Fachinformationsdienst Biodiversitätsforschung

UB Universitätsbibliothek Frankfurt am Main

DFG Deutsche Forschungsgemeinschaft

FID Biodiversitätsforschung

Decheniana

Verhandlungen des Naturhistorischen Vereins der Rheinlande und Westfalens

Beitrag zur Brutfürsorge des Trichterwicklers Deporaus betulae - mit 1 Tabelle und 8 Abbildungen im Text

Painta, Felix

1968

Digitalisiert durch die *Universitätsbibliothek Johann Christian Senckenberg, Frankfurt am Main* im Rahmen des DFG-geförderten Projekts *FID Biodiversitätsforschung (BIOfid)*

Weitere Informationen
Nähere Informationen zu diesem Werk finden Sie im:
Suchportal der Universitätsbibliothek Johann Christian Senckenberg, Frankfurt am Main.

Bitte benutzen Sie beim Zitieren des vorliegenden Digitalisats den folgenden persistenten Identifikator:

urn:nbn:de:hebis:30:4-170479

Visual Library

Decheniana, Bd. 120, Heft 1/2	Seite 299—311	Bonn, Juli 1968

Festschrift „40 Jahre Arbeitsgemeinschaft rheinischer Coleopterologen (1927—1967)"

Beitrag zur Brutfürsorge des Trichterwicklers Deporaus betulae *)

Von Felix Painta, Gelsenkirchen

Mit 1 Tabelle und 8 Abbildungen im Text

(Eingegangen am 1. 12. 1966)

Das große Reich der Insekten in seiner Vielfalt birgt noch zahlreiche ungelöste Probleme. Eines davon ist die eigenartige Brutfürsorge des 4 bis 4,5 mm großen schwarzen Rüsselkäfers *Deporaus betulae*, der wegen seiner bemerkenswerten Tätigkeit als Baumeister in der Natur auch Trichterwickler genannt wird.

Im Frühjahr kann man ihn oft an Birken, Haseln, Buchen und Erlen bei der Arbeit beobachten. Nur ausnahmsweise sucht er andere Bäume oder Sträucher auf.

Das Weibchen des Käfers wickelt Blätter genannter Bäume auf eine nur von ihm ausgeführte Weise zu Trichtern. Bevor der Käfer mit dem Wickeln beginnt, läuft er auf der Unterseite des Blattes umher und sucht nach schadhaften Stellen, etwa Lochfraß durch andere Insekten, Miniergänge von Larven und ähnliches. Findet er Schadstellen, so verläßt er das Blatt und wendet sich einem anderen zu, wie es Verfasser in Ramsau bei Berchtesgaden und in Ruhpolding beobachten konnte. Dieses Umherlaufen auf der Blattunterseite ist manchmal als Ausmessen des Blattes gedeutet worden. Das kann es jedoch nicht sein, denn zum Messen gehört das Zählen und das wäre doch eine Intelligenzleistung, die man dem Käfer nicht zutrauen kann. Ist das Blatt fehlerfrei, beginnt er sofort mit dem sonderbaren Schnitt, dessen Form die Biologen seit langem beschäftigt. Der Anschnitt beginnt am Blattrand der rechten oder linken Blatthälfte. Der erste Schnitt führt in einem S-förmigen Bogen, der einem stehenden S ähnelt, vom Blattrand und endet an der Mittelrippe. Bei kleineren Blättern beginnt der Schnitt höher am Blattrand nach dem Stengel zu, bei größeren liegt er tiefer. Hat der Schnitt die Mittelrippe erreicht, klettert der Käfer etwa 3 bis 6 mm an der Mittelrippe empor, ritzt die Mittelrippe leicht an, und geht über auf die andere Blatthälfte. Von der angeritzten Stelle schneidet er an der Rippe entlang abwärts bis er ungefähr in Höhe des Auslaufs der ersten Kurve angelangt ist. Diese Schnittführung ist die sogenannte Aufhängevorrichtung. Er schneidet von dort in einem flacheren S-Bogen, der einem liegenden S ähnlich ist, zum Blattrand der zwei-

*) Col., Curculionidae.

Universitätsbibliothek Johann Christian Senckenberg Frankfurt am Main

ten Blatthälfte. Von hier läuft er an dem Schnitt entlang zu der angeritzten Stelle der Mittelrippe zurück. Hier nagt er jetzt die angeritzte Rippe tiefer durch um den Saftstrom zu unterbrechen. Auf diesem rückläufigen Weg kontrolliert er, ob auch alle Seitenrippen gut durchschnitten sind. Am Punkt des Schnittbeginns angekommen, wartet er etwa 15 bis 20 Minuten, bis der untere Teil des Blattes anfängt zu welken und dadurch weicher geworden ist. Ist es soweit, beginnt er sofort mit dem Wickeln des Trichters. Wenn dieser fertig ist, heftet er das Schnittende durch einen tiefen Einstich mit dem Rüssel an den Trichter fest. Dann begibt er sich in den Trichter, nagt an den Rippen winzige Taschen und legt in jede ein Ei, etwa 3 bis 5 Eier insgesamt in einen Trichter. In der Regel sind die Trichter unten offen, nur die an ausladenden Zweigen über einem Wasser, Bach oder Tümpel hängen, sind unten geschlossen, wodurch das Herabfallen der Larven ins Wasser verhindert wird.

Dieses eigenartige Verhalten des Käfers hat die Biologen schon seit langem auf ihn aufmerksam gemacht. An Theorien zur Erklärung und Begründung desselben fehlt es nicht, doch keine vermochte eine befriedigende Lösung dieses Problems zu bringen.

So hat bereits vor 120 Jahren der rheinische Mathematiker E. Heiss die sogenannte „Mathematische Theorie" aufgestellt, nach welcher die Anbringung dieser Schnitte für das Wickeln der Trichter die günstigste ist. Ferner hat er nachgewiesen, daß der Blattumfang, ohne Spitze und Zähnelung, sich zu dem Kreis, der durch Ergänzung des unteren Bogens des stehenden S-Schnittes entsteht, wie Evolvente : Evolute verhält. Der Blattumfang wäre demnach die Abwicklungskurve des Kreises, der die Evolute darstellt.

Das ist insofern richtig, als der Blattumfang, ohne Spitze und Zähnelung, in seiner Länge der mathematischen Evolvente U bei der Abwicklungs-Amplitude 2π entspricht. Die Abwicklungskurve eines Kreises ist seine Kreisevolvente und es verhält sich ein jeder Kreis zu seiner Kreisevolvente wie $1 : \pi$.

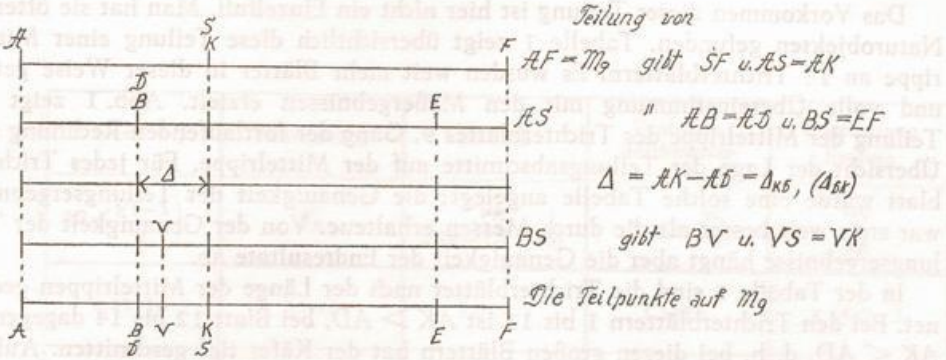
Die Theorie von Heiss wurde zum Teil anerkannt, zum Teil abgelehnt. Wenn Rosskothen in seiner Arbeit über dieses Problem (Decheniana, 116, 67, 1963) schreibt: „Die mathematische Theorie, die den Schnitt als Abwicklungskurve des Blattrandes auffaßt . . .", so ist diese Darstellung ein Irrtum.

Um weiteren Mißverständnissen vorzubeugen, sollen diese mathematischen Verhältnisse am Blatt kurz zusammengestellt werden:

1. Der untere Bogen des stehenden S-Schnittes wird zum Kreis ergänzt. Dieser Kreis ist die Evolute.
2. Wird die Evolute abgewickelt, gibt das die Abwicklungskurve, die auch Kreisevolvente genannt wird.
3. Die Kreisevolvente hat ihr Ende erreicht bei der Amplitute 2π, denn bei diesem Punkt ist der ganze Evolutenumfang abgewickelt.

Verfasser hat die Theorie von Heiss vorurteilslos einer genauen Prüfung unterzogen und diese nicht nur bestätigt gefunden, sondern auch weitere mathematischen Beziehungen am Trichterblatt entdeckt. Die Untersuchungen wurden in der Mehrzahl an Trichterblättern der Hasel durchgeführt, da die größeren Blätter genauere Messungen zulassen, die als Grundlage für weitere und genaue Berechnungen unbedingt erforderlich sind.

Universitätsbibliothek Johann Christian Senckenberg
Frankfurt am Main



Gemessen: $\mathfrak{M}_9 = 8{,}3$ cm; $AK = 3{,}15$ cm; $VK = 0{,}75$ cm.

Berechnet:

$$SF = \mathfrak{M}_9 \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right) = 5{,}12992 \text{ cm}$$

$$AS = AK = \mathfrak{M}_9 \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^2 = 3{,}17057 \text{ cm}$$

$$AB = AD = \mathfrak{M}_9 \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^3 = 1{,}9596 \text{ cm}$$

$$BS = EF = \mathfrak{M}_9 \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4 = 1{,}2112 \text{ cm}$$

$$VS = VK = \mathfrak{M}_9 \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^5 = 0{,}75 \text{ cm}$$

$$BV = \mathfrak{M}_9 \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^6 = 0{,}46267 \text{ cm}$$

$D = B$ ist der Fußpunkt der Projektion des Schnittbeginns auf die Mittelrippe.

$$SF \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^3 = \mathfrak{M} \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4 = EF$$

$$AS \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^2 = \mathfrak{M} \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4 = BS$$

$$EF = BS$$

Abbildung 1. Übersicht der stetigen Teilung einer Mittelrippe

Wird die Mittelrippe M als Bezugsgerade angenommen und deren Endpunkte A = Stengelansatz, F = Spitze als Bezugspunkte, dann liegen auf M die folgenden Punkte:

K = Endpunkt der stehenden S - Kurve
D = Fußpunkt der Projektion des Schnittbeginns D'
V = Endpunkt der Aufhängevorrichtung
BS = EF = Spitzenabschnitt durch die Evolvente

AK, AV, AD sind die Distanzen genannter Punkte von A.
Die Länge des Spitzenabschnitts wird von F gemessen.

Wie Verfasser weiter feststellte, ergeben sich diese Punkte bzw. deren Distanzen durch stetige (harmonische) Teilung der Mittelrippe.

Universitätsbibliothek Johann Christian Senckenberg
Frankfurt am Main

Das Vorkommen dieser Teilung ist hier nicht ein Einzelfall. Man hat sie öfter an Naturobjekten gefunden. Tabelle 1 zeigt übersichtlich diese Teilung einer Mittelrippe an 14 Trichterblättern. Es wurden weit mehr Blätter in dieser Weise geteilt und volle Übereinstimmung mit den Meßergebnissen erzielt. Abb. 1 zeigt die Teilung der Mittelrippe des Trichterblattes 9, Gang der fortlaufenden Rechnung und Übersicht der Lage der Teilungsabschnitte auf der Mittelrippe. Für jedes Trichterblatt wurde eine solche Tabelle angelegt; die Genauigkeit der Teilungsergebnisse war stets weit besser als die durch Messen erhaltene. Von der Genauigkeit der Teilungsergebnisse hängt aber die Genauigkeit der Endresultate ab.

In der Tabelle 1 sind die Trichterblätter nach der Länge der Mittelrippen geordnet. Bei den Trichterblättern 1 bis 11 ist $AK > AD$, bei Blatt 12 bis 14 dagegen ist $AK < AD$, d. h. bei diesen großen Blättern hat der Käfer tief geschnitten. Auffallend ist die 9malige Wiederkehr der Abschnitte $AB + BK$ für den Abschnitt AK, der den Endpunkt des S-Schnittes bildet.

In der Abb. 2 sind die 14 Mittelrippen mit ihren Teilungsabschnitten zu Kurven koordiniert dargestellt. Diese zeigen anschaulich, daß mit zunehmender Größe der Mittelrippen auch die Abschnitte größer werden und allgemein eine steigende Tendenz haben mit gewissen Schwankungen, die durch den S-Schnitt bedingt sind. Auffallend ist der lineare Verlauf der Kurve für den Abschnitt $BS = EF = y$. Dieser hat die konstante Teilungsformel $M\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4$, die für alle Betulaceen-Blätter gültig ist.Die Bestimmung dieses Abschnittes kann noch auf einem anderen Wege erfolgen, wodurch er genau definiert wird.

Zwischen dem Wachstum der Mittelrippe und dem der Blattspitze besteht ein gewisses Verhältnis, normale Wachstumsverhältnisse vorausgesetzt.

Bezeichnet x die Mittelrippe, dx deren Längenzuwachs, y die Spitze und dy deren Längenzuwachs, so ergibt sich daraus folgende Proportion:

$$(x+dx) : (y+dy) = x : y$$

daraus die Differentialgleichung:

$$\frac{dy}{y} = \frac{dx}{x}$$

und

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int \frac{dx}{x}$$

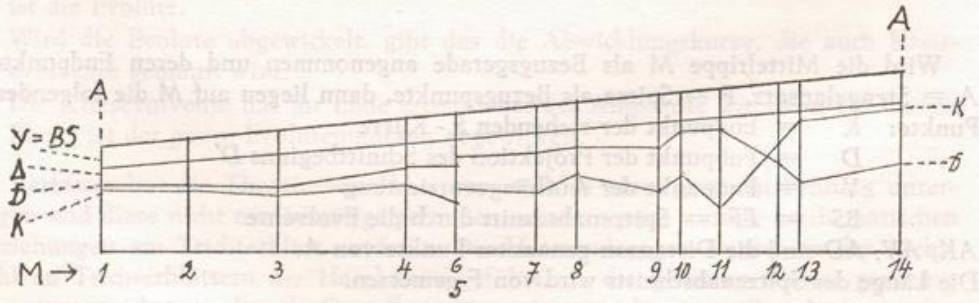


Abbildung 2. Koordinierte Mittelrippen und deren Abschnitte M, $BS = y$, AD, AK, von 14 Trichterblättern.

Universitätsbibliothek Johann Christian Senckenberg
Frankfurt am Main

$EF = BS = y$	Blattumfang	Evolute	Evoluten-durchmesser	$\frac{\text{Blattumfang}}{\text{Evolute}}$
$\mathfrak{M}_K\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4$	U'_K	u_K $\mathfrak{M}_K-(\Delta+BS)$	$2\,a_K=\frac{u_K}{\pi}$	$\frac{U'_K}{u_K}$
0,81716	11,48	3,65367	1,1636	3,1442 : 1
0,88284	12,15	3,86757	1,2317	3,1415 : 1
0,9485	11,9	3,793	1,2079	3,137 : 1
1,04335	15,9	5,06235	1,6122	3,1408 : 1
1,0798	15,66	4,9855	1,5877	3,141 : 1
1,0798	17,26	5,49487	1,75	3,141 : 1
1,138	17,35	5,524	1,7592	3,1409 : 1
1,1528	17,57	5,5945	1,7817	3,1406 : 1
1,2112	18,46	5,877783	1,87719	3,1406 : 1
1,22571	21,06	6,70606	2,1357	3,1404 : 1
1,25494	21,56	6,86558	2,1865	3,1403 : 1
1,2987	17,64	5,61712	1,7889	3,1404 : 1
1,3133	21,6	6,8754	2,1896	3,1416 : 1
1,40084	24,9	7,92866	2,5251	3,1404 : 1

Universitätsbibliothek Johann Christian Senckenberg
Frankfurt am Main

Tabelle 1. Stetig geteilte Mittelrippen von Tridacerblättern (Basal) des Tridacerwicklers *Depressaria heracliana*. Alle Maße in cm.

		AK			AD			$\Delta_{(KD)} = AK - AD$ $\Delta_{(DK)} = AD - AK$	$EF = BS = r$	Blattumfang	Evolute	Evoluten-durchmesser	Blattumfang Evolute
Tridacer	Mittelrippe $\mathfrak{M}_K$	Teilungsabschnitt	Formel	Zahlenwert	Teilungsabschnitt	Formel	Zahlenwert	$\Delta\left(\frac{KD}{DK}\right)$	$\mathfrak{M}_K\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4$	U_K	$\frac{mK}{\mathfrak{M}_K-(\Delta+BS)}$	$2\,\varrho_K = \frac{mK}{n}$	$\frac{U_K}{mK}$
1	5,6	AB	$\mathfrak{M}_1\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4$	1,3221	$\overline{AB}_1\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4$	$\mathfrak{M}_1\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^5$	0,19233	Δ_{KD} 1,12917	0,82716	11,48	1,61367	1,1616	1,1442 : 1
2	6,05	$AB + BK$	$\mathfrak{M}_2\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4 + \mathfrak{M}_2\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^5$	1,65693	$\overline{AB}_2\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4$	$\mathfrak{M}_2\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4$	0,33724	Δ_{KD} 1,29919	0,68284	12,15	1,86757	1,2017	1,1415 : 1
3	6,5	$AB + BK$	$\mathfrak{M}_3\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4 + \mathfrak{M}_3\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4$	2,1507	BK	$\mathfrak{M}_3\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4$	0,1625	Δ_{KD} 1,7585	0,9481	11,9	1,791	1,2079	1,117 : 1
4	7,15	$AB + BK$	$\mathfrak{M}_4\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4 + \mathfrak{M}_4\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4$	2,08765	BS	$\mathfrak{M}_4\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4$	1,04833	Δ_{KD} 1,0443	1,04333	15,9	1,66333	1,6133	1,1408 : 1
5	7,4	$AB + BK$ $BK = BS + SK$	$\mathfrak{M}_5\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4 + \mathfrak{M}_5\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4 + \mathfrak{M}_5\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4$ $AB + BS + SK$	1,0818	AB	$\mathfrak{M}_5\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^5$	1,7471	Δ_{KD} 1,3147	1,0794	13,66	4,9855	1,5877	1,141 : 1
6	7,4	$AB + BK$	$\mathfrak{M}_6\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4 + \mathfrak{M}_6\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4$	3,41480	$AK - VK$	$\mathfrak{M}_6\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4 + \mathfrak{M}_6\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4 - \mathfrak{M}_6\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4$ $AB \quad BK \quad VK$	1,18911	Δ_{KD} 0,82555	1,0799	17,26	1,49487	1,75	1,141 : 1
7	7,8	AS $AS = AB + BS$	$\mathfrak{M}_7\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^5$	3,9799	AB	$\mathfrak{M}_7\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^5$	1,8411	Δ_{KD} 1,138	1,138	17,35	5,526	1,7193	1,1429 : 1
8	7,9	$AB + BK$	$\mathfrak{M}_8\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4 + \mathfrak{M}_8\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4$	3,50133	BS	$\mathfrak{M}_8\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4$	1,1324	Δ_{KD} 1,1324	1,1324	17,57	1,5945	1,7817	1,1406 : 1
9	8,3	AS $AS = AB + BS$	$\mathfrak{M}_9\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^5$	3,17057	AB	$\mathfrak{M}_9\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^5$	1,9594	Δ_{KD} 1,21097	1,2112	18,46	1,677743	1,87719	1,1409 : 1
10	8,4	$AB + BK$	$\mathfrak{M}_{10}\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4 + \mathfrak{M}_{10}\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4$	3,43143	AB	$\mathfrak{M}_{10}\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^5$	1,9832	Δ_{KD} 0,86833	1,23571	21,06	6,70606	2,1357	1,1404 : 1
11	8,6	$AS + 2\,BS$ $= AB + 2\,\overline{BS}$	$\mathfrak{M}_{11}\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^5 + \mathfrak{M}_{11}\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^5$	6,14028	$AS - SV$	$\mathfrak{M}_{11}\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^5 + \mathfrak{M}_{11}\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^5$	4,0009	Δ_{KD} 0,87948	1,21494	21,36	6,86558	2,1865	1,1405 : 1
12	8,9	$BS\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right) = AB\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^5$	$\mathfrak{M}_{12}\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^5$	0,40268	$AB + AV + \mathfrak{M}_{12}\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^5$	$\mathfrak{M}_{12}\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^5 + \mathfrak{M}_{12}\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^5 + \mathfrak{M}_{12}\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^5$	2,78646	Δ_{DK} 1,94418	1,2987	17,64	5,61712	1,7889	1,1404 : 1
13	9,0	$AB + BK$	$\mathfrak{M}_{13}\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4 + \mathfrak{M}_{13}\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4$	2,6266	AS	$\mathfrak{M}_{13}\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^5$	1,4379	Δ_{DK} 0,8111	1,1111	21,6	6,8734	2,1896	1,1416 : 1
14	9,6	$AB + BK$	$\mathfrak{M}_{14}\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4 + \mathfrak{M}_{14}\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4$	3,1321	$AS - DS$	$\mathfrak{M}_{14}\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4 + \mathfrak{M}_{14}\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4$	1,4028	Δ_{DK} 0,3701	1,40044	24,9	7,92866	2,5251	1,1404 : 1

Universitätsbibliothek Johann Christian Senckenberg
Frankfurt am Main

Universitätsbibliothek Johann Christian Senckenberg
Frankfurt am Main

Universitätsbibliothek Johann Christian Senckenberg
Frankfurt am Main

durch logarithmische Integration ergibt sich

$$\begin{aligned} ln y &= ln x + ln C \\ &= ln(x + C) \end{aligned}$$

die allgemeine Lösung $\quad y = Cx$

Für die partikuläre Lösung muß noch die Integrationskonstante C bestimmt werden. Diese kann aus der Bedingung ermittelt werden, daß der Punkt $\frac{x_K}{y_K}$ auf der Grundkurve liegen muß, so ist, wenn $y = \overline{BS}_K$, $x = \mathfrak{M}_K$ gesetzt wird,

$$\begin{aligned} \frac{y_K}{x_K} &= C \\ &= \frac{\overline{BS}_K}{\mathfrak{M}_K} \\ &= \frac{\mathfrak{M}_K \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4}{\mathfrak{M}_K} \\ &= \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4 \end{aligned}$$

da aber $\quad \frac{y}{x} = \frac{dy}{dx}$

so ist auch $\quad y' = \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4$

und $\frac{dy}{dx} = y' = C = \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4$ ist der Differentialquotient;

aus $\quad \frac{y}{x} = \frac{dy}{dx}$

folgt

$$\begin{aligned} y &= \frac{xdy}{dx} \\ &= xy' \\ &= \mathfrak{M}\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4 \\ y &= \overline{BS} \end{aligned}$$

d. h. Der Blattspitzenabschnitt $BS = y$ ist gleich dem
Produkt: Mittelrippe $\times$ Differentialquotienten

also $\quad y = \mathfrak{M}y'$

Der Differentialquotient $C = y' = \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4 = 0{,}14592$ ist für alle Trichterblätter konstant, sofern es Blätter von Betulaceen sind. Der Faktor $\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4$ ist derselbe, der sich durch die stetige Teilung der Mittelrippe ergibt. Die Gleichung der durch die Evolventen abgeschnittenen Spitzenabschnitte lautet demnach, wenn $M = x$ gesetzt wird:

$$y = 0{,}14592\, x$$

Sie ist linear, wie es Abbildung 2 u. 5 veranschaulicht.

Es hat sich bisher gezeigt, daß alle Abschnitte auf der Mittelrippe durch eine mathematische Formel darstellbar sind. Für $BS = xy'$, wurde eine allgemeingültige Formel gefunden, für die anderen Abschnitte gelten die Formeln der stetigen Teilung der Mittelrippe.

Universitätsbibliothek Johann Christian Senckenberg
Frankfurt am Main

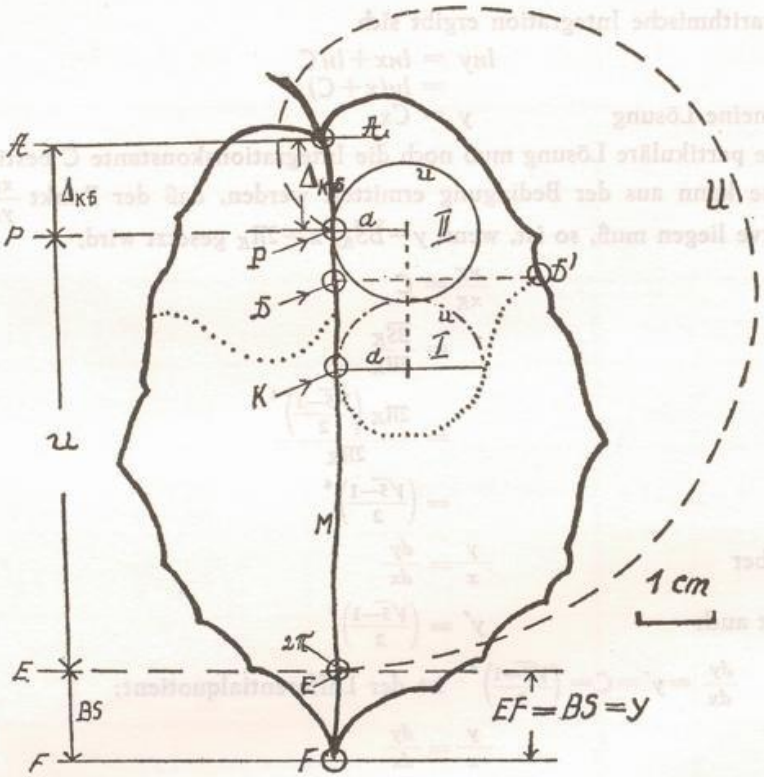


Abbildung 3. Trichterblatt 9

D	=	Projektion des Schnittbogens D' auf M
K	=	Endpunkt des S-Schnittes auf M
EF	=	BS = Blattspitzen-Abschnitt y
u	=	Umfang der Evolute
U	=	Evolventenbogen
P	=	Beginn der Evolvente
2π	=	Amplitude u. Ende des Evolventenbogens
$2a$	=	Durchmesser der Evolute
Δ_{KD}	=	$AK - AD$, denn $AK > AD$
Punktiert	=	S-Schnitt *des Deporaus betulae*
Strichpunktiert	=	Ergänzung des unteren Bogens des S-Schnittes zum Kreis I = Evolute
Kreis II	=	transformierte Evolute von K nach P

Aber auch die noch ausstehenden Stücke, wie der Durchmesser 2a der Evolute und deren Umfang (= u), die zugehörige Evolvente (= U) lassen sich mathematisch bestimmen. Der Umfang des Trichterblattes (= U') wird gemessen, was sehr sorgfältig ausgeführt werden muß.

Der Evolutendurchmesser 2a kann durch Messen gefunden werden, doch nicht hinreichend genau, denn oft ist der Schnitt beschädigt, so daß eine Messung sehr schwierig, wenn nicht gar unmöglich ist. Dann führt folgende vom Verfasser entwickelte Methode zum Ziel (Abb. 3 u. 4):

Der S-Schnitt beginnt in D' und endigt in K an der Mittelrippe. Die vertikale Distanz beider Punkte ist KD auf M. Wird AD von AK subtrahiert, dann ist $AK -$

Universitätsbibliothek Johann Christian Senckenberg Frankfurt am Main

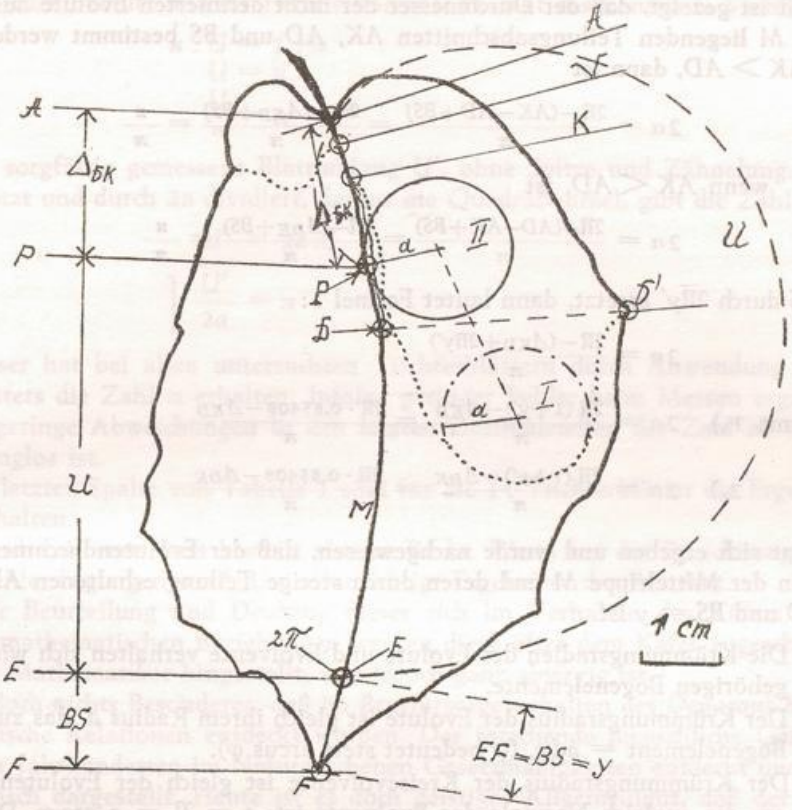


Abbildung 4. Trichterblatt 12

$\Delta_{DK} = AD - AK$, denn $AK < AD$

Kreis II = transformierte Evolute I nach P

Alle anderen Bezeichnungen wie bei Trichterblatt 9 (Abb. 3)

AD die Differenz $= \Delta_{KD}$, falls $AK > AD$, andernfalls $AD - AK$, wenn $AK < AD$, also $AD - AK = \Delta_{DK}$. Wird Δ von M bezüglich A subtrahiert, gibt das den Punkt P, AP ist dann gleich Δ. K wird nach P transformiert und damit auch die Lage der noch nicht definierten Evolute verändert, so daß nun P deren Berührungspunkt mit M darstellt. Die Abwicklung der noch unbekannten Evolute beginnt jetzt in P und erreicht in Punkt E ihr Ende, da sie in E die Amplitude 2π erreicht hat. Es ist dann EP die maximale Tangente t_m der Evolute und ihre Länge ist gleich dem Umfang der Evolute $= 2a\pi$. Die Länge der Tangente ist aber auch

$$\begin{aligned} t_m &= 2a\pi \\ t_m &= EP \\ \hline 2a\pi &= EP \\ \mathfrak{M}-(\Delta+BS) &= EP \\ \hline 2a\pi &= \mathfrak{M}-(\Delta+BS) \\ 2a &= \frac{\mathfrak{M}-(\Delta+BS)}{\pi} \end{aligned}$$

Universitätsbibliothek Johann Christian Senckenberg
Frankfurt am Main

Damit ist gezeigt, daß der Durchmesser der nicht definierten Evolute aus M und den auf M liegenden Teilungsabschnitten AK, AD und BS bestimmt werden kann. Wenn $AK > AD$, dann ist

$$1.) \qquad 2a = \frac{\mathfrak{M}-(AK-AD+BS)}{\pi} = \frac{\mathfrak{M}-(\Delta_{KD}+BS)}{\pi} = \frac{u}{\pi}$$

wenn $AK < AD$, ist

$$2.) \qquad 2a = \frac{\mathfrak{M}-(AD-AK+BS)}{\pi} = \frac{\mathfrak{M}-(\Delta_{DK}+BS)}{\pi} = \frac{u}{\pi}$$

Wird BS durch $\mathfrak{M}y'$ ersetzt, dann lautet Formel 1:

$$2a = \frac{\mathfrak{M}-(\Delta_{KD}+\mathfrak{M}y')}{\pi}$$

umgeformt 1_b) $\quad 2a = \dfrac{\mathfrak{M}(1+y')-\Delta_{KD}}{\pi} = \dfrac{\mathfrak{M}\cdot 0{,}85408-\Delta_{KD}}{\pi}$

„ $\quad 2_b$) $\quad 2a = \dfrac{\mathfrak{M}(1+y')-\Delta_{DK}}{\pi} = \dfrac{\mathfrak{M}\cdot 0{,}85408-\Delta_{DK}}{\pi}$

Es hat sich ergeben und wurde nachgewiesen, daß der Evolutendurchmesser eine Funktion der Mittelrippe M und deren durch stetige Teilung erhaltenen Abschnitte AK, AD und $BS = y$ ist.

1. Die Krümmungsradien der Evolute und Evolvente verhalten sich wie die zugehörigen Bogenelemente.
2. Der Krümmungsradius der Evolute ist gleich ihrem Radius a, das zugehörige Bogenelement $= a d\varphi$. (φ bedeutet stets arcus φ).
3. Der Krümmungsradius der Kreisevolvente ist gleich der Evolutentangente $a\varphi$, die zugleich Normale der Evolvente ist: $t = \mathfrak{N} = a \operatorname{arc} \varphi$. Das zugehörige Bogenelement ist ds.

Aus diesen Sätzen ergibt sich folgende Proportion:

$$a : a\,d\varphi = a\varphi : ds$$
$$a\,d\varphi \cdot a\varphi = a ds$$
$$a\varphi \cdot d\varphi = ds \qquad \text{als Bogenelement der Kreisevolvente.}$$

Diese Differentialgleichung gibt den Evolventenbogen S

$$a\varphi \cdot d\varphi = ds$$

$$S_K = a\int_0^{\varphi_K} \varphi \cdot d\varphi = \frac{a\varphi^2}{2} \text{ allgemeine Formel, Amplitude} = \varphi_K$$

Für den ganzen Evolventenbogen, Amplitude $= 2\pi$.

$$S_{(2\pi)} = \frac{a(2\pi)^2}{2} = 2a\pi^2 = U$$

Für 2a der gefundene Ausdruck eingesetzt

$$\begin{aligned} S_K &= [M_K - (\Delta + y)]\,\pi = U \\ &= u\pi = U \\ &= (M_K \cdot 0{,}85408 - \Delta)\,\pi = U \end{aligned}$$

Universitätsbibliothek Johann Christian Senckenberg
Frankfurt am Main

Zwischen jeder Evolute und ihrer Kreisevolvente besteht das konstante Verhältnis

$$u : U = 1 : \pi$$
$$U = u\,\pi$$
$$\frac{U}{u} = \pi$$

Wird der sorgfältig gemessene Blattumfang U', ohne Spitze und Zähnelung, gleich $2a\pi^2$ gesetzt und durch 2a dividiert, daraus die Quadratwurzel, gibt die Zahl π

$$U' = 2a\pi^2$$
$$\sqrt{\frac{U'}{2a}} = \pi$$

Verfasser hat bei allen untersuchten Trichterblättern durch Anwendung obiger Formeln stets die Zahl π erhalten. Infolge geringer Fehler beim Messen ergibt das Resultat geringe Abweichungen in den letzten Dezimalstellen der Zahl π, was jedoch belanglos ist.

In der letzten Spalte von Tabelle 1 sind für die 14 Trichterblätter die Ergebnisse für π enthalten.

Der Nachweis von Heiss besteht also zu Recht. Wenn bei der Berechnung, beim Messen Fehler begangen werden, sind unrichtige Ergebnisse das Resultat.

Bei der Beurteilung und Deutung dieser sich im Verhalten des Käfers offenbarenden mathematischen Beziehungen werden diese öfter dem Käfer zugeschrieben und er als Mathematiker hingestellt, was jedoch ganz abwegig ist.

Es ist doch nichts Besonderes, daß im Brutfürsorgeverhalten des *Deporaus betulae* mathematische Relationen entdeckt wurden. Der forschende menschliche Geist hat bereits vor Jahrhunderten im Naturgeschehen Gesetzmäßigkeiten entdeckt und diese mathematisch dargestellt. Heute ist es doch geistiges Allgemeingut, daß der ganze Makro- als auch Mikrokosmos gesetzmäßig aufgebaut ist. In Astronomie, Physik und Chemie hat die Mathematik seit langem Eingang gefunden. In der Welt des Organischen mit seiner Vielfalt an Erscheinungen war es ungleich schwieriger, derartige Beziehungen zu entdecken und sie dann mathematisch exakt zu formulieren.

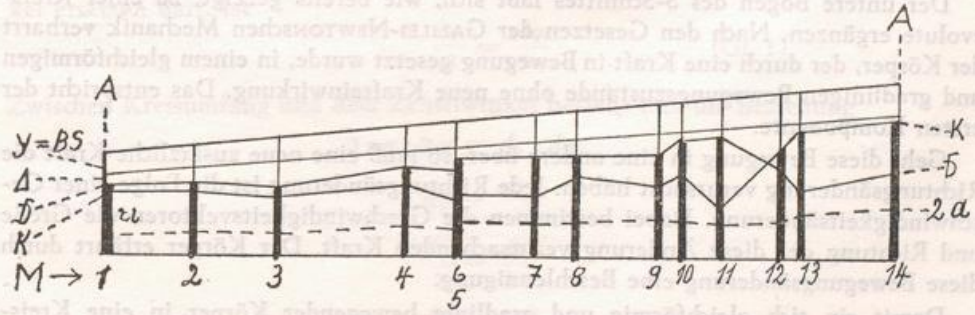


Abbildung 5. Graphische Darstellung der Formel

$$2a = \frac{\mathfrak{M} - (\Delta + BS)}{\pi}$$

$$\text{Abszissen} = \frac{\mathfrak{M}_K - \mathfrak{M}_{K-1}}{4} \qquad \text{Ordinaten} = \frac{\mathfrak{M}_K}{4}$$

Universitätsbibliothek Johann Christian Senckenberg
Frankfurt am Main

Der Käfer vollführt seine Handlungen instinktiv; er befolgt automatisch die Impulse, die ihm von seinem ererbten Instinktzentrum erteilt werden. Dort liegt der Plan für seine Handlungsweise vorgebildet. Der Käfer kann garnicht anders handeln. Erlerntes ist nichts dabei, denn von wem sollte er auch etwas lernen? Seine Elterngeneration hat er nie gekannt und von anderen Käfern gleicher Art konnte er auch nichts lernen, denn diese sind in derselben Lage wie er.

Die Genetiker lehren, daß die Steuerung der Lebensäußerungen von der in der Keimzelle enthaltenen Erbmasse ausgeht. Das Geheimnis um die eigenartige und mathematisch gesetzmäßige Handlungsweise des Käfers liegt also in seinen Genen.

Wenn im Frühjahr die Sonneneinstrahlung stärker wird, die Temperatur zunimmt, dann wird durch diese exogenen Reize der Fortpflanzungsinstinkt aktiviert. Auch innere Faktoren spielen hier mit, so das Ansteigen des Hormonspiegels, insbesondere der Sexualhormone. Die endogenen Reize heben die Einstimmung und Handlungsbereitschaft. Nach der Copula löst der spezifische Duft der jungen Betulaceenblätter beim weiblichen Käfer die Suchaktion nach geeigneten Blättern für das Wickeln der Trichter aus. Damit ist der Brutfürsorgeinstinkt in Tätigkeit getreten. Das gewählte Blatt wird durch Tarsen und Mundtaster auf der Blattunterseite nach Schadstellen untersucht. Dabei orientiert sich der Käfer durch Tastreize in groben Umrissen über die Größe des Blattes; ein regelrechtes Ausmessen kommt aber nicht in Betracht. Ist das Blatt unbeschädigt, beginnt der Käfer sofort mit dem Anschnitt.

Diese Handlungen und alle folgenden werden nur durch Tastreize ausgelöst und durch Impulse des Zentralnervensystems über das Instinktzentrum gesteuert.

Die Bogenschnitte sind im ganzen als eine gerichtete Bewegungsweise aufzufassen, die sich aus zwei Komponenten zusammensetzt. Die erste ist starre Bewegungskoordination, die einmal ausgelöst, von selbst weiterläuft und tangential ausgerichtet ist. Sie bedarf keiner neuen exogenen Reize.

Die zweite Komponente ist eine orientierende Bewegung in zentripetaler Richtung. Beide Komponenten wirken gleichzeitig, also simultanverschränkt, so daß sich eine komplizierte bogenförmige Gesamthandlung als Resultierende ergibt.

Es soll hier nur der untere Teil des S-Schnittes näher betrachtet werden, um diese Bewegungsweise des Käfers zu veranschaulichen.

Der untere Bogen des S-Schnittes läßt sich, wie bereits gezeigt, zu einer Kreisevolute ergänzen. Nach den Gesetzen der Galilei-Newtonschen Mechanik verharrt der Körper, der durch eine Kraft in Bewegung gesetzt wurde, in einem gleichförmigen und gradlinigen Bewegungszustande ohne neue Krafteinwirkung. Das entspricht der ersten Komponente.

Geht diese Bewegung in eine andere über, so muß eine neue zusätzliche Kraft die Richtungsänderung verursacht haben. Jede Richtungsänderung ist die Folge einer Geschwindigkeitsänderung. Dabei bestimmen die Geschwindigkeitsvektoren die Größe und Richtung der diese Änderung verursachenden Kraft. Der Körper erfährt durch diese Bewegungsänderung eine Beschleunigung.

Damit ein sich gleichförmig und gradlinig bewegender Körper in eine Kreisbewegung übergeht, muß eine Kraft auf ihn einwirken, die ihn nach dem Kreismittelpunkt ausrichtet und das ist die Zentripetalkraft als zweite Komponente. Die erste Komponente wirkt tangential, die zweite radial zum Kreismittelpunkt.

Wirken beide Komponenten gleichzeitig auf den Körper ein, ergeben die ihnen entsprechenden Kräftevektoren den Kreisbogen als Resultierende.

Universitätsbibliothek Johann Christian Senckenberg
Frankfurt am Main

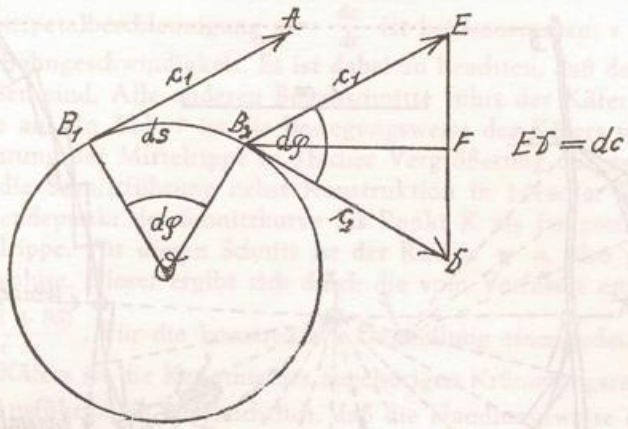


Abbildung 6. Zusammenhänge zwischen Zentrifugalkraft, Tangentialkraft und Kreisradius

Die Zentripetalkraft steht in einem bestimmten Verhältnis zur Tangentialkraft und dem Radius des Kreises, der durch ihr gleichzeitiges Zusammenwirken entsteht. Abb. 6 zeigt diese Zusammenhänge.

In zwei benachbarten Punkten B_1 und B_2 einer Kreisbahn, deren Radien den winzig gedachten Zentriwinkel φ einschließen, sind die gleichförmigen Geschwindigkeiten durch Pfeile eingezeichnet, die der absoluten Größe nach gleich sind. Um die Geschwindigkeitsänderung zu erhalten, die auf dem Wege von B_1 nach B_2 erfolgt ist, wird in B_2 die Geschwindigkeit c in ihrer ersten Richtung nochmals gezeichnet, so daß $B_2\ E \# B_1\ A$ ist. Das Vektorendreieck $B_2\ ED$ wird durch die Komponente $DE = dc$ vervollständigt.

Aus dem halben Vektorendreieck $B_2\ EF$ ergibt sich dann:

$\frac{dc}{2} = c \cdot sin\ \frac{\varphi}{2}$. Weil man für sehr kleine Winkel die Sinusfunktion durch den Winkel ersetzen darf, ist

$$\frac{dc}{2} = \frac{c d\varphi}{2} \qquad \text{(Gl. 1).}$$

Zwischen Kreisumfang und dem Zentriwinkel besteht nun die Beziehung

$$2 r \pi : 2 \pi = ds : d\varphi$$

$$d\varphi = \frac{ds}{r}$$

$$\frac{d\varphi}{2} = \frac{ds}{2r}$$

In Gl. 1 eingesetzt $\frac{dc}{2} = \frac{c \cdot ds}{2r}$

und $dc = \frac{c \cdot ds}{r}$ (Gl. 2).

Die Beschleunigung wird ausgedrückt durch den Differentialquotienten $\frac{dc}{dt}$

Universitätsbibliothek Johann Christian Senckenberg Frankfurt am Main

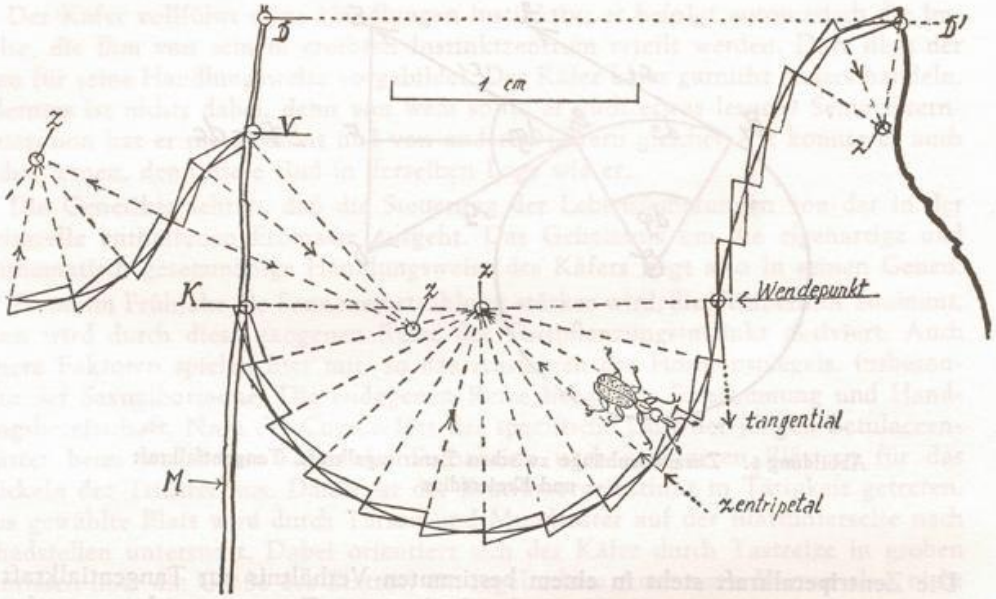


Abbildung 7. Abschnitt von Trichterblatt 9 mit den Bogenschnitten des *Deporaus betulae*

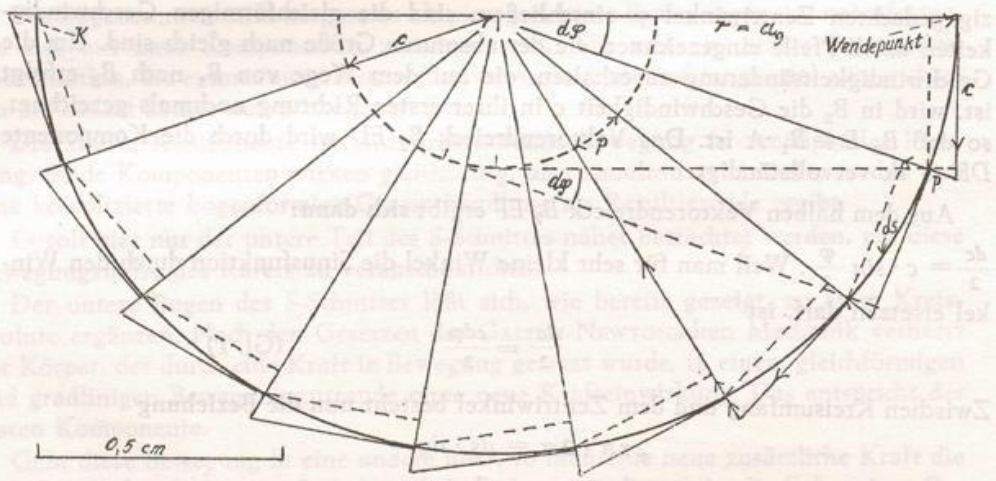


Abbildung 8. Konstruktive Darstellung der Entstehung der Bogenschnitte des *Deporaus betulae* durch simultanverschränkte Bewegungsweise am unteren Bogen des S-Schnittes.

Wird die Gleichung $dc = \frac{c \cdot ds}{r}$ nach t differenziert, also

$$\frac{dc}{dt} = \frac{c}{r} \cdot \frac{ds}{dt} \quad \text{oder da } \frac{ds}{dt} = c \text{ ist}$$

$$\frac{dc}{dt} = \frac{c^2}{r},$$

Universitätsbibliothek Johann Christian Senckenberg
Frankfurt am Main

d. h. die Zentripetalbeschleunigung $p = \frac{dc}{dt}$ ist bei konstantem r proportional dem Quadrat der Bahngeschwindigkeit. Es ist dabei zu beachten, daß der Winkel φ und t winzige Größen sind. Alle anderen Bogenschnitte führt der Käfer in derselben Bewegungsweise aus. In Abb. 7 ist die Bewegungsweise des Käfers vom Schnittbeginn bis zur Berührung der Mittelrippe in 5facher Vergrößerung dargestellt. Abb. 8 veranschaulicht die Schnittführung nebst Konstruktion in 10facher Vergrößerung und zwar vom Wendepunkt der Schnittkurve bis Punkt K als Endpunkt des S-Schnittes an der Mittelrippe. Für diesen Schnitt ist der Radius $= a$, also gleich dem Halbmesser der Evolute. Dieser ergibt sich durch die vom Verfasser entwickelte Formel: $2a = \frac{2\mathfrak{M} - (\Delta + BS)}{\pi}$. Für die konstruktive Darstellung eines jeden anderen Bogenschnittes des Käfers ist die Kenntnis des zugehörigen Krümmungsradius erforderlich.

Aus den Ausführungen ist ersichtlich, daß die Handlungsweise des Käfers genau den ihm ebenfalls genau dosierten Impulsen entspricht. Wo Abweichungen auftreten, liegt eine Störung der Impulsführung vor.

LITERATURVERZEICHNIS

Rosskothen, P.: Die Brutfürsorge des Trichterwicklers *Deporaus betulae* und seiner Verwandten. Decheniana, 116, Seite 58 u. 67 (1963).

Horion, A.: Käferkunde für Naturfreunde. Frankfurt/Main 1949.

Natzmer, G. v.: Lebensgeheimnisse der Natur. Berlin 1952.

Lengerken, H. v.: Die Brutfürsorge und Brutfürsorgeinstinkte der Käfer. 2. Auflage. Leipzig 1954.

Weber, H.: Grundriß der Insektenkunde. 3. Auflage. Stuttgart 1954.

Jordan, P.: Die Physik und das Geheimnis des organischen Lebens. Braunschweig 1947.

Anschrift des Verfassers: Felix Painta, 465 Gelsenkirchen, Bulmkerstraße 15.

Universitätsbibliothek Johann Christian Senckenberg
Frankfurt am Main

Universitätsbibliothek Johann Christian Senckenberg
Frankfurt am Main

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Decheniana

Jahr/Year: 1968

Band/Volume: 120

Autor(en)/Author(s): Painta Felix

Artikel/Article: Beitrag zur Brutfürsorge des Trichterwicklers Deporaus betulae 299-311