

II. OPTISCHE UNTERSUCHUNGSMETHODEN

VON

FRIEDRICH BECKE,

W. M. K. A.

Mit 27 Textfiguren.

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 5. NOVEMBER 1903.

Inhalt.

| | Seite |
|--|---------|
| Allgemeine Regeln | 3 [57] |
| A. Orthoskopische Methoden | 3 [57] |
| 1. Bestimmung der Lichtbrechung | 3 [57] |
| 2. Bestimmung der Größe der Doppelbrechung | 4 [58] |
| 3. Dispersion der Doppelbrechung | 6 [60] |
| 4. Messung der Dispersion der Doppelbrechung | 8 [62] |
| B. Konoskopische Methoden | 10 [64] |
| 1. Die Geschwindigkeits-Ellipsen | 10 [64] |
| 2. Die Skiodromen | 12 [66] |
| 3. Ableitung der Isogyren aus den Skiodromen | 20 [74] |
| Einaxige Krystalle | 21 [75] |
| Zwei-axige Krystalle | 24 [78] |
| A. Schnitte senkrecht auf die optischen Symmetrie-Axen | 24 [78] |
| B. Schnitte senkrecht auf einer optischen Symmetrie-Ebene | 26 [80] |
| C. Schiefe Schnitte | 28 [82] |
| Die Haupttypen der Isogyren abgeleitet aus den Haupttypen des Skiodromen-Netzes | 31 [85] |
| Unterscheidung ein- und zwei-axiger Krystalle, Erkennung des Charakters der Doppelbrechung | 33 [87] |
| 4. Messungen im konvergenten Licht | 34 [88] |
| Ermittlung der Lage der optischen Axe | 34 [88] |
| Ermittlung des Winkelabstandes | 37 [91] |
| Ermittlung des Axenwinkels $2V$ aus der Spur einer optischen Axe und einer Mittellinie | 38 [92] |

Die optischen Untersuchungen wurden an dem Material, das die geologischen Aufnahmen in der Zentralkette der Ostalpen geliefert hatten, mit einer gewissen Vorliebe angewendet. Es war aber nicht nur persönliche Vertrautheit mit dem Mikroskop und eine Art Liebhaberei, welche den Verfasser antrieb, gerade diese Methoden, soweit als es mit seinen Hilfsmitteln angieng, auszunützen, wenn auch diese Vorliebe nicht geleugnet werden soll. Es waren auch andere Erwägungen dabei maßgebend. Einmal die Wahrnehmung, daß bei den oft so vielfach mit einander verwachsenen und verschränkten Gemengteilen der krystallinen Schiefer bei ihrer vielfachen Umschließung die optische Untersuchung richtigere Aufschlüsse versprach als die Versuche, die Gemengteile mechanisch zu sondern und chemisch zu untersuchen.

Ferner können die verfeinerten optischen Untersuchungsmethoden Verhältnisse aufklären, welche die sorgfältigste chemische Analyse nicht zu enthüllen vermag, jene feineren und oft gesetzmäßigen Änderungen der chemischen Zusammensetzung, die sich in der Zonenstruktur isomorpher Schicht- und Mischkrystalle verraten. Diesen gegenüber versagt die Analyse völlig, während die optische Untersuchung eine reiche Ernte gewährt, sobald das Gesetz bekannt ist, das die chemische Zusammensetzung isomorpher Mischungen und die optischen Charaktere verknüpft.

Es läßt sich ja nicht leugnen, daß wir in dieser Hinsicht noch am Anfang einer Entwicklung stehen, deren Ende vielleicht noch in sehr weiter Ferne liegt. Dennoch kann man sagen, daß es einzelne Mineralgruppen gibt, in denen der Zusammenhang der Lichtbewegung mit der stofflichen Mischung soweit geklärt ist, daß der Rückschluß aus der ersten auf die letztere mit voller Exaktheit möglich ist. Die Feldspate sind dafür ein glänzendes Beispiel.

Bei der Feldspatgruppe gilt es also, jene Beobachtungen anzustellen, welche am raschesten und sichersten zur Kenntnis der optischen Orientierung führen, oder doch solche Merkmale liefern, aus denen die chemische Mischung erschlossen werden kann.

Bei anderen Mineralgruppen sind wir noch nicht so weit. Aus der ermittelten optischen Orientierung und den sonstigen optischen Eigenschaften folgt bei Hornblenden, Pyroxenen, Glimmern u. s. w. noch nicht mit Sicherheit ihre chemische Konstitution. Es könnte daher vielleicht für vergebliche Arbeit angesehen werden, wenn trotzdem auf die möglichst sorgfältige optische Charakteristik Wert gelegt wurde. Das ist jedoch nicht der Fall. Die optische Charakteristik ist von bleibendem Wert. Wenn auch die chemische Deutung vielfach noch nicht möglich ist, so kann sie doch Identität oder Unterschiede der Gemengteile verschiedener Gesteine sicherstellen und es kann späterhin der Wert der Angaben noch steigen, wenn das Gesetz, das chemische Mischung und optische Charakteristik verknüpft, auch bei diesen Gruppen gefunden sein wird. Ansätze zu einer solchen Kenntnis sind übrigens schon derzeit vorhanden, wie in dem speziellen Teile sich zeigen wird.

Es sind übrigens die optischen Untersuchungen noch aus einem anderen Gesichtspunkte gepflegt worden. Hat man an den Feldspaten zuerst das chemische Gesetz erkannt, dann die Verbindung zwischen chemischer Mischung und optischer Charakteristik gefunden und endlich gelernt, die optische Orientierung in den Dünnschliffen der Gesteine zu ermitteln, so könnten umgekehrt optische Untersuchungen der Gesteinsgemengteile jetzt umgekehrt den Weg weisen, um die extremen Mischungen aufzufinden und dann deren chemische Zusammensetzung zu ergründen.

Bei diesen Gesichtspunkten versteht es sich von selbst, daß Wert darauf gelegt wurde, an Stelle des bloßen Schauens und der Erfassung rein qualitativer Unterschiede nach Möglichkeit die Messung und die Zahl treten zu lassen. Dabei verschließen wir uns nicht der Einsicht, daß Messungen an Dünnschliffen, ausgeführt mit dem Mikroskop, mit Fehlern behaftet sind, die man bei Untersuchungen an größeren Individuen vermeiden kann. Diese Einsicht hat uns nicht abgeschreckt. Eine Messung mit Kenntnis der Fehlergrenze ist immer noch besser als keine Messung.

Allgemeine Regeln.

In dem petrographischen Teil der vorliegenden Arbeit werden viele optische Untersuchungsmethoden angewendet, die sich zum Teil mit und während dieser Untersuchungen entwickelt haben. Es scheint wünschenswert, in dieser Einleitung eine kurze Übersicht derselben zu geben und namentlich festzusetzen, in welcher Form die Resultate derselben im einzelnen mitgeteilt sind. Die optischen Methoden gestatten in ihrer jetzigen Durcharbeitung ein hohes Maß von Präzision, verlangen aber einen unzweideutigen Gebrauch der Zeichen und Symbole; aus diesem Grunde ist es unerlässlich, die Art zu fixieren, in welcher die Zeichen hier gebraucht werden sollen.

Zunächst sei festgesetzt, daß α , β , γ die Brechungsexponenten in der Reihenfolge vom kleinsten zum größten bedeuten. In einem beliebigen Schnitt treten zwei Brechungsexponenten auf, von denen der kleinere α' zwischen α und β , der größere γ' zwischen γ und β liegt. Dieselben Buchstaben bedeuten auch die Schwingungsrichtungen derjenigen Wellen, welche sich mit dem betreffenden Brechungsexponenten durch den Krystall fortpflanzen. Dabei wird angenommen, daß die Schwingungsrichtung senkrecht steht auf der Polarisationssebene von Malus.

In welcher Weise Auslöschungswinkel gezählt werden, läßt sich nicht allgemein fixieren. Die Bedeutung der gebrauchten Ausdrücke ist bei der Besprechung der einzelnen Mineralgruppen nachzusehen. Als allgemeine Norm für die Angabe der Auslöschungswinkel an Zwillingen soll aber festgehalten werden, daß nicht der Winkel zwischen den beiden Auslöschungsrichtungen, sondern zwischen einer Auslöschungsrichtung und der Zwillingsgrenze angegeben wird.

Entsprechend dem allgemeinen Gebrauche wird bei Feldspäten immer die Lage der Auslöschungsrichtung bestimmt, die der Schwingungsrichtung der rascheren Welle entspricht (α'). Bei den Mineralen der Amphibol-Pyroxen-Gruppe immer die Schwingungsrichtung der langsameren Welle (γ').

Bei der Einschaltung von Probeplatten (Gipsplatten vom Rot erster Ordnung, Gips- oder Quarzkeil, $\frac{1}{4}\lambda$ Glimmerplatten) ist immer jene Stellung gebraucht worden, wo die Schwingungsrichtung der rascheren Welle durch die Quadranten links-hinten-rechts-vorne geht. Diese Stellung wird als Regelstellung bezeichnet.

A. Orthoskopische Methoden.

1. Bestimmung der Lichtbrechung.

Zur Ermittlung der Lichtbrechung wurde häufig der Vergleich mit Quarz¹ oder mit Canada-balsam² ($n = 1.54$) angewendet. In besonderen Fällen kam auch die von Schroeder van der Kolk³ ausgebildete Methode der Immersion in Flüssigkeiten in Anwendung. Hierbei wurde in der Regel so verfahren, daß aus zwei passenden Flüssigkeiten ein Medium hergestellt wurde, in welchem die Konturen des zu prüfenden Objektes verschwanden. Der Brechungsexponent der Immersionsflüssigkeit wurde mit dem kleinen handlichen Mikrofraktometer von Bertrand ermittelt, dessen Skala durch einige Mineralplatten von bekannten Indices ausgewertet wurde.

¹ F. Becke: Über die Bestimmbarkeit der Gesteinsgemengteile auf Grund ihres Lichtbrechungsvermögens. Sitzb. Wiener Akad., Juli 1893.

² M. Lévy: Détermination des Feldspaths. I. Paris. 1894.

³ J. L. C. Schroeder van der Kolk. Tabellen zur mikroskopischen Bestimmung der Mineralien nach ihrem Brechungsindex. Wiesbaden, 1900.

Denkschriften der mathem.-naturw. Classe. Bd. LXXV.

2. Bestimmung der Größe der Doppelbrechung.

Die Bestimmung der Differenz ($\gamma - \alpha$) beruht auf zwei von einander unabhängigen Messungen:

1. Der Messung des durch eine Platte parallel der Ebene der optischen Axen hervorgebrachten Gangunterschiedes.
2. Der Dickenmessung.

Die Dickenmessung erfolgte in der Regel nicht an demselben Durchschnitt, der zur Bestimmung des Gangunterschiedes gedient hatte, sondern an einem möglichst benachbarten Durchschnitt eines bekannten Minerals von möglichst niedrigem Brechungsexponenten. Quarz oder Alkali-Feldspate wurden am häufigsten verwendet.

Die Dickenmessung erfolgte nach der von Michel Levy angegebenen Methode¹ durch Einstellung auf die feinen Stäubchen der Ober- und der Unterseite des Durchschnittes und Ablesung der Tubusverschiebung an der geteilten Mikrometerschraube. Die von M. Levy angegebenen Vorsichtsmaßregeln wurden (bis auf die Anwendung roten Lichtes) eingehalten. Besondere Aufmerksamkeit erfordert der tote Gang der Mikrometerschraube; die Einstellungen wurden stets durch Drehung im selben Sinn erreicht. Zu diesen Messungen diente ein Wasser-Immersionssystem. Bei entsprechender Sorgfalt ist es nicht schwer, die Dicke auf 0·001 mm genau zu erhalten. Da die Dünnschliffe 0·02 bis 0·03 mm dick zu sein pflegen, ist die erreichbare Genauigkeit der Dickenbestimmung 3 bis 5 Prozent. Da die Ermittlung des Gangunterschiedes mit viel größerer Genauigkeit geschehen kann, stellt diese Zahl auch die beiläufige Fehlergrenze in der Bestimmung von ($\gamma - \alpha$) dar.

Zur Messung des Gangunterschiedes müssen die Durchschnitte parallel der Axenebene ausgesucht werden. Ihre Auffindung ist dadurch erleichtert, daß es die Durchschnitte mit der höchsten Interferenzfarbe sind. Stets wurden sie auf das Vorhandensein des bekannten disymmetrischen Interferenzbildes geprüft und nur solche Schnitte benützt, welche den Mittelpunkt des Systems isochromatischer Kurven nahezu im Mittelpunkt des Gesichtsfeldes zeigten. Wenn man durch Mangel besser orientierter Schnitte genötigt war, einen Schnitt zu verwenden, wo diese Abweichung etwa 5° überstieg, ist dies jedesmal angegeben. Die Zahl für ($\gamma - \alpha$) ist dann zu klein.

Zur Bestimmung des Gangunterschiedes wurde ausschließlich der Kompensator von Babinet benützt.

Die Einrichtung des Babinet darf als bekannt vorausgesetzt werden. Die Kombination der beiden Quarzkeile (Fig. 1a) wirkt so, als ob zwei entgegengesetzt orientierte Keile mit ihren Schärften gegen-

Fig. 1.



einander gekehrt wären (Fig. 1b). In der Ruhelage ist die Schneide des Doppelkeiles auf die Mitte des Gesichtsfeldes eingestellt. Hier ist der Gangunterschied 0, daher an dieser Stelle zwischen gekreuzten Nikols ein tiefschwarzer Kompensationsstreif; von der Mitte an folgen nach beiden Seiten in weißem Licht die Farben der Interferenz-Farbenskala entsprechend steigenden Gangunterschieden; in homogenem Licht abwechselnd helle und dunkle Streifen, welche letztere vom Kompensationsstreif nicht zu unterscheiden sind.

¹ M. Lévy et A. Lacroix. *Minéraux des roches*, p. 59. Paris, 1888.

Durch die mit einem Zählwerk verbundene Mikrometerschraube kann man verschiedene wirksame Quarzdicken in die Mitte des Gesichtsfeldes führen und dadurch hier jeden beliebigen Gangunterschied hervorbringen.

Die Distanz zweier dunkler Streifen im Na-Licht, ausgedrückt in Umdrehungen der Mikrometerschraube, sei δ . Bedeutet n die Höhe eines Schraubenganges in mm , φ den Keilwinkel des Kompensators (Fig. 1), ε und ω die Brechungsexponenten des Quarzes für Na-Licht, λ die Wellenlänge des Na-Lichtes, so ist, da der erste dunkle Streif nach dem Kompensationsstreif dort erscheint, wo die wirksame Quarzschicht einen Gangunterschied von einer Wellenlänge hervorruft,

$$n\delta 2 \tan \varphi (\varepsilon - \omega) = \lambda.$$

Von den hier vorkommenden Größen ist δ gemessen, $\lambda = 0.0005896$; somit kann das Aggregat $2n \tan \varphi (\varepsilon - \omega)$ berechnet werden. Diese Größe, welche ich mit C bezeichnen will, ändert sich etwas mit der Wellenlänge des angewandten Lichtes. Entnimmt man auch $(\varepsilon - \omega)$ den physikalischen Tabellen (0.0091), so läßt sich auch die eigentliche Instrumentkonstante

$$C_0 = 2n \tan \varphi$$

berechnen, welche unabhängig von der Lichtsorte in jede Beobachtung eingeht.

Wenn die Dispersion der Doppelbrechung vernachlässigt werden kann, wie das bei der Beobachtung an Dünnschliffen die Regel ist, so kann die Konstante C , die eigentlich nur für Na-Licht gilt, auch bei der Berechnung von Beobachtungen in weißem Licht angewendet werden. Wie eine kurze Berechnung lehrt, ist der Fehler, den man begeht, kleiner als ein halbes Prozent.

Schaltet man zwischen gekreuzten Nicols unter dem auf die Ruhelage eingestellten Kompensator eine doppelbrechende Platte in Diagonalstellung ein, so wird der Kompensationsstreif verschoben. Durch Drehen der Mikrometerschraube kann der Kompensationsstreif in die Mitte des Gesichtsfeldes zurückgebracht werden. Ist l die Zahl der hierzu erforderlichen Schraubenumdrehungen, so wird in den Gang des Lichtes eine wirksame Quarzschicht gebracht, deren Gangunterschied $l \times C$ gleich und entgegengesetzt ist dem Gangunterschied der zu prüfenden Platte. Dieser ist seinerseits gleich der Dicke derselben d multipliziert mit der Differenz der Brechungsexponenten, die für die beiden die Platte durchsetzenden Wellen gelten ($\gamma - \alpha$).

Ist die Dicke der Platte bestimmt, so sind in der Gleichung $l \cdot C = d(\gamma - \alpha)$ alle Stücke bis auf $(\gamma - \alpha)$ bekannt, welches berechnet werden kann

$$(\gamma - \alpha) = \frac{lC}{d}.$$

Statt die Verschiebung des Kompensationsstreifs von der Ruhelage aus zu messen, ist es zweckmäßiger, die zu prüfende Platte nach einander in zwei um 90° verschiedene Diagonalstellungen zu bringen. Der Abstand der einmal nach links oben, einmal nach rechts unten verschobenen Kompensationsstreifen ist dann gleich $2l$. Zur Vermeidung toten Ganges ist es gut, sich beiden Einstellungen durch Drehen der Schraube im selben Sinne zu nähern.

Schwierigkeiten verursachen bei der Ermittlung der Stärke der Doppelbrechung starke Absorptionsunterschiede, die die Deutlichkeit der Interferenzstreifen außerordentlich beeinträchtigen. Dann lassen sich brauchbare Beobachtungen nur in sehr dünnen Schnitten machen (dunkle Hornblenden, Biotit).

Mitunter ist die Erkennung des Kompensationsstreifens bei stärkerer Dispersion der Doppelbrechung nicht ganz leicht. Man prüfe dann zuerst sehr dünne Stellen des Durchschnittes, wie sie öfter an auskeilenden Rändern gegeben sind. Hier läßt sich bisweilen das Kompensationsgrau erkennen. Beim Verschieben des Keils wandert der graue Streifen einwärts von dünneren zu dickeren Stellen und man kann ihn dann öfter bis zur Ausbreitung auf der Fläche des Durchschnittes verfolgen, wo er dann lebhaft

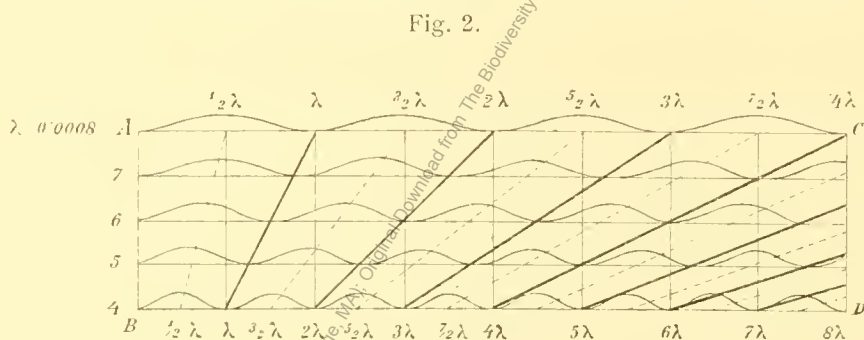
Farbensäume zeigen mag. Bisweilen kann man auch den Charakter der Färbung des Kompensationsstreifens an minder stark doppelbrechenden Schnitten oder Varietäten sich einprägen und erkennt ihn dann auch bei intensiverer Färbung wieder.

3. Dispersion der Doppelbrechung.

Die Differenz der Brechungsexponenten ($\gamma - \alpha$) ändert sich mit der Wellenlänge. Meist ist diese Änderung nicht sehr auffallend, manchmal aber doch so merklich, daß sie sich durch gewisse Farbenscheinungen verrät. Diese sollen zunächst besprochen werden.

Hiezu gehört zunächst die Abweichung der von den Durchschnitten eines Minerals dargebotenen Interferenzfarben von der Normalfolge der Newton'schen Farbenskala, wie sie in einer keilförmigen Luftschicht entsteht.

Die Entstehung dieser Farben kann durch folgendes Diagramm (Fig. 2) veranschaulicht werden:



$ABCD$ bedeute eine dünne, keilförmige Luftschicht, die bei AB auskeilt. Ein schmaler spaltförmiger Ausschnitt parallel AC werde glänzend durch weißes Licht beleuchtet und durch ein Beugungsgitter beobachtet. Man würde dann die spektrale Zerlegung der Interferenzfarben vor Augen haben.

An den mit λ , 2λ , 3λ , ... bezeichneten Linien würde die größte Dunkelheit, an den dazwischen liegenden $\frac{1}{2}\lambda$, $\frac{3}{2}\lambda$, ... die größte Helligkeit auftreten. Die Zahlen an der linken Seite geben die Wellenlänge der im Beugungsspektrum auseinandergelagerten Farben an.

Ein Keil aus einer doppelbrechenden Substanz, bei welchem ($\gamma - \alpha$) für alle Farben denselben Wert hat, wird zwischen gekreuzten Nicols bei entsprechend gewähltem Keilwinkel dasselbe Linien- und Kurvensystem und daher dieselben Farben geben wie die Luftschicht — daher normale Farben.

Wird ($\gamma - \alpha$) für die kurzwelligen Strahlen merklich größer als für die langwelligen ($\gamma - \alpha$) _{$\rho < \nu$} , so wird folgendes eintreten. Auf der untersten Linie $\lambda = 0,0004$ wird die Stelle, wo der Gangunterschied $d(\gamma - \alpha)$ den Wert einer Wellenlänge erreicht, schon früher erreicht werden, auf der oberen Linie $\lambda = 0,0008$ später. Die Linie λ wird stärker geneigt sein und ähnlich werden sich alle anderen Linien verhalten. Die Folge davon ist eine größere Lebhaftigkeit der Farben erster Ordnung, welche unter Umständen fast so lebhaft werden können wie die Farben zweiter Ordnung der normalen Skala. Solche Farben nenne ich übernormale Farben.

Schon der Quarz hat etwas übernormale Farben. Etwas übernormal dürften die Farben der meisten Minerale sein. Stark übernormal sind beispielsweise die Farben beim Epidot. Hier und in ähnlichen Fällen ist namentlich das lebhaft lichte Blau der ersten Ordnung charakteristisch, das fast ohne Weiß zu passieren, direkt in ein eigentümlich grelles Hellgelb überschlägt. Das nun folgende Rot erster Ordnung hat bereits den leuchtenden Karminton, den man bei anderen Mineralien erst im Rot zweiter Ordnung findet. Ferner tritt bereits in der zweiten Ordnung ein leuchtendes Grün auf.

Ist umgekehrt die Doppelbrechung für Rot größer als für Blau ($\gamma - \alpha$) _{$\rho > \nu$} , so werden sich die Linien λ , 2λ , 3λ , ... steiler stellen. Wir erhalten erst in der zweiten Ordnung oder noch später diejenige Neigung und infolgedessen jene Farbmischung, welche in der normalen Farbenfolge bereits in der ersten

Ordnung auftritt. Die Interferenzfarben werden in den ersten Ordnungen matt, stumpf, das Bläulichweiß erster Ordnung ist kaum angedeutet, das Weiß nimmt an Ausdehnung zu, das Gelb erster Ordnung erscheint bräunlich, das Rot erster Ordnung trüb. Dies sind die unternormalen Farben.

Eine gute Vorstellung von dem Aussehen der unternormalen Farben erhält man, wenn man die ersten Farbenstreifen des Babinet'schen Kompensators zwischen parallelen Nicols betrachtet. Sie entsprechen der Linie $\frac{1}{2}\lambda$ in dem Diagramm.

Unternormale Farben hat in typischer Entwicklung der Klinochlor und eisenarme Chlorite überhaupt, die Sprödglimmer, manche Hornblenden, Turmaline.

Sie treten auch öfter im Verein mit starker Dispersion des Axenwinkels auf in Schnitten, welche der Ebene der optischen Axen nicht parallel gehen. Ist die Dispersion der optischen Axen $\rho > \nu$ um die erste Mittellinie, so werden Schnitte, deren Normalen in den Bereich des spitzen Axenwinkels fallen, unternormale, Schnitte im Bereich des stumpfen Axenwinkels übernormale Farben haben.

Schließlich kommen Fälle vor, wo innerhalb des Spektralbereiches ein Wechsel im Zeichen der Doppelbrechung eintritt. Für eine bestimmte Farbe liefert das Mineral keinen Gangunterschied, für das eine Ende des Spektrums verhält es sich positiv, für das andere negativ. Dann nimmt $(\gamma - \alpha)$ mit der Wellenlänge zunächst bis 0 ab, um dann mit geänderten Vorzeichen wieder zu wachsen. Die Folge davon sind anormale Farben. Sie finden sich unter den gesteinsbildenden Mineralien bei manchen Chloriten, Vesuvianen und Melilithen.

Mäßige Grade der Dispersion der Doppelbrechung rufen auch bei der Kompensation mit dem Babinet'schen Kompensator charakteristische Erscheinungen hervor, die man sich an der Hand eines Diagramms leicht klar machen kann.

In Fig. 3 bedeute 00 die Lage des Kompensationsstreifens in der Nullstellung. Nach Einschaltung der doppelbrechenden Platte werde er nach rechts verschoben. Ist die Dispersion von $(\gamma - \alpha)$ größer als die Dispersion $(\varepsilon - \omega)$ im Quarz, so wird die Kompensation im Violett an einer Stelle erfolgen, die weiter von der Nullstellung entfernt ist als im Rot.

Denken wir uns die Erscheinung spektral zerlegt, so werden die dunklen Stellen im Farbenband einen geneigten Streifen bilden.

Bezeichnen wir die im roten und violetten Licht bis zur Kompensation erforderlichen Schraubenumdrehungen mit l_p und l_v , mit d die Dicke der Platte, mit C_0 die Instrument-Konstante des Babinet, so ist:

$$(\gamma - \alpha)_p d = (\varepsilon - \omega)_p l_p C_0$$

$$(\gamma - \alpha)_v d = (\varepsilon - \omega)_v l_v C_0$$

und

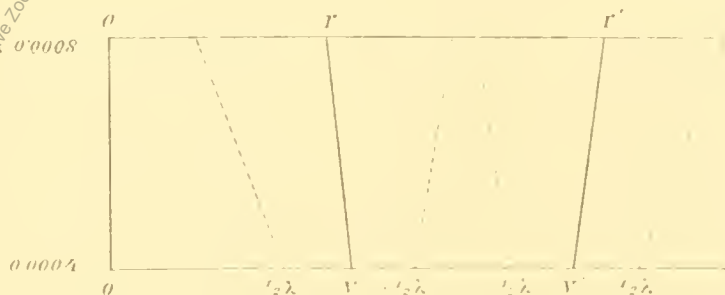
$$\frac{l_v}{l_p} = \frac{(\gamma - \alpha)_v}{(\gamma - \alpha)_p} : \frac{(\varepsilon - \omega)_v}{(\varepsilon - \omega)_p}$$

Wenn das Dispersionsverhältnis des Minerales größer als das des Quarzes ist, so wird $l_v > l_p$ und die Neigung des Kompensationsstreifs ist so, wie sie unter r gezeichnet ist.

Ist das Dispersionsverhältnis kleiner als bei Quarz, so wird $l_v < l_p$ und die Neigung des Kompensationsstreifens wird durch r' dargestellt.

Im ersteren Falle hat man an der inneren, der Ruhelage zugewendeten Seite des Kompensationsstreifens einen bläulichen, an der Außenseite einen rötlichen (mitunter gelblichen oder bräunlichen) Saum. Im zweiten Falle liegen die Farbensäume umgekehrt. Diese Erscheinungen steigern sich mit der Dicke der Platte.

Fig. 3.



Wenn man den Analysator um 90° dreht, so treten die Streifen mit einem Gangunterschied von einer halben Wellenlänge farbig hervor; der Unterschied dieser beiden Bänder ist dann öfter deutlicher wahrnehmbar als die Farbensäume des Kompensationsstreifens bei gekreuzten Nicols.

Ist das Dispersionsverhältnis größer als bei Quarz, so ist das innere Band lebhafter gefärbt, ist es kleiner, so ist das äußere lebhafter. (Fig. 3 punktierte Linien $-1/2\lambda$ und $+1/2\lambda$.) Bei einer Dispersion der Platte gleich der des Quarzes ist kein Unterschied zu merken.

Die Erscheinungen werden noch weiter kompliziert durch eine ungleiche Änderung des Dispersionsverhältnisses in den verschiedenen Spektralbereichen. Hiedurch wird bei spektraler Zerlegung eine Krümmung des Kompensationsstreifens bewirkt. Beim Gips ist das der Fall; hier hat bei Kompensation einer dickeren Gipsplatte durch Quarz der Kompensationsstreifen innen einen grünen, außen einen violetten Saum. Dies entspricht einer nach innen konkaven Form des spektral zerlegten Kompensationsstreifens.

4. Messung der Dispersion der Doppelbrechung.

Wie man den Unterschied der Brechungsexponenten für verschiedene Spektralbereiche durch Kombination des Babinet'schen Kompensators mit einem Okularspektroskop messen kann, hat jüngst Herr Dr. C. Hlawatsch in einer im Wiener mineralogischen Universitätsinstitut ausgeführten Arbeit gezeigt.¹

Die dort angewandte Methode ist für die Arbeiten des Petrographen zu kompliziert und schwierig. Auch die Beleuchtung mit monochromatischem Licht von verschiedener Wellenlänge, wie sie durch Wülfing's Spektラルapparate ermöglicht ist, wird wohl für die laufenden Arbeiten des Petrographen als zu umständlich befunden werden.

Ich habe den Versuch gemacht, der Dispersion der Doppelbrechung durch Anwendung von Lichtfiltern nachzugehen. Ich benützte ein Rubinglas und ein Kobaltglas. Die Wellenlänge des durchgelassenen Lichtes kann man ein für allemal bestimmen, oder man kann, da insbesondere beim blauen Lichtfilter die Wellenlänge des vorzugsweise wirksamen Lichtes sehr von der Lichtquelle abhängt, diese Wellenlänge im Versuch selbst auf indirektem Wege ermitteln.

Man verfährt so: Nachdem im weißen Licht der Kompensationsstreif eingestellt ist, schiebt man das Lichtfilter vor und stellt den Kompensationsstreif genau ein; ebenso nach Drehung der Platte um 90° . Die Differenz der Ablesungen ist $2l$. Ist nun C_0 die Instrumentkonstante, d die Dicke der Platte, $(\gamma - \alpha)_\lambda$ und $(\varepsilon - \omega)_\lambda$ die Unterschiede der Brechungsexponenten im Mineral und im Quarz für die Wellenlänge λ , so hat man:

$$(\gamma - \alpha)_\lambda = \frac{l C_0 (\varepsilon - \omega)_\lambda}{d}.$$

Auf der rechten Seite des Ausdruckes ist alles bekannt bis auf $(\varepsilon - \omega)_\lambda$. Nimmt man nun den Abstand zweier dunkler Streifen in dem von der Lichtquelle gelieferten und durch das Lichtfilter durchgelassenen Licht δ_λ , so hat man

$$\delta_\lambda C_0 (\varepsilon - \omega)_\lambda = \lambda$$

oder

$$\delta_\lambda C_0 = \frac{\lambda}{(\varepsilon - \omega)_\lambda}.$$

Die Größen links sind bekannt, somit kennt man das Verhältnis $\lambda : (\varepsilon - \omega)_\lambda$.

¹ Bestimmung der Doppelbrechung für verschiedene Farben an einigen Mineralien. Min. Petr. Mitt. Wien, 21, 107, 1902.

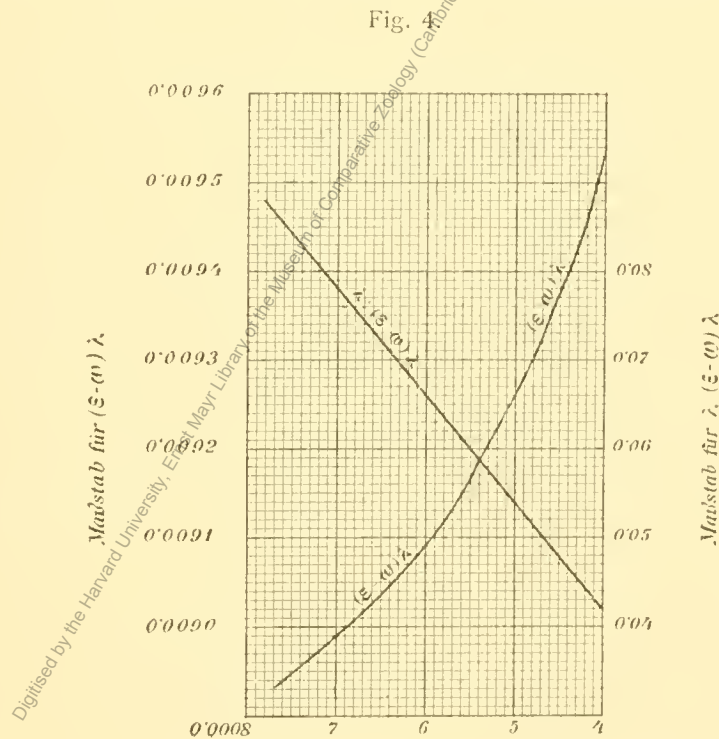
Dieses Verhältnis ändert sich sehr stark mit der Wellenlänge, wie die hier folgende Tabelle zeigt, die nach den Angaben in Landolt-Bernstein's physikalischen Tabellen zusammengestellt ist:

| | λ | $\varepsilon - \omega$ | $\lambda : (\varepsilon - \omega)$ |
|---|-----------|------------------------|------------------------------------|
| A | 0·000759 | 0·00894 | 0·085 |
| B | 687 | 900 | 76 |
| C | 656 | 903 | 72 |
| D | 589 | 911 | 65 |
| E | 527 | 923 | 57 |
| F | 486 | 930 | 52 |
| G | 431 | 944 | 46 |
| h | 410 | 954 | 43 |
| H | 397 | 959 | 41 |

Das Verhältnis $\lambda : (\varepsilon - \omega)$ entspricht fast genau einer linearen Funktion der Wellenlänge. Man kann daher λ berechnen, wenn $\lambda : (\varepsilon - \omega)$ gegeben ist. Die aus obiger Tabelle abgeleitete Formel lautet:

$$\lambda = \frac{\lambda}{\varepsilon - \omega} \cdot 0\cdot00834 + 0\cdot000049.$$

Noch einfacher ist es, das hier mitgeteilte Diagramm (Fig. 4) zu benutzen, welches, über einer Abszisse die Wellenlängen darstellend, die Kurven für $(\varepsilon - \omega)_\lambda$ und das Verhältnis $\lambda : (\varepsilon - \omega)_\lambda$ enthält. Der Gebrauch



des Diagramms ist sehr einfach. Aus den Beobachtungen findet man die Größe $\lambda : (\varepsilon - \omega)_\lambda$ für das verwendete Lichtfilter. Man sucht den entsprechenden Punkt der geraden Linie $\lambda : (\varepsilon - \omega)_\lambda$ und findet an der Abszisse die Wellenlänge, an der zweiten Kurve die Differenz der Brechungs-exponenten für Quarz für diese Wellenlänge, so daß die Formel für $(\gamma - \alpha)_\lambda$ auf Seite 8 (62) ausgewertet werden kann und nebstbei ist die Wellenlänge des angewendeten Lichtes bekannt.

B. Konoskopische Methoden.

Konoskopische Beobachtungen fanden ausgedehnte Verwendung. Die neuerdings in größerer Zahl erscheinenden Handbücher, welche den Gebrauch des Polarisations-Mikroskops behandeln, ließen mich bemerken, daß die Kenntnis und der vielseitige Gebrauch des Mikrokonoskops noch lange nicht so verbreitet ist, als es die Raschheit und Übersichtlichkeit des konoskopischen Arbeitens verdienen würde.

Wenn ich hier die konoskopischen Untersuchungsmethoden ausführlicher behandle, so soll damit kein abträgliches Urteil über das Arbeiten mit der Theodolithmethode ausgesprochen werden, mit welcher Methode die konoskopische vielfach in Konkurrenz treten kann. Im Gegenteil erwähne ich ausdrücklich und dankbar die vielfache Anregung, die ich den Schriften E. von Fedorow's über Theodolithmethode¹ verdanke. Manche von den konoskopischen Methoden sind geradezu Anpassungen der von v. Fedorow gefundenen Sätze an die Arbeitsweise im konvergenten Licht. Der Nachweis, daß viele von den Untersuchungen, deren Durchführbarkeit auf dem allerdings meist etwas zeitraubenden und umständlichen Wege der Theodolithmethode E. von Fedorow gefunden hat, auch auf dem kürzeren, leichteren Wege der konoskopischen Untersuchung erledigt werden können, dürfte aber vielleicht manchem Forscher willkommen sein, und dem weiteren Fortschritt exakter optischer Untersuchungen an den Dünnschliffen der Gesteine die Wege bahnen.

1. Die Geschwindigkeitsellipsen.

Zur Übersicht der Fortpflanzungsgeschwindigkeit und Schwingungsrichtung ebener Wellen in doppelbrechenden Krystallen ist sehr geeignet eine Darstellungsart, die schon in Beer's Einleitung in die höhere Optik enthalten ist, aber bisher in der mineralogischen Literatur trotz ihrer augenscheinlichen Vorzüge keine Beachtung gefunden hat.²

In einem optisch zweiaxigen Krystalle haben alle Wellen, deren Normalen mit den optischen Axen Winkel η und η' einschließen, deren Summe $\eta + \eta'$ konstant ist, die gleiche Fortpflanzungsgeschwindigkeit. Die zugehörigen Wellennormalen erfüllen die Oberfläche eines elliptischen Kegels, für den die optischen Axen die Rolle von Brennstrahlen spielen. Die Summe $\eta + \eta'$ variiert von einem Wert $= 2V$ bis zu 180° und den verschiedenen Werten von $\eta + \eta'$ entspricht eine Schaar von konfokalen elliptischen Kegelmänteln, von denen der erste sich auf den zwischen den optischen Axen gelegenen Sektor der Axenebene reduziert, während das andere Extrem der auf der I. Mittellinie senkrechten Kreisebene entspricht.

Wir wollen, um eine bestimmte Vorstellung festzuhalten, einen optisch negativen Krystall betrachten. Dann hat der Komplex von ebenen Wellen, deren Normalen den Sektor zwischen den optischen Axen A und B erfüllen, die mittlere Geschwindigkeit $\frac{v}{\beta}$, wobei v die Geschwindigkeit in der Luft, β den mittleren Brechungsexponenten³ bedeutet. Dem anderen Extrem, gebildet von den Normalen senkrecht zur ersten Mittellinie α , entspricht die größte Geschwindigkeit $\frac{v}{\alpha}$. Den zwischenliegenden Geschwindigkeitskegeln entsprechen Geschwindigkeiten zwischen $\frac{v}{\alpha}$ und $\frac{v}{\beta}$.

Diese Geschwindigkeitskegel heißen nach Beer Geschwindigkeitskegel erster Art.

¹ Universal- (Theodolith-) Methode in der Mineralogie und Petrographie, 1. Zeitschr. f. Kryst., 21, 574—678, 1893. II. Ebenda, 22, 229—268, 1894.

² August Beer: Einleitung in die höhere Optik. 2. Aufl., bearb. von V. v. Lang, 1882, S. 373 ff und S. 304 ff.

³ Die drei Brechungsexponenten eines zweiaxigen Krystalls werden hier wie üblich in der Reihenfolge $\alpha < \beta < \gamma$ bezeichnet.

Eine zweite Schaar von konfokalen Geschwindigkeitskegeln hat als Brennstrahlen zwei Axenrichtungen, die den stumpfen Winkel der optischen Axen $180 - 2V$ umschließen.

Bezeichnet φ und φ' die Winkel, welche die betrachtete Normale mit den Axen A und der Gegenrichtung von B , B' einschließt, so ist $\varphi = \eta$ und $\varphi' = 180 - \eta'$. Alle Wellen, deren Normalen eine konstante Summe $\varphi + \varphi'$ liefern, haben wiederum gleiche Lichtgeschwindigkeit. Sie erfüllen wiederum die Mantelfläche eines elliptischen Kegels, der die Axenrichtungen A und B' als Brennstrahlen hat.

Die Summe $\varphi + \varphi'$ hat ein Minimum von $180^\circ - 2V$ und ein Maximum von 180° . Im ersten Fall reduziert sich der Kegel auf den Sektor zwischen A und B' ; ihm entspricht die mittlere Geschwindigkeit $\frac{v}{\beta}$. Im zweiten Fall wird der Kegelmantel zur Ebene senkrecht zur zweiten Mittellinie γ und die zugehörige kleinste Geschwindigkeit $\frac{v}{\gamma}$. Den Zwischenlagen entspricht eine Geschwindigkeit zwischen $\frac{v}{\beta}$ und $\frac{v}{\gamma}$.

Dies sind nach Beer die Geschwindigkeitskegel zweiter Art.

In jeder Normalenrichtung schneiden sich zwei Geschwindigkeitskegel unter einem rechten Winkel. Die Tangentialebenen an die beiden Kegelmäntel halbieren die Winkel zwischen den Ebenen, die durch die Normale und die beiden optischen Axen gelegt werden. Diese Tangential-Ebenen geben somit nach der bekannten Fresnel'schen Regel die Schwingungsrichtungen der beiden in der Richtung der Normale fortschreitenden ebenen Wellen an.

Nun denke man sich um die Geschwindigkeitskegel eine Kugel beschrieben. Jene schneiden die Oberfläche der Kugel in geschlossenen Kurven, die die Durchstoßpunkte der optischen Axen in vier zu je zwei und zwei einander gegenüberliegenden Systemen umziehen. Diese Kurven sind Kugelellipsen, d. i. Kurven, die auf der Oberfläche der Kugel um die Durchstoßpunkte der optischen Axen nach demselben Gesetz konstruiert sind, wie Ellipsen in der Ebene um ihre Brennpunkte. Sie heißen Geschwindigkeitsellipsen.

Nach den eben erörterten Eigenschaften der Geschwindigkeitskegel durchsetzen die Geschwindigkeits-Ellipsen einander unter rechten Winkeln. In jedem Punkt auf der Oberfläche der Kugel, dessen zugehöriger Radius eine Wellennormale darstellt, schneiden sich zwei Geschwindigkeits-Ellipsen unter rechten Winkeln und die in diesem Punkte errichteten Tangenten an die beiden Kugelellipsen, die gleichzeitig die Kugel tangieren geben die Schwingungsrichtungen der beiden Wellen an.

Denkt man sich die Geschwindigkeits-Ellipsen auf der Kugel in größerer Zahl konstruiert, so daß sie die Kugel wie mit einem Gradnetz überziehen (vergl. hiezu z. B. Fig. 6, S. 17 [71]), so ist dadurch für jeden beliebigen Punkt der Kugel, oder für jede beliebige Richtung im Krystall die Schwingungsrichtung der beiden längs der betrachteten Richtung fortschreitenden Wellen ebenso bestimmt, wie auf einem Erdglobus durch Auftragung des Gradnetzes für jeden Punkt die Orientierung der Weltgegenden bestimmt ist.

Lage und Gestalt der Geschwindigkeits-Ellipsen hängen ab von dem Winkel der optischen Axen $2V$.

Läßt man V kleiner und kleiner werden, so wird beim Übergang zum Grenzwert $V = 0$ für den optisch einaxigen negativen Krystall das System der Geschwindigkeits-Ellipsen erster Art zu einem System von Parallelkreisen um den Axenpunkt als Pol, das System der Geschwindigkeits-Ellipsen zweiter Art zu einem System von Meridianen, die durch den Pol, die optische Axe, laufen. (Fig. 13, 14, 15.)

Wir werden daher in der Folge statt der von Beer gebrauchten Ausdrücke Geschwindigkeits-Ellipse erster und zweiter Art die bezeichnenderen Namen Äquatorial- und Meridian-Ellipsen gebrauchen.

Bei den optisch negativen (einaxigen und zweiaxigen) Krystallen stellen die Tangenten an die Meridian-Ellipsen die Schwingungsrichtungen der rascheren Wellen dar. Für die optisch positiven Krystalle gilt das Umgekehrte.

Man hat also folgende Zusammenstellung:

| | |
|--|---|
| Optisch negativ. | Optisch positiv. |
| Meridian-Ellipsen = α -Ellipsen | Meridian-Ellipsen = γ -Ellipsen. |
| Äquatorial- » = γ - » | Äquatorial- » = α - » |

In den Figuren sind die α -Ellipsen durch gestrichelte, die γ -Ellipsen durch punktierte Linien angedeutet.

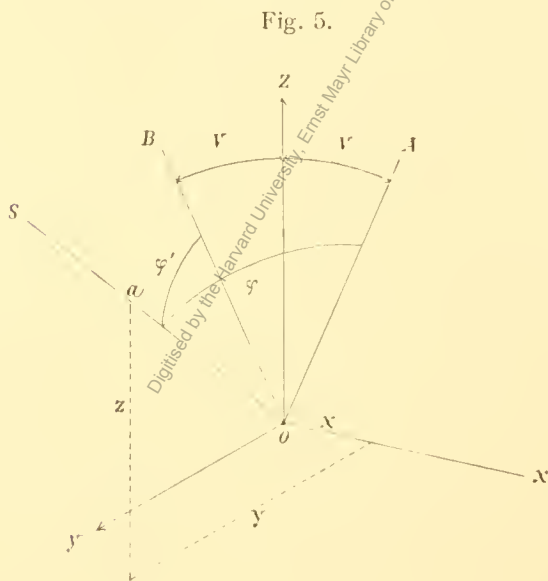
Den Verlauf der Geschwindigkeit-Ellipsen kann man sich leicht an einem Modell klar machen. Holzkugeln, auf denen die Lage der drei optischen Symmetrie-Ebenen, der drei optischen Symmetrie-Axen, die Axenpunkte bezeichnet, und auf denen die zwei Scharen von Geschwindigkeits-Ellipsen aufgetragen wurden, sind in meinem Institute schon längere Zeit in Gebrauch.

An der Hand eines solchen Modells kann man bereits vielerlei Erscheinungen verfolgen: die rasche Änderung der Schwingungsrichtung in der Nähe der optischen Axen, die langsame Änderung in der Nähe der optischen Normale, der zweiten Mittellinie und der ganzen senkrecht zur ersten Mittellinie liegenden Symmetrie-Ebene. Im Felde in der Nähe der ersten Mittellinie sieht man deutlich zu beiden Seiten der Axenebene die Schwingungsrichtungen sich rasch ändern, während zu beiden Seiten der dazu senkrechten Symmetrie-Ebene die Änderung langsamer erfolgt u. s. w.

2. Die Skiodromen.

Die wertvollste Anwendung gestatten aber die Geschwindigkeits-Ellipsen zur Ableitung der Interferenzbilder. In der Tat erhält man ja die Lage der Schwingungsrichtungen im Interferenzbild, indem man die Kugel mit den eingetragenen Geschwindigkeits-Ellipsen in entsprechender Stellung in das Gesichtsfeld des Konoskops projiziert. Hierbei ist orthogonale Projektion anzuwenden; denn nach den Gesetzen dieser Projektionsmethode sind die Punkte des konoskopischen Gesichtsfeldes mit den Richtungen der Lichtwellen im Krystall verknüpft.

Die Geschwindigkeits-Ellipsen bilden sich im Gesichtsfeld des Konoskops als Kurvensysteme ab, die analytisch ziemlich schwierig zu behandeln sind. Die orthogonalen Projektionen der Geschwindigkeits-Ellipsen im Gesichtsfeld des Konoskops bezeichne ich zur Abkürzung als Skiodromen.¹



Um den Verlauf der Skiodromen zur Ableitung der Isogyren benützen zu können, ist jetzt zunächst folgende Aufgabe zu lösen. Es ist bekannt die Größe des Axenwinkels V und die Orientierung des Krystalls; für einen beliebigen Schnitt soll die Lage der Skiodromen konstruiert werden.

Zunächst soll diese Aufgabe gelöst werden für die Projektion parallel den drei optischen Symmetrie-Axen auf die drei optischen Symmetrie-Ebenen.

Über diese Aufgabe handeln die folgenden Auseinandersetzungen, die ich meinem geschätzten leider früh verstorbenen Kollegen Bobek, Professor der Mathematik an der deutschen Universität Prag, verdanke.

»Die Durchschnittskurve eines Kegels zweiten Grades mit einer Kugel ist eine Raumkurve vierter Ordnung und ihre Projektion auf eine Ebene ist im allgemeinen eine ebene Kurve vierter Ordnung mit zwei Doppel-

¹ Schatten und laufen. Ein Wanderer, der im Gesichtsfeld jeweils der Schwingungsrichtung nachgehen würde, beschreibt jene Kurven.

punkten, also nicht mit Zirkel und Lineal allein konstruierbar. Hat die Kugel den Scheitel des Kegels zum Mittelpunkt, dann ist die Kurve symmetrisch zu drei Ebenen. Je zwei zu der Ebene symmetrisch gelegene Punkte haben daher dieselbe Projektion und die Raumkurve projiziert sich dann als Kegelschnitt (Kurve zweiter Ordnung), der eigentlich doppelt zählt, da jeder Punkt die Projektion von zwei Raumpunkten ist. Doch tritt nicht notwendig der ganze Kegelschnitt auf, sondern teilweise nur Stücke desselben.

Die Bestimmungsstücke der Kegelschnitte ergeben sich durch folgende Rechnung.

Ableitung der Gleichung des Kegels.

In Figur 5 ist $Oxyz$ ein orthogonales Koordinatensystem, OA, OB die in der Ebene Oxz gelegenen Brennstrahlen (die optischen Axen), deren Winkel mit $z = V$, OS eine Seite des Kegels, für den

$$\sphericalangle BOS = \varphi' \qquad \sphericalangle AOS = \varphi$$

und

$$\varphi' + \varphi = 2\alpha \text{ konstant ist mit der Bedingung } \alpha > V.$$

| | | |
|--|--------------------------------|--------------------------------|
| OS bilde mil Ox den Winkel λ | mit Oy $\sphericalangle \mu$ | mit Oz $\sphericalangle \nu$ |
| OA bildet » » » » $90 - V$ | » » 90 | » » V |
| OB » » » » $90 + V$ | » » 90 | » » $-V$. |

Daher ist:

$$\begin{aligned} \cos \varphi &= \cos \lambda \cdot \cos (90 - V) + \cos \mu \cdot \cos 90 + \cos \nu \cdot \cos V \\ \cos \varphi' &= \cos \lambda \cdot \cos (90 + V) + \cos \mu \cdot \cos 90 + \cos \nu \cdot \cos (-V) \end{aligned}$$

oder

$$\left. \begin{aligned} \cos \varphi &= \cos \lambda \sin V + \cos \nu \cos V \\ \cos \varphi' &= -\cos \lambda \sin V + \cos \nu \cos V \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 1)$$

Aus $2\alpha = \varphi + \varphi'$ folgt:

$$\cos 2\alpha = \cos (\varphi + \varphi') = \cos \varphi \cos \varphi' - \sin \varphi \sin \varphi'$$

oder

$$(\cos 2\alpha - \cos \varphi \cos \varphi')^2 = \sin^2 \varphi \sin^2 \varphi'$$

und ausgeführt:

$$\cos^2 2\alpha - 2 \cos 2\alpha \cos \varphi \cos \varphi' = 1 - \cos^2 \varphi - \cos^2 \varphi'.$$

Führt man nun für $\cos \varphi$ und $\cos \varphi'$ die Werte aus 1) ein, so folgt:

$$-1 + \cos^2 2\alpha = 2 \cos 2\alpha (\cos^2 \nu \cos^2 V - \cos^2 \lambda \sin^2 V) - 2 \cos^2 \lambda \sin^2 V - 2 \cos^2 \nu \cos^2 V,$$

oder da

$$\begin{aligned} -1 + \cos^2 2\alpha &= -\sin^2 2\alpha \\ -4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha &= 2 \cos^2 V \cos^2 \nu (\cos 2\alpha - 1) - 2 \sin^2 V \cos^2 \lambda (\cos 2\alpha + 1) \\ \cos 2\alpha - 1 &= -2 \sin^2 \alpha, \\ \cos 2\alpha + 1 &= 2 \cos^2 \alpha, \\ \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha &= \cos^2 \nu \cos^2 V \sin^2 \alpha + \cos^2 \lambda \sin^2 V \cos^2 \alpha \dots \dots \dots 2) \end{aligned}$$

Ist a , Fig. 5, ein beliebiger Punkt der Kegelskante OS mit den Koordinaten x, y, z , so wird

$$\cos \lambda = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \qquad \cos \mu = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \qquad \cos \nu = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}.$$

Setzt man diese Werte für $\cos \lambda$ und $\cos \nu$ in (2) ein und schafft die Nenner weg, so ergibt sich

$$x^2 \cdot \sin^2 V \cos^2 \alpha + y^2 \cdot \cos^2 V \sin^2 \alpha - (x^2 + y^2 + z^2) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 0$$

$$x^2 \cos^2 \alpha (\sin^2 V - \sin^2 \alpha) + z^2 \sin^2 \alpha (\cos^2 V - \cos^2 \alpha) - y^2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 0$$

oder da

$$\sin^2 V - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha - \cos^2 V$$

negativ ist, wenn man durch

$$-\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha (\cos^2 V - \cos^2 \alpha)$$

die ganze Gleichung dividiert, erhält man die Gleichung des Kegels

$$\frac{x^2}{\sin^2 \alpha} + \frac{y^2}{\cos^2 V - \cos^2 \alpha} - \frac{z^2}{\cos^2 \alpha} = 0 \quad \dots \dots \dots 3)$$

Die Gleichung der konzentrischen Kugel ist:

$$x^2 + y^2 + z^2 - r^2 = 0 \quad \dots \dots \dots 4)$$

Für die Durchschnittskurve gelten (3) und (4) gleichzeitig.

Projektion der Durchschnittskurve auf die drei Symmetrie-Ebenen.

Will man die Projektion auf eine der drei Symmetrie-Ebenen erhalten, so hat man aus den Gleichungen die entsprechende Ordinate zu eliminieren.

1. Projektion parallel zur z -Axe.

(Axe des Kegels.)

Man multipliziere (3) mit $\cos^2 \alpha$ und addiere hiezu (4), das gibt:

$$x^2 (1 + \cos^2 \alpha) + y^2 \left(1 + \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 V - \cos^2 \alpha} \right) - r^2 = 0$$

oder

$$\frac{x^2}{r^2 \sin^2 \alpha} + \frac{y^2}{r^2 \frac{\cos^2 V - \cos^2 \alpha}{\cos^2 V}} - 1 = 0$$

das heißt, die Projektion ist eine Ellipse mit den Axen

$$a = r \sin \alpha, \quad b = r \frac{\sqrt{\cos^2 V - \cos^2 \alpha}}{\cos V}; \quad a > b.$$

2. Projektion parallel zur y -Axe.

Man multipliziert (3) mit $(\cos^2 V - \cos^2 \alpha)$ und subtrahiert von (4), so wird

$$\frac{x^2}{r^2 \sin^2 \alpha} + \frac{z^2}{r^2 \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 V}} - 1 = 0.$$

Also ist die Projektion eine Ellipse mit den Axen

$$a = r \frac{\sin \alpha}{\sin V} +; \quad c = \frac{\cos \alpha}{\cos V}, \quad a > c.$$

3. Projektion parallel zur x -Axe.

Man multipliziert (3) mit $\sin^2 \alpha$ und subtrahiert von (4), so wird

$$\frac{z^2}{r^2 \cos^2 \alpha} - \frac{y^2}{r^2 \frac{\cos^2 V - \cos^2 \alpha}{\sin^2 V}} - 1 = 0.$$

Die Projektion einer Hyperbel mit der

reellen Axe $c = r \cos \alpha$.

imaginären Axe $b = \frac{r \sqrt{\cos^2 V - \cos^2 \alpha}}{\sin V}$.

Im Falle (1) ist die ganze Ellipse Projektion der Raumkurve. Im Falle (2) sind bloß jene Teile der Ellipse Projektionen der Raumkurve, welche zwischen den Geraden

$$\frac{x}{\sin \alpha} + \frac{z}{\cos \alpha} = 0 \text{ und } \frac{x}{\sin \alpha} - \frac{z}{\cos \alpha} = 0$$

liegen, und zwar in jenem Winkelraume, in welchem die z -Axe liegt. Im Falle (3) enthalten die Teile der Hyperbel, welche zwischen den Geraden

$$\frac{y}{\sqrt{\cos^2 V - \cos^2 \alpha}} + \frac{z}{\cos \alpha} = 0 \text{ und } \frac{y}{\sqrt{\cos^2 V - \cos^2 \alpha}} - \frac{z}{\cos \alpha} = 0.$$

in dem Winkelraume, in dem sich die z -Axe befindet, Projektionen von Punkten der Raumkurve.

Die vorstehende Darlegung bedarf noch einer Vervollständigung. An unserer Projektionskugel haben wir zwei Systeme von Geschwindigkeits-Ellipsen, die einander rechtwinkelig durchsetzen. Das System der Äquatorial-Ellipsen hat als Brennstrahlen die optischen Axen A, B mit dem Winkel $2V$ und seine Axe in z . Das System der Meridian-Ellipsen hat seine Brennstrahlen in A, B' mit dem Winkel $2(90 - V)$ und seine Axe in x .

Bezeichnen wir die konstante Winkelsumme für die Meridian-Ellipsen mit $2\alpha'$, für die Äquatorial-Ellipsen mit 2α , so ergeben sich folgende Bestimmungsstücke der Kegelschnitte in den Projektionen auf die drei Symmetrie-Ebenen.

1. Projektion parallel der Axe z .

(Schnitt senkrecht auf die erste Mittellinie.)

Die Äquatorial-Skiodromen liefern Ellipsen mit der

in x liegenden großen Axe $a = \sin \alpha$

» y » kleinen » $b = \frac{\sqrt{\cos^2 V - \cos^2 \alpha}}{\cos V}$.

Die Meridional-Skiodromen liefern Hyperbeln mit der

in x liegenden reellen Axe $a' = \cos \alpha'$

» y » imaginären » $b' = \frac{\sqrt{\sin^2 V - \cos^2 \alpha'}}{\cos V}$.

2. Projektion parallel der y -Axe

(Schnitt parallel der Axenebene.)

Die Äquatorial-Skiodromen liefern Ellipsen-Stücke mit der

in der x -Axe liegenden großen Axe $a = \frac{\sin \alpha}{\sin V}$

» » z - » » kleinen » $c = \frac{\cos \alpha}{\cos V}$.

Die Meridional-Skiodromen liefern Ellipsen-Stücke mit der

in der z -Axe liegenden großen Axe $c' = \frac{\sin \alpha'}{\cos V}$

» » y - » » kleinen » $a' = \frac{\cos \alpha'}{\sin V}$.

3. Projektion parallel der x -Axe.

(Schnitt senkrecht auf die zweite Mittellinie.)

Die Äquatorial-Skiodromen sind Hyperbeln mit der

in der z -Axe liegenden reellen Axe $c = \cos \alpha$

» » y - » » imaginären » $b = \frac{\sqrt{\cos^2 V - \cos^2 \alpha}}{\sin V}$.

Die Meridional-Skiodromen liefern Ellipsen mit der

in der z -Axe liegenden großen Axe $c' = \sin \alpha'$

in der z -Axe liegenden kleinen Axe $b' = \frac{\sqrt{\sin^2 V - \cos^2 \alpha'}}{\sin V}$.

Um eine Übersicht über die Änderungen der Schwingungsrichtungen im Gesichtsfeld zu erhalten müssen so viele Kurven eingetragen werden, daß das Gesichtsfeld davon wie mit einem Gradnetz überspannt wird. Zu diesem Behufe muß man die für jede einzelne Ellipse konstante Winkelsumme 2α oder $2\alpha'$ nach irgend einer Regel variieren lassen.

Als zweckmässig hat sich herausgestellt nicht α oder α' als unabhängig variable zu behandeln, sondern als solche den Winkel einzuführen, der der kleineren Axe der Kugel-Ellipse entspricht. Wir wollen ihn mit β bezeichnen. Er ist mit V , α und α' durch die Beziehung verknüpft:

$$\cos \alpha = \cos V \cos \beta, \quad \cos \alpha' = \sin V \cos \beta.$$

Die Ausdrücke für die Konstanten der Skiodyromen in den drei Projektionen werden dann:

1. Projektion parallel der z-Axe (senkrecht zur 1. Mittellinie) Fig. 6.

Äquatorial-Skiodromen (Ellipsen)¹

$$a = \sqrt{1 - \cos^2 V \cos^2 \beta}$$

$$b = \sin \beta.$$

Meridian-Skiodromen (Hyperbeln)

$$a' = \sin V \cos \beta$$

$$b' = \text{tang } V \sin \beta.$$

Fig. 6.

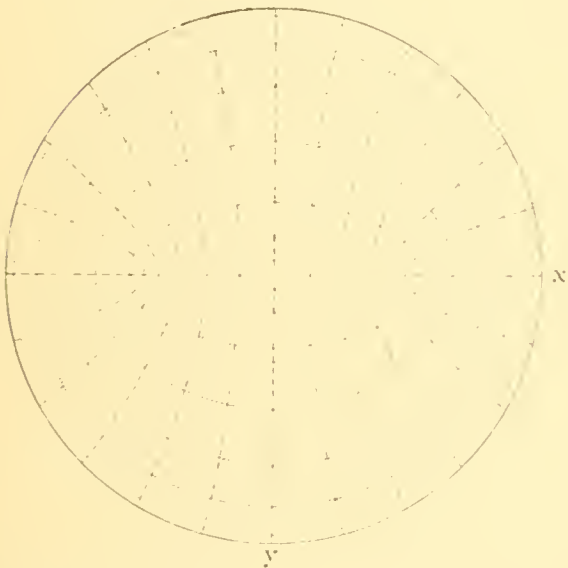
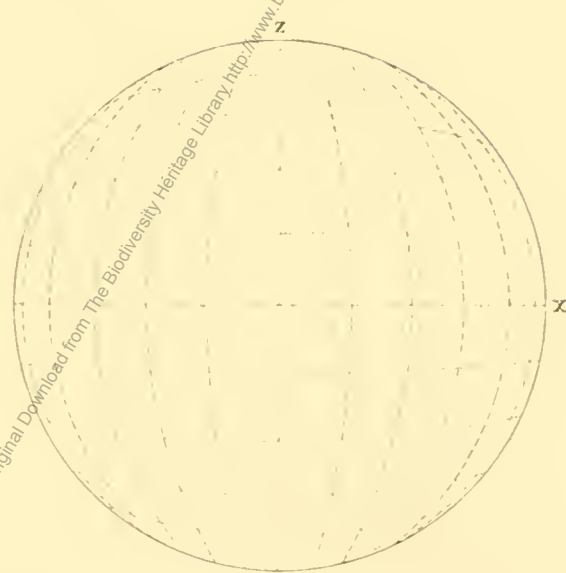


Fig. 7.



2. Projektion parallel der y-Axe (parallel zur Axenebene) Fig. 7.

Äquatorial-Skiodromen (Ellipsen)²

$$a = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 V \cos^2 \beta}}{\sin V}$$

$$c = \cos \beta.$$

Meridian-Skiodromen (Ellipsen)²

$$c' = \frac{\sqrt{1 - \sin^2 V \cos^2 \beta}}{\cos V}$$

$$a' = \cos \beta.$$

Fig. 8.

3. Projektion parallel der x-Axe (senkrecht zur 2. Mittellinie) Fig. 8.

Äquatorial-Skiodromen (Hyperbeln)

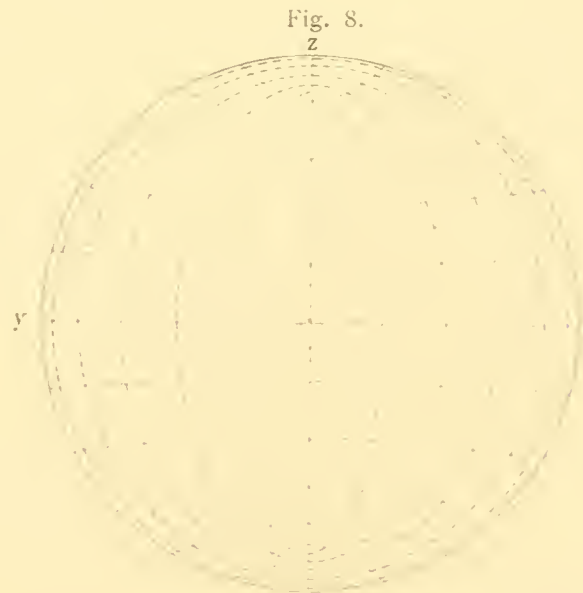
$$c = \cos V \cos \beta$$

$$b = \cos V \sin \beta.$$

Meridian-Skiodromen (Ellipsen)²

$$c' = \sqrt{1 - \sin^2 V \cos^2 \beta}$$

$$b' = \sin \beta.$$



¹ Für die Rechnung bequemer ist es zuerst aus $\cos \alpha = \cos V \cos \beta$ α zu suchen und die Formel von Seite 15 [69] zu benutzen.

² Auch hier empfiehlt es sich zuerst α zu berechnen und die Formeln Seite 16 [70] zu benutzen.

Unter Benützung dieser Formeln sind die Figuren 6—8 gezeichnet, welche die Skiodromen für $2V = 60^\circ$ darstellen, wobei $\beta = 15, 30, 45, 60, 75^\circ$ angenommen wurde. Wenn die punktierten Skiodromen den Schwingungsrichtungen der langsameren Wellen entsprechen (γ' -Skiodromen), die gestrichelten denen der rascheren (α' -Skiodromen), so veranschaulichen die Figuren die Verhältnisse eines optisch negativen Krystalls. Wechselt die Bedeutung der punktierten und gestrichelten Skiodromen, so hat man die Verhältnisse eines positiven Krystalls. Die Figuren 9 und 10 stellen die Skiodromen für $2V = 90^\circ$

Fig. 9.

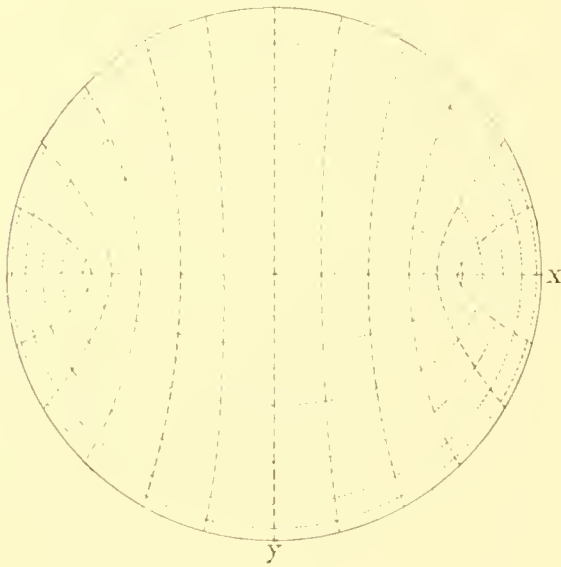
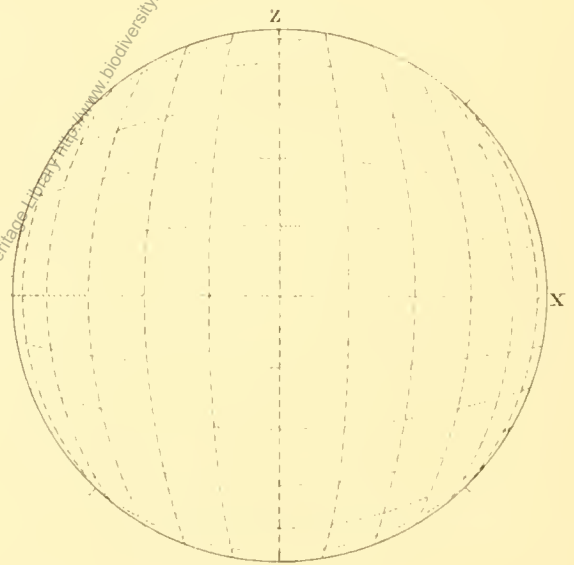


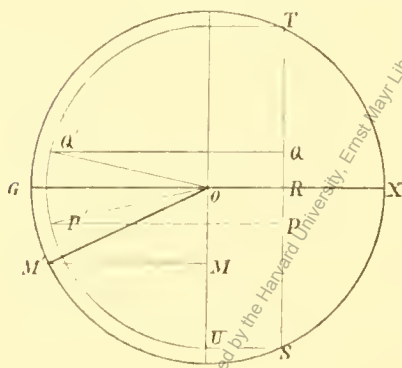
Fig. 10.



dar. Zwischen der Projektion parallel z und x ist hier kein weiterer Unterschied als der, daß die punktierten und gestrichelten Kurven ihre Bedeutung austauschen. Gezeichnet ist der Schnitt senkrecht auf die Mittellinie α .

Jede der abgeleiteten Projektionen gibt eindeutig die Lage der Durchschnittspunkte der zwei Scharen von Geschwindigkeits-Ellipsen auf der Kugel. Es unterliegt nun gar keiner Schwierigkeit, das System dieser Durchschnittspunkte auch für beliebige andere Stellungen der Kugel in orthogonaler Projektion abzuleiten.

Fig. 11.



Hier folgt die einfache Regel, nach der sich diese Aufgabe graphisch lösen läßt (vergl. Fig. 11).

P ist ein beliebiger Punkt auf der Kugel in orthogonaler Projektion. Die beabsichtigte Drehung der Kugel sei bestimmt durch die Projektion desjenigen Punktes der Kugeloberfläche, der nach der Drehung in der Mitte der Projektion liegen soll: M . Dann ist $GX \perp OM$ die Drehungsaxe und der Punkt P bewegt sich auf den Parallelkreis SRT , der in orthogonaler Projektion als Gerade parallel OM erscheint. Um die vom Punkt P während der Drehung zurückgelegte Strecke zu bestimmen, denke man sich den Parallelkreis um SR um 90° umgeklappt; man ziehe zu diesem Zwecke um O einen Kreisbogen mit dem Radius $OU = RS$; ziehe MM' , $PP' \parallel GX$, mache $\sphericalangle P'OQ' = \sphericalangle M'OG$, ziehe endlich $Q'Q \parallel GX$, so ist Q der Ort von P nach der Drehung.

Die Aufgabe läßt sich auch mit Hilfe der stereographischen Netze lösen. Hiezu ist erforderlich, die Punkte des Skiodromen-Netzes in stereographische Projektion zu übertragen.

Die Aufgabe läßt sich auch mit Hilfe der stereographischen Netze lösen. Hiezu ist erforderlich, die Punkte des Skiodromen-Netzes in stereographische Projektion zu übertragen.

Dies kann auf graphischem Wege geschehen. Das Azimut eines Punktes in stereographischer und orthogonaler Projektion ist gleich. Legt man ferner der stereographischen Projektion einen doppelt so großen Radius zugrunde, so fallen die in der Nähe der Mitte liegenden Punkte nahezu zusammen; man hat also nur kleine Korrekturen anzuwenden. Die Zentralsdistanz in orthogonaler Projektion ist für den

Winkelabstand δ gleich $d_0 = r \sin \delta$, für die stereographische von doppeltem Radius $d_s = 2r \tan \frac{\delta}{2}$.

Hieraus ergibt sich

$$d_0 = d_s \cos^2 \frac{\delta}{2}.$$

Zum Zwecke raschen Arbeitens verzeichnet man zweckmäßig auf Millimeterpapier zwei Kurven, welche als Abszissen die Winkel in Graden, als Ordinaten einerseits d_0 , andererseits d_s haben. Da die üblichen stereographischen Netze 10 cm Radius haben, ist es zweckmäßig, die orthogonale Projektion im Maßstabe $r = 5 \text{ cm}$ zu zeichnen.

Für diese Größenverhältnisse gelten dann folgende Werte:

| δ | d_0 in mm | d_s in mm |
|----------|-------------|-------------|
| 5° | 4·36 | 4·37 |
| 10 | 8·69 | 8·75 |
| 15 | 12·94 | 13·17 |
| 20 | 17·10 | 17·63 |
| 25 | 21·13 | 22·17 |
| 30 | 25·00 | 26·79 |
| 35 | 28·63 | 31·53 |
| 40 | 32·14 | 36·40 |
| 45 | 35·04 | 41·42 |
| 50 | 38·30 | 46·63 |
| 55 | 40·96 | 52·06 |
| 60 | 43·30 | 57·74 |
| 65 | 45·32 | 63·71 |
| 70 | 46·98 | 70·02 |
| 75 | 48·29 | 76·73 |
| 80 | 49·24 | 83·91 |
| 85 | 49·81 | 91·63 |
| 90 | 50·00 | 100·00 |

Man kann endlich auch die Netzkpunkte des Skiodromennetzes direkt in ein stereographische Netz eintragen, indem man aus der S. 13 [67] angegebenen Gleichung (2) die Kugel-Koordinaten berechnet.

Bezeichnet 2α die Winkelsumme der Äquatorial-Ellipse, $2\alpha'$ die der Meridional-Ellipse, deren Durchschnittspunkt gesucht wird, bedeutet ferner ν den Winkel zwischen dem Durchschnittspunkt und dem Pol der z -Axe, λ den Winkel mit der x -Axe, so ergibt die Auswertung folgende Formeln:

$$\cos^2 \lambda = \frac{\sin^2 \alpha_1 - \cos^2 \alpha}{\sin^2 V (\tan^2 \alpha_1 - \cos^2 \alpha)}, \quad \cos^2 \nu = \frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha_1}{\cos^2 V (\cos^2 \alpha_1 - \tan^2 \alpha)}.$$

Hieraus folgt dann weiter für den Abstand μ von der y -Axe:

$$\cos^2 \mu = 1 - \cos^2 \lambda - \cos^2 \nu.$$

Für die Konstruktion bequem sind die Winkel zwischen den von den Axenpolen zum Durchschnittspunkt gezogenen Großkreisen und den Symmetrie-Ebenen.

Bezeichnen wir den Winkel

zwischen xy und λ mit φ ,
 » yz » μ » γ ,
 » zx » ν » ψ ,

so ist:

$$\cos \varphi = \frac{\cos \mu}{\sin \lambda}, \quad \cos \gamma = \frac{\cos \nu}{\sin \mu}, \quad \cos \psi = \frac{\cos \lambda}{\sin \nu}.$$

Zur Kontrolle dient:

$$\tan \varphi \tan \gamma \tan \psi = 1.$$

3. Ableitung der Isogyren aus den Skiodromen.

Die vorstehenden Darlegungen setzen uns in den Stand, für jeden beliebigen Schnitt eines Krystalls das Netz der Skiodromen zu zeichnen. Wir erhalten zwei Systeme einander in der Mitte des Gesichtsfeldes rechtwinkelig durchsetzender Kurven. Am Rande des Gesichtsfeldes schneiden sich die Skiodromen nicht mehr genau rechtwinkelig, hier haben wir zwischen gekreuzten Nikols nicht mehr geradlinig polarisiertes, sondern elliptisch polarisiertes Licht.

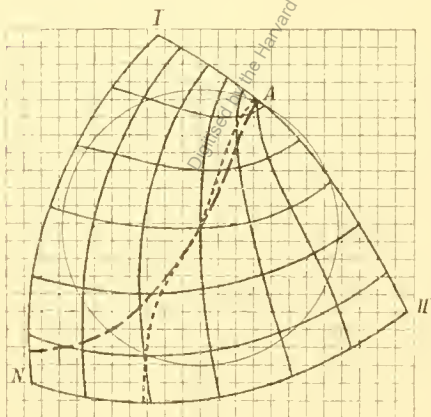
Die Größe des zentralen Ausschnittes, die für die Ableitung der Isogyren in Betracht kommt, hängt ab von der Apertur des konoskopischen Apparates und von dem mittleren Brechungsexponenten der untersuchten Platte. Ist die numerische Apertur des Konoskops $2A$ und der Brechungsexponent des Krystalls n , so ist $\frac{A}{n}$ der Radius des Ausschnittes, den das Konoskop zu übersehen gestattet.

Die Skiodromen geben nun Aufschluß und Übersicht über die zwischen gekreuzten Nikols auftretenden dunklen Balken (Isogyren): Alle Punkte des Gesichtsfeldes, wo die Tangente oder Normale einer Skiodrome einem der rechtwinkelig gekreuzten Nikolhauptschnitte parallel geht, gehören der Isogyre an.

Um praktisch aus dem Skiodromennetz die Isogyre abzuleiten, verwende ich ein auf durchscheinendes Papier gezeichnetes rechtwinkeliges Gitter. Legt man es über das Netz der Skiodromen, so kann man leicht die Punkte ausfinden, wo die Skiodromen die Linien des Nikolgitters tangieren. Indem man die gefundenen Punkte durch einen stetigen Linienzug verbindet, erhält man die Isogyre (vergl. Fig. 12).

Indem man das Skiodromennetz unter dem Nikolgitter dreht in derselben Weise, wie im Mikroskop

Fig. 12.



die Platte zwischen feststehenden Nikols gedreht wird, erhält man auch die Verschiebungen und Gestaltveränderungen, welche die Isogyre bei dieser Operation erfährt. Hierbei sind die aufeinanderfolgenden Lagen der Isogyre auf das feststehende Nikolgitter zu verzeichnen.

Man kann die Ableitung auch jenem Typus von Mikroskopen anpassen, wo die Platte fix bleibt, und die gekreuzten Nikols gleichartig gedreht werden. Man hätte dann als Unterlage das Nikolgitter zu verwenden und das Skiodromennetz auf durchscheinendes Papier zu zeichnen, sodann das Nikolgitter unter dem festgehaltenen Netz zu drehen und die Isogyrenlagen auf diesem zu fixieren.

In der Folge ist immer der erste Vorgang vorausgesetzt. Wer mit dem Mikroskop mit gleichartig drehbaren Nikols zu arbeiten gewohnt ist, wird sich die entsprechenden Regeln leicht selbst ableiten können.

Bei dieser Ableitung macht man bald die Erfahrung, daß infolge der am Rande nicht mehr rechtwinkligen Durchschneidung der Skiodromen die Isogyren nicht gleich ausfallen, je nachdem man zu ihrer Ableitung die Meridian- oder Äquatorial-Skiodromen benutzt. Man erhält zwei Partial-Isogyren, die in der Mitte des Gesichtsfeldes allerdings sich decken, gegen den Rand hin aber beträchtlich von einander abweichen und bei einem Gesichtsfeld von 30—40° um viele Grade auseinanderlaufen. Dies unterbleibt dort, wo die Lage der Isogyre durch die Symmetrie festgelegt ist, sowie in der Nähe der optischen Axen, wird aber dort sehr auffallend, wo die Skiodromen nur schwach gekrümmt sind, in der Nähe der Mittellinien, der optischen Normalen und der zwischen diesen gespannten optischen Symmetrie-Ebenen.

In dem Raum zwischen zusammengehörigen Partial-Isogyren vollziehen sich dann die Interferenzen infolge des Gangunterschiedes anders als in dem Raume außerhalb derselben, und zwar entspricht der Fortsetzung einer isochromatischen Kurve in den Raum zwischen den Partial-Isogyren ein um $\frac{1}{2}\lambda$ verminderter Gangunterschied oder mit anderen Worten die Fortsetzung einer isochromatischen Kurve in den Raum zwischen den Partial-Isogyren zeigt die Komplementärfarbe.¹

Auf diese Erscheinungen soll hier nicht weiter eingegangen werden, da sie weiter keine praktische Bedeutung haben; als resultierende Isogyre werden wir in der Folge einfach die mittlere Lage zwischen den beiden Partial-Isogyren annehmen.

Wenn wir die Skiodromen in der Mitte des Gesichtsfeldes mit den Nikol-Hauptschnitten parallel stellen, so geht die Isogyre durch den Mittelpunkt des Gesichtsfeldes. Diese Lage der Isogyre soll die zentrale Isogyre heißen. Praktisch finden wir sie in größter Schärfe, wenn wir die Platte in parallelem Licht auf Dunkel einstellen und dann zur konoskopischen Beobachtung übergehen.

Die zentrale Isogyre kann nun entweder gerade oder krumm sein, sie kann im ersten Falle mit einem Nikolhauptschnitt zusammenfallen oder mit ihm einen kleineren oder größeren Winkel einschließen. Sie kann bei der Drehung des Tisches verschiedenartige Verschiebungen und Gestaltveränderungen erleiden. Es können unter Umständen zwei getrennte Isogyren auftreten.

Im folgenden soll zunächst eine Übersicht dieser Erscheinungen je nach den möglichen Schnittlagen an einaxigen und zweiaxigen Krystallen gegeben werden.

Einaxige Krystalle.

1. Schnitt senkrecht zur optischen Axe (vergl. Fig. 13). Die Ableitung des dunklen Kreuzes, dessen Arme bei Drehung der Platte fest bleiben, bei gleichzeitiger Drehung beider Nikols sich gleichsinnig und

Fig. 13.

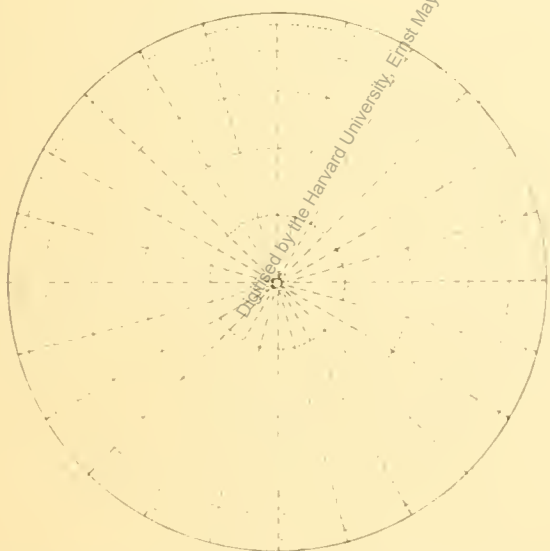
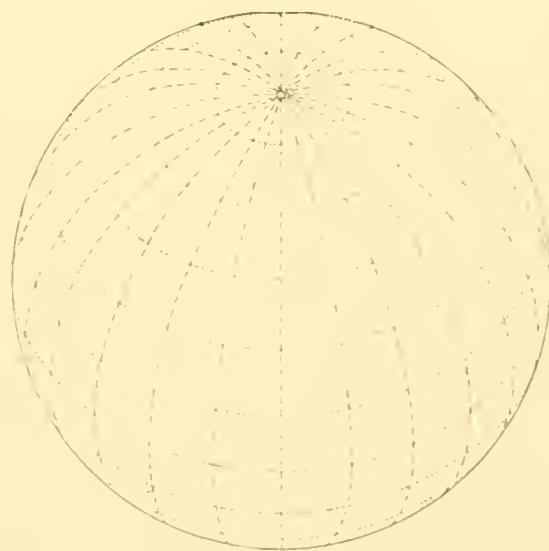


Fig. 14.



gleich rasch mitdrehen, bedarf wohl keines Kommentares. Ist der Schnitt nicht genau senkrecht zur Axe, aber der Axenpunkt noch im Gesichtsfeld, so wandert bei Drehung der Platte der Mittelpunkt des Kreuzes

¹ Vergl. »Lotos« 1897. Die von der Theorie geforderten und subjektiv leicht wahrnehmbaren Erscheinungen sind bisher noch nicht objektiv dargestellt worden.

um die Mitte des Gesichtsfeldes und die Arme erfahren außer einer Parallelverschiebung auch eine kleine Richtungsänderung, welche allerdings nur bei beträchtlicher Schiefe des Schnittes und entsprechend großer Apertur des Objektes merklich wird.

2. Schnitte, schief zur optischen Axe (vergl. Fig. 14). Alle derartigen Schnitte verhalten sich insofern ähnlich, als das Skiodromen-Netz monosymmetrisch ist zum Hauptschnitt. Man kann immer unterscheiden die Meridian-Skiodromen, die nach der Axe zu konvergieren und von denen eine gerade gestreckt durch die Mitte des Gesichtsfeldes zieht; und die Äquatorial-Skiodromen, die mehr oder weniger konzentrisch durch das Gesichtsfeld laufen. Stellt man die zentralen Skiodromen auf Dunkel, so erhält man als zentrale Isogyre einen geraden Balken, der mit einem Nikol-Hauptschnitt parallel läuft und das Gesichtsfeld symmetrisch halbiert. Er fällt mit der Projektion der Axe und mit der zentralen Meridian-Skiodrome zusammen.

An dieser Isogyre kann man zwei Enden unterscheiden. Bei Drehung der Platte verschiebt sich die Isogyre, und zwar in der Weise, daß das eine Ende sich mit der Drehung des benachbarten Tischrandes im gleichen Sinne bewegt: homodromes Ende, während das andere Ende der Bewegung des benachbarten Tischrandes entgegen wandert: das antidrome Ende.

Eine kurze Überlegung läßt erkennen, daß das homodrome Ende sich dort befindet, wo die Äquatorial-Skiodromen ihre Konvexität der Mitte des Gesichtsfeldes zuwenden, während am antidromen Ende die Konvexität nach außen gerichtet ist. Gegen das homodrome Ende konvergieren die Meridian-Skiodromen, gegen das antidrome divergieren sie. Dies gilt ganz allgemein. Bei optisch einaxigen Krystallen ist das homodrome Ende nach jener Seite gerichtet, nach welcher die optische Axe von der Schnittnormalen abweicht.

Bei geringer Schiefe des Schnittes können alle Meridian-Skiodromen als gerade Linien, die Äquatorial-Skiodromen als konzentrische Kurven betrachtet werden. Die Isogyre verschiebt sich dann bei Drehung des Präparates parallel mit sich selbst und mit dem Nikol-Hauptschnitt und bleibt annähernd gerade.

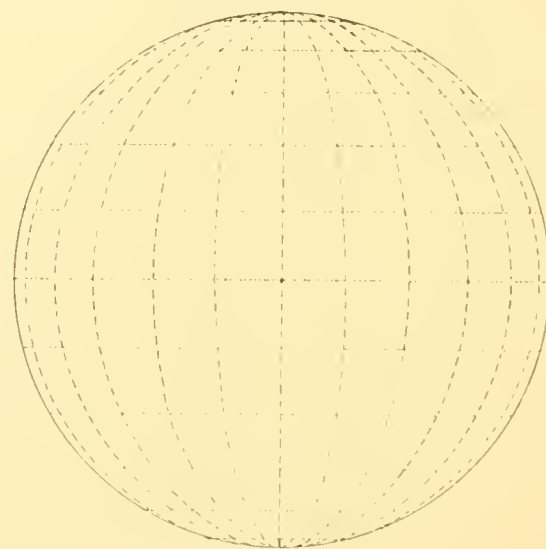
Bei größerer Schiefe sind auch die Meridian-Skiodromen merklich gekrümmt, und die Äquatorial-Skiodromen sind nicht mehr konzentrisch, sondern gegen die Axe zu, am homodromen Ende der Isogyre stärker gekrümmt als am antidromen Ende. Dann erfolgt die Verschiebung des schwarzen Balkens am antidromen Ende rascher als am homodromen und die Isogyre scheint bei der Plattendrehung hin- und herzupendeln. Die in manchen Büchern vorhandene Angabe, daß bei schiefen Schnitten der schwarze Balken einaxiger Krystalle stets gerade durch das Gesichtsfeld wandere, ist unrichtig.

Jeder schiefe Schnitt eines einaxigen Krystalles liefert eine gerade zentrale symmetrisch halbierende Isogyre parallel einem Nikol-Hauptschnitt. Dieses Verhalten läßt die Einaxigkeit eines Mineralen auch dann mit Sicherheit erkennen, wenn unter den geprüften Durchschnitten keiner sein sollte, der das charakteristische vierarmige Kreuz zeigt.

3. Schnitte parallel zur Axe (vergl. Fig. 15). Die Meridian-Skiodromen treten hier mit sehr flacher doppelter Krümmung auf; der zentralen geraden Meridian-Skiodrome schließen sich beiderseits flach und gegen innen konkav gekrümmte an. In der Axenrichtung konvergieren sie nach beiden Seiten. Die Äquatorial-Skiodromen erscheinen als eine Schar paralleler Geraden.

Fällt der Hauptschnitt mit der Schwingungsrichtung eines Nikols zusammen, so entsteht ein schwarzes Kreuz, während in den vier Quadranten elliptisch polarisiertes Licht schwache Aufhellung

Fig. 15.



Zweiachsigc Krystalle.¹

A. Schnitte senkrecht auf die optischen Symmetrie-Axen.

1. Schnitt senkrecht zur ersten Mittellinie. Das Skiodromennetz entspricht dem Mittelteil der Fig. 6; es erfährt auch bei einer kleinen Abweichung der Schnitlage keine wesentliche Veränderung.

Läßt man die Axenebene mit einem Nikol-Hauptschnitt zusammenfallen, so erhält man ein schwarzes Kreuz. An diesem Kreuz sind zu unterscheiden der Axenbalken und der Mittelbalken. Jener ist, namentlich dort, wo er die Axenpole durchsetzt, schärfer begrenzt als dieser. Der Mittelbalken erscheint umso verschwommener, je größer der Axenwinkel. Der Verlauf der Skiodromen läßt dieses Verhalten sofort erkennen. Zwischen beiden tritt aber noch ein anderer Unterschied hervor, der die beiden Balken mit Sicherheit unterscheiden läßt, auch wenn die Axenpunkte nicht mehr im Gesichtsfeld liegen: Bei der Drehung der Platte geht das dunkle Kreuz in zwei hyperbelähnliche Kurven über. Daß hier die Isogyre zwei Äste hat, folgt aus dem verschiedenen Krümmungssinn der Meridian-Skiodromen und daraus, daß die Äquatorial-Skiodromen nach zwei entgegengesetzten Seiten konvergieren.

Das dem Axenbalken entsprechende Ende der Hyperbel verhält sich homodrom,² das dem Mittelbalken entsprechende antidrom.

2. Schnitte senkrecht zur zweiten Mittellinie verhalten sich ganz ähnlich, nur liegen bei der üblichen Apertur der Mikroskop-Objektive die Axenpole außerhalb des Gesichtsfeldes. Bei großem Axenwinkel ist es oft gar nicht leicht zu unterscheiden, ob ein Schnitt senkrecht zur ersten oder zweiten Mittellinie getroffen hat. Liegen Schnitte beiderlei Art vor und ist ein Vergleich möglich, so ist die Entscheidung zu treffen unter Berücksichtigung folgender Momente:

1. Bei gleicher Drehung des Tisches, ausgehend von der Kreuzstellung, weichen die Hyperbelscheitel in der Interferenzfigur der zweiten Mittellinie weiter von einander ab.³

Dies ergibt sich aus der flacheren Krümmung der Skiodromen in der Projektion parallel der 2. Mittellinie. Aus dem gleichen Umstand folgt:

2. Sowohl Axenbalken als Mittelbalken sind in dem Bild der zweiten Mittellinie verschwommener.

3. Der Gangunterschied im Schnitt senkrecht zur zweiten Mittellinie ist bei gleicher Plattendicke größer als im Schnitt senkrecht zur ersten Mittellinie. Der Gangunterschied kann nach der Höhe der Interferenzfarbe geschätzt oder mittels eines Komparators oder Kompensators gemessen werden. Gleiche Dicke der beiden Schnitte wird vorausgesetzt, oder die Dicke (d) muß gemessen und aus dem Gangunterschied (Γ) nach der Formel $\Gamma = d(\gamma' - \alpha')$ der Unterschied der Brechungsexponenten ($\gamma - \beta$) und ($\beta - \alpha$) ermittelt werden. Dieses Mittel ist aber nicht ohne weiteres anwendbar in Schnitten, welche von der Rechtwinkeligkeit auf den Mittellinien merklich abweichen.

In jedem Falle kann man den Charakter der Mittellinie (ob α oder γ) aus dem Interferenzbild leicht ermitteln. Man stellt die Platte in Normalstellung und schaltet die Probeplatte in Regelstellung ein. Die Interferenzfarbe wird bei einem Schnitt senkrecht zur positiven Mittellinie γ :

rechts oben und links unten steigen,
links oben und rechts unten fallen:

zur negativen Mittellinie α :

rechts oben und links unten fallen,
links oben und rechts unten steigen.

¹ Vergl. C. Viola, Giornale di Mineralogia diretto dal Dr. F. Sansoni, 4, 173, 1893.

² Dieses Ende wandert rascher als die Tischdrehung, wenn die Axenpunkte schon außerhalb des Gesichtskreises liegen. Liegen die Axenpole gerade am Rande des Gesichtsfeldes, so folgt das dem Axenbalken entsprechende Ende der Hyperbel genau der Tischdrehung. Liegt der Axenpol innerhalb des Gesichtsfeldes, so wandert dieses Ende der Isogyre langsamer als die Tischdrehung, aber immer noch im selben Sinne.

³ Vergl. hierüber: M. Lévy et Lacroix: Minéraux des Roches. Paris, 1888, p. 90 ff.

Dies ergibt sich sofort aus den Figuren 6 und 7, welche die Verhältnisse eines negativen Krystals darstellen, wenn man festsetzt, daß die punktierten Skiodromen die Schwingungsrichtungen der langsameren, die gestrichelten Skiodromen die der rascheren Wellen darstellen.

Sollte die Entscheidung in der Normalstellung schwierig sein,¹ so kann man auch in die Diagonalstellung der Platte übergehen. Bringt man die Axenebene in die Lage links oben—rechts unten, so wird nach Einschaltung der Probeplatte in Regelstellung in der Mitte des Gesichtsfeldes

bei der positiven Mittellinie γ die Interferenzfarbe steigen,

» » negativen » α » » fallen.

Ist auf irgendeine Art entschieden, welche von den beiden Mittellinien α oder γ die Rolle der ersten Mittellinie spielt, so ist damit auch der optische Charakter des Krystals erkannt. Sicherer kann aber diese Entscheidung gefällt werden in Schnitten senkrecht zu einer optischen Axe, oder dieser Lage nahe kommenden.

3. Schnitte senkrecht zur optischen Normale (vergl. die Figuren 8 und 10). Diese Schnitte, sowie alle, die dieser Lage nahe kommen, geben sehr undeutliche Isogyren; bei Krystallen mit $2V = 90^\circ$ kann es überhaupt zur Bildung von erkennbaren Isogyren nicht kommen, da die Skiodromen im Gesichtsfelde der üblichen Objektive ein rechtwinkeliges Gitter darstellen.

Ist indessen der Axenwinkel klein, so entsteht doch eine Andeutung eines schwarzen Kreuzes in der Normalstellung. Bei Drehung der Platte zeigt sich auch hier Auflösung des Kreuzes in zwei Hyperbeln, und zwar derart, daß der Kreuzbalken, der in die Richtung der ersten Mittellinie fällt, den homodromen, der andere den antidromen Enden der beiden Hyperbeläste entspricht. Daß dies der Fall ist, davon kann man sich bei jedem Spaltblättchen von Gips überzeugen.

Die Erscheinung läßt sich aus der Figur so ableiten, daß man die meridionalen Skiodromen allein berücksichtigt. Sie sind die stärker gekrümmten und lassen bei einer sehr kleinen Verdrehung der Nikol-Hauptschnitte gegen die Symmetrie-Linien der Figur die Entstehung der Hyperbeln leicht konstruieren. Die als eine Schar fast geradliniger Parallelen erscheinenden Äquatorial-Skiodromen bewirken bei der angenommenen Drehung nur die Verbreiterung einer allgemeinen schwachen Aufhellung im ganzen Gesichtsfelde wie bei den entsprechenden der Axe parallelen Schnitten einaxiger Krystalle.

Die Erkennung des in die Richtung der ersten Mittellinie fallenden Kreuzbalkens vorausgesetzt, ist auch hier die Entscheidung über den optischen Charakter möglich. Doch kann diese Methode wegen der Verschwommenheit der Isogyren nicht als praktisch empfohlen werden. Viel sicherer ist in diesen Schnitten die Beobachtung der isochromatischen Kurven (vergl. Min.-petr. Mitt. 16, 180, 1896).

Die isochromatischen Kurven bilden in diesen Schnitten bei Diagonalstellung zwei Systeme gleichseitiger Hyperbeln, zu denen die Nikol-Hauptschnitte die Asymptoten darstellen. Die Quadranten mit fallender Farbe enthalten die erste Mittellinie. Die Hyperbeln weichen um so weiter vom Mittelpunkt zurück, je mehr sich $2V$ der Grenze von 90° nähert. Bei $2V = 90^\circ$ erhält man ein glattes Feld.

Unter den zufälligen Durchschnitten zweiaxiger Krystalle in Dünnschliffen werden Schnitte, die genau die in 1, 2 und 3 besprochene Lage haben, nur selten vorkommen; häufig dagegen solche, die sich der geforderten Lage nähern. Dann wird in der Normalstellung der Mittelpunkt des dunklen Kreuzes nicht in der Mitte des Gesichtsfeldes liegen, der Axenbalken und der Mittelbalken das Gesichtsfeld nicht symmetrisch teilen. Insbesondere die seitliche Lage des Axenbalkens in Schnitten, die das Interferenzbild der ersten Mittellinie zeigen, ist selbst bei kleiner Abweichung noch mit großer Schärfe wahrzunehmen; weniger sicher ist die Beurteilung beim Mittelbalken. Das Vorkommen eines solchen exzentrischen Kreuzes ist ein sicheres Kennzeichen zweiaxiger Krystalle. Bei einaxigen Krystallen kann das schwarze Kreuz in Schnitten nahezu parallel der Axe nur bezüglich des Mittelbalkens exzentrisch werden.

¹ Diese Schwierigkeit kann eintreten, wenn die Isogyren breit und verschwommen sind und von den Quadranten nur kleine randliche Teile aufgeheilt sind.

B. Schnitte senkrecht auf einer optischen Symmetrieebene.

4. Schnitt senkrecht auf die Axenebene. Unter diesen Schnitten sind jene senkrecht oder nahezu senkrecht auf eine der optischen Axen die wichtigsten. Fig. 16 zeigt die Skiodromen für einen optisch negativen Krystall, Fig. 17 für einen neutralen mit dem Axenwinkel von 90° . In beiden Fällen erhält man einen einzigen dunklen Balken, der bei Drehung des Tisches immer im Gesichtsfeld bleibt. Beide Enden verhalten sich antidrom. In der Normalstellung ist die Isogyre gerade gestreckt und parallel einem Nikol-Hauptschnitt, sie gibt die Lage der Axenebene an. Sie teilt das Gesichtsfeld symmetrisch, vorausgesetzt, daß der Schnitt genau senkrecht zur Axenebene liegt. Bei den zufälligen Schnitten im Dünnschliff ist das nur selten der Fall. Häufiger wird die Isogyre gerade gestreckt neben der Mitte des Gesichtsfeldes liegen.

Von Bedeutung ist die Form der Isogyre in der Diagonalstellung. Die Konstruktion an Fig. 16 zeigt, daß sie die Gestalt einer Hyperbel annimmt, die der ersten Mittellinie ihre konvexe Seite zukehrt. Die Krümmung wird umso flacher, je mehr sich $2V$ dem Werte 90° nähert und endlich bei diesem Grenzwert geht sie in eine gerade Linie über, die unter 45° Neigung gegen die Nikol-Hauptschnitte senkrecht zur Axenebene verläuft (vergl. Fig. 17). Die Gestalt der Isogyre ist noch bei einer beträchtlichen

Fig. 16.

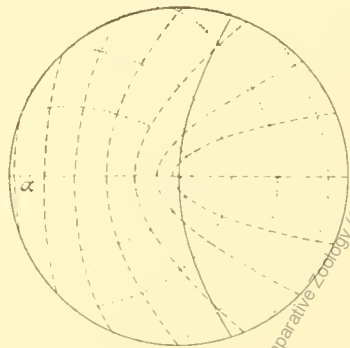
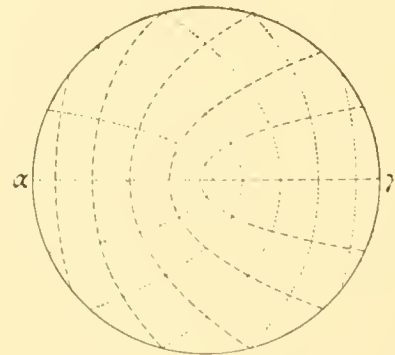


Fig. 17.



Abweichung des Schnittes von der Lage senkrecht zur Axe zu erkennen. Sie liefert ein ausgezeichnetes, bisher, wie es scheint, selten ausgenütztes Mittel, um den optischen Charakter des Krystalls zu ermitteln.

In dem von der konvexen Seite der Hyperbel umschlossenen Raume zwischen der Axe und der zweiten Mittellinie verlaufen die Meridian-Skiodromen, die mit der ersten Mittellinie gleiches Vorzeichen haben (Schwingungsrichtung der rascheren Welle bei negativen, der langsameren bei positiven Krystallen) parallel mit der Axenebene. Bringt man die Axenebene in die Lage rechts vorne, links hinten und schaltet die Probeplatte in Regelstellung ein, so wird innerhalb der konvexen Seite der Hyperbel die Interferenzfarbe bei

negativen Krystallen steigen,
positiven » fallen.

Diese Reaktion ist ziemlich empfindlich, da für ein einigermaßen geübtes Auge noch bei einem Winkel von $2V = 80^\circ$ der Krümmungssinn der Hyperbel mit Sicherheit zu erkennen ist. Bei Axenwinkeln über 80° ist die Entscheidung schwierig und man ist bei exzentrischer Lage der Axe Täuschungen ausgesetzt. Die positive Doppelbrechung bei Albit und Labrador, die negative bei Oligoklas, Anorthit, Mikroklin, Orthoklas ist noch sehr gut zu erkennen. Ebenso gibt die gerade Streckung des Balkens in der Diagonalstellung ein gutes, vielfach verwertbares Kennzeichen für einen Axenwinkel $2V$ nahe gleich 90° ab.

Die gesetzmäßige Verknüpfung der Hyperbelkrümmung mit der Größe des Axenwinkels legt den Gedanken nahe, ob aus dieser nicht ein Rückschluß auf jenen möglich wäre. Denkt man sich in einem

gewissen Abstand um den Axenpunkt einen mit einer Teilung versehenen Kreis gezogen, und die Hyperbel für die verschiedenen Werte von V von 0 bis 45° verzeichnet, so beschreibt das Ende der Hyperbel einen Spielraum von 45 Winkelgraden. Das ist eine Lagenänderung, die immerhin beträchtlich genug ist, um diesen Versuch als nicht ganz aussichtslos erscheinen zu lassen.

Schnitte, welche die Ebene der optischen Axen zwischen einer Axe und einer Mittellinie treffen, werden sich ähnlich verhalten wie schiefe Schnitte eines optisch einaxigen Krystals: Sie geben eine gerade Isogyre parallel einem der Nikol-Hauptschnitte mit einem der Axe zugewendeten homodromen und einem der Mittellinie zugewendeten antidromen Ende. Nur in dem seltenen Falle eines Schnittes genau senkrecht zur Axenebene wird die Isogyre symmetrisch durch die Mitte des Gesichtsfeldes laufen. In Schnitten, annähernd senkrecht zur Axenebene, liegt die gerade Isogyre parallel zum Nikol-Hauptschnitte seitwärts vom Mittelpunkt, die zentrale Isogyre dagegen schief zum Nikol-Hauptschnitte oder sie ist gekrümmt. Wegen der verhältnismäßig raschen Änderung im Krümmungsgrade der quer zur Axenebene verlaufenden Skiodromen läuft das antidrome Ende rascher als das homodrome und bei der Tischdrehung pendelt jenes auffallender hin und her als bei einaxigen Krystallen. In der Normalstellung fällt die Isogyre in die Richtung der meridionalen Skiodromen bei Schnitten zwischen der Axe und der zweiten Mittellinie, dagegen in die Richtung der äquatorialen Skiodromen bei Schnitten innerhalb des spitzen Axenwinkels. Die letzteren Schnitte lassen bei einigermaßen kleinen Axenwinkeln im Gesichtsfeld außer der Axe auch die Mittellinie erkennen. Bei den ersteren wird unter Umständen nur die Axe oder nur die Mittellinie oder keines von beiden im Gesichtsfeld sichtbar sein. Hat man eine wirksame Winkelöffnung des Objektivs von zirka 30° , so ist es unmöglich, daß symmetrische Schnitte im Bereich des spitzen Axenwinkels auftreten, in denen nicht entweder die Axe oder die Mittellinie sichtbar sein sollte.

5. Schnitte senkrecht auf der Ebene durch die optische Normale und die erste Mittellinie. Fig. 18

Fig. 18.

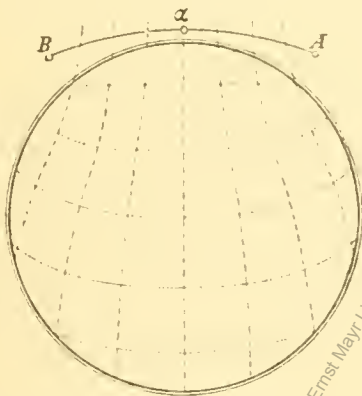
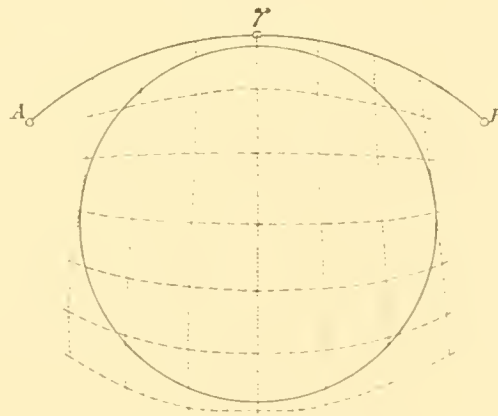


Fig. 19.



zeigt den Verlauf der Skiodromen in dem Schnitte, dessen Normale 45° mit der Mittellinie einschließt. Des Meridian-Skiodromen konvergieren gegen die Richtung der ersten Mittellinie. Die Äquatorial-Skiodromen laufen in gegen die Mittellinie konkaven Bögen durch das Gesichtsfeld. Die zentrale Isogyre teilt das Gesichtsfeld symmetrisch und ist gestreckt im Sinne der Meridian-Skiodromen. Das der Mittellinie zugewendete Ende ist homodrom, das der normalen zugewendete antidrom. Das erstere bewegt sich rascher als das letztere, am langsamsten aber bewegt sich der mittlere Teil. Gegen die Mittellinie zu stellt sich eine Verbreiterung ein, ja bei entsprechend großer Apertur tritt sogar in der Normalstellung die Andeutung eines quer liegenden dunklen Balkens auf, der Ähnlichkeit zeigt mit einem seitlich verschobenen Axenbalken. In der Tat durchsetzt die Äquatorial-Skiodrome $\beta = 15^\circ$ nahezu geradlinig das Gesichtsfeld, während die Projektion der Axenebene einer gegen die Mitte konkaven Skiodrome entspricht. Es ist also das dunkle Kreuz der Mittellinie vom richtigen Ort der Mittellinie α verschoben gegen die optische Normale.

Die hier auftretende zentrale symmetrische Isogyre unterscheidet sich von der ähnlichen Isogyre eines Durchschnittes senkrecht zur Axenebene durch das raschere Wandern des homodromen Endes.¹

¹ Vergl. Viola l. c.

Dieser Unterschied verwischt sich zwar mit der Annäherung an die optische Normale, indem hier auch das der Mittellinie zugewendete homodrome Ende der Isogyre langsamer wandert als das der Normalen zugewendete antidrome. Dafür wird aber die Isogyre im ganzen immer verwaschener und undeutlicher.

Die mit der zentralen Isogyre gleichgerichteten Schwingungsrichtungen entsprechen den rascheren Wellen (α') bei negativen, den langsameren Wellen (γ') bei positiven Krystallen.

6. Schnitte senkrecht auf die Ebene durch die optische Normale und die zweite Mittellinie. Das Skiodromennetz zeigt Fig. 19. Es nähert sich so sehr einem rechtwinkligen Gitter, daß selbst bei großer Apertur des Objektivs nur verwaschene Andeutungen von Isogyren zustande kommen. Wesentlich ist wieder ein zentraler symmetrischer Balken, der aber hier im Sinne der Äquatorial-Skiodromen gestreckt ist. Bei Annäherung des Schnittes an die zweite Mittellinie erscheint schon bevor der Ort der Mittellinie selbst ins Gesichtsfeld tritt, infolge der geringen Krümmung der hier in Betracht kommenden Stücke der Meridian-Skiodromen ein Querbalken, der der Richtung der Axenebene parallel geht und in der Durchkreuzung mit dem symmetrischen Balken die Spur einer Mittellinie vortäuscht, lange ehe diese selbst ins Gesichtsfeld tritt. Die Abweichung dieses scheinbaren Ortes der Mittellinie vom wahren Ort ist hier beträchtlicher als in Schnitt 5 wegen der bedeutenderen Größe des Axenwinkels AB' im Vergleich zu AB .

Die zentrale Isogyre ist hier gestreckt parallel der Schwingungsrichtung der langsameren Wellen bei negativen, der rascheren Wellen bei positiven Krystallen, also umgekehrt wie bei Schnitt 5.

Hieraus ergibt sich eine wichtige Regel: Isogyren, welche entweder sehr breit und verwaschen sind, oder bei denen das homodrome Ende rascher wandert als das antidrome, sind nicht geeignet zur Erkennung des optischen Charakters des Minerals; sie wären es nur dann, wenn man sicher entscheiden könnte, ob die Schnittrichtung 5 oder 6 vorliegt, und das ist bei einigermaßen großem $2V$ nicht mit Sicherheit möglich. Beim neutralen Krystall ($2V = 90^\circ$) verhalten sich die Schnitte 5 und 6 ganz gleich.

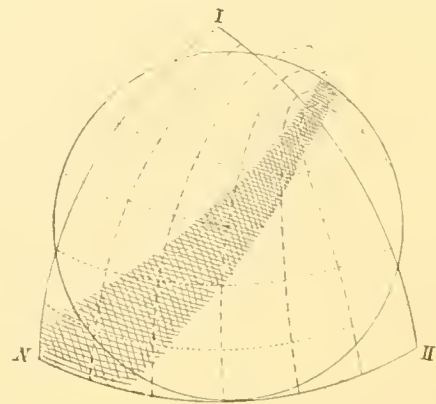
C. Schiefe Schnitte.

Schiefe Schnitte, welche weder auf einer der drei optischen Symmetrie-Axen noch auf einer der drei optischen Symmetrie-Ebenen senkrecht stehen, kommen naturgemäß unter den zufälligen Schnitten der Dünnschliffe am häufigsten vor. Sie haben alle eine gemeinsame diagnostisch höchst wichtige Eigenschaft, die sonderbarerweise in keinem der in letzter Zeit erschienenen Anleitungen zum Gebrauche des Mikroskops erwähnt wird. Die zentrale Isogyre geht bei schiefen Schnitten zweiaxiger Krystalle unter irgendeinem schiefen Winkel gegen die Nikol-Hauptschnitte durch das Gesichtsfeld. Dieser Winkel wird 45° und die Isogyre erscheint als gerader Balken bei dem neutralen Krystall mit $2V = 90^\circ$ in einer Reihe von Schnitten, deren Normalen in die beiden Großkreise zwischen der optischen Normalen und den beiden optischen Axen fallen. Fig. 20 bringt die Skiodromen

Fig. 20.



Fig. 21.



für einen solchen Schnitt am neutralen Krystall zur Darstellung, Fig. 21 einen ähnlichen Schnitt an einem negativen Krystall mit $2V = 60^\circ$.

Das Zutreffen der schiefen zentralen Isogyre ist ein sicherer Beweis der Zweiaxigkeit und ermöglicht die Entscheidung auch in jenen nicht seltenen Fällen, wo nur wenige Durchschnitte vorhanden sind unter denen vielleicht keiner die besonderen günstigen Lagen senkrecht zu einer der optischen Axen oder Mittellinien aufweist.

Es liegt in der Natur der Sache, daß die Beurteilung unter Umständen schwierig werden kann. Namentlich sind Schnitte in der Nähe der optischen Normalen und in der Nähe der beiden Normalenebenen wegen der Verwaschenheit der Isogyre ungünstig. Ferner kann die Entscheidung bei kleinem Axenwinkel bisweilen delikater werden, da der Unterschied solcher Krystalle und einaxiger in Schnitten, deren Normalen mit der ersten Mittellinie einen großen Winkel einschließen, recht gering werden kann.

Aber es gibt zahllose Fälle, wo diese einfache optische Reaktion nützliche Dienste leistet. Zum Beispiel ist die Unterscheidung von Quarz und Feldspat fast bei jedem Durchchnitt mit Sicherheit zu machen.

Bezüglich der Lage der Isogyre zu den α - und γ -Skiodromen ist bei dem neutralen Krystall ($2V = 90^\circ$) Folgendes festzuhalten. Beginnen wir mit einem Schnitt senkrecht zur Axenebene, dessen Normale zwischen der Axe und der positiven Mittellinie γ liegt. In diesem Schnitt haben wir eine symmetrische Isogyre, die den α -Skiodromen parallel geht. Bewegen wir uns in dem Raum zwischen der Axe, der Mittellinie γ und der Normalen β , so wird die Isogyre nicht mehr symmetrisch sein, sie liegt schräg im Gesichtsfeld unter einem kleinen Winkel mit dem Nikol-Hauptschnitte, aber sie wird sich noch im Sinne der α -Skiodromen strecken, da diese weniger stark gekrümmt sind, als die γ -Skiodromen, die das Gesichtsfeld in stark gekrümmten, ungefähr konzentrischen Kurven durchziehen. Die zentrale Isogyre wird ferner eine mehr oder weniger deutliche Krümmung erkennen lassen. Je mehr wir uns von der Ebene $\alpha\gamma$ entfernen, desto größer wird der Winkel, den die zentrale Isogyre mit dem Nikol-Hauptschnitt einschließt. Treten wir endlich in den Großkreis zwischen der Axe und der Normale ein, so wird die Isogyre gerade gestreckt unter 45° gegen die Nikol-Hauptschnitte das Gesichtsfeld durchziehen (vergl. Fig. 20).

Überschreiten wir diese Grenzlinie, so wird nun der Winkel zwischen der Isogyre und dem bis jetzt betrachteten Nikol-Hauptschnitt größer als 45° , d. h. sie schließt mit dem anderen Nikol-Hauptschnitt den kleineren Winkel ein und erstreckt sich nun im Sinne der γ -Skiodromen. Indem wir mit der Schnittnormale den Raum zwischen der Diagonal-Ebene und der Symmetrie-Ebene die Axe-negative Mittellinie durchwandern, wird der Winkel zwischen Isogyre und Nikol-Hauptschnitt kleiner und kleiner und schließlich erreichen wir den Winkel 0, wenn die Normale des Schnittes wieder in die Axenebene eintritt. Die zentrale Isogyre ist jetzt wieder symmetrisch und parallel den γ -Skiodromen.

Wir wollen für jene Fälle, wo im Interferenzbild weder ein Axenort noch die Spur einer Mittellinie liegt, wo es also nur aus einem das Gesichtsfeld durchziehenden dunklen Balken besteht, folgende Bezeichnung einführen: Ein solches Interferenzbild soll positive Reaktion zeigen, wenn die zentrale Isogyre in die Richtung der γ -Skiodromen fällt, negative Reaktion, wenn sie in die Richtung der α -Skiodromen fällt.

Wir erkennen die positive oder negative Reaktion an folgendem Verhalten. Die zentrale Isogyre werde in sagittale Stellung gebracht, d. h. so, daß sie mit dem sagittalen Nikol-Hauptschnitt zusammenfällt oder doch den kleineren Winkel bildet. Es werde ferner das homodrome Ende der Isogyre nach hinten, das antidrome nach vorne gerichtet und die Probenplatte in Regelstellung eingeführt.

Die Interferenzfarbe wird bei

| | | | | | | | |
|-----------|-----------|----------|--------|-----|-----|---------|----------|
| | positiver | Reaktion | links | von | der | Isogyre | steigen, |
| | | | rechts | » | » | » | fallen, |
| negativer | » | links | » | » | » | fallen, | |
| | | | rechts | » | » | » | steigen. |

Der Grund liegt darin, daß bei positiver Reaktion die α -Skiodromen stärker gekrümmt, die γ -Skiodromen im Sinne der Isogyre gestreckt sind und gegen das homodrome Ende der Isogyre konvergieren. Diese weichen daher links von der Isogyre im Uhrzeigersinn, rechts davon gegen den Uhrzeigersinn von der sagittalen Richtung ab. Bei negativer Reaktion sind α - und γ -Skiodromen zu vertauschen. Diese Bestimmung im Auge kann man aussprechen, daß positive Reaktion überall eintreten wird, wo die α -Skiodromen stärker gekrümmt sind als die γ -Skiodromen; dem entgegengesetzten Verhältnis entspricht negative Reaktion.

Bei einem neutralen Krystall (vergl. Fig. 22) hat man demgemäß in jedem Quadranten:

Positive Reaktion: In einem Raume zwischen der Axe, der Mittellinie α und einer Linie, die von der Axe zur optischen Normalen β gezogen wird, ferner in einem Streifen zwischen der Mittellinie γ und der Normalen β .

Negative Reaktion: In einem Raume zwischen der Axe, der Mittellinie γ und der diagonalen Linie, zwischen der Axe und der Normalen β , ferner in einem Streifen zwischen der Mittellinie α und der Normalen.

Die Felder positiver und negativer Reaktion sind gleich groß und durch Übergangszonen getrennt, wo die Entscheidung wegen Krümmung der Isogyre und annähernd gleichen Winkeln mit den Nikol-Hauptschnitten unsicher wird; gegen die Normale hin verschimmen die Felder in jene Region, wo die Isogyre überhaupt nicht deutlich hervortritt.

Bei Krystallen mit kleinem Axenwinkel vergrößert sich das Feld, dessen Reaktion mit der optischen Charakteristik des Krystalls übereinstimmt, auf Kosten des anderen. Bei negativen Krystallen (Fig. 23)

Fig. 22.

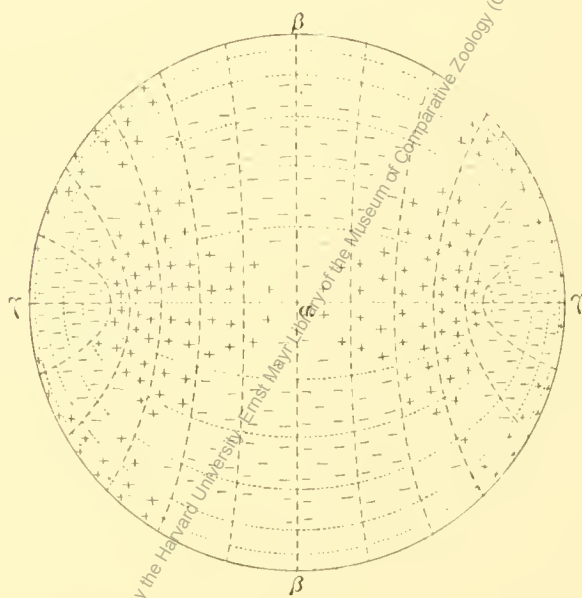
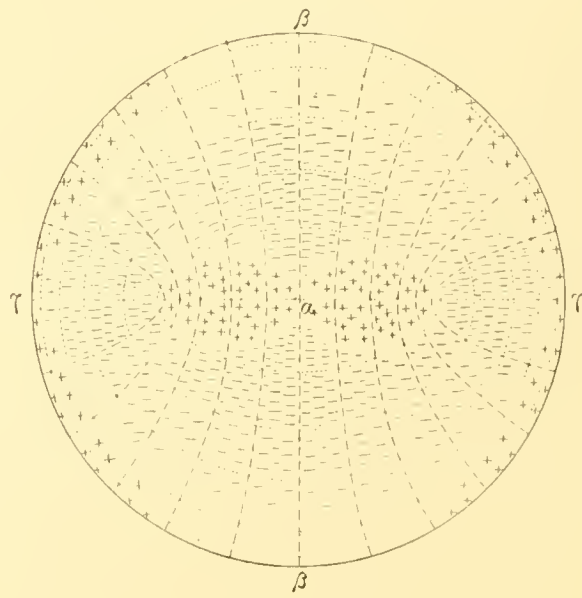


Fig. 23.



hat man ein kleines Innenfeld um die Mittellinie mit positiver Reaktion. Das positive Feld längs der Symmetrie-Ebene $\gamma\beta$ wird undeutlich wegen Verschwommenheit der Isogyre, dagegen fließen die Felder negativer Reaktion zwischen Axe und γ und längs der Symmetrie-Ebene $\alpha\beta$ zu einem breiten Außenfeld zusammen. Umgekehrt verhalten sich optisch positive Krystalle.

Kann man daher eine größere Zahl schiefer Schnitte auf ihre Reaktion prüfen, so werden bei neutralen Krystallen positiv und negativ reagierende sich die Wage halten, bei ausgeprägt negativen werden die negativ reagierenden, bei positiven Krystallen die positiven Schnitte überwiegen.

Es ist aber zu bemerken, daß bei einigermaßen kleinem Axenwinkel das Innenfeld so zusammenschrumpft, daß entgegengesetzt reagierende Schnitte immer auch entweder die Axe oder die Mittellinie im Gesichtsfeld zeigen und so den wahren optischen Charakter verraten.

Die Haupttypen der Isogyren, abgeleitet aus den Haupttypen des Skiodromen-Netzes.

Es mag nicht überflüssig erscheinen, die verschiedenen Hauptformen des Skiodromennetzes und die entsprechenden Typen der Isogyren hier zusammenzustellen.

Zumeist lassen sich die beiden Systeme von Skiodromen von einander dadurch unterscheiden, daß das eine aus stärker gekrümmten, das andere aus weniger stark gekrümmten Kurven besteht. Die ersteren mögen Längs-Skiodromen genannt werden, die letzteren Quer-Skiodromen. Wir werden die ersteren in die sagittale Richtung stellen. Der Unterschied spricht sich in dem Verhalten der Isogyre dadurch aus, daß sie im allgemeinen im Sinne der Längs-Skiodromen gestreckt ist.

Zunächst wollen wir die speziellen Fälle ausscheiden, wo die Quer-Skiodromen im Gesichtsfelde geschlossene Kurven bilden: Dann liegt im Gesichtsfeld entweder die Axe eines einaxigen Krystalls mit dem charakteristischen vierarmigen Kreuz, oder es erscheint das nicht minder charakteristische Bild der ersten Mittellinie und der beiden optischen Axen eines zweiaxigen Krystalls. Diese Fälle sind ja genugsam bekannt.

Einen Spezialfall bilden ferner die Schnitte quer zur Axe eines optisch zweiaxigen Krystalls. In bezug auf das Skiodromennetz ist er dadurch ausgezeichnet, daß innerhalb des Gesichtsfeldes der Charakter der Skiodromen sich ändert. Das Skiodromensystem, welches in der einen Hälfte des Gesichtsfeldes den Charakter von Längs-Skiodromen hat, nimmt in der anderen Hälfte die Eigenart der Quer-Skiodromen an (vergl. die Figuren 16 und 17). Die Isogyre ist ein dunkler Balken, der während einer vollen Umdrehung des Präparates im Gesichtsfelde bleibt und bei einer Drehung des Präparates sich im gleichen Betrage im entgegengesetzten Sinne bewegt.

Nach Ausschaltung dieser Spezialfälle bleiben noch folgende Fälle übrig:

1. Symmetrisches Netz.

In diesem Falle ist eine der Längs-Skiodromen geradlinig und halbiert das Gesichtsfeld symmetrisch. Nach der einen Seite dieser zentralen Skiodrome konvergieren, nach der anderen divergieren die Längs-Skiodromen.

Die zentrale Isogyre fällt mit dem Nikol-Hauptschnitt und mit der geraden symmetrischen Längs-Skiodrome zusammen. Dort, wo die Längs-Skiodromen konvergieren, ist ihr homodromes, wo sie divergieren ihr antidromes Ende.

Folgende Untertypen sind zu unterscheiden:

- a) Die Quer-Skiodromen sind gegen das homodrome Ende stärker gekrümmt, die seitlichen Längs-Skiodromen sind konkav gegen die mittlere (vergl. Fig. 14, Mittelteil).

Die Isogyre wandert bei Drehung des Objektisches rascher mit dem antidromen als mit dem homodromen Ende: Symmetrische Pendel-Isogyre. Diese Isogyre entspricht dem Axenbalken des gewöhnlichen zweiaxigen Interferenzbildes.

Dieser Typus findet sich bei allen schiefen Schnitten einaxiger Krystalle, ferner bei den Schnitten senkrecht zur Axenebene zweiaxiger Krystalle. Das homodrome Ende der Isogyre ist der Axe zugewendet.

- b) Die Quer-Skiodromen sind gegen das homodrome Ende, wo die Längs-Skiodromen konvergieren, flacher gekrümmt als am antidromen. Die seitlichen Längs-Skiodromen sind konvex gegen die gerade mittlere (vergl. Fig. 18).

Die zentrale Isogyre ist geradlinig und fällt mit der zentralen Längs-Skiodrome und dem Nikol Hauptschnitte zusammen. Bei der Tischdrehung wandert das homodrome Ende rascher als das antidrome, sie zeigt Fächerbewegung: Symmetrische Fächer-Isogyre. Dieser Typus kommt

nur bei zweiachsigem Krystallen vor, und zwar bei Schnitten senkrecht auf einer der optischen Symmetrie-Ebenen durch eine der Mittellinien und die optische Normale. Das homodrome Ende ist der Mittellinie zugewendet. Es entspricht dem Mittelbalken des gewöhnlichen zweiachsigem Interferenzbildes.

2. Asymmetrisches Netz.

Die zentrale Längs-Skiodyrome ist gekrümmt. Die zentrale Isogyre liegt schief im Gesichtsfeld und macht einen Winkel kleiner als 45° mit jenem Nikol-Hauptschnitt, der in der Richtung der Längs-Skiodyromen liegt.

Das homodrome Ende der Isogyre liegt auch hier dort, wo die Längs-Skiodyromen konvergieren. Das asymmetrische Netz findet sich nur in schiefen Schnitten zweiachsigem Krystalle. Auch hier sind zwei Unterfälle zu unterscheiden.

- a) Die Quer-Skiodyromen sind am homodromen Ende stärker gekrümmt als am antidromen. Das homodrome Ende der Isogyre wandert bei der Tischdrehung langsamer als das antidrome: asymmetrische Pendel-Isogyre.

Dieser Typus findet sich im Raum zwischen Mittellinie, Axe und optischer Normale in den der Axenebene anliegenden Feldern (vergl. Figuren 12 und 21).

- b) Die Quer-Skiodyromen sind am homodromen Ende flacher gekrümmt als am antidromen. Das homodrome Ende der Isogyre wandert bei der Tischdrehung rascher: asymmetrische Fächer-Isogyre.

Dieser Typus findet sich zu beiden Seiten der Ebenen zwischen den Mittellinien und der optischen Normale. Er spielt deshalb keine wichtige Rolle, weil auf dem größten Teil jener Felder, namentlich in der Nähe der optischen Normalen, die Krümmung der Skiodyromen überhaupt sehr gering, die Isogyren daher sehr verwaschen sind.

Von Interesse ist noch ein Spezialfall:

3. Diagonal-symmetrisches Netz.

Der Unterschied zwischen Längs- und Quer-Skiodyromen verwischt sich, beide Systeme sind in gleicher Weise gekrümmt (vergl. Fig. 20).

In diesem Falle erscheint als zentrale Isogyre ein dunkler Balken, der unter 45° gegen beide Nikol-Hauptschnitte geneigt ist. Das homodrome Ende liegt dort, wo die Skiodyromen beider Systeme stärker gekrümmt sind.

Typisch ist dieses Netz bei neutralen zweiachsigem Krystallen in Schnitten, die senkrecht stehen auf der Pseudosymmetrie-Ebene zwischen der optischen Axe und der Normale. Ich sage Pseudosymmetrie-Ebene, da die beiden Systeme von Skiodyromen trotz symmetrischer Lage zu der Diagonale nicht gleichartig sind: das eine entspricht den rascheren, das andere den langsameren Wellen.

Bei optisch zweiachsigem Krystallen mit kleinerem Axenwinkel können derartige Netze nur in dem Sinne auftreten, als man das Verhalten in einem kleinen Bereiche betrachtet, also bei Anwendung eines Konoskops von kleiner Apertur. Bei größerem Gesichtsfelde tritt immer eine Änderung im Verlaufe der einzelnen Skiodyromen ein, und die Isogyre erscheint statt gerade gestreckt in gekrümmter Form.

4. Disymmetrisches Netz.

Eine besondere Form tritt an den optischen Symmetrieachsen auf, in typischer Entwicklung an den beiden Mittellinien: Längs-Skiodyromen laufen nach zwei Seiten zusammen und sind konkav gekrümmt gegen eine gerade zentrale Skiodyrome. Die Quer-Skiodyromen sind nach zwei Seiten hin gekrümmt und wenden ihre konvexen Seiten einer geraden mittleren Skiodyrome zu, Resultat ist: ein schwarzes Kreuz.

wenn die zentralen Skiodromen mit den Nikol-Hauptschnitten zusammenfallen und ein Zerfallen in zwei gekrümmte Hyperbeläste, bei Drehung der Platte. Die Hyperbeläste zeigen dann ihr homodromes Ende dort, wo die Längs-Skiodromen zusammenlaufen (vergl. Mittelteil von Fig. 6, 7, 9).

In der Erscheinung ähnlich sind die der Axe parallelen Schnitte einaxiger Krystalle.

Die vorstehenden Angaben setzen uns in den Stand, jeden beliebigen schiefen Durchschnitt eines zweiaxigen Krystalls nach dem Verhalten seines Interferenzbildes zu prüfen, zu klassifizieren und danach seine Orientierung gegen die optischen Hauptlinien anzugeben.

Unterscheidung ein- und zweiaxiger Krystalle.

Zusammenfassend ergibt sich folgendes bezüglich der Unterscheidung optisch einaxiger und zwei-axiger Krystalle mittels der Interferenzbilder im Konoskop.

Optisch einaxige Krystalle geben im allgemeinen eine gerade symmetrische Barre, an der man ein homodromes, der Axe zugewendetes und ein antidromes abgewendetes Ende unterscheiden kann. In besonderen Schnitten erblickt man das vierarmige Kreuz mit den Nikol-Hauptschnitten parallelen Balken oder (in der Axe parallelen Schnitten) ein sehr verwaschenes Kreuz, das sich bei Tischdrehung rasch öffnet; der Kreuzbalken mit homodromen Enden geht in der Normalstellung durch die Mitte des Gesichtsfeldes.

Optisch zweiaxige Krystalle geben im allgemeinen eine asymmetrische Barre. Bei zentraler Einstellung schließt sie mit den Nikol-Hauptschnitten einen schiefen Winkel ein. In besonderen Schnittlagen kann eine gerade Barre parallel einem Nikol-Hauptschnitte zustande kommen, wenn im Bereiche des Gesichtsfeldes eine der optischen Symmetrie-Ebenen liegt. In der Regel geht diese gerade Barre nicht durch die Mitte des Gesichtsfeldes, sondern liegt seitlich davon, nur wenn der Schnitt genau senkrecht steht auf der Symmetrie-Ebene, liegt die gerade Barre zentral. Auch bei solcher Lage ist die Zweiaxigkeit sichergestellt, wenn sich bei der Tischdrehung das homodrome Ende rascher bewegt als das antidrome (Fächerbarre). Bei symmetrischer Pendelbarre ist Verwechslung mit einaxigen Schnitten möglich. Doch genügt der Vergleich von zwei oder drei Durchschnitten zur Vermeidung dieser Täuschung.

In besonderen Schnittlagen erscheinen die charakteristischen Bilder der optischen Axe mit antidromer einfacher Barre oder die Bilder von Axe und Mittellinie oder endlich das Kreuz der Mittellinie allein. Verwechslung mit einem der Axe parallelen Schnitt eines einaxigen Krystalles wäre hier möglich, wird aber in der Regel dadurch vermeidbar, daß der Axenbalken (mit homodromen Enden) nicht notwendig durch die Mitte des Gesichtsfeldes läuft wie bei einaxigen.

Erkennung des Charakters der Doppelbrechung.

Bei zur Axe senkrechten Schnitten einaxiger Krystalle prüft man in bekannter Weise mit $\frac{1}{4}\lambda$ -Platte oder mit einer Gipsplatte vom Rot erster Ordnung. In Schnitten parallel der Axe erkennt man an den homodromen Enden der Kreuzbarre oder an den Sektoren mit fallender Interferenzfarbe die Richtung der Axe und prüft mit der Gipsplatte.

Bei schiefen Schnitten bringt man die symmetrische Barre mit dem homodromen Ende nach hinten. Bei Einschaltung der Probeplatte in Regelstellung hat man bei negativem Charakter rechts, bei positivem links von der Barre die steigenden Interferenzfarben.

Bei optisch zweiaxigen Krystallen erfolgt die Erkennung des Charakters der Doppelbrechung am sichersten an Schnitten, die die optische Axe im Gesichtsfelde zeigen. Man bringt die Axenebene in Regelstellung und schaltet die Probeplatte ein. In der Höhlung der Hyperbel hat man bei negativem Charakter steigende, bei positivem Charakter fallende Farbe.

Ferner sind zur Erkennung geeignet, Schnitte senkrecht zu den Mittellinien, wenn man die Bilder beider Mittellinien vergleichen oder wenn man die Größe von V bestimmen kann.

Sehr brauchbar sind auch Schnitte parallel der Axenebene. In Diagonalstellung geben die Sektoren mit fallenden Farben die Richtung der ersten Mittellinie und deren Charakter kann mit der Probeplatte bestimmt werden.

Endlich geben auch schiefe Schnitte mit Pendelbarre eine Wahrscheinlichkeitsbestimmung. Wenn alle untersuchten Schnitte gleiche (positive oder negative) Reaktion zeigen, so ist das Mineral wahrscheinlich von demselben Charakter.

Unter »Reaktion« ist verstanden: Einstellung der schiefen (oder geraden) Pendelbarre so, daß sie mit dem sagittalen Hauptschnitt den kleineren Winkel einschließt (oder parallel steht) und das homodrome Ende hinten liegt. Nach Einstellung der Probeplatte in Regelstellung steigt die Interferenzfarbe rechts bei negativer, links bei positiver Reaktion.

4. Messungen im konvergenten Licht.

Ermittlung der Lage einer optischen Axe.

Wie eine im Gesichtsfelde des Konoskops dienende Axenspur fixiert werden kann durch Bestimmung der Lage der Isogyre in mehreren Stellungen, die sich im Axenorte kreuzen müssen, habe ich früher angegeben.¹

Hiezu dient eine camera lucida mit drehbarem Zeichentisch, die mit jedem Mikroskop leicht verbunden werden kann. Auf einem Grundbrett ist ein drehbarer Zeichentisch befestigt, der durch drei horizontal wirkende Stellschrauben in beschränktem Raume verstellt werden kann. Er trägt eine Gradteilung mit fixer Marke.

Auf demselben Grundbrette wird durch Metalleisten der Fuß des Mikroskops in einer bestimmten Stellung fixiert. Auf den Kopf des Mikroskops ist eine camera lucida nach Abbe angebracht, die aus einem parallelepipedischen Prisma besteht, das nach der Diagonale durchschnitten, dessen Schnittfläche versilbert ist; der spiegelnde Belag ist in einem kleinen kreisrunden zentralen Fleck entfernt. Ein horizontaler, etwas längerer Arm trägt einen Planspiegel, der durch einen Anschlag in der Neigung von 45° erhalten wird.

Durch die kleine, 1 mm im Durchmesser haltende Öffnung in der versilberten Diagonalfäche des Prismas erblickt man das Axenbild und gleichzeitig die Mitte des Zeichentischchens. Gewöhnlich wird das nach der Lasaulx'schen Methode erzeugte Axenbild verwendet, es läßt sich aber auch das mit dem Bertrand'schen Hilfsmikroskop vergrößerte Axenbild verwenden.

Der Zeichentisch und die Anschlagleisten für den Mikroskopfuß sind in solcher Lage und Entfernung angebracht, daß bei richtiger Zentrierung des Kamerakopfes und genauer Einstellung des Planspiegels auf 45° beim Hineinblicken in die Kamera die Mitte des Zeichentisches und die Mitte des Gesichtsfeldes des Konoskops sich annähernd decken. Die genaue Zentrierung wird durch die horizontalen Stellschrauben des Zeichentisches bewirkt. Zu diesem Zwecke sind auf dem Zeichentisch konzentrisch zum Drehungsmittelpunkt mehrere Kreise in weißer Farbe verzeichnet; man kann nun diese Kreise mit großer Genauigkeit konzentrisch zum Rande des Gesichtsfeldes einstellen. Dies muß bei Einschaltung des Analysators geschehen, da dieser eine kleine Parallelverschiebung des hellen Kreises bewirkt, den man beim Hineinsehen in das Mikroskop über dem Objektiv wahrnimmt.

¹ F. Becke: Klein'sche Lupe mit Mikrometer. Min. Petr. Mitt. 14, 375. 1894. Bestimmung kalkreicher Plagioklase durch die Interferenzbilder von Zwillingen. Min. Petr. Mitt. 14, 415. 1894. Ist die erste Publikation über die Ermittlung der Lage der optischen Axe durch Fixierung der Lage der Isogyre in mehreren Stellungen der Platte. Die dort angegebene Methode wurde aber später wesentlich verbessert.

— Messung von Axenbildern mit dem Mikroskop. Min. Petr. Mitt. 14, 563. 1894.

— Ausmessung des Winkels zwischen zwei optischen Axen im Mikroskop. Min. Petr. Mitt. 16, 180. 1896.

Die Vorrichtung ist nicht ganz frei von Parallaxe, da die Entfernung vom Auge bis zur hinteren Brennfläche des Objektivs, wo sich die Interferenzfigur entwickelt, um die Länge des horizontalen Spiegelträgers und die Höhendifferenz zwischen Brennfläche und Zeichentisch kürzer ist als der Weg vom Auge zum Zeichentisch. Wegen der kleinen Austrittsöffnung im Reflexionsprisma, die wie ein enges Diaphragma wirkt, ist aber diese ungleiche Entfernung wenig schädlich. Sie hat andererseits den Vorteil, daß sich das Axenbild mit einer merklichen Vergrößerung auf dem Zeichentisch projiziert.

Genauere Zentrierung der das Interferenzbild liefernden Durchschnitte ist ein wesentliches Erfordernis. Die erste Einstellung erfolgt mit der gewöhnlichen Okularbeobachtung. Die genauere Zentrierung erreicht man durch Aufsetzen eines Ramsden-Okulares (einer aplanatischen Lupe) auf den Kopf der Kamera. Man erblickt durch den Ausschnitt der Spiegelfläche des Reflexionsprismas den eingestellten Durchschnitt und kann nun durch die Zentrierschrauben des Mikroskoptubus den Drehungsmittelpunkt des Objektisches, sodann durch dessen Schlittenbewegung jenen Teil des Dünnschliffes zentrieren, dessen Interferenzbild beobachtet werden soll. Erst wenn dies geschehen ist, erfolgt die genaue Zentrierung des Zeichentisches.

Will man während der Beobachtung einen anderen Teil des Durchschnittes einstellen, so benützt man zweckmäßig, ohne an der Kamera etwas zu rühren, die Bertrand'sche Linse, welche wie ein schwaches Okular wirkt und die entsprechende Einstellung durch den Kreuzschlitten des Objektisches ermöglicht.

Ist nun alles gut zentriert, was weniger Zeit in Anspruch nimmt als die Lesung dieser Anweisung, so bringt man auf den Zeichentisch ein Blättchen matten, schwarzen Papiers, das durch federnde Klemmspannen unverrückbar festgehalten wird.

Nun kann die Übertragung des Axenbildes auf das Zeichenblatt erfolgen.

Man bringt durch Drehen des Objektisches das Präparat in Normalstellung, liest den Nonius des Objektisches ab und stellt den Zeichentisch auf denselben Teilstrich ein.

Nun zieht man den Axenbalken des Interferenzbildes mit einem lichten Pastellstift nach; er entspricht nahezu der Lage der Axenebene in orthogonaler Projektion; um so genauer, je näher er beim Mittelpunkt vorbeigeht. Nun wird Objekt- und Zeichentisch um 30° in gleichem Sinn gedreht. Man fährt der neuen Lage der Isogyre mit dem Stift nach und erhält im Durchschnittspunkte mit dem Axenbalken den Axenort. Zur Kontrolle wiederholt man die Operation nach einer weiteren Drehung um 30° . Die drei Zeichnungen der Isogyre müssen sich in einem Punkte schneiden. Entsteht ein merkliches Fehlerdreieck, so ist etwas an der Zentrierung nicht in Ordnung.

Ermittlung des Mittelpunktes des Gesichtsfeldes.

Ist die Einzeichnung der Axe bei gleicher Einstellung von Objekt- und Zeichentisch erfolgt, so wird nun dieselbe Operation wiederholt, wobei der Objektisch in die nämlichen Stellungen wie vorher, der Zeichentisch aber in die um 180° verwendeten gebracht wird. Dadurch erhält man auf dem Zeichenblatt eine zweite Eintragung der Axe. Im Halbierungspunkte der Verbindungslinie der zwei Axenörter liegt der Mittelpunkt des Gesichtsfeldes.

Der lineare Abstand des Axenortes vom Mittelpunkte ist proportional dem Sinus des Winkels, den die Axenrichtung mit der Mikroskopaxe einschließt, außerdem dem mittleren Brechungsexponenten des Minerals. Die Kenntnis des letzteren kann man sich in genügender Genauigkeit durch die Immersionsmethode verschaffen oder man entnimmt sie den gebräuchlichen Tabellen.

Den Proportionalitäts-Faktor, die sogenannte Mallard'sche Konstante¹ des Mikroskops ermittelt man durch die Ausmessung des linearen Abstandes der Axenörter an einer Axenplatte, deren scheinbarer

¹ Mallard setzt $d = \kappa \cdot \sin \epsilon$; das ist für den praktischen Gebrauch unbequem, weil bei jeder Beobachtung der Quotient d/κ zu bilden ist. Es ist $\kappa = \frac{1}{k}$ nichts anderes als der Radius des Einheitskreises, der im Konoskop einem Gesichtsfelde von 180° Öffnung entspricht, oder worauf mich Herr E. A. Wülfing aufmerksam machte, die Äquivalent-Brennweite des angewandten Linsensystems

Axenwinkel mit dem Axenwinkel-Apparat gemessen wurde. Ist $2E$ dieser Axenwinkel und $2d$ der lineare Abstand der beiden Axenörter, so gibt

$$dk = \sin E, \quad k = \frac{\sin E}{d}$$

die Größe der Konstante k .

Durch die Ermittlung der Mallard'schen Konstante ist die Auswertung der Beobachtung im Winkelmaß ermöglicht. Bezeichnet D den linearen Abstand des Axenortes vom Mittelpunkt, β den Brechnungsexponenten der Platte (zwei Dezimalen genügen), φ den gesuchten Winkel, so ist

$$\frac{Dk}{\beta} = \sin \varphi.$$

Es ist vielleicht nicht überflüssig, die geometrische Bedeutung der Konstanten k zu entwickeln. Läßt man φ gleich 90° werden, so ist

$$\frac{Dk}{\beta} = 1, \quad D = \frac{\beta}{k}$$

das ist der Radius desjenigen Einheitskreises, in bezug auf welchen die linearen Abstände vom Mittelpunkte des Gesichtsfeldes den Sinus der Neigungswinkel gegen die Mikroskopaxe innerhalb der untersuchten Platte darstellen.

Dieser Einheitskreis würde das Gesichtsfeld eines nicht herstellbaren Objektivs repräsentieren, das einen Wellennormalen-Kegel von 180° Öffnungswinkel in der Platte aufzufangen vermöchte.

Von diesem Einheitskreis zeigt das Objektiv einen zentralen Ausschnitt, dessen Ausdehnung mit der numerischen Apertur des Objektivs wächst und mit dem Brechnungsexponenten der Platte zusammenhängt.

Ist die numerische Apertur des Objektivs a , so ist der Radius des Gesichtsfeldes in Millimetern ausgedrückt $\frac{a}{k}$, und der entsprechende halbe Öffnungswinkel g ist gegeben durch

$$\sin g = \frac{a}{\beta}.$$

Die numerische Apertur des Objektivs Nr. 7 von Fueß ist ungefähr 0.70. Für $\beta = 1.5, 1.6, 1.7$ sind die Werte von g : $28^\circ, 26^\circ, 24^\circ$.

Die Beobachtung liefert auch die Vertikal-Ebene, in der die Axe von der Mikroskopaxe abweicht und es ist nur erforderlich, auf das Zeichenblatt die Ausgangsrichtung zu übertragen, von der die Zählung des Azimutes erfolgt.

Hiezu schiebt man die Bertrand'sche Linse ein; sie wirkt als schwaches Okular und man erblickt nach einer kleinen vertikalen Tubusverschiebung ein Bild des Präparates. Nun kann man bei Einstellung von Objekt- und Zeichentisch auf denselben Teilstrich irgend eine Kante, einen Spaltriß, eine Zwillingslamelle durch Nachzeichnen auf das Zeichenblatt übertragen. Am genauesten erfolgt das, indem man ein kleines Lineal aus weißem Karton (Rand einer Visitenkarte) parallel zu der Linie, die übertragen werden soll, auf dem Zeichenblatt einstellt und mit dem Stift entlang fährt. Auf diese Art ist die Lage einer optischen Axe im Präparat vollkommen fixiert.

Dies ist indessen eine Aufgabe, die bei petrographischen Arbeiten seltener auftritt. Häufiger handelt es sich darum, den Winkel zu ermitteln, den zwei im Gesichtsfelde fixierte Axenrichtungen miteinander einschließen, oder um den Winkel zwischen Axe und Mittellinie.

Ermittlung des Winkelabstandes zweier Richtungen aus dem linearen Abstand ihrer Spuren im Interferenzbild.

Es sei in Fig. 24 der innere Kreis, das Gesichtsfeld des Konoskops, der äußere Kreis der um den Mittelpunkt des Gesichtsfeldes beschriebene Einheitskreis, dessen Radius $r = \frac{\beta}{k}$, wobei β der Brechungs-exponent des Minerals, k die Mallard'sche Konstante. OA OB seien die beiden Richtungen, deren Winkel φ gesucht wird. OA bildet mit der Mikroskopaxe den Winkel α , OB den Winkel β . Beschreiben wir mit dem Radius $\frac{\beta}{k}$ um O eine Kugel und ziehen $AA' // BB' // CO$, so sind $A'B'$ die Spuren der Axen AB im Gesichtsfeld. Ihre Distanz in Millimetern ausgedrückt sei d . Diese Distanz d oder die ihr parallele Strecke AD bildet mit der Sehne des Winkels φ AB als Hypotenuse und dem Abschnitt BD als zweite Kathete ein rechtwinkeliges Dreieck. Der Abschnitt BD ist die Differenz von $BB' - AA'$ oder die Differenz der Cosinus der Winkel α und β .

Dies führt zu folgender einfachen Konstruktion (Fig. 24 unten). Man zieht auf dem Zeichenblatt mit dem Radius $r = \frac{\beta}{k}$ den Einheitskreis um O , errichtet in A eine Senkrechte auf OA , in B eine Senkrechte auf OB . Die Differenz der beiden Senkrechten trägt man in B senkrecht auf AB auf und verbindet das Ende mit A ; die Hypotenuse des so entstehenden rechtwinkligen Dreiecks ist dann die gesuchte Sehne. Die Länge der Sehne in Millimetern gemessen und geteilt durch die Länge des Einheitsradius r gibt den Zahlenwert der Sehne, der in einer Sehnentafel den zugehörigen Winkel φ aufsuchen läßt.

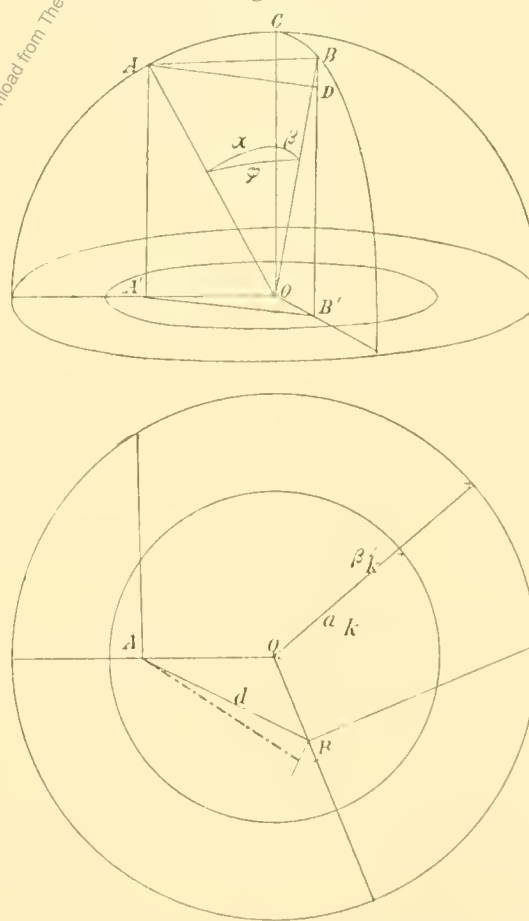
Noch zweckmäßiger ist folgendes Verfahren, welches auf den Umstand Rücksicht nimmt, daß bei der Axenbestimmung durch camera lucida und drehbaren Zeichentisch jede Axe zweimal in um 180° verschiedenen Stellungen fixiert wird. Man hat daher auf dem Zeichenbrett vier Axenörter $A_1 A_2$ und $B_1 B_2$.

Man überträgt durch Parallelverschiebung mittels Dreiecklineal die Richtungen $A_1 A_2$ und $B_1 B_2$ auf ein Blatt Papier, trägt vom Durchschnittspunkt O aus die Strecken $A_1 A_2$ und $B_1 B_2$ in den betreffenden Richtungen auf. Nun wird der Einheitskreis mit dem doppelten Radius $R = 2 \frac{\beta}{k}$ gezogen. Die übrige Konstruktion ist dieselbe wie früher. Die Vergrößerung des Konstruktionskreises ist für die praktische Ausführung angenehm, außerdem hat man den Vorteil, daß auf bequeme Art das Mittel von zwei unabhängigen Beobachtungen verwertet werden kann.

In vielen Fällen ist die Korrektur, welche so an dem linearen Abstand der Axenörter vorgenommen wird, unbedeutend; will man auf die Korrektur verzichten, so kann man den linearen Abstand der Axenörter mit $\frac{k}{\beta}$ multiplizieren und den gefundenen Wert in der Tafel der Sehnen oder des Sinus suchen.

Bequem ist eine Kurve, für welche als Abszisse die Werte von d in Millimetern, als Ordinaten die zugehörigen Winkel φ eingetragen sind. Zweckmäßig konstruiert man diese Kurven für die Brechungs-exponenten 1.5 , 1.6 , 1.7 , zwischen welche man dann leicht nach dem tatsächlich vorhandenen Brechungs-exponenten interpolieren kann.

Fig. 24.



Ermittlung des Axenwinkels $2V$ aus der Spur einer Axe und einer Mittellinie.

Sind die Spuren beider optischen Axen im Gesichtsfeld sichtbar, so kann der Winkel $2V$ nach der eben entwickelten Konstruktion leicht ermittelt werden. Die Fehlergrenze kann auf zirka 1° veranschlagt werden bei Anwendung des Objektivs 7 von Fueß; sie ist erheblich größer bei Anwendung des Immersionssystems, das einen viel kleineren Einheitskreis besitzt.

Dieser Fall kommt aber selten vor. Häufiger finden sich unter den zufälligen Schnitten solche, die eine Axe und eine der Mittellinien im Gesichtsfelde zeigen.

Als Marke für die Spur der Mittellinie verwende ich das schwarze Kreuz, das in der Normalstellung der Platte zum Vorschein kommt. Indem man bei gleicher Einstellung von Objekt- und Zeichentisch der Mitte der beiden schwarzen Balken nachfährt, findet man den Durchschnittpunkt, die Spur der Mittellinie. Ist anderseits der Ort der Axe ermittelt, so führt die S. 37 [91] angegebene Konstruktion unmittelbar zur Kenntnis von V .

Die Ermittlung der Spur der Mittellinie ist aus mehreren Gründen ungenau. Erstens sind die beiden sich zum Kreuze schließenden Balken ziemlich breit und verwaschen. Ferner entspricht der Mittelpunkt des Kreuzes nur dann genau der Spur der Mittellinie, wenn sie mit dem Mittelpunkte des Gesichtsfeldes zusammenfällt. Ist dies nicht der Fall, so entspricht der Mittelpunkt des Kreuzes nicht mehr dem Orte der Mittellinie, sondern die Mittellinie liegt näher dem Mittelpunkte, wenn die Abweichung in der Axenebene

Fig. 25.

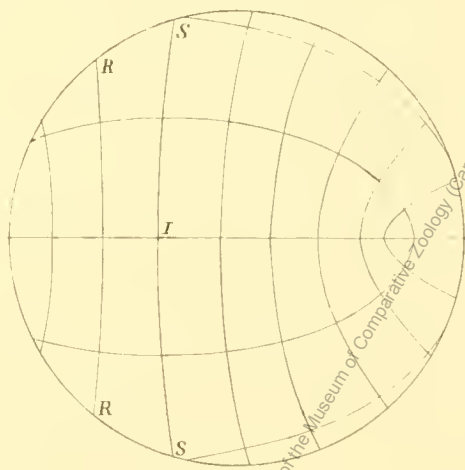
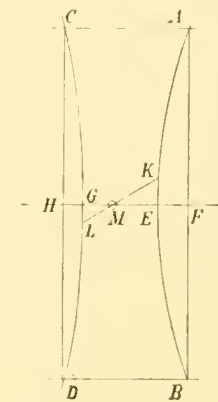


Fig. 26.



erfolgt, und weiter entfernt vom Mittelpunkte, wenn die Abweichung senkrecht zur Axenebene erfolgt. Unter allen Umständen wird also V größer gefunden als es wirklich ist.

Der letztere Fall braucht uns weniger zu interessieren als der erstere, der für die Beobachtung günstiger ist. Das Studium der Skiodromen läßt diesen Fehler sofort übersehen und auch seiner Größe nach abschätzen.

Fig. 25 zeigt die Skiodromen eines zweiaxigen Krystalls mit $2V = 60$ in verschobener Stellung, so daß die Mittellinie 10° nach links abweicht.

Man bemerkt, daß die durch die Mittellinie gehende symmetrische Skiodrome SS nicht mehr geradlinig durch das Gesichtsfeld läuft, sondern nach links konvex ist. Die nächste gezeichnete Skiodrome RR ist noch konvex nach rechts. Eine Skiodrome, die zwischen beiden zu interpolieren wäre, verläuft geradlinig, und an dieser Stelle erscheint der Mittelbalken, dorthin verlegt die Beobachtung den Mittelpunkt des schwarzen Kreuzes.

Um ein beiläufiges Maß des Fehlers zu erhalten, verfuhr ich folgendermaßen. Es handelt sich offenbar um den Ort, wo die geradlinig erscheinende Skiodrome zu interpolieren ist.

Man kann nun in roher Annäherung den Ort der geraden Skiodrome ermitteln, indem man annimmt, daß sich die Krümmung der Skiodromen zwischen zwei gezeichneten Skiodromen proportional ihrer Lage ändert.

Ein Maß für die Krümmung liefert die Ermittlung der Pfeilhöhe gleich langer Sehnen (vergl. Fig. 26). Man schneidet auf den beiden nach links und nach rechts konvexen Skiodromen, zwischen denen die

gerade Skiodrome zu suchen ist, gleiche Sehnen ab durch zwei in gleicher Entfernung von der Axenebene gezogene Linien. Man zieht die gleich langen Sehnen AB und CD und erhält die Pfeilhöhen EF und GH . Trägt man nun die Pfeilhöhe vom Scheitel der Skiodrome AB nach oben, bei der Skiodrome CD nach unten senkrecht zur Trasse der Axenebene auf (EK und GL) und verbindet die Endpunkte durch eine gerade Linie KL , so liefert deren Durchschnittspunkt mit der Trasse der Axenebene M den Ort, wo unter der oben erwähnten Annahme die Pfeilhöhe 0 ist, wo also die gerade Skiodrome die Trasse der Axenebene durchsetzt oder den Mittelpunkt des schwarzen Kreuzes.

Die Betrachtung des Kugelmodells und die faktische Konstruktion läßt erkennen, daß die Größe des Fehlers mit der Abweichung der Mittellinie von der Mikroskop-Axe und mit der Größe V wächst. Für $V = 0$ ist der Fehler 0, die optische Axe eines einaxigen Krystals wird am richtigen Orte beobachtet.

Auf die oben angegebene Art wurde für eine Anzahl verschiedener V -Werte und für verschiedene Abweichungen der Mittellinie vom Mittelpunkte des Gesichtsfeldes der Kreuzmittlepunkt konstruiert. Das Resultat dieser Arbeit ist in folgender Tabelle enthalten:

Abweichung der Mittellinie.

| V | Wahre | Scheinbare | Fehler |
|------------|------------|--------------|--------------|
| 30° | 10° | $14^\circ 5$ | $2^\circ 5$ |
| | 20 | 24 | 4 |
| | 30 | 35 | 5 |
| 45° | 5° | $7^\circ 5$ | $2^\circ 5$ |
| | 10 | $13^\circ 7$ | $3^\circ 7$ |
| | 20 | $27^\circ 2$ | $7^\circ 2$ |
| | 30 | $38^\circ 8$ | $8^\circ 8$ |
| 60° | 5° | $8^\circ 3$ | $3^\circ 3$ |
| | 10 | 18 | 8 |
| | 20 | $30^\circ 6$ | $10^\circ 6$ |
| | 30 | 43 | 13 |

Der Inhalt der Tabelle ist in einer zum Gebrauche bequemeren Form in der Kurvenfigur 27 zur Darstellung gebracht.

Die durch die Beobachtungen gegebenen Größen sind: der scheinbare Wert von V und die (in der Richtung der Axenebene genommene) scheinbare Abweichung der Mittellinie vom Mittelpunkt des Gesichtsfeldes, beides in Winkelmaß ausgedrückt.

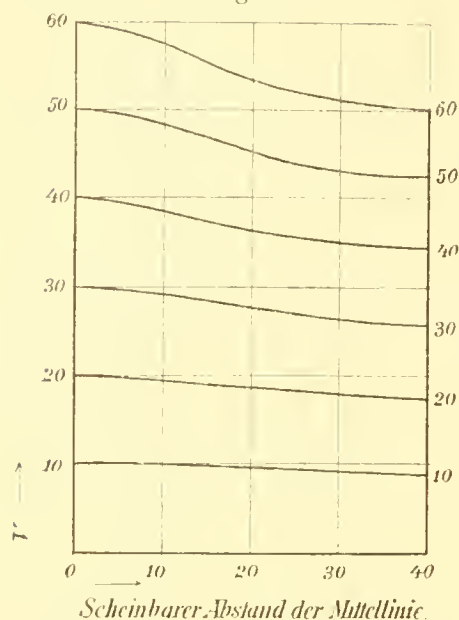
Man sucht auf der Abszisse die gefundene Abweichung der Mittellinie und schreitet aufwärts bis zu jener Kurve, welche dem gefundenen Wert von V entspricht. Die zugehörige am Millimeternetz abgelesene Ordinate gibt dann entsprechend der links am Rande beige gesetzten Gradskala den korrigierten Wert von V .

Die Kurven für beobachtetes V sind von 10 zu 10 Grad ausgezogen. Die Kurven für Zwischenwerte lassen sich leicht interpolieren.

Die Korrekturgrößen wurden ermittelt durch Konstruktion der Skiodromen in stereographischer Projektion. Die konoskopische Beobachtung erfolgt aber in orthogonaler Projektion. Es entsteht die

Frage, ob nicht durch Anwendung der stereographischen Projektion ein bedenklicher Fehler gemacht

Fig. 27.



wird. Dies ist jedoch nicht der Fall. Durch Übergang von der stereographischen Projektion zur orthogonalen werden allerdings die Enden der Skiodromenstücke weiter nach einwärts gerückt als die Scheitel.

Es wird also die Pfeilhöhe der nach außen konvexen Skiodrome erhöht, der nach innen konvexen vermindert, und nach dem angenommenen Konstruktionsprinzip die gerade Skiodrome weiter nach außen gerückt, der Fehler vergrößert.

In orthogonaler Projektion sind nun aber auch die äquatorialen Skiodromen zu berücksichtigen, welche horizontale Tangenten entlang der symmetrischen Skiodrome haben. Es würde also nach der Konstruktion an den Äquatorial-Skiodromen die Kreuzmitte wieder einwärts gerückt. Der Effekt kann nur der sein, daß die beobachtete Kreuzmitte ungefähr dort liegt, wo sie die Konstruktion in stereographischer Projektion hin verlegt.

Um die Anwendung der Korrekturtafel zu zeigen, seien einige Beispiele angeführt.

1. Beispiel.

Hornblende von graugrüner Farbe im Anorthit-Amphibolit von Senftenberg in Niederösterreich zeigt einen ziemlich großen Winkel der optischen Axen.

Ein Schnitt läßt mit dem Immersionsystem die eine Axe und die Mittellinie α erkennen. Die Konstruktion gibt $V = 49\frac{1}{2}^\circ$. Der Abstand der Mittellinie ist $33\frac{1}{2}^\circ$ (also sehr ungünstig für die Messung). Aus der Kurventabelle ergibt sich der korrigierte Wert $V_\alpha = 42^\circ$.

Ein zweiter Schnitt gibt die Axe und die Mittellinie γ . Beobachteter Wert von $V = 56^\circ$, Abweichung der Mittellinie $V_\gamma = 31^\circ$. Aus der Kurventabelle ergibt sich: $V_\gamma = 47.4^\circ$.

Die beiden Werte stimmen wie man sieht mit einem Fehler von $\frac{1}{2}^\circ$ überein.

Auf einem anderen Wege wurde ermittelt: $2V_\alpha = 86^\circ, 86.5^\circ, 87^\circ$, im Mittel $V_\alpha = 43.2^\circ$, was auch noch nicht um mehr als einen Grad von den angeführten Beobachtungen abweicht.

2. Beispiel.

Muscovit im Aptschiefer vom Lapenkar zeigt Axe und Mittellinie im Gesichtsfeld. Die Messung von V ergibt 22° . Abstand der Mittellinie 12° . Hiernach korrigierter Wert von $V = 20.9^\circ$.

Da hier im Gesichtsfeld des Immersions-Systems noch die zweite optische Axe sichtbar war, konnte $2V$ direkt gemessen werden und ergab sich gleich 41° ; aus dem korrigierten Werte folgt 41.8° , während der nicht korrigierte 44° ergeben würde.

3. Beispiel.

Baryt von Teplitz. $2V$ wurde an einer Platte senkrecht zur I. Mittellinie ermittelt zu 37.2° , $V = 18.6^\circ$. Eine Platte nahezu senkrecht zur optischen Axe lies folgende Bestimmungen machen: Scheinbarer Abstand der Mittellinie 18.8° , $V = 20.5^\circ$. Die Korrektur ergibt $V = 19^\circ$.

Die Prüfung der Korrekturtafel an diesen und anderen Beispielen hat also eine ziemlich gute Übereinstimmung zwischen den korrigierten und den anderweitig bestimmten richtigen Werten ergeben.

Es ist übrigens eine genauere Prüfung des Verfahrens im Zuge, über die an anderer Stelle berichtet werden wird.

Außer der Bestimmung von V wurden die Interferenzbilder vielfach zu Messungen herangezogen, um über die Änderung der Lage der Axen in verschiedenen Schichten von isomorphen Schichtkrystallen Aufschluß zu erhalten, sowie auch um die Lage von optischen Axen in den Lamellen zu willingsgemäß verwachsener Individuen zu ermitteln.

Diese Untersuchungen wurden unter Anwendung eines Schlittentisches durchgeführt, der eine Parallelverschiebung des Präparates ermöglicht. Durch dieses Hilfsmittel ist es möglich, nacheinander die optischen Axen verschiedener Teile des Durchschnittes auf dasselbe Zeichenblatt zu projizieren und ihre gegenseitige Lage zu ermitteln.

Anwendungen dieser Methoden wolle man bei Feldspat, Hornblende, Epidot nachsehen.



ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Denkschriften der Akademie der Wissenschaften.Math.Natw.Kl. Frueher: Denkschr.der Kaiserlichen Akad. der Wissenschaften. Fortgesetzt: Denkschr.oest.Akad.Wiss.Mathem.Naturw.Klasse.](#)

Jahr/Year: 1913

Band/Volume: [75_1](#)

Autor(en)/Author(s): Becke Friedrich Johann Karl

Artikel/Article: [Optische Untersuchungsmethoden \(mit 27 Textfiguren\). 55-95](#)