ÜBER

DIE CHRISTLICHE FESTRECHNUNG

UND

DIE IN DEN „HILFSTAFELN FÜR CHRONOLOGIE" MIT KALENDERZAHL BEZEICHNETE GRÖSSE.

VON

ROBERT SCHRAM,

OBSERVATOR DER K. K. ÖSTERREICHISCHEN GRADMESSUNG.

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 5. JULI 1883.

In meinen „Hilfstafeln für Chronologie" (Denkschriften der mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften, Bd. XLV) habe ich den Tafeln für das Julianische und Gregorianische Jahr eine mit „Kalenderzahl" bezeichnete Columne beigefügt, deren Zweck es ist, durch eine einfache Addition der zum Jahrhunderte und zum einzelnen Jahre gehörigen Grösse, sofort den dem vorgelegten Jahre angehörenden christlichen Festkalender finden zu lassen. Die Ableitung der dort eingeführten Grösse ist zwar keine besonders complicirte, da sie in ziemlich einfacher Weise mit Sonntagsbuchstaben, Epakte und goldener Zahl zusammenhängt, aber der Nachweis, warum diese Zahl gerade so gewählt wurde, schien doch zu lang, um ihn in die Hilfstafeln, in denen von vornhinein jede theoretische Untersuchung ausgeschlossen war, aufzunehmen und soll daher jetzt hier gegeben werden.

Bekanntlich gibt es im christlichen Festkalender zweierlei Arten von Festen, solche welche an bestimmten Tagen des Jahres haften, unbewegliche, und solche, welche ausser vom Sonnenjahre auch noch vom Mondlaufe abhängig sind und daher innerhalb bestimmter Grenzen herumschwanken, bewegliche. Diese letzteren sind aber alle von dem Hauptfeste Ostern abhängig und es ist daher der Kalender, der einem gegebenen Jahre angehört, vollständig bestimmt, wenn man den Tag kennt, auf welchen Ostern fällt. Ostern kann aber nur auf einen der Tage zwischen dem 22. März und 25. April fallen; es gibt daher überhaupt nur fünfunddreissig verschiedene Kalender, oder eigentlich streng genommen siebenzig, da jeder der fünfunddreissig Fälle sowohl in einem gemeinen als in einem Schaltjahre stattfinden kann; doch unterscheiden sich dann die Kalender nur in den zwei ersten Monaten um einen Tag, und sind in den zehn anderen Monaten identisch.

Die Aufgabe, den einem gegebenen Jahre angehörigen Kalender zu bestimmen, wird also dadurch gelöst, dass angegeben wird, auf welchen Tag Ostern fällt und ob das Jahr ein gemeines oder Schaltjahr sei; es wird hierbei jedoch bequemer sein, das Datum, auf welches Ostern fällt, nicht nach Monatstag und Monat anzugeben, sondern man wird die Tage vom 22. März bis 25. April mit den fortlaufenden Zahlen von 1—35 bezeichnen und nur die Zahl angeben, welche dem Tage, auf welchen Ostern fällt, entspricht. Man erreicht auf diese Weise gewissermassen eine fortlaufende Nummerirung der Kalender und es ist gleichzeitig die Zahl, welche den Abstand des Osterfestes vom 21. März angibt, diejenige Grösse, welche in der Kirchenrechnung mit Kalenderschlüssel (im russischen Kalender mit Klutsch-Granitz) bezeichnet wird. Diese Kalenderschlüssel kehren aber nicht etwa nach fünfunddreissig Jahren in derselben Ordnung zurück, sondern es hängt der Tag, auf welchen Ostern fällt, sowohl im julianischen. als im gregorianischen Kalender von goldener Zahl, Epakte und Sonntagsbuchstaben des Jahres ab. Im julianischen Kalender hängt die Epakte nur von der goldenen Zahl ab und kehrt nach 19 Jahren in derselben Ordnung wieder; die Sonntagsbuchstaben kehren nach 28 Jahren in derselben Ordnung wieder und da gleichzeitig die Periode der Schaltjahre eine vierjährige, also in derjenigen der Sonntagsbuchstaben enthalten ist, so kehren nach 19×28 oder nach 532 Jahren die Kalenderschlüssel im julianischen Kalender in derselben Ordnung zurück. Im gregorianischen Kalender kommt aber zu dem von der goldenen Zahl abhängenden Theile der Epakte noch die dreimal in 4 Jahrhunderten eintretende Sonnengleichung und die achtmal in 25 Jahrhunderten eintretende Mondgleichung hinzu, von welchen Zahlen der Rest der Division durch 30 zu nehmen ist, so dass also, da die Sonntagsbuchstaben sich auch in je 4 Jahrhunderten wiederholen, erst nach $19 \times 4 \times 25 \times 30$ Jahrhunderten oder nach 5700 000 Jahren die Kalenderschlüssel in derselben Ordnung wiederkehren.

Schreibt man nun, um Ostern zu bestimmen, aus dem sogenannten immerwährenden Kalender für die hier in Betracht kommende Zeit des Jahres, sowohl für den julianischen, als für den gregorianischen Kalender, Sonntagsbuchstaben und Epakte heraus und fügt gleich den Kalenderschlüssel hinzu, so erhält man folgende Zusammenstellung:

Für den julianischen Kalender								Für den gregorianischen Kalender							
Datum	Sonntags-buchstabe	Epakte	Kalender-schlüssel	Datum	Sonntags-buchstabe	Epakte	Kalender-schlüssel	Datum	Sonntags-buchstabe	Epakte	Kalender-schlüssel	Datum	Sonntags-buchstabe	Epakte	Kalender-schlüssel
März 8	D	XXVI		April 1	G		11	März 8	D	XXIII		April 1	G	XXIX	11
9	E	XXV		2	A	I	12	9	E	XXII		2	A	XXVIII	12
10	F			3	B		13	10	F	XXI		3	B	XXVII	13
11	G	XXIII		4	C	XXIX	14	11	G	XX		4	C	XXVI 25	14
12	A	XXII		5	D	XXVIII	15	12	A	XIX		5	D	XXVXXIV	15
13	B			6	E		16	13	B	XVIII		6	E		16
14	C	XX		7	F		17	14	C	XVII		7	F		17
15	D			8	G		18	15	D	XVI		8	G		18
16	E	XVIII		9	A		19	16	E	XV		9	A		19
17	F	XVII		10	B		20	17	F	XIV		10	B		20
18	G			11	C		21	18	G	XIII		11	C		21
19	A	XV		12	D		22	19	A	XII		12	D		22
20	B	XIV		13	E		23	20	B	XI		13	E		23
21	C			14	F		24	21	C	X		14	F		24
22	D	XII	1	15	G		25	22	D	IX	1	15	G		25
23	E	XI	2	16	A		26	23	E	VIII	2	16	A		26
24	F		3	17	B		27	24	F	VII	3	17	B		27
25	G	IX	4	18	C		28	25	G	VI	4	18	C		28
26	A		5	19	D		29	26	A	V	5	19	D		29
27	B	VII	6	20	E		30	27	B	IV	6	20	E		30
28	C	VI	7	21	F		31	28	C	III	7	21	F		31
29	D		8	22	G		32	29	D	II	8	22	G		32
30	E	IV	9	23	A		33	30	E	I	9	23	A		33
31	F	III	10	24	B		34	31	F	*	10	24	B		34
				25	C		35					25	C		35

Die Regel zur Bestimmung von Ostern ist nun folgende: Man sucht in der Zeit zwischen dem 8ten März und dem 5ten April, den Tag dessen Epakte mit der des Jahres übereinstimmt; dieser Tag heisst Luna I, der folgende Luna II und so zählt man fort bis Luna XIV, welcher Tag Ostergrenze, terminus paschalis, genannt wird. Ohne sich nun um den Sonntagsbuchstaben dieses Tages zu bekümmern, sucht man unter den ihm zunächst folgenden denjenigen Tag, dessen Sonntagsbuchstabe mit dem des Jahres übereinstimmt; dieser Tag ist Ostersonntag und der bei ihm stehende Kalenderschlüssel ist der Kalenderschlüssel des vorgelegten Jahres. Führt man dies für alle Combinationen von Sonntagsbuchstaben und Epakten durch, so erhält man zur Bestimmung des Kalenderschlüssels aus Sonntagsbuchstabe und Epakte folgende Zusammenstellung:

Für den julianischen Kalender:

Sonntagsbuchstabe	Epakte	Kalenderschlüssel
	I III IV VI VII	26
	IX XI XII XIV	19
A	XV XVII XVIII XX	12
	XXII XXIII XXV XXVI	5
	XXVIII XXIX	33
	I III IV VI	27
	VII IX XI XII	20
B	XIV XV XVII XVIII XX	13
	XXII XXIII XV XVI	6
	XXVIII XXIX	34
	I III IV XXIX	28
	VI VII IX XI XII	21
C	XIV XV XVII XVIII	14
	XX XXII XXIII XXV XXVI	7
	XXVIII	35
	I III IV XXVIII XXIX	29
	VI VII IX XI	22
D	XII XIV XV XVII	15
	XX XXII XXIII XXV	8
	XXVI	1
	I III XXVIII XXIX	30
	IV VI VII IX	23
E	XI XII XIV XV XVII	16
	XVIII XX XXII XXIII	9
	XXV XXVI	2
	I XXVIII XXIX	31
	III IV VI VII IX	24
F	XI XII XIV XV	17
	XVII XVIII XX XXII XXIII	10
	XXV XXVI	3
	I XXVIII XXIX	32
	III IV VI VII	25
G	IX XI XII XIV XV	18
	XVII XVIII XX XXII	11
	XXIII XXV XXVI	4

Für den gregorianischen Kalender:

Sonntags-buchstabe	Epakte	Kalender-schlüssel
	I II III IV XXVIII XXIX *	26
	V VI VII VIII IX X XI	19
A	XII XIII XIV XV XVI XVII XVIII	12
	XIX XX XXI XXII XXIII	5
	XXIV XXV 25 XXVI XXVII	33
	I II III XXVII XXVIII XXIX *	27
	IV V VI VII VIII IX X	20
B	XI XII XIII XIV XV XVI XVII	13
	XVIII XIX XX XXI XXII XXIII	6
	XXIV XXV 25 XXVI	34
	I II 25 XXVI XXVII XXVIII XXIX * . .	28
	III IV V VI VII VIII IX	21
C	X XI XII XIII XIV XV XVI	14
	XVII XVIII XIX XX XXI XXII XXIII . .	7
	XXIV XXV	35
	I XXIV XXV 25 XXVI XXVII XXVIII XXIX *	29
	II III IV V VI VII VIII	22
D	IX X XI XII XIII XIV XV	15
	XVI XVII XVIII XIX XX XXI XXII . . .	8
	XXIII	1
	I II III IV V VI VII	23
	VIII IX X XI XII XIII XIV	16
E	XV XVI XVII XVIII XIX XX XXI . . .	9
	XXII XXIII	2
	XXIV XXV 25 XXVI XXVII XXVIII XXIX *	30
	I II III IV V VI *	24
	VII VIII IX X XI XII XIII	17
F	XIV XV XVI XVII XVIII XIX XX	10
	XXI XXII XXIII	3
	XXIV XXV 25 XXVI XXVII XXVIII XXIX	31
	I II III IV V XXIX *	25
	VI VII VIII IX X XI XII	18
G	XIII XIV XV XVI XVII XVIII XIX . . .	11
	XX XXI XXII XXIII	4
	XXIV XXV 25 XXVI XXVII XXVIII . . .	32

Es gehören, wie man sieht, zu denselben Epakten im julianischen und gregorianischen Kalender nicht dieselben Kalenderschlüssel, man wird daher zunächst, um für beide Kalender dieselbe Tafel benützen zu können, statt der Epakte eine andere Grösse einführen, nämlich diejenige Zahl, welche man erhält, wenn man die Tage vom 8ten März an mit 0, 1, 2 u. s. w. bezeichnet. Ist die Epakte für den julianischen Kalender E, für den gregorianischen $\mathfrak{E}$, so wird die jetzt eingeführte Grösse $E' = \left(\frac{26-E}{30}\right)_r$ für den julianischen Kalender, dagegen für den gregorianischen Kalender $\mathfrak{E}' = \left(\frac{23-\mathfrak{E}}{30}\right)_r$ sein. Man erhält dadurch folgende Zusammenstellung;

Für den julianischen Kalender

Sonntagsbuchstabe	E'	Kalenderschlüssel
A	0 1 3 4	5
	6 8 9 11	12
	12 14 15 17	19
	19 20 22 23 25	26
	27 28	33
B	0 1 3 4	6
	6 8 9 11 12	13
	14 15 17 19	20
	20 22 23 25	27
	27 28	34
C	0 1 3 4 6	7
	8 9 11 12	14
	14 15 17 19 20	21
	22 23 25 27	28
	28	35
D	0	1
	1 3 4 6	8
	8 9 11 12 14	15
	15 17 19 20	22
	22 23 25 27 28	29
E	0 1	2
	3 4 6 8	9
	9 11 12 14 15	16
	17 19 20 22	23
	23 25 27 28	30
F	0 1	3
	3 4 6 8 9	10
	11 12 14 15	17
	17 19 20 22 23	24
	25 27 28	31
G	0 1 3	4
	4 6 8 9	11
	11 12 14 15 17	18
	19 20 22 23	25
	25 27 28	32

Für den gregorianischen Kalender

Sonntagsbuchstabe	$\mathfrak{E}'$	Kalenderschlüssel
A	0 1 2 3 4	5
	5 6 7 8 9 10 11	12
	12 13 14 15 16 17 18	19
	19 20 21 22 23 24 25	26
	26 27 28 29	33
B	0 1 2 3 4 5	6
	6 7 8 9 10 11 12	13
	13 14 15 16 17 18 19	20
	20 21 22 23 24 25 26	27
	27 28 29	34
C	0 1 2 3 4 5 6	7
	7 8 9 10 11 12 13	14
	14 15 16 17 18 19 20	21
	21 22 23 24 25 26 27 (28)*	28
	[28]* 29	35
D	0	1
	1 2 3 4 5 6 7	8
	8 9 10 11 12 13 14	15
	15 16 17 18 19 20 21	22
	22 23 24 25 26 27 28 29	29
E	0 1	2
	2 3 4 5 6 7 8	9
	9 10 11 12 13 14 15	16
	16 17 18 19 20 21 22	23
	23 24 25 26 27 28 29	30
F	0 1 2	3
	3 4 5 6 7 8 9	10
	10 11 12 13 14 15 16	17
	17 18 19 20 21 22 23	24
	24 25 26 27 28 29	31
G	0 1 2 3	4
	4 5 6 7 8 9 10	11
	11 12 13 14 15 16 17	18
	18 19 20 21 22 23 24	25
	25 26 27 28 29	32

* Mit (28) ist $\left(\frac{23-25}{30}\right)_r$, dagegen mit [28] der Werth $\left(\frac{23-XXV}{30}\right)_r$ bezeichnet. Die Epakte 25 findet statt, wenn die goldene Zahl >11, die Epakte XXV, wenn sie <12 ist. 28 bezeichnet sowohl (28) als auch [28].

Daher für beide Kalender gemeinsam

Sonntagsbuchstabe	E' oder $\mathfrak{E}'$	Kalenderschlüssel
A	0 bis 4	5
	5 „ 11	12
	12 „ 18	19
	19 „ 25	26
	26 „ 29	33
B	0 bis 5	6
	6 „ 12	13
	13 „ 19	20
	20 „ 26	27
	27 „ 29	34
C	0 bis 6	7
	7 „ 13	14
	14 „ 20	21
	21 „ 27 *	28
	28 „ 29	35
D	0	1
	1 bis 7	8
	8 „ 14	15
	15 „ 21	22
	22 „ 29	29
E	0 bis 1	2
	2 „ 8	9
	9 „ 15	16
	16 „ 22	23
	23 „ 29	30
F	0 bis 2	3
	3 „ 9	10
	10 „ 16	17
	17 „ 23	24
	24 „ 29	31
G	0 bis 3	4
	4 „ 10	11
	11 „ 17	18
	18 „ 24	25
	25 „ 29	32

* Im gregorianischen Kalender gehört auch noch 28 in diese Zeile, falls die goldene Zahl grösser als 11 ist.

Um nun den einem Jahre N zugehörigen Kalender zu finden, muss man den diesem Jahre zukommenden Sonntagsbuchstaben B fürs julianische, $\mathfrak{B}$ fürs gregorianische Jahr, die Grösse E' oder $\mathfrak{E}'$ und eventuell die goldene Zahl Z bestimmen.

Die hierfür geltenden Formeln sind, wenn man den Sonntagsbuchstaben A mit 1, B mit 2, C mit 3, D mit 4, E mit 5, F mit 6 und endlich G mit 7 bezeichnet und $N = 100s + n$ setzt, folgende:

Der julianische Sonntagsbuchstabe des Jahres N ist

$$B=\left(\frac{3-N-\left(\frac{N}{4}\right)_e}{7}\right)_R^{*}$$

Der gregorianische Sonntagsbuchstabe des Jahres N ist

$$\mathfrak{B}=\left(\frac{1-N-\left(\frac{N}{4}\right)_e+s-\left(\frac{s}{4}\right)_e}{7}\right)_R.$$

Die goldene Zahl des Jahres N ist

$$Z=\left(\frac{N+1}{19}\right)_R.$$

Die julianische Epakte des Jahres N ist

$$E=\left(\frac{11\left(\frac{N+1}{19}\right)_R}{30}\right)_r.$$

Daher $\left(\frac{26-E}{30}\right)_r$ oder die Grösse

$$E'=\left(\frac{26-11\left(\frac{N+1}{19}\right)_R}{30}\right)_r.$$

Die gregorianische Epakte des Jahres N ist

$$\mathfrak{E}=\left(\frac{11\left(\frac{N+1}{19}\right)_R-3-s+\left(\frac{s}{4}\right)_e+\left(\frac{s-\left(\frac{s-17}{25}\right)_e}{3}\right)_e}{30}\right)_r.$$

Daher $\left(\frac{23-\mathfrak{E}}{30}\right)_r$ oder die Grösse

$$\mathfrak{E}'=\left(\frac{26-11\left(\frac{N+1}{19}\right)_R+s-\left(\frac{s}{4}\right)_e-\left(\frac{s-\left(\frac{s-17}{25}\right)_e}{3}\right)_e}{30}\right)_r.$$

Diese Formeln für Sonntagsbuchstaben, goldene Zahl und Epakte sind bekannt und folgen unmittelbar aus den für diese Grössen geltenden Regeln, bedürfen daher auch hier keines weiteren Beweises, und man kann sofort daran schreiten, aus diesen Grössen die Kalenderzahl zusammenzusetzen. Diese Zahl soll so gewählt werden, dass man durch Addition der für das Jahrhundert und der für das einzelne Jahr geltenden sofort eine Zahl erhält, welche ohne weitere Rechnung den dem Jahre zugehörigen Kalender finden lässt. Man erreicht dies am einfachsten, indem man die Zahl so bestimmt, dass ihre Hunderte den Sonntagsbuchstaben, ihre Zehner und Einheiten die Grösse E' oder $\mathfrak{E}'$ und endlich ihre Decimalen die goldene Zahl anzeigen. Bezeichnet man daher der Übersichtlichkeit wegen die Hunderte der Kalenderzahl mit K oder $\mathfrak{K}$, die Zehner und Einheiten mit k oder $\mathfrak{k}$ und endlich die für beide Kalender gleichen Decimalen mit z, so wird man haben: julianische Kalenderzahl $Z=K+k+z$, gregorianische Kalenderzahl $\mathfrak{Z}=\mathfrak{K}+\mathfrak{k}+z$. Man wird jetzt an

* $\left(\frac{a}{b}\right)_e$ ist der Quotient, $\left(\frac{a}{b}\right)_r$ der Rest der Division von a durch b; der Index R bezeichnet dasselbe wie r, nur ist hiebei für den Fall, dass a ein Vielfaches von b, also gleich nb ist, der Rest $\left(\frac{a}{b}\right)_R$ nicht gleich 0, sondern gleich b zu nehmen.

die Bestimmung der einzelnen Theile der Kalenderzahl schreiten und dieselben gleich so zerlegen, dass sie in zwei Theile zerfallen, einen nur vom Jahrhunderte und einen nur von dem einzelnen Jahre abhängigen, wozu beim gregorianischen Kalender, wenn man den ganzen Cyclus durchrechnen will, noch ein von einer grösseren Periode von Jahrhunderten, nämlich von 100 Jahrhunderten abhängiger Theil tritt. Man wird hierbei diesen zuletzt genannten Theil mit dem Index 0, den von den Jahrhunderten abhängigen mit dem Index I und den vom einzelnen Jahre abhängigen mit dem Index II bezeichnen, entsprechend den Tafeln I und II in den Hilfstafeln für Chronologie. Man hat also zunächst

$$K = \left(\frac{3 - N - \left(\frac{N}{4}\right)_e}{7}\right)_R$$

setzt man hierin $N = 100s + n$ so wird

$$K = \left(\frac{3 - 100s - n - \left(\frac{100s+n}{4}\right)_e}{7}\right)_R = \left(\frac{3 - 100s - n - 25s - \left(\frac{n}{4}\right)_e}{7}\right)_R = \left(\frac{3 - 125s - n - \left(\frac{n}{4}\right)_e}{7}\right)_R$$

oder auch, da man ein beliebiges Vielfache von 7 addiren oder subtrahiren kann, wenn man $126s$ hinzufügt

$$K = \left(\frac{3 + s - n - \left(\frac{n}{4}\right)_e}{7}\right)_R,$$

also zerlegt

$$K_{\mathrm{I}} = \left(\frac{3+s}{7}\right)_R$$

$$K_{\mathrm{II}} = \left(\frac{-n - \left(\frac{n}{4}\right)_e}{7}\right)_R.^{*}$$

Jetzt geht man an die Bestimmung derselben Grösse für den gregorianischen Kalender wobei man immer beachten wird die Constanten so zu vertheilen, dass die mit dem Index II versehenen Grössen in beiden Kalendern gleich werden.

Man hat also

$$\mathfrak{K} = \left(\frac{1 - N - \left(\frac{N}{4}\right)_e + s - \left(\frac{s}{4}\right)_e}{7}\right)_R;$$

setzt man wieder $N = 100s + n$, so wird

$$\mathfrak{K} = \left(\frac{1 - 100s - n - \left(\frac{100s+n}{4}\right)_e + s - \left(\frac{s}{4}\right)_e}{7}\right)_R = \left(\frac{1 - 100s - n - 25s - \left(\frac{n}{4}\right)_e + s - \left(\frac{s}{4}\right)_e}{7}\right)_R =$$

$$= \left(\frac{1 - 124s - n - \left(\frac{n}{4}\right)_e - \left(\frac{s}{4}\right)_e}{7}\right)_R,$$

oder auch

$$\mathfrak{K} = \left(\frac{1 + 2s - \left(\frac{s}{4}\right)_e - n - \left(\frac{n}{4}\right)_e}{7}\right)_R,$$

* Wenn der Rest einer negativen Zahl $\left(\frac{-a}{b}\right)_R$ zu suchen ist, so wird der Zähler durch Hinzufügung eines entsprechenden Vielfachen von b, also mb, auf die Form $\cdot\left(\frac{mb-a}{b}\right)_R$ gebracht, wo mb so zu wählen ist, dass $mb - a$ positiv wird.

setzt man ferner $s = 100\,S + \sigma$, so wird

$$\mathfrak{K} = \left(\frac{1+200S+2\sigma-\left(\frac{100S+\sigma}{4}\right)_e-n-\left(\frac{n}{4}\right)_e}{7}\right)_R = \left(\frac{1+200S+2\sigma-25S-\left(\frac{\sigma}{4}\right)_e-n-\left(\frac{n}{4}\right)_e}{7}\right)_R =$$

$$= \left(\frac{1+175\,S+2\sigma-\left(\frac{\sigma}{4}\right)_e-n-\left(\frac{n}{4}\right)_e}{7}\right)_R,$$

also auch da 175 durch 7 theilbar ist

$$\mathfrak{K} = \left(\frac{1+2\,\sigma-\left(\frac{\sigma}{4}\right)_e-n-\left(\frac{n}{4}\right)_e}{7}\right)_R,$$

also zerlegt

$$\mathfrak{K}_0 = 0$$

$$\mathfrak{K}_{\text{I}} = \left(\frac{1+2\sigma-\left(\frac{\sigma}{4}\right)_e}{7}\right)_r$$

$$\mathfrak{K}_{\text{II}} = \left(\frac{-n-\left(\frac{n}{4}\right)_e}{7}\right)_R.$$

Da sowohl K_{I} als $\mathfrak{K}_{\text{I}}$ die Werthe von 0 bis 6, K_{II} und $\mathfrak{K}_{\text{II}}$ die Werthe von 1 bis 7 annehmen kann, so hätte man eigentlich, wenn bei der Addition von K_{I} und K_{II} oder $\mathfrak{K}_{\text{I}}$ und $\mathfrak{K}_{\text{II}}$ die Zahl 7 überschritten wird, 7 von der Summe abzuziehen; es ist dies aber nicht nothwendig und es genügt zu beachten, dass 8 identisch wird mit 1, 9 mit 2 u. s. w. Die Zahl K oder $\mathfrak{K}$ könnte also niemals die Zahl 13 überschreiten; aber eben weil sich diese Zahl innerhalb so enger Grenzen hält, kann man sich derselben gleichzeitig dazu bedienen um ausser dem Sonntagsbuchstaben auch noch anzuzeigen, ob das Jahr ein gemeines oder ein Schaltjahr sei. Man wird nämlich in gemeinen Jahren die Grösse K_{II} oder $\mathfrak{K}_{\text{II}}$ nach der obigen Formel bestimmen, in Schaltjahren dagegen wird man statt K_{II} oder $\mathfrak{K}_{\text{II}}$ die Grösse $K_{\text{II}}+14$ und $\mathfrak{K}_{\text{II}}+14$ setzen. Es wird also K oder $\mathfrak{K}$ in gemeinen Jahren die Werthe von 1 bis 13, in Schaltjahren die Werthe von 15 bis 27 annehmen. Immer aber wird der Rest von K oder $\mathfrak{K}$ durch 7 direct den Sonntagsbuchstaben anzeigen.

Zur Bestimmung von k hat man

$$k = \left(\frac{26-11\left(\frac{N+1}{19}\right)_R}{30}\right)_r.$$

Setzt man $N = 100s + n$, so wird

$$k = \left(\frac{26-11\left(\frac{100s+n+1}{19}\right)_R}{30}\right)_r = \left(\frac{26-11\left(\frac{5s+n+1}{19}\right)_R}{30}\right)_r,$$

also wenn man in den von s und von n abhängigen Theil zerlegt

$$k_{\text{I}} = \left(\frac{26-11\left(\frac{5s}{19}\right)_r}{30}\right)_r$$

$$k_{\text{II}} = \left(\frac{-11\left(\frac{n+1}{19}\right)_R}{30}\right)_r.$$

Für den gregorianischen Kalender wird man haben:

$$\mathfrak{t} = \left(\frac{26-11\left(\frac{N+1}{19}\right)_R + s - \left(\frac{s}{4}\right)_e - \left(\frac{s-\left(\frac{s-17}{25}\right)_e}{3}\right)_e}{30}\right)_r;$$

setzt man wieder $N = 100s+n$, so wird

$$\mathfrak{t} = \left(\frac{26-11\left(\frac{100s+n+1}{19}\right)_R + s - \left(\frac{s}{4}\right)_e - \left(\frac{s-\left(\frac{s-17}{25}\right)_e}{3}\right)_e}{30}\right)_r =$$

$$= \left(\frac{26-11\left(\frac{5s+n+1}{19}\right)_R + s - \left(\frac{s}{4}\right)_e - \left(\frac{s-\left(\frac{s-17}{25}\right)_e}{3}\right)_e}{30}\right)_r;$$

setzt man ferner $s = 100S+\sigma$, so wird

$$\mathfrak{t} = \left(\frac{26-11\left(\frac{500S+5\sigma+n+1}{19}\right)_R + 100S+\sigma - \left(\frac{100S+\sigma}{4}\right)_e - \left(\frac{100\,S+\sigma-\left(\frac{100S+\sigma-17}{25}\right)_e}{3}\right)_e}{30}\right)_r =$$

$$= \left(\frac{26-11\left(\frac{6S+5\sigma+n+1}{19}\right)_R + 100S+\sigma-25S - \left(\frac{\sigma}{4}\right)_e - \left(\frac{100S+\sigma-4S+\left(\frac{\sigma-17}{25}\right)_e}{3}\right)_e}{30}\right)_r =$$

$$= \left(\frac{26-11\left(\frac{6S+5\sigma+n+1}{19}\right)_R + 75S+\sigma - \left(\frac{\sigma}{4}\right)_e - 32S - \left(\frac{\sigma-\left(\frac{\sigma-17}{25}\right)_e}{3}\right)_e}{30}\right)_r =$$

$$= \left(\frac{26-11\left(\frac{6S+5\sigma+n+1}{19}\right)_R + 43S+\sigma - \left(\frac{\sigma}{4}\right)_e - \left(\frac{\sigma-\left(\frac{\sigma-17}{25}\right)_e}{3}\right)_e}{30}\right)_r,$$

also endlich

$$\mathfrak{t} = \left(\frac{26-11\left(\frac{6S+5\sigma+n+1}{19}\right)_R + 13S+\sigma - \left(\frac{\sigma}{4}\right)_e - \left(\frac{\sigma-\left(\frac{\sigma-17}{25}\right)_e}{3}\right)_e}{30}\right)_r,$$

somit wenn man wieder nach S, σ und n zerlegt

$$\mathfrak{t}_0 = \left(\frac{13S-11\left(\frac{6S}{19}\right)_r}{30}\right)_r$$

$$\mathfrak{t}_{\rm I} = \left(\frac{26-11\left(\frac{5\sigma}{19}\right)_r + \sigma - \left(\frac{\sigma}{4}\right)_e - \left(\frac{\sigma-\left(\frac{\sigma-17}{25}\right)_e}{3}\right)_e}{30}\right)_r$$

$$\mathfrak{t}_{\rm II} = \left(\frac{-11\left(\frac{n+1}{19}\right)_R}{30}\right)_r.$$

Bei der Zerlegung von k wurde die Grösse

$$\left(\frac{5s+n+1}{19}\right)_R = \left(\frac{5s}{19}\right)_r + \left(\frac{n+1}{19}\right)_R$$

und bei der von $\mathfrak{k}$ die Grösse

$$\left(\frac{6S+5s+n+1}{19}\right)_R = \left(\frac{6S}{19}\right)_r + \left(\frac{5s}{19}\right)_r + \left(\frac{n+1}{19}\right)_R$$

gesetzt; nun kann aber

$$\left(\frac{5s}{19}\right)_r + \left(\frac{n+1}{19}\right)_R,$$

auch gleich

$$\left(\frac{5s+n+1}{19}\right)_R + 19$$

werden, und ebenso kann

$$\left(\frac{6S}{19}\right)_r + \left(\frac{5s}{19}\right)_r + \left(\frac{n+1}{19}\right)_R = \left(\frac{6S+5s+n+1}{19}\right)_R + 19$$

oder auch

$$= \left(\frac{6S+5s+n+1}{19}\right)_R + 38$$

werden, und es soll nun untersucht werden, welchen Einfluss dies auf k und $\mathfrak{k}$ ausübt.

Bildet man die Summe von k_{I} und k_{II}, so erhält man

$$k_{\text{I}}+k_{\text{II}} = \left(\frac{26-11\left(\frac{5s}{19}\right)_r - 11\left(\frac{n+1}{19}\right)_R}{30}\right)_r;$$

ist nun

$$\left(\frac{5s}{19}\right)_r + \left(\frac{n+1}{19}\right)_R = \left(\frac{5s+n+1}{19}\right)_R,$$

so wird

$$k_{\text{I}}+k_{\text{II}} = \left(\frac{26-11\left(\frac{5s+n+1}{19}\right)_R}{30}\right)_r$$

oder es wird

$$k_{\text{I}}+k_{\text{II}} = k;$$

ist dagegen

$$\left(\frac{5s}{19}\right)_r + \left(\frac{n+1}{19}\right)_R = \left(\frac{5s+n+1}{19}\right)_R + 19$$

so wird

$$k_{\text{I}}+k_{\text{II}} = \left(\frac{26-11\left(\frac{5s+n+1}{19}\right)_R - 209}{30}\right)_r = \left(\frac{26-11\left(\frac{5s+n+1}{19}\right)_R + 1}{30}\right)_r$$

oder aber es wird

$$k_{\text{I}}+k_{\text{II}} = k+1.$$

Ebenso erhält man für den gregorianischen Kalender, wenn man die Summe der drei Grössen $\mathfrak{k}_0$, $\mathfrak{k}_{\text{I}}$ und $\mathfrak{k}_{\text{II}}$ bildet:

$$\mathfrak{k}_0+\mathfrak{k}_{\text{I}}+\mathfrak{k}_{\text{II}} = \left(\frac{13S+26-11\left(\frac{6S}{19}\right)_r - 11\left(\frac{5\sigma}{19}\right)_r - 11\left(\frac{n+1}{19}\right)_R + \sigma - \left(\frac{\sigma}{4}\right)_e - \left(\frac{\sigma-\left(\frac{\sigma-17}{25}\right)_e}{3}\right)_e}{30}\right)_r$$

Ist nun

$$\left(\frac{6S}{19}\right)_r + \left(\frac{5\sigma}{19}\right)_r + \left(\frac{n+1}{19}\right)_R = \left(\frac{6S+5\sigma+n+1}{19}\right)_R,$$

so wird

$$\mathfrak{k}_0+\mathfrak{k}_{\text{I}}+\mathfrak{k}_{\text{II}}=\left(\frac{13S+26-11\left(\frac{6S+5\sigma+n+1}{19}\right)_R+\sigma-\left(\frac{\sigma}{4}\right)_e-\left(\frac{\sigma-\left(\frac{\sigma-17}{25}\right)_e}{3}\right)_e}{30}\right)_r$$

oder

$$\mathfrak{k}_0+\mathfrak{k}_{\text{I}}+\mathfrak{k}_{\text{II}}=\mathfrak{k}.$$

Ist dagegen

$$\left(\frac{6S}{19}\right)_r+\left(\frac{5\sigma}{19}\right)_r+\left(\frac{n+1}{19}\right)_R=\left(\frac{6S+5\sigma+n+1}{19}\right)_R+19,$$

so wird

$$\mathfrak{k}_0+\mathfrak{k}_{\text{I}}+\mathfrak{k}_{\text{II}}=\left(\frac{13S+26-11\left(\frac{6S+5\sigma+n+1}{19}\right)_R-209+\sigma-\left(\frac{\sigma}{4}\right)_e-\left(\frac{\sigma-\left(\frac{\sigma-17}{25}\right)_e}{3}\right)_e}{30}\right)_r$$

oder auch

$$\mathfrak{k}_0+\mathfrak{k}_{\text{I}}+\mathfrak{k}_{\text{II}}=\mathfrak{k}+1.$$

Ist endlich

$$\left(\frac{6S}{19}\right)_r+\left(\frac{5\sigma}{19}\right)_r+\left(\frac{n+1}{19}\right)_R=\left(\frac{6S+5\sigma+n+1}{19}\right)_R+38,$$

so wird

$$\mathfrak{k}_0+\mathfrak{k}_{\text{I}}+\mathfrak{k}_{\text{II}}=\left(\frac{13S+26-11\left(\frac{6S+5\sigma+n+1}{19}\right)_R-418+\sigma-\left(\frac{\sigma}{4}\right)_e-\left(\frac{\sigma-\left(\frac{\sigma-17}{25}\right)_e}{3}\right)_e}{30}\right)_r;$$

es wird also

$$\mathfrak{k}_0+\mathfrak{k}_{\text{I}}+\mathfrak{k}_{\text{II}}=\mathfrak{k}+2.$$

Man wird daher die Summe $k_{\text{I}}+k_{\text{II}}$ um 1 zu vermindern haben, so oft

$$\left(\frac{5s}{19}\right)_r+\left(\frac{n+1}{19}\right)_R\geqq 20$$

oder was dasselbe ist, so oft

$$\left(\frac{5s}{19}\right)_r+\left(\frac{n}{19}\right)_r\geqq 19$$

wird; ebenso wird man die Summe $\mathfrak{k}_0+\mathfrak{k}_{\text{I}}+\mathfrak{k}_{\text{II}}$ um 1 zu vermindern haben, so oft

$$\left(\frac{6S}{19}\right)_r+\left(\frac{5\sigma}{19}\right)_r+\left(\frac{n+1}{19}\right)_R\geqq 20$$

oder

$$\left(\frac{6S}{19}\right)_r+\left(\frac{5\sigma}{19}\right)_r+\left(\frac{n}{19}\right)_r\geqq 19$$

wird, und man wird $\mathfrak{k}_0+\mathfrak{k}_{\text{I}}+\mathfrak{k}_{\text{II}}$ um 2 zu vermindern haben, so oft

$$\left(\frac{6S}{19}\right)_r+\left(\frac{5\sigma}{19}\right)_r+\left(\frac{n+1}{19}\right)_R\geqq 39$$

oder

$$\left(\frac{6S}{19}\right)_r+\left(\frac{5\sigma}{19}\right)_r+\left(\frac{n}{19}\right)_r\geqq 38$$

wird. Dividirt man diese Bedingungsgleichungen durch 19, so kann man auch sagen:

Man wird k_{I} und k_{II} um 1 vermindern, sobald

$$\frac{1}{19}\left(\frac{5s}{19}\right)_r + \frac{1}{19}\left(\frac{n}{19}\right)_r \geqq 1$$

wird, und man wird $\mathfrak{k}_0+\mathfrak{k}_{\mathrm{I}}+\mathfrak{k}_{\mathrm{II}}$ um 1 vermindern sobald

$$\frac{1}{19}\left(\frac{6S}{19}\right)_r + \frac{1}{19}\left(\frac{5\sigma}{19}\right)_r + \frac{1}{19}\left(\frac{n}{19}\right)_r \geqq 1,$$

dagegen um 2 sobald

$$\frac{1}{19}\left(\frac{6S}{19}\right)_r + \frac{1}{19}\left(\frac{5\sigma}{19}\right)_r + \frac{1}{19}\left(\frac{n}{19}\right)_r \geqq 2$$

wird.

Dies kann man aber auch so ausdrücken, dass man sagt, man hat $k_{\mathrm{I}}+k_{\mathrm{II}}$ um die bei der Addition von

$$\frac{1}{19}\left(\frac{5s}{19}\right)_r + \frac{1}{19}\left(\frac{n}{19}\right)_r,$$

und $\mathfrak{k}_0+\mathfrak{k}_{\mathrm{I}}+\mathfrak{k}_{\mathrm{II}}$ um die bei der Addition von

$$\frac{1}{19}\left(\frac{6S}{19}\right)_r + \frac{1}{19}\left(\frac{5\sigma}{19}\right)_r + \frac{1}{19}\left(\frac{n}{19}\right)_r$$

entstehenden ganzen Zahlen zu vermindern.

Die Grössen

$$\frac{1}{19}\left(\frac{5s}{19}\right)_r + \frac{1}{19}\left(\frac{n}{19}\right)_r$$

und

$$\frac{1}{19}\left(\frac{6S}{19}\right)_r + \frac{1}{19}\left(\frac{5\sigma}{19}\right)_r + \frac{1}{19}\left(\frac{n}{19}\right)_r$$

werden ausser den ganzen Zahlen meist noch einen Bruch enthalten, welcher aber niemals grösser als $\frac{18}{19}$ werden kann. Vermehrt man also ein für alle mal $k_{\mathrm{I}}+k_{\mathrm{II}}$ um $\frac{18}{19}$ so erhält man immer den richtigen Werth von k, wenn man von der Grösse

$$k_{\mathrm{I}}+k_{\mathrm{II}}+\frac{18}{19}$$

die Grösse

$$\frac{1}{19}\left(\frac{5s}{19}\right)_r + \frac{1}{19}\left(\frac{n}{19}\right)_r$$

subtrahirt, denn die Ganzen in

$$\frac{1}{19}\left(\frac{5s}{19}\right)_r + \frac{1}{19}\left(\frac{n}{19}\right)_r$$

werden sich von $k_{\mathrm{I}}+k_{\mathrm{II}}$, der Bruch in

$$\frac{1}{19}\left(\frac{5s}{19}\right)_r + \frac{1}{19}\left(\frac{n}{19}\right)_r$$

wird sich von $\frac{18}{19}$ subtrahiren. Ebenso wird man den richtigen Werth von $\mathfrak{k}$ erhalten, wenn man von der Grösse

$$\mathfrak{k}_0+\mathfrak{k}_{\mathrm{I}}+\mathfrak{k}_{\mathrm{II}}+\frac{18}{19}$$

die Grösse

$$\frac{1}{19}\left(\frac{6S}{19}\right)_r + \frac{1}{19}\left(\frac{5\sigma}{19}\right)_r + \frac{1}{19}\left(\frac{n}{19}\right)_r$$

subtrahirt, denn es werden sich wieder die Ganzen in

$$\frac{1}{19}\left(\frac{6S}{19}\right)_r + \frac{1}{19}\left(\frac{5\sigma}{19}\right)_r + \frac{1}{19}\left(\frac{n}{19}\right)_r$$

von $\mathfrak{k}_0+\mathfrak{k}_I+\mathfrak{k}_{II}$, der Bruch in

$$\frac{1}{19}\left(\frac{6S}{19}\right)_r+\frac{1}{19}\left(\frac{5\sigma}{19}\right)_r+\frac{1}{19}\left(\frac{n}{19}\right)_r$$

wird sich von $\frac{18}{19}$ subtrahiren. Man erhält also auf diese Weise die richtigen Werthe von k und $\mathfrak{k}$ aber man erhält noch ausserdem einen Bruch, dessen Bedeutung jetzt untersucht werden soll und den wir mit $\varkappa$ bezeichnen wollen.

Der Ausdruck für die goldene Zahl des Jahres N ist

$$G=\left(\frac{n+1}{19}\right)_R;$$

setzt man $N=100s+n$, so wird

$$G=\left(\frac{100s+n+1}{19}\right)_R=\left(\frac{5s+n+1}{19}\right)_R=1+\left(\frac{5s+n}{19}\right)_r;$$

setzt man ferner $s=100S+\sigma$ so wird

$$G=\left(\frac{500S+5\sigma+n+1}{19}\right)_R=\left(\frac{6S+5\sigma+n+1}{19}\right)_R=1+\left(\frac{6S+5\sigma+n}{19}\right)_r.$$

Nun ist aber

$$\left(\frac{5s}{19}\right)_r+\left(\frac{n}{19}\right)_r$$

entweder gleich

$$\left(\frac{5s+n}{19}\right)_r$$

oder gleich

$$19+\left(\frac{5s+n}{19}\right)_r,$$

daher

$$\frac{1}{19}\left(\frac{5s}{19}\right)_r+\frac{1}{19}\left(\frac{n}{19}\right)_r$$

entweder gleich

$$\frac{1}{19}(G-1)$$

oder gleich

$$1+\frac{1}{19}(G-1);$$

der im Ausdrucke

$$\frac{1}{19}\left(\frac{5s}{19}\right)_r+\frac{1}{19}\left(\frac{n}{19}\right)_r$$

enthaltene Bruch ist also auf alle Fälle

$$=\frac{1}{19}(G-1)$$

und $\varkappa$ fürs julianische Jahr oder $\frac{18}{19}$ weniger diesem Bruche wird also sein

$$\varkappa=\frac{18}{19}-\frac{1}{19}(G-1)=\frac{18}{19}-\frac{G}{19}+\frac{1}{19}=\frac{19-G}{19}=1-\frac{G}{19}.$$

Ebenso ist

$$\left(\frac{6S}{19}\right)_r+\left(\frac{5\sigma}{19}\right)_r+\left(\frac{n}{19}\right)_r$$

entweder gleich

$$\left(\frac{6S+5\sigma+n}{19}\right)_r$$

oder gleich

$$19+\left(\frac{6S+5\sigma+n}{19}\right)_r$$

oder endlich gleich

$$38+\left(\frac{6S+5\sigma+n}{19}\right)_r,$$

daher

$$\frac{1}{19}\left(\frac{6S}{19}\right)_r+\frac{1}{19}\left(\frac{5\sigma}{19}\right)_r+\frac{1}{19}\left(\frac{n}{19}\right)_r$$

entweder gleich

$$\frac{1}{19}(G-1)$$

oder gleich

$$1+\frac{1}{19}(G-1)$$

oder endlich gleich

$$2+\frac{1}{19}(G-1);$$

daher auf alle Fälle der in

$$\frac{1}{19}\left(\frac{6S}{19}\right)_r+\frac{1}{19}\left(\frac{5\sigma}{19}\right)_r+\left(\frac{n}{19}\right)_r$$

enthaltene Bruch gleich

$$\frac{1}{19}(G-1)$$

und daher ebenso wie beim julianischen Jahre, $\frac{18}{19}$ weniger diesem Bruche oder $\varkappa$ fürs gregorianische Jahr

$$=1-\frac{G}{19}.$$

Es ist also für den julianischen Kalender

$$\varkappa=\frac{18}{19}-\frac{1}{19}\left(\frac{5s}{19}\right)_r-\frac{1}{19}\left(\frac{n}{19}\right)_r{}^{*}$$

also zerlegt

$$\varkappa_{\mathrm{I}}=\frac{18}{19}-\frac{1}{19}\left(\frac{5s}{19}\right)_r$$

$$\varkappa_{\mathrm{II}}=-\frac{1}{19}\left(\frac{n}{19}\right)_r$$

und für den gregorianischen

$$\varkappa=\frac{18}{19}-\frac{1}{19}\left(\frac{6S}{19}\right)_r-\frac{1}{19}\left(\frac{5\sigma}{19}\right)_r-\frac{1}{19}\left(\frac{n}{19}\right)_r{}^{*}$$

---

* In den „Hilfstafeln für Chronologie" wurde bei der Berechnung von $\varkappa$ für 19 der Näherungswerth 0·05 genommen und durch eine weitere kleine Correction ausgeglichen; es erscheint aber consequenter, den Werth von $\frac{m}{19}$ auf zwei Decimalen genau zu rechnen und diese anzusetzen. Dies ist hier auch streng durchgeführt, und es unterscheiden sich daher die hier gegebenen Kalenderzahlen von denen der „Hilfstafeln" um einige Hundertel; doch ist dieser Unterschied vollständig bedeutungslos, da in Bezug auf die Grenzen, welche in den Hilfstafeln sowohl bei den Kalendereingängen auf p. 22—25 als in den Täfelchen auf p. 17 gegeben wird, die Hundertel der hier gegebenen und diejenigen der aus den Hilfstafeln entnommenen Werthe stets innerhalb derselben Grenzen fallen, wenn sie sich auch um einige Einheiten der zweiten Stelle unterscheiden.

also zerlegt

$$\varkappa_0 = -\frac{1}{19}\left(\frac{6S}{19}\right)_r$$

$$\varkappa_{\mathrm{I}} = \frac{18}{19} - \frac{1}{19}\left(\frac{5\sigma}{19}\right)_r$$

$$\varkappa_{\mathrm{II}} = -\frac{1}{19}\left(\frac{n}{19}\right)_r.$$

Noch ist zu bemerken, dass bei der Addition von k_{I} und k_{II} die Zahl 30 überschritten werden kann und eigentlich fortgelassen werden sollte, ebenso sollte bei der Addition von $\mathfrak{k}_0 + \mathfrak{k}_{\mathrm{I}} + \mathfrak{k}_{\mathrm{II}}$ die Zahl 30 oder 60, wenn sie überschritten wird, fortgelassen werden, es ist dies aber nicht nöthig, man wird nur beachten, dass 30 identisch mit 0, 31 mit 1 u. s. w., ebenso 60 identisch mit 0, 61 mit 1 u. s. w. wird und gleichzeitig ist zu bemerken, dass, da der höchste Werth von $\mathfrak{k}_0$, $\mathfrak{k}_{\mathrm{I}}$ oder $\mathfrak{k}_{\mathrm{II}}$ 29 ist, die Summe höchstens 87 betragen kann, es also niemals zu fürchten ist, dass die Hunderte der Kalenderzahl, welche ja den Sonntagsbuchstaben darstellen, afficirt werden könnten. In allen Fällen wird aber der Rest von k durch 30 die Grösse: 26 — julianische Epakte, und der Rest von $\mathfrak{k}$ durch 30 die Grösse: 23 — gregorianische Epakte darstellen, das 19fache des Bruches $1-\varkappa$ dagegen die goldene Zahl.

Die Grösse $\varkappa$ wird man nicht als gemeinen Bruch stehen lassen, sondern es wird genügen, hiervon zwei Decimalen mitzunehmen; der Kalenderzahl werden also noch Hundertel angehängt, die aber im Allgemeinen nach der Addition der einzelnen Theile fortgelassen werden können; nur in dem Ausnahmsfalle der Epakte 25 oder wenn man im gregorianischen Kalender die goldene Zahl bestimmen will, braucht man dieselben, sonst dienen sie nur dazu, um eventuell die Ganzen zu corrigiren.

Stellt man also jetzt die einzelnen Theile der Kalenderzahl zusammen und trennt gleich nach den Indices, so erhält man

für die julianische Kalenderzahl

$$Z_{\mathrm{I}} = 100K_{\mathrm{I}} + k_{\mathrm{I}} + \varkappa_{\mathrm{I}} = 100\left(\frac{3+s}{7}\right)_r + \left(\frac{26-11\left(\frac{5s}{19}\right)_r}{30}\right)_r + \frac{18}{19} - \frac{1}{19}\left(\frac{5s}{19}\right)_r$$

$$Z_{\mathrm{II}} = 100K_{\mathrm{II}} + k_{\mathrm{II}} + \varkappa_{\mathrm{II}} = 100\left(\frac{-n-\left(\frac{n}{4}\right)_e}{7}\right)_R + \left(\frac{-11\left(\frac{n+1}{19}\right)_R}{30}\right)_r - \frac{1}{19}\left(\frac{n}{19}\right)_r$$

und für die gregorianische Kalenderzahl

$$\mathfrak{Z}_0 = 100\mathfrak{K}_0 + \mathfrak{k}_0 + \varkappa_0 = \left(\frac{13S-11\left(\frac{6S}{19}\right)_r}{30}\right)_r - \frac{1}{19}\left(\frac{6S}{19}\right)_r$$

$$\mathfrak{Z}_{\mathrm{I}} = 100\mathfrak{K}_{\mathrm{I}} + \mathfrak{k}_{\mathrm{I}} + \varkappa_{\mathrm{I}} = 100\left(\frac{1+2\sigma-\left(\frac{\sigma}{4}\right)_e}{7}\right)_r + \left(\frac{26-11\left(\frac{5\sigma}{19}\right)_r + \sigma - \left(\frac{\sigma}{4}\right)_e - \left(\frac{\sigma-\left(\frac{\sigma-17}{25}\right)_e}{3}\right)_e}{30}\right)_r + \frac{18}{19} - \frac{1}{19}\left(\frac{5\sigma}{19}\right)_r$$

$$\mathfrak{Z}_{\mathrm{II}} = 100\mathfrak{K}_{\mathrm{II}} + \mathfrak{k}_{\mathrm{II}} + \varkappa_{\mathrm{II}} = 100\left(\frac{-n-\left(\frac{n}{4}\right)_e}{7}\right)_R + \left(\frac{-11\left(\frac{n+1}{19}\right)_R}{30}\right)_r - \frac{1}{19}\left(\frac{n}{19}\right)_r.$$

Es wird sich nur noch darum handeln, zu ermitteln, nach welchem Zeitraume die Kalenderzahlen in derselben Ordnung wiederkehren, also wie weit die Tafeln für Z_{I} und $\mathfrak{Z}_0$ fortzuführen sind, um den ganzen Cyclus zu erschöpfen; denn Z_{II}, $\mathfrak{Z}_{\mathrm{I}}$ und $\mathfrak{Z}_{\mathrm{II}}$ wiederholen sich, da n und σ nur die Werthe von 0—99 annehmen kann, schon in hundert Jahren, respective Jahrhunderten. Z_{I} hängt von den Zahlen 7 und 19, $\mathfrak{Z}_0$ von den

Zahlen 19 und 30 ab. Man wird also für Z_1 7×19 oder 133 verschiedene Werthe, für $\mathfrak{Z}_0$ 19×30 oder 570 Werthe zu nehmen haben. In der That findet sich, wenn man für s den Werth $133x+s$ setzt,

$$Z_1 = 100\left(\frac{3+133x+s}{7}\right)_r + \left(\frac{26-11\left(\frac{665x+5s}{19}\right)_r}{30}\right)_r + \frac{18}{19} - \frac{1}{19}\left(\frac{665x+5s}{19}\right)_r$$

$$= 100\left(\frac{3+s}{7}\right) + \left(\frac{26-11\left(\frac{5s}{19}\right)_r}{30}\right)_r + \frac{18}{19} - \frac{1}{19}\left(\frac{5s}{19}\right)_r;$$

es ist also Z_1 für $133x+s$ gleich Z_1 für s, daher wiederholen sich die Kalenderzahlen im julianischen Kalender nach 13300 Jahren.*

Setzt man ebenso in $\mathfrak{Z}_0$ für S den Werth $570x+S$ ein, so erhält man

$$\mathfrak{Z}_0 = \left(\frac{7410x+13S-11\left(\frac{3430x+6S}{19}\right)_r}{30}\right)_r - \frac{1}{19}\left(\frac{3420x+6S}{19}\right)_r$$

$$= \left(\frac{13S-11\left(\frac{6S}{19}\right)_r}{30}\right) - \frac{1}{19}\left(\frac{6S}{19}\right)_r$$

es ist also $\mathfrak{Z}_0$ für $570x+S$ gleich $\mathfrak{Z}_0$ für S, daher wiederholen sich die Kalenderzahlen im gregorianischen Kalender nach 5700000 Jahren.

Da in den Hilfstafeln für Chronologie die Kalenderzahlen nur für diejenige Zeit gegeben sind, welche dort überhaupt in Betracht gezogen wird, und jedesmal, wenn man sie für einen darüber hinaus greifenden Zeitpunkt wünschen sollte, erst nach den nicht ganz einfachen Formeln gerechnet werden müssten, anderentheils aber bei der hier gewählten Zerfällung in zwei oder drei Tafeln es sehr leicht durchführbar ist, den ganzen Cyclus durchzurechnen, so folgen hier Tafeln, welche sowohl für den julianischen als auch für den gregorianischen Kalender die Kalenderzahl für jede beliebige auch noch so grosse Jahreszahl finden lassen. Man hat nur von der gegebenen Jahreszahl im julianischen Kalender, wenn sie 13300 erreicht oder übersteigt, ein beliebiges Vielfache von 13300 fortzulassen und für den Rest die den Jahrhunderten entsprechende Kalenderzahl zu der den einzelnen Jahren entsprechenden zu addiren um die Kalenderzahl des vorgelegten Jahres zu erhalten. Ebenso hat man im gregorianischen Kalender, falls die Jahreszahl 5700000 erreicht oder übersteigt, ein beliebiges Vielfache von 5700000 davon zu subtrahiren und zu dem Rest aus den drei den Zehntausenden, den Jahrhunderten und den einzelnen Jahren entsprechenden Tafeln die zugehörigen Kalenderzahlen zu entnehmen und ihre Summe zu bilden, um die Kalenderzahl des vorgelegten Jahres zu erhalten. Endlich ist eine Tafel beigegeben, welche mit dem Argument Kalenderzahl sowohl für den julianischen als für den gregorianischen Kalender die Hilfsgrössen, welche man gewöhnlich in den Kalendern genannt findet, als Epakte, goldene Zahl u. s. w. finden lässt und zum Schlusse eine Tafel, welche für beide Kalender gemeinsam mit dem Argumente Kalenderzahl eine Übersicht über das Datum der wichtigsten beweglichen Feste für das betreffende Jahr, dem die Kalenderzahl angehört, enthält. Natürlich muss man in diese Tafel mit der julianischen Kalenderzahl eingehen, wenn man ein Fest im julianischen Kalender ausgedrückt haben will, und mit der gregorianischen, wenn man es im gregorianischen ausgedrückt wünscht.

* Dies tritt im julianischen Kalender eigentlich schon nach 532 Jahren ein; da man aber hier die Jahrhunderte abgetrennt hat, so muss man diese Periode 25mal nehmen, um eine durch 100 theilbare zu erhalten.

Kalenderzahlen für den julianischen Kalender.

Jahrhunderte.

Jahrhundert	Z_{I}	Jahrhundert	Z_{I}	Jahrhundert	Z_{I}
000	326·95	4500	600·11	9000	203·27
100	401·69	4600	4·84	9100	308·00
200	506·42	4700	109·58	9200	412·74
300	611·16	4800	214·32	9300	517·48
400	15·90	4900	319·06	9400	622·21
500	120·63	5000	423·79	9500	26·95
600	225·37	5100	528·53	9600	101·69
700	300·11	5200	603·27	9700	206·42
800	404·84	5300	8·00	9800	311·16
900	509·58	5400	112·74	9900	415·90
1000	614·32	5500	217·48	10000	520·63
1100	19·06	5600	322·21	10100	625·37
1200	123·79	5700	426·95	10200	0·11
1300	228·53	5800	501·69	10300	104·84
1400	303·27	5900	606·42	10400	209·58
1500	408·00	6000	11·16	10500	314·32
1600	512·74	6100	115·90	10600	419·06
1700	617·48	6200	220·63	10700	523·79
1800	22·21	6300	325·37	10800	628·53
1900	126·95	6400	400·11	10900	3·27
2000	201·69	6500	504·84	11000	108·00
2100	306·42	6600	609·58	11100	212·74
2200	411·16	6700	14·32	11200	317·48
2300	515·90	6800	119·06	11300	422·21
2400	620·63	6900	223·79	11400	526·95
2500	25·37	7000	328·53	11500	601·69
2600	100·11	7100	403·27	11600	6·42
2700	204·84	7200	508·00	11700	111·16
2800	309·58	7300	612·74	11800	215·90
2900	414·32	7400	17·48	11900	320·63
3000	519·06	7500	122·21	12000	425·37
3100	623·79	7600	226·95	12100	500·11
3200	28·53	7700	301·69	12200	604·84
3300	103·27	7800	406·42	12300	9·58
3400	208·00	7900	511·16	12400	114·32
3500	312·74	8000	615·90	12500	219·06
3600	417·48	8100	20·63	12600	323·79
3700	522·21	8200	125·37	12700	428·53
3800	626·95	8300	200·11	12800	503·27
3900	1·69	8400	304·84	12900	608·00
4000	106·42	8500	409·58	13000	12·74
4100	211·16	8600	514·32	13100	117·48
4200	315·90	8700	619·06	13200	222·21
4300	420·63	8800	23·79		
4400	525·37	8900	128·53		

Jahre.

Jahr	Z_{II}	Jahr	Z_{II}
00	2119·00	50	106·37
01	607·95	51	725·32
02	526·89	52	1914·26
03	415·84	53	403·21
04	1604·79	54	322·16
05	123·74	55	211·11
06	712·68	56	2100·05
07	601·63	57	619·00
08	1820·58	58	507·95
09	309·53	59	426·89
10	228·47	60	1615·84
11	117·42	61	104·79
12	2006·37	62	723·74
13	525·32	63	612·68
14	414·26	64	1801·63
15	303·21	65	320·58
16	1522·16	66	209·53
17	711·11	67	128·47
18	600·05	68	2017·42
19	519·00	69	506·37
20	1707·95	70	425·32
21	226·89	71	314·26
22	115·84	72	1503·21
23	704·79	73	722·16
24	1923·74	74	611·11
25	412·68	75	500·05
26	301·63	76	1719·00
27	220·58	77	207·95
28	2109·53	78	126·89
29	628·47	79	715·84
30	517·42	80	1904·79
31	406·37	81	423·74
32	1025·32	82	312·68
33	114·26	83	201·63
34	703·21	84	2120·58
35	622·16	85	609·53
36	1811·11	86	528·47
37	300·05	87	417·42
38	219·00	88	1606·37
39	107·95	89	125·32
40	2026·89	90	714·26
41	515·84	91	603·21
42	404·79	92	1822·16
43	323·74	93	311·11
44	1512·68	94	200·05
45	701·63	95	119·00
46	620·58	96	2007·95
47	509·53	97	526·89
48	1728·47	98	415·84
49	217·42	99	304·79

Um die julianische Kalenderzahl für ein vorgelegtes Jahr zu finden, summirt man den zum Jahrhunderte und den zum einzelnen Jahre gehörenden Werth und lässt die Decimalen der Summe, ohne Rücksicht auf ihre Grösse, ohne also die Zahl wegen der weggelassenen Decimalen zu corrigiren, fort. Es ist z. B. Kalenderzahl für das julianische Jahr 1921 gleich 126·95+226·89 = 353. Überschreitet die Jahreszahl 13300, so lässt man ein beliebiges Vielfaches von 13300 fort, da die Kalenderzahl von 13300 $x+N$ gleich ist der Kalenderzahl von N.

Kalenderzahlen für den gregorianischen Kalender.

Jahrzehntausende.

Jahrzehntausend	0	1	2	3	4	* 5	6	7	8	9
*0 000	0·00	6·69	13·37	20·05	26·74	3·42	10·11	16·79	23·48	0·16
1*0 000	6·84	13·53	20·21	26·90	3·58	10·27	16·95	23·63	0·32	7 00
2*0 000	13.69	20·37	27·05	3·74	10·42	17·11	23·79	0·48	7·16	13·84
3*0 000	20·53	27·21	3·90	10·58	17·27	23·95	0·63	7·32	14·00	20 69
4*0 000	27·37	4·05	10·74	17·42	24·11	0·79	7·48	14·16	20·84	27·53
5*0 000	4 21	10·90	17·58	24·27	0·95	7·63	14·32	21·00	27 69	4·37
6*0 000	11·05	17·74	24·42	1·11	7·79	14.48	21·16	27·84	4·53	11·21
7*0 000	17·90	24·58	1·27	7·95	14·63	21·32	28·00	4·69	11·37	18·05
8*0 000	24·74	1·42	8·11	14·79	21·48	28·16	4·84	11·53	18·21	24·90
9*0 000	1·58	8·27	14·95	21·63	28·32	5·00	11·69	18·37	25·05	1·74
10*0 000	8.42	15·11	21·79	28·48	5·16	11·84	18·53	25·21	1·90	8·58
11*0 000	15·27	21·95	28·63	5·32	12·00	18·69	25·37	2·05	8·74	15·42
12*0 000	22·11	28·79	5·48	12·16	18·84	25·53	2·21	8·90	15·58	22·27
13*0 000	28·95	5·63	12·32	19·00	25·69	2·37	9·05	15·74	22·42	29·11
14*0 000	5·79	12·48	19·16	25·84	2·53	9·21	15·90	22·58	29·27	5·95
15*0 000	12·63	19·32	26·00	2·69	9·37	16·05	22·74	29·42	6·11	12·79
16*0 000	19·48	26·16	2·84	9 53	16·21	22·90	29·58	6·27	12·95	19·63
17*0 000	26·32	3·00	9·69	16·37	23·05	29·74	6·42	13·11	19 79	26·48
18*0 000	3·16	9·84	16·53	23·21	29·90	6·58	13·27	19·95	26·63	3·32
19*0 000	10·00	16·69	23·37	0·05	6·74	13·42	20.11	26·79	3·48	10·16
20*0 000	16·84	23·53	0 21	6·90	13·58	20·27	26·95	3·63	10·32	17·00
21*0 000	23.69	0·37	7·05	13·74	20·42	27·11	3·79	10·48	17·16	23·84
22*0 000	0.53	7·21	13·90	20·58	27·27	3·95	10·63	17·32	24·00	0·69
23*0 000	7·37	14·05	20·74	27·42	4·11	10·79	17·48	24 16	0·84	7·53
24*0 000	14·21	20·90	27·58	4·27	10·95	17 63	24·32	1·00	7·69	14·37
25*0 000	21 05	27·74	4·42	11·11	17·79	24·48	1·16	7·84	14·53	21·21
26*0 000	27·90	4·58	11·27	17·95	24·63	1·32	8·00	14·69	21·37	28·05
27*0 000	4·74	11·42	18·11	24·79	1·48	8·16	14·84	21·53	28·21	4·90
28*0 000	11·58	18·27	24·95	1·63	8·32	15·00	21·69	28·37	5·05	11·74
29*0 000	18·42	25 11	1·79	8·48	15·16	21·84	28·53	5·21	11·90	18 58
30*0 000	25·27	1·95	8 63	15·32	22·00	28·69	5·37	12 05	18·74	25·42
31*0 000	2·11	8·79	15 48	22·16	28·84	5·53	12·21	18·90	25·58	2·27
32*0 000	8·95	15·63	22·32	29·00	5·69	12·37	19·05	25·74	2·42	9·11
33*0 000	15·79	22·48	29·16	5 84	12·53	19·21	25·90	2·58	9·27	15·95
34*0 000	22·63	29·32	6·00	12·69	19·37	26·05	2·74	9·42	16·11	22·79
35*0 000	29·48	6·16	12·84	19·53	26·21	2·90	9·58	16·27	22·95	29·63
36*0 000	6·32	13·00	19·69	26·37	3·05	9·74	16·42	23·11	29·79	6·48
37*0 000	13·16	19·84	26·53	3·21	9·90	16·58	23·27	29·95	6·63	13·32
38*0 000	20·00	26·69	3·37	10·05	16·74	23.42	0·11	6·79	13·48	20·16
39*0 000	26·84	3·53	10·21	16·90	23·58	0·27	6·95	13·63	20·32	27·00
40*0 000	3·69	10·37	17·05	23·74	0·42	7·11	13·79	20·48	27·16	3·84
41*0 000	10·53	17·21	23·90	0·58	7·27	13·95	20·63	27.32	4·00	10.69
42*0 000	17 37	24·05	0·74	7·42	14·11	20·79	27·48	4·16	10·84	17·53
43*0 000	24·21	0·90	7·58	14·27	20·95	27·63	4·32	11·00	17·69	24.37
44*0 000	1·05	7·74	14·42	21·11	27·79	4·48	11·16	17·84	24·53	1 21
45*0 000	7·90	14·58	21·27	27·95	4·63	11·32	18·00	24·69	1·37	8.05
46*0 000	14·74	21·42	28·11	4·79	11·48	18·16	24·84	1·53	8·21	14·90
47*0 000	21·58	28·27	4.95	11·63	18·32	25·00	1·69	8·37	15·05	21·74
48*0 000	28·42	5·11	11·79	18·48	25·16	1·84	8·53	15·21	21·90	28·58
49*0 000	5 27	11·95	18·63	25·32	2·00	8·69	15·37	22·05	28 74	5 42
50*0 000	12·11	18·79	25·48	2·16	8·84	15·53	22·21	28·90	5·58	12·27
51*0 000	18·95	25·63	2·32	9·00	15·69	22·37	29·05	5·74	12·42	19·11
52*0 000	25·79	2·48	9·16	15·84	22·53	29·21	5·90	12·58	19·27	25·95
53*0 000	2·63	9·32	16·00	22·69	29·37	6·05	12·74	19·42	26 11	2·79
54*0 000	9·48	16·16	22·84	29·53	6·21	12·90	19·58	26·27	2·95	9·63
55*0 000	16·32	23·00	29 69	6·37	13·05	19·74	26·42	3·11	9·79	16·48
56*0 000	23.16	29·84	6·53	13·21	19·90	26·58	3·27	9·95	16·63	23·32

Diese Tafel ist nur zu benützen, wenn die Jahreszahl grösser als 10000 ist.

Kalenderzahlen für den gregorianischen Kalender.

Jahrhunderte.

Jahrhundert	$\mathfrak{Z}_{I}$	Jahrhundert	$\mathfrak{Z}_{I}$
(00)	126·95	5000	515·79
100	302·69	5100	21·53
200	507·42	(5200)	125·27
300	13·16	5300	301·00
(400)	117·90	5400	506·74
500	322·63	5500	11·48
600	528·37	(5600)	116·21
700	4·11	5700	321·95
(800)	107 84	5800	526·69
900	313·58	5900	2·42
1000	519·32	(6000)	107·16
1100	24·06	6100	311·90
(1200)	128·79	6200	517·63
1300	304·53	6300	23·37
1400	509·27	(6400)	127·11
1500	15·00	6500	302·84
(1600)	119·74	6600	508·58
1700	325·48	6700	14·32
1800	500·21	(6800)	118·06
1900	5·95	6900	323·79
(2000)	110·69	7000	529·53
2100	315·42	7100	4 27
2200	521·16	(7200)	109·00
2300	26·90	7300	314·74
(2400)	100·63	7400	519·48
2500	306·37	7500	25·21
2600	512·11	(7600)	129·95
2700	16·84	7700	304·69
(2800)	121·58	7800	510·42
2900	327·32	7900	16·16
3000	502·06	(8000)	119·90
3100	7·79	8100	325·63
(3200)	112·53	8200	501·37
3300	317·27	8300	6·11
3400	523·00	(8400)	110·84
3500	28·74	8500	316·58
(3600)	102·48	8600	521·32
3700	308·21	8700	27·06
3800	513·95	(8800)	101·79
3900	18·69	8900	306·53
(4000)	123·42	9000	512·27
4100	329·16	9100	18·00
4200	504·90	(9200)	122·74
4300	9·63	9300	327·48
(4400)	114·37	9400	503·21
4500	320·11	9500	8·95
4600	524·84	(9600)	112·69
4700	0·58	9700	318·42
(4800)	105·32	9800	524.16
4900	310·06	9900	28·90

Jahre.

Jahr	$\mathfrak{Z}_{II}$	Jahr	$\mathfrak{Z}_{II}$
(00)*	2119·00		
00	719.00	50	106·37
01	607·95	51	725·32
02	526 89	52	1914·26
03	415·84	53	403·21
04	1604·79	54	322·16
05	123·74	55	211·11
06	712·68	56	2100·05
07	601·63	57	619·00
08	1820·58	58	507.95
09	309.53	59	426·89
10	228·47	60	1615·84
11	117·42	61	104·79
12	2006·37	62	723·74
13	525·32	63	612·68
14	414·26	64	1801 63
15	303·21	65	320·58
16	1522·16	66	209 53
17	711·11	67	128·47
18	600·05	68	2017·42
19	519·00	69	506·37
20	1707·95	70	425·32
21	226·89	71	314·26
22	115 84	72	1503·21
23	704·79	73	722·16
24	1923·74	74	611·11
25	412·68	75	500·05
26	301·63	76	1719 00
27	220·58	77	207·95
28	2109·53	78	126·89
29	628·47	79	715·84
30	517·42	80	1904·79
31	406·37	81	423·74
32	1625·32	82	312·68
33	114·26	83	201·63
34	703·21	84	2120·58
35	622 16	85	609·53
36	1811·11	86	528·47
37	300·05	87	417·42
38	219·00	88	1606·37
39	107·95	89	125·32
40	2026·89	90	714·26
41	515·84	91	603·21
42	404·79	92	1822·16
43	323·74	93	311·11
44	1512·68	94	200·05
45	701·63	95	119·00
46	620·58	96	2007·95
47	509·53	97	526·89
48	1728·47	98	415·84
49	217·42	99	304·79

* Der Werth (00) ist nur mit Jahrhunderten zu verbinden, welche auch eingeklammert sind.

Um die gregorianische Kalenderzahl für ein vorgelegtes Jahr zu finden, bildet man (falls, wie dies wohl meist der Fall ist, die Jahreszahl kleiner ist als 10000) die Summe des, dem Jahrhunderte und dem einzelnen Jahre angehörenden Werthes. Von dieser Summe kann man im Allgemeinen die Decimalen fortlassen, da sie nur selten gebraucht werden, doch ist wohl zu beachten, dass die Decimalen ohne Rücksicht auf ihre Grösse fortgelassen werden, dass aber niemals die Zahl wegen der fortgelassenen Decimalen zu corrigiren ist. Es ist also z. B. die Kalenderzahl für das Jahr 1921 gleich

$$5·95+226·89=232·84$$

oder auch blos $= 232$.

Übersteigt aber die Jahreszahl 10000, so ist zur Summe der Werthe des einzelnen Jahres und des Jahrhundertes noch der Werth für das Jahrzehntausend hinzuzufügen, welcher der Tafel auf p. 18 zu entnehmen ist. Diese Tafel zerfällt in zehn Columnen, welche mit den Zahlen 0—9 überschrieben sind. Für ein gegebenes Jahrzehntausend ist der Werth aus derjenigen Columne zu entnehmen, deren Kopfzahl der an Stelle des Sternchens stehenden Ziffer entspricht; so wäre z. B. für 4760000 der Werth in der Zeile 47*0000 in der mit 6 überschriebenen Columne, also 1·69 zu nehmen. Es ist also z. B. die Kalenderzahl für das Jahr 831921 gleich

$$14·79+5·95+226·89 \\ =247.63.$$

Würde endlich die Jahreszahl 5700000 überschreiten, so lässt man ein beliebiges Vielfaches von 5700000 fort, da die Kalenderzahl von $5700000\,x+N$ gleich ist der Kalenderzahl von N.

Julianischer und Gregorianischer Kalender.

Hunderte der Kalenderzahl			Sonntagsbuchstabe	Concurrente
100	oder	800	A	6
200	„	900	B	5
300	„	1000	C	4
400	„	1100	D	3
500	„	1200	E	2
600	„	1300	F	1
700			G	7
1500	oder	2200	BA	6
1600	„	2300	CB	5
1700	„	2400	DC	4
1800	„	2500	ED	3
1900	„	2600	FE	2
2000	„	2700	GF	1
2100			AG	7

Gregorianischer Kalender.

Decimalen der Kalenderzahl	Goldene Zahl
0·00—0·04	19
0·05—0·09	18
0·10—0·14	17
0·15—0·19	16
0·20—0·25	15
0·26—0·30	14
0·31—0·35	13
0·36—0·40	12
0·41—0·46	11
0·47—0·51	10
0·52—0·56	9
0·57—0.61	8
0·62—0·67	7
0·68—0·72	6
0·73—0·77	5
0·78—0·83	4
0·84—0·88	3
0·89—0·93	2
0·94—0·99	1

Julianischer Kalender. / Gregorianischer Kalender.

Einheiten und Zehner der Kalenderzahl			Julianische Epakte	Goldene Zahl	Cyclus Lunae	Alexandrinische Epakte	Dionysische Epakte	Russische Epakte	Claves terminorum	Regulares paschae	Ostergrenze	Gregorianische Epakte
00	30	60	XXVI	16	13	23	15	25	11	4	21/3	XXIII
01	31	61	XXV	5	2	22	14	26	12	5	22/3	XXII
02	32	62	—	—	—	—	—	—	—	—	—	XXI
03	33	63	XXIII	13	10	20	12	28	14	7	24/3	XX
04	34	64	XXII	2	18	19	11	29	15	1	25/3	XIX
05	35	65	—	—	—	—	—	—	—	—	—	XVIII
06	36	66	XX	10	7	17	9	1	17	3	27/3	XVII
07	37	67	—	—	—	—	—	—	—	—	—	XVI
08	38	68	XVIII	18	15	15	7	3	19	5	29/3	XV
09	39	69	XVII	7	4	14	6	4	20	6	30/3	XIV
10	40	70	—	—	—	—	—	—	—	—	—	XIII
11	41	71	XV	15	12	12	4	6	22	1	1/4	XII
12	42	72	XIV	4	1	11	3	7	23	2	2/4	XI
13	43	73	—	—	—	—	—	—	—	—	—	X
14	44	74	XII	12	9	9	1	9	25	4	4/4	IX
15	45	75	XI	1	17	8	0	10	26	5	5/4	VIII
16	46	76	—	—	—	—	—	—	—	—	—	VII
17	47	77	IX	9	6	6	28	12	28	7	7/4	VI
18	48	78	—	—	—	—	—	—	—	—	—	V
19	49	79	VII	17	14	4	26	14	30	2	9/4	IV
20	50	80	VI	6	3	3	25	15	31	3	10/4	III
21	51	81	—	—	—	—	—	—	—	—	—	II
22	52	82	IV	14	11	1	23	17	33	5	12/4	I
23	53	83	III	3	19	30	22	18	34	6	13/4	*
24	54	84	—	—	—	—	—	—	—	—	—	XXIX
25	55	85	I	11	8	28	20	20	36	1	15/4	XXVIII
26	56	86	—	—	—	—	—	—	—	—	—	XXVII
27	57	87	XXIX	19	16	26	18	22	38	3	17/4	XXVI
28	58	88	XXVIII	8	5	25	17	23	39	4	18/4	XXV**
29	59	89	—	—	—	—	—	—	—	—	—	XXIV

** Statt XXV ist 25 zu setzen, wenn die Decimalen der Kalenderzahl kleiner als 0·40 sind.

Die Tafeln dieser Seite bedürfen keiner näheren Erklärung. Die Tafel auf p. 21 gibt mit dem Argumente Kalenderzahl die Daten der wichtigsten Festtage; und zwar bestimmen zunächst die Hunderte der Kalenderzahl die Gruppe, in der man die Einheiten und Zehner derselben zu suchen hat, um die dem vorgelegten Jahre angehörige Zeile zu finden, gleichzeitig geben die Hunderte der Kalenderzahl Aufschluss darüber, ob das Jahr ein Schaltjahr oder ein gemeines ist. So findet man z. B., dass im gregorianischen Jahre 1921, dessen Kalenderzahl 232 ist, Ostern auf den 27. März fällt.

Die letzte Tafel endlich lässt auf einfache Weise den Wochentag eines vorgelegten Datums bestimmen. Dieser findet sich in der mit den vorgelegten Hunderten der Kalenderzahl überschriebenen Columne auf der dem gegebenen Tage entsprechenden Zeile. Hierbei ist zu beachten, dass man die oberen Monatsaufschriften zu wählen hat, wenn die Hunderte der Kalenderzahl oben, hingegen die unteren, wenn die Hunderte der Kalenderzahl unten stehen. So ist z. B. der 17. Jänner 1921 (Kalenderzahl 232) ein Montag.

Noch ist zu allen Tafeln zu bemerken, dass man mit der gregorianischen Kalenderzahl eingehen muss, wenn man gregorianisches Datum, dagegen mit der julianischen, wenn man julianisches Datum erhalten will.

Übersicht der wichtigsten beweglichen Feste nach der Kalenderzahl.

Hunderte der Kalenderzahl		Einheiten und Zehner der Kalenderzahl			Kalenderschlüssel	Zahl d. Sonntage nach Epiphanie	Septuagesima	Aschermittwoch	Ostersonntag	Christi Himmelfahrt	Pfingstsonntag	Frohnleichnam	Zahl d. Sonntage nach Pfingsten	Erster Adventsonntag
1..	Gemein-	00—04	30—34	60—64	5	2	(22/1)	(8/2)	26/3	4/5	14/5	25/5	28	3/12
8..	Jahr	05—11	35—41	65—71	12	3	(29/1)	(15/2)	2/4	11/5	21/5	1/6	27	3/12
15..	Schalt-	12—18	42—48	72—78	19	4	(5/2)	(22/2)	9/4	18/5	28/5	8/6	26	3/12
22..	Jahr	19—25	49—55	79—85	26	5	(12/2)	1/3	16/4	25/5	4/6	15/6	25	3/12
		26—29	56—59	86—89	33	6	(19/2)	8/3	23/4	1/6	11/6	22/6	24	3/12
2..	Gemein-	00—05	30—35	60—65	6	2	(23/1)	(9/2)	27/3	5/5	15/5	26/5	27	27/11
9..	Jahr	06—12	36—42	66—72	13	3	(30/1)	(16/2)	3/4	12/5	22/5	2/6	26	27/11
16..	Schalt-	13—19	43—49	73—79	20	4	(6/2)	(23/2)	10/4	19/5	29/5	9/6	25	27/11
23..	Jahr	20—26	50—56	80—86	27	5	(13/2)	2/3	17/4	26/5	5/6	16/6	24	27/11
		27—29	57—59	87—89	34	6	(20/2)	9/3	24/4	2/6	12/6	23/6	23	27/11
3..	Gemein-	00—06	30—36	60—66	7	2	(24/1)	(10/2)	28/3	6/5	16/5	27/5	27	28/11
10..	Jahr	07—13	37—43	67—73	14	3	(31/1)	(17/2)	4/4	13/5	23/5	3/6	26	28/11
17..	Schalt-	14—20	44—50	74—80	21	4	(7/2)	(24/2)	11/4	20/5	30/5	10/6	25	28/11
24..	Jahr		julianisch											
		21—27	51—57	81—87	28	5	(14/2)	3/3	18/4	27/5	6/6	17/6	24	28/11
		28—29	58—59	88—89	35	6	(21/2)	10/3	25/4	3/6	13/6	24/6	23	28/11
			gregorianisch											
		21—28·39	51—58·39	81—88·39	28	5	(14/2)	3/3	18/4	27/5	6/6	17/6	24	28/11
		28·40—29	58·40—59	88·40—89	35	6	(21/2)	10/3	25/4	3/6	13/6	24/6	23	28/11
4..	Gemein-	00	30	60	1	1	(18/1)	(4/2)	22/3	30/4	10/5	21/5	28	29/11
11..	Jahr	01—07	31—37	61—67	8	2	(25/1)	(11/2)	29/3	7/5	17/5	28/5	27	29/11
18..	Schalt-	08—14	38—44	68—74	15	3	(1/2)	(18/2)	5/4	14/5	24/5	4/6	26	29/11
25..	Jahr	15—21	45—51	75—81	22	4	(8/2)	(25/2)	12/4	21/5	31/5	11/6	25	29/11
		22—29	52—59	82—89	29	5	(15/2)	4/3	19/4	28/5	7/6	18/6	24	29/11
5..	Gemein-	00—01	30—31	60—61	2	1	(19/1)	(5/2)	23/3	1/5	11/5	22/5	28	30/11
12..	Jahr	02—08	32—38	62—68	9	2	(26/1)	(12/2)	30/3	8/5	18/5	29/5	27	30/11
19..	Schalt-	09—15	39—45	69—75	16	3	(2/2)	(19/2)	6/4	15/5	25/5	5/6	26	30/11
26..	Jahr	16—22	46—52	76—82	23	4	(9/2)	(26/2)	13/4	22/5	1/6	12/6	25	30/11
		23—29	53—59	83—89	30	5	(16/2)	5/3	20/4	29/5	8/6	19/6	24	30/11
6..	Gemein-	00—02	30—32	60—62	3	(1)	(20/1)	(6/2)	24/3	2/5	12/5	23/5	28	1/12
13..	Jahr	03—09	33—39	63—69	10	(2)	(27/1)	(13/2)	31/3	9/5	19/5	30/5	27	1/12
20..	Schalt-	10—16	40—46	70—76	17	(3)	(3/2)	(20/2)	7/4	16/5	26/5	6/6	26	1/12
27..	Jahr	17—23	47—53	77—83	24	(4)	(10/2)	(27/2)	14/4	23/5	2/6	13/6	25	1/12
		24—29	54—59	84—89	31	(5)	(17/2)	6/3	21/4	30/5	9/6	20/6	24	1/12
7..	Gemein-	00—03	30—33	60—63	4	2	(21/1)	(7/2)	25/3	3/5	13/5	24/5	28	2/12
	Jahr	04—10	34—40	64—70	11	3	(28/1)	(14/2)	1/4	10/5	20/5	31/5	27	2/12
	Schalt-	11—17	41—47	71—77	18	4	(4/2)	(21/2)	8/4	17/5	27/5	7/6	26	2/12
21..	Jahr	18—24	48—54	78—84	25	5	(11/2)	(28/2)	15/4	24/5	3/6	14/6	25	2/12
		25—29	55—59	85—89	32	6	(18/2)	7/3	22/4	31/5	10/6	21/6	24	2/12

Die in Klammern stehenden Zahlen sind für Schaltjahre um eine Einheit zu vermehren.

Übersicht der Wochentage nach der Kalenderzahl.

Hunderte der Kalenderzahl 100 800	200 900	300 1000	400 1100	500 1200	600 1300	700	Januar October	Februar März November	April Juli	Mai	Juni	August	September December
So	Sa	Fr	Do	Mi	Di	Mo	1 8 15 22 29	5 12 19 26	2 9 16 23 30	7 14 21 28	4 11 18 25	6 13 20 27	3 10 17 24 31
Mo	So	Sa	Fr	Do	Mi	Di	2 9 16 23 30	6 13 20 27	3 10 17 24 31	1 8 15 22 29	5 12 19 26	7 14 21 28	4 11 18 25
Di	Mo	So	Sa	Fr	Do	Mi	3 10 17 24 31	7 14 21 28	4 11 18 25	2 9 16 23 30	6 13 20 27	1 8 15 22 29	5 12 19 26
Mi	Di	Mo	So	Sa	Fr	Do	4 11 18 25	1 8 15 22 29	5 12 19 26	3 10 17 24 31	7 14 21 28	2 9 16 23 30	6 13 20 27
Do	Mi	Di	Mo	So	Sa	Fr	5 12 19 26	2 9 16 23 30	6 13 20 27	4 11 18 25	1 8 15 22 29	3 10 17 24 31	7 14 21 28
Fr	Do	Mi	Di	Mo	So	Sa	6 13 20 27	3 10 17 24 31	7 14 21 28	5 12 19 26	2 9 16 23 30	4 11 18 25	1 8 15 22 29
Sa	Fr	Do	Mi	Di	Mo	So	7 14 21 28	4 11 18 25	1 8 15 22 29	6 13 20 27	3 10 17 24	5 12 19 26	2 9 16 23 30
1500 2200	1600 2300	1700 2400	1800 2500	1900 2600	2000 2700	2100	October	März November	Januar April Juli	Mai	Juni	Februar August	September December

Nachdem im Vorhergehenden die Art und Weise der Zusammensetzung der Kalenderzahl, wie sie in den Hilfstafeln für Chronologie gebraucht erscheint, nachgewiesen und Tafeln für dieselbe gegeben wurden, soll hier noch gezeigt werden, wie sich dieselbe zur Lösung verschiedener theils chronologischer, theils kalendariographischer Fragen anwenden lässt. Ursprünglich war dieselbe in den Hilfstafeln zu dem Zwecke construirt worden, um auf einfache Weise zu einem gegebenen Jahre den diesem Jahre entsprechenden Kalender zu finden, und es wurden auch die verschiedenen möglichen Kalender in abgekürzter Form mitgetheilt, so dass, wenn man für ein bestimmtes Jahr den zugehörigen Kalender finden will, man denselben nur in der betreffenden Columne aufzusuchen hat. Für viele Fragen ist aber der vollständige Kalender gar nicht nothwendig, und es genügen zu deren Lösung die Tafeln der vorigen Seite. Es finden sich nämlich, besonders im Mittelalter, sehr häufig Zeitangaben, welche sich entweder auf einen Wochentag oder auf ein bewegliches Fest beziehen. So findet sich z. B. als Zeitangabe: am Freitag vor Lichtmess (2. Februar) 1393 und eine andere Zeitangabe: am Donnerstag vor dem Mauritiustage (22. September) 1309. Bei solchen Angaben genügt es, die Hunderte der Kalenderzahl zu bestimmen, die letzte Tafel der p. 21 lässt dann sofort den gesuchten Wochentag finden. Wir haben hier julianische Kalenderzahl für 1393 gleich 539, für 1309 gleich 540, ein Blick in die Schlusstafel von p. 21 zeigt sofort, dass Freitag vor Lichtmess 1393 der 31. Jänner 1393, dagegen Donnerstag vor Mauritius 1309 der 18 September 1309 war. Bezieht sich die Angabe auf ein bewegliches Fest, so lässt sich zur Auflösung die erste Tafel von p. 21 verwenden. Es sei z. B. gegeben: Mittwoch nach dem Palmsonntage 1461; Mittwoch nach dem Palmsonntage ist vier Tage vor Ostern; da die Kalenderzahl des Jahres 1461 gleich 408 ist, so fällt Ostern in diesem Jahre auf den 5. April, der angeführte Tag ist also der 1. April 1461. Solche Fragen lassen sich somit leicht entscheiden. Die Eigenschaft der Kalenderzahl jedoch, dass dieselbe für ein gegebenes Jahr einfach durch Summirung des dem Jahrhunderte und des dem einzelnen Jahre angehörenden Werthes gebildet wird, gestattet es auch, eine grosse Zahl von kalendariographischen Fragen, bei denen es sich darum handelt, welchen Jahren eines gegebenen Jahrhundertes eine bestimmte Eigenschaft zukomme, mit Leichtigkeit zu lösen. Denn damit einem Jahre eine bestimmte Eigenschaft zukomme, muss seine Kalenderzahl zwischen gewissen Grenzen N und N' eingeschlossen sein. Die Kalenderzahl Z oder $\mathfrak{Z}$ ist aber gleich $Z_{I}+Z_{II}$ oder $\mathfrak{Z}_{I}+\mathfrak{Z}_{II}$. Da nun für ein bestimmtes Jahrhundert Z_{I} oder $\mathfrak{Z}_{I}$ einen gegebenen Werth hat, so muss, um der Bedingung zu genügen, Z_{II} oder $\mathfrak{Z}_{II}$ zwischen den Grenzen $N-Z_{I}$ und $N'-Z_{I}$ oder $N-\mathfrak{Z}_{I}$ und $N'-\mathfrak{Z}_{I}$ eingeschlossen sein. Um nun sofort diejenigen Jahre irgend eines Jahrhundertes, welche dieser Bedingung entsprechen, zu finden, folgt hier eine Tafel, welche nach der Grösse der Kalenderzahl Z_{II} oder $\mathfrak{Z}_{II}$ geordnet ist, und zur gegebenen Zahl Z_{II} oder $\mathfrak{Z}_{II}$ das zugehörige Jahr finden lässt.

Z_{II} od. $\mathfrak{Z}_{II}$	Jahr	Z_{II} od. $\mathfrak{Z}_{II}$	Jahr	Z_{II} od. $\mathfrak{Z}_{II}$	Jahr	Z_{II} od. $\mathfrak{Z}_{II}$	Jahr	Z_{II} od. $\mathfrak{Z}_{II}$	Jahr	Z_{II} od. $\mathfrak{Z}_{II}$	Jahr	Z_{II} od. $\mathfrak{Z}_{II}$	Jahr
104·79	61	200·05	94	300·05	37	403·21	53	500·05	75	600·05	18	701·63	45
106·37	50	201·63	83	301·63	26	404·79	42	506·37	69	601·63	07	703·21	34
107·95	39	207·95	77	303·21	15	406·37	31	507·95	58	603·21	91	704·79	23
114·26	33	209·53	66	304·79	99	412·68	25	509·53	47	607·95	01	711·11	17
115·84	22	211·11	55	309·53	09	414·26	14	515·84	41	609·53	85	712·68	06
117·42	11	217·42	49	311·11	93	415·84	03	517·42	30	611·11	74	714·26	90
119·00	95	219·00	38	312·68	82	415·84	98	519·00	19	612·68	63	715·84	79
123·74	05	220·58	27	314·26	71	417·42	87	525·32	13	619·00	57	719·00	00
125·32	89	226·89	21	320·58	65	423·74	81	526·89	02	620·58	46	722·16	73
126·89	78	228·47	10	322·16	54	425·32	70	526·89	97	622·16	35	723·74	62
128·47	67	1604·79	04	323·74	43	426·89	59	528·47	86	2628·47	29	725·32	51
1503·21	72	1606·37	88	1707·95	20	1801·63	64	1904·79	80	2006·37	12	2100·05	56
1512·68	44	1615·84	60	1719·00	76	1811·11	36	1914·26	52	2007·95	96	2109·53	28
1522·16	16	1625·32	32	1728·47	48	1820·58	08	1923·74	24	2017·42	68	2119·00	(00)
						1822·16	92			020·89	40	2120·58	84

Es seien z. B. im laufenden Jahrhunderte diejenigen Jahre zu suchen, in denen der Februar 5 Sonntage hat. Dies kann natürlich nur in Schaltjahren geschehen, in denen der erste Februar ein Sonntag ist, also wie man aus der letzten Tafel von p. 21 ersieht, nur in Jahren, deren Kalenderzahl die Hunderte 2400 hat. Nun hat 1800 die Hunderte 5.., also müssen die gesuchten Jahre 24..—5.., oder die Hunderte von $\mathfrak{Z}_{II}$ gleich 19.. haben, und solche Jahre sind 80, 52, 24, also hat Februar 5 Sonntage in den Jahren 1824, 1852 und 1880. Oder es seien diejenigen Jahre im laufenden Jahrhunderte zu suchen, in denen drei Monate mit einem Sonntage beginnen. Dies verlangt die Hunderte der Kalenderzahl 1100, wo Februar, März und November, oder 2100, wo Jänner, April und Juli mit Sonntag beginnen. Ziehen wir wieder 500 ab, da dieses zum Jahrhunderte gehört, so müssen die zu suchenden Jahre sich unter $\mathfrak{Z}_{II}$ gleich 11..—5.. oder 21..—5.., also unter 6.. und 16.. finden; es sind dies die Jahre 18, 07, 91, 85, 01, 74, 63, 57, 46, 35, 29 und 04, 88, 60, 32, also die Jahre 1801, 1804, 1807, 1818, 1829, 1832, 1835, 1846, 1857, 1860, 1863, 1874, 1885, 1888, und 1891. Oder es werde gefragt, wann im Laufe des 21. Jahrhundertes Ostern auf den 17. April fällt. Damit Ostern auf den 17. April falle, muss die Kalenderzahl zwischen den Grenzen 220·00 und 226·99 oder 1620·00 und 1626·99 eingeschlossen sein, also wegen $\mathfrak{Z}_{I}$ für 2000 gleich 110·69 muss $\mathfrak{Z}_{II}$ zwischen den Grenzen 220·00—110·69 und 226·99—110·69 oder 1620·00—110·69 und 162·699—110·69, also zwischen den Grenzen 109·31 bis 116·30 oder 1509·31 bis 1516·30 eingeschlossen sein; dem entsprechen blos die Jahre 33, 22 und 44, also fällt im 21. Jahrhunderte Ostern nur in den Jahren 2022, 2033 und 2044 auf den 17. April. Oder es werde gefragt, wann fällt Ostern im laufenden Jahrhunderte auf sein spätestes Datum, den 25 April. Die Kalenderzahl muss zwischen den Grenzen 1028·40 bis 1029·99 oder 2428·40 bis 2429·99 sein, also $\mathfrak{Z}_{II}$ wegen $\mathfrak{Z}_{I}$ gleich 500·21 zwischen den Grenzen 1028·40 — 500·21 bis 1029·99 — 500·21 oder 2428·40 — 500·21 bis 2429·99 — 500·21, also zwischen den Grenzen 528·19 bis 529·78 oder 1928·19 bis 1929·78. Dieser Bedingung entspricht aber nur das Jahr 86, es wird also im laufenden Jahrhunderte Ostern nur im Jahre 1886 auf sein spätestes Datum, den 25. April fallen. Die angeführten Beispiele mögen genügen, um zu zeigen, wie sich alle ähnlichen Fragen mit Leichtigkeit lösen lassen.

Zeitschrift/Journal: Denkschriften der Akademie der Wissenschaften.Math.Natw.Kl. Frueher: Denkschr.der Kaiserlichen Akad. der Wissenschaften. Fortgesetzt: Denkschr.oest.Akad.Wiss.Mathem.Naturw.Klasse.

Jahr/Year: 1884

Band/Volume: 48_2

Autor(en)/Author(s): Schram Robert Gustav

Artikel/Article: Über die christliche Festrechnung und die in den "Hilfstafeln für Chronologie" mit Kalenderzahl bezeichnete Grösse. 31-52