

# DIE GEZEITENERSCHEINUNGEN IN DER ADRIA

## II. TEIL

### DIE THEORETISCHE ERKLÄRUNG DER BEOBACHTUNGS- TATSACHEN

BEARBEITET VON

DR. ROBERT DAUBLEBSKY v. STERNECK  
PROFESSOR DER MATHEMATIK AN DER UNIVERSITÄT GRAZ

MIT 5 TEXTFIGUREN

---

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 9. JÄNNER 1919

---

Die Theorie der Adriagezeiten habe ich in ihren Grundzügen bereits in zwei in den Jahren 1914 und 1915 veröffentlichten Arbeiten<sup>1</sup> entwickelt, indem ich einerseits die vereinigte Sonnen- und Mondflut zur Zeit der Syzygien, andererseits die Eintagskomponente  $K_1$  der Untersuchung zugrunde legte und den Nachweis erbrachte, daß es sich in beiden Fällen um ganz bestimmte Längs- und Querschwingungen der im Adriabecken eingeschlossenen Wassermenge handelt. Von den Längsschwingungen konnte ich zeigen, daß sie sich fast genau so abspielen, wie es bei bloßem Mitschwingen mit der Gezeitenbewegung des Jonischen Meeres vom hydrodynamischen Standpunkte zu erwarten ist, während die Querschwingungen, wie die exakte Rechnung bewies, ausschließlich in dem Einfluß der Erdrotation ihre physikalische Ursache haben.

Nun sind wir heute im Besitze des umfangreichen Zahlenmaterials, das Herr Konteradmiral W. v. Kesslitz im ersten Teil dieser Publikation veröffentlicht hat und das die Ergebnisse der harmonischen Analyse der Gezeitenkurven von 16 Beobachtungsstationen enthält. Mit Freude folge ich der mich sehr ehrenden Aufforderung des Präsidiums der Adriakommission, auch dieses reichhaltige Material der theoretischen Bearbeitung zu unterwerfen. Einer solchen wird die Aufgabe zufallen, die

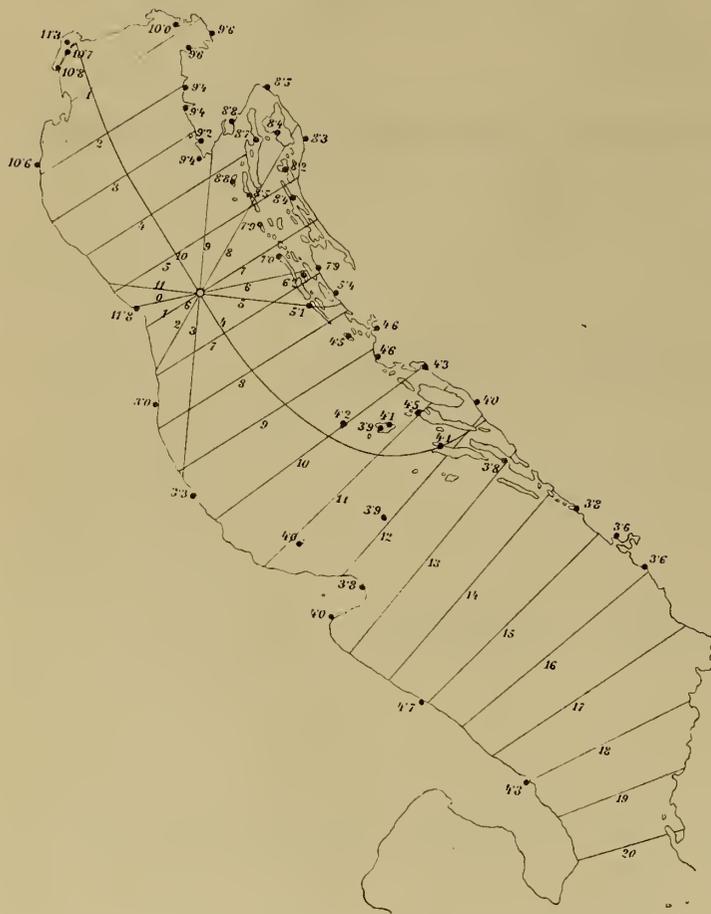
---

<sup>1</sup> »Über den Einfluß der Erdrotation auf die halbtägigen Gezeiten der Adria«. Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften in Wien, math.-nat. Kl., Bd. 123, 1914, Abt. II a, p. 3 bis 32. — »Zur hydrodynamischen Theorie der Adriagezeiten«. Ebenda, Bd. 124, 1915, Abt. II a, p. 147 bis 180. Vgl. auch A. Defant, »Zur Theorie der Gezeiten im Adriatischen Meere« Annalen der Hydrographie, 1914, p. 270 bis 281.

beobachteten Amplituden und Kappazahlen, die zu jeder einzelnen Partialtide gehören, theoretisch zu erklären, natürlich nur insoweit, als es sich um ihren Verlauf innerhalb der Adria selbst handelt. Wir werden in der Lage sein, auf Grund der Beobachtungsdaten auch bei jeder einzelnen Partialtide eine Längs- und eine Querschwingung festzustellen und sie mit jenen zu vergleichen, die sich aus den hydrodynamischen Differentialgleichungen rein rechnerisch ergeben.

Allerdings bildet es hierbei einen etwas störenden Umstand, daß sich die Ergebnisse der harmonischen Analyse, von den provisorischen Werten für Venedig und Brindisi abgesehen, ausschließlich auf die Ostküste der Adria beziehen, so daß sich aus ihnen allein nicht einmal die auffallendste der

Fig. 1.



Beobachtungstatsachen, nämlich das Vorhandensein einer sogenannten Amphidromie bei den einzelnen Halbtagskomponenten, mit Sicherheit feststellen ließe. Wir sind also in dieser Hinsicht auch heute noch auf die Resultate jener Untersuchung angewiesen, die mein Vater und ich in den Jahren 1904 bis 1907 über die Hafenzeiten und Hubhöhen zahlreicher Stationen der Adriaküste durchgeführt haben.<sup>1</sup> Ich will auf dieses Beobachtungsmaterial hier nicht mehr ausführlicher zurückkommen, sondern bloß die Figur aus der ersten meiner vorhin zitierten Arbeiten wiederholen, die neben den zur Rechnung benützten Querschnitten auch die Amphidromie im nördlichen Teil der Adria zur Anschauung bringt (Fig. 1). Die Zeichnung ist auf Grund der Hafenzeiten von 49 Orten (deren einige allerdings heute eine ganz kleine Korrektur erfahren haben, vgl. den 1. Teil) unter der Voraussetzung ausgeführt, daß die Isorhachien von geraden Linien nicht nennenswert abweichen. Deuteten, wie die Figur zeigt, bereits die zahlreichen Stationen der Ostküste und der Inseln durch die radiale Anordnung der Orte gleicher Hafenzeiten auf

eine sternförmige Anordnung der Isorhachien hin, so schloß sich der experimentelle Nachweis dieser wichtigen Tatsache durch jene Beobachtungsdaten, die ich im Jahre 1907 an der italienischen Küste gewann, da sie zeigten, daß die Hafenzeiten an der Westküste der Adria tatsächlich von Norden gegen Süden in Zunahme begriffen sind, das Hochwasser zur Zeit der Syzygien also wirklich den nördlichen Teil der Adria im Laufe von 12 Stunden entgegen dem Sinne des Uhrzeigers je einmal umkreist. Damit ist das gleiche Verhalten unzweifelhaft auch für jede einzelne halbtägige Partialtide als erwiesen anzusehen und so die Grundlage für die Aufstellung einer entsprechenden Theorie gegeben, obwohl heute bloß von zwei Stationen der Westküste der Adria die Resultate der harmonischen Analyse vorliegen.

<sup>1</sup> Generalmajor R. v. Sterneck: »Das Fortschreiten der Flutwelle im Adriatischen Meere«. Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften in Wien, math.-nat. Kl., Bd. 117, Abt. IIa, 1908, p. 151 bis 203.

## I. Die empirischen Grundlagen der Theorie.

## I. Die Beobachtungsdaten.

Um mich im folgenden nicht immer auf den ersten Teil dieser Publikation berufen zu müssen, stelle ich hier zunächst die beobachteten Amplituden und Kappazahlen der einzelnen Partialtiden übersichtlich zusammen.  $H$  bedeutet die Amplitude in Zentimetern,  $\alpha$  die Epoche in Graden, und zwar auf mitteleuropäische Zeit, das heißt den Meridian  $15^\circ$  östl. v. Gr. reduziert, derart, daß gleichen reduzierten Kappazahlen wirklich auch ein gleichzeitiger Eintritt des der betreffenden Partialtide zugehörigen Hochwassers entspricht.

Tabelle 1.

O r t	Geographische Position		$M_2$	$S_2$	$N$	$K_2$	$K_1$	$P$	$O$
Triest . . . . .	$\varphi = 45^\circ 38' 9''$	$H$	26·30	15·83	4·30	5·22	17·33	4·75	5·02
	$\lambda = 13^\circ 45' 5''$	$\alpha$	276·2	283·4	285·2	278·5	69·0	73·2	56·8
Venedig . . . . .	$\varphi = 45^\circ 20' 0''$	$H$	22·26	12·54	—	3·98	17·14	—	—
	$\lambda = 12^\circ 20' 7''$	$\alpha$	289·3	300·6	—	274·7	78·2	—	—
Fiume . . . . .	$\varphi = 45^\circ 19' 8''$	$H$	10·38	5·67	1·92	1·73	13·99	4·29	3·96
	$\lambda = 14^\circ 25' 7''$	$\alpha$	250·1	250·0	242·0	243·6	65·7	64·4	56·0
Pola . . . . .	$\varphi = 44^\circ 51' 8''$	$H$	15·07	8·68	2·34	2·45	15·63	4·94	4·96
	$\lambda = 13^\circ 50' 8''$	$\alpha$	266·7	273·1	274·0	271·3	69·1	70·1	63·3
Zengg . . . . .	$\varphi = 44^\circ 59' 6''$	$H$	9·93	5·15	—	1·99	13·60	—	—
	$\lambda = 14^\circ 54' 0''$	$\alpha$	242·8	238·5	—	229·3	65·5	—	—
Hafen Cigale . . . . .	$\varphi = 44^\circ 31' 8''$	$H$	8·50	4·36	—	2·43	15·52	—	—
	$\lambda = 14^\circ 27' 0''$	$\alpha$	246·9	248·4	—	244·8	66·7	—	—
Hafen Pantera . . . . .	$\varphi = 44^\circ 9' 3''$	$H$	4·56	3·43	—	1·06	12·12	3·37	3·76
	$\lambda = 14^\circ 49' 9''$	$\alpha$	195·6	204·4	—	197·3	60·0	51·0	67·9
Zara . . . . .	$\varphi = 44^\circ 7' 1''$	$H$	6·47	3·25	—	0·95	13·19	—	—
	$\lambda = 15^\circ 13' 6''$	$\alpha$	232·2	235·0	—	228·2	68·0	—	—
Sestrice . . . . .	$\varphi = 43^\circ 51' 3''$	$H$	4·88	3·74	—	—	—	—	—
	$\lambda = 15^\circ 12' 4''$	$\alpha$	153·9	143·1	—	—	—	—	—
Sebenico . . . . .	$\varphi = 43^\circ 43' 3''$	$H$	6·29	4·43	—	1·39	9·25	—	—
	$\lambda = 15^\circ 51' 4''$	$\alpha$	136·6	132·0	—	127·4	57·2	—	—
Rogoznica . . . . .	$\varphi = 43^\circ 31' 6''$	$H$	6·59	4·65	—	—	8·98	—	—
	$\lambda = 15^\circ 58' 1''$	$\alpha$	140·9	136·6	—	124·8	66·9	—	—
Comisa . . . . .	$\varphi = 43^\circ 2' 7''$	$H$	7·40	5·16	1·30	1·44	7·83	2·40	2·51
	$\lambda = 16^\circ 5' 3''$	$\alpha$	108·4	119·3	110·9	115·6	57·2	51·4	41·0
Pelagosa . . . . .	$\varphi = 42^\circ 23' 6''$	$H$	8·58	5·60	1·61	1·69	6·14	2·33	2·16
	$\lambda = 16^\circ 15' 1''$	$\alpha$	104·5	115·7	105·7	102·3	70·7	47·7	58·8
Ragusa . . . . .	$\varphi = 42^\circ 38' 4''$	$H$	9·29	5·80	1·48	1·65	5·08	1·74	2·14
	$\lambda = 18^\circ 6' 8''$	$\alpha$	103·9	107·4	91·9	104·1	58·5	54·5	44·7
Meljine . . . . .	$\varphi = 42^\circ 27' 2''$	$H$	9·12	5·90	—	2·14	4·97	—	—
	$\lambda = 18^\circ 33' 7''$	$\alpha$	106·9	109·7	—	114·0	55·9	—	—
Brindisi . . . . .	$\varphi = 40^\circ 39' 4''$	$H$	8·21	5·24	—	1·82	4·43	—	—
	$\lambda = 17^\circ 59' 6''$	$\alpha$	110·7	121·8	—	119·8	74·5	—	—

## 2. Die Ausmessung des Adriabeckens.

Zur theoretischen Untersuchung der Schwingungsvorgänge benötigen wir eine möglichst genaue Ausmessung des Adriabeckens durch Bestimmung der Breiten und Flächeninhalte einer größeren Zahl von Querprofilen. Ich habe zu diesem Zwecke die Seekarte im Maßstabe 1:1,000.000 (Ausgabe 1903, Ergänzungen bis 1908) verwendet, die allerdings noch die ganz unrichtigen, bis 1645 *m* reichenden Tiefenkoten im südöstlichen Teil des Meeres enthält. Durch die Terminfahrten der »Najade«<sup>1</sup> ist festgestellt worden, daß diese von F. Hopfgartner stammenden Angaben der Wahrheit nicht entsprechen, sich vielmehr in dieser Gegend bloß Tiefen zwischen 1000 und 1100 *m* vorfinden. Da ich mich aber andererseits für die Zwecke der folgenden Untersuchung mit den heute bereits neu ausgeloteten Profilen allein nicht begnügen konnte, legte ich meinen Ausmessungen dennoch die genannte Seekarte zugrunde, verbesserte jedoch vor ihrer Benützung die Tiefenkoten in der Gegend jener unrichtigen Hopfgartner'schen Angaben auf Grund der Lotungen der »Najade«. Ferner ermittelte ich zur Kontrolle die genauen Flächeninhalte dreier von der »Najade« ausgemessenen Profile und verglich sie mit den sich aus der Seekarte ergebenden, wobei ich eine Übereinstimmung bis auf 3%, beziehungsweise 5% fand, um die die neuen Profile kleinere Werte ergeben. Das sind für die folgende Untersuchung noch kaum in Betracht kommende Beträge, so daß ich ohne Bedenken die aus der Seekarte gewonnenen Flächeninhalte den theoretischen Rechnungen zugrunde legen konnte. Es ist selbstverständlich, daß an den einzelnen Stellen Korrekturen wegen des verschiedenen Maßstabes der Mercatorprojektion und auch eine kleine Verbesserung wegen des Umstandes angebracht wurde, daß sich die Tiefenangaben auf das Niedrigwasser, nicht auf den mittleren Wasserstand beziehen.

Die Querschnitte wurden so gelegt, wie sie durch die dünnen Linien in der nachfolgenden Kartenskizze eingezeichnet sind, die außerdem auch noch die Lage der Beobachtungsstationen und die weiter unten zu besprechende theoretische Amphidromie, die zur Partialtide  $M_2$  gehört, zur Darstellung bringt. Die Mittellinie der Adria wurde so gezogen, daß sie einerseits der Tallinie möglichst angepaßt wurde, andererseits aber wegen der zu ziehenden Querschnitte allzu viele schärfere Krümmungen vermieden wurden. Sie wurde in 39 gleiche Teile geteilt und in den Teilpunkten senkrecht zu ihr die mit 1 bis 40 numerierten Querschnitte gezogen. Die Entfernung zweier Querschnitte beträgt 20·5 *km*. Der Quarnero wurde besonders berücksichtigt, indem die Querschnitte 7\* und 8\* senkrecht zu seiner Mittellinie gezogen wurden (in der Figur nicht numeriert) und auch die Querschnitte 9 bis 12 mit Rücksicht auf die Mittellinie des Quarnero in ihrem östlichen Teil ein wenig abgelenkt wurden. Die Breite der Querschnitte wurde so gemessen, daß sie sich, wenn Inseln zu überschreiten waren, bloß aus den innerhalb des Meeres verlaufenden Teilen additiv zusammensetzt.

Die Ausmessungsergebnisse der Breiten  $b$  und der Querschnittflächen  $S$  sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt, die aber zugleich verwendet wurde, um auch einige andere für die folgenden Rechnungen benötigten Größen mit aufzunehmen. So ist unmittelbar nach  $S$  die Oberfläche  $\Delta O$  zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Querschnitten angegeben; sie wurde einfach nach der Trapezformel berechnet und nur das erste, bis zum Querschnitt 2 reichende Oberflächenelement genau ausgemessen und mit dem noch vor dem ersten Querschnitt liegenden Teil der Oberfläche vereinigt. Bei den Querschnitten 7 und 8 sind die auf den Hauptteil der Adria und auf den Quarnero bezüglichen Teilbeträge der Größen  $b$ ,  $S$  und  $\Delta O$  gesondert angegeben.

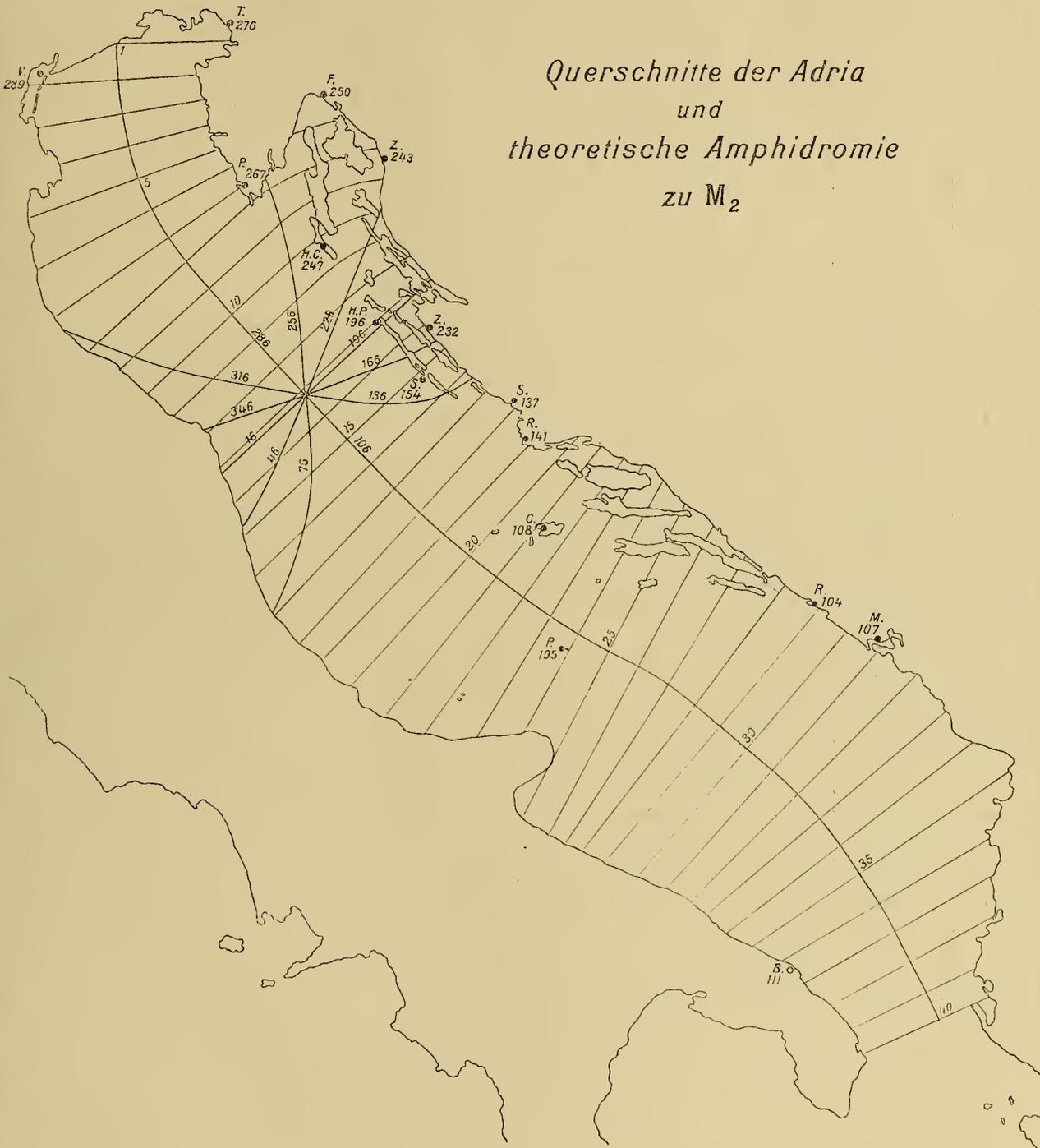
Die Tabelle enthält ferner die mittlere Tiefe  $h = \frac{S}{b}$  längs der einzelnen Querschnitte und die daraus nach der Merian'schen Formel berechnete Eigenperiode  $\frac{2b}{\sqrt{gh}}$ , die einer Querschwingung des Meeres an der betreffenden Stelle zugehören würde. Der Quarnero blieb bei dieser Berechnung unberücksichtigt. Da aber bei einer solchen Querschwingung benachbarte Querschnitte offenbar von-

<sup>1</sup> Kommission für die Erforschung der Adria. Berichte über die Terminfahrten, 3 Hefte, Wien 1912 bis 1915.

einander nicht ganz unabhängig sind, so wurden die erhaltenen Resultate zu Triadenmitteln vereinigt und, auf Zehntelstunden abgerundet, als Werte  $\tau_q$  (Eigenperiode der Querschwingung) in die Tabelle eingetragen.

Fig. 2.

Querschnitte der Adria  
und  
theoretische Amphidromie  
zu  $M_2$



In den beiden letzten Kolonnen findet man schließlich die Werte  $\frac{\tan \pi \tau_q}{\text{arc } 2 \ 12}$  und  $\frac{\tan \pi \tau_q}{\text{arc } 2 \ 24}$ , das sind jene Multiplikatoren, die wegen der Trägheit des Wassers an die Neigungen der Niveauflächen anzubringen sind, wenn die Amplituden der infolge dieser Neigungen entstehenden Querschwingungen bei den halb-, beziehungsweise gantztägigen Partialtiden exakt berechnet werden sollen, worüber im Verlaufe dieser Untersuchung noch ausführlicher zu sprechen sein wird.

Tabelle 2.

Quer- schnitt	$b$ $km$	$S$ $km^2$	$\Delta O$ $km^2$	$h$ $m$	$\frac{2b}{\sqrt{gh}}$	$\tau_q$ Stunden	$\frac{\tan \pi \tau_q}{\text{arc } 2 \ 12}$	$\frac{\tan \pi \tau_q}{\text{arc } 2 \ 24}$
1	—	—	—	—	—	—	—	—
2	98	1.93	2440	19.7	3.92	3.7	1.09	1.02
3	99	2.55	2019	25.8	3.46	3.4	1.07	1.02
4	91	2.85	1948	31.4	2.88	3.4	1.07	1.02
5	120	3.80	2163	31.7	3.78	3.6	1.08	1.02
6	131	4.43	2573	33.8	4.00	3.8	1.09	1.02
7	134 24	5.45 1.10	2716 246	40.7	3.73	3.8	1.09	1.02
8	136 54	5.54 1.85	2768 800	40.7	3.78	4.1	1.11	1.02
9	185	9.08	3844	49.1	4.68	4.2	1.12	1.03
10	163	7.72	3567	47.3	4.20	4.3	1.12	1.03
11	160	8.36	3311	52.3	3.92	3.9	1.10	1.02
12	151	8.22	3188	54.4	3.63	3.8	1.09	1.02
13	153	8.20	3116	53.6	3.71	3.6	1.08	1.02
14	154	9.22	3147	59.8	3.53	3.5	1.08	1.02
15	157	10.9	3188	69.4	3.34	3.4	1.07	1.02
16	177	14.9	3424	84.2	3.42	3.2	1.06	1.02
17	185	22.9	3711	124	2.95	3.0	1.05	1.01
18	190	32.8	3844	173	2.56	2.7	1.04	1.01
19	182	26.1	3813	143	2.70	2.8	1.04	1.01
20	202	24.1	3936	119	3.29	3.2	1.06	1.02
21	208	21.9	4203	105	3.60	3.4	1.07	1.02
22	186	19.6	4039	105	3.22	3.3	1.07	1.02
23	173	18.6	3680	108	2.96	3.0	1.05	1.01
24	162	16.3	3434	101	2.86	3.1	1.06	1.02
25	186	15.6	3567	83.9	3.61	3.3	1.07	1.02
26	207	24.1	4028	116	3.41	3.2	1.06	1.02
27	195	38.0	4121	195	2.48	2.5	1.04	1.01
28	203	89.6	4080	442	1.71	1.9	1.02	1.00
29	205	117.7	4182	574	1.52	1.5	1.01	1.00
30	198	139.7	4131	705	1.32	1.4	1.01	1.00
31	195	149.6	4028	767	1.25	1.3	1.01	1.00
32	200	131.6	4049	658	1.38	1.3	1.01	1.00
33	196	134.3	4050	685	1.33	1.4	1.01	1.00
34	194	104.8	3998	540	1.48	1.6	1.02	1.00
35	193	65.4	3967	339	1.86	1.6	1.02	1.00
36	150	54.0	3516	360	1.40	1.6	1.02	1.00
37	138	39.2	2952	284	1.45	1.4	1.01	1.00
38	116	32.7	2604	282	1.23	1.2	1.01	1.00
39	87	27.1	2081	312	0.87	0.9	1.00	1.00
40	84	37.3	1753	444	0.71	0.8	1.00	1.00

### 3. Die beobachteten Längs- und Querschwingungen.

Wenn in einer bestimmten Station bei der Partialtide mit der Periode  $T$  die Amplitude  $H$  und die Kappazahl  $\alpha$  beobachtet sind, so kann man nach vollkommen willkürlicher Wahl einer Konstanten  $\alpha_0$  hierzu immer zwei Größen  $\eta$  und  $\bar{\eta}$  als Amplituden zweier Schwingungen mit den Epochen  $\alpha_0$  und  $\alpha_0 + \frac{\pi}{2}$  angeben, derart, daß ihre Zusammensetzung die tatsächlich beobachtete Schwingung in der betreffenden Station ergibt. Wir brauchen zu diesem Zwecke bloß die Relation

$$\begin{aligned} H \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \alpha\right) &= \eta \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \alpha_0\right) + \bar{\eta} \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \alpha_0 - \frac{\pi}{2}\right) \\ &= \eta \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \alpha_0\right) + \bar{\eta} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \alpha_0\right) \end{aligned}$$

zu erfüllen, die durch Spezialisierung für jene Werte  $t$ , für welche  $\frac{2\pi}{T}t = \alpha_0$ , beziehungsweise  $= \alpha_0 + \frac{\pi}{2}$  ist, bereits die gesuchten Amplituden

$$\eta = H \cos(\alpha - \alpha_0) \qquad \bar{\eta} = H \sin(\alpha - \alpha_0)$$

liefert. Es ist leicht zu sehen, daß diese Werte, in die vorstehende Relation eingesetzt, sie auch tatsächlich befriedigen.

Wenn wir die Größe  $\alpha_0$  im besonderen so wählen, daß sie der beobachteten Kappazahl am südlichen Teil der Mittellinie entspricht, so gehen die beiden Schwingungen mit den Epochen  $\alpha_0$  und  $\alpha_0 + \frac{\pi}{2}$  in eine Längs- und eine Querschwingung der Adria über. Daß die Längs- und Querschwingung wirklich genau eine Phasendifferenz von einem Viertel der Periode besitzen, habe ich in der ersten der eingangs erwähnten Arbeiten für die Gezeitenbewegung, die der vereinigten Sonnen- und Mondflut in der Umgebung der Syzygien entspricht, auf Grund der Hafenzeiten und Hubhöhen von 49 Stationen mit aller Strenge bewiesen, so daß wir die gleiche Tatsache wohl auch für die jeder einzelnen Partialtide zugeordneten Schwingungen als vollkommen gesichert ansehen können.

Bei der Berechnung der Amplituden  $\eta$  und  $\bar{\eta}$  habe ich als Größen  $\alpha_0$  zunächst die in Pelagosa beobachteten Kappazahlen verwendet, das ganz nahe an der Mittellinie des Meeres liegt, längs welcher, da  $\bar{\eta} = 0$  ist, überall der Wert  $\alpha_0$  oder  $\alpha_0 + 180^\circ$  als Kappazahl zur Beobachtung gelangen muß. Eine genauere Diskussion der dabei erhaltenen Amplitudenverteilung überzeugte mich jedoch, daß die Genauigkeit der für Pelagosa angegebenen Kappazahlen namentlich bei den Eintagskomponenten kaum eine besonders große sein dürfte, wie es ja bei der Kleinheit der zugehörigen Amplituden auch nicht anders zu erwarten ist. Ich zog es daher vor, zur endgültigen Bestimmung der Größen  $\alpha_0$  die ganz verlässliche Station Pola heranzuziehen, und zwar mit Hilfe einer Methode, die erst am Ende des zweitnächsten Abschnittes wird besprochen werden können, da sie auch die theoretischen Werte von  $\eta$  und  $\bar{\eta}$  mitbenützt. Da es sich um eine »Wahl« der Größen  $\alpha_0$  handelt, ist ein solcher Vorgang durchaus einwandfrei. Dabei erhielt ich folgende verbesserte Werte für  $\alpha_0$ , nämlich

für	$M_2$	$S_2$	$N$	$K_2$	$K_1$	$P$	$O$
$\alpha_0 =$	$106 \cdot 0^\circ$	$113 \cdot 8^\circ$	$112 \cdot 6^\circ$	$112 \cdot 2^\circ$	$76 \cdot 0^\circ$	$77 \cdot 0^\circ$	$69 \cdot 7^\circ$

Die Abweichung von den in Pelagosa beobachteten Kappazahlen ist, wie man sieht, nur bei den sehr schwachen Eintagskomponenten  $P$  und  $O$  etwas wesentlicher (vgl. Tabelle 1).

Die mit Hilfe der beiden vorstehenden Formeln ermittelten Amplituden  $\eta$  und  $\bar{\eta}$  sind in der Tabelle 3 zusammengestellt. Zum Zwecke der Vergleichbarkeit mit der Theorie, die die Amplituden der Querschwingung im Winkelmaß liefert, wurden ferner die Größen  $\bar{\eta}$  auf eine ideale Entfernung, nämlich

100 km, reduziert, also mit dem Werte  $\frac{100 \text{ km}}{d}$  multipliziert, wo  $d$  die Entfernung des Beobachtungsortes von der Mittellinie bedeutet. Die erhaltenen Resultate sind mit  $\bar{\eta}_{100}$  bezeichnet. Bei Fiume und Zengg wurde jedoch von einer solchen Reduktion abgesehen. Die Absteckung von 100 km von der Mittellinie aus führt nämlich beim Querschnitt 9 (vgl. Fig. 2) fast genau bis in die Mitte des Quarnero, innerhalb dessen wir auf Grund der Theorie (vgl. die beiden folgenden Abschnitte) wegen der Kleinheit der Werte  $\xi$  sozusagen vollkommen konstante Werte  $\bar{\eta}$  annehmen müssen, so daß wir die in Fiume und Zengg beobachteten Werte auch in der Entfernung von 100 km als gültig annehmen können. Bei Pelagosa wurde wegen seiner Nähe an der Mittellinie von einer Bestimmung des Wertes  $\bar{\eta}_{100}$  abgesehen.

Tabelle 3.

Quer- schnitt	Station	$z-z_0$	$H$ cm	$\eta$ cm	$\bar{\eta}$ cm	$\frac{100 \text{ km}}{d}$	$\bar{\eta}_{100}$ cm
$M_2.$ $z_0 = 106.0^\circ.$							
1.0	Triest . . . . .	170.2	26.30	-25.92	4.48	1.429	6.40
1.7	Venedig . . . . .	183.3	22.26	-22.22	-1.28	-2.222	2.84
6.0*	Fiume . . . . .	144.1	10.38	-8.41	6.09	—	6.09
7.0	Pola . . . . .	160.7	15.07	-14.22	4.98	1.786	8.89
8.6	Zengg . . . . .	136.8	9.93	-7.24	6.80	—	6.80
10.4	Hafen Cigale . . . . .	140.9	8.50	-6.60	5.36	1.538	8.24
13.0	Hafen Pantera . . . . .	89.6	4.56	0.03	4.56	1.667	7.60
14.2	Zara . . . . .	126.2	6.47	-3.82	5.22	1.250	6.53
15.3	Sestrice . . . . .	47.9	4.88	3.27	3.62	1.724	6.24
17.8	Sebenico . . . . .	30.6	6.29	5.41	3.20	1.124	3.60
18.8	Rogoznica . . . . .	34.9	6.59	5.41	3.77	1.299	4.90
21.2	Comisa . . . . .	2.4	7.40	7.39	0.31	2.439	0.76
23.8	Pelagosa . . . . .	-1.5	8.58	8.58	-0.22	—	—
28.8	Ragusa . . . . .	-2.1	9.29	9.28	-0.34	1.064	-0.36
30.7	Meljine . . . . .	0.9	9.12	9.12	0.14	0.971	0.14
36.3	Brindisi . . . . .	4.7	8.21	8.18	0.67	-1.515	-1.02
$S_2.$ $z_0 = 113.8^\circ.$							
1.0	Triest . . . . .	169.6	15.83	-15.57	2.86	1.429	4.09
1.7	Venedig . . . . .	186.8	12.54	-12.45	-1.48	-2.222	3.29
6.0*	Fiume . . . . .	136.2	5.67	-4.09	3.92	—	3.92
7.0	Pola . . . . .	159.3	8.68	-8.12	3.07	1.786	5.48
8.6	Zengg . . . . .	124.7	5.15	-2.93	4.23	—	4.23
10.4	Hafen Cigale . . . . .	134.6	4.36	-3.06	3.10	1.538	4.77
13.0	Hafen Pantera . . . . .	90.6	3.43	-0.04	3.43	1.667	5.72
14.2	Zara . . . . .	121.2	3.25	-1.68	2.78	1.250	3.48
15.3	Sestrice . . . . .	29.3	3.74	3.26	1.83	1.724	3.15
17.8	Sebenico . . . . .	18.2	4.43	4.21	1.38	1.124	1.55
18.8	Rogoznica . . . . .	22.8	4.65	4.29	1.80	1.299	2.34
21.2	Comisa . . . . .	5.5	5.16	5.14	0.49	2.439	1.20

## Gezeitenerscheinungen in der Adria.

285

Quer- schnitt	Station	$z-z_0$	$H$ cm	$\eta$ cm	$\bar{\eta}$ cm	$\frac{100 \text{ km}}{d}$	$\bar{\eta}_{100}$ cm
23·8	Pelagosa . . . . .	1·9	5·60	5·60	0·19	—	—
28·8	Ragusa . . . . .	—6·4	5·80	5·76	—0·65	1·064	—0·69
30·7	Meljine . . . . .	—4·1	5·90	5·88	—0·42	0·971	—0·41
36·3	Brindisi . . . . .	8·0	5·24	5·19	0·73	—1·515	—1·11
N. $z_0 = 112·6^\circ$ .							
1·0	Triest . . . . .	172·6	4·30	—4·26	0·55	1·429	0·79
6·0*	Fiume . . . . .	129·4	1·92	—1·22	1·48	—	1·48
7·0	Pola . . . . .	161·4	2·34	—2·22	0·75	1·786	1·34
21·2	Comisa . . . . .	—1·7	1·30	1·30	—0·04	2·439	—0·10
23·8	Pelagosa . . . . .	—6·9	1·61	1·60	—0·19	—	—
28·8	Ragusa . . . . .	—20·7	1·48	1·38	—0·52	1·064	—0·55
K <sub>2</sub> . $z_0 = 112·2^\circ$ .							
1·0	Triest . . . . .	166·3	5·22	—5·07	1·24	1·429	1·77
1·7	Venedig . . . . .	162·5	3·98	—3·80	1·20	—2·222	—2·67
6·0*	Fiume . . . . .	131·4	1·73	—1·14	1·30	—	1·30
7·0	Pola . . . . .	159·1	2·45	—2·29	0·87	1·786	1·55
8·6	Zengg . . . . .	117·1	1·99	—0·91	1·77	—	1·77
10·4	Hafen Cigale . . . . .	132·6	2·43	—1·64	1·79	1·538	2·75
13·0	Hafen Pantera . . . . .	85·1	1·06	0·09	1·06	1·667	1·77
14·2	Zara . . . . .	116·0	0·95	—0·42	0·85	1·250	1·06
17·8	Sebenico . . . . .	15·2	1·39	1·34	0·36	1·124	0·40
21·2	Comisa . . . . .	3·4	1·44	1·44	0·09	2·439	0·22
23·8	Pelagosa . . . . .	—9·9	1·69	1·66	—0·29	—	—
28·8	Ragusa . . . . .	—8·1	1·65	1·63	—0·23	1·064	—0·24
30·7	Meljine . . . . .	1·8	2·14	2·14	0·07	0·971	0·07
36·3	Brindisi . . . . .	7·6	1·82	1·80	0·24	—1·515	—0·36
K <sub>1</sub> . $z_0 = 76·0^\circ$ .							
1·0	Triest . . . . .	—7·0	17·33	17·20	—2·11	1·429	—3·02
1·7	Venedig . . . . .	2·2	17·14	17·13	0·66	—2·222	—1·47
6·0*	Fiume . . . . .	—10·3	13·99	13·76	—2·50	—	—2·50
7·0	Pola . . . . .	—6·9	15·63	15·52	—1·88	1·786	—3·36
8·6	Zengg . . . . .	—10·5	13·60	13·37	—2·48	—	—2·48
10·4	Hafen Cigale . . . . .	—9·3	15·52	15·32	—2·51	1·538	—3·86
13·0	Hafen Pantera . . . . .	—16·0	12·12	11·65	—3·34	1·667	—5·57
14·2	Zara . . . . .	—8·0	13·19	13·06	—1·84	1·250	—2·30
17·8	Sebenico . . . . .	—18·8	9·25	8·76	—2·98	1·124	—3·35
18·8	Rogoznica . . . . .	—9·1	8·98	8·87	—1·42	1·299	—1·84
21·2	Comisa . . . . .	—18·8	7·83	7·41	—2·52	2·439	—6·15

Quer- schnitt	Station	$x-x_0$	$H$ cm	$\eta$ cm	$\bar{\eta}$ cm	$\frac{100 km}{d}$	$\bar{\eta}_{100}$ cm
23·8	Pelagosa . . . . .	— 5·3	6·14	6·11	—0·57	—	—
28·8	Ragusa . . . . .	—17·5	5·08	4·84	—1·53	1·064	—1·63
30·7	Meljine . . . . .	—20·1	4·97	4·67	—1·71	0·971	—1·66
36·3	Brindisi . . . . .	— 1·5	4·43	4·43	—0·12	—1·515	0·18
<b>P.</b>							
$x_0 = 77·0^\circ$ .							
1·0	Triest . . . . .	— 3·8	4·75	4·74	—0·31	1·429	—0·44
6·0*	Fiume . . . . .	—12·6	4·29	4·19	—0·94	—	—0·94
7·0	Pola . . . . .	— 6·9	4·94	4·90	—0·59	1·786	—1·05
13·0	Hafen Pantera . . . . .	—26·0	3·37	3·03	—1·48	1·667	—2·47
21·2	Comisa . . . . .	—25·6	2·40	2·16	—1·04	2·439	—2·54
23·8	Pelagosa . . . . .	—29·3	2·33	2·03	—1·14	—	—
28·8	Ragusa . . . . .	—22·5	1·74	1·61	—0·67	1·064	—0·71
<b>O.</b>							
$x_0 = 69·7^\circ$ .							
1·0	Triest . . . . .	—12·9	5·02	4·89	—1·12	1·429	—1·60
6·0*	Fiume . . . . .	—13·7	3·96	3·85	—0·94	—	—0·94
7·0	Pola . . . . .	— 6·4	4·96	4·93	—0·55	1·786	—0·98
13·0	Hafen Pantera . . . . .	— 1·8	3·76	3·76	—0·12	1·667	—0·20
21·2	Comisa . . . . .	—28·7	2·51	2·20	—1·21	2·439	—2·95
23·8	Pelagosa . . . . .	—10·9	2·16	2·12	—0·41	—	—
28·8	Ragusa . . . . .	—25·0	2·14	1·94	—0·90	1·064	—0·96

## II. Die Adria als mitschwingender Kanal betrachtet.

### I. Die theoretischen Längsschwingungen.

Bei der Ermittlung der Amplitudenverteilung der Längsschwingungen der Adria, die vom theoretischen Standpunkte den einzelnen Partialtiden zuzuordnen sind, wollen wir in diesem Hauptabschnitte zunächst so vorgehen, als ob die fluterzeugenden Kräfte auf das Adriabecken selbst ohne Einfluß wären, also bloß ein Mitschwingen der Adria mit den entsprechenden periodischen Oberflächenbewegungen des Jonischen Meeres stattfände. Infolge der geringen Erstreckung der Adria in der Ost-West-Richtung, die bloß sechs Längengrade umfaßt, kommt diese Hypothese der Wahrheit bereits sehr nahe, da die Neigungen der durch die Gestirne gestörten Niveaulächen außerordentlich gering sind. Eine genaue Berechnung dieser Neigungen und des Einflusses, den Sonne und Mond auf die Wassermassen der Adria selbst ausüben, wird dann im nächsten Hauptabschnitte gegeben werden.

Es bedeute  $x$  die längs der Mittellinie gemessene Entfernung vom nördlichen Ende der Adria aus,  $b$  die Breite und  $S$  die Querschnittsfläche der Adria an der Stelle  $x$ . Die horizontalen Verschiebungen der Wasserteilchen bezeichnen wir mit  $\xi$  und nehmen sie in einem und demselben Querschnitte als vollkommen gleichmäßig an, derart, daß  $\xi$  nur von  $x$  und der Zeit  $t$  abhängt. Das gleiche gilt dann offenbar auch von den vertikalen Verschiebungen  $\eta$  der Oberflächenteilchen. Bei einem Mitschwingen

mit einer äußeren periodischen Bewegung der Periode  $T$  müssen auch  $\xi$  und  $\eta$  periodische Funktionen mit der gleichen Periode sein, also beide den Zeitfaktor  $\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varepsilon\right)$  enthalten; dabei muß auch  $\varepsilon$  in beiden Fällen dieselbe Konstante sein, weil dem Durchgang durch die Ruhelage im ganzen Kanal die Werte  $\xi = 0$  und  $\eta = 0$  entsprechen.

Die Bewegungs- und die Kontinuitätsgleichung der Hydrodynamik, von denen die Längsschwingungen des betrachteten Kanals unter den eben angeführten Voraussetzungen abhängen, lauten dann:<sup>1</sup>

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad \eta = -\frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial x} (S \cdot \xi)$$

Nach Ausführung der Differentiationen fällt, wie man sieht, der eben erwähnte Zeitfaktor aus beiden Gleichungen heraus. Wenn wir also die Zeichen  $\xi$  und  $\eta$  auch für die Maximalelongationen (Amplituden) der horizontalen und vertikalen Verschiebungen der Wasserteilchen verwenden, so erfüllen diese letzteren Größen, die jetzt offenbar nur mehr Funktionen von  $x$  sind, die Differentialgleichungen

$$\frac{4\pi^2}{T^2} \xi = g \frac{d\eta}{dx} \quad \eta = -\frac{1}{b} \frac{d}{dx} (S \cdot \xi)$$

Die beiden Gleichungen sind in den Größen  $\xi$  und  $\eta$  homogen, haben somit die Eigenschaft, daß eine ihnen genügende Wertreihe  $\xi$  und  $\eta$  sie auch noch nach Multiplikation sämtlicher Werte mit einem ganz beliebigen konstanten Faktor befriedigt. Durch geeignete Wahl dieses Faktors kann also nachträglich eine zu den Differentialgleichungen noch hinzukommende Anfangsbedingung erfüllt werden, also entweder die Koinzidenz der Bewegung an der Mündungsstelle oder, falls uns dort die Amplituden nicht bekannt sind, die Übereinstimmung mit einem Beobachtungsdatum an irgend einer anderen Stelle des Meeres hergestellt werden.

Für die Zwecke der Rechnung schreiben wir die erste Gleichung besser als Differenzgleichung und integrieren die zweite, so daß sie in der Gestalt erscheinen

$$\Delta\eta = \frac{4\pi^2}{gT^2} \Delta x \cdot \xi \dots (1) \quad \xi = -\frac{1}{S} \int_0^x \eta \cdot b dx \dots (2)$$

Die Gleichung (1) nimmt nun für die zu den einzelnen Partialtiden gehörigen Längsschwingungen, je nach der Periode  $T$  derselben, verschiedene Formen an. Wir wollen sie so einrichten, daß sie uns die Änderung  $\Delta\eta$  von Querschnitt zu Querschnitt (vgl. Fig. 2) liefert, also  $\Delta x = 20 \cdot 5 \text{ km}$  setzen. Die Acceleration der Schwerkraft hat ferner für die mittlere geographische Breite der Adria  $\varphi = 43^\circ$ , den Wert  $g = 9 \cdot 804 \text{ m} \cdot \text{Sek.}^{-2}$ . Durch Einsetzen der einzelnen Werte von  $T$  ergeben sich folgende Formeln:

für $M_2$	$T = 12 \cdot 4206$ Stunden	$\Delta\eta = 0 \cdot 00004129 \cdot \xi$
» $S_2$	$T = 12 \cdot 0000$ »	$\Delta\eta = 0 \cdot 00004423 \cdot \xi$
» $N$	$T = 12 \cdot 6584$ »	$\Delta\eta = 0 \cdot 00003975 \cdot \xi$
» $K_2$	$T = 11 \cdot 9672$ »	$\Delta\eta = 0 \cdot 00004448 \cdot \xi$
» $K_1$	$T = 23 \cdot 9344$ »	$\Delta\eta = 0 \cdot 00001112 \cdot \xi$
» $P$	$T = 24 \cdot 0659$ »	$\Delta\eta = 0 \cdot 00001100 \cdot \xi$
» $O$	$T = 25 \cdot 8194$ »	$\Delta\eta = 0 \cdot 00000955 \cdot \xi$

Ganz dieselben Gleichungen gelten auch für Größen  $\xi'$  und  $\eta'$ , die den Größen  $\xi$  und  $\eta$  proportional sind. Ein solches System proportionaler Werte wollen wir zunächst auch herstellen, indem wir ganz willkürlich am inneren Ende der Adria die Amplitude  $\eta' = \pm 50 \text{ cm}$  ansetzen (vgl. die folgende Tabelle ohne die beiden letzten Kolonnen). Wir nehmen an, daß der Wert  $\eta'$  bis zum zweiten Querschnitte der gleiche bleibe und berechnen durch Multiplikation mit dem bis zum zweiten Querschnitte reichenden

<sup>1</sup> Vgl. H. Lamb, Lehrbuch der Hydrodynamik, deutsch von J. Friedel, Leipzig 1907, p. 297 und 298, Gleichungen (4) und (11).

Oberflächenelemente  $\Delta O$  das Wasserquantum  $\Delta O \cdot \eta'$ , das durch den zweiten Querschnitt im Laufe eines Viertels der Periode (nämlich von der Mittellage bis zum Hochwasser) hindurchgeschoben wird und das dem Integral auf der rechten Seite der Gleichung (2) entspricht. Durch Division mit der negativen Querschnittsfläche  $-S$  ergibt sich daraus die Horizontalverschiebung  $\xi'$  am Querschnitt 2, und hieraus auf Grund der Gleichung (1) die Änderung  $\Delta\eta'$  vom ersten zum zweiten Querschnitt, somit auch der Wert  $\eta'$  am zweiten Querschnitt. Diesen betrachten wir wieder bis zum dritten Querschnitt als konstant und berechnen das Wasserquantum, das sich durch Multiplikation mit dem zwischen dem zweiten und dritten Querschnitte gelegenen Oberflächenelement  $\Delta O$  ergibt, addieren letzteres zu dem uns bereits bekannten durch den Querschnitt 2 hindurchgeschobenen Quantum und erhalten so den Wert  $q'$  des Integrales auf der rechten Seite von (2) an der Stelle des dritten Querschnittes, hieraus nach Division mit der negativen Querschnittsfläche  $-S$  die Horizontalverschiebung  $\xi'$  am dritten Querschnitt im Laufe eines Viertels der Periode. Aus der Gleichung (1) berechnet sich daraus wieder die Änderung  $\Delta\eta'$  vom zweiten bis zum dritten Querschnitt und somit auch den Wert  $\eta'$  am dritten Querschnitt. So schreiten wir bis zum Ende der Adria weiter, indem wir sukzessive die durch die einzelnen Querschnitte hindurchgeschobenen Wassermengen und damit die Änderung  $\Delta\eta'$  von Querschnitt zu Querschnitt berechnen.

Über das Vorzeichen der Größen  $\eta'$  und  $\eta$  treffen wir die Vereinbarung, daß wir es am Nordende der Adria positiv wählen, wenn der betreffenden Partialtide daselbst eine von  $90^\circ$  nicht stark unterschiedene Kappazahl zugehört, dagegen negativ, wenn diese Kappazahl ungefähr  $270^\circ$  beträgt; das heißt, wir wählen das Vorzeichen bei den Amplituden sämtlicher halbtägigen Tiden negativ, bei jenen der ganztägigen positiv, da die beobachteten reduzierten Kappazahlen in Triest bei

$M_2$	$S_2$	$N$	$K_2$	$K_1$	$P$	$O$
$276^\circ$	$283^\circ$	$285^\circ$	$279^\circ$	$69^\circ$	$73^\circ$	$57^\circ$

betragen. Damit ist dann auch die Vorzeichenregel für die Werte  $\xi'$  bereits festgelegt; ein Wert  $\xi'$  ist positiv, wenn die Amplitude  $\eta'$  an der betreffenden Stelle beim Fortschreiten gegen die Mündung hin (im algebraischen Sinne) zunimmt, negativ, wenn sie an der betreffenden Stelle abnimmt.

Der Quarnero wurde als Golf des Adriatischen Meeres bei der Rechnung besonders berücksichtigt, indem der eben geschilderte Vorgang zunächst nur bis zum Querschnitt 8 eingehalten, dann am inneren Ende des Quarnero neuerdings mit dem Anfangswerte  $\eta' = \pm 50 \text{ cm}$  begonnen und bis zum Querschnitte 8\* gerechnet wurde, woselbst durch Multiplikation mit einer geeigneten Verhältniszahl die Koinzidenz mit der am Querschnitt 8 im Hauptkanal gefundenen Amplitude  $\eta'$  hergestellt wurde. Mit dieser Verhältniszahl mußten dann selbstverständlich alle Werte  $\eta'$  und  $\xi'$  innerhalb des Quarnero multipliziert werden (die Resultate sind über die ursprünglichen Werte darübersetzt) sowie auch das Quantum  $q'$ , das durch den Querschnitt 8\* hindurchgeschoben wird. Erst nach dieser Multiplikation wurde es dann zu dem durch den Querschnitt 8 hindurchgeschobenen Quantum hinzuaddiert und die Rechnung von hier aus bis ans Ende der Adria ohne weitere Unterbrechung fortgesetzt.

Nachdem so der theoretische Verlauf der Amplituden  $\eta'$  längs der ganzen Adria berechnet war, wurde durch Multiplikation aller Größen  $\eta'$  und  $\xi'$  mit einem entsprechenden Proportionalitätsfaktor erreicht, daß an einer Stelle Übereinstimmung mit den daselbst beobachteten Amplituden der Längsschwingung besteht. Als diese Stelle wurde, da uns die Amplituden an der Mündungsstelle der Adria nicht bekannt sind, die Gegend des südlichen Schwingungsbauches der Halbtagszeiten gewählt, also die vier Stationen Comisa, Pelagosa, Ragusa und Meljine (vgl. Tabelle 3) zur Bestimmung dieses Faktors verwendet, der folgende Werte erhielt: bei

$M_2$	$S_2$	$N$	$K_2$	$K_1$	$P$	$O$
0·4563	0·2829	0·0816	0·0863	0·3223	0·0997	0·0917.

Die mit ihm multiplizierten Werte  $\xi'$  und  $\eta'$  wurden schließlich als  $\xi$  und  $\eta$  in die beiden letzten Kolonnen der Tabelle eingetragen.

Die Rechnung ist im folgenden bei den Partialtiden  $M_2$ ,  $S_2$  und  $K_1$  so ausführlich wiedergegeben, daß sie an jeder Stelle nachgeprüft werden kann, während bei den vier übrigen bloß die Resultate für  $\xi$  und  $\eta$  angegeben sind. Die Tabelle bedarf nach den vorstehenden Ausführungen keiner weiteren Erläuterung.

Tabelle 4.

Querschnitt	$\Delta O$ $km^2$	$\Delta O \cdot \eta'$ $km^3$	$q'$ $km^3$	$S$ $km^2$	$\xi'$ $m$	$\Delta \eta'$ $cm$	$\eta'$ $cm$	$\xi$ $m$	$\eta$ $cm$
$M_2$ .									
1	—	—	—	—	0·0	—	—50·000	0·0	—22·82
2	2440	—1·2200	—1·2200	1·93	632·1	2·610	—47·390	288·4	—21·63
3	2019	—0·9568	—2·1768	2·55	853·7	3·525	—43·865	389·6	—20·02
4	1948	—0·8545	—3·0313	2·85	1063·7	4·392	—39·473	485·4	—18·01
5	2163	—0·8538	—3·8851	3·80	1022·6	4·222	—35·251	466·6	—16·09
6	2573	—0·9070	—4·7921	4·43	1081·6	4·466	—30·785	493·6	—14·05
7	2716	—0·8361	—5·6282	5·45	1032·8	4·264	—26·521	471·3	—12·10
8	2768	—0·7341	—6·3623	5·54	1148·4	4·742	—21·779	524·0	—9·94
6*	—	—	—	—	0·0	—	—22·509 —50·000	0·0	—10·27
7*	246	—0·0554 —0·1230	—0·0554 —0·1230	1·10	50·3 111·8	0·208 0·462	—22·301 —49·538	23·0	—10·18
8*	800	—0·1784 —0·3963	—0·2338 —0·5193	1·85	126·4 280·7	0·522 1·159	—21·779 —48·379	57·7	—9·94
9	3844	—0·8372	—6·5961 —7·4333	9·08	818·4	3·379	—18·400	373·5	—8·40
10	3567	—0·6563	—8·0896	7·72	1047·6	4·326	—14·074	478·1	—6·42
11	3311	—0·4660	—8·5556	8·36	1023·2	4·225	—9·849	466·9	—4·49
12	3188	—0·3140	—8·8696	8·22	1079·4	4·457	—5·392	492·6	—2·46
13	3116	—0·1680	—9·0376	8·20	1102·6	4·553	—0·839	503·1	—0·38
14	3147	—0·0264	—9·0640	9·22	983·4	4·060	3·221	448·8	1·47
15	3188	0·1027	—8·9613	10·9	822·1	3·394	6·615	375·1	3·02
16	3424	0·2265	—8·7348	14·9	586·2	2·420	9·035	267·5	4·12
17	3711	0·3353	—8·3995	22·9	366·8	1·515	10·550	167·4	4·81
18	3844	0·4055	—7·9940	32·8	243·7	1·006	11·556	111·2	5·27
19	3813	0·4406	—7·5534	26·1	289·4	1·195	12·751	132·1	5·82
20	3936	0·5019	—7·0515	24·1	292·6	1·208	13·959	133·5	6·37
21	4203	0·5867	—6·4648	21·9	295·2	1·219	15·178	134·7	6·93
22	4039	0·6130	—5·8518	19·3	298·6	1·233	16·411	136·3	7·49
23	3680	0·6039	—5·2479	18·6	282·1	1·165	17·576	128·7	8·02
24	3434	0·6036	—4·6443	16·3	284·9	1·176	18·752	130·0	8·56
25	3567	0·6689	—3·9754	15·6	254·8	1·052	19·804	116·3	9·04
26	4028	0·7977	—3·1777	24·1	131·8	0·544	20·348	60·1	9·29
27	4121	0·8385	—2·3392	38·0	61·6	0·254	20·602	28·1	9·40
28	4080	0·8406	—1·4986	89·6	16·7	0·069	20·671	7·6	9·43
29	4182	0·8645	—0·6341	117·7	5·4	0·022	20·693	2·5	9·44
30	4131	0·8548	0·2207	139·7	—1·6	—0·007	20·686	—0·7	9·44
31	4028	0·8332	1·0539	149·6	—7·0	—0·029	20·657	—3·2	9·43
32	4049	0·8364	1·8903	131·6	—14·4	—0·059	20·598	—6·6	9·40
33	4059	0·8361	2·7264	134·3	—20·3	—0·084	20·514	—9·3	9·36
34	3998	0·8201	3·5465	104·8	—33·8	—0·140	20·374	—15·4	9·30

Quer- schnitt	$\Delta O$ $km^2$	$\Delta O \cdot \eta'$ $km^3$	$q'$ $km^3$	$S$ $km^2$	$\xi'$ $m$	$\Delta \eta'$ $cm$	$\eta'$ $cm$	$\xi$ $m$	$\eta$ $cm$
35	3967	0.8082	4.3547	65.4	— 66.6	—0.275	20.099	— 30.4	9.17
36	3516	0.7067	5.0614	54.0	— 93.7	—0.387	19.712	— 42.8	9.00
37	2952	0.5819	5.6433	39.2	—144.0	—0.595	19.117	— 65.7	8.72
38	2604	0.4978	6.1411	32.7	—187.8	—0.775	18.342	— 85.7	8.37
39	2081	0.3817	6.5228	27.1	—240.7	—0.994	17.348	—109.8	7.92
40	1753	0.3041	6.8269	37.3	—183.0	—0.756	16.592	— 83.5	7.57
$S_2$ .									
1	—	—	—	—	0.0	—	—50.000	0.0	—14.15
2	2440	—1.2200	—1.2200	1.93	632.1	2.796	—47.204	178.8	—13.36
3	2019	—0.9530	—2.1730	2.55	852.3	3.770	—43.434	241.1	—12.29
4	1948	—0.8461	—3.0191	2.85	1059.4	4.686	—38.748	299.7	—10.96
5	2163	—0.8381	—3.8572	3.80	1015.2	4.490	—34.258	287.2	— 9.69
6	2573	—0.8815	—4.7387	4.43	1069.5	4.730	—29.528	302.6	— 8.35
7	2716	—0.8020	—5.5407	5.45	1016.7	4.497	—25.031	287.7	— 7.08
8	2768	—0.6929	—6.2336	5.54	1125.2	4.977	—20.054	318.4	— 5.67
6*	—	—	—	—	0.0	—	—20.775	0.0	— 5.88
7*	246	—0.0511	—0.0511	1.10	46.5	0.205	—20.570	13.2	— 5.82
8*	800	—0.1230	—0.1230	1.85	111.8	0.494	—49.506	33.0	— 5.67
		—0.1645	—0.2156		116.5	0.516	—20.054		
		—0.3960	—0.5190		280.5	1.241	—48.265		
9	3844	—0.7709	—6.4492	9.08	794.9	3.516	—16.538	224.9	— 4.68
10	3567	—0.5899	—7.2201	7.72	1011.4	4.473	—12.065	286.2	— 3.41
11	3311	—0.3995	—7.8100	8.36	981.9	4.343	— 7.722	277.8	— 2.18
12	3188	—0.2462	—8.2095	8.22	1029.1	4.552	— 3.170	291.2	— 0.90
13	3116	—0.0988	—8.4557	8.20	1043.6	4.616	1.446	295.3	0.41
14	3147	0.0455	—8.5545	9.22	923.2	4.083	5.529	261.2	1.56
15	3188	0.1763	—8.5090	10.9	764.4	3.381	8.910	216.3	2.52
16	3424	0.3051	—8.3327	14.9	538.7	2.383	11.293	152.4	3.20
17	3711	0.4191	—8.0276	22.9	332.3	1.470	12.763	94.0	3.61
18	3844	0.4906	—7.6085	32.8	217.0	0.960	13.723	61.4	3.88
19	3813	0.5233	—7.1179	26.1	252.6	1.117	14.840	71.5	4.20
20	3936	0.5841	—6.5946	24.1	249.4	1.103	15.943	70.6	4.51
21	4203	0.6701	—6.0105	21.9	243.8	1.078	17.021	69.0	4.82
22	4039	0.6875	—5.3404	19.6	237.4	1.050	18.071	67.2	5.11
23	3680	0.6875	—4.6529	18.6	214.4	0.948	19.019	60.7	5.38
24	3434	0.6650	—3.9879	16.3	204.6	0.905	19.924	57.9	5.64
25	3567	0.6531	—3.3348	15.6	168.2	0.744	20.668	47.6	5.85
26	4028	0.7107	—2.6241	24.1	74.3	0.329	21.105	21.0	5.94
27	4121	0.8325	—1.7916	38.0	24.4	0.108	21.108	6.9	5.97
28	4080	0.8653	—0.9263	89.6	0.7	0.003	21.077	0.2	5.97
29	4182	0.8611	—0.0652	117.7	— 6.9	—0.031	21.023	— 2.0	5.96
30	4131	0.8827	0.8175	139.7	—12.1	—0.054	20.948	— 3.4	5.95
31	4028	0.8707	1.6882	149.6	—16.9	—0.075	20.834	— 4.8	5.93
32	4049	0.8468	2.5350	131.6	—25.7	—0.114	—	— 7.3	5.89
		0.8482	3.3832						

## Gezeitenerscheinungen in der Adria.

291

Quer- schnitt	$\Delta O$ $km^2$	$\Delta O \cdot \eta'$ $km^3$	$q'$ $km^3$	$S$ $km^2$	$\xi'$ $m$	$\Delta \eta'$ $cm$	$\eta'$ $cm$	$\xi$ $m$	$\eta$ $cm$
33	4059	0·8457	4·2289	134·3	— 31·5	—0·139	20·695	— 8·9	5·86
34	3998	0·8274	5·0563	104·8	— 48·2	—0·213	20·482	—13·6	5·80
35	3967	0·8125	5·8688	65·4	— 89·7	—0·397	20·085	—25·4	5·68
36	3516	0·7062	6·5750	54·0	—121·8	—0·539	19·546	—34·5	5·53
37	2952	0·5770	7·1520	39·2	—182·4	—0·807	18·739	—51·6	5·30
38	2604	0·4880	7·6400	32·7	—233·6	—1·033	17·706	—66·1	5·01
39	2081	0·3685	8·0085	27·1	—295·5	—1·307	16·399	—83·6	4·64
40	1753	0·2875	8·2960	37·3	—222·4	—0·984	15·415	—62·9	4·36
$K_1$									
1	—	—	—	—	0·0	—	50·000	0·0	16·11
2	2440	1·2200	1·2200	1·93	— 632·1	—0·703	49·297	—203·7	15·89
3	2019	0·9953	2·2153	2·55	— 868·8	—0·966	48·331	—280·0	15·58
4	1948	0·9415	3·1568	2·85	—1107·7	—1·232	47·099	—357·0	15·18
5	2163	1·0188	4·1756	3·80	—1099·0	—1·222	45·877	—354·2	14·79
6	2573	1·1804	5·3560	4·43	—1208·8	—1·344	44·533	—389·6	14·35
7	2716	1·2095	6·5655	5·45	—1204·8	—1·340	43·193	—388·3	13·92
8	2768	1·1956	7·7611	5·54	—1400·9	—1·558	41·635	—451·5	13·41
6*	—	—	—	—	0·0	—	42·003 50·000	0·0	13·54
7*	246	0·1033 0·1230	0·1033 0·1230	1·10	— 93·9 — 111·8	—0·104 —0·124	41·899 49·876	— 30·3	13·50
8*	800	0·3352 0·3990	0·4385 0·5220	1·85	— 237·0 — 282·1	—0·264 —0·314	41·635 49·562	— 76·4	13·41
9	3844	1·6004	8·1996 9·8000	9·08	—1079·0	—1·200	40·435	—347·8	13·03
10	3567	1·4423	11·2423	7·72	—1455·9	—1·619	38·816	—469·3	12·51
11	3311	1·2852	12·5275	8·36	—1498·3	—1·666	37·150	—482·9	11·97
12	3188	1·1843	13·7118	8·22	—1668·7	—1·856	35·294	—537·9	11·38
13	3116	1·0998	14·8116	8·20	—1807·0	—2·009	33·285	—582·4	10·73
14	3147	1·0475	15·8591	9·22	—1720·7	—1·913	31·372	—554·6	10·11
15	3188	1·0001	16·8592	10·9	—1546·7	—1·720	29·652	—498·5	9·56
16	3424	1·0153	17·8745	14·9	—1199·6	—1·334	28·318	—386·7	9·13
17	3711	1·0509	18·9254	22·9	— 826·5	—0·919	27·399	—266·3	8·83
18	3844	1·0532	19·9786	32·8	— 609·1	—0·677	26·722	—196·3	8·61
19	3813	1·0189	20·9975	26·1	— 804·4	—0·894	25·828	—259·2	8·32
20	3936	1·0166	22·0141	24·1	— 913·4	—1·016	24·812	—294·4	8·00
21	4203	1·0428	23·0569	21·9	—1052·8	—1·171	23·641	—339·3	7·62
22	4039	0·9549	24·0118	19·6	—1225·1	—1·362	22·279	—394·8	7·18
23	3680	0·8199	24·8317	18·6	—1335·0	—1·485	20·794	—430·3	6·70
24	3434	0·7141	25·5458	16·3	—1567·2	—1·743	19·051	—505·1	6·14
25	3567	0·6795	26·2253	15·6	—1681·0	—1·869	17·182	—541·8	5·53
26	4028	0·6921	26·9174	24·1	—1116·8	—1·242	15·940	—360·0	5·13
27	4121	0·6569	27·5743	38·0	— 725·8	—0·807	15·133	—233·9	4·88
28	4080	0·6174	28·1917	89·6	— 314·6	—0·350	14·783	—101·4	4·76
29	4182	0·6182	28·8099	117·7	— 244·8	—0·272	14·511	— 78·9	4·68
30	4131	0·5994	29·4093	139·7	— 210·5	—0·234	14·277	— 67·8	4·60

Quer-schnitt	$\Delta O$ <i>km<sup>2</sup></i>	$\Delta O \cdot \eta'$ <i>km</i>	$q'$ <i>km<sup>3</sup></i>	$S$ <i>km<sup>2</sup></i>	$\xi'$ <i>m</i>	$\Delta \eta'$ <i>cm</i>	$\eta'$ <i>cm</i>	$\xi$ <i>m</i>	$\eta$ <i>cm</i>
31	4028	0·5751	29·9844	149·6	— 200·4	—0·223	14·054	— 64·6	4·53
32	4049	0·5690	30·5534	131·6	— 232·2	—0·258	13·796	— 74·8	4·44
33	4059	0·5600	31·1134	134·3	— 231·7	—0·258	13·538	— 74·7	4·36
34	3998	0·5412	31·6546	104·8	— 302·0	—0·336	13·202	— 97·3	4·26
35	3967	0·5237	32·1783	65·4	— 492·0	—0·547	12·655	—158·6	4·08
36	3516	0·4449	32·6232	54·0	— 604·2	—0·672	11·983	—194·7	3·86
37	2952	0·3537	32·9769	39·2	— 841·2	—0·935	11·048	—271·1	3·57
38	2604	0·2877	33·2646	32·7	—1017·2	—1·131	9·917	—327·8	3·20
39	2081	0·2064	33·4710	27·1	—1235·1	—1·373	8·544	—398·1	2·76
40	1753	0·1498	33·6208	37·3	— 901·4	—1·002	7·542	—290·5	2·44

N, K<sub>2</sub>, P, O.

Quer-schnitt	N		K <sub>2</sub>		P		O	
	$\xi$ <i>m</i>	$\eta$ <i>cm</i>	$\xi$ <i>m</i>	$\eta$ <i>cm</i>	$\xi$ <i>m</i>	$\eta$ <i>cm</i>	$\xi$ <i>m</i>	$\eta$ <i>cm</i>
1	0·0	—4·08	0·0	—4·31	0·0	4·99	0·0	4·58
2	51·6	—3·88	54·5	—4·07	— 63·0	4·92	— 57·9	4·52
3	69·7	—3·60	73·5	—3·74	— 86·7	4·82	— 79·7	4·45
4	87·0	—3·25	91·4	—3·34	—110·5	4·70	—101·7	4·35
5	83·7	—2·92	87·5	—2·95	—109·7	4·58	—101·1	4·26
6	88·8	—2·56	92·2	—2·54	—120·7	4·45	—111·4	4·15
7	85·0	—2·23	87·6	—2·15	—120·3	4·32	—111·3	4·05
8	94·8	—1·85	96·9	—1·72	—139·9	4·16	—129·7	3·92
6*	0·0	—1·91	0·0	—1·78	0·0	4·20	0·0	3·95
7*	4·2	—1·89	4·0	—1·76	— 9·4	4·19	— 8·8	3·94
8*	10·7	—1·85	10·0	—1·72	— 23·7	4·16	— 22·3	3·92
9	67·9	—1·58	68·4	—1·41	—107·8	4·04	—100·2	3·83
10	87·1	—1·23	87·0	—1·03	—145·4	3·88	—135·5	3·70
11	85·3	—0·90	84·4	—0·65	—149·7	3·71	—139·8	3·57
12	90·3	—0·54	88·4	—0·26	—166·7	3·53	—156·1	3·42
13	92·6	—0·17	89·6	0·14	—180·6	3·34	—169·5	3·25
14	82·9	0·16	79·2	0·49	—172·0	3·15	—161·8	3·10
15	69·6	0·43	65·5	0·78	—154·6	2·98	—146·8	2·96
16	49·9	0·63	46·1	0·99	—120·0	2·84	—113·5	2·85
17	31·5	0·76	28·4	1·12	— 82·6	2·75	— 78·5	2·78
18	21·1	0·84	18·5	1·20	— 60·9	2·69	— 58·0	2·72
19	25·2	0·95	21·5	1·29	— 80·5	2·60	— 76·9	2·65
20	25·8	1·05	21·2	1·39	— 91·5	2·50	— 87·6	2·56
21	26·4	1·15	20·7	1·48	—105·4	2·39	—101·4	2·47
22	27·1	1·26	20·0	1·57	—122·7	2·25	—118·3	2·36
23	26·1	1·36	18·0	1·65	—133·7	2·10	—129·3	2·22
24	26·9	1·47	17·1	1·73	—157·0	1·93	—152·2	2·08
25	24·8	1·57	13·9	1·79	—168·5	1·75	—163·9	1·92
26	13·4	1·62	6·0	1·81	—111·9	1·62	—109·2	1·82

Querschnitt	N		K <sub>2</sub>		P		O	
	ξ m	η cm	ξ m	η cm	ξ m	η cm	ξ m	η cm
27	6.7	1.65	1.8	1.82	-72.7	1.54	-71.3	1.76
28	2.1	1.66	0.0	1.82	-31.5	1.50	-31.1	1.73
29	1.0	1.66	-0.7	1.82	-24.5	1.47	-24.2	1.70
30	0.4	1.67	-1.1	1.81	-21.1	1.45	-20.9	1.68
31	-0.1	1.67	-1.5	1.81	-20.1	1.44	-20.0	1.66
32	-0.6	1.66	-2.3	1.80	-23.3	1.41	-23.3	1.64
33	-1.1	1.66	-2.8	1.79	-23.3	1.38	-23.3	1.61
34	-2.1	1.65	-4.3	1.77	-30.4	1.35	-30.4	1.59
35	-4.3	1.63	-7.9	1.73	-49.5	1.29	-49.7	1.54
36	-6.3	1.61	-10.7	1.68	-60.7	1.22	-61.2	1.48
37	-9.9	1.57	-16.0	1.61	-84.6	1.13	-85.5	1.40
38	-13.1	1.51	-20.5	1.52	-102.3	1.03	-103.5	1.30
39	-17.0	1.45	-25.9	1.41	-124.2	0.88	-126.0	1.18
40	-13.0	1.39	-19.4	1.32	-90.7	0.79	-92.1	1.10

Der Durchgang der Werte  $\eta$  durch Null kennzeichnet die Lage einer Knotenlinie der betreffenden Längsschwingung. Wir sehen also aus der Tabelle, daß bei den halbtägigen Partialtiden  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $N$  und  $K_2$  nach der Theorie je eine Knotenlinie der Längsschwingung entstehen muß, die in allen vier Fällen ungefähr beim Querschnitt 13 liegt. Was die Schwingungsbäuche betrifft, so entsteht bei den Halbtagskomponenten außer am inneren Ende der Adria noch ein zweiter Schwingungsbauch bei Querschnitt 28 bis 30, also in der Gegend von Ragusa (Durchgang der Werte  $\xi$  durch Null). Von hier aus nehmen die Amplituden  $\eta$  bis zur Mündung der Adria wieder ab.

Anders ist es bei den ganztägigen Komponenten. Hier zeigen die Werte  $\eta$  vom inneren Ende bis zur Mündung eine ziemlich gleichmäßige Abnahme, ohne aber dabei bis auf Null herabzusinken, so daß wir in der ganzen Adria keine Knotenlinie der entsprechenden Längsschwingungen anzunehmen haben.

## 2. Die theoretischen Querschwingungen.

Zu den einzelnen Längsschwingungen, deren Amplituden wir soeben theoretisch ermittelt haben, muß nun infolge der Erdrotation noch je eine Querschwingung hinzutreten. Die Methode zur Berechnung dieser Querschwingungen habe ich in der ersten der eingangs zitierten Abhandlungen eingehend auseinandergesetzt und auf die vereinigte Sonnen- und Mondflut zur Zeit der Syzygien angewandt. Ich kann mich daher im folgenden ziemlich kurz fassen.

Die Längsschwingungen, die den einzelnen Partialtiden zugehören, sind mit bestimmten Horizontalverschiebungen an den einzelnen Querschnitten verbunden, die durch die Größen  $\xi$  gemessen werden.  $\xi$  bedeutet nämlich die Verschiebung der Wasserteilchen im Laufe eines Viertels der Periode  $T$  der betreffenden Gezeitenkomponente. Die mittlere Geschwindigkeit der Wasserteilchen beträgt somit an der betreffenden Stelle  $c = \frac{4\xi}{T}$ . Da die Geschwindigkeit der Verschiebung überdies eine periodische Funktion der Zeit ist, so erhalten wir die Maximalgeschwindigkeit  $v$ , die beim Durchgang durch die Ruhelage erreicht wird, durch Multiplikation der mittleren Geschwindigkeit mit  $\frac{\pi}{2}$ . Dies folgt unmittelbar aus der selbstverständlichen Relation

$$\frac{T}{2} c = \int_0^{\frac{T}{2}} v \sin \frac{2\pi t}{T} dt = v \frac{T}{\pi}.$$

Die Maximalgeschwindigkeit beträgt somit, durch  $\xi$  ausgedrückt,

$$v = \frac{2 \xi \pi}{T}$$

und ist nach dem Verlaufe je einer halben Periode abwechselnd nach Nordwesten und nach Südosten gerichtet.

Auf das mit der Geschwindigkeit  $v$  in der Richtung der Mittellinie der Adria bewegte Wasserteilchen wirkt nun die Endrotation ablenkend ein. Sie erzeugt eine im Vergleich zur Bewegungsrichtung nach rechts gerichtete Beschleunigung im Betrage  $2 \omega \sin \varphi \cdot v$ , wo  $\varphi$  die geographische Breite und  $\omega = 0.0000729212$  die Winkelgeschwindigkeit der Erde, das heißt den Drehungswinkel der Erde im absoluten Maß im Verlauf einer Sekunde bedeutet. Diese nach rechts gerichtete Beschleunigung setzt sich mit der Erdschwere zu einer Resultierenden zusammen. Der Neigungswinkel  $\alpha$  dieser Resultierenden gegen die Vertikale ist somit durch die Beziehung gegeben

$$\tan \alpha = \frac{2 \omega \sin \varphi}{g} \cdot v.$$

Die Niveaufläche, die zu dieser Resultierenden senkrecht steht, muß also gleichfalls periodische Neigungen um  $\pm \alpha$  erfahren. Während die Wasserteilchen sich in einem bestimmten Querschnitt mit der Maximalgeschwindigkeit nach Südosten verschieben, wird die Niveaufläche im Südwesten, also an der italienischen Küste gehoben, an der dalmatinischen gesenkt sein; nach Verlauf einer halben Periode, wo sich dann die Wasserteilchen mit der gleichen Geschwindigkeit nach Nordwesten bewegen, wird sie um den gleichen Betrag an der dalmatinischen Küste gehoben und an der italienischen gesenkt sein. Unter der Annahme, daß die Wasseroberfläche jeweils die Lage der Niveaufläche einnimmt, muß auf diese Weise eine Querschwingung entstehen. Ihre Phase ist gegen jene der Längsschwingung um ein Viertel der Periode verschoben, da die Maximalgeschwindigkeiten gerade in den Zeitpunkten erreicht werden, in denen die Längsschwingung überall die Amplitude Null hat.

Um diese Querschwingung in einem bestimmten Linearmaß darzustellen, ist es praktisch, sie wieder auf die ideale Entfernung von 100 km von der Mittellinie zu beziehen, also das Produkt  $100 \text{ km} \cdot \tan \alpha$  zu berechnen. Zu diesem Zwecke setzen wir den Wert von  $v$  in den Ausdruck für  $\tan \alpha$  ein, müssen dabei jedoch beachten, daß sich  $\omega$  auf eine Sekunde als Zeiteinheit bezieht, also statt der Maßzahl der in Stunden ausgedrückten Periode  $T$  der Wert  $3600 T$  in die Formel einzusetzen ist. Wir erhalten

$$100 \text{ km} \cdot \tan \alpha = 100 \text{ km} \cdot \frac{4 \omega \cdot \sin \varphi \cdot \pi}{g \cdot 3600} \cdot \frac{1}{T} \cdot \xi = \frac{10^3 \omega \sin \varphi \cdot \pi}{9 g} \cdot \frac{1}{T} \cdot \xi,$$

wobei  $g$  in der Einheit  $m \cdot \text{Sek}^{-2}$  auszudrücken ist.

Der Koeffizient von  $\frac{1}{T} \xi$  wird nun von Querschnitt zu Querschnitt einen etwas anderen Wert besitzen; wir wollen ihn für den ersten und 40. Querschnitt exakt berechnen und dann für die übrigen Querschnitte proportional interpolieren; für den Querschnitt 1 ist

$$\varphi = 45.6^\circ \quad \sin \varphi = 0.71447 \quad g = 9.8066 \quad \frac{10^3 \omega \sin \varphi \cdot \pi}{9 g} = 0.0018545,$$

für den Querschnitt 40

$$\varphi = 40.3^\circ \quad \sin \varphi = 0.64679 \quad g = 9.8020 \quad \frac{10^3 \omega \sin \varphi \cdot \pi}{9 g} = 0.0016796.$$

Durch Multiplikation mit  $\frac{1}{T}$ , wobei  $T$  in Stunden ausgedrückt ist, und proportionale Interpolation von Querschnitt zu Querschnitt ergibt sich daraus der Koeffizient von  $\xi$ , dessen Werte in der ersten Kolonne der folgenden Tabelle verzeichnet sind.

Die sich hieraus nach Multiplikation mit  $\xi$  ergebende Amplitude der Querschwingung in der Entfernung von 100 km bedarf jedoch noch einer Korrektur wegen der Trägheit des Wassers, da wir bisher bloß die Neigungen der Niveauläche berechnet haben.

Die Einwirkung der Trägheit des Wassers hängt von der Eigenperiode  $\tau_q$  ab, die der Querschwingung als freier Schwingung zugehören würde. Denken wir uns nämlich den zwischen zwei aufeinanderfolgenden Querschnitten liegenden Teil des Adriabeckens durch Vertikalebene abgegrenzt, so haben wir gewissermaßen einen Kanal vor uns, in dessen Längsrichtung nun die ablenkende Kraft der Erdrotation genau so einwirkt wie etwa eine flüsterzeugende Kraft auf einen in der Ost-West-Richtung erstreckten See. Letzterer Fall ist in Lamb's »Hydrodynamik« unter der Voraussetzung konstanter Tiefe des Kanals genau durchgerechnet. Es ergibt sich aus der Gleichung (12) p. 310 für das Ende des Kanals, dessen Länge in unserem Falle mit der Breite  $b$  der Adria an der betreffenden Stelle identisch ist, die Amplitude

$$\bar{\eta} = \frac{hf}{\sigma c \cos \frac{\sigma b}{2c}} \sin \frac{\sigma b}{2c} = \frac{hf}{\sigma c} \tan \frac{\sigma b}{2c},$$

wo  $h$  die Tiefe,  $f$  die unter dem Einflusse der Erdrotation entstehende Beschleunigung bedeutet, ferner  $\sigma = \frac{2\pi}{T}$  und  $c = \sqrt{gh}$  gesetzt ist. Führen wir die Eigenperiode der Querschwingung ein, die nach der Merian'schen Formel  $\tau_q = \frac{2b}{\sqrt{gh}}$  beträgt, so folgt weiter, da  $\frac{f}{g} = \alpha$ , nämlich gleich dem Neigungswinkel der Niveauläche ist,

$$\bar{\eta} = \frac{hf}{\frac{2\pi}{T} \sqrt{gh}} \tan \frac{2\pi}{T} \frac{b}{2\sqrt{gh}} = \frac{\alpha gh}{\frac{2\pi}{T} \sqrt{gh}} \tan \frac{\pi}{2} \frac{\tau_q}{T} = \frac{\alpha b}{\pi} \frac{T}{\tau_q} \tan \frac{\pi}{2} \frac{\tau_q}{T} = \frac{\alpha b}{2} \frac{\tan \frac{\pi}{2} \frac{\tau_q}{T}}{\text{arc } \frac{\pi}{2} \frac{\tau_q}{T}}.$$

Die nach der Gleichgewichtstheorie (Neigung der Niveauläche) berechnete Amplitude an beiden Enden, die  $\frac{\alpha b}{2}$  beträgt, ist also noch mit dem Faktor  $\frac{\tan \frac{\pi}{2} \frac{\tau_q}{T}}{\text{arc } \frac{\pi}{2} \frac{\tau_q}{T}}$  zu multiplizieren, um die der hydrodynamischen Theorie, das heißt der Mitberücksichtigung der Trägheit des Wassers entsprechende Amplitude der Querschwingung zu liefern.

Da die Werte  $\tau_q$ , die in der Tabelle 2 berechnet sind, in keinem Falle mehr als 4·3 Stunden betragen, also sämtlich im Vergleich zu den Perioden  $T$  relativ klein sind, wird die Oberfläche auch bei Berücksichtigung der Trägheit des Wassers längs der einzelnen Querschnitte von der geradlinigen Gestalt, wie sie der Gleichgewichtstheorie entspricht, nicht nennenswert abweichen, wie ebenfalls aus der Formel (12) p. 310 in Lamb's »Hydrodynamik« leicht zu entnehmen ist. Der eben gefundene Korrektionsfaktor läßt sich also auch ohne weiteres an die Werte 100 km  $\cdot \tan \alpha$  anbringen und liefert die gesuchten theoretischen Werte  $\bar{\eta}_{100}$ .

Die vorstehende Formel ist eigentlich unter der Voraussetzung konstanter Tiefe längs der einzelnen Querschnitte abgeleitet, hat also nur den Charakter einer Näherungsformel. Es genügt daher auch vollständig, den Korrektionsfaktor für die halb-, beziehungsweise ganztägigen Komponenten aus den abgerundeten Perioden  $T = 12$  Stunden und  $T = 24$  Stunden zu berechnen, wie es im Abschnitt I, 2 geschehen ist.

Die dort erhaltenen Werte sind unter der Überschrift  $\frac{\tan}{\text{arc}}$  in die folgende Tabelle 5 eingetragen, während

die Werte  $\xi$  der Tabelle 4 entnommen sind. Die theoretischen Amplituden der Querschwingung in 100 km Entfernung, die in der letzten Kolonne der folgenden Tabelle verzeichnet sind, ergaben sich somit einfach als das Produkt der in den drei vorhergehenden Kolonnen enthaltenen Beträge.

Tabelle 5.

Querschnitt	Koeffizient	$\xi$ <i>m</i>	$\frac{\tan}{\text{arc}}$	$\bar{\eta}_{100}$ <i>cm</i>	Querschnitt	Koeffizient	$\xi$ <i>m</i>	$\frac{\tan}{\text{arc}}$	$\bar{\eta}_{100}$ <i>cm</i>
$M_2$ .									
1	0·0001493	0·0	—	0·00	21	0·0001421	134·7	1·07	2·04
2	1489	288·4	1·09	4·68	22	1417	136·3	1·07	2·07
3	1486	389·6	1·07	6·20	23	1413	128·7	1·05	1·91
4	1482	485·4	1·07	7·69	24	1410	130·0	1·06	1·94
5	1479	466·6	1·08	7·45	25	1406	116·3	1·07	1·75
6	1475	493·6	1·09	7·94	26	1403	60·1	1·06	0·89
7	1471	471·3	1·09	7·55	27	1399	28·1	1·04	0·41
8	1468	524·0	1·11	8·54	28	1395	7·6	1·02	0·11
9	1464	373·5	1·12	6·13	29	1392	2·5	1·01	0·03
10	1460	478·1	1·12	7·82	30	1388	— 0·7	1·01	—0·01
11	1457	466·9	1·10	7·48	31	1385	— 3·2	1·01	—0·04
12	1453	492·6	1·09	7·80	32	1381	— 6·6	1·01	—0·09
13	1450	503·1	1·08	7·87	33	1377	— 9·3	1·01	—0·13
14	1446	448·8	1·08	7·01	34	1374	— 15·4	1·02	—0·21
15	1442	375·1	1·07	5·79	35	1370	— 30·4	1·02	—0·43
16	1439	267·5	1·06	4·08	36	1366	— 42·8	1·02	—0·59
17	1435	167·4	1·05	2·52	37	1363	— 65·7	1·01	—0·91
18	1432	111·2	1·04	1·65	38	1359	— 85·7	1·01	—1·17
19	1428	132·1	1·04	1·97	39	1356	— 109·8	1·00	—1·49
20	1424	133·5	1·06	2·01	40	1352	— 83·5	1·00	—1·13
$S_2$ .									
1	0·0001545	0·0	—	0·00	21	0·0001471	69·0	1·07	1·08
2	1541	178·8	1·09	3·01	22	1467	67·2	1·07	1·06
3	1538	241·1	1·07	3·97	23	1463	60·7	1·05	0·93
4	1534	299·7	1·07	4·92	24	1459	57·9	1·06	0·89
5	1530	287·2	1·08	4·74	25	1456	47·6	1·07	0·74
6	1526	302·6	1·09	5·04	26	1452	21·0	1·06	0·32
7	1523	287·7	1·09	4·77	27	1448	6·9	1·04	0·10
8	1519	318·4	1·11	5·37	28	1445	0·2	1·02	0·00
9	1515	224·9	1·12	3·82	29	1441	— 2·0	1·01	—0·03
10	1512	286·2	1·12	4·85	30	1437	— 3·4	1·01	—0·05
11	1508	277·8	1·10	4·61	31	1433	— 4·8	1·01	—0·07
12	1504	291·2	1·09	4·77	32	1430	— 7·3	1·01	—0·10
13	1500	295·3	1·08	4·78	33	1426	— 8·9	1·01	—0·13
14	1497	261·2	1·08	4·22	34	1422	— 13·6	1·02	—0·19
15	1493	216·3	1·07	3·46	35	1419	— 25·4	1·02	—0·37
16	1489	152·4	1·06	2·41	36	1415	— 34·5	1·02	—0·50
17	1486	94·0	1·05	1·47	37	1411	— 51·6	1·01	—0·74
18	1482	61·4	1·04	0·95	38	1407	— 66·1	1·01	—0·94
19	1478	71·5	1·04	1·10	39	1404	— 83·6	1·00	—1·17
20	1474	70·6	1·06	1·10	40	1400	— 62·9	1·00	—0·88

## Gezilenerscheinungen in der Adria.

297

Querschnitt	Koeffizient	$\xi$ <i>m</i>	$\frac{\tan}{\text{arc}}$	$\bar{\eta}_{100}$ <i>cm</i>	Querschnitt	Koeffizient	$\xi$ <i>m</i>	$\frac{\tan}{\text{arc}}$	$\bar{\eta}_{100}$ <i>cm</i>
N.									
1	0.0001465	0.0	—	0.00	21	0.0001394	26.4	1.07	0.39
2	1461	51.6	1.09	0.82	22	1391	27.1	1.07	0.41
3	1458	69.7	1.07	1.08	23	1387	26.1	1.05	0.38
4	1454	87.0	1.07	1.35	24	1384	26.9	1.06	0.39
5	1451	83.7	1.08	1.31	25	1380	24.8	1.07	0.36
6	1447	88.8	1.09	1.40	26	1377	13.4	1.06	0.20
7	1444	85.0	1.09	1.33	27	1373	6.7	1.04	0.09
8	1440	94.8	1.11	1.51	28	1369	2.1	1.02	0.03
9	1437	67.9	1.12	1.09	29	1366	1.0	1.01	0.01
10	1433	87.1	1.12	1.40	30	1362	0.4	1.01	0.01
11	1430	85.3	1.10	1.34	31	1359	— 0.1	1.01	0.00
12	1426	90.3	1.09	1.41	32	1355	— 0.6	1.01	—0.01
13	1423	92.6	1.08	1.43	33	1352	— 1.1	1.01	—0.01
14	1419	82.9	1.08	1.27	34	1348	— 2.1	1.02	—0.03
15	1415	69.6	1.07	1.06	35	1345	— 4.3	1.02	—0.06
16	1412	49.9	1.06	0.74	36	1341	— 6.3	1.02	—0.09
17	1408	31.5	1.05	0.46	37	1338	— 9.9	1.01	—0.13
18	1405	21.1	1.04	0.30	38	1334	—13.1	1.01	—0.18
19	1401	25.2	1.04	0.36	39	1331	—17.0	1.00	—0.23
20	1398	25.8	1.06	0.38	40	1327	—13.0	1.00	—0.18
K <sub>2</sub> .									
1	0.0001550	0.0	—	0.00	21	0.0001475	20.7	1.07	0.33
2	1546	54.5	1.09	0.92	22	1471	20.0	1.07	0.31
3	1542	73.5	1.07	1.21	23	1467	18.0	1.05	0.27
4	1539	91.4	1.07	1.51	24	1463	17.1	1.06	0.27
5	1535	87.5	1.08	1.45	25	1460	13.9	1.07	0.21
6	1531	92.2	1.09	1.54	26	1456	6.0	1.06	0.10
7	1527	87.6	1.09	1.46	27	1452	1.8	1.04	0.03
8	1524	96.9	1.11	1.64	28	1448	0.0	1.02	0.00
9	1520	68.4	1.12	1.16	29	1444	— 0.7	1.01	—0.01
10	1516	87.0	1.12	1.48	30	1441	— 1.1	1.01	—0.02
11	1512	84.4	1.10	1.41	31	1437	— 1.5	1.01	—0.02
12	1509	88.4	1.09	1.45	32	1433	— 2.3	1.01	—0.03
13	1505	89.6	1.08	1.46	33	1429	— 2.8	1.01	—0.04
14	1501	79.2	1.08	1.29	34	1426	— 4.3	1.02	—0.06
15	1497	65.5	1.07	1.05	35	1422	— 7.9	1.02	—0.11
16	1493	46.1	1.06	0.73	36	1418	—10.7	1.02	—0.15
17	1490	28.4	1.05	0.44	37	1414	—16.0	1.01	—0.23
18	1486	18.5	1.04	0.28	38	1411	—20.5	1.01	—0.29
19	1482	21.5	1.04	0.33	39	1407	—25.9	1.00	—0.36
20	1478	21.2	1.06	0.33	40	1403	—19.4	1.00	—0.27

Querschnitt	Koeffizient	$\frac{\xi}{m}$	$\frac{\tan}{\text{arc}}$	$\bar{\eta}_{100}$ cm	Querschnitt	Koeffizient	$\frac{\xi}{m}$	$\frac{\tan}{\text{arc}}$	$\bar{\eta}_{100}$ cm
<b>K<sub>1</sub>.</b>									
1	0·0000775	0·0	—	0·00	21	0·0000738	—339·3	1·02	—2·55
2	773	—203·7	1·02	—1·61	22	736	—394·8	1·02	—2·96
3	771	—280·0	1·02	—2·20	23	734	—430·3	1·01	—3·19
4	769	—357·0	1·02	—2·81	24	732	—505·1	1·02	—3·78
5	768	—354·2	1·02	—2·78	25	730	—541·8	1·02	—4·03
6	766	—389·6	1·02	—3·04	26	728	—360·0	1·02	—2·67
7	764	—388·3	1·02	—3·03	27	726	—233·9	1·01	—1·71
8	762	—451·5	1·02	—3·51	28	724	—101·4	1·00	—0·73
9	760	—347·8	1·03	—2·72	29	723	— 78·9	1·00	—0·57
10	758	—469·3	1·03	—3·66	30	721	— 67·8	1·00	—0·49
11	756	—482·9	1·02	—3·73	31	719	— 64·6	1·00	—0·47
12	754	—537·9	1·02	—4·13	32	717	— 74·8	1·00	—0·54
13	753	—582·4	1·02	—4·47	33	715	— 74·7	1·00	—0·54
14	751	—554·6	1·02	—4·26	34	713	— 97·3	1·00	—0·69
15	749	—498·5	1·02	—3·81	35	711	—158·6	1·00	—1·13
16	747	—386·7	1·02	—2·94	36	709	—194·7	1·00	—1·38
17	745	—266·3	1·01	—2·01	37	708	—271·1	1·00	—1·92
18	743	—196·3	1·01	—1·48	38	706	—327·8	1·00	—2·32
19	741	—259·2	1·01	—1·94	39	704	—398·1	1·00	—2·81
20	739	—294·4	1·02	—2·21	40	702	—290·5	1·00	—2·04
<b>P.</b>									
1	0·0000771	0·0	—	0·00	21	0·0000734	—105·4	1·02	—0·80
2	769	— 63·0	1·02	—0·49	22	732	—122·7	1·02	—0·92
3	767	— 86·7	1·02	—0·68	23	730	—133·7	1·01	—0·99
4	765	—110·5	1·02	—0·86	24	728	—157·0	1·02	—1·16
5	764	—109·7	1·02	—0·85	25	726	—168·5	1·02	—1·25
6	762	—120·7	1·02	—0·94	26	724	—111·9	1·02	—0·83
7	760	—120·3	1·02	—0·93	27	722	— 72·7	1·01	—0·52
8	758	—139·9	1·02	—1·08	28	720	— 31·5	1·00	—0·22
9	756	—107·8	1·03	—0·84	29	719	— 24·5	1·00	—0·17
10	754	—145·4	1·03	—1·13	30	717	— 21·1	1·00	—0·16
11	752	—149·7	1·02	—1·14	31	715	— 20·1	1·00	—0·15
12	750	—166·7	1·02	—1·28	32	713	— 23·3	1·00	—0·16
13	749	—180·6	1·02	—1·38	33	711	— 23·3	1·00	—0·16
14	747	—172·0	1·02	—1·31	34	709	— 30·4	1·00	—0·21
15	745	—154·6	1·02	—1·17	35	707	— 49·5	1·00	—0·35
16	743	—120·0	1·02	—0·91	36	705	— 60·7	1·00	—0·43
17	741	— 82·6	1·01	—0·62	37	704	— 84·6	1·00	—0·59
18	739	— 60·9	1·01	—0·45	38	702	—102·3	1·00	—0·72
19	737	— 80·5	1·01	—0·60	39	700	—124·2	1·00	—0·87
20	735	— 91·5	1·02	—0·68	40	698	— 90·7	1·00	—0·63

Querschnitt	Koeffizient	$\xi$ <i>m</i>	$\frac{\tan}{\text{arc}}$	$\bar{\eta}_{100}$ <i>cm</i>	Querschnitt	Koeffizient	$\xi$ <i>m</i>	$\frac{\tan}{\text{arc}}$	$\bar{\eta}_{100}$ <i>cm</i>
O.									
1	0.0000718	0.0	—	0.00	21	0.0000684	—101.4	1.02	—0.70
2	716	— 57.9	1.02	—0.42	22	682	—118.3	1.02	—0.83
3	715	— 79.7	1.02	—0.58	23	680	—129.3	1.01	—0.89
4	713	—101.7	1.02	—0.74	24	678	—152.2	1.02	—1.05
5	711	—101.1	1.02	—0.74	25	677	—163.9	1.02	—1.13
6	709	—111.4	1.02	—0.81	26	675	—109.2	1.02	—0.76
7	708	—111.3	1.02	—0.81	27	673	— 71.3	1.01	—0.49
8	706	—129.7	1.02	—0.94	28	672	— 31.1	1.00	—0.21
9	704	—100.2	1.03	—0.72	29	670	— 24.2	1.00	—0.16
10	703	—135.5	1.03	—0.99	30	668	— 20.9	1.00	—0.14
11	701	—139.8	1.02	—0.99	31	666	— 20.0	1.00	—0.13
12	699	—156.1	1.02	—1.11	32	665	— 23.3	1.00	—0.15
13	697	—169.5	1.02	—1.21	33	663	— 23.3	1.00	—0.15
14	696	—161.8	1.02	—1.15	34	661	— 30.4	1.00	—0.20
15	694	—146.8	1.02	—1.04	35	660	— 49.7	1.00	—0.33
16	692	—113.5	1.02	—0.81	36	658	— 61.2	1.00	—0.40
17	691	— 78.5	1.01	—0.55	37	656	— 85.5	1.00	—0.56
18	689	— 58.0	1.01	—0.40	38	654	—103.5	1.00	—0.68
19	687	— 76.9	1.01	—0.53	39	653	—126.0	1.00	—0.83
20	685	— 87.6	1.02	—0.61	40	651	— 92.1	1.00	—0.60

Die Durchsicht der Tabelle zeigt die bemerkenswerte Tatsache, daß bei den halbtägigen Partialtiden die theoretische Amplitude der Querschwingung etwa beim Querschnitt 29 (Ragusa) ihr Vorzeichen wechselt, so daß wir eigentlich von zwei getrennten Querschwingungen mit entgegengesetzter Phase nördlich und südlich von Ragusa sprechen müssen. Im nördlichen Teil erreichen die Amplituden ihr Maximum beim Querschnitt 8, im südlichen Teil beim Querschnitt 39, also bereits in der Nähe der Mündungsstelle, und zwar ist das erstere Maximum absolut genommen etwa sechsmal größer als das zweite. Dies hängt mit den sehr bedeutenden Horizontalverschiebungen im nördlichen seichten Teil der Adria zusammen. Auch die Korrektur wegen der Trägheit des Wassers ist im nördlichen Teil bedeutend größer als im südlichen.

Bei den eintägigen Komponenten finden wir dagegen keinen Vorzeichenwechsel der Amplitude der Querschwingung. Das absolute Maximum wird hier in der Gegend des Querschnittes 13 erreicht.

Nun sind wir auch in der Lage, die Bestimmung der Werte  $\alpha_0$ , die wir bereits im Abschnitt I, 3 benützt haben, auf Grund der in Pola beobachteten Kappazahlen nachzutragen. Wir kennen nämlich jetzt die Amplitude  $\eta$  der theoretischen Längsschwingungen in Pola (Querschnitt 7), ebenso auch die der theoretischen Querschwingungen  $\bar{\eta}$ , wenn wir beachten, daß Pola bloß 56 km von der Mittellinie entfernt ist, sich also  $\bar{\eta}$  aus der Beziehung  $\bar{\eta} = 0.56 \cdot \bar{\eta}_{100}$  berechnet. Es ergibt sich somit für Pola infolge der Gleichung  $\frac{\bar{\eta}}{\eta} = \tan(\alpha - \alpha_0)$  (vgl. den Abschnitt I, 3) und der beobachteten Werte  $\alpha$  bei

$$M_2 \quad \frac{\bar{\eta}}{\eta} = - \frac{0.56 \cdot 7.55}{12 \cdot 10} = -0.3496 \quad \alpha - \alpha_0 = 160.7^\circ \quad \alpha = 266.7^\circ \quad \alpha_0 = 106.0^\circ$$

$S_2$	$\frac{\bar{\eta}}{\eta} = -\frac{0.56.4.77}{7.08} = -0.3771$	$\alpha - \alpha_0 = 159.3^\circ$	$\alpha = 273.1^\circ$	$\alpha_0 = 113.8^\circ$
$N$	$-\frac{0.56.1.35}{2.26} = -0.3363$	161.4	274.0	112.6
$K_2$	$-\frac{0.56.1.46}{2.15} = -0.3814$	159.1	271.3	112.2
$K_1$	$\frac{0.56.3.11}{14.29} = 0.1218$	-6.9	69.1	76.0
$P$	$\frac{0.56.0.96}{4.45} = 0.1213$	-6.9	70.1	77.0
$O$	$\frac{0.56.0.86}{4.31} = 0.1114$	-6.4	63.3	69.7

Die benützte Relation  $\frac{\bar{\eta}}{\eta} = \tan(\alpha - \alpha_0)$  ist für  $\alpha - \alpha_0$  eigentlich zweideutig, es kann aber keinem Zweifel unterliegen, welcher der beiden um  $180^\circ$  verschiedenen Werte zu wählen ist. Ferner sei bemerkt, daß das Verhältnis  $\frac{\bar{\eta}}{\eta}$  von der getroffenen Wahl des Proportionalitätsfaktors für die theoretischen Amplituden  $\eta$  vollkommen unabhängig ist, da diese in ganz gleicher Weise auch die Werte  $\xi$  und damit auch die Werte  $\bar{\eta}$  beeinflusst. Es sind also bei dieser Bestimmung der Größen  $\alpha_0$  tatsächlich nur die beobachteten Kappazahlen von Pola verwendet worden.

### 3. Die theoretischen Amphidromien.

Die Zusammensetzung der Längs- und Querschwingung, die in ihren Phasen um ein Viertel der Periode verschieden sind, muß nun in jenen Fällen, in denen eine Knotenlinie der Längsschwingung vorhanden ist, also bei allen halbtägigen Tiden, zu einer Umlaufung des Meeres durch das betreffende Hochwasser führen. Während nämlich die Oberflächenteilchen bei der einen Schwingung durch die Ruhelage gehen, erreichen sie bei der anderen gerade das Maximum ihrer Elongationen, so daß das Hochwasser abwechselnd von einem Ende der Mittellinie zu einem Ende der Knotenlinie und umgekehrt übergehen muß, was der Umkreisung gleichkommt. Daß der Sinn dieser Umkreisung dem des Uhrzeigers entgegengesetzt ist, hängt einzig und allein mit der Tatsache zusammen, daß auf der nördlichen Halbkugel die ablenkende Kraft der Erdrotation im Vergleich zur Bewegungsrichtung nach rechts wirkt, so daß, während zum Beispiel das am Nordende entstandene Hochwasser abfließt, jenes der Querschwingung sich eben am westlichen Ende der Knotenlinie ansammelt. Bei den Eintagskomponenten, bei denen sich innerhalb der Adria keine Knotenlinie ausbildet, haben wir gewissermaßen nur den nördlichsten Abschnitt einer solchen Amphidromie vor uns.

Das Zentrum der Amphidromie liegt bei jeder einzelnen Halbtags tide auf der zugehörigen Knotenlinie der Längsschwingung; im übrigen bleibt diese Lage aber bis zu einem gewissen Grade unsicher, da wir nicht wissen können, ob die Querschwingung auch wirklich genau um die doch mehr oder weniger willkürlich gezogene Mittellinie des Meeres erfolgt. Bei meiner früheren Untersuchung habe ich das Zentrum etwas mehr gegen die italienische Küste verschieben müssen, um die beobachteten Hafenzeiten durch geradlinige Isorhachien darstellen zu können (vgl. Fig. 1). Die folgende Rechnung wird uns aber zeigen, daß wir die Linien gleicher reduzierter Kappazahlen namentlich südlich der Knotenlinie ziemlich stark gekrümmt anzunehmen haben, was die rasche Änderung der Hafenzeiten an der italienischen Küste vielleicht zur Genüge erklärt, so daß es immerhin möglich ist, daß das Zentrum doch so ziemlich in den Schnittpunkt mit der Mittellinie fällt. Genauem Aufschluß könnte man hierüber nur dann erhalten, wenn die harmonischen Konstanten der einen oder anderen Station in der Nähe von Ancona bekannt wären.

Wir wollen zunächst theoretisch die Winkel berechnen, unter denen sich im Zentrum jeder einzelnen Amphidromie jene Isorhachien schneiden, die dem Zuwachs der reduzierten Kappazahlen um je  $30^\circ$  entsprechen. Aus der Relation  $\frac{\bar{\eta}}{\eta} = \tan(\alpha - \alpha_0)$  (Abschnitt I, 3) erhalten wir die gesuchten Isorhachien als den Ort der Punkte, in denen  $\frac{\bar{\eta}}{\eta}$  dem absoluten Werte nach gleich  $\tan 30^\circ$ ,  $\tan 60^\circ$ ,  $\tan 90^\circ$  ist. Die Winkel, die diese Kurven mit der Mittellinie einschließen, sollen  $\chi_1, \chi_2, \chi_3$  heißen.

In einem Punkte in der Umgebung des Zentrums, der von der Knotenlinie der Längsschwingung um  $x$ , von der Mittellinie um  $y$  absteht, haben  $\eta$  und  $\bar{\eta}$  die Werte:

$$\eta = x \frac{d\eta}{dx} = x \frac{4\pi^2}{gT^2} \xi$$

$$\bar{\eta} = y \tan \alpha \frac{\tan \frac{\pi}{2} \frac{\tau_q}{T}}{\text{arc } 2} = y \cdot \frac{4\omega \sin \varphi \cdot \pi}{g} \frac{1}{T} \xi \frac{\tan \frac{\pi}{2} \frac{\tau_q}{T}}{\text{arc } 2}.$$

Daraus folgt, da für die Knotenlinie, die bei allen Halbtagskomponenten in der Nähe des Querschnittes 13 liegt, der Faktor  $\frac{\tan \frac{\pi}{2} \frac{\tau_q}{T}}{\text{arc } 2}$  ungefähr den Wert  $1 \cdot 07$  hat,

$$\frac{\bar{\eta}}{\eta} = \frac{y}{x} \frac{\omega \sin \varphi}{\pi} \cdot 1 \cdot 07 \cdot T.$$

Zählen wir  $T$  wie bisher in Stunden, so müssen wir wieder, da sich  $\omega$  auf eine Sekunde als Zeiteinheit bezieht,  $T$  durch  $3600 T$  ersetzen. Für  $\varphi = 43^\circ 48'$ , der Mitte des Querschnittes 13 entsprechend, ergibt dann die numerische Ausrechnung

$$\frac{\bar{\eta}}{\eta} = \frac{y}{x} \cdot 0 \cdot 061885 \cdot T.$$

Den Werten  $\frac{\bar{\eta}}{\eta} = 0, \tan 30^\circ, \tan 60^\circ, \infty$  entspricht  $\frac{y}{x} = 0, \tan \chi_1, \tan \chi_2, \tan \chi_3$ . Es ist also

$$\tan \chi_1 = \frac{\tan 30^\circ}{0 \cdot 061885 T}, \quad \tan \chi_2 = \frac{\tan 60^\circ}{0 \cdot 061885 T}$$

oder

$$\cot \chi_1 = 0 \cdot 107188 T, \quad \cot \chi_2 = 0 \cdot 035729 T.$$

Durch Einsetzen der Werte von  $T$  findet man für die einzelnen Partialtiden

$M_2$	$T = 12 \cdot 4206$	$\chi_1 = 36 \cdot 9^\circ$	$\chi_2 = 66 \cdot 1^\circ$	$\chi_3 = 90^\circ$
$S_2$	$T = 12 \cdot 0000$	$\chi_1 = 37 \cdot 9^\circ$	$\chi_2 = 66 \cdot 8^\circ$	$\chi_3 = 90^\circ$
$N$	$T = 12 \cdot 6584$	$\chi_1 = 36 \cdot 4^\circ$	$\chi_2 = 65 \cdot 7^\circ$	$\chi_3 = 90^\circ$
$K_2$	$T = 11 \cdot 9672$	$\chi_1 = 37 \cdot 9^\circ$	$\chi_2 = 66 \cdot 8^\circ$	$\chi_3 = 90^\circ$

Außer den Winkeln im Schnittpunkte können wir aber auch noch den weiteren theoretischen Verlauf der Isorhachien feststellen. Wir können nämlich sehr leicht an den einzelnen Querschnitten jene Stellen aufsuchen, in denen  $\frac{\bar{\eta}}{\eta}$  den vorgeschriebenen Wert  $\tan 30^\circ$  beziehungsweise  $\tan 60^\circ$  hat, weil ja  $\bar{\eta}$  der Entfernung von der Mittellinie direkt proportional ist und in  $100 \text{ km}$  Entfernung den für jeden Querschnitt bereits berechneten Wert  $\bar{\eta}_{100}$  hat. Nach dieser Methode ist im folgenden der Verlauf der Isorhachien für  $M_2$ , das heißt die Entfernungen  $\pm d_1$  und  $\pm d_2$  ihrer Schnittpunkte auf den einzelnen Querschnitten, berechnet.

Aus  $\frac{\bar{\eta}}{\eta} = \frac{\pm d_1 \bar{\eta}_{100}}{100 \text{ km} \cdot \eta} = \tan 30^\circ$  und  $\frac{\bar{\eta}}{\eta} = \frac{\pm d_2 \bar{\eta}_{100}}{100 \text{ km} \cdot \eta} = \tan 60^\circ$  ergibt sich nämlich unmittelbar

$$\pm d_1 = 57 \cdot 7350 \text{ km} \frac{\eta}{\bar{\eta}_{100}}, \quad \pm d_2 = 173 \cdot 2051 \text{ km} \frac{\eta}{\bar{\eta}_{100}}.$$

Indem wir die Größen  $\eta$  und  $\bar{\eta}_{100}$  für die einzelnen Querschnitte den beiden vorhergehenden Tabellen für  $M_2$  entnehmen, erhalten wir folgende Entfernungen:

Querschnitt 8	$\pm d_1 = 67 \cdot 2 \text{ km}$	$\pm d_2 = 201 \cdot 6 \text{ km}$
9	79 · 1 km	237 · 3 km
10	47 · 4 km	142 · 2 km
11	34 · 7 km	104 · 0 km
12	18 · 2 km	54 · 6 km
13	2 · 8 km	8 · 4 km
14	12 · 1 km	36 · 3 km
15	30 · 1 km	90 · 3 km
16	58 · 3 km	174 · 9 km
17	110 · 2 km	330 · 6 km

Beim Einzeichnen dieser Entfernungen, so weit sie noch Punkte innerhalb der Adria liefern, wurde der aus der Reihe der übrigen herausfallende Wert  $d_1$  für den Querschnitt 9 nicht berücksichtigt, die übrigen in den Entfernungen  $d_1$  und  $d_2$  von der Mittellinie abgesteckten Punkte ließen sich aber ohne jeden Ausgleich durch stetige Kurven verbinden, was in der Fig. 2 geschehen ist. Die reduzierten Kappazahlen sind zu den einzelnen Kurven hinzugeschrieben worden; dem südlichen Teil der Mittellinie entspricht  $\alpha_0 = 106^\circ$ , dann nehmen die Kappazahlen bei der Umkreisung entgegen dem Sinne des Uhrzeigers um je  $30^\circ$  zu. Die reduzierten Kappazahlen von  $M_2$  in den einzelnen Beobachtungsstationen sind gleichfalls in der Figur angegeben und zeigen mit Ausnahme von Zara, das sich in die Reihe der übrigen Stationen aus weiter unten zu besprechenden Gründen nicht einfügt, keinen irgendwie nennenswerten Widerspruch mit den theoretischen Werten. Besonders schön stimmt der Hafen Pantera, der mit  $\alpha = 196^\circ = \alpha_0 + 90^\circ$  ganz genau auf die Knotenlinie zu liegen kommt, wie es die Theorie verlangt. Auch die Winkel der Isorhachien stimmen ganz genau mit den soeben theoretisch für den Schnittpunkt berechneten überein.

Nach derselben Methode ließen sich selbstverständlich auch die zu den übrigen Halbtagskomponenten gehörigen Amphidromien genau berechnen, was wir aber nicht im einzelnen durchführen wollen, da die geringen Verschiedenheiten gegenüber der zu  $M_2$  gehörigen durch die etwas geänderte Lage der Knotenlinie (vgl. die Tabelle der Längsschwingungen) und die vorstehend berechneten Winkel zwischen den einzelnen Isorhachien bereits in ausreichendem Maße charakterisiert sind.

#### 4. Vergleich zwischen Beobachtung und Theorie.

Wenn wir auch die vorstehende Theorie im folgenden Hauptabschnitte noch durch eine exaktere ersetzen werden, so empfiehlt es sich doch, schon jetzt die auf Grund der Annahme bloßen Mitschwingens theoretisch gefundenen Amplituden der Längs- und Querschwingungen (Tabellen 4 und 5) mit den Beobachtungsdaten (Tabelle 3) zu vergleichen. Der Übersichtlichkeit halber habe ich diesen Vergleich in den folgenden Figuren graphisch durchgeführt. Es wird dabei hoffentlich nicht stören, daß ich der Raumersparnis zuliebe die positive Ordinatenrichtung bei einigen Kurven nach aufwärts, bei anderen nach abwärts angenommen habe. Die links fortlaufend aufgetragene Einheit entspricht einem Zentimeter. Längs der Abszissenlinie ist jeder fünfte Querschnitt durch eine Marke bezeichnet, so daß die Lage jeder einzelnen Beobachtungsstation leicht aufgefunden werden kann.

Fig. 3.

*Längsschwingungen.*

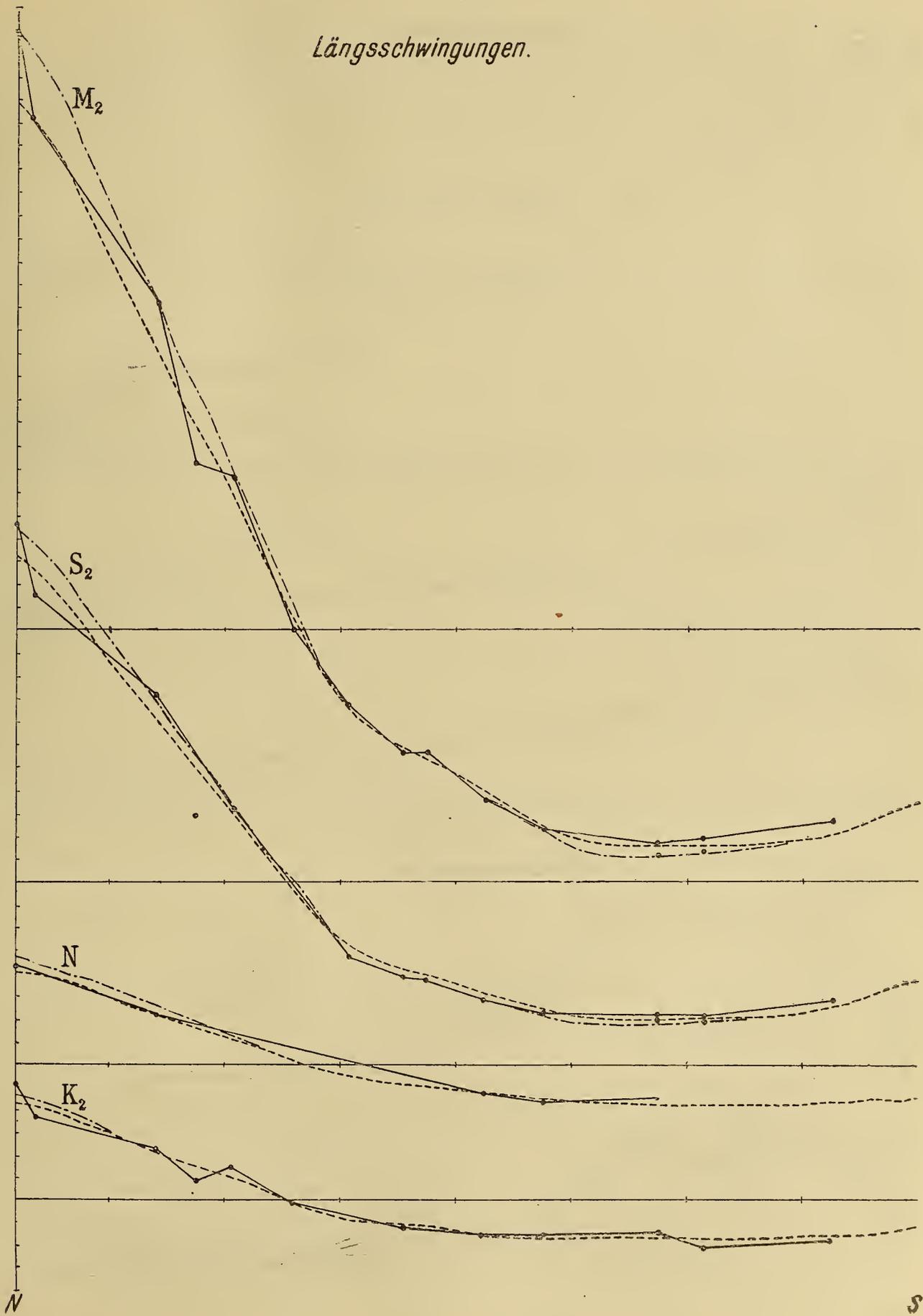
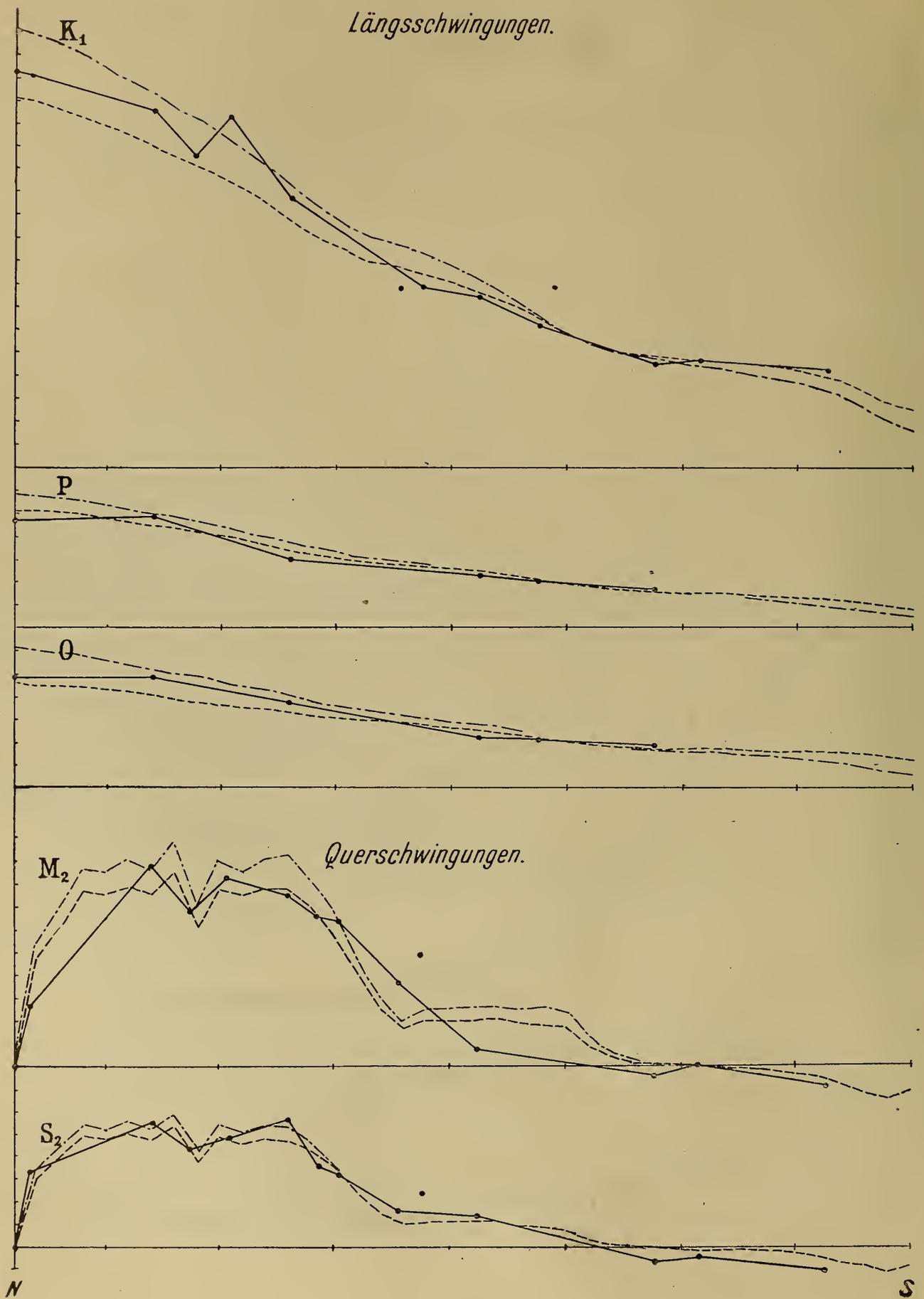
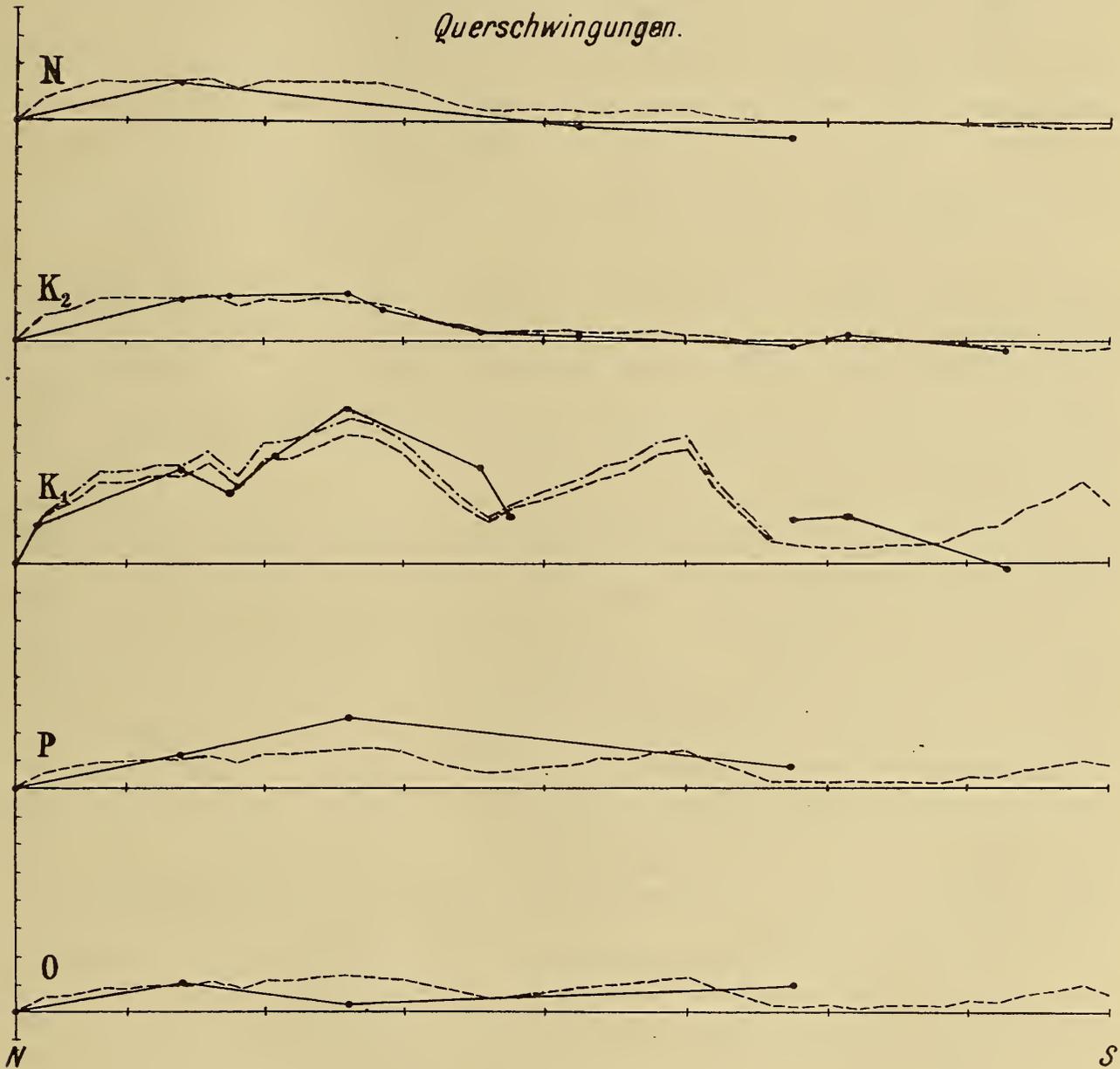


Fig. 4.



Die Punkte und ihre ausgezogenen Verbindungslinien entsprechen den Beobachtungsdaten, die gestrichelten Linien dem theoretischen Amplitudenverlauf unter der bisher festgehaltenen Voraussetzung des bloßen Mitschwingens; die strichpunktirten Kurven der erst im nächsten Hauptabschnitte behandelten genaueren Theorie bei Mitberücksichtigung der Einwirkung von Sonne und Mond auf die Adria selbst. Willkürlich gewählt ist bei den theoretischen Kurven, und zwar nur bei den Längsschwingungen, der

Fig. 5.



Maßstab für die Ordinaten, indem der unbekannt Proportionalitätsfaktor so bestimmt wurde, daß die theoretische Kurve sich in der Gegend der Querschnitte 21 bis 31 (Stationen Comisa, Pelagosa, Ragusa, Meljine) an die Beobachtungen möglichst gut anschließt. In jeder anderen Hinsicht sind die beobachteten und die theoretischen Kurven vollkommen unabhängig voneinander gewonnen. Zur Darstellung der Querschwingungen wurden die Werte  $\bar{\eta}_{100}$  verwendet. Hier ist auch der Maßstab der Ordinaten von jeder Willkürlichkeit frei, indem die theoretischen Amplituden mit jenen Werten aufgetragen sind, die sich aus dem Einflusse der Erdrotation rein rechnerisch ergeben haben.

Die erzielte Übereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtung ist in allen Fällen eine außerordentlich gute. Vor allem fällt bei den Längsschwingungen der Halbtagszeiten die vollständige Koinzidenz der theoretischen und beobachteten Lage der Knotenlinien auf, das heißt jener Stellen, an welchen der Durchgang der Ordinaten durch Null erfolgt. Sie ist umso überraschender, als ja die Gestaltverhältnisse der nördlichen Adria durch das Hinzutreten des Quarnero nicht einmal so besonders einfache sind, so daß man von vornherein kaum erwarten konnte, daß die Rechnung die Lage der Knotenlinien mit so großer Exaktheit ergeben werde. Sehr bemerkenswert ist ferner bei den Längsschwingungen das fast vollständige Zusammenfallen der beobachteten und theoretischen Amplituden am inneren Ende der Adria hinsichtlich ihrer absoluten Größe, da bei der Wahl des Maßstabes für die Ordinaten der theoretischen Kurven, wie erwähnt, ausschließlich die beobachteten Werte im südlichen Teil der Adria herangezogen wurden, es sich also hier gewissermaßen um einen Schluß aus dem Kleinen ins Große handelt.

Noch auffällender ist die Übereinstimmung bei den Querschwingungen, bei denen auch im Maßstabe der Ordinaten kein irgendwie willkürliches Element enthalten ist. Daß einige Punkte aus der Reihe der übrigen ein wenig herausfallen (teils nicht eingezeichnet, teils von der Verbindung ausgeschlossen), kann den Eindruck außerordentlich guten Zusammenstimmens wohl kaum vermindern; würde man doch von vornherein bei Berechnung des Einflusses der Erdrotation überhaupt kaum mehr als höchstens eine Übereinstimmung hinsichtlich der Größenordnung der Amplituden erwarten. Sowohl die beobachteten als auch die theoretischen Kurven zeigen ferner bei den Halbtagskomponenten jene Erscheinung, die ich bereits bei meiner früheren Untersuchung der Adriagezeiten festgestellt habe, daß nämlich die Querschwingungen im südlichen Teil der Adria jeweils die entgegengesetzte Phase von der im nördlichen Teil besitzen, so daß wir, wie vorhin erwähnt, eigentlich zwei getrennte Querschwingungen in den beiden Gebieten vor uns haben.<sup>1</sup>

Die Station Fiume ließ sich wegen ihrer besonderen Lage am inneren Ende des Quarnero in den Zeichnungen nicht berücksichtigen; die dortselbst beobachteten Amplituden stimmen mit jenen in Zengg soweit überein, daß die Aufnahme einer der beiden Quarnerostationen ausreichend erschien.

Von der Station Zara konnten nur die beobachteten Amplituden der Querschwingungen eingezeichnet werden, weil jene der Längsschwingungen sich in die Reihe der übrigen Stationen ganz und gar nicht einfügen lassen. Während nämlich bei allen Halbtagszeiten südlich des Querschnittes 13 (der Knotenlinie) lauter positive Amplituden der Längsschwingungen zur Beobachtung gelangen, ergibt Zara beim Querschnitt 14·2 noch ziemlich bedeutende negative Werte, verhält sich also ungefähr wie eine Station, die am Hauptkanal der Adria etwa beim Querschnitt 11·3 liegen würde. Man kann sich dieses abweichende Verhalten auf Grund der Küstenkonfiguration auch leicht zurechtlegen. Zara liegt nämlich an einem engen Kanal, der durch die Vorlagerung der langgestreckten Inseln Ugliano und Pašman vor das Festland gebildet wird. Diese beiden Inseln sind durch eine kaum 2 m tiefe und nicht mehr als 100 m breite Öffnung, das Stretto di Zdrejac, voneinander getrennt, so daß sie sozusagen ein ununterbrochenes Ufer des Kanals bilden. Was aber noch als besonders wesentlich in Betracht kommt, ist der Umstand, daß der besagte Kanal etwa 4 km nordwestlich von Zaravecchia gleichfalls eine fast vollständige Abschnürung erfährt, indem seine Tiefe zwischen den Orten Pašman und Torrette auf nur 7 m herabsinkt. Bei den Längsschwingungen eines solchen Kanals ist nur eine Amplitudenverteilung möglich, die an der Stelle der Verengung des Querschnittes wegen der mit ihr verbundenen Vergrößerung der Horizontalverschiebungen  $\xi$  auch sehr große Änderungen  $\Delta\eta$  aufweist, so daß wir wohl nicht fehlen werden, wenn wir speziell an dieser Stelle auch die Knotenlinie der Längsschwingungen vermuten. Zaravecchia mit der Hafenzzeit 5·4<sup>h</sup>, also positiven Amplituden der Längsschwingung, liegt jedenfalls bereits südlich dieser Knotenlinie, Zara dagegen noch nördlich derselben, so daß es bei dem raschen Übergang an der seichten Stelle schon

<sup>1</sup> Die auffallende Zacke beim Querschnitt 9 stammt wohl von der plötzlichen Erweiterung des Querschnittes durch das Hinzutreten des Quarnero (Verkleinerung des  $\xi$ ) und dürfte daher den Tatsachen vielleicht nicht vollkommen entsprechen, obwohl die Beobachtung in Zengg mit der Zeichnung sehr gut zu stimmen scheint.

nahezu jene Amplituden der Längsschwingungen aufweisen wird, die dem nördlichen Ende des betrachteten Kanals zugehören. Ich würde daher die Ursache der relativ großen Verspätung des Hochwassers in Zara (Hafenzeit  $7 \cdot 9^h$ ), beziehungsweise die starke Vergrößerung der Kappazahlen (die auf Grund der Relation  $\tan(\alpha - \alpha_0) = \frac{\bar{\eta}}{\eta}$  durch die Amplituden  $\eta$  und  $\bar{\eta}$  eindeutig mitbestimmt ist) nicht in Reibungs-

einflüssen erblicken, die in einem so seichten Kanal allerdings auch bis zu einem gewissen Grade wirksam sein könnten; vielmehr scheint mir die Übereinstimmung der Hafenzeit von Zara mit jener von Premuda (vgl. Fig. 1) darauf zu deuten, daß auch die Öffnungen zwischen den sich nordwestlich an Ugliano anschließenden Inseln Rivanj, Sestrunj, Melada, Isto und Skarda zu eng sind, um im Vergleich zu der sehr breiten Übergangsstelle des Kanals in den Quarnero einen nennenswerten Einfluß des offenen Meeres zu gestatten, so daß wir uns den Kanal von Zara mehr oder weniger ohne Unterbrechung bis zur Insel Premuda fortgesetzt zu denken hätten. (Man vergleiche eine genauere Karte, nicht bloß die allzu schematischen Figuren 1 und 2.) Es hätte vorläufig keinen Zweck, über die Schwingungen dieses Kanals theoretische Berechnungen anzustellen, da wir zwischen Zara und Premuda kein einziges Beobachtungsdatum besitzen.

Ganz dasselbe wäre natürlich von der Teilnahme des Kanals an den Querschwingungen der Adria zu sagen, die sich ja innerhalb desselben doch wieder nur in Längsschwingungen mit einer gegenüber der eben besprochenen um  $\frac{\pi}{2}$  verschobenen Phase äußern können. Doch ist hier zu bemerken, daß die

Amplituden  $\bar{\eta}_{100}$  auch im Hauptkanal der Adria zwischen den Querschnitten 11 und 14 keine bedeutendere Änderung aufweisen, so daß die ungefähre Übereinstimmung der Werte  $\bar{\eta}_{100}$  in Zara und beim Übergang in den Quarnero, die wir aus den eben dargelegten Gründen auch hier wieder anzunehmen haben, keine nennenswerte Störung des Amplitudenverlaufes der Querschwingung bedeutet, sich vielmehr Zara in die Reihe der übrigen Stationen und der theoretischen Werte in ganz normaler Weise einfügt.

Der sogenannte Canale di Mezzo, in dessen Mitte die Insel Eso liegt, zeigt bereits ein wesentlich anderes Verhalten als jener von Zara, da er in viel innigerer Verbindung mit dem offenen Meere steht. Die Hafenzeiten von Sestrice ( $5 \cdot 1^h$ ), Eso ( $6 \cdot 2^h$ ) und Hafen Pantera ( $7 \cdot 0^h$ ) zeigen hier eine vollkommen gleichmäßige Zunahme, was eben auch damit zusammenhängt, daß dieser Kanal im Gegensatz zu dem von Zara an keiner Stelle eine auffallende Verengung seines Querschnittes aufweist.

Überblicken wir die bisherige Untersuchung, so können wir sagen, daß die Theorie eines bloß mitschwingenden Kanals die beobachteten Längs- und Querschwingungen der Adria, somit alle heute bekannten Amplituden und Kappazahlen der einzelnen Partialtiden mit durchaus hinreichender Exaktheit erklärt, so daß man sich eigentlich mit ihr vollkommen begnügen könnte. Namentlich können wir es nach den erhaltenen Ergebnissen als streng erwiesen betrachten, daß die zum Mitschwingen mit dem Jonischen Meere hinzukommenden Querschwingungen und somit auch die im nördlichen Teil der Adria entstehenden Amphidromien in dem Einflusse der Erdrotation auf die sich in der Längsrichtung periodisch verschiebenden Wasserteilchen ihre vollkommen einwandfreie theoretische Erklärung finden.

### III. Die Einwirkung von Sonne und Mond auf die Adria.

#### I. Die genauen Differentialgleichungen der Längsschwingungen.

Obwohl die Abweichungen zwischen den theoretischen und den beobachteten Amplituden der Längs- und Querschwingungen unter der Annahme eines bloß mitschwingenden Kanals, wie wir eben gesehen haben, sehr gering ausgefallen sind, wollen wir uns in diesem Abschnitte doch noch der Frage zuwenden, ob man nicht zu einer noch besseren Übereinstimmung zwischen der Theorie und der Beobachtung gelangen kann, wenn man auch den Einfluß, den Sonne und Mond auf die Wassermassen der Adria selbst ausüben, in Rechnung zieht.

Hiezu müssen wir uns vor allem über die fluterzeugenden Kräfte orientieren, die den einzelnen Partialtiden zugehören. Betrachten wir zunächst einen Punkt am Äquator, so entspricht hier jeder einzelnen Partialtide eine bestimmte Beschleunigung, die eine periodische Funktion der Zeit ist und ihr Maximum in der Richtung nach Osten, beziehungsweise Westen um ein Viertel der Periode vor, beziehungsweise nach jenem Zeitpunkt erreicht, in dem das Idealgestirn im Beobachtungsorte kulminiert. Dieses Maximum der Beschleunigung hat für die Hauptmondtide  $M_2$  den Wert

$$f = \frac{3}{2} \gamma \frac{Ma}{D^3},$$

wo  $\gamma$  die Gravitationskonstante,  $M$  die Masse des Mondes,  $a$  den Erdradius und  $D$  die Entfernung des Mondes von der Erde bedeutet.<sup>1</sup> Setzt man dies in Relation mit der Beschleunigung der Erdschwere  $g = \frac{\gamma E}{a^2}$ , wo  $E$  die Erdmasse bedeutet, so ergibt sich das Verhältnis

$$\frac{f}{g} = \frac{3}{2} \frac{M}{E} \left( \frac{a}{D} \right)^3$$

Die Einsetzung der besonderen Werte  $\frac{M}{E} = \frac{1}{81.45}$ ,  $\frac{a}{D} = \frac{1}{60.34}$  liefert

$$\frac{f}{g} = 0.000000083827.$$

Analog findet man für die der Hauptsonnenflut am Äquator zugehörige Beschleunigung  $f'$  die Beziehung

$$\frac{f'}{g} = \frac{3}{2} \frac{S}{E} \left( \frac{a}{D'} \right)^3$$

wo  $S$  die Masse der Sonne und  $D'$  ihre Entfernung von der Erde bedeutet. Die numerischen Werte  $\frac{S}{E} = 333400$ ,  $\frac{a}{D'} = \frac{1}{23484}$  eingesetzt, ergeben

$$\frac{f'}{g} = 0.000000038614.$$

Daraus berechnet sich zunächst das theoretische Verhältnis der Sonnen- zur Mondflut mit dem Betrage

$$\frac{f'}{f} = 0.461.$$

Die in der geographischen Breite  $\varphi$  wirksame Beschleunigung wird, wie leicht einzusehen, aus der am Äquator gültigen durch Multiplikation mit  $\cos \varphi$  erhalten. Das Verhältnis  $\frac{f \cos \varphi}{g}$  liefert uns somit in der Breite  $\varphi$  die Tangente des Neigungswinkels der Resultierenden aus der betreffenden fluterzeugenden Kraft und der Erdschwere gegen die Vertikale oder, was dasselbe ist, den Neigungswinkel der Niveaufläche gegen die Horizontale im Zeitpunkt ihrer stärksten Neigung, das heißt um ein Viertel der Periode vor, beziehungsweise nach der Kulmination des Idealgestirnes im Beobachtungsorte. Die Adria liegt nun unter einer mittleren geographischen Breite  $\varphi = 43^\circ$  und die beiden Enden ihrer Mittellinie weisen einen Längenunterschied  $\Delta \lambda = 6^\circ$  auf; die lineare Erstreckung der Adria in der Ost-West-Richtung beträgt daher  $a \cos 43^\circ \cdot \text{arc } 6^\circ$ , wo  $a$  den Erdradius bedeutet. Multiplizieren wir diese Länge mit der Tangente des Neigungswinkels der Niveaufläche, so erhalten wir speziell bei der Hauptmondtide  $M_2$  als Maximum der Neigung der Niveaufläche längs der ganzen Mittellinie der Adria den Betrag

$$\frac{f}{g} a \cos^2 43^\circ \cdot \text{arc } 6^\circ = 0.000000083827 \cdot 6370.3 \text{ km} \cdot \cos^2 43^\circ \cdot \text{arc } 6^\circ = 2.99 \text{ cm}.$$

<sup>1</sup> Vgl. H. Lamb, »Hydrodynamik«, p. 312; O. Krümmel, »Ozeanographie«, 2. Aufl., Bd. 2, p. 216 u. 217.

Nun kennt man die theoretischen Gewichte der sämtlichen einzelnen Partialtiden im Vergleich zur Hauptmondtide  $M_2$ .<sup>1</sup> Durch Multiplikation mit diesen Gewichten finden wir also auch für die übrigen Partialtiden die gesuchten Neigungen der Niveaulächen längs der Mittellinie der Adria; es ergeben sich bei

	$M_2$	$S_2$	$N$	$K_2$	$K_1$	$P$	$O$
Gewichte	1·000	0·461	0·194	0·126	0·584	0·193	0·415
Neigungen	2·99	1·38	0·58	0·38	1·75	0·58	1·24 cm.

Hiermit sind wir bereits in der Lage, die Differentialgleichungen aufzustellen, von denen die Längsschwingungen der Adria bei Miterücksichtigung der fluterzeugenden Kräfte abhängen. Während die Kontinuitätsgleichung (2) offenbar genau dieselbe bleibt wie bei bloßem Mitschwingen, lautet nunmehr die Bewegungsgleichung (1)

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} + X,$$

wo  $X$  die Beschleunigung der in der Richtung des Kanals wirkenden periodischen Horizontalkraft bedeutet.

Von den einzelnen fluterzeugenden Kräften kommt also für die Längsschwingungen der Adria jeweils nur die in die Richtung der Mittellinie fallende Komponente in Betracht. Diese Mittellinie ist durchschnittlich unter einem Winkel  $\mu = 52\cdot5^\circ$  gegen die Parallelkreise geneigt. Die Größe  $X$  genügt somit der Beziehung

$$X = f \cdot \cos \varphi \cdot \cos \mu \cdot \cos \left( \frac{2\pi}{T} t + \varepsilon \right),$$

wo  $T$  die Periode der Kraftwirkung bedeutet. Nach Ausführung der Differentiationen in der vorstehenden Bewegungsgleichung und Weglassung des Zeitfaktors<sup>2</sup> folgt somit für die Maximalelongationen (Amplituden), die wir wieder mit  $\xi$  und  $\eta$  bezeichnen

$$-\frac{4\pi^2}{T^2} \xi = -g \frac{d\eta}{dx} + f \cos \varphi \cdot \cos \mu$$

oder

$$\frac{d\eta}{dx} = \frac{4\pi^2}{gT^2} \xi + \frac{f}{g} \cos \varphi \cdot \cos \mu.$$

Zur rechten Seite der Differentialgleichung, die das Mitschwingen charakterisiert, tritt also jetzt noch ein Zusatzglied hinzu, das, wie wir soeben zeigten, nichts anderes bedeutet als die Tangente des maximalen Neigungswinkels der Niveauläche unter dem Einfluß der betreffenden fluterzeugenden Kraft. Erfolgen die Neigungsänderungen der Niveauläche im gleichen Sinn wie diejenigen der Oberflächenbewegung bei bloßem Mitschwingen, so wird das Zusatzglied unter sonst gleichen Umständen vergrößernd auf den absoluten Wert von  $\frac{d\eta}{dx}$  einwirken, also mit  $\xi$  das gleiche Vorzeichen haben; variiert dagegen die Neigung der Niveauläche im Vergleich zur Oberflächenbewegung beim Mitschwingen im entgegengesetzten Sinne, so wird das Zusatzglied auf die absoluten Werte von  $\frac{d\eta}{dx}$  verkleinernd einwirken, also das entgegengesetzte Vorzeichen von  $\xi$  besitzen müssen.

Was das Vorzeichen von  $\xi$  betrifft, so haben wir es bei der Untersuchung des bloßen Mitschwingens so gewählt, daß sich bei den Halbtagszeiten vom Nordwestende der Adria bis zum südlichen Schwingungsbauche positive Werte  $\xi$  ergaben (vgl. die Tabelle 4). Da nun die Neigungsänderungen der Niveauläche bei jeder einzelnen Partialtide in der Art vor sich gehen, daß, wenn die Wasseroberfläche

<sup>1</sup> Vgl. O. Krümmel, »Ozeanographie«, 2. Aufl., Bd. 2, p. 265.

<sup>2</sup> Vgl. die Anmerkung auf der nächsten Seite.

Denkschriften der mathem.-naturw. Klasse, 96. Band.

ihnen allein folgte, am Westende  $90^\circ$  und am Ostende  $270^\circ$  als Kappazahl beobachtet würde, andererseits beim Mitschwingen gerade am Westende eine von  $270^\circ$  nicht wesentlich verschiedene Kappazahl auftritt,<sup>1</sup> so sieht man, daß bei den Halbtagszeiten die Neigung der Niveauläche und die Oberflächenbewegung beim Mitschwingen vom Nordwestende bis Ragusa im entgegengesetzten Sinne variiert; das Zusatzglied muß also negativ sein, da es das entgegengesetzte Vorzeichen zu den in diesem Gebiete positiven Werten  $\xi$  besitzen muß. Dies stimmt dann selbstverständlich auch für das Gebiet südöstlich von Ragusa. Hier erfolgen die Neigungsänderungen der Niveauläche und die Oberflächenbewegungen infolge des Mitschwingens im gleichen Sinne, während die Größen  $\xi$  in diesem Gebiete negativ, also mit dem Zusatzgliede gleichbezeichnet sind.

Bei den ganztägigen Komponenten, zum Beispiel  $K_1$ , finden wir dagegen bei bloßem Mitschwingen am Nordwestende ungefähr eine Kappazahl von  $90^\circ$  vor, wie sie sich auch auf Grund der Neigungen der Niveauläche ergeben würde. Beide Bewegungen der Oberfläche variieren also hier im gleichen Sinne; das Zusatzglied muß daher mit den Größen  $\xi$  das gleiche Vorzeichen besitzen, also wieder negativ sein, da die Werte  $\xi$ , soweit es sich um das Mitschwingen handelt, bei den Eintagskomponenten in der ganzen Adria negativ ausfielen (Tabelle 4).

Die Bewegungsgleichung, der wir für die Zwecke der Rechnung wieder die Form einer Differenzgleichung geben, lautet somit

$$\Delta\eta = \frac{4\pi^2}{gT^2} \Delta x \cdot \xi - \frac{f}{g} \cos\varphi \cos\mu \cdot \Delta x,$$

wo  $\frac{f}{g}$  jetzt mit dem absoluten Werte einzusetzen ist. Wir setzen ferner  $\Delta x = 20 \cdot 5 \text{ km}$ , um die Änderung  $\Delta\eta$  von Querschnitt zu Querschnitt zu erhalten.

Der Koeffizient von  $\xi$  ist im Abschnitt II, 1 für die einzelnen Partialtiden bereits berechnet worden. Das Zusatzglied ergibt sich für  $M_2$  auf Grund der Zahlwerte  $\frac{f}{g} = 0 \cdot 00000083827$ ,  $\varphi = 43^\circ$ ,  $\mu = 52 \cdot 5^\circ$  (oder auch als der 39. Teil der bereits berechneten Gesamtneigung der Niveauläche längs der Mittellinie) mit dem Betrage  $-0 \cdot 0767 \text{ cm}$  und daraus nach Multiplikation mit den betreffenden Gewichten auch sein Wert für die übrigen Partialtiden. Heben wir schließlich noch den Koeffizienten aus beiden Gliedern heraus, so lauten die genauen Gleichungen, von denen die Längsschwingungen der Adria abhängen, bei

$M_2$	$\Delta\eta = 0 \cdot 00004129 \xi - 0 \cdot 0767 \text{ cm} = 0 \cdot 00004129 (\xi - 18 \cdot 6 \text{ m})$
$S_2$	$\Delta\eta = 0 \cdot 00004423 \xi - 0 \cdot 0354 \text{ cm} = 0 \cdot 00004423 (\xi - 8 \cdot 0 \text{ m})$
$N$	$\Delta\eta = 0 \cdot 00003975 \xi - 0 \cdot 0149 \text{ cm} = 0 \cdot 00003975 (\xi - 3 \cdot 7 \text{ m})$
$K_2$	$\Delta\eta = 0 \cdot 00004448 \xi - 0 \cdot 0097 \text{ cm} = 0 \cdot 00004448 (\xi - 2 \cdot 2 \text{ m})$
$K_1$	$\Delta\eta = 0 \cdot 00001112 \xi - 0 \cdot 0448 \text{ cm} = 0 \cdot 00001112 (\xi - 40 \cdot 3 \text{ m})$
$P$	$\Delta\eta = 0 \cdot 00001100 \xi - 0 \cdot 0148 \text{ cm} = 0 \cdot 00001100 (\xi - 13 \cdot 5 \text{ m})$
$O$	$\Delta\eta = 0 \cdot 00000955 \xi - 0 \cdot 0318 \text{ cm} = 0 \cdot 00000955 (\xi - 33 \cdot 3 \text{ m})$

Die Abweichung von der Berechnung des bloßen Mitschwingens besteht also bloß darin, daß von den Größen  $\xi$  vor ihrer Multiplikation mit dem Koeffizienten jeweils ein bestimmter konstanter Betrag abgezogen wird, im übrigen unterscheidet sich aber die Rechnung selbst nicht im mindesten von der im Abschnitt II, 1 durchgeführten, da die Kontinuitätsgleichung unverändert ist.

Was aber sehr wesentlich ins Gewicht fällt, ist der Umstand, daß die Differentialgleichungen in den Größen  $\xi$  und  $\eta$  jetzt nicht mehr homogen sind, ein proportionales Wertesystem  $\xi'$ ,  $\eta'$  sie also nicht mehr befriedigt. Zur Durchführung der Rechnung ist somit jetzt die genaue Kenntnis des Ausgangswertes für das innere Ende des Kanals erforderlich. Da aber hiezu die einzelne Station Triest,

<sup>1</sup> Die tatsächlich vorhandenen Abweichungen bis zu  $20^\circ$  zeigen, daß die beiden Bewegungen nicht genau synchron sind, doch ist der Phasenunterschied so klein, daß er ohne merkbaren Einfluß auf das Resultat vernachlässigt werden kann.

wohl auch ihrer besonderen Lage wegen, nicht ausreichend ist, könnte die endgültige Berechnung erst nach einer Reihe von Versuchsrechnungen vorgenommen werden, bei denen der Ausgangswert solange variiert werden müßte, bis die Koinzidenz mit den beobachteten Amplituden im südlichen Teil der Adria, die wir wieder als Anfangsbedingung zu den Differentialgleichungen hinzunehmen, erreicht wäre.

Diesen mühsamen Versuchsrechnungen kann man aber auch hier wieder entgehen, wenn man von der Bemerkung Gebrauch macht, daß ein Wertsystem  $\xi, \eta$ , das eine der vorstehenden Differenzgleichungen befriedigt, auch dann noch ein Lösungssystem bleibt, wenn man ein Wertsystem  $k\xi_1, k\eta_1$  additiv hinzufügt, das die entsprechende, aus dem bloßen Mitschwingen abgeleitete Differenzgleichung des Abschnittes II, 1 befriedigt. Sind nämlich die beiden Beziehungen  $\Delta\eta = c(\xi - m)$  und  $\Delta\eta_1 = c\xi_1$  erfüllt, so gilt auch  $\Delta(\eta + k\eta_1) = c(\xi + k\xi_1 - m)$ . Außerdem wird durch das Wertsystem  $\xi + k\xi_1, \eta + k\eta_1$  offenbar auch die Kontinuitätsgleichung befriedigt, sobald dies für die Wertsysteme  $\xi, \eta$  und  $\xi_1, \eta_1$  der Fall ist. Da wir nun ein System von Werten  $\xi_1, \eta_1$  in der Tabelle 4 bereits besitzen, brauchen wir daher bloß ein spezielles, aus einem willkürlichen Ausgangswert berechnetes System von Werten  $\xi, \eta$  herzustellen und können dann den Faktor  $k$  so wählen, daß das System  $\xi + k\xi_1, \eta + k\eta_1$ , das, wie wir eben sahen, der vorstehenden Differenzgleichung wieder genügt, auch eine vorgeschriebene Anfangsbedingung erfüllt, daß also namentlich wieder in der Gegend der Stationen Comisa, Pelagosa, Ragusa und Meljine Koinzidenz mit den beobachteten Amplituden der Längsschwingung stattfindet.

## 2. Reduktion der beobachteten Amplituden auf die Mittellinie.

Bei der Erfüllung dieser Anfangsbedingung ist jetzt aber noch ein weiterer Umstand zu berücksichtigen. Es kommt nämlich zu der eben besprochenen Einwirkung jener Komponenten der flut-erzeugenden Kräfte, die in die Richtung der Mittellinie fallen, auch noch jene der zu dieser Mittellinie senkrechten Komponenten hinzu. Durch diese wird offenbar bei jeder einzelnen Partialtide eine Querschwingung erzeugt, die aber mit der durch die Erdrotation hervorgerufenen Querschwingung, die in ihrer Phase um ein Viertel der Periode von der Längsschwingung abweicht, nicht das Geringste zu tun hat, vielmehr mit der Längsschwingung synchron ist. Die Neigung der Niveaufläche, die dieser Querschwingung zugrunde liegt, ist durch  $\frac{f \cos \varphi}{g} \sin \mu$  gegeben, ihre Amplitude beträgt daher in der Entfernung  $d$  von der Mittellinie

$$d \cdot \frac{f \cos \varphi \sin \mu}{g} \cdot \frac{\tan \frac{\pi}{2} \frac{\tau_q}{T}},$$

wobei wir auch hier wieder die Trägheit des Wassers berücksichtigen.

Wir beobachten somit in den einzelnen Stationen nicht genau jene Amplituden der Längsschwingungen, die der Mittellinie des Meeres zugehören, sondern ein wenig gestörte Werte infolge des Hinzutretens einer synchronen Querschwingung. Letzterer würde, wenn sie allein aufträte, am Ostende jedes Querschnittes die Kappazahl  $270^\circ$ , am Westende  $90^\circ$  zugehören, wie es ja der Neigung der Niveaufläche überhaupt entspricht; ihr Hinzutreten wird also bei unserer Festsetzung über das Vorzeichen die Amplitude am Ostende jedes Querschnittes im algebraischen Sinne verkleinern, am Westende vergrößern. Indem wir für die einzelnen Stationen und Partialtiden den Wert des vorstehenden Ausdruckes berechnen und mit seinem Zeichen an die beobachteten Amplituden der Längsschwingungen additiv anbringen, erhalten wir die auf die Mittellinie der Adria (am Querschnitt der betreffenden Station) reduzierten Amplitudenwerte, die in der folgenden Tabelle 6 zusammengestellt sind. Die Werte  $\frac{\tan}{\text{arc}}$  sind wieder der Tabelle 2 entnommen und für den Querschnitt 1 (Triest) diejenigen des Querschnittes 2 benützt.

Tabelle 6.

Querschnitt	Station	$d$ km	$M_2$ cm	$S_2$ cm	$N$ cm	$K_2$ cm	$K_1$ cm	$P$ cm	$O$ cm
1·0	Triest . . . . .	70	—25·55	—15·40	— 4·19	— 5·02	17·40	4·81	5·03
1·7	Venedig . . . . .	— 45	—22·46	—12·56	—	— 3·83	17·00	—	—
6·0*	Fiume . . . . .	126	— 9·08	— 3·78	— 1·09	— 1·06	14·12	4·31	4·11
7·0	Pola . . . . .	56	—14·52	— 7·98	— 2·16	— 2·25	15·68	4·95	5·05
8·6	Zengg . . . . .	127	— 7·93	— 2·61	—	— 0·82	13·74	—	—
10·4	Hafen Cigale . . . . .	65	— 6·95	— 2·90	—	— 1·60	15·51	—	—
13·0	Hafen Pantere . . . . .	60	0·34	0·10	—	0·13	11·82	3·09	3·88
14·2	Zara . . . . .	80	— 3·40	— 1·49	—	— 0·37	13·29	—	—
15·3	Sestrice . . . . .	58	3·57	3·40	—	—	—	—	—
17·8	Sebenico . . . . .	89	5·86	4·42	—	1·40	9·02	—	—
18·8	Rogoznica . . . . .	77	5·80	4·47	—	—	9·09	—	—
21·2	Comisa . . . . .	41	7·60	5·24	1·34	1·47	7·53	2·20	2·28
23·8	Pelagosa . . . . .	— 9	8·53	5·58	1·59	1·65	6·08	2·02	2·10
28·8	Ragusa . . . . .	94	9·74	5·97	1·47	1·69	5·11	1·70	2·13
30·7	Meljine . . . . .	103	9·63	6·11	—	2·20	4·96	—	—
36·3	Brindisi . . . . .	— 66	7·85	5·04	—	1·76	4·24	—	—

### 3. Die theoretischen Längsschwingungen.

Nunmehr kann an die genaue Berechnung der Längsschwingungen, wie sie sich bei Mitberücksichtigung der Einwirkung der fluterzeugenden Kräfte ergeben, geschritten werden. Wir gehen dabei von einem willkürlich gewählten Amplitudenwert am inneren Ende der Adria aus, den ich, um mit recht kleinen Zahlwerten rechnen zu können, in den einzelnen Fällen etwa so groß angenommen habe, als sich der Einfluß der fluterzeugenden Kräfte auf die Amplituden am Nordende der Adria mit Bezug auf die Neigungen der Niveaulächen schätzungsweise ansetzen ließ. Mit diesen Ausgangswerten wurde nun die Rechnung wieder für jede einzelne Partialtide von Querschnitt zu Querschnitt durchgeführt und auf diese Weise ein Wertesystem  $\xi$ ,  $\eta$  hergestellt, das der betreffenden Differentialgleichung des Abschnittes III, 1 sowie der Kontinuitätsgleichung Genüge leistet. Die Rechnung selbst unterschied sich dabei, wie vorhin erwähnt, von der des Abschnittes II, 1 bloß darin, daß von den Werten  $\xi$  vor ihrer Multiplikation mit dem in der Formel stehenden Koeffizienten jedesmal ein ganz bestimmter Betrag in Abzug zu bringen war. Was speziell den Quarnero betrifft, so bemerke ich, daß ich das bei seinen Schwingungen durch den Querschnitt 8\* ein- und ausströmende Wasserquantum einfach dem im Abschnitt II, 1 gefundenen auf Grund der Amplituden am Querschnitt 8 proportional angenommen, also die Einwirkung der fluterzeugenden Kräfte auf das kleine Gebiet des Quarnero vernachlässigt habe.

Nach Herstellung dieser speziellen Wertreihe  $\xi$ ,  $\eta$  wurde nun die Anfangsbedingung herangezogen, indem für die Querschnitte 21·2, 23·8, 28·8 und 30·7, an denen die Stationen Comisa, Pelagosa, Ragusa und Meljine liegen, die Koinzidenz mit den beobachteten Amplituden in der Art hergestellt wurde, daß für diese vier Stationen die Summe der berechneten und der auf die Mittellinie reduzierten beobachteten Amplituden gleichgemacht wurde. Hiezu genügte es nach der Bemerkung auf vorstehender Seite, das mit einem geeignet gewählten Faktor  $k$  multiplizierte Wertesystem  $\xi_1$ ,  $\eta_1$ , das sich in der Tabelle 4 findet, an die hier berechneten Werte  $\xi$ ,  $\eta$  additiv anzufügen.

Die Rechnung selbst will ich wegen ihres großen Umfanges hier nicht in extenso mitteilen, sondern bloß die schließlich erhaltenen Horizontalverschiebungen  $\xi$  und Amplituden  $\eta$  in den folgenden

Tabellen 7 und 8 zusammenstellen. Man kann sich durch eine einfache Überlegung davon überzeugen, daß auch jede der Differenzgleichungen des Abschnittes III, 1 bei festgehaltener Anfangsbedingung, nur ein einziges Lösungssystem besitzen kann.

Tabelle 7.

Querschnitt	$M_2$ $\xi$ $m$	$S_2$ $\xi$ $m$	$N$ $\xi$ $m$	$K_2$ $\xi$ $m$	$K_1$ $\xi$ $m$	$P$ $\xi$ $m$	$O$ $\xi$ $m$
1	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0
2	326·3	194·8	58·8	59·2	— 241·6	— 73·6	— 77·6
3	441·3	262·9	79·6	79·8	— 331·7	— 101·2	— 106·5
4	550·6	327·3	99·4	99·4	— 422·4	— 128·8	— 135·5
5	530·2	314·0	95·9	95·3	— 418·7	— 127·7	— 134·3
6	561·9	331·3	102·0	105·5	— 459·8	— 140·2	— 147·6
7	537·8	315·5	97·9	95·7	— 457·5	— 139·6	— 147·0
8	599·5	349·9	109·3	106·0	— 531·3	— 162·0	— 170·6
9	429·0	248·0	78·7	75·1	— 408·3	— 124·5	— 131·2
10	550·7	316·3	101·2	95·7	— 550·0	— 167·7	— 176·8
11	539·5	307·8	99·4	93·0	— 565·3	— 172·4	— 181·9
12	570·9	323·5	106·0	97·7	— 628·6	— 191·7	— 202·4
13	585·2	329·0	108·6	99·2	— 679·7	— 207·4	— 219·1
14	523·9	291·9	97·6	88·0	— 646·3	— 197·2	— 208·5
15	440·0	222·6	82·3	73·1	— 580·0	— 176·9	— 188·2
16	315·4	171·8	59·3	51·6	— 449·1	— 137·1	— 145·3
17	198·7	106·7	37·7	32·0	— 308·8	— 94·2	— 100·0
18	133·1	70·2	25·4	21·0	— 227·1	— 69·3	— 73·6
19	159·6	82·5	30·7	24·6	— 299·4	— 91·4	— 97·2
20	163·5	82·4	31·8	24·5	— 339·2	— 103·6	— 110·2
21	167·5	81·9	33·0	24·3	— 390·1	— 119·1	— 126·9
22	172·8	81·5	34·4	24·0	— 453·0	— 138·3	— 147·4
23	166·8	75·5	33·8	22·1	— 492·6	— 150·4	— 160·4
24	173·0	74·6	35·6	21·7	— 577·2	— 176·2	— 188·0
25	160·3	64·6	33·9	18·6	— 617·8	— 188·7	— 201·5
26	87·9	31·8	19·2	8·9	— 409·4	— 125·0	— 133·6
27	45·1	13·5	10·2	3·6	— 265·4	— 81·0	— 86·7
28	14·7	2·9	3·6	0·7	— 114·7	— 35·0	— 37·7
29	7·6	0·0	2·1	— 0·1	— 89·1	— 27·1	— 29·1
30	3·5	— 1·5	1·3	— 0·6	— 76·3	— 23·3	— 25·0
31	0·7	— 3·0	0·7	— 1·1	— 72·5	— 22·1	— 23·8
32	— 2·2	— 5·3	0·3	— 1·9	— 83·7	— 25·6	— 27·5
33	— 5·1	— 7·0	— 0·2	— 2·4	— 83·3	— 25·5	— 27·4
34	— 10·1	— 11·2	— 1·0	— 3·8	— 108·3	— 33·1	— 35·5
35	— 22·0	— 21·5	— 2·5	— 7·1	— 176·0	— 53·8	— 57·7
36	— 32·6	— 29·8	— 4·1	— 9·7	— 215·4	— 65·8	— 70·7
37	— 51·8	— 45·1	— 6·8	— 14·6	— 299·3	— 91·5	— 98·2
38	— 69·0	— 58·3	— 9·5	— 18·8	— 361·1	— 110·4	— 118·3
39	— 89·7	— 74·2	— 12·6	— 23·9	— 437·6	— 133·7	— 143·6
40	— 68·9	— 56·1	— 9·9	— 18·0	— 318·9	— 97·5	— 104·6

Tabelle 8.

Querschnitt	$M_2$	$S_2$	$N$	$K_2$	$K_1$	$P$	$O$
	$\eta$ cm						
1	— 25·80	— 15·41	— 4·65	— 4·68	19·11	5·83	6·13
2	— 24·53	— 14·58	— 4·44	— 4·43	18·80	5·73	6·03
3	— 22·79	— 13·46	— 4·14	— 4·08	18·39	5·60	5·89
4	— 20·59	— 12·04	— 3·75	— 3·65	17·87	5·45	5·73
5	— 18·48	— 10·69	— 3·38	— 3·23	17·36	5·29	5·58
6	— 16·24	— 9·26	— 2·99	— 2·80	16·80	5·13	5·40
7	— 14·10	— 7·91	— 2·62	— 2·38	16·25	4·96	5·23
8	— 11·69	— 6·38	— 2·19	— 1·92	15·61	4·76	5·03
9	— 10·00	— 5·32	— 1·90	— 1·60	15·11	4·61	4·89
10	— 7·81	— 3·96	— 1·50	— 1·19	14·46	4·41	4·68
11	— 5·65	— 2·64	— 1·13	— 0·78	13·78	4·20	4·48
12	— 3·37	— 1·24	— 0·73	— 0·36	13·05	3·98	4·25
13	— 1·03	0·18	— 0·31	0·07	12·24	3·74	4·00
14	1·05	1·43	0·07	0·45	11·48	3·51	3·78
15	2·79	2·48	0·37	0·77	10·78	3·30	3·56
16	4·02	3·20	0·59	0·99	10·24	3·13	3·39
17	4·76	3·63	0·74	1·13	9·85	3·01	3·27
18	5·24	3·90	0·82	1·21	9·56	2·93	3·17
19	5·81	4·23	0·93	1·30	9·18	2·81	3·04
20	6·41	4·57	1·05	1·41	8·76	2·68	2·90
21	7·03	4·90	1·15	1·51	8·28	2·54	2·75
22	7·67	5·21	1·28	1·61	7·73	2·37	2·59
23	8·28	5·52	1·40	1·69	7·13	2·19	2·39
24	8·92	5·81	1·52	1·78	6·45	1·98	2·17
25	9·50	6·06	1·64	1·86	5·72	1·76	1·95
26	9·79	6·17	1·71	1·89	5·22	1·60	1·80
27	9·90	6·19	1·73	1·89	4·88	1·50	1·69
28	9·88	6·17	1·73	1·89	4·71	1·44	1·62
29	9·84	6·13	1·73	1·88	4·56	1·39	1·55
30	9·77	6·09	1·72	1·86	4·43	1·35	1·50
31	9·70	6·04	1·71	1·85	4·31	1·33	1·45
32	9·61	5·98	1·69	1·83	4·17	1·28	1·39
33	9·51	5·92	1·68	1·81	4·04	1·23	1·32
34	9·40	5·83	1·66	1·78	3·86	1·19	1·26
35	9·23	5·70	1·63	1·74	3·63	1·11	1·17
36	9·02	5·53	1·61	1·68	3·34	1·02	1·08
37	8·72	5·30	1·56	1·61	2·96	0·90	0·95
38	8·36	5·00	1·50	1·52	2·52	0·78	0·81
39	7·92	4·64	1·45	1·41	1·99	0·60	0·63
40	7·55	4·36	1·39	1·31	1·59	0·49	0·51

Die vorstehenden Tabellen zeigen, daß die Stellen, an denen die Werte  $\eta$  durch Null hindurchgehen, das heißt die Knotenlinien der Längsschwingungen bei allen halbtägigen Tiden etwas weiter südöstlich liegen, als wir sie unter der Annahme bloßen Mitschwingens gefunden hatten. Aus der Tabelle 4 geht nämlich hervor, daß die Knotenlinien der Längsschwingungen bei  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $N$ ,  $K_2$  bezüglich an die

Querschnitte 13·2, 12·7, 13·5, 12·6 zu liegen kamen, während wir sie nach der vorstehenden Amplitudenverteilung bei den Querschnitten 13·5, 12·9, 13·8, 12·8, also um 0·2 bis 0·3 eines Querschnittsintervalles weiter südöstlich anzunehmen hätten. Wenn diese Verschiebung in der Natur auch bloß etwa 5 km austrägt, so ist sie doch vom theoretischen Standpunkt immerhin erwähnenswert.

Die Schwingungsbäuche im südlichen Teil der Adria erfahren dagegen eine Verschiebung im umgekehrten Sinne. Während sie bei bloßem Mitschwingen an die Querschnitte 29·9, 28·1, 30·8, 28·0 zu liegen kommen, finden wir sie jetzt in allen vier Fällen zwischen den Querschnitten 27 und 28, wie sich aus dem Verschwinden von  $\Delta\eta$  auf Grund der Differenzgleichungen und der Werte  $\bar{\xi}$  (Tabelle 7) mit aller Schärfe entnehmen läßt. Praktischen Wert hat diese Feststellung ja allerdings keinen, da die Änderungen von  $\eta$  in der Gegend dieses Schwingungsbauches außerordentlich gering sind, aber für die Theorie ist es ganz interessant, daß sich die Schwingungsbäuche bei Berücksichtigung der Einwirkung von Sonne und Mond speziell bei  $M_2$  und  $N$  um etwa zwei Querschnittsintervalle gegen Nordwesten, also im Vergleich zu den Knotenlinien in der umgekehrten Richtung verschieben.

#### 4. Die theoretischen Querschwingungen.

Die Neuberechneten Werte  $\xi$  wurden schließlich dazu benützt, um auch die Amplituden  $\bar{\eta}_{100}$  der durch die Erdrotation hervorgerufenen Querschwingungen exakter zu berechnen. Zu diesem Zwecke wurden in der Tabelle 5 die Werte  $\xi$  durch die hier erhaltenen genaueren (aus Tabelle 7) ersetzt. Das Produkt des Koeffizienten, des Wertes  $\xi$  und des Korrekturfaktors  $\frac{\tan}{\text{arc}}$  liefert uns dann unmittelbar die neuen Werte  $\bar{\eta}_{100}$ , die in der folgenden Tabelle 9 zusammengestellt sind.

Tabelle 9.

Querschnitt	$M_2$ $\bar{\eta}_{100}$ cm	$S_2$ $\bar{\eta}_{100}$ cm	$N$ $\bar{\eta}_{100}$ cm	$K_2$ $\bar{\eta}_{100}$ cm	$K_1$ $\bar{\eta}_{100}$ cm	$P$ $\bar{\eta}_{100}$ cm	$O$ $\bar{\eta}_{100}$ cm
1	0·00	0·00	0·00	0·00	0·00	0·00	0·00
2	5·30	3·27	0·94	1·00	— 1·90	— 0·58	— 0·57
3	7·02	4·33	1·24	1·32	— 2·61	— 0·79	— 0·78
4	8·73	5·37	1·55	1·64	— 3·31	— 1·00	— 0·99
5	8·47	5·19	1·50	1·58	— 3·28	— 0·99	— 0·97
6	9·04	5·51	1·61	1·68	— 3·59	— 1·09	— 1·07
7	8·62	5·24	1·54	1·59	— 3·56	— 1·08	— 1·06
8	9·77	5·90	1·75	1·79	— 4·13	— 1·25	— 1·23
9	7·04	4·21	1·27	1·28	— 3·20	— 0·97	— 0·95
10	9·00	5·35	1·62	1·62	— 4·30	— 1·30	— 1·28
11	8·65	5·11	1·56	1·55	— 4·36	— 1·32	— 1·30
12	9·04	5·30	1·65	1·61	— 4·83	— 1·47	— 1·44
13	9·16	5·33	1·67	1·61	— 5·22	— 1·58	— 1·56
14	8·18	4·72	1·50	1·43	— 4·95	— 1·50	— 1·48
15	6·79	3·56	1·25	1·17	— 4·43	— 1·34	— 1·33
16	4·81	2·71	0·89	0·82	— 3·42	— 1·04	— 1·03
17	2·99	1·66	0·56	0·50	— 2·32	— 0·70	— 0·70
18	1·98	1·08	0·37	0·32	— 1·70	— 0·52	— 0·51
19	2·37	1·27	0·45	0·38	— 2·24	— 0·68	— 0·67
20	2·47	1·29	0·47	0·38	— 2·56	— 0·78	— 0·77
21	2·55	1·29	0·49	0·38	— 2·94	— 0·89	— 0·89

Querschnitt	$M_2$ $\bar{\eta}_{100}$ cm	$S_2$ $\bar{\eta}_{100}$ cm	$N$ $\bar{\eta}_{100}$ cm	$K_2$ $\bar{\eta}_{100}$ cm	$K_1$ $\bar{\eta}_{100}$ cm	$P$ $\bar{\eta}_{100}$ cm	$O$ $\bar{\eta}_{100}$ cm
22	2·62	1·27	0·51	0·38	— 3·40	— 1·03	— 1·03
23	2·48	1·16	0·49	0·34	— 3·65	— 1·11	— 1·10
24	2·59	1·15	0·52	0·34	— 4·31	— 1·31	— 1·30
25	2·41	1·01	0·50	0·29	— 4·60	— 1·40	— 1·39
26	1·31	0·49	0·28	0·14	— 3·04	— 0·92	— 0·92
27	0·66	0·20	0·15	0·05	— 1·95	— 0·59	— 0·59
28	0·21	0·04	0·05	0·01	— 0·83	— 0·25	— 0·25
29	0·11	0·00	0·03	0·00	— 0·64	— 0·19	— 0·19
30	0·05	— 0·02	0·02	— 0·01	— 0·55	— 0·17	— 0·17
31	0·01	— 0·04	0·01	— 0·02	— 0·52	— 0·16	— 0·16
32	— 0·03	— 0·08	0·00	— 0·03	— 0·60	— 0·18	— 0·18
33	— 0·07	— 0·10	0·00	— 0·03	— 0·60	— 0·18	— 0·18
34	— 0·14	— 0·16	— 0·01	— 0·06	— 0·77	— 0·23	— 0·23
35	— 0·31	— 0·31	— 0·03	— 0·10	— 1·25	— 0·38	— 0·38
36	— 0·45	— 0·43	— 0·06	— 0·14	— 1·53	— 0·46	— 0·47
37	— 0·71	— 0·64	— 0·09	— 0·21	— 2·12	— 0·64	— 0·64
38	— 0·95	— 0·83	— 0·13	— 0·27	— 2·55	— 0·78	— 0·77
39	— 1·22	— 1·04	— 0·17	— 0·34	— 3·08	— 0·94	— 0·94
40	— 0·93	— 0·79	— 0·13	— 0·25	— 2·24	— 0·68	— 0·68

### 5. Die theoretischen Amphidromien.

Auch die Amphidromien, von denen wir wieder nur die zu  $M_2$  gehörige näher ins Auge fassen, fallen bei Berücksichtigung der Einwirkung von Sonne und Mond etwas anders aus als bei bloßem Mitschwingen, vor allem deshalb, weil sich mit der Knotenlinie der Längsschwingung auch das Zentrum der Amphidromie um 0·3 eines Intervalles gegen Südosten verschiebt. Außerdem erleidet aber auch die Symmetrie in Bezug auf die Mittellinie eine kleine Störung, da die Amplituden der Längsschwingungen oder besser gesagt, der Schwingungen mit der Epoche  $\kappa_0$  durch das Hinzutreten der oben erwähnten synchronen Querschwingung östlich der Mittellinie etwas verkleinert, westlich derselben vergrößert werden. Hat die Längsschwingung an der Mittellinie die Amplitude  $\eta$ , so hat sie in der Entfernung  $d$  (vgl. oben unter III, 2) die Amplitude

$$\eta - d \cdot \frac{f \cos \varphi \sin \mu}{g} \cdot \frac{\tan \frac{\pi}{2} \frac{\tau_q}{T}}$$

Die in ihrer Phase um  $\frac{\pi}{2}$  verschiedene, durch die Erdrotation hervorgerufene Querschwingung hat

dagegen in der Entfernung  $d$  die Amplitude  $\frac{\bar{\eta}_{100}}{100} \cdot d$ . Die Isorhachien für  $\kappa_0 \pm 30^\circ$  und  $\kappa_0 \pm 60^\circ$  sind

wieder dadurch charakterisiert, daß an ihnen das Verhältnis der Amplitude der Querschwingung zu der der Längsschwingung den Wert  $\pm \tan 30^\circ$  oder  $\pm \tan 60^\circ$  besitzt. Die Entfernungen  $d$  ihrer Schnittpunkte mit den einzelnen Querschnitten werden also aus der Beziehung

$$\frac{\frac{\bar{\eta}_{100}}{100} \cdot d}{\eta - d \cdot \frac{f \cos \varphi \sin \mu}{g} \cdot \frac{\tan \frac{\pi}{2} \frac{\tau_q}{T}} = \pm \tan 30^\circ (60^\circ)$$

gefunden, aus welchen sich, wenn es sich speziell um  $M_2$  handelt, durch Einsetzung der Zahlenwerte  $\frac{f}{g} = 0.000000083827$ ,  $\cos \varphi = 0.731354$ ,  $\sin \mu = 0.793353$  und Berücksichtigung des Umstandes, daß  $\eta$  und  $\bar{\eta}_{100}$  in Zentimetern,  $d$  aber in Kilometern ausgedrückt werden, die weitere ergibt

$$d_{1,2} = \frac{\pm \eta \tan 30^\circ (60^\circ)}{\frac{\bar{\eta}_{100}}{100} \pm 0.0048638 \cdot \frac{\tan \frac{\pi}{2}}{\arcsin \frac{\tau_g}{T}} \cdot \tan 30^\circ (60^\circ)}$$

Durch Einsetzung der Werte  $\eta$  und  $\bar{\eta}_{100}$  aus Tabelle 8 und 9 sowie der Werte  $\frac{\tan \frac{\pi}{2}}{\arcsin \frac{\tau_g}{T}}$  aus

Tabelle 2 ergibt sich nach einfacher Rechnung

Querschnitt	8	$d_1 = -67.0,$	$71.3 \text{ km}$	$d_2 = -196.4,$	$219.3 \text{ km}$
	9	$-78.6,$	$85.8 \text{ km}$	$-228.5,$	$266.4 \text{ km}$
	10	$-48.4,$	$51.9 \text{ km}$	$-141.8,$	$159.9 \text{ km}$
	11	$-36.4,$	$39.1 \text{ km}$	$-106.6,$	$120.6 \text{ km}$
	12	$-20.8,$	$22.3 \text{ km}$	$-61.0,$	$68.6 \text{ km}$
	13	$-6.3,$	$6.8 \text{ km}$	$-18.6,$	$20.8 \text{ km}$
	14	$7.1,$	$-7.7 \text{ km}$	$20.9,$	$-23.7 \text{ km}$
	15	$22.7,$	$-24.8 \text{ km}$	$66.1,$	$-77.1 \text{ km}$
	16	$45.4,$	$-51.5 \text{ km}$	$130.9,$	$-162.0 \text{ km}$
	17	$83.8,$	$-101.8 \text{ km}$	$235.6,$	$-332.4 \text{ km}$

Die kleinen Verschiedenheiten in den absoluten Beträgen der beiden Werte von  $d_1$ , beziehungsweise  $d_2$  (von denen nur jene unter  $100 \text{ km}$  Punkten innerhalb der Adria entsprechen) begründen die oben erwähnte allerdings sehr geringe Unsymmetrie in Bezug auf die Mittellinie.

Die neuen Isorhachien ließen sich als Verbindungslinien der in vorstehenden Entfernungen von der Mittellinie abgesteckten Punkte sehr leicht auch in die Fig. 2 einzeichnen; doch wurde hievon abgesehen, da es sich im wesentlichen eben nur um eine Parallelverschiebung um  $0.3$  eines Intervalles gegen Südosten handelt. Man sieht, daß sich speziell bei der Kurve für  $\alpha = 136^\circ$  nach dieser Verschiebung eine etwas bessere Übereinstimmung mit der beobachteten Kappzahl in Sebenico ergibt, daß aber andererseits die frühere Lage des Zentrums den Beobachtungen im Hafen Pantera besser entspricht als die neue.

Es wäre noch nachzusehen, ob wir nicht die Größe  $\alpha_0$ , die aus der beobachteten Kappzahl in Pola und den daselbst gültigen theoretischen Amplituden abgeleitet wurde, auf Grund der jetzt ermittelten genaueren Werte etwas abzuändern haben. Am Querschnitt 7 ist bei  $M_2$  an der Mittellinie  $\eta = -14.10 \text{ cm}$  (vgl. Tabelle 8). Die Einwirkung der synchronen Querschwingung verändert diese Amplitude, da Pola  $56 \text{ km}$  östlich der Mittellinie liegt und der Korrektionsfaktor am Querschnitt 7 den Wert  $1.09$  besitzt, um

$$-0.000000048638 \cdot 1.09 \cdot 56 \text{ km} = -0.30 \text{ cm},$$

so daß wir in Pola  $\eta = -14.40 \text{ cm}$  anzunehmen haben. Die theoretische Amplitude der Querschwingung beträgt dagegen in Pola  $0.56 \cdot \bar{\eta}_{100} = 0.56 \cdot 8.62 = 4.827 \text{ cm}$  (vgl. Tabelle 9). Daraus ergibt sich

$$\tan(\alpha - \alpha_0) = -\frac{4.827}{14.40} = -0.3352, \quad \alpha - \alpha_0 = 161.5^\circ.$$

Da  $\alpha = 266.7^\circ$  beobachtet ist, folgt hieraus  $\alpha_0 = 105.2^\circ$ , also fast genau der gleiche Wert wie früher, wo wir (am Ende des Abschnittes II, 2)  $\alpha_0 = 106.0^\circ$  gefunden hatten. Es können also die an den einzelnen Isorhachien angeschriebenen Zahlen ohne weiteres auch für die neue Lage der Kurven gültig bleiben.

## 6. Vergleich mit den Beobachtungen.

Um nun auch die neuen Werte  $\eta$  und  $\bar{\eta}_{100}$  mit den Beobachtungsdaten zu vergleichen, ist ihr Verlauf in den Figuren 3, 4, 5 durch die strichpunktierten Kurven ersichtlich gemacht worden, soweit die Ordinatendifferenzen gegenüber den gestrichelten Kurven nicht allzu gering waren, um die Einzeichnung zu ermöglichen. Man sieht deutlich, daß sich die neuen Kurven noch ein wenig besser an die Beobachtungen anschließen,<sup>1</sup> als es bei den gestrichelten, die dem bloßen Mitschwingen entsprochen haben, der Fall war, so daß jetzt die Beobachtungsdaten durch die Theorie wirklich in sehr vollkommener Weise dargestellt werden. Wollten wir ganz genau sein, so müßten wir eigentlich bei den Längsschwingungen den Vergleich nicht mit den in den Figuren eingezeichneten Beobachtungsdaten, sondern mit den auf die Mittellinie reduzierten Amplituden aus Tabelle 6 vornehmen, was in einzelnen Fällen eine noch etwas exaktere Übereinstimmung ergeben würde. Die Unterschiede sind aber so gering, daß eine Neuzeichnung aus diesem Anlasse kaum lohnend erschien. Bei  $M_2$  und  $S_2$  wurden die auf die Mittellinie reduzierten Amplituden der Längsschwingung für Ragusa und Meljine durch je einen zweiten Punkt in die Figuren eingezeichnet, da sie speziell als Ausgangswerte für die Ordinaten der strichpunktierten Kurve verwendet wurden.<sup>2</sup>

Die beiden theoretischen Kurven verlaufen in allen Fällen in einem sehr geringen Abstand voneinander, was zunächst auch den Einfluß der fluterzeugenden Kräfte auf die Adria selbst als einen ziemlich unwesentlichen erscheinen läßt. Dabei ist aber wohl zu beachten, daß wir beiden Theorien die beobachteten Amplituden in der Gegend von Ragusa und nicht jene an der Mündungsstelle der Adria als Ausgangswerte zugrunde gelegt haben. Ziehen wir dagegen die theoretischen Amplituden an der Mündungsstelle der Adria in Betracht, so würde sich dieser Einfluß speziell bei den gantztägigen Komponenten als ein bedeutend größerer ergeben. Wir haben nämlich für die Mündungsstelle (Querschnitt 40) bei der Rechnung mit (und ohne) Berücksichtigung der fluterzeugenden Kräfte bei  $K_1$  1·59 (2·44) cm, bei  $P$  0·49 (0·79) cm, bei  $O$  0·51 (1·10) cm als Amplituden der Längsschwingung erhalten, also in allen drei Fällen Werte, deren Verhältnis von der Einheit ziemlich stark abweicht. Entsprechen also die nach der genaueren Theorie für die Mündungsstelle berechneten Amplituden auch wirklich den Tatsachen (was wir leider bei der Kleinheit ihrer Werte und dem Mangel eines Beobachtungsdatums nicht mit voller Schärfe zu beurteilen vermögen), so müßten sämtliche Ordinaten der gestrichelten Kurve bei  $K_1$  und  $P$  etwa auf zwei Drittel, bei  $O$  aber sogar auf die Hälfte verkleinert werden, um einerseits wieder den (homogenen) Differentialgleichungen des Mitschwingens zu genügen, andererseits an der Mündungsstelle mit der Kurve der genauen Werte zu koinzidieren. Es würde daraus folgen, daß die großen Amplituden, die die gantztägigen Komponenten am Nordende der Adria aufweisen, nur zu zwei Dritteln dem Mitschwingen mit dem äußeren Meere, zu einem Drittel (bei  $O$  sogar zur Hälfte) aber der direkten Einwirkung von Sonne und Mond auf die Adria selbst ihre Entstehung verdanken.

Viel geringer erweist sich dagegen die Einwirkung der fluterzeugenden Kräfte auf die Amplituden der halbtägigen Partialtiden. An der Endstelle ergibt sich mit (und ohne) Berücksichtigung der fluterzeugenden Kräfte bei  $M_2$  7·55 (7·57) cm, bei  $S_2$  4·36 (4·36) cm, bei  $N$  1·39 (1·39) cm, bei  $K_2$  1·32 (1·31) cm, also in allen vier Fällen vollständig gleiche Werte, so daß die in den Figuren eingezeichneten gestrichelten Kurven die Koinzidenzbedingung an der Mündungsstelle bereits befriedigen, ihre geringen Ordinatendifferenzen gegen die strichpunktierten Kurven also nach wie vor den theoretischen Einfluß der direkten Einwirkung von Sonne und Mond auf die Amplituden der Halbstagtiden zur Darstellung bringen.

<sup>1</sup> Namentlich bei  $M_2$  und  $S_2$ , wo nunmehr vollständige Koinzidenz mit den beobachteten Amplituden in Triest und Pola, den beiden verlässlichsten Stationen, stattfindet. Bei  $K_1$  stimmt Pola gleichfalls besser mit der strichpunktierten, Brindisi dagegen besser mit der gestrichelten Kurve.

<sup>2</sup> Bei Comisa und Pelagosa ist der Unterschied gegen die unreduzierten Werte nur ein ganz minimaler.

## 7. Die Konstanten an der Mündungsstelle der Adria.

Damit sind wir am Schlusse unserer Untersuchung angefangt. Denn die für die Mündungsstelle erhaltenen Amplituden und Kappazahlen, nämlich (bei der genaueren Rechnung) für

	$M_2$	$S_2$	$N$	$K_2$	$K_1$	$P$	$O$
$\eta =$	7.55	4.36	1.39	1.31	1.59	0.49	0.51 <i>cm</i>
$\alpha_0 =$	106°	114°	113°	112°	76°	77°	70°

bestimmen zwar, indem sie die Anfangsbedingungen festlegen, den Verlauf der Amplituden und Kappazahlen in der ganzen Adria in eindeutiger Weise, lassen sich aber andererseits aus der Theorie der Adriagezeiten selbst nicht weiter erklären, sondern hängen ausschließlich von der Gezeitenbewegung im Mittelmeer, speziell im Ionischen Meere ab. Nun habe ich zwar in einer früheren Arbeit auch die Theorie der Mittelmeergezeiten, soweit die vereinigte Sonnen- und Mondflut zur Zeit der Syzygien in Frage kommt, vom hydrodynamischen Standpunkte ziemlich eingehend behandelt<sup>1</sup>, halte sie aber andererseits wohl noch nicht für ausreichend, um auch über den Amplitudenverlauf der einzelnen Partialtiden, insbesondere der ganztägigen, in befriedigender Weise Aufschluß zu geben. Wir wollen uns daher darauf beschränken, die für das Ende der Adria erhaltenen Werte mit den Beobachtungsdaten in Malta zu vergleichen, der einzigen Station am östlichen Mittelmeerbecken, für die die harmonische Analyse halbwegs verlässlich durchgeführt ist. Für Malta wird angegeben<sup>2</sup>: bei

	$M_2$	$S_2$	$N$	$K_2$	$K_1$	$P$	$O$
$\eta =$	5.99	3.66	0.94	0.97	1.04	0.33	0.76 <i>cm</i>
$\alpha =$	95°	100°	116°	127°	52°	57°	72°

Die für das Ende der Adria anzunehmenden Amplituden sind also sämtlich etwas größer als jene in Malta (bis auf jene von  $O$ ) und auch die Kappazahlen stimmen leidlich gut mit den für Malta angegebenen, da aus den von denselben Autoren aus drei verschiedenen Jahrgängen für Toulon berechneten harmonischen Konstanten zu entnehmen ist, daß wir auch in Malta bei den Kappazahlen der Halbtagskomponenten mit einer Unsicherheit bis zu 20°, bei den ganztägigen sogar mit einer solchen bis zu 30° zu rechnen haben.

Wir wollen auch noch die Amplitudenverhältnisse vergleichen. Es ergibt sich für

	$S_2 : M_2$	$K_2 : S_2$	$N : M_2$	$P : K_1$	$O : K_1$	$\frac{K_1 + O}{M_2 + S_2}$
am Ende der Adria . . . . .	0.58	0.30	0.18	0.32	0.32	0.18
in Malta . . . . .	0.61	0.27	0.16	0.32	0.73	0.19

Auch diese Werte stimmen bis auf die bereits erwähnte Abweichung bei  $O$  sehr gut miteinander. Das letzte Verhältnis, das die relative Entwicklung der Eintagskomponenten zum Ausdruck bringt, hat sowohl an der Mündung der Adria als auch in Malta einen auffallend kleinen Wert; nach der Gleichgewichtstheorie müßte es 0.40 betragen, also mehr als doppelt so groß sein. Dieser Umstand wirft auch auf die Eintagskomponenten innerhalb der Adria ein neues Licht; trotz ihrer scheinbar starken Entwicklung sind nämlich ihre Amplituden nicht einmal halb so groß als sie es wären, wenn das Verhältnis  $\frac{K_1 + O}{M_2 + S_2}$  an der

Mündungsstelle seinen Normalwert besäße. Es ist also nicht die besonders starke, sondern eine verhältnismäßig geringe Entwicklung der Eintagskomponenten in der Adria, die noch einer Erklärung auf Grund

<sup>1</sup> »Hydrodynamische Theorie der halbtägigen Gezeiten des Mittelmeeres«. Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften in Wien, math.-naturw. Klasse, Abt. II a, Bd. 124, 1915, p. 905—979.

<sup>2</sup> Capt. Evans und Sir W. Thomson: »On the tides of the Southern Hemisphere and of the Mediterranean«. Nature, 1878, Vol. 18, p. 670—672. — Die Reduktion auf mitteleuropäische Zeit ist bei Malta ( $\lambda = 14.5^\circ$ ) gegenstandslos.

der Theorie der Mittelmeergezeiten bedürftig erscheint, natürlich immer unter der Voraussetzung, daß die für die Mündungsstelle abgeleiteten Amplituden auch wirklich den Tatsachen entsprechen, worüber nur Beobachtungen in Otranto oder Valona einen vollkommen sicheren Aufschluß geben könnten.

Eine Theorie der einzelnen Partialtiden für das Mittelmeer entwickeln zu wollen, wäre heute noch sehr verfrüht; denn wir müßten bei der absolut ungenügenden empirischen Grundlage darauf gefaßt sein, daß sie geradezu durch jedes neue Beobachtungsdatum wieder umgestoßen würde. Wir müssen uns daher damit begnügen, die Theorie der Adriagezeiten vorläufig als eine in sich abgeschlossene betrachten zu können, die Aufklärung des Zusammenhanges mit den Gezeiten des übrigen Mittelmeeres aber einer späteren Zeit vorbehalten, bis uns die harmonischen Konstanten wenigstens für einige weitere Stationen am Mittelmeere bekannt sein werden. Der Theoretiker würde es schon als einen sehr großen Fortschritt in dieser Richtung begrüßen, wenn die Gezeitenkurven der Stationen Neapel, Palermo, Catania und Alexandrien, in denen seit vielen Jahren sehr gute Mareographen in Tätigkeit sind, der harmonischen Analyse unterworfen würden. Für eine genaue Untersuchung des Zusammenhanges mit den Adriagezeiten wäre dann speziell auch die Ermittlung der harmonischen Konstanten in Corfu von großem Werte, die allerdings erst die Durchführung neuer verlässlicher Beobachtungen zur Voraussetzung hätte.

#### IV. Die „Seiches“.

Außer den Gezeitenbewegungen im eigentlichen Sinne des Wortes hat v. Kesslitz auf Grund der Differenzkurven zwischen den beobachteten und den aus den harmonischen Konstanten berechneten Gezeitenkurven an einzelnen stürmischen Tagen auch noch periodische Oberflächenbewegungen festgestellt, von denen jene mit einer ungefähr 23stündigen Periode mit ziemlicher Regelmäßigkeit auftreten. Die Amplitude dieser Art von Schwingungen, die in Pola und Ragusa stets die gleiche Phase besitzen, ist von den Witterungsverhältnissen abhängig und betrug zum Beispiel am 22., 23. und 24. März 1906 in Pola durchschnittlich 32, in Ragusa 12 *cm*. Aus der Übereinstimmung der Phase ist zunächst wohl mit Sicherheit zu schließen, daß es sich bei diesen Oberflächenschwankungen um einen einheitlichen Schwingungsvorgang innerhalb der ganzen Adria handelt, der den Charakter einer »Seiche« an sich trägt. Es soll hier noch kurz die Frage behandelt werden, inwieweit es gelingt, das Auftreten von Schwingungen der genannten Periode aus den Dimensionen des Adriabeckens theoretisch zu erklären.

Daß die sogenannte Merian'sche Formel, die die Eigenperiode einer schwingenden Bucht in erster Näherung zu berechnen lehrt, auch nach ihrer von den Japanern<sup>1</sup> durch Anbringung einer sogenannten Gestaltkorrektur vorgenommenen Verbesserung zu dieser Erklärung nicht ausreicht, habe ich in der zweiten der eingangs zitierten Arbeiten gezeigt; ich erhielt nämlich bei möglichst genauer Rechnung in voller Übereinstimmung mit R. Witting<sup>2</sup> nach dieser Formel als Eigenperiode der Adria bloß etwa 16·4 Stunden, so daß Schwingungen der Adria mit einer etwa 23stündigen Periode vom theoretischen Standpunkte zunächst als ziemlich unwahrscheinlich erscheinen müßten, wenn nicht noch die zweite Möglichkeit offen bliebe, daß nämlich auch die Formel der Japaner im vorliegenden Falle, wo die Gestaltkorrektur sehr groß ist, vielleicht von der Wahrheit sehr stark abweichende Resultate liefern könnte.

<sup>1</sup> K. Honda, T. Terada, Y. Yoshida und D. Isitani: »An investigation of the secondary undulations of oceanic tides«, Tokyo 1908, p. 64. Vgl. auch p. 109, wo die Eigenperiode der Adria mit 15 Stunden angegeben wird.

<sup>2</sup> »Tidvattnen i Östersjön och finska viken« (Fennia 29). Helsingfors 1911, p. 54 Anm. Das der beobachteten Periode viel näher kommende Resultat A. Defants (Ann. d. Hydr. 1911) beruht auf Rechenfehlern, nach deren Verbesserung R. Witting aus den Defant'schen Ausmessungsergebnissen 15·6 Stunden als Eigenperiode der Adria findet.

Um hierüber in einwandfreier Weise Aufschluß zu erhalten, habe ich nun mit Benützung der im ersten Abschnitte mitgeteilten genaueren Ausmessungsergebnisse eine Reihe von Versuchsrechnungen angestellt, um zu ermitteln, welche Periode  $T$  eine Schwingung haben müßte, wenn man, von einer beliebigen Amplitude am Nordende der Adria ausgehend, durch sukzessives Weiterrechnen mit Hilfe der Differentialgleichungen (1) und (2) an der Straße von Otranto eine exakte Knotenlinie vorfinden sollte. Es ergab sich hierbei mit großer Schärfe  $T = 21 \cdot 12$  Stunden, also tatsächlich ein bedeutend größerer Wert als nach der verbesserten Merian'schen Formel. Die Differentialgleichung (1) nimmt für diesen Wert von  $T$  die Form an

$$\Delta\eta' = 0 \cdot 00001428 \cdot \xi'$$

und liefert, wenn wir am inneren Ende der Adria willkürlich  $\eta' = 50 \text{ cm}$  setzen, nach der im zweiten Abschnitte verwendeten Rechenmethode an den einzelnen Querschnitten folgende Amplituden:

Tabelle 10.

Querschnitt	$\eta'$ cm										
1	50·00	7	41·32	13	29·04	20	18·88	27	7·87	34	5·80
2	49·10	7*	39·68	14	26·71	21	17·52	28	7·49	35	5·22
3	47·86	8	39·36	15	24·62	22	15·95	29	7·19	36	4·54
4	46·28	9	37·86	16	23·02	23	14·25	30	6·94	37	3·58
5	44·72	10	35·85	17	21·92	24	12·27	31	6·70	38	2·42
6	43·02	11	33·79	18	21·12	25	10·16	32	6·42	39	1·02
6*	39·81	12	31·50	19	20·06	26	8·77	33	6·15	40	0·00

Man sieht also, daß sich bei Schwingungen mit einer Periode von 21·12 Stunden in der Straße von Otranto eine exakte Knotenlinie ausbilden würde.

An den gefundenen Wert der Periode ist nun aber noch die sogenannte Mündungskorrektur multiplikativ anzubringen. Diese hängt vom Verhältnis der Mündungsbreite zur Länge des schwingenden Kanals ab und beträgt für die Adria, für die letzteres den Wert 0·10 hat, 1·105.<sup>1</sup> Bei Berücksichtigung dieser Korrektur nimmt die Eigenperiode der Adria somit den theoretischen Wert

$$T = 21 \cdot 12 \cdot 1 \cdot 105 = 23 \cdot 34 \text{ Stunden}$$

an, der mit dem beobachteten von 23 Stunden sogar sehr gut übereinstimmt. Wir können also nach der hier durchgeführten wesentlich exakteren Rechnung annehmen, daß Seiches einer 23stündigen Periode mit den Dimensionen der Adria durchaus im Einklang sind, während die bloße Anwendung der korrigierten Merian'schen Formel ein viel zu kleines und damit irreführendes Resultat für die Eigenperiode der Adria ergeben hatte.

Die Anbringung der Mündungskorrektur hebt die Annahme einer exakten Knotenlinie in der Straße von Otranto eigentlich wieder auf, weil ja innerhalb des schwingenden Kanals die Differentialgleichung (1) für  $T = 23$  Stunden gültig sein muß, andererseits aber nur für die bedeutend kleinere Periode  $T = 21 \cdot 12$  Stunden die Amplitude am Querschnitt 40 tatsächlich auf Null herabgesunken ist. Wir müssen also annehmen, daß an dem wirklichen Schwingungsvorgang auch noch der nördlichste Teil des Jonischen Meeres beteiligt ist, also ungefähr die gleichen Verhältnisse vorliegen, wie wir sie im zweiten Abschnitte beim Mitschwingen

<sup>1</sup> Vgl. Krümmel, Ozeanographie, 2. Aufl., Bd. 2, p. 163.

infolge der Eintagskomponente  $K_1$  festgestellt haben. Damit stimmt auch das beobachtete Verhältnis der Amplituden der Seiches in Ragusa (Querschnitt 28·8) und Pola (Querschnitt 7), das mit seinem Werte 0·38 der analogen Verhältniszahl bei den Längsschwingungen von  $K_1$ , nämlich 0·34, nahezu gleichkommt. Würde bei Otranto eine genaue Knotenlinie entstehen, so entnimmt man der vorstehenden Tabelle, daß das Amplitudenverhältnis Ragusa : Pola nur den etwa halb so großen Wert 0·18 haben könnte.

Die eben erhaltenen Rechnungsergebnisse lassen erkennen, daß auch die durch meteorologische Ursachen, in erster Linie wohl durch Schwankungen der Luftdruckdifferenzen über der Adria und dem übrigen Mittelmeer und durch Windstauungen angeregten seichesartigen Schwingungen der Adria, durch die der normale Ablauf des Gezeitenphänomens mitunter erhebliche Störungen erleidet, im Rahmen der hier entwickelten Theorie ohne Schwierigkeiten erklärbar sind.

## Zusammenfassung.

1. Der vorstehenden Untersuchung liegt das Beobachtungsmaterial zugrunde, das Herr Konteradmiral W. v. Kesslitz im ersten Teil dieser Veröffentlichung mitgeteilt hat. Es umfaßt die Ergebnisse der harmonischen Analyse der Gezeitenkurven von 16 Stationen an der Adria und ermöglicht es daher, den Verlauf der Amplituden und Kappazahlen jeder einzelnen Partialtide innerhalb der Adria genau zu verfolgen.

2. Zunächst ergibt die Diskussion der Beobachtungsdaten, daß jeder einzelnen Partialtide eine Längs- und eine Querschwingung der Adria zugehört, deren Phasen um ein Viertel der Periode voneinander verschieden sind. Aus der Untersuchung der vereinigten Sonnen- und Mondflut zur Zeit der Syzygien ist uns bereits bekannt, daß die Längsschwingung dem Mitschwingen mit der äußeren Gezeitenbewegung des Jonischen Meeres, die Querschwingung aber der Einwirkung der Erdrotation auf die sich in der Längsrichtung periodisch verschiebenden Wasserteilchen ihre Entstehung verdankt.

3. Die Anwendung der Differentialgleichung des bloßen Mitschwingens  $\frac{d\eta}{dx} = \frac{4\pi^2}{gT^2} \cdot \xi$ , wo  $\xi$  und  $\eta$  die Amplituden der horizontalen und vertikalen Verschiebungen der Wasserteilchen in der Entfernung  $x$  vom Nordende und  $T$  die Periode bedeuten, führt bei Festhaltung der Beobachtungsdaten in der Gegend von Ragusa als Anfangsbedingung bereits zu einer durchaus befriedigenden Übereinstimmung mit den beobachteten Amplituden der Längsschwingungen. Namentlich ergibt sich dabei auch die Lage der Knotenlinie, die bei allen Halbtagsgezeiten in der Nähe der Nordspitze der Isola lunga entsteht, mit großer Exaktheit.

4. Die Übereinstimmung mit den beobachteten Amplituden wird am nördlichen Ende der Adria eine noch etwas vollkommener, wenn man auch die Einwirkung der einzelnen fluterzeugenden Kräfte auf die Längsschwingungen berücksichtigt, also die Differentialgleichungen in der Form

$$\frac{d\eta}{dx} = \frac{4\pi^2}{gT^2} \cdot \xi + \frac{f}{g} \cos \varphi \cos \mu$$

der Rechnung zugrundegelegt, wo  $f \cos \varphi$  die der betreffenden fluterzeugenden Kraft in der Breite  $\varphi$  zugehörige Beschleunigung und  $\mu$  den Neigungswinkel der Mittellinie der Adria gegen die Parallelkreise bezeichnet.

5. Die theoretischen Amplituden der Querschwingungen ergeben sich zunächst im gleichen Ausmaße wie die unter dem Einflusse der Erdrotation entstehenden periodischen Neigungen der Niveaufläche, nämlich im Betrage  $\tan \alpha = \frac{2\omega \sin \varphi}{g} \cdot v$ , wo  $\omega$  die Winkelgeschwindigkeit der Erde und  $v$  die

beim Durchgang durch die Ruhelage erreichte maximale Verschiebungsgeschwindigkeit der Wasserteilchen infolge der Längsschwingung bedeutet. Bei Berücksichtigung des vergrößernden Einflusses, den die Trägheit des Wassers auf die nach dieser Formel berechneten Amplituden  $\pm \alpha$  ausübt, erweisen sie sich gleichfalls in so genauer Übereinstimmung mit den beobachteten Werten, daß wohl kein Zweifel darüber bestehen kann, daß wir in der Einwirkung der Erdrotation in der Tat die alleinige Ursache dieser Querschwingungen zu suchen haben.

6. Die Zusammensetzung der Längs- und Querschwingung führt bei den halbtägigen Tiden, bei denen eine Knotenlinie der Längsschwingung vorhanden ist, zu je einer Amphidromie, das heißt zu einer Umkreisung des Meeres durch das betreffende Hochwasser im Laufe der zugehörigen Periode. Jene für die Hauptmondtide  $M_2$  wurde genau durchgerechnet und erwies sich in vollem Einklang mit den in den einzelnen Stationen beobachteten Kappazahlen.

7. Bei den ganztägigen Tiden, bei denen sich in der ganzen Adria keine Knotenlinie der Längsschwingung ausbildet, haben wir gewissermaßen nur den nördlichsten Abschnitt einer solchen Amphidromie vor uns; es entstehen hier nur unwesentliche Verkleinerungen der Kappazahlen an der Ostküste und Vergrößerungen an der Westküste.

8. Für das Ende der Adria ergeben sich nach der genaueren Rechnung zwar bei den Halbtagszeiten die gleichen, bei den ganztägigen aber bedeutend kleinere Amplituden als unter der Annahme bloßen Mitschwingens, woraus zu folgern ist, daß die direkte Einwirkung von Sonne und Mond auf die Eintagskomponenten in der ganzen Adria einen ziemlich stark vergrößernden Einfluß ausübt.

9. Der Kanal von Zara zeigt hinsichtlich der Längsschwingungen gegenüber dem Hauptteil der Adria ein ziemlich abweichendes Verhalten. Dies hat darin seinen Grund, daß er südöstlich von Zara eine fast vollständige Abschnürung aufweist und außerdem mit dem offenen Meere nur durch ganz schmale Durchfahrten, mit dem nördlich anschließenden Quarnero aber an einer außerordentlich breiten Übergangsstelle zusammenhängt, also sozusagen synchron mit dem südlichen Ende des Quarnero mitschwingen muß.

10. Die für die Mündungsstelle der Adria, von der leider keine Beobachtungen vorliegen, durch Fortsetzung der numerischen Integration erhaltenen Amplituden stimmen in ihren Verhältnissen ziemlich genau mit den in Malta beobachteten überein. Dasselbe gilt auch von den für die Mündungsstelle anzunehmenden Kappazahlen.

11. Die unmittelbare Anwendung der hydrodynamischen Differentialgleichungen gestattet schließlich auch die Erklärung der in Pola und Ragusa beobachteten seichesartigen Schwingungen der ganzen Adria mit einer ungefähr 23stündigen Periode, während die bloße Verwendung der durch die Japaner verbesserten Merian'schen Formel hierzu nicht ausgereicht hatte.

12. Zusammenfassend kann man sagen, daß sich alle heute vorliegenden Beobachtungsdaten über die Gezeiten des Adriatischen Meeres auf Grund der einfachsten Gesetze der Hydrodynamik vollständig erklären ließen, soweit es sich um den Verlauf der Amplituden und Kappazahlen innerhalb der Adria selbst handelt. Damit finden aber zugleich offenbar auch alle jene Beobachtungstatsachen ihre theoretische Begründung, die sich aus der Zusammensetzung beziehungsweise Interferenz der einzelnen Partialtiden ableiten lassen und im ersten Teile dieser Veröffentlichung eine eingehende Besprechung erfahren haben. Dagegen muß die theoretische Erklärung der für die Mündungsstelle der Adria gültigen Konstanten als ein Problem, das ausschließlich die Mittelmeergezeiten betrifft, wohl noch der Zukunft vorbehalten bleiben.

## Erklärung der Figuren.

---

Fig. 1 zeigt die zur vereinigten Sonnen- und Mondflut zur Zeit der Syzygien zugehörige Amphidromie, wie sie sich aus den Hafenzeiten von 49 Stationen rein empirisch unter der Annahme geradliniger Isorhachien ergeben hatte.

Fig. 2 enthält die bei den numerischen Integrationen benützten 40 Querschnitte der Adria und die theoretisch berechnete Amphidromie zur Hauptmondtide  $M_2$ , sowie die Beobachtungsstationen, für die die harmonische Analyse durchgeführt ist.

Fig. 3, 4, 5 veranschaulichen den Vergleich der Beobachtungsdaten mit der Theorie. Die Punkte und ihre ausgezogenen Verbindungslinien entsprechen den beobachteten Amplituden der zu den einzelnen Partialtiden gehörigen Längs- und Querschwingungen, die gestrichelten Kurven dem theoretischen Amplitudenverlauf bei bloßem Mitschwingen mit dem Jonischen Meere und die strichpunktierten Kurven jenem bei Mithberücksichtigung der Einwirkung der fluterzeugenden Kräfte auf die Wassermassen der Adria.

---

# ZOBODAT - [www.zobodat.at](http://www.zobodat.at)

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Denkschriften der Akademie der Wissenschaften.Math.Natw.Kl.  
Frueher: Denkschr.der Kaiserlichen Akad. der Wissenschaften. Fortgesetzt:  
Denkschr.oest.Akad.Wiss.Mathem.Naturw.Klasse.](#)

Jahr/Year: 1919

Band/Volume: [96](#)

Autor(en)/Author(s): Daublebsky von Sterneck Robert

Artikel/Article: [Die Gezeitenerscheinungen in der Adria. II. Teil: Diethoretische  
Erklärung der Beobachtungstatsachen \(mit 5 Textfiguren\) 277-324](#)