text{ } 46.91$$

$$i = 21 \text{ } 0 \text{ } 13.11$$

$$\varphi = 4 \text{ } 31 \text{ } 15.00$$

$$\mu = 618''.86950$$

$$\log a = 0.5056051$$

und von hier ab bedeutet t_0 die neue Osculationsepoche, ist also nicht mehr mit dem früheren t_0 identisch.

Ich habe die Störungsrechnung sogleich bis zum Schlusse des Jahres 1885 erledigt, und da vom Beginne des Jahres 1885 an die Coordinaten der störenden Planeten vom Berliner Jahrbuche auf das mittlere Äquinocinium 1890.0 bezogen gegeben werden, so hat sich von da ab auch die Störungsrechnung an dieses Äquinocinium zu halten, weshalb ich hier gleich die Reduction der von der Fundamentalebene abhängigen Elemente auf das Äquinocinium 1890.0 mit ansetze; die strengen Werthe für diese Übertragung sind

$$\delta L = \delta \pi = +8' 23''.05$$

$$\delta \Omega = +8 \text{ } 13.71$$

$$\delta i = +3.43.$$

Es können aber zu jener Epoche (1885.0) die Störungen wieder so stark angewachsen sein, dass hiedurch die hier angesetzten Übertragungsgrößen $\delta \pi$, $\delta \Omega$, δi bereits wieder kleine Änderungen erfahren. Diese Änderungen lassen sich leicht direct durch die folgenden von Oppolzer (Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissenschaften in Wien, II. Abth. Februar-Heft 1873) angegebenen Ausdrücke berechnen:

$$d(\delta \Omega) = +\pi \cot g i \cos(\Omega - \Pi) \Delta \Omega \sin 1'' - \frac{\pi \sin(\Omega - \Pi)}{\sin^2 i} \Delta i \sin 1''$$

$$d(\delta \pi) = -\pi \tan \frac{1}{2} i \cos(\Omega - \Pi) \Delta \Omega \sin 1'' - \frac{\pi \sin(\Omega - \Pi)}{2 \cos \frac{1}{2} i} \Delta i \sin 1''$$

$$d(\delta i) = +\pi \sin(\Omega - \Pi) \Delta \Omega \sin 1''.$$

Mittelst dieser Ausdrücke, in denen π und Π die bekannten für die Übertragung des Äquinociniums geltenden Praecessionsgrößen und $\Delta \Omega$, Δi die für die Epoche des Äquinociniumwechsels geltenden in Einheiten der Bogensekunde angesetzten Störungen bedeuten, findet man im vorliegenden Falle, da die Tafel VIII für 1885 Jan. 2.0 die Störungen

$$\Delta \Omega = 267''.42, \quad \Delta i = -85''.49$$

gibt, die verschwindend kleinen Correctionswerthe

$$d(\delta \Omega) = +0.0007$$

$$d(\delta \pi) = -0.0015$$

$$d(\delta i) = +0.0044,$$

welche hier nicht weiter in Betracht zu ziehen sind, sonst aber am einfachsten in die Reihe der betreffenden summirten Functionen aufgenommen werden könnten.

So erhält man das weitere System

⁽¹⁵⁴⁾ Bertha.Epoche und Osculation $t_0 = 1881 \text{ Nov. } 19.0$

Mittl. Ekliptik 1890.0

$$L = 67^{\circ}40' 2^{\circ}81$$

$$M = 239 \ 27 \ 13.18$$

$$\pi = 188 \ 12 \ 49.63$$

$$\Omega = 37 \ 40 \ 0.62$$

$$i = 21 \ 0 \ 16.54$$

$$\varphi = 1 \ 31 \ 15.00$$

$$\mu = 618^{\circ}86950$$

$$\log a = 0.5056051.$$

welches vom Beginne des Jahres 1885 an in Verwendung tritt.

In den nachstehenden Tafeln gebe ich nun ohne weitere Bemerkungen den Verlauf und die Resultate der neuerlichen Störungsrechnung in derselben Form, wie schon früher; nur ist in der Tafel V für den heliocentrischen Lauf des Planeten diesmal u statt r gegeben.

Tafel V.Heliocentrischer Lauf des Planeten ⁽¹⁵⁴⁾ in seiner gestörten Bahn.

0 ^h mittl. Zeit Berlin	u	$\log r$	$\log \frac{1}{(\rho)_{\text{H}}}$	$\log \frac{1}{(\rho)_{\text{H}}}$
1881 Sept. 20	13° 16' 21.8	0.538816	9.774704	9.22069
Oct. 30	19 28 35.5	0.525985	9.749197	9.21096
Dec. 9	25 46 4.0	0.522878	9.719802	9.19922
1882 Jan. 18	32 9 10.8	0.519504	9.688082	9.18581
Feb. 27	38 38 28.7	0.515895	9.655283	9.17102
April 8	45 14 25.8	0.512083	9.622297	9.15530
Mai 18	51 57 28.6	0.508108	9.589719	9.13897
Juni 27	58 47 58.8	0.504019	9.557938	9.12231
Aug. 6	65 46 16.6	0.499865	9.527177	9.10559
Sept. 15	72 52 31.4	0.495706	9.497562	9.08903
Oct. 25	80 6 58.8	0.491608	9.469149	9.07279
Dec. 4	87 29 27.9	0.487636	9.441930	9.05701
1883 Jan. 13	94 59 50.4	0.483867	9.415960	9.04181
Feb. 22	102 37 46.2	0.480374	9.391159	9.02731
April 3	110 22 42.0	0.477231	9.367512	9.01363
Mai 13	118 13 55.3	0.474511	9.345010	9.00076
Juni 22	126 10 31.4	0.472275	9.323583	8.98876
Aug. 1	134 11 27.8	0.470584	9.303223	8.97770
Sept. 10	142 15 28.2	0.469480	9.283899	8.96760
Oct. 20	150 21 15.0	0.468989	9.265577	8.95848
Nov. 29	158 27 26.0	0.469130	9.248233	8.95035
1884 Jan. 8	166 32 36.3	0.469899	9.231843	8.94319
Feb. 17	174 35 24.0	0.471271	9.216375	8.93699
März 28	182 34 31.1	0.473215	9.201800	8.93176
Mai 7	190 28 48.5	0.475677	9.188084	8.92748
Juni 16	198 17 15.4	0.478598	9.175198	8.92412
Juli 26	205 59 2.0	0.481912	9.163111	8.92164
Sept. 4	213 33 29.5	0.485545	9.151788	8.91999
Oct. 14	221 0 10.0	0.489423	9.141200	8.91916
Nov. 23	228 18 46.1	0.493469	9.131314	8.91913
1885 Jan. 2	235 29 19.6	0.497608	9.122106	8.91985
Feb. 11	242 31 36.8	0.501777	9.113543	8.92130
März 23	249 25 53.6	0.505911	9.105600	8.92341
Mai 2	256 12 27.4	0.509950	9.098257	8.92619
Juni 11	262 51 39.8	0.513841	9.091494	8.92960
Juli 21	269 23 57.0	0.517546	9.085291	8.93364
Aug. 30	275 49 48.4	0.521018	9.079632	8.93824
Oct. 9	282 9 45.9	0.524226	9.074506	8.94341
Nov. 18	288 24 25.1	0.527139	9.069900	8.94917
Dec. 28	294 34 20.2	0.529734	9.065803	8.95547

Tafel VI.

Numerische Differentialquotienten für die Störungen der Elemente durch Jupiter.

0 ^h mittl. Zeit Berlin	40 $\frac{dL}{dt}$	40 $\frac{d\pi}{dt}$	40 $\frac{d\zeta}{dt}$	40 $\frac{di}{dt}$	40 $\frac{d\varphi}{dt}$	40 ² $\frac{d\mu}{dt}$
1881 Sept. 20	— 146·495	+ 1067·836	— 11·865	— 18·034	— 15·136	+ 9·3415
Oct. 30	— 118·402	+ 1050·634	— 18·546	— 18·798	— 6·395	+ 11·2813
Dec. 9	— 91·275	+ 996·799	— 23·819	— 17·683	— 1·888	+ 12·0169
1882 Jan. 18	— 67·489	+ 918·326	— 27·090	— 15·442	— 0·453	+ 11·8793
Feb. 27	— 47·873	+ 826·805	— 28·388	— 12·721	— 0·861	+ 11·1706
April 8	— 32·318	+ 730·953	— 28·052	— 9·964	— 2·148	+ 10·1742
Mai 18	— 20·297	+ 636·603	— 26·508	— 7·428	— 3·676	+ 9·0542
Juni 27	— 11·170	+ 547·201	— 24·160	— 5·240	— 5·062	+ 7·9168
Aug. 6	— 4·339	+ 464·650	— 21·340	— 3·439	— 6·108	+ 6·8205
Sept. 15	+ 0·702	+ 389·883	— 18·308	— 2·019	— 6·732	+ 5·7945
Oct. 25	+ 4·355	+ 323·267	— 15·254	— 0·951	— 6·921	+ 4·8506
Dec. 4	+ 6·937	+ 264·849	— 12·317	— 0·193	— 6·704	+ 3·9912
1883 Jan. 13	+ 8·684	+ 214·521	— 9·595	+ 0·361	— 6·134	+ 3·2139
Feb. 22	+ 9·783	+ 172·048	— 7·155	+ 0·574	— 5·276	+ 2·5138
April 3	+ 10·374	+ 137·108	— 5·039	+ 0·670	— 4·204	+ 1·8859
Mai 13	+ 10·565	+ 109·267	— 3·271	+ 0·629	— 2·991	+ 1·3258
Juni 22	+ 10·442	+ 88·110	— 1·853	+ 0·485	— 1·716	+ 0·8271
Aug. 1	+ 10·074	+ 73·036	— 0·782	+ 0·272	— 0·441	+ 0·3868
Sept. 10	+ 9·511	+ 63·354	— 0·041	+ 0·019	+ 0·769	+ 0·0010
Oct. 20	+ 8·796	+ 58·318	+ 0·399	— 0·251	+ 1·862	— 0·3340
Nov. 29	+ 7·965	+ 57·147	+ 0·569	— 0·516	+ 2·797	— 0·6212
1884 Jan. 8	+ 7·048	+ 59·000	+ 0·508	— 0·760	+ 3·543	— 0·8637
Feb. 17	+ 6·068	+ 63·070	+ 0·257	— 0·970	+ 4·086	— 1·0648
März 28	+ 5·047	+ 68·588	— 0·143	— 1·137	+ 4·424	— 1·2277
Mai 7	+ 3·999	+ 74·841	— 0·648	— 1·255	+ 4·562	— 1·3555
Juni 16	+ 2·942	+ 81·241	— 1·219	— 1·321	+ 4·519	— 1·4513
Juli 26	+ 1·885	+ 87·295	— 1·819	— 1·336	+ 4·317	— 1·5184
Sept. 4	+ 0·841	+ 92·631	— 2·413	— 1·303	+ 3·984	— 1·5600
Oct. 14	— 0·181	+ 96·977	— 2·976	— 1·226	+ 3·550	— 1·5789
Nov. 23	— 1·181	+ 100·182	— 3·482	— 1·110	+ 3·015	— 1·5778
1885 Jan. 2	— 2·114	+ 102·174	— 3·913	— 0·963	+ 2·198	— 1·5592
Feb. 11	— 3·070	+ 102·951	— 4·256	— 0·792	+ 1·935	— 1·5255
März 23	— 3·254	+ 102·593	— 4·503	— 0·605	+ 1·378	— 1·4786
Mai 2	— 4·791	+ 101·210	— 4·650	— 0·409	+ 0·846	— 1·4205
Juni 11	— 5·580	+ 98·942	— 4·697	— 0·211	+ 0·355	— 1·3524
Juli 21	— 6·318	+ 95·956	— 4·648	— 0·017	— 0·081	— 1·2758
Aug. 30	— 7·005	+ 92·429	— 4·509	+ 0·165	— 0·457	— 1·1918
Oct. 9	— 7·636	+ 88·539	— 4·290	+ 0·331	— 0·766	— 1·1014
Nov. 18	— 8·214	+ 84·466	— 4·002	+ 0·477	— 1·007	— 1·0053
Dec. 28	— 8·732	+ 80·379	— 3·657	+ 0·599	— 1·178	— 0·9042

$$m_{\text{J}} = \frac{1}{1047·879}$$

Tafel VII.

Numerische Differentialquotienten für die Störungen der Elemente durch Saturn.

0 ^h mittl. Zeit Berlin	40 $\frac{dL}{dt}$	40 $\frac{d\pi}{dt}$	40 $\frac{d\zeta}{dt}$	40 $\frac{di}{dt}$	40 $\frac{d\varphi}{dt}$	40 ² $\frac{d\mu}{dt}$
1881 Sept. 20	— 2·112	+ 19·220	— 0·058	— 0·088	+ 0·073	+ 0·2059
Oct. 30	— 1·747	+ 20·074	— 0·093	— 0·095	+ 0·183	+ 0·2445
Dec. 9	— 1·351	+ 20·345	— 0·127	— 0·094	+ 0·239	+ 0·2670
1882 Jan. 18	— 0·955	+ 19·973	— 0·151	— 0·088	+ 0·251	+ 0·2737
Feb. 27	— 0·585	+ 18·952	— 0·173	— 0·077	+ 0·229	+ 0·2662
April 8	— 0·257	+ 17·397	— 0·180	— 0·064	+ 0·192	+ 0·2472
Mai 18	+ 0·018	+ 15·420	— 0·176	— 0·049	+ 0·150	+ 0·2195
Juni 27	+ 0·236	+ 13·159	— 0·162	— 0·035	+ 0·117	+ 0·1855
Aug. 6	+ 0·399	+ 10·761	— 0·139	— 0·022	+ 0·101	+ 0·1478
Sept. 15	+ 0·507	+ 8·357	— 0·110	— 0·012	+ 0·104	+ 0·1086
Oct. 25	+ 0·566	+ 6·074	— 0·076	— 0·005	+ 0·128	+ 0·0697
Dec. 4	+ 0·583	+ 4·013	— 0·040	— 0·001	+ 0·173	+ 0·0322

0 ^b mittl. Zeit Berlin	40 $\frac{dL}{dt}$	40 $\frac{d\pi}{dt}$	40 $\frac{d\Omega}{dt}$	40 $\frac{di}{dt}$	40 $\frac{d\varphi}{dt}$	40 ² $\frac{d^2\varphi}{dt^2}$
1883 Jan. 13	+ 0.565	+ 2.250	- 0.005	0.000	+ 0.233	- 0.0025
Feb. 22	+ 0.515	+ 0.835	+ 0.029	- 0.002	+ 0.303	- 0.0337
April 3	+ 0.143	- 0.208	+ 0.057	- 0.008	+ 0.378	- 0.0605
Mai 13	+ 0.350	- 0.896	+ 0.080	- 0.015	+ 0.450	- 0.0826
Juni 22	+ 0.245	- 1.259	+ 0.097	- 0.025	+ 0.515	- 0.1004
Aug. 1	+ 0.133	- 1.348	+ 0.105	- 0.037	+ 0.566	- 0.1121
Sept. 10	+ 0.017	- 1.236	+ 0.105	- 0.019	+ 0.601	- 0.1189
Oct. 20	- 0.100	- 1.000	+ 0.096	- 0.061	+ 0.618	- 0.1211
Nov. 29	- 0.214	- 0.718	+ 0.080	- 0.072	+ 0.615	- 0.1188
1884 Jan. 8	- 0.320	- 0.463	+ 0.055	- 0.082	+ 0.597	- 0.1125
Feb. 17	- 0.417	- 0.295	+ 0.024	- 0.092	+ 0.564	- 0.1025
März 28	- 0.505	- 0.257	- 0.012	- 0.099	+ 0.523	- 0.0896
Mai 7	- 0.579	- 0.370	- 0.054	- 0.104	+ 0.476	- 0.0744
Juni 16	- 0.639	- 0.639	- 0.098	- 0.106	+ 0.429	- 0.0574
Juli 26	- 0.685	- 1.052	- 0.144	- 0.106	+ 0.386	- 0.0394
Sept. 4	- 0.714	- 1.583	- 0.190	- 0.102	+ 0.350	- 0.0209
Oct. 14	- 0.730	- 2.200	- 0.234	- 0.096	+ 0.324	- 0.0023
Nov. 23	- 0.729	- 2.857	- 0.276	- 0.088	+ 0.309	+ 0.0158
1885 Jan. 2	- 0.714	- 3.515	- 0.313	- 0.077	+ 0.305	+ 0.0332
Feb. 11	- 0.687	- 4.136	- 0.346	- 0.064	+ 0.313	+ 0.0492
März 23	- 0.645	- 4.686	- 0.372	- 0.050	+ 0.330	+ 0.0639
Mai 2	- 0.590	- 5.136	- 0.391	- 0.034	+ 0.355	+ 0.0769
Juni 11	- 0.525	- 5.468	- 0.403	- 0.018	+ 0.384	+ 0.0881
Juli 21	- 0.450	- 5.669	- 0.407	- 0.002	+ 0.417	+ 0.0973
Aug. 30	- 0.368	- 5.740	- 0.403	+ 0.015	+ 0.450	+ 0.1044
Oct. 9	- 0.276	- 5.684	- 0.392	+ 0.030	+ 0.480	+ 0.1094
Nov. 18	- 0.180	- 5.514	- 0.372	+ 0.044	+ 0.505	+ 0.1122
Dec. 28	- 0.079	- 5.250	- 0.346	+ 0.057	+ 0.522	+ 0.1128

$$m_h = 3501.6$$

Tafel VIII.

Störungen der Elemente durch Jupiter und Saturn.

Osculationsepoche $t_0 = 1881 \text{ Nov. } 19.0$

0 ^b mittl. Zeit Berlin	$t - t_0$	ΔL_1	ΔL_2	$\Delta \pi$	$\Delta \Omega$	Δi	$\Delta \varphi$	$\Delta \mu$
1881 Sept. 20	- 60	+190.99	+ 12.88	-1612.45	+ 25.42	+28.07	+12.62	-0.4138
Oct. 30	- 20	+ 56.54	+ 1.19	- 530.01	+ 10.06	+ 9.37	+ 2.37	-0.1476
Dec. 9	+ 20	- 49.65	+ 1.52	+ 516.51	- 11.39	- 9.09	- 1.21	+0.1523
1882 Jan. 18	+ 60	-129.85	+ 13.76	+1495.86	- 37.16	-25.81	- 1.96	+0.4591
Feb. 27	+ 100	-187.94	+ 38.10	+2388.62	- 65.21	-39.99	- 2.27	+0.7548
April 8	+ 140	-228.13	+ 73.84	+3185.78	- 93.73	-51.39	- 3.52	+1.0281
Mai 18	+ 180	-254.29	+ 120.00	+3885.70	-121.27	-60.12	- 6.26	+1.2717
Juni 27	+ 220	-269.67	+ 175.43	+4191.40	-146.83	-66.46	-10.52	+1.4919
Aug. 6	+ 260	-276.94	+ 238.97	+5008.70	-169.75	-70.80	-16.03	+1.6802
Sept. 15	+ 300	-278.17	+ 309.48	+5144.82	-189.71	-73.51	-22.38	+1.8409
Oct. 25	+ 340	-275.06	+ 385.90	+5807.92	-206.58	-74.98	-29.13	+1.9760
Dec. 4	+ 380	-268.70	+ 467.25	+6106.31	-220.41	-75.53	-35.83	+2.0876
1883 Jan. 13	+ 420	-260.25	+ 552.63	+6348.43	-231.37	-75.45	-42.07	+2.1779
Feb. 22	+ 460	-250.42	+ 641.23	+6542.59	-239.71	-75.00	-47.53	+2.2489
April 3	+ 560	-239.83	+ 732.31	+6696.80	-245.73	-74.37	-51.94	+2.3026
Mai 13	+ 640	-228.93	+ 825.23	+6818.87	-249.78	-73.72	-55.14	+2.3408
Juni 22	+ 680	-218.11	+ 919.39	+6915.94	-252.23	-73.18	-57.01	+2.3653
Aug. 1	+ 720	-207.64	+1014.29	+6994.69	-253.12	-72.83	-57.55	+2.3777
Sept. 10	+ 760	-197.76	+1109.46	+7061.16	-253.70	-72.72	-56.79	+2.3795
Oct. 20	+ 800	-188.61	+1204.52	+7120.52	-253.39	-72.89	-54.85	+2.3722
Nov. 29	+ 840	-180.10	+1299.14	+7177.10	-252.80	-73.34	-51.89	+2.3572
1884 Jan. 8	+ 880	-173.16	+1393.01	+7234.37	-252.18	-74.06	-48.09	+2.3356
Feb. 17	+ 920	-166.97	+1485.92	+7294.89	-251.71	-75.02	-43.68	+2.3087
März 28	+ 960	-161.87	+1577.65	+7360.36	-251.67	-76.17	-38.87	+2.2776
Mai 7	+ 1000	-157.89	+1668.08	+7431.74	-252.09	-77.47	-33.86	+2.2431
Juni 16	+ 1040	-155.03	+1757.08	+7509.30	-253.09	-78.87	-28.85	+2.2064
Juli 26	+ 1080	-153.28	+1844.57	+7592.78	-254.73	-80.31	-24.01	+2.1680

0 ^b mittl. Zeit Berlin	$t-t_0$	ΔL_1	ΔL_2	$\Delta \pi$	$\Delta \Omega$	Δi	$\Delta \varphi$	$\Delta \mu$
1884 Sept. 4	+1020	—152·62	+1930·50	+7681·51	—257·02	—81·74	—19·49	+2·1287
Oct. 14	+1060	—153·01	+2011·86	+7774·52	—259·93	—83·10	—15·38	+2·0891
Nov. 23	+1100	—154·43	+2097·64	+7870·67	—263·42	—84·37	—11·76	+2·0498
1885 Jan. 2	+1140	—156·82	+2178·86	+7968·76	—267·42	—85·49	—8·68	+2·0112
Feb. 11	+1180	—160·13	+2258·55	+8067·59	—271·84	—86·44	—6·15	+1·9736
März 23	+1220	—164·31	+2336·76	+8166·04	—276·59	—87·19	—4·18	+1·9375
Mai 2	+1260	—169·31	+2413·57	+8263·10	—281·55	—87·74	—2·73	+1·9030
Juni 11	+1300	—175·06	+2489·03	+8357·93	—286·63	—88·08	—1·76	+1·8704
Juli 21	+1340	—181·50	+2563·22	+8449·85	—291·72	—88·20	—1·23	+1·8398
Aug. 30	+1380	—188·57	+2636·24	+8538·36	—296·71	—88·12	—1·07	+1·8115
Oct. 9	+1420	—196·22	+2708·17	+8623·15	—301·51	—87·85	—1·22	+1·7855
Nov. 18	+1460	—204·38	+2779·11	+8704·05	—306·05	—87·41	—1·62	+1·7619
Dec. 28	+1500	—212·99	+2849·16	+8781·08	—310·24	—86·82	—2·21	+1·7408

Die vorausgehende Störungstafel VIII ist wieder in der Weise entstanden, dass die Differentialquotienten der von Jupiter und Saturn herrührenden Störungen für die einzelnen Zeitepochen vor der Anwendung der mechanischen Quadratur summiert wurden, so dass die Tafel die vereinigten Störungswirkungen von Jupiter und Saturn gibt; der Integration liegen die Anfangsconstanten

$$\begin{array}{l}
 \underbrace{f(a-\frac{1}{2}w)} \\
 L \dots -1^{\circ}151 \\
 \pi \dots +2^{\circ}267 \\
 \Omega \dots +0^{\circ}223 \\
 i \dots -0^{\circ}049 \\
 \varphi \dots -0^{\circ}187 \\
 \mu \dots -0^{\circ}0305 \quad +0^{\circ}5205,
 \end{array}$$

zu Grunde, wobei $f(a-\frac{1}{2}w)$ der Osenlationsepoche (1881 Nov. 19·0) und $f(a-w)$ der Epoche 1881 Oct. 30·0 entspricht; die Werthe der Tafel sind diesmal durchgängig in Bogensekunden angesetzt.

Ephemeriden.

Die Störungstafel VIII nun bietet die Hilfsmittel für die strenge Vorausberechnung des weiteren Laues des Planeten; die Jahresephemeriden für den Zeitraum 1882, 1883 und 1884 kamen in der Art zu Stande, dass von den heliocentrischen Coordinaten u und $\log r$, wie sie in der Tafel V enthalten sind, mittelst der Relationen

$$\begin{aligned}
 x &= 9\cdot98945 \sin(125^{\circ}5801+u) \\
 y &= 9\cdot88911 \sin(146^{\circ}0754+u) \\
 z &= 9\cdot82532 \sin(121^{\circ}2197+u),
 \end{aligned}$$

welchen das Äquinocetium 1880·0 zu Grunde liegt, auf die geocentrischen Rectascensionen und Declinationen übergegangen wurde; die Relationen sind aus Werthen für Ω , i , abgeleitet, welche dem Anfange des Jahres 1884 entsprechen.

Zur Ermittlung der Oppositionszeiten möge folgende kleine Tafel dienen, in welcher l die heliocentrische Länge des Planeten (134) Bertha und $\odot$ die geocentrische Länge der Sonne bezeichnet.

0 ^h mittl. Zeit Berlin	180°+l	☉	0 ^h mittl. Zeit Berlin	180°+l	☉	0 ^h mittl. Zeit Berlin	180°+l	☉
1881 Jan. 23	196°2	303°7	1882 Oct. 25	296°9	211°9	1884 Juli 26	62°0	123°8
März 4	201°8	340°0	Dec. 4	304°8	252°2	Sept. 4	69°3	162°3
April 13	207°4	23°6	1883 Jan. 13	312°9	293°0	Oct. 14	76°6	201°5
Mai 23	212°9	62°1	Feb. 22	321°0	333°5	Nov. 23	83°9	241°6
Juli 2	218°5	100°6	April 3	329°2	13°4	1885 Jan. 2	91°1	282°3
Aug. 11	224°2	138°9	Mai 13	337°4	52°3	Feb. 11	98°4	323°0
Sept. 20	229°9	177°6	Juni 22	345°6	90°6	März 23	105°6	3°0
Oct. 30	235°8	217°2	Aug. 1	353°7	128°8	Mai 2	112°8	42°2
Dec. 9	241°8	257°6	Sept. 10	1°6	167°4	Juni 11	119°9	80°6
1882 Jan. 18	247°9	298°3	Oct. 20	9°5	206°7	Juli 21	126°9	118°8
Feb. 27	254°2	338°3	Nov. 29	17°3	246°9	Aug. 30	133°7	157°2
April 8	260°8	18°5	1884 Jan. 8	24°9	287°6	Oct. 9	140°5	196°3
Mai 18	267°5	57°4	Feb. 17	32°4	328°2	Nov. 18	147°1	236°3
Juni 27	274°5	95°6	März 28	39°9	8°2	Dec. 28	153°6	276°9
Aug. 6	281°8	138°8	Mai 7	47°3	47°3			
Sept. 15	289°2	172°5	Juni 16	54°6	85°6			

Mittelst dieses Täfelchens findet man als Epochen, zu welchen Oppositionen stattfinden, die Zeiten

1881 Nov. 20·6	1884 Mai 7·0
1883 Feb. 6·6	1885 Aug. 1·3

von welchen Oppositionen diejenige von 1881 schon behandelt wurde.

Da im Jahre 1882 der Planet nicht in Opposition kam, so ist dieses Jahr durch die Mittheilung der Jahres-ephemeride erledigt, welche nachstehend in der gebräuchlichen Form gegeben ist; vorher aber setze ich hier noch die der Tafel VIII entnommenen Störungen an, wie sie zur Bildung osculirender Oppositionselemente für 1883, 1884 und 1885 verwendet wurden; diese Störungswerte sammt der Übertragung für das Element L sind:

t	1883 Feb. 2·0	1884 Mai 7·0	1885 Aug. 10·0
$t-t_0$	+440	+900	+1360
$\mu(t-t_0)$	75°38'22"58	151°43'2"55	233°47'42"52
ΔL	+ 5 41·11	25 10·19	+ 40 14·91
$\Delta \pi$	+ 1 47 31·00	+ 2 3 51·74	+ 2 21 34·56
$\Delta \Omega$	— 3 55·85	— 4 12·09	— 4 54·23
Δi	— 1 15·26	— 1 17·47	— 1 28·18
$\Delta \varphi$	— 44·92	— 33·86	— 1·11
$\Delta \mu$	+2°21570	+2°24310	+1°82536

(154) Bertha
Jahresephemeride für 1882.

0 ^h mittl. Zeit Berlin	app. z	app. δ	log Δ	log r
1882 Jan. 18	3 ^h 1 ^m 9	+30°44'2	0·4471	0·5195
Feb. 7	3 8·6	+31 1·4	0·4865	0·5177
Feb. 27	3 23·4	+31 43·2	0·5235	0·5159
März 19	3 41·6	+32 42·6	0·5552	0·5140
April 8	4 10·6	+33 49·6	0·5808	0·5121
April 28	4 40·3	+34 55·3	0·6000	0·5101
Mai 18	5 12·9	+35 51·4	0·6128	0·5081
Juni 7	5 47·5	+36 32·7	0·6195	0·5060
Juni 27	6 23·4	+36 54·6	0·6202	0·5040
Juli 17	6 59·9	+36 57·2	0·6151	0·5019
Aug. 6	7 36·1	+36 12·1	0·6042	0·4999
Aug. 26	8 11·3	+36 14·1	0·5874	0·4978
Sept. 15	8 45·0	+35 40·5	0·5648	0·4957
Oct. 5	9 16·2	+35 11·9	0·5363	0·4936
Oct. 25	9 44·0	+35 1·4	0·5023	0·4916
Nov. 14	10 7·3	+35 24·0	0·4634	0·4896
Dec. 4	10 24·0	+36 32·5	0·4219	0·4876
Dec. 24	10 32·3	+38 32·0	0·3816	0·4857
1883 Jan. 13	10 29·0	+41 4·9	0·3488	0·4839

Die hier durchgeführte Bahnverbesserung war in der vorliegenden Form noch nicht ganz abgeschlossen, als es sich handelte, eine Oppositionsephemeride für das gegenwärtig laufende Jahr 1883 zu berechnen; um eine solche Ephemeride rechtzeitig veröffentlichen zu können, hatte ich mich vorerst mit der Berechnung erster Potenzen der Jupiter- und Saturnstörungen begnügt, und auf eine solche vorläufige, von der obigen Osculations epoche (1881 Nov. 19.0) bis 1883 April 3.0 geführte Störungsrechnung gründet sich diejenige Ephemeride, welche für die Opposition 1883 im Circulare Nr. 197 zum Berliner astronomischen Jahrbuche publicirt ist. Nach dieser Ephemeride wurde der Planet, soweit mir bis jetzt bekannt ist, auf der Sternwarte des Herrn Baron v. Engelhardt in Dresden und auf jener des Herrn v. Konkoly in O-Gyalla beobachtet.

Die Ephemeride aber, die ich nachfolgend hier geben werde, ist bereits auf streng berechnete Störungen gegründet und der Vergleich der Beobachtungen mit dieser Ephemeride wird die schärfste Schlussprobe der ganzen vorliegenden Arbeit geben.

1883. Bahnelemente.

(151) Bertha.

Epoche und Osculation 1883 Feb. 2.0

Mittl. Ekliptik 1880.0

$$L = 143^{\circ} 15' 43.45''$$

$$M = 313 \ 23 \ 45.87$$

$$\pi = 189 \ 51 \ 57.58$$

$$\Omega = 37 \ 27 \ 51.06$$

$$i = 20 \ 58 \ 57.85$$

$$\varphi = 4 \ 30 \ 30.08$$

$$\mu = 621'' 08520$$

$$\log a = 0.5045703$$

$$\left. \begin{aligned} x &= 9.989446 \sin(277^{\circ} 59' 10.3'' + v) \\ y &= 9.889113 \sin(198 \ 28 \ 58.2'' + v) \\ z &= 9.825318 \sin(173 \ 37 \ 25.5'' + v) \end{aligned} \right\} 1880.0$$

Jahresephemeride für 1883.

o ^b mittl. Zeit Berlin	app. α	app. δ	log Δ	log r
1883 Jan. 13	10 ^h 29 ^m 0	+41° 4' 9	0.3488	0.4839
Feb. 2	10 14.4	+43 20.2	0.3315	0.4821
Feb. 22	9 53.5	+44 12.7	0.3334	0.4804
März 14	9 35.8	+43 13.2	0.3542	0.4788
April 3	9 27.8	+40 45.1	0.3872	0.4772
April 23	9 31.0	+37 27.7	0.4251	0.4758
Mai 13	9 43.1	+33 47.0	0.4628	0.4745
Juni 2	10 1.3	+29 55.2	0.4973	0.4733
Juni 22	10 23.3	+25 56.3	0.5272	0.4723
Juli 12	10 47.7	+21 52.6	0.5519	0.4714
Aug. 1	11 13.7	+17 45.5	0.5711	0.4706
Aug. 21	11 40.5	+13 37.5	0.5847	0.4700
Sept. 10	12 7.8	+ 9 31.3	0.5925	0.4695
Sept. 30	12 35.4	+ 5 29.6	0.5945	0.4692
Oct. 20	13 3.1	+ 1 36.6	0.5905	0.4690
Nov. 9	13 30.5	— 2 4.6	0.5801	0.4690
Nov. 29	13 57.2	— 5 30.5	0.5632	0.4691
Dec. 19	14 22.7	— 8 38.5	0.5394	0.4694
1884 Jan. 8	14 45.9	—11 27.2	0.5086	0.4699

⁽¹⁵⁴⁾ Bertha.

Ephemeride für die Opposition 1883.

12 ^h mittl. Zeit Berlin	app. α	app. δ	log Δ	Lichtzeit
1883 Jan. 28	10 ^h 18 ^m 34 ^s .45	+42° 54' 43".8	0.333490	17 ^m 52".8
29	10 17 41.70 —32.73	+43 0 42.8 +5 59.0	0.332883	17 51.4
30	10 16 47.71 —53.99	+43 6 30.7 +5 47.9	0.332325	17 50.0
31	10 15 52.53 —53.48	+43 12 7.0 +5 36.3	0.331818	17 48.8
Feb. 1	10 14 56.21 —56.32	+43 17 31.1 +5 24.1	0.331361	17 47.6
2	10 13 58.82 —57.39	+43 22 42.4 +5 11.4	0.330956	17 46.7
3	10 13 0.42 —58.40	+43 27 40.7 +4 58.3	0.330603	17 45.8
4	10 12 1.08 —59.34	+43 32 25.2 +4 44.5	0.330302	17 45.1
5	10 11 0.87 —60.21	+43 36 55.7 +4 30.5	0.330053	17 44.4
6	10 9 59.86 —61.01	+43 41 11.6 +4 15.9	0.329857	17 44.0
		—61.76 +4 1.0		
Feb. 7	10 8 58.12 —62.39	+43 45 12.6 +3 45.7	0.329713	17 43.6
8	10 7 55.73 —62.95	+43 48 58.3 +3 30.1	0.329621	17 43.3
9	10 6 52.78 —63.45	+43 52 28.4 +3 14.1	0.329581	17 43.2
10	10 5 49.33 —63.85	+43 55 42.5 +2 57.9	0.329594	17 43.3
11	10 4 45.48 —64.18	+43 58 40.4 +2 41.4	0.329659	17 43.4
12	10 3 41.30 —64.42	+44 1 21.8 +2 24.8	0.329776	17 43.7
13	10 2 36.88 —64.59	+44 3 46.6 +2 7.9	0.329945	17 44.1
14	10 1 32.29 —64.67	+44 5 54.5 +1 50.7	0.330166	17 44.7
15	10 0 27.62 —64.66	+44 7 45.2 +1 33.5	0.330437	17 45.3
16	9 59 22.96 —64.39	+44 9 18.5 +1 16.2	0.330759	17 46.1
Feb. 17	9 58 18.37 —64.43	+44 10 33.9 +0 58.8	0.331131	17 47.0
18	9 57 13.94 —64.20	+44 11 33.7 +0 41.3	0.331553	17 48.1
19	9 56 9.74 —63.90	+44 12 15.0 +0 23.9	0.332024	17 49.2
20	9 55 5.84 —63.51	+44 12 38.9 +0 6.4	0.332541	17 50.5
21	9 54 2.33 —63.04	+44 12 45.3 —0 11.1	0.333112	17 51.9
22	9 52 59.29 —62.51	+44 12 34.2 —0 28.5	0.333728	17 53.5
23	9 51 56.78 —61.90	+44 12 5.7 —0 46.0	0.334390	17 55.1
24	9 50 51.88 —61.23	+44 11 19.7 —1 3.4	0.338099	17 56.9
25	9 49 53.65 —60.48	+44 10 16.3 —1 20.8	0.335853	17 58.7
26	9 48 53.17 —59.67	+44 8 55.5 —1 37.9	0.336653	18 0.7
Feb. 27	9 47 53.50 —58.78	+44 7 17.6 —1 55.0	0.337497	18 2.8
28	9 46 51.72 —57.84	+44 5 22.6 —2 11.9	0.338384	18 5.0
März 1	9 45 56.88 —56.82	+44 3 10.7 —2 28.7	0.339315	18 7.3
2	9 45 0.06 —55.76	+44 0 42.0 —2 45.2	0.340288	18 9.8
3	9 44 4.36 —54.61	+43 57 56.8 —3 1.5	0.341303	18 12.3
4	9 43 9.69 —53.42	+43 54 55.3 —3 17.6	0.342358	18 15.0
5	9 42 16.27 —52.17	+43 51 37.7 —3 32.7	0.343453	18 17.7
6	9 41 24.10 —50.87	+43 48 4.0 —3 49.6	0.344587	18 20.6
7	9 40 33.23 —49.53	+43 44 11.1 —4 6.6	0.345759	18 23.6
April 1	9 27 58.52 —7.95	+40 58 26.7 —8 48.2	0.381447	20 6.4
2	9 27 50.57 —6.24	+40 49 38.5 —8 53.5	0.386259	20 11.4
3	9 27 44.33 —4.54	+40 40 43.0 —9 2.5	0.388084	20 16.4
4	9 27 39.79 —2.83	+40 31 40.5 —9 9.4	0.389920	20 21.7
5	9 27 36.91 —	+40 22 31.1 —	0.391769	20 26.9

Opposition Febr. 6.6. Grösse 11.3. Lichtstärke 1.17,

Die Schlusszahlen der voranstehenden Ephemeride, nämlich die durch einen Horizontalstrich abgetrennten Positionsangaben von April 1 bis April 5 beruhen nicht mehr auf dem oskulirenden Elementensysteme, wie die Hauptephemeride, sondern sind der grösseren Strenge wegen mit einem für 1883 April 3.0 oskulirenden Systeme berechnet; man hat nämlich für diese letztere Epoche (aus Tafel VIII) die Störungen:

$$\Delta L = + 492''.48$$

$$\Delta \pi = + 6696''.80$$

$$\Delta \lambda_0 = - 245''.73$$

$$\Delta i = - 74''.37$$

$$\Delta \varphi = - 51''.94$$

$$\Delta \eta = + 2''.30260$$

und erhält mit diesen das System

154 Bertha.

Epoche und Osculation 1883 April 3·0

Mittl. Ekliptik 1880·0

$$L = 153^{\circ} 37' 6''.99$$

$$M = 323 41 3\cdot61$$

$$\pi = 189 56 3\cdot38$$

$$\Omega = 37 27 41\cdot18$$

$$i = 20 58 58\cdot74$$

$$\varphi = 4 30 23\cdot06$$

$$\mu = 621''.17210$$

$$\log a = 0\cdot5045297$$

mit welchem die Ephemeride von April 1 bis April 5 thatsächlich gerechnet wurde.

Es sind nun mit der Ephemeride vorläufig folgende Beobachtungen zu vergleichen:

	1883	Mittlere Ortszeit	154.		Parallaxe	
			app. α	app. δ	in α	in δ
Dresden,	Feb. 26	10 ^h 11 ^m 44 ^s	9 ^h 48 ^m 59 ^s 17	+44° 9' 51.2	-0.07	+0.76
O-Gyalla,	Feb. 27	9 31 14	9 48 1.82	+44 7 28.5	-0.12	+0.7
"	März 1	9 34 54	9 46 5.10	+44 3 26.4	-0.10	+0.4
"	März 2	12 18 31	9 45 1.49	+44 0 42.8	+0.08	+0.4
"	März 3	14 1 9	9 44 1.83	+43 57 44.5	+0.18	+0.8
"	März 5	9 39 16	9 42 23.55	+43 52 4.5	-0.07	+0.3
Dresden,	April 2	11 49 57	9 27 51.01	+40 49 49.8	+0.15	+1.1
"	April 3	11 42 39	9 27 44.54	+40 40 56.5	+0.15	+1.1;

Die Vergleichung führt zu den nachstehenden im Sinne „Beobachtung—Rechnung“ angesetzten Ephemeridenfehlern:

	$\alpha' - \alpha$	$\delta' - \delta$
1883 Feb. 26	+0.59	+2.4
Feb. 27	+0.56	-1.9
März 1	+0.85	-1.5
März 2	+0.77	-0.9
März 3	+0.92	-1.5
März 5	+0.67	+1.9
April 2	+0.43	+0.4
April 3	+0.20	0.0

so dass diese Opposition im Mittel einen Fehler

$$d\alpha = +0''.62, \quad d\delta = -0''.14$$

aufweist, wobei noch zu bemerken ist, dass der Rectascensionsfehler bei Reduction auf den Äquator zu dem Betrage

$$d\alpha \cos \delta = +0''.45$$

herabsinkt; die Zuziehung dieser Opposition zu einer nochmaligen Elementenverbesserung könnte somit nichts Wesentliches mehr ergeben und man kann auf Grund dieser letzten Beobachtungsergebnisse wohl sagen, dass man mit den in der vorliegenden Arbeit gewonnenen Resultaten hart an der Grenze dessen angelangt ist, was sich mit dem verfügbaren Materiale überhaupt erreichen lässt.

Die nun folgenden beiden, hier noch behandelten Oppositionen gehören der Zukunft an.

Jahresephemeriden.

Ich gebe zunächst, unmittelbar aufeinander folgend, die Ephemeriden für den Lauf des Planeten während der Jahre 1884 und 1885, und zwar schliesst sich die Jahresephemeride für 1885 in ihrem ganzen Verlaufe streng an die Störungsrechnung an. Der Planet bewegt sich während dieser beiden Jahre sehr rasch nach Süden und wird namentlich während der Opposition des Jahres 1885 nur den Instrumenten sehr südlicher Sternwarten zugänglich sein.

Auf die Jahresephemeriden folgen dann die Oppositionsephemeriden nebst den zu Grunde liegenden Elementensystemen ohne weitere Bemerkungen.

Jahresephemeride für 1884.

0 ^h mittl. Zeit Berlin		app. α	app. δ	log Δ	log r
1884	Jan. 8	14 ^h 45 ^m 9	—11° 27' 2	0.5086	0.4699
	Jan. 28	15 5.6	—13 57.3	0.4713	0.4705
	Feb. 17	15 20.1	—16 10.7	0.4285	0.4713
	März 8	15 27.0	—18 10.5	0.3829	0.4722
	März 28	15 24.4	—19 57.1	0.3400	0.4732
	April 17	15 11.9	—21 25.1	0.3084	0.4744
	Mai 7	14 52.7	—22 25.2	0.2975	0.4757
	Mai 27	14 33.7	—22 58.9	0.3111	0.4771
	Juni 16	14 21.6	—23 25.3	0.3443	0.4786
	Juli 6	14 19.3	—24 5.7	0.3877	0.4802
	Juli 26	14 26.3	—25 9.8	0.4334	0.4819
	Aug. 15	14 41.0	—26 36.1	0.4764	0.4837
	Sept. 4	15 1.7	—28 17.7	0.5144	0.4855
	Sept. 24	15 27.3	—30 6.2	0.5465	0.4875
	Oct. 14	15 56.9	—31 52.9	0.5722	0.4894
	Nov. 3	16 29.5	—33 30.4	0.5913	0.4914
	Nov. 23	17 4.7	—34 51.5	0.6042	0.4935
	Dec. 13	17 41.4	—35 52.6	0.6107	0.4955
1885	Jan. 2	18 18.9	—36 31.8	0.6108	0.4976

Jahresephemeride für 1885.

0 ^h mittl. Zeit Berlin		app. α	app. δ	log Δ	log r
1885	Jan. 2	18 ^h 18 ^m 9	—36° 31' 7	0.6108	0.4976
	Jan. 22	18 56.2	—36 50.3	0.6046	0.4997
	Feb. 11	19 32.5	—36 53.1	0.5923	0.5018
	März 3	20 6.8	—36 47.7	0.5740	0.5039
	März 23	20 38.1	—36 44.6	0.5500	0.5059
	April 12	21 5.7	—36 56.0	0.5209	0.5080
	Mai 2	21 28.4	—37 35.3	0.4878	0.5100
	Mai 22	21 44.7	—38 53.3	0.4528	0.5119
	Juni 11	21 52.7	—40 53.4	0.4191	0.5138
	Juli 1	21 50.5	—43 21.7	0.3920	0.5157
	Juli 21	21 37.7	—45 39.3	0.3775	0.5176
	Aug. 10	21 17.9	—46 52.9	0.3800	0.5193
	Aug. 30	20 59.0	—46 31.5	0.3994	0.5210
	Sept. 19	20 48.3	—44 47.3	0.4311	0.5227
	Oct. 9	20 48.2	—42 13.3	0.4688	0.5242
	Oct. 29	20 57.5	—39 15.3	0.5075	0.5257
	Nov. 18	21 13.6	—36 6.5	0.5435	0.5271
	Dec. 8	21 34.4	—32 51.6	0.5749	0.5285
	Dec. 28	21 57.9	—29 32.9	0.6006	0.5297

Oppositionsephemeriden.

Bahnelemente für die Opposition 1884.

(154) Bertha.

Epoche und Osculation 1884 Mai 7.0

Mittl. Ekliptik 1880.0

$$L = 222^{\circ}39'52''.50$$

$$M = 32\ 31\ 34.18$$

$$\pi = 190\ 8\ 18.32$$

$$\Omega = 37\ 27\ 34.82$$

$$i = 20\ 58\ 55.64$$

$$\varphi = 4\ 30\ 41.14$$

$$\mu = 621''.11260$$

$$\log a = 0.5045575$$

$$\left. \begin{aligned} x &= 9.889448 \sin(125^{\circ}31'48''.2 + u) \\ y &= 9.889109 \sin(46\ 4\ 31.4 + u) \\ z &= 9.825318 \sin(21\ 13\ 10.8 + u) \end{aligned} \right\} 1880.0$$

(154) Bertha.

Ephemeride für die Opposition 1884.

12 ^h mittl. Zeit Berlin	app. α	app. δ	log Δ	Lichtzeit
1884 April 18	15 ^h 10 ^m 38 ^s .81	—21 30' 42".8	0.306750	18 ^m 48.8
19	15 9 46.33 —32.48	—21 34 19.9 —3 37.1	0.305726	18 46.5
20	15 8 52.89 —33.44	—21 37 52.4 —3 32.5	0.304758	18 44.2
21	15 7 58.54 —34.33	—21 41 20.4 —3 28.0	0.303845	18 42.1
22	15 7 3.33 —35.21	—21 44 43.8 —3 23.4	0.302990	18 40.1
23	15 6 7.31 —36.02	—21 48 2.9 —3 18.8	0.302193	18 38.3
24	15 5 10.52 —36.75	—21 51 16.7 —3 14.1	0.301454	18 36.6
25	15 4 13.03 —37.49	—21 54 26.2 —3 9.5	0.300775	18 35.0
26	15 3 11.89 —38.14	—21 57 30.9 —3 4.7	0.300157	18 33.6
27	15 2 16.16 —38.73	—22 0 30.9 —3 0.0	0.299601	18 32.3
		—2 53.3		
April 28	15 1 16.89 —39.27	—22 3 26.2	0.299107	18 31.2
29	15 0 17.15 —39.74	—22 6 16.9 —2 50.7	0.298675	18 30.2
30	14 59 17.01 —60.14	—22 9 2.9 —2 46.0	0.298306	18 29.3
Mai 1	14 58 16.53 —60.48	—22 11 44.3 —2 41.4	0.297999	18 28.6
2	14 57 15.77 —60.76	—22 11 21.2 —2 36.9	0.297756	18 28.1
3	14 56 14.80 —60.97	—22 16 53.6 —2 32.4	0.297576	18 27.7
4	14 55 13.67 —61.13	—22 19 21.5 —2 27.9	0.297459	18 27.4
5	14 54 12.46 —61.24	—22 21 45.0 —2 23.5	0.297107	18 27.3
6	14 53 11.22 —61.24	—22 24 4.2 —2 19.2	0.297418	18 27.3
7	14 52 9.99 —61.23	—22 26 19.2 —2 15.0	0.297492	18 27.5
		—2 10.9		
Mai 8	14 51 8.84 —61.15	—22 28 30.1	0.297629	18 27.8
9	14 50 7.82 —61.02	—22 30 37.0 —2 6.9	0.297828	18 28.3
10	14 49 6.98 —60.84	—22 32 39.9 —2 2.9	0.298090	18 28.9
11	14 48 6.40 —60.58	—22 34 39.0 —1 59.1	0.298414	18 29.6
12	14 47 6.13 —60.27	—22 36 34.4 —1 55.4	0.298800	18 30.5
13	14 46 6.22 —59.91	—22 38 26.2 —1 51.8	0.299249	18 31.5
14	14 45 6.75 —59.47	—22 40 14.4 —1 48.2	0.299759	18 32.7
15	14 44 7.77 —58.98	—22 41 59.3 —1 44.9	0.300330	18 34.0
16	14 43 9.33 —58.44	—22 43 40.9 —1 41.6	0.300961	18 35.4
17	14 42 11.50 —57.83	—22 45 19.5 —1 38.6	0.301651	18 37.0
		—1 35.6		
Mai 18	14 41 14.32 —57.48	—22 46 55.1	0.302399	18 38.7
19	14 40 17.84 —56.48	—22 48 28.0 —1 32.9	0.303205	18 40.5
20	14 39 22.11 —55.73	—22 49 58.4 —1 30.4	0.304070	18 42.6
21	14 38 27.17 —54.94	—22 51 26.3 —1 27.9	0.304992	18 44.8
22	14 37 33.06 —54.11	—22 52 52.1 —1 25.8	0.305972	18 47.0
23	14 36 39.82 —53.24	—22 54 15.8 —1 23.7	0.307008	18 49.4
24	14 35 47.48 —52.34	—22 55 37.9 —1 22.4	0.308100	18 51.9

Opposition Mai 7.0. Grösse 11.1. Lichtstärke 1.39.

Bahnelemente für die Opposition 1885.

(154) Bertha.

Epoche und Osculation 1885 Aug. 10.0

Mittl. Ekliptik 1890.0

$$L = 302^{\circ} 8' 0''.24$$

$$M = 111 33 36.05$$

$$\pi = 190 34 24.19$$

$$\Omega = 37 55 6.39$$

$$i = 20 58 48.36$$

$$\varphi = 4 31 13.89$$

$$\mu = 620''.69486$$

$$\log a = 0.5047523$$

$$\left. \begin{aligned} x &= 9.989388 \sin(125^{\circ} 42' 12''.0 + u) \\ y &= 9.889325 \sin(46 12 59.3 + u) \\ z &= 9.825154 \sin(21 17 25.5 + u) \end{aligned} \right\} 1890.6$$

(154) Bertha.

Ephemeride für die Opposition 1885.

12 ^h mittl. Zeit Berlin	app. α	app. δ	log Δ	Lichtzeit
1885 Juli 15	21 ^h 42 ^m 8.42	—45° 5' 41.8	0.379933	19 ^m 53.9
16	21 41 22.43 —43.99	—45 12 7.9 —6 26.4	0.379400	19 52.4
17	21 40 35.15 —47.28	—45 18 26.0 —6 18.4	0.378910	19 51.1
18	21 39 46.62 —48.53	—45 24 35.8 —6 9.8	0.378462	19 49.9
19	21 38 56.88 —49.74	—45 30 36.7 —6 0.9	0.378056	19 48.8
20	21 38 5.97 —50.91	—45 36 28.3 —5 51.6	0.377693	19 47.8
21	21 37 13.95 —52.02	—45 42 10.1 —5 44.8	0.377373	19 46.9
22	21 36 20.86 —53.09	—45 47 41.8 —5 31.7	0.377097	19 46.1
23	21 35 26.74 —54.12	—45 53 3.0 —5 21.2	0.376864	19 45.5
24	21 34 31.65 —55.09	—45 58 13.2 —5 10.2	0.376676	19 45.0
		—56.01 —4 58.9		
Juli 25	21 33 35.61 —56.88	—46 3 12.1 —4 47.4	0.376532	19 44.6
26	21 32 38.76 —57.70	—46 7 59.5 —4 47.4	0.376432	19 44.3
27	21 31 41.06 —58.46	—46 12 35.0 —4 33.5	0.376377	19 44.2
28	21 30 42.60 —59.15	—46 16 58.3 —4 23.3	0.376367	19 44.2
29	21 29 43.45 —59.79	—46 21 9.2 —4 10.9	0.376402	19 44.3
30	21 28 43.66 —60.37	—46 25 7.4 —3 58.2	0.376482	19 44.5
31	21 27 43.29 —60.89	—46 28 52.6 —3 43.2	0.376606	19 44.8
Aug. 1	21 26 42.40 —61.35	—46 32 24.5 —3 31.9	0.376775	19 45.3
2	21 25 41.05 —61.74	—46 35 43.0 —3 18.3	0.376989	19 45.9
3	21 24 39.31 —62.06	—46 38 47.7 —3 4.7	0.377248	19 46.6
		—2 50.8		
Aug. 4	21 23 37.25 —62.31	—46 41 38.5 —2 36.6	0.377551	19 47.4
5	21 22 34.94 —62.49	—46 44 15.1 —2 22.2	0.377899	19 48.3
6	21 21 32.45 —62.59	—46 46 37.3 —2 7.7	0.378292	19 49.4
7	21 20 29.86 —62.63	—46 48 45.0 —1 52.9	0.378729	19 50.6
8	21 19 27.23 —62.59	—46 50 37.9 —1 38.0	0.379211	19 51.9
9	21 18 24.64 —62.49	—46 52 15.9 —1 23.1	0.379737	19 53.3
10	21 17 22.15 —62.31	—46 53 39.0 —1 8.1	0.380306	19 54.9
11	21 16 19.84 —62.06	—46 54 47.1 —0 53.0	0.380919	19 56.6
12	21 15 17.78 —61.73	—46 55 40.1 —0 37.9	0.381574	19 58.4
13	21 14 16.05 —61.34	—46 56 18.0 —0 22.9	0.382272	20 0.3
Aug. 14	21 13 14.71 —60.88	—46 56 40.9 —0 7.8	0.383011	20 2.4
15	21 12 13.83 —60.34	—46 56 48.7 +0 7.3	0.383792	20 4.5
16	21 11 13.49 —59.74	—46 56 41.1 +0 22.2	0.384614	20 6.8
17	21 10 13.75 —59.07	—46 56 19.2 +0 37.0	0.385477	20 9.2
18	21 9 11.68 —58.34	—46 55 42.2 +0 51.7	0.386379	20 11.7
19	21 8 16.34 —57.53	—46 54 50.5 +1 6.2	0.387320	20 14.3
20	21 7 18.79	—46 53 44.3	0.388300	20 17.1

Opposition Aug. 1.3. Grösse 11.8. Lichtstärke 0.70

Zum Schlusse will ich für den Fall, dass die Fortführung der Bahnrechnung des hier behandelten Planeten in andere Hände übergehen sollte, noch das Schema der summirten Functionen für die letzten Epochen der bisherigen Rechnung beifügen, und zwar setze ich die Differentialquotienten für Jupiter und Saturn gleich summirt an; die Berechnung dieser Differentialquotienten ist ganz nach der von Oppolzer im II. Bande seines Lehrbuches zur Bahnbestimmung (p. 235 und 236) gegebenen Formelzusammenstellung durchgeführt worden und der Ermittlung der Störungswerthe aus dem Integrationschema liegen die bekannten Formeln

$$\int_{a-\frac{1}{2}w}^{a+iw} f(x) dx = f(a+iw) - \frac{1}{12} f'(a+iw) + \frac{11}{720} f''(a+iw) - \frac{191}{60480} f'''(a+iw) + \dots$$

$$\iint_{a-\frac{1}{2}w}^{a+iw} f(x) dx^2 = f(a+iw) + \frac{1}{12} f'(a+iw) - \frac{1}{240} f''(a+iw) + \frac{31}{60480} f'''(a+iw) - \dots$$

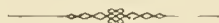
zu Grunde. Das Schema der summirten Functionen ist das folgende:

0 ^h mittlere Zeit Berlin	40 $\left(\frac{dL}{dt}\right)$	'f	40 $\left(\frac{d\pi}{dt}\right)$	'f	40 $\left(\frac{d\delta}{dt}\right)$	'f	40 $\left(\frac{di}{dt}\right)$	'f	40 $\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)$	'f
1885 Aug. 30	-7°373	-192°307	+86°689	+8581°397	-4°912	-299°150	+0°180	-88°016	-0°007	-1°099
Oct. 9	-7°912	-200°219	+82°855	+8661°252	-4°682	-303°832	+0°361	-87°655	-0°286	-1°385
Nov. 18	-8°394	-208°613	+78°952	+8743°204	-4°374	-308°206	+0°521	-87°134	-0°502	-1°887
Dec. 28	-8°811	-217°424	+75°129	+8818°333	-4°003	-312°209	+0°656	-86°478	-0°656	-2°543

0 ^h mittlere Zeit Berlin	40 $\left(\frac{d\mu}{dt}\right)$	'f	"f	$L_0 + \mu_0(t-t_0)$
1885 Aug. 30	-1°0874	+71°9231	+2636°3330	304°54' 2°72
Oct. 9	-0°9920	+70°9311	+2708°2561	311 46 37°50
Nov. 18	-0°8931	+70°0380	+2779°1872	318 39 12°28
Dec. 28	-0°7914	+69°2466	+2849°2252	325 31 47°06
			+2918°4718	332 24 21°84

Grösse des Planeten . . . = $7.28 + 5 \log(r\Delta)$

log. d. Lichtstärke . . . = $1.690 = 2 \log(r\Delta)$.



ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Denkschriften der Akademie der Wissenschaften.Math.Natw.Kl.](#)
[Frueher: Denkschr.der Kaiserlichen Akad. der Wissenschaften. Fortgesetzt:](#)
[Denkschr.oest.Akad.Wiss.Mathem.Naturw.Klasse.](#)

Jahr/Year: 1883

Band/Volume: [47_2](#)

Autor(en)/Author(s): Anton Ferdinand

Artikel/Article: [Definitive Bahnbestimmung und Ephemeriden für den Planeten 154
"Bertha". 25-56](#)