

XIII.

Ueber die Gesetze des Stosses, vorzüglich in
Anwendung auf den hydraulischen Stösser
(Belier hydraulique),

von

CARL CHRISTIAN LANGSDORF
in Heidelberg.

§. 1.

Die Lehre vom Stosse der Körper gehört unstreitig zu den feinsten und wichtigsten in der Mechanik. In meinem Handbuche der mechanischen Wissenschaften habe ich für harte und mehr oder minder elastische Körper (S. 407.) die allgemeine Formel angegeben:

$$G = \frac{M \cdot C - m \cdot c - m \cdot (x C + y c)}{M + m}.$$

Dabei ist

- C die Geschwindigkeit der Masse M vor dem Stosse;
- c die nach einer der C entgegengesetzten Richtung genommene Geschwindigkeit der Masse m vor dem Stosse;
- G die Geschwindigkeit der Masse M nach dem Stosse, in derselben Richtung wie C verstanden;
- x der Grad der Elasticität von M, den der vollkommenen Elasticität = 1 gesetzt;
- y der Grad der Elasticität von m.

§. 2.

§. 3.

Ungleich schwieriger ist die Bestimmung der Gesetze des Stosses für Körper, die, mehr oder weniger, flüssig, weich oder beugsam sind.

In vielen Fällen der Ausübung kann man mit dem Resultate zufrieden seyn, welches die Voraussetzung vollkommen harter Körper giebt, und schon für diesen Fall gewährt uns die obige Formel höchst wichtige Anwendungen. Es giebt sogar Fälle, wo jenes Gesetz des Stosses harter Körper auch auf alle Arten weicher und flüssiger Körper anwendbar bleibt, wenn nämlich diese Materien zwischen festen Wänden versperrt, wie in Röhren, gegen einander stossen.

§. 3.

Die Mechanik giebt uns folgenden für die Ausübung höchst wichtigen Satz:

Wenn ein Körper nach einer bestimmten Richtung mit der Geschwindigkeit C abgeworfen wird, ihm aber in dieser Richtung eine unveränderliche Kraft entgegen wirkt, vermöge der er in 1 Sek. den Weg g' durchlaufen könnte, wenn sie allein in ihn wirkte, so giebt die Gleichung

$$s = \frac{C^2}{4g'}$$

den Weg an, welchen der Körper wegen der in ihn wirkenden Kraft, mit allmählig abnehmender Geschwindigkeit durchlaufen wird, so daß am Ende dieses durchlaufenen Wegs seine Geschwindigkeit $= 0$ ist.

§. 4.

Auf §. 1 u. 3 beruht die ganze Theorie der Ramme, mit der man Pfähle in die Erde eintreibt. Es sey allgemein

die

die Masse des Rammenklotzes = P,
 — — des Pfahls = Q,
 der Widerstand des Pfahls = R,
 die Fallhöhe des Rammklotzes = H,
 die hierzu gehörige Geschwindigkeit = C,
 die Geschwindigkeit, mit welcher das Rammklotz
 sammt Pfahl im Augenblicke des Stosses tiefer
 zu sinken strebt = G,
 die Tiefe, um welche der Pfahl durch einen Schlag
 niedergetrieben wird = τ ,
 das Gewicht, welches man auf einen Pfahl noch
 auflegen müßte, damit er ohne Schlag tiefer
 sinken könnte = Z.

Man soll das Verhalten aller dieser Gröfsen gegen einander bestimmen.

Aufl. 1. Nach §. 3 ist $\tau = \frac{G^2}{4g'}$

2. Setzt man (§. 1) $M=P$, $m=Q$, $c=0$, $x=y=0$, so wird

$$G = \frac{P \cdot C}{P + Q}.$$

Auch ist $g' = \frac{R}{P + Q} \cdot g$,

unter g die Beschleunigung der natürlichen Schwere verstanden.

3. Man hat also

$$\tau = \frac{\frac{P^2 C^2}{(P+Q)^2}}{\frac{R}{4 \cdot (P+Q)} \cdot g} = \frac{P^2 C^2}{4 \cdot (P+Q) \cdot R \cdot g},$$

oder $\tau = \frac{P^2}{(P+Q) R} \cdot H.$

4. Es ist überdas, weil die Kraft P einen Theil des Widerstandes überwindet, $R=Z-P$ *); also

*) In diesem Ausdrücke gilt P als Kraft, nicht blos als Masse. Es ist aber unnöthig, dazu hier einen neuen Buchstaben einzuführen.

$$\tau = \frac{P^2}{(P+Q) \cdot (Z-P)} \cdot H.$$

5. Während dem Sinken des Pfahls bey einem Schlage wird die Anzahl der Berührungspuncte mit der Erde, durch die er durchdringt, vergrößert. Es sey die Länge des schon eingetricbenen Stücks = λ , so ist im Augenblicke des Stosses der Widerstand = $Z - P$, am Ende des vollendeten Stosses = $(1 + \frac{\tau}{\lambda}) \cdot (Z - P)$, wenn er der Anzahl von Berührungspuncten proportional gesetzt wird. Dann könnte man also das arithmetische Mittel $\frac{2\lambda + \tau}{2\lambda} \cdot (Z - P)$ anstatt $Z - P$ schreiben. Ich glaube aber, diese Correction unterlassen zu dürfen, weil im Gegentheil bey wirklicher Bewegung des Pfahls der Widerstand des Bodens etwas kleiner würde angenommen werden können.

6. Die obige Formel läßt sich nun auch so ausdrücken:

$$\tau = \frac{I}{(1 + \frac{Q}{P}) \cdot (Z - P)} \cdot P \cdot H.$$

Hieraus folgt: Die Tiefe τ nimmt in gleichem Verhältnisse mit der Fallhöhe H , aber in stärkerem Verhältnisse als das Gewicht P zu.

Man gewinnt also z. B. bey einem 8 Centner schweren Rammklotze und einer Fallhöhe von 3 Fussen mehr, als bey einem $\frac{3}{8}$ Centner schweren Rammklotze und einer Fallhöhe von 9 Fussen.

7. Aus Nro. 4 folgt auch $\tau \cdot (P + Q) \cdot (Z - P) = P^2 \cdot H$;

$$\text{also} \quad Z = \frac{P^2 \cdot H}{\tau \cdot (P + Q)} + P.$$

Diese Formel ist für den Baumeister wichtig; sie giebt das Gewicht an, mit welchem ein Pfahl beschwert werden könnte, bevor er tiefer zu sinken begänne, wenn man nur beym
Ein-

Einrammen bemerkt, wie tief ihn ein einzelner Schlag niedertreibt.

Ex. Ein Pfahl zu 14 Ctr. schwer wurde durch den letzten Schlag eines 12 Ctr. schweren Rammklotzes bey einer Fallhöhe von 3 Fuß noch um $\frac{1}{2}$ Zoll tiefer eingetrieben; wie groß wird das Gewicht seyn, womit man diesen Pfahl beschweren kann?

Hier ist $P=12$, $Q=14$, $H=36$ Zoll, $\tau=\frac{1}{2}$ Zoll; daher

$$Z = \frac{12 \cdot 36}{\frac{1}{2} \cdot (12+14)} + 12 = 45, 23 \text{ Ctr.}$$

§. 5.

Man denke sich auf den Pfahl einen compressiblen Körper gelegt, auf den das Rammklotz niederfalle; was wird jetzt für ein Erfolg Statt finden?

Der Pfahl wird nicht eher zu sinken anfangen, als bis eine Compression Statt gefunden hat, bey welcher die comprimierten Theilchen sich mit einer Kraft $=Z$ wieder auszudehnen streben. Das Klotz muß also die Theilchen bis auf eine gewisse Tiefe τ' niederdrücken, bevor der Pfahl weicht.

Während der kurzen Zeit vom Augenblicke der ersten Berührung an bis zu dem Augenblicke, da jene Theilchen um die Tiefe τ' comprimirt worden sind, leidet das Klotz in der Fortsetzung seiner Bewegung einen bedeutenden Widerstand, den ich der Tiefe des Niederdrückens proportional setzen will, weil ich ihn so bey Versuchen mit starken eisernen Federn gefunden habe. Hiernach findet also das von der Höhe H schon herabgefallene Klotz in der Tiefe $H+x$ einen Widerstand $=\frac{x}{\tau'} \cdot Z$. Es wirkt also dem Klotze P

eine verzögernde Kraft f entgegen, die $=\frac{\frac{x}{\tau'} \cdot Z}{P} = \frac{x \cdot Z}{\tau' \cdot P}$ ist.

Die verlorne Geschwindigkeit des Klotzes, nachdem es den Weg $H+x$ durchlaufen hat, gehöre der Höhe v zu, so ist

$$f:1=dv:dx \text{ oder } f=\frac{dv}{dx};$$

daher
$$\frac{xZ}{\tau'P} = \frac{dv}{dx} \text{ oder } dv = \frac{Zx dx}{\tau'P},$$

und
$$v = \frac{Zx^2}{2\tau'P} + \text{Const.}$$

Für $x=0$ ist $v=0$, also $\text{Const.}=0$, und nun vollständig

$$v = \frac{Zx^2}{2\tau'P}.$$

Für die ganze Tiefe τ' wird $x=\tau'$, also

$$v = \frac{Z(\tau')^2}{2\tau'P} = \frac{Z\tau}{2P}.$$

Folglich bleibt jetzt nur noch

$$C = 2\sqrt{g} \cdot \left(H - \frac{\tau'Z}{2P}\right).$$

Wäre z. B. $\tau' = \frac{1}{4}$ Fufs, $Z = 24P$, so wäre im obigen Falle (Ex. §. 4.)

$$C = 2\sqrt{g} \cdot \left(3 - \frac{\frac{1}{4} \cdot 24P}{2P}\right) = 0.$$

§. 6.

Setzt man nun (§. 4. No. 4) $H - \frac{\tau'Z}{2P}$ statt H , so erhält man allgemeiner

$$\tau = \frac{P^2}{(P+Q)(Z-P)} \left(H - \frac{\tau'Z}{2P}\right),$$

also $\tau=0$, sobald $\frac{\tau'Z}{2P} = H$ wird.

Da Z immer gröfser werden mufs, je tiefer der Pfahl schon eingetrieben ist, und mit der Zunahme von Z zugleich τ' gröfser werden mufs, so würde es in allen Fällen endlich kommen, dafs $\tau=0$ werden müfste, oder dafs der Pfahl bey der Falliche H und dem Gewichte P des Rammklotzes nicht tiefer eingetrieben werden könnte.

§. 7.

Eben hierauf beruht die Gröfse des Widerstandes, welchen die mit Weiden besetzten Ufer den Eisgängen entgegen zu setzen vermögen. Man muß aber in der Anwendung auf Eisgänge Z statt $Z - P$ schreiben, weil im Ausdruck $Z - P$ die Gröfse P nicht als Masse schlechthin, sondern als Gewicht oder als eine von der Schwere getriebene Masse steht, bey Eisgängen aber P in diesem Sinne nicht wirkt.

Die einzelnen Eismassen vertreten die Stelle des Rammklotzes; P bezeichnet die Gröfse ihrer Masse. Wenn die Geschwindigkeit einer Eismasse C ist, so ist $H = \frac{C^2}{4g}$; Q ist die dem Eisstosse ausgesetzte Masse, z. B. eine Mauer, ein Pfahl, ein Brückenpfeiler u. d. gl.; Z ist die Gröfse des Widerstandes. Jede Eismasse hat einen gewissen Grad der Weichheit und der Brechbarkeit, so daß der Werth von τ' dabey nicht ganz unmerklich ist, und daher auch bey sehr beträchtlichen Eismassen im Anprellen gegen harte Gegenstände $H = \frac{\tau' Z}{2P} = 0$ werden kann, welches dann der Eisstoß unschädlich macht.

Ist hingegen P sehr vielmal größer als Z, wo dann wegen der Dicke der Eismassen gewöhnlich τ' desto kleiner ist, so wird $\frac{\tau' Z}{2P}$ eine sehr kleine Gröfse, und der Werth von τ kann so bedeutend werden, daß der Eisstoß den Widerstand bey weiten übertrifft.

§. 8.

Es sey ab (Taf. VI Fig. 1) ein beugbarer Balken, hier im lothrechten Durchschnitte; M, N seyen Pfähle, die nur dann erst tiefer sinken, wenn jeder mit einem Gewicht Z beschwert wird; ein Gewicht $= 2Z$ in der Mitte v aufgelegt beuge den Balken aus cd in cmd, so daß die

Tiefe $\nu m = \tau'$ werde; man soll den Erfolg bestimmen, wenn ein Gewicht $= P$ von der Höhe H herab, auf den Balken fällt.

Aufl. Die Pfähle werden erst zu sinken anfangen, wenn das fallende Klotz den Balken bis zur Tiefe $\nu m = \tau'$ niedergebogen hat. Der Erfolg ist also derselbe, als fiele ein Klotz, dessen Gewicht $= \frac{1}{2} P$ wäre, auf einen Pfahl, den es erst auf die Tiefe τ' comprimiren müßte, bevor er zu sinken anfänge. Des Pfahls Gewicht sey nun $= Q$, das Gewicht des halben Balkens $= q$, so muß man (§. 6) $Q + q$ statt Q , und $Z - (\frac{1}{2} P + q)$ statt $Z - P$, aufser, dem aber $\frac{1}{2} P$ statt P schreiben. Dieses giebt

$$\tau = \frac{\frac{1}{4} P^2}{(\frac{1}{2} P + Q + q) \cdot (Z + \frac{1}{2} P - q)} \cdot (H - \frac{\tau' Z}{P}),$$

welches die Tiefe ist, zu der bey unverändertem Widerstande die Pfähle bey einem einzigen Stosse oder Falle des Klotzes tiefer einsinken werden.

§. 9.

Die Tiefe, bis zu der sich der Balken bengt, bevor er zerbricht, sey $= \tau''$, und das Gewicht, das, in der Mitte aufgelegt, dieses Beugen bewirkt, und bey einiger Vergrößerung das Brechen bewirken würde, sey $= Z'$, so ist der Balken gegen das Brechen bey dem Auffallen des Klotzes nur dann gesichert, wenn seine Geschwindigkeit, nachdem sich der Balken bis zur Tiefe τ'' gebogen hat, $= 0$ geworden ist, also für

$$H - \frac{\tau'' \cdot Z'}{2P} = 0.$$

Also ist die größte Höhe, von der das Klotz auf den Balken ohne Gefahr des Brechens fallen darf,

$$H = \frac{\tau'' \cdot Z'}{2P}.$$

Ist also $P = \frac{1}{2} Z$, so wird $H = \tau''$.

Wäre

Wäre $Z' = 20$ P, so wäre $H = 10.7''$. Kann sich z. B. der Balken 4 Zoll tief beugen, bevor er Anstalten zum Brechen macht, so wäre im letztern Falle $H = 10.4 = 40$ Zoll. Liefse man das Gewicht $P = \frac{1}{20} Z'$ höher als 40 Zoll hoch auf die Mitte des Balkens herabfallen, so wäre er in Gefahr zu brechen.

Es gehe z. B. ein 200 lb . schwerer Mensch über ein hohl liegendes Bret, das in seiner Mitte höchstens 400 lb . zu tragen vermöchte, bey diesem Gewichte aber sich 6 Zoll tief beugen müßte, so würde es sich, sobald der Mensch in die Mitte käme, genau genug um 3 Zoll senken, und daher noch 3 Zoll tiefer sinken können.

Der Mensch gebe sich nun durch plötzliches Niederbücken des oberen Körpers eine Geschwindigkeit C , so wäre $H = \frac{C^2}{4g}$, $1'' = 3$ Zoll, $P = 200 \text{ lb}$, Z' nur noch $= 200 \text{ lb}$ (weil das Bret schon mit $P = 200$ Pfund beschwert ist), also

$$\frac{C^2}{4g} = \frac{3 \cdot 200}{2 \cdot 200} = 1,5 \text{ Zoll.}$$

Setzt man $g = 15$ Fufs $= 180$ Zoll (Paris.), so hat man

$$C^2 = 720 \cdot 1,5 = 1080$$

$$\text{und } C = \sqrt{1080} = 33 \text{ Zoll.}$$

Bückte sich der Mensch so schnell nieder, dafs sich die Mitte des Brets mit einer Geschwindigkeit von mehr als 33 Zollen am Anfange der Bewegung niedersenkte, so käme er in Gefahr durchzubrechen.

§. 10.

Sehr behende Menschen können über Körper hinspringen, die mit demselben Gewicht nicht beschwert werden könnten, ohne zu versinken, oder zu zerbrechen. So könnte z. B. ein Mensch von 140 Pf. ohne Gefahr des Einbrechens auf ein hohl liegendes Bret springen, das nur 80 Pf. zu tragen vermöchte, wofern er nur den durch den Sprung erreichten Standpunct eher wieder verläßt, als sol-

solcher bis zu der Tiefe niedergebogen worden, über welche hinaus das Bret zu zerbrechen beginnt. So kann er über Steine, welche in sumpfigem Boden liegen, ohne Gefahr hinspringen, wenn solche gleich kaum 80 Pf. zu tragen vermöchten, ohne vollends zu versinken, wofern er nur jeden Stein eher wieder verläßt, als er bis unter die Oberfläche des Sumpfs eingedrückt werden kann.

a b, c d (Fig. 2) seyen Breter, z. B. 1 Zoll dick; das Stück b c sey so dünn, daß in der Mitte m ein nur 25pfündiger Körper durchbrechen würde; die Länge b c betrage z. B. nur 6 Zoll; k sey eine 50pfündige Kugel, die mit einer Geschwindigkeit von 10 Fuß in b ankomme, so wird solche, ohne einzubrechen, über b c wegrollen, nicht als ob der lothrechte Druck auf b c durch die schnelle Bewegung der Kugel vermindert würde, sondern weil die Kugel in $\frac{1}{20}$ Sec. schon über das Stück b c weg ist, und zum Einbeugen und Brechen längere Zeit erfordert wird.

§. 11.

Befindet sich in A B (Fig. 3) z. B. in m ein Körper $\mathfrak{P}$, in welchen nach der Richtung A B eine unveränderliche Kraft Z wirkt, so wird ihn diese als eine beschleunigende Kraft $f = \frac{Z}{\mathfrak{P}}$ von m nach B zu treiben streben, und ihm in der Zeit t eine Geschwindigkeit $c' = 2 g' t = 2 \frac{Z}{\mathfrak{P}} \cdot g t$ mittheilen. Käme er aber in m schon mit der Geschwindigkeit C von B nach A an, und wirkte von nun an nach entgegengesetzter Richtung jene Kraft Z in ihn, so wäre am Ende der Zeit t seine Geschwindigkeit nach A noch

$$c = C - \frac{2Z}{\mathfrak{P}} \cdot g t;$$

also

$$C - c = \frac{2Z}{\mathfrak{P}} \cdot g t,$$

und

$$Z = \frac{C - c}{2 g t} \cdot \mathfrak{P}.$$

Diese

Diese Gleichung giebt also die Gröſſe der bewegenden Kraft, welche einer mit der Geschwindigkeit C in Bewegung gesetzten Summe von Körpertheilchen, die sich durch $\mathfrak{P}$ ausdrücken läßt, während der Zeit t entgegen wirken muß, wenn ihre Geschwindigkeit C am Ende der Zeit t noch $= c$ seyn soll.

§. 12.

Bey strömendem Wasser im Gerinne oder auch bey einem isolirten Strahl, dem eine Fläche senkrecht entgegen gesetzt ist, giebt die Formel für Z die Gröſſe des Wasserstosses an, wofern nur die Stofsfläche groß genug ist, um den ganzen Querschnitt des in Bewegung gesetzten Wassers aufzufangen. Es sey nämlich W die Gröſſe des Wasserquerschnitts, in welchem die Wassertheilchen noch ihre durch die Stofsfläche nicht abgeänderte natürliche Geschwindigkeit C haben; die Geschwindigkeit, mit welcher die Stofsfläche dem Wasser ausweicht, sey $= c$, so können sämmtliche in der Zeit t durch W durchfließende Wassertheilchen in dem Augenblicke ihrer Berührung mit der Stofsfläche nur noch mit der Geschwindigkeit c ihre Bewegung fortsetzen.

Die Summe der Wassertheilchen, welche auf diese Weise in der Zeit t einen Theil ihrer Geschwindigkeit C verlieren, so daß solche nur noch $= c$ bleibt, ist $t \propto C W = \mathfrak{P}$, daher $\frac{\mathfrak{P}}{t} = C \cdot W$ und nun wird

$$Z = \frac{C - c}{2g} \cdot C W.$$

§. 13.

Dieses ist also die bewegende Kraft, welche der Wassermasse $C \cdot W$ entgegen wirken muß, um die Geschwindigkeit C in die c zu verwandeln. Da nun der Wasserstofs wegen des gleichförmigen Beharrungsstandes dieser bewegenden Kraft gleich seyn muß, so hat man, wenn man die Gröſſe des Stosses mit P bezeichnet,

$$\text{I. } P = \frac{C-c}{2g} \cdot C W.$$

Wird die in 1. Sec. anstossende Wassermenge mit M bezeichnet, so hat man auch

$$\text{II. } P = \frac{C-c}{2g} \cdot M.$$

Sind H, h die zu C, c gehörigen Höhen, so hat man ferner

$$P = \frac{2\sqrt{gH} - 2\sqrt{gh}}{2p} \cdot M,$$

oder

$$\text{III. } P = \frac{\sqrt{H} - \sqrt{h}}{\sqrt{g}} \cdot M.$$

Schreibt man hier $W \cdot 2\sqrt{gH}$ statt M, so hat man

$$P = \frac{\sqrt{H} - \sqrt{h}}{\sqrt{g}} \cdot W \cdot 2\sqrt{gH}$$

oder

$$\text{IV. } P = 2W \cdot (H - \sqrt{Hh}).$$

Auch für den Stofs im unbegrenzten Wasser, wie Fig. 4, gilt die allgemeine Formel

$$Z \text{ oder } P = \frac{C-c}{2gt} \cdot \mathfrak{P}.$$

Nur fehlt hierbey die Bestimmung des Werths von $\frac{\mathfrak{P}}{t}$, der vorhin für die angenommene hinlänglich grofse Stofsfläche = C. W war, wo C und W als bestimmbare Gröfsen angenommen werden konnten. Im jetzigen Falle (Fig. 4) kann zwar auch z. B. bey af die Geschwindigkeit C als bestimmbar angesehen werden; aber der Querschnitt, aus welchem sämtliche Wassertheilchen wirklich zum Stosse kommen, oder W bleibt bey dem unbegrenzten Wasser unbestimmt; ob man dafür den Querschnitt om oder den af oder irgend einen andern nehmen soll, bleibt unentschieden, folglich $\frac{\mathfrak{P}}{t}$ oder C. W eine unbekannte Gröfse, die nur in Begründung auf gewisse Hypothesen näherungsweise angegeben werden kann.

Der

Der hydraulische Stösser (Stofsheber, Belier hydraulique).

§. 14.

Eine sehr nützliche Anwendung des Wasserstosses ist die bey dem hydraulischen Stösser.

Eine Beschreibung dieser Maschine findet man in der Beschreibung und Abbildung des hydraulischen Widders (Leipz. 1806) S. 17 u. 18, und, nebst einer sehr zahlreichen Menge angestellter Versuche, in Eytelwein's Bemerkungen über die Wirkung und vortheilhafte Anwendung des Stofshebers, Berlin, 1805. Hier kann daher folgende kurze Beschreibung genügen.

Man denke sich ein Behältniß (Fig. 5) bis an a b mit Wasser angefüllt und durch beständigen Zufluß immer so angefüllt erhalten; bey c und c seyen Ventile (Klappen - oder wie hier Scheibenventile) angebracht. Die Leitröhre mn endige sich bey c in einen Windkessel M, aus dem sich eine Steigröhre fd erhebt, die auch seitwärts ausgehen und über das schief geleitet seyn könnte.

Die untere Steigröhrenmündung f liege tiefer als der Spiegel a b, so wird das Wasser sich vermöge seines Falles gleich anfänglich über die Stelle f erheben und so die Luft im Raume k k versperren, und die Ventilscheibe c wird dann zufallen. Die an der Oeffnung anliegende Ventilscheibe c sey leicht genug, um durch den Druck des Wassers in dieser Lage zu beharren, so daß jetzt alles ruhig ist.

Drückt man nunmehr die Scheibe c nieder, so strömt das Wasser durch die Ventilöffnung; die Wassermasse $\alpha\beta$ geräth in Bewegung,

wegung, und strebt diese Bewegung fortzusetzen. Die Scheibe *e*, die nur durch einen äußeren Druck herabgekommen war, steigt nun, sich selbst überlassen, wieder aufwärts und schlägt wieder an die Oeffnung an. Dagegen hat die fortgesetzte Bewegung der Wassermasse $\alpha\beta$ den Erfolg, daß die Scheibe *e* wieder erhoben wird und neues Wasser in den Windkessel einströmt und zum Theil in der Steigröhre höher hinauf steigt, bis die Scheibe *e* wieder zurückfällt. Beym Zurückfallen schlägt sie mit einiger Heftigkeit auf den Rand der Oeffnung, wodurch das Wasser unterhalb der Oeffnung einen starken Stofs empfängt, welcher ein momentanes Rückströmen des Wassers nach $\beta\alpha$ zur Folge hat. Der atmosphärische äußere Druck auf die Scheibe *e* erhält hierdurch das Uebergewicht, und die Scheibe *e* sinkt daher herab. Das Wasser fängt jetzt von neuem an, bey *e* auszuströmen; die Scheibe steigt wieder aufwärts, bis sie die Oeffnung aufs Neue verschließt, da dann das Wasser in der Leitröhre vermöge seines Bewegungsmomentes die Scheibe *e* wieder erhebt, womit der vorige Erfolg wieder eintritt, daß nämlich neues Wasser in den Windkessel einströmt, dann die Scheibe *e* wieder zurückfällt, u. s. f. So dauert nun das gegenseitige Spiel der beyden Ventilscheiben fort, bis endlich das Wasser die ihm durch die Steigröhre angewiesene größte Höhe *d* erreicht hat und dann bey *e* beständig ausströmt. Denselben Erfolg hat man auch bey den Einrichtungen Fig. 6 u. 9, wo die Ventilöffnung *e* anders angebracht ist, und Klappenventile statt der Scheibenventile bey *e* zu sehen sind. Außerdem sind zweckdienliche Federn π und ζ (Fig. 9) vorgerichtet. Auch bey *e* ist Fig. 6 ein Klappenventil angebracht, Fig. 9 aber ein Ventil eigener Art, das ich weiter unten näher beschreiben werde. Man könnte es ein prismatisches Klappenventil nennen. Hier ist nun (Fig. 6 u. 9).

- E das Sperrbehältniß,
- A das Zuflußbehältniß,
- c das Steigventil,

e das

e das Sperrventil,
 M der Windkessel,
 fd die Steigröhre,
 $\alpha\beta$ die Leitröhre (Fig. 5 ist sie $\alpha\beta + \delta c$; ich sehe aber vor
 der Hand δc als unbedeutend an),
 ax oder ve die Druckhöhe,
 ye die Förderungshöhe.

§. 15.

Um die Bedeutung der Bezeichnungen, deren ich mich in der Folge bedienen werde, jedesmal leicht aufsuchen zu können, will ich sie hier ein = für allemal angeben. Es sey nämlich

die Länge der Leitröhre $\alpha\beta$ = λ
 — — des Sperrbehältnisses = λ'
 — — des Stücks δc = λ''
 die Weite der Leitröhre $\alpha\beta$ = ω
 der zugehörige Durchmesser = d
 für das Stück δc eben so
 die Oeffnung des Steigventils = ω'
 — — — Sperrventils = ω''
 die Weite des Sperrbehältnisses im Mittel ge-
 nommen = W
 der zugehörige Durchmesser = D
 die Weite vom cylindrischen Theile des Wind-
 kessels = $\mathfrak{B}$
 der zugehörige Durchmesser = $\mathfrak{D}$
 die Förderungshöhe ye = H
 die Weite der Steigröhre = w
 ihr Durchmesser = d
 ihre Länge = l
 die Druckhöhe ax = h
 die Menge des Wassers, welches bey jedesmali-
 ger Eröffnung des Sperrventils verloren geht . = M'

die, welche in jeder Minute verloren geht . . . = M'
 die Menge des Wassers, welches bey jedesma-
 liger Eröffnung des Sperrventils in den Wind-
 kessel einströmt = M
 diese Menge für eine Minute = M .

Um soviel möglich Brüche zu vermeiden, werde ich alles in Zollen ausdrücken, wenn nicht die Anlage ziemlich ins Grofse geht.

§. 16.

Bekanntlich darf man nur das Product aus der Förderungs-
 höhe in die erhobene Wassermenge mit dem Producte aus der Fall-
 oder Druckhöhe in die verbrauchte Wassermenge dividiren, um das
 Effectsverhältnifs zu finden, das nur bey der gröfstmöglichen
 Vollkommenheit einer Maschine und nur bey Beseitigung aller Ne-
 benhindernisse = 1 seyn kann. Zur Festsetzung des richtigen Aus-
 drucks für das Effectsverhältnifs bey dieser Maschine dient folgendes;

Das Wasser steigt von e bis zur horizontalen av in der Steig-
 röhre nur vermöge der Druckhöhe ax , und das Wasser wird durch
 den Stofs über die horizontale av bis zu d hinauf nicht vermöge
 der bey e ausströmenden Wassermenge allein, sondern vermöge der
 gesammten durch die Leitröhre abfliessenden Wassermasse erhoben.
 Diese ist nun für jede einzelne Erhebung nicht = M' , sondern
 = $M + M'$, und die ganze Höhe, auf welche die Wassermenge M
 vermöge Drucks und Stosses zusammengekommen erhoben wird, ist
 nicht = vy , sondern = $ev + vy$, also nicht = $H - h'$, sondern = H .
 Bezeichnen wir also das Effectsverhältnifs mit E , so ist offenbar

$$E = \frac{M \cdot H}{(M + M') \cdot h}$$

der hierher gehörige Ausdruck *).

§. 17.

*) Es ist in der That auffallend, daß sowohl die französischen Mathematiker Bos-
 sut u. Cousin in der oben angeführten Abbildung und Beschreibung etc., als Hr.
 Eitel-

§. 17.

Um wirklich angestellte Versuche vor Augen zu haben, will ich einige aus Hrn. Eytelwein's sehr verdienstlichem Werke her-
setzen. A. Aus

Eytelwein in seiner Schrift von dem Ausdrucke für E so sprechen, als ob es bey dessen Festsetzung darauf ankomme, was uns am natürlichsten scheine. Wenn ich die eytelwein'schen Bezeichnungen in die meinigen übersetze, so scheint ihm der Ausdruck

$$E = \frac{M(H-h)}{M'h}$$

der natürlichste zu seyn (a. a. O. S. 13). Eine andere Rechnung

$E = \frac{M.H}{(M+M').h}$ ließe sich nach seiner Meinung in einem besondern Sinne genommen noch rechtfertigen. Diese Aeußerungen entsprechen nicht der Bestimmtheit, durch die sich Hr. Eytelwein sonst so vorthellhaft auszeichnet. Hier kann nicht von natürlich scheinenden Voraussetzungen die Rede seyn, sobald die Natur der Sache diejenigen Bestimmungen ausspricht, welche nothwendig zum Grunde gelegt werden müssen. Er hat gerade den unrichtigen Ausdruck gewählt. In der Vergleichung mit dem Effect eines Rades, das Pumpen betreibt, hat er keineswegs, wie er glaubt, zwey von einander verschiedene und dennoch richtige Ausdrücke für E. Es ist ein und derselbe Ausdruck. Wenn nämlich H überhaupt die ganze Förderungshöhe von der tiefsten Stelle der Pumpe bis zum Ausgusse derselben, und h die Höhe des Zuflussesgerinnes über der tiefsten Stelle des Rades, ferner M die erhobene und M' die auf das Rad benützte Wassermenge bezeichnet, so ist für beyde von ihm angenommene

Stellungen der Pumpe alleinal $E = \frac{M.H}{M'h}$, so daß jede seiner beyden Angaben durch diesen Ausdruck ausgesprochen wird, welches sich bey dem hydraulischen Stößer ganz anders verhält. Der Unterschied zwischen der Betreibung des Stösers und des Wasserrades mit der Pumpe führt auch selbst sogleich auf unseren Ausdruck für E bey dem Stößer.

Bey dem Wasserrade mit der Pumpe hängt es nämlich von unserem Willen ab, ob wir einen Theil von dem zur Betreibung des Rades gebrachten Wasser durch die Pumpe wollen auffördern lassen, oder ob die Pumpe Wasser fördern soll, das von dem, womit das Wasserrad betrieben wird, ganz abgesondert ist. Beym hydraulischen Stößer aber müssen nothwendig beyde Wassermengen $M+M'$ der Maschine zufließen, oder es muß die erhobene Wassermenge M nothwendig ein Theil der zum Betrieb der Maschine gehörigen Wassermenge seyn.

A. Aus Eytelw. IV. Tafel. Hier war

Länge der Leitröhre $42\frac{1}{2}$ rhl. Fufs, $= 510$ Zoll,

— — Steigröhre 31 F. $7\frac{3}{8}$ Z. $= 379\frac{3}{8}$ Z.

I. Beym Versuch Nro. 132 war

$\mathcal{M} = 17$ Cub. Zoll

$\mathcal{M}' = 4147$ — —

$H = 31$ F. $5\frac{1}{8}$ Z. $= 377\frac{1}{8}$ Z.

$h = 1$ F. $5\frac{1}{2}$ Z. $= 17\frac{1}{2}$ Z.

Das Sperrventil war eine Sperrscheibe,

dabey $\omega'' = 3,49$ Q. Zoll,

$\omega = 3,69$ — — ;

das Steigventil war ein Klappenventil mit einer hinlänglich weiten Oeffnung.

Die Anzahl der Schläge, welche jedes Ventil in einer Minute machte, war $= 7$.

Also 1 Schlag in $8,57$ Sec.

Hier wird $E = \frac{\mathcal{M} \cdot H}{(\mathcal{M} + \mathcal{M}') \cdot h} = \frac{644}{72870} = 0,088$.

II. Beym Versuch N. 127 war alles wie vorhin, nur

$\mathcal{M} = 65$ C. Z.

$\mathcal{M}' = 5317$ — —

$H = 31$ F. $5\frac{1}{8}$ Z. $= 377\frac{1}{8}$ Z.

$h = 2$ F. 10 Z. $= 34$ Z.

also $E = \frac{65 \cdot 377\frac{1}{8}}{5382 \cdot 34} = 0,134$;

die Anzahl Schläge in 1 Min. war 8,

also 1 Schlag in $7\frac{1}{2}$ Sec.

B. Aus Eytelw. II. Tafel.

Länge der Leitröhre $= 21\frac{3}{4}$ F. $= 261$ Z.

— — Steigröhre $= 25$ F. $= 9\frac{1}{8}$ Z. $= 309\frac{1}{8}$ Z.

$\omega'' = 5,88$ Q. Z.

$\omega = 3,69$ — — ;

wieder eine Sperrscheibe,

das Steigventil eine Klappe.

III. Beym Versuch N. 20. war

$$\mathfrak{M} = 1609 \text{ C. Z.}$$

$$\mathfrak{M}' = 3240 \text{ —}$$

$$H = 25 \text{ F. } 7 \text{ Z.} = 307 \text{ Z.}$$

$$h = 9 \text{ F. } 10\frac{1}{2} \text{ Z.} = 118\frac{1}{2} \text{ Z.}$$

$$\text{also } E = 0,861;$$

dabey 67 Schläge in 1 Min.

oder 1 Schlag in 0,9 Sec.

IV. Beym Versuch N. 39 war alles wie vorhin, nur

$$\mathfrak{M} = 39 \text{ C. Z.}$$

$$\mathfrak{M}' = 5184 \text{ —}$$

$$H = 307 \text{ Z.}$$

$$h = 18\frac{1}{4} \text{ —}$$

$$\text{also } E = 0,125;$$

dabey $13\frac{1}{2}$ Schläge in 1 Min.

also 1 Schlag in $4,44$ Sec.

C. Aus Eytelw. V. Tafel.

Länge der Leitröhre und der Steigröhre wie in der IV. Taf.

die Ventile wie in den vorhergehenden Versuchen Nro. 20 u. 39.

Auch ω und ω'' wie dort.

V. Beym Versuch N. 168 war

$$\mathfrak{M} = 104 \text{ C. Z.}$$

$$\mathfrak{M}' = 526 \text{ —}$$

$$H = 377\frac{1}{8} \text{ Z.}$$

$$h = 85 \text{ —}$$

$$\text{also } E = 0,703;$$

dabey $10\frac{1}{4}$ Schläge in Min.;

also 1 Schlag in 0,577 Sec.

VI. Beym Versuch N. 201

$$\mathfrak{M} = 570 \text{ C. Z.}$$

$$\mathfrak{M}' = 1481 \text{ —}$$

$$h = 118\frac{3}{4} \text{ Z.}$$

$$H = 377 \text{ —}$$

$$\text{also } E = 0,882;$$

dabey

dabey 80 Schläge in 1 Min.,
also 1 Schlag in $\frac{3}{4}$ Sec.

D. Aus Eytelw. I. Tafel.

VII. Beym Versuch N. 2 waren Länge der Steigröhre und der Leitröhre, ingleichen ihre Weiten und die Ventile eben so wie in den schon mitgetheilten Versuchen N. 20 und 39. Ueberdas

$$M = 863 \text{ C. Z.}$$

$$M' = 1646 \text{ —}$$

$$H = 307 \text{ Zoll}$$

$$h = 117\frac{1}{4} \text{ —,}$$

also $E = 0,900;$

dabey 66 Schläge in 1 Min.,

also 1 Schlag in 0,91 Sec.

Diese 7 Versuche, deren Resultate sehr verschieden und darum so von mir gewählt worden sind, mögen hier genügen. Man hatte demnach

$$\text{I. } M = \frac{17}{7} = 2,428 \text{ C. Z.}$$

$$\text{II. } M = \frac{65}{8} = 8,125$$

$$\text{III. } M = \frac{1609}{67} = 24,015$$

$$\text{IV. } M = \frac{30}{13\frac{1}{2}} = 2,888$$

$$\text{V. } M = \frac{104}{104} = 1,000$$

$$\text{VI. } M = \frac{570}{80} = 7,125$$

$$\text{VII. } M = \frac{863}{66} = 13,075.$$

Unter der großen Menge von Versuchen, welche uns Hr. Eytelwein mitgetheilt hat, war bey dem N. 2 (hier VII.) das Effectsverhältniß am größten, nämlich nur um $\frac{1}{16}$ kleiner, als das größtmögliche selbst bey Verschwindung aller Nebenhindernisse seyn könnte.

Es ist daher zum voraus zu erwarten, daß die Theorie, wenn die Nebenhindernisse bey Seite gesetzt werden, das Effectsverhältniß
für

für diese Maschine = 1 geben werde. Ich setze nun anfänglich noch einige Umstände bey Seite, welche bey einer vollkommenen Einrichtung wenig in Betrachtung kommen, hole aber alles nach, was auf den Effect Einfluß haben kann, und gebe so nach und nach der Theorie die größte Allgemeinheit, die man für sie fodern kann. Den Einfluß, welchen die Röhrenwände und Verengungen oder Zusammenziehungen des Wassers, bey seinem Strömen durch vorgeschriebene Oeffnungen, auf die Bewegung haben, bringe ich so in Rechnung, wie solches schon längstens von mir in meinem Handbuche der Maschinenlehre geschehen ist. Es kommt hier, wie bey allen solchen Untersuchungen, darauf an, von einem richtigen Gesichtspuncte auszugehen, und die erste Frage so abzufassen, daß wir darin schon das Ziel und die Möglichkeit, es zu erreichen, wahrnehmen. Nicht selten wird blos durch die Abfassung dieser Frage schon die Möglichkeit begründet und der Weg gebahnt.

§. 18.

Das Sperrventil sey anfänglich geöffnet, so daß das Wasser in einem gewissen Augenblick mit der Geschwindigkeit c längs der Leitröhre abfliesse; in diesem Augenblick schlage das Sperrventil plötzlich an die Oeffnung und verschliesse solche, was wird erfolgen?

1. Die Wassermasse $\lambda \omega$ wird ihre Bewegung mit dem Bewegungsmoment $c \cdot \lambda \omega$ fortzusetzen streben. Dieser Masse wirkt aber der Druck einer Wassersäule von der Höhe $H-h$ entgegen. Hieraus entsteht eine verzögernde Kraft

$$= \frac{(H-h) \cdot \omega}{\lambda \omega} = \frac{H-h}{\lambda}.$$

2. Das Steigventil muß sich nothwendig öffnen und (sein Gewicht als geringe bey Seite gesetzt) so lange geöffnet bleiben,

bis jene Kraft der Wassermasse $\lambda \omega$, wenn solche anfänglich ruhig stünde, nach und nach eine Geschwindigkeit $= -c$ beygebracht haben würde, welche die $+c$ wieder aufhebt. Die hierzu erforderliche Zeit heiße t ; die zu c gehörige Höhe sey $=v$; so ist, wenn ich den vermöge einer beschleunigenden Kraft $\frac{H-h}{\lambda}$ in der 1ten Sec. durchlaufenen Raum mit g' bezeichne, $c = 2 \cdot \frac{H-h}{\lambda} \cdot g t$; also

$$t = \sqrt{\frac{c^2}{4 \cdot \left(\frac{H-h}{\lambda}\right) \cdot g^2}}, \quad \text{oder} \quad t = \frac{\lambda}{H-h} \cdot \sqrt{\frac{v}{g}},$$

wo g bekanntlich 15,625 rhl. Fuss bezeichnet.

Es sey x' der Raum, den ein einziges Wassertheilchen in dieser Zeit längs $\alpha \beta$ durchläuft, so ist

$$x' = \frac{c^2}{4 g'} = \frac{c^2}{4 \cdot \frac{H-h}{\lambda} \cdot g},$$

folglich die durch die Oeffnung des Steigventils in den Windkessel einströmende Wassermenge bis zu hergestellter Ruhe des Wassers

$$x' \omega = -\frac{c^2 \omega}{4 g \cdot \frac{H-h}{\lambda}};$$

also

$$M = \frac{v}{H-h} \cdot \lambda \omega.$$

3. Hierbey ist aber auf die Nebenhindernisse noch nicht mitgesehen, welche das Wasser in Röhren leitet. Die Höhe, welche der Geschwindigkeit des Wassers in der Leitröhre zugehört, nachdem es darin irgend einen unbestimmten Weg x durchlaufen hat, sey $=v'$, und die ihm entgegenwirkende Kraft $=f$, so hat man vollständiger

$$f = \frac{H-h + \left(0,03 \cdot \frac{\lambda}{d} + \frac{\omega^2 - v'^2 \omega^2}{v'^2 \omega^2} + \left(\frac{\omega}{v' \omega'}\right)^2 - \left(\frac{\omega}{\omega}\right)^2\right) \cdot v'}{\lambda},$$

wo γ den Zusammenziehungscoefficient des Wassers für die beygesetzte Oeffnung bezeichnet. Dafür will ich nur zur Abkürzung, wie in meinem Handbuche der Maschinenlehre,

$$f = \frac{H - h + (M + B) \cdot v'}{\lambda}$$

setzen, so daß $M = 0,03 \cdot \frac{\lambda}{d}$ ist, woraus sich zugleich die Bedeutung von B ergibt *).

4. Ein Körper, der mit der zu v gehörigen Geschwindigkeit der Richtung der Schwerkraft entgegen geworfen wird, muß den Raum $v - v'$ durchlaufen, wenn ihm die zu v' gehörige Geschwindigkeit bleiben soll. Wenn also hier x den Raum bezeichnet, welchen die mit einer zur Höhe v gehörigen Geschwindigkeit anfänglich in Bewegung gesetzte Masse in der Leitröhre durchläuft, bis aus der gröfseren v die kleinere v' wird, so hat man die entgegen wirkende verzögernde Kraft

$$f = \frac{d(v - v')}{dx} = - \frac{dv'}{dx}.$$

Die Aenderungen von v' sind, denen von x entgegengesetzt, weil v' abnimmt, indem x gröfser wird.

5. Aus 3 und 4 hat man nunmehr

$$\frac{H - h + (M + B) \cdot v'}{\lambda} = - \frac{dv'}{dx}$$

oder

$$\frac{- \frac{1}{M + B} \cdot d\left(v + \frac{H - h}{M + B}\right)}{v' + \frac{H - h}{M + B}} = \frac{dx}{\lambda},$$

also

$$- \frac{1}{M + B} \cdot \log\left(v' + \frac{H - h}{M + B}\right) = \frac{x}{\lambda} + \text{Const.}$$

*) Ungewisheiten, die in Bestimmung der Werthe von M und B liegen, können uns hier nicht in Verlegenheit setzen, weil, wie wir sehen werden, v' allemal nur einen sehr kleinen Theil von h und um so mehr von $H - h$ ausmacht, so daß der ungewisse Theil von M und von B gar nicht zu achten ist. Wegen B s. das Ende dieser Abhandl.

Wenn nun wie vorhin v die Geschwindigkeitshöhe für das Wasser in der Leitröhre in dem Augenblick bezeichnet, da die Sperrklappe anschlägt, so hat man, für $x = 0$, $v' = v$, also

$$\text{Const.} = -\frac{x}{u + \beta} \cdot \log n. \left(v + \frac{H-h}{u + \beta} \right).$$

Dieses im letzten Ausdrucke substituirt, giebt

$$\frac{x}{u + \beta} \cdot \left(\log n. \left(\frac{H-h}{u + \beta} + v \right) - \log n. \left(\frac{H-h}{u + \beta} + v' \right) \right) = \frac{x}{\lambda}$$

oder auch

$$\frac{(u + \beta) \cdot x}{\lambda} = \log n. \frac{(u + \beta) \cdot v + H - h}{(u + \beta) \cdot v' + H - h}.$$

6. Das Steigventil schließt sich wieder, wenn alle Bewegung in der Leitröhre ein Ende hat, oder für $v' = 0$. Verlangt man also x für diesen Augenblick, oder soll sich die Formel auf den zu diesem Augenblick gehörigen Werth von x beziehen, so wird

$$\frac{(u + \beta) \cdot x}{\lambda} = \log n. \frac{(u + \beta) \cdot v + H - h}{H - h},$$

oder auch

$$\frac{(u + \beta) \cdot x}{\lambda} = \log n. \left(1 + \frac{(u + \beta) \cdot v}{H - h} \right).$$

7. Nach einigen Augenblicken öffnet sich nun wieder aus dem schon oben angegebenen Grunde die Sperrklappe; die Bewegung des Wassers in der Leitröhre beginnt aufs neue; das Sperrventil schließt sich endlich wieder, und die Höhe, welche der Geschwindigkeit des Wassers in der Leitröhre in diesem Augenblick, da das Sperrventil von neuem an die Oeffnung anschlägt, zugehört, ist die in der Formel schon gebrauchte Höhe v . Die Formel gilt für jeden Werth von v . Da nun die beschleunigende Kraft, welche das Wasser längs $\alpha\beta$ herabtreibt, allemal viel kleiner als die der natürlichen Schwere ist, und die Zeit, während der das Sperrventil offen steht, allemal sehr klein ausfallen muß, so bleibt v immer sehr vielmal kleiner als h , und um so mehr wird in der Anwendung-

wendung auf Fälle, wo $H-h$ vielmal größer als h ist, $\frac{(2l+3).v}{H-h}$ ein kleiner Bruch, so daß schon die 3te Potenz von $\frac{(2l+3).v}{H-h}$ als unbedeutend bey Seite gesetzt werden kann.

Man kann daher mit hinlänglicher Genauigkeit

$$\log n. \left(1 + \frac{(2l+3).v}{H-h} \right) = \frac{(2l+3).v}{H-h} = \frac{(2l+3)^2.v^2}{2.(H-h)^2}$$

setzen; daher sehr nahe

$$\frac{(2l+3).v}{H-h} - \frac{(2l+3)^2.v^2}{2.(H-h)^2} = \frac{(2l+3).x}{\lambda}$$

und

$$x = \frac{2(H-h).v - (2l+3).v^2}{2.(H-h)^2} . \lambda,$$

welches der Weg ist, den die Wassertheilchen in der Leitröhre während der Zeit, da das Steigventil offen steht, längs $\alpha\beta$ durchlaufen.

8. Man hat demnach, weil $M = x . \omega$ seyn muß,

$$M = \frac{(2(H-h).v - (2l+3).v^2) . \lambda \omega}{2(H-h)^2}.$$

9. Die zu diesem Abflusse erforderliche Zeit heiße t , so hat man für jede Geschwindigkeit c des längs $\alpha\beta$ abfließenden Wassers, weil die Aenderungen von c und t während der Eröffnung des Steigventils einander entgegengesetzt sind,

$$-dc = 2fg . dt.$$

Nun ist $c = 2\sqrt{g}v'$; $dc = 2.g^{\frac{1}{2}} . \frac{1}{2}v'^{-\frac{1}{2}} . dv'$

und $f = \frac{H-h + (2l+3).v'}{\lambda}$;

daher $-g^{\frac{1}{2}}.v'^{-\frac{1}{2}}dv' = 2g \frac{(H-h) + (2l+3).v'}{\lambda} . dt$

und $-dt = \frac{v'^{\frac{1}{2}} . dv' . \lambda}{(H-h + (2l+3).v') . 2g^{\frac{1}{2}}}$

Es

Es sey nun $H - h + (\mathcal{M} + \mathfrak{B}) \cdot v' = z$, so ist

$$v' = \frac{z - H + h}{\mathcal{M} + \mathfrak{B}}, \quad d v' = \frac{d z}{\mathcal{M} + \mathfrak{B}}$$

und nun
$$-d t = \frac{\lambda d z}{2 \cdot (\mathcal{M} + \mathfrak{B})^{\frac{1}{2}} \cdot g^{\frac{1}{2}} \cdot z \cdot (z - H + h)^{\frac{1}{2}}}.$$

Es sey $(z - H + h)^{\frac{1}{2}} = y$; also $z - H + h = y^2$, so wird $d z = 2 y d y$

und
$$\begin{aligned} -d t &= \frac{\lambda \cdot 2 y d y}{2 \cdot (\mathcal{M} + \mathfrak{B})^{\frac{1}{2}} \cdot g^{\frac{1}{2}} \cdot y \cdot (y^2 + H - h)} \\ &= \frac{\lambda d y}{(\mathcal{M} + \mathfrak{B})^{\frac{1}{2}} \cdot g^{\frac{1}{2}} \cdot (y^2 + H - h)}. \end{aligned}$$

Die Integration giebt

$$\begin{aligned} -t &= \frac{\lambda}{\sqrt{(\mathcal{M} + \mathfrak{B})} \cdot g} \cdot \frac{1}{\sqrt{(H - h)}} \cdot \text{Arc. tang. } y \cdot \sqrt{\frac{1}{H - h}} + \text{Const.} \\ &= \frac{\lambda}{\sqrt{(\mathcal{M} + \mathfrak{B})} \cdot g \cdot (H - h)} \cdot \text{Arc. tang. } \left((\mathcal{M} + \mathfrak{B}) \cdot v' \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{H - h}} + \text{Const.} \end{aligned}$$

Für $t = 0$ ist $v' = v$, also

$$\text{Const.} = - \frac{\lambda}{\sqrt{(\mathcal{M} + \mathfrak{B})} \cdot g \cdot (H - h)} \cdot \text{Arc. tg. } \sqrt{\frac{(\mathcal{M} + \mathfrak{B}) \cdot v}{H - h}},$$

und nun

$$t = \frac{\lambda}{\sqrt{(\mathcal{M} + \mathfrak{B})} \cdot g \cdot (H - h)} \cdot \left(\text{Arc. tg. } \sqrt{\frac{(\mathcal{M} + \mathfrak{B}) \cdot v}{H - h}} - \text{Arc. tg. } \sqrt{\frac{(\mathcal{M} + \mathfrak{B}) \cdot v'}{H - h}} \right).$$

Um die ganze Dauer des Einstromens nach erfolgtem Aufstossen des Steigventils zu bestimmen, muß man $v' = 0$ setzen. Hiernach wird die Einstömungszeit

$$t = \frac{\lambda}{\sqrt{(\mathcal{M} + \mathfrak{B})} \cdot g \cdot (H - h)} \cdot \text{Arc. tg. } \sqrt{\frac{(\mathcal{M} + \mathfrak{B}) \cdot v}{H - h}}.$$

Weil nun hier $\sqrt{\frac{(\mathcal{M} + \mathfrak{B}) \cdot v}{H - h}}$ allemal als ein kleiner Bruch angenommen werden kann, so kann man auch $\text{Arc. } \sqrt{\frac{(\mathcal{M} + \mathfrak{B}) \cdot v}{H - h}}$ statt $\text{Arc. tg. } \sqrt{\frac{(\mathcal{M} + \mathfrak{B}) \cdot v}{H - h}}$ schreiben; und weil überdas der Ausdruck $\text{Arc. } \sqrt{\frac{(\mathcal{M} + \mathfrak{B}) \cdot v}{H - h}}$ nur die Gröfse $\sqrt{\frac{(\mathcal{M} + \mathfrak{B}) \cdot v}{H - h}}$ bezeichnet, so hat man sehr nahe

$$t = \frac{\lambda}{\sqrt{(M+B) \cdot g \cdot (H-h)}} \cdot \sqrt{\frac{(M+B) \cdot v}{H-h}}$$

oder

$$t = \frac{\lambda}{H-h} \cdot \sqrt{\frac{v}{g}} \text{ wie oben (No. 2)}$$

für die ganze Dauer der jedesmaligen Einströmung in den Windkessel. Dieser Werth wird immer sehr klein ausfallen, nicht leicht über 1/2 Sec. betragen, meistens aber weniger.

10. Bezeichnen wir die beschleunigende Kraft, welche, bey wieder erfolgendem Ausflusse durch das Sperrventil, in die Wassertheilchen längs $\alpha\beta$ wirkt, mit f' , und setzen die Wassermasse von β bis zum Sperrventil bey Seite; bezeichnen wir überdas die veränderliche Höhe, welche der zunehmenden Geschwindigkeit des Wassers in der Leitröhre in irgend einem unbestimmten Augenblick zugehört, mit v'' , so wird

$$f' = h - \frac{\left(0,03 \cdot \frac{\lambda}{d} + \frac{\omega^2 - \gamma^2 \omega^2}{\gamma^2 \omega^2} + \left(\frac{\omega}{\gamma \omega''}\right)^2 - \left(\frac{\omega}{\omega}\right)^2\right) \cdot v''}{\lambda},$$

wofür ich zur Abkürzung

$$f' = \frac{h - (M+B) \cdot v''}{\lambda}$$

schreiben will. Dabey hat M denselben Werth wie No. 3, woraus sich die Bedeutung von B' von selbst giebt.

11. Um die zu v'' gehörige Geschwindigkeit in der Leitröhre zu erhalten, während das Sperrventil offen steht, müssen die Wassertheilchen längs $\alpha\beta$ einen gewissen Weg durchlaufen, den ich mit x'' bezeichnen will, und es wird

$$f' = \frac{dv''}{dx''},$$

daher

$$\frac{h - (M+B) \cdot v''}{\lambda} = \frac{dv''}{dx''}.$$

12. Man erhält daher wie oben No. 5, indem wir nur h statt $H-h$, und $-(M+B)$ statt $+(M+B)$ schreiben,

$$\frac{1}{M+B'}$$

$$\frac{1}{\mathfrak{M} + \mathfrak{B}'} \cdot \log n. \left(v'' - \frac{h}{\mathfrak{M} + \mathfrak{B}'} \right) = - \frac{x''}{\lambda} + \text{Const.}$$

Hier wird aber für $x'' = 0$ auch $v'' = v$, daher

$$\text{Const.} = \frac{1}{\mathfrak{M} + \mathfrak{B}'} \cdot \log n. - \frac{h}{\mathfrak{M} + \mathfrak{B}'},$$

und nunmehr

$$\frac{1}{\mathfrak{M} + \mathfrak{B}'} \cdot \left(\log n. \left(v'' - \frac{h}{\mathfrak{M} + \mathfrak{B}'} \right) - \log n. - \frac{h}{\mathfrak{M} + \mathfrak{B}'} \right) = - \frac{x''}{\lambda}$$

oder

$$\frac{1}{\mathfrak{M} + \mathfrak{B}'} \cdot \log n. \frac{h - (\mathfrak{M} + \mathfrak{B}') \cdot v''}{h} = - \frac{x''}{\lambda}.$$

Fällt nun das Ventil bey e wieder zu, indem das Wasser in der Leitröhre die zur Höhe v gehörige Geschwindigkeit erlangt hat, so erhält man für diesen Augenblick

$$\frac{1}{\mathfrak{M} + \mathfrak{B}'} \cdot \log n. \frac{h - (\mathfrak{M} + \mathfrak{B}') \cdot v}{h} = - \frac{x''}{\lambda}$$

oder $\log n. \left(1 - \frac{(\mathfrak{M} + \mathfrak{B}') \cdot v}{h} \right) = - \frac{x''}{\lambda} \cdot (\mathfrak{M} + \mathfrak{B}'),$

daher sehr nahe

$$- \frac{(\mathfrak{M} + \mathfrak{B}') \cdot v}{h} - \frac{(\mathfrak{M} + \mathfrak{B}')^2 \cdot v^2}{2 h^2} = - \frac{(\mathfrak{M} + \mathfrak{B}') \cdot x''}{\lambda}$$

und

$$x'' = \frac{2 h v + (\mathfrak{M} + \mathfrak{B}') \cdot v^2}{2 h^2} \cdot \lambda,$$

welches also der Raum ist, den die Wassertheilchen in der Leit-
röhre, während der ganzen Dauer des Ausströmens durch die Sperr-
öffnung, längs $\alpha \beta$ durchlaufen müssen.

13. Weil nun $M' = x'' \cdot \omega$ ist, so hat man

$$M' = \frac{2 h v + (\mathfrak{M} + \mathfrak{B}') \cdot v^2}{2 h^2} \cdot \lambda \omega.$$

14. Man hat also nunmehr

$$E = \frac{M H}{(M + M') \cdot l}$$

$$= \frac{2 \cdot (H-h) \cdot v - (M+B) \cdot v^2 \cdot \frac{\lambda \omega \cdot H}{2(H-h)^2}}{\left((2(H-h) \cdot v + (M+B) \cdot v^2) \cdot \frac{\lambda \omega}{2(H-h)^2} + (2h v + (M+B') \cdot v^2) \frac{\lambda \omega}{2h^2} \right) \cdot h}$$

oder

$$E = \frac{H - \frac{(M+B) \cdot H \cdot v}{2(H-h)}}{H - \left(\frac{(M+B) \cdot h \cdot v}{2(H-h)} - \frac{(M+B') \cdot (H-h) \cdot v}{2h} \right)}$$

Setzt man $(M+B) \cdot v$ und $(M+B') \cdot v$ bey Seite, so wird

$$E = \frac{H}{H} = 1;$$

dabey mag $\frac{h}{H}$, so klein man will, seyn.Ist $\frac{h}{H}$ sehr klein, so ist, mit Rücksicht auf die Nebenhindernisse,

$$\begin{aligned} E &= \frac{H - \frac{1}{2}(M+B) \cdot v}{H + \frac{1}{2}(M+B') \cdot \frac{v}{h} \cdot H} \\ &= \frac{1 - \frac{1}{2}(M+B) \cdot \frac{v}{H}}{1 + \frac{1}{2}(M+B') \cdot \frac{v}{h}} \end{aligned}$$

15. Setzt man die zur jedesmaligen Ausflußmenge M' gehörige Zeit $= t'$, so findet man, auf eine ähnliche Weise wie oben,

$$t' = \frac{\lambda}{h} \cdot \sqrt{\frac{v}{g}}$$

16. Oben (No. 9) war $t = \frac{\lambda}{H-h} \cdot \sqrt{\frac{v}{g}}$,

also

$$t : t' = h : (H-h).$$

Setzt man die ganze zu einem zusammengehörigen Spiel der beyden Ventile gehörige Zeit $t + t' = T$, so hat man

$$T = \left(\frac{\lambda}{H-h} + \frac{\lambda}{h} \right) \cdot \sqrt{\frac{v}{g}}$$

oder

$$T = \frac{H\lambda}{(H-h) \cdot h} \cdot \sqrt{\frac{v}{g}};$$

auch $(t + t') : t' = (h + H - h) : (H - h)$
 oder $T : t' = H : (H - h);$
 ebenso $T : t = H : h.$

§. 19.

Zur Vergleichung des für die verschiedenen Zeiten gefundenen Verhältnisses mit der Erfahrung wären genaue Beobachtungen nöthig, deren Anstellung aber großen Schwierigkeiten unterworfen ist, und keine sehr große Schärfe zulässt, so daß man bis auf einige Terzien sicher wäre. Doch verdanken wir auch hierüber Hrn. Eytelwein mehrere belehrende Versuche, wobey er sich eines sinnreichen Verfahrens bediente, um sich dem wahren Verhältnisse wenigstens sehr zu nähern. Die hierhin gehörigen Versuche findet man in seiner Schrift S. 99. Sie sind in folgendem Täfelchen enthalten. Die Versuche beziehen sich auf die Sperrscheibe.

Nro.	Werthe von h.	Werthe von H.	Werthe von λ.	Zeit T in Terzien	Zeit des Aufstei- gens.	Zeit des oberen Still- standes.	Zeit des Nieder- ganges.	Zeit des unteren Still- standes.
	Fuß, Zoll	F. Z.	F. Z.					
1	5. 10	31. 5 $\frac{1}{4}$	21. 9	62	5	10	1,4	45,6
2	9. 10	31. 5 $\frac{1}{4}$	21. 9	47	9 $\frac{1}{2}$	15 $\frac{5}{8}$	3 $\frac{1}{4}$	18 $\frac{1}{2}$
3	9. 10	31. 5 $\frac{1}{4}$	21. 9	56	9	16	4,8	26,2
4	6. 6	37. 6 $\frac{1}{4}$	42. 6	105	10	17	4	74
5	9. 5 $\frac{1}{2}$	37. 6 $\frac{1}{4}$	42. 6	74	11 $\frac{1}{2}$	15 $\frac{1}{2}$	4 $\frac{5}{8}$	42 $\frac{1}{4}$

Dabey hatte man

Nro. 1. 17 $\frac{1}{2}$ Schläge in 18 Sec.

2. 47 — — 37 —

3. 32 — — 30 —

4. 16 — — 28 —

5. 26 — — 32 —.

Die

Die Gleichung $t = \frac{h}{11} \cdot T$ giebt nun

$$\text{Nro. 1. } t = \frac{70}{377\frac{1}{4}} \cdot 62 = 11,5 \text{ Terz.}$$

$$2. \quad t = \frac{118}{377\frac{1}{4}} \cdot 47 = 14,7$$

$$3. \quad t = \frac{118}{377\frac{1}{4}} \cdot 56 = 17,5$$

$$4. \quad t = \frac{78}{450\frac{1}{4}} \cdot 105 = 18,2$$

$$5. \quad t = \frac{113\frac{1}{4}}{450\frac{1}{4}} \cdot 74 = 18,6.$$

In dem vorstehenden Täfelchen bezeichnet die Zeit des oberen Stillstandes zugleich die Werthe von t , so gut man solche zu beobachten vermochte; sie waren 10; $15\frac{1}{4}$; 16; 1; 17; $15\frac{1}{2}$. Die größte Abweichung von der theoretischen Bestimmung war die Nro. 5, wo sie aber doch nur 3 Terz. = $\frac{1}{10}$ Sec. betrug, daß es also noch zweifelhaft bleibt, ob nicht bey der Beobachtung selbst um soviel gefehlt seyn könne.

Eben so hat man die Werthe von t'

nach der Theorie 50,5; 32,3; 38,5; 86,5; 55,4,

— — Beobacht. 52; $31\frac{1}{4}$; 40; 88; $58\frac{1}{2}$.

So zeigt sich also eine sehr gute Uebereinstimmung, auch für sehr verschiedene Werthe von λ , die auch nach der Theorie auf das Verhältniß der Zeiten gar keinen Einfluß haben, wohl aber auf die Gröfse der gesammten Zeit T .

§. 20.

Ich habe bis hierhin die Betrachtung des Windkessels noch ganz bey Seite gesetzt, um die Untersuchung anfänglich mehr zu vereinfachen. Ich werde diese jetzt nachholen, und man wird finden, daß sich die Einrichtung immer so machen läßt, daß der

Windkessel mit der Steigröhre auf den Effect keinen merklichen Einfluß hat.

Die Druckhöhe, welche der Bewegung des Wassers in der Leitröhre bey Eröffnung des Steigventils entgegenwirkt, wurde bisher nur $= H - h$ angenommen, weil es immer dahin gebracht werden kann, daß man nur diese in Rechnung bringen darf, wofern die Steigröhre lothrecht in die Höhe geführt wird.

Man nehme nun die Bedeutung der Buchstaben wie oben (§. 15), so ist die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser in die Steigröhre einströmt $= \frac{M}{60 \cdot \gamma \cdot w}$; hierzu gehört eine Höhe $= \frac{M^2}{3600 \cdot \gamma^2 w^2}$,
48

welche noch zu $H - h$ hinzukommen muß.

Aber bey dieser Geschwindigkeitshöhe leidet das aufsteigende Wasser auch noch einen Widerstand, dem eine Druckhöhe $= \frac{M^2}{3600 \cdot 4 \cdot g \cdot \gamma^2 \cdot w^2} \cdot \frac{0,03 \cdot \ell}{d}$ zugehört. Folglich muß zu $H - h$ noch die Höhe $\frac{M^2}{14400 \cdot g \cdot \gamma^2 \cdot w^2} \cdot \left(\frac{0,03 \cdot \ell}{d} + 1 \right)$ hinzukommen.

Diese Höhe will ich mit $\mathfrak{H}$ bezeichnen; weil man nun $\gamma^2 w^2 = \frac{1}{2} w^4$ setzen kann, so hat man

$$\mathfrak{H} = \frac{M^2}{7200 \cdot g \cdot w^2} \cdot \left(0,03 \cdot \frac{\ell}{d} + 1 \right).$$

Die obigen Formeln erhalten also in Bezug auf diesen Umstand ihre größere Allgemeinheit, wenn man darin überall $H + \mathfrak{H} - h$ statt $H - h$ schreibt.

§. 21.

Bey lothrecht geführten Steigröhren wird nicht leicht ℓ so groß vorkommen, daß sich nicht d groß genug nehmen liefse, um dadurch $\mathfrak{H}$ in Vergleichung mit $H - h$ unbedeutend zu machen. Hingegen kann auch $\mathfrak{H}$ sehr bedeutend und sogar viel größer als $H - h$

$H - h$ werden, wenn die Steigröhre zwar zu keiner beträchtlichen Höhe, aber nach einem etwas entfernten Puncte hingeführt wird, so daß $\frac{\ell}{H}$ eine beträchtliche ganze Zahl wird; zumal wenn man dabey noch den Fehler begiege, δ klein zu nehmen.

Wäre z. B. $H = 480$ Zoll, $\ell = 36000$ Z., und nähme man hierzu eine einzöllige Steigröhre, so hätte man, $M = 1000$ Q. Z. gesetzt,

$$\mathfrak{H} = \frac{1000000}{7200 \cdot 12 \cdot 15,62 \cdot 0,785^2} \cdot \left(1 + \frac{0,03 \cdot 36000}{1}\right) \\ = 1300 \text{ Zoll.}$$

Wäre hierbey $h = 80$ Z., so müßte man $400 + 1300 = 1700$ statt 400, d. i. statt $H - h$, in den obigen Formeln setzen. Nähme man aber eine 4zöllige Steigröhre, so würde $\mathfrak{H}$ sehr nahe nur $\frac{1}{4^5}$ oder etwa nur $\frac{1}{1000}$ so groß, also beyläufig nur $= 1,3$ Zoll, also unbedeutend.

§. 22.

Die Abmessungen des Windkessels bedürfen zwar keiner sehr genauen Bestimmung; sie müssen aber doch groß genug genommen werden, um zu bewirken, daß sie durch ihre Kleinheit dem Effecte nicht nachtheilig werden. Der Hauptkörper des Windkessels ist cylindrisch; sein oberer Theil, der Deckel, der Aufsatz, die Haube, kann conisch oder gewölbt seyn.

Die Steigröhre greift bis auf eine gewisse Tiefe unter den Deckel in den cylindrischen Theil herab, die ich mit ζ bezeichnen will, vom höchsten Querschnitte des cylindrischen Theils herab gemessen.

Man mache die Einrichtung so, daß das Wasser im Windkessel schon vermöge seines natürlichen Falls wenigstens die untere Steigröhrenöffnung erreicht, und daß diese dem Steigventile so nahe als möglich gebracht werde. Wohl aber darf das Wasser im Windkessel

kessel vermöge seines natürlichen Falles auch über die untere Steigröhrenöffnung hinauf steigen.

Ich will annehmen, das Wasser erreiche gleich anfänglich vermöge seines natürlichen Falls in der Steigröhre die Höhe δ ; es liege also die untere Steigröhrenöffnung in der Tiefe δ unter dem Wasserspiegel im Zuflussschältnisse. Steigt nun das Wasser vor dem ersten Schlage im Windkessel auf die Höhe y über die untere Steigröhrenöffnung, so ist die Höhe des mit Luft angefüllten Theils des Cylinders noch $\zeta - y$, und sein cubischer Inhalt $= (\zeta - y) \cdot (\mathfrak{B} - w)$, wobey ich die Dicke der Röhrenwand bey Seite setze.

Die Federkraft der natürlichen Luft sey dem Drucke einer Wassersäule von der Höhe k gleich, so ist der Druck, den die verspernte Luft sammt dem auf die Höhe y über der unteren Steigröhrenöffnung im Windkessel stehenden Wasser gegen diese Oeffnung nach oben ausübt,

$$= \left(\frac{\zeta \cdot (\mathfrak{B} - w) + b}{(\zeta - y) \cdot (\mathfrak{B} - w) + b} \cdot k + y \right) w,$$

wo b den cub. Inhalt von der inneren Höhlung der Haube bezeichnet.

Der Gegendruck der Atmosphäre und des Wassers in der Steigröhre ist jetzt $= (k + \delta) \cdot w$. Jener muß diesem gleich seyn, also

$$\frac{\zeta \cdot (\mathfrak{B} - w) + b}{(\zeta - y) \cdot (\mathfrak{B} - w) + b} \cdot k + y = k + \delta.$$

Es sey $\frac{b}{\mathfrak{B} - w} = \varepsilon$, also $b = \varepsilon \cdot (\mathfrak{B} - w)$, so hat man

$$\frac{\zeta + \varepsilon}{\zeta - y + \varepsilon} \cdot k + y = k + \delta.$$

Käme zu der Druckhöhe δ , mit welcher das Wasser gleich anfänglich in der Steigröhre gegen ihre untere Oeffnung drückt, nach und nach noch die Höhe Δ hinzu, so müßte nothwendig auch y größer werden, und man erhält nunmehr y aus der Gleichung

$$\frac{\zeta + \varepsilon}{\zeta - y + \varepsilon} \cdot k + y = k + \delta + \Delta.$$

Hier

Hier genügt aber schon die Gleichung

$$\frac{\zeta + \varepsilon}{\zeta - y + \varepsilon} \cdot k = k + \delta + \Delta.$$

Für den Beharrungsstand der Maschine ist $\Delta = H - h + \mathfrak{H}$, so daß hier auch schlechthin Δ statt $\delta + \Delta$ geschrieben werden kann, um für die Abmessungen des Windkessels eine genügende Bestimmung zu erhalten. Dieses giebt

$$(k + \Delta) \cdot (\zeta + \varepsilon) = (k + \Delta) \cdot y = (\zeta + \varepsilon) \cdot k.$$

oder

$$\begin{aligned} y &= \frac{\Delta \cdot (\zeta + \varepsilon)}{k + \Delta} \\ &= \frac{(H + \mathfrak{H} - h) \cdot (\zeta + \varepsilon)}{k + H + \mathfrak{H} - h}. \end{aligned}$$

§. 23.

Die obige ganze Untersuchung über die Theorie dieser Maschine setzt eine Wirkung des Windkessels voraus, ohne welche die gefundenen Resultate unrichtig wären. Er soll nämlich durch die versperrte Luft den höchst wichtigen Vortheil leisten, daß bey einer neuen Eröffnung des Steigventils die in der Steigröhre enthaltene Wassermasse nicht erst von neuem in Bewegung gesetzt werden darf, sondern in der einmal erlangten Geschwindigkeit beständig beharrt, weil sonst wieder neue Kraft erforderlich wäre, um die verlorne Geschwindigkeit wieder zu ersetzen. Es darf also im Beharrungsstande der Maschine die Expansivkraft der versperrten Luft keine merkliche Aenderung leiden; folglich darf der eubische Inhalt des Theils vom Windkessel, den sie im Beharrungsstande einnimmt, sich nicht merklich ändern. Es muß daher die in 1 Sec. in dem Windkessel einströmende Wassermenge M''' immer nur einen sehr kleinen Theil von $(\zeta - y + \varepsilon) \cdot (\mathfrak{B} - w)$ ausmachen, oder der Werth von $\frac{M'''}{(\zeta - y + \varepsilon) \cdot (\mathfrak{B} - w)}$ oder der von $\frac{(k + H + \mathfrak{H} - h) \cdot M'''}{k \cdot (\zeta + \varepsilon) \cdot (\mathfrak{B} - w)}$ sehr klein seyn. Zu diesem Zwecke ist es vollkommen hinreichend, ζ , ε und $\mathfrak{B}$ so groß zu nehmen, daß

$$(k + H$$

$$\frac{(k+H+\mathfrak{H}-h) \cdot M'''}{k \cdot (\zeta + \varepsilon) \cdot (\mathfrak{B} - w)} \text{ nicht } > 0.04 \quad *)$$

werde, oder dafs

$$(\zeta + \varepsilon) \cdot (\mathfrak{B} - w) \text{ nicht } < \frac{(k+H+\mathfrak{H}-h) \cdot 25 M'''}{k}$$

werde. Weil die Wände des Windkessels desto schwächer seyn dürfen, je kleiner $\mathfrak{B}$ ist, so kann man ζ etwa $= 1,25 \cdot \delta$ oder auch $= 1,5 \cdot \delta$ nehmen.

§. 24.

1. Ich habe bisher den Einfluß, welchen das Behältniß E und das Röhrenstück $\mathfrak{D}e$ auf den Effect der Maschine haben, ganz bey Seite gesetzt, weil er sich allemal unbedeutend machen läßt, und bey einer solchen Einrichtung wie (Fig. 6 u. 9) gar nicht in Betrachtung kommt. Indessen muß man doch den Einfluß dieser Stücke auf den Effect anzugeben wissen, um die Bedingungen vollständig kennen zu lernen, unter welchen sich die Maschine ihrer größtmöglichen Vollkommenheit mehr oder weniger nähert. Wir geben hiermit unserer Theorie dieser Maschine die größte Allgemeinheit. Nehmen wir die Bezeichnungen aus (§. 15) und gehen auf (§. 18) zurück, so erhalten wir dort statt des Nenners $\lambda \omega$ den

$$\lambda \omega + \frac{\omega}{V} \cdot \lambda' \omega + \lambda'' \omega \text{ oder } \left(\lambda + \frac{\omega}{V} \lambda' + \lambda'' \right) \cdot \omega,$$

und wir können dort, soweit die Betrachtung des Steigventils fortgeht, überall $\lambda + \frac{\omega}{V} \lambda' + \lambda''$ statt λ schreiben. Der Einfluß, den das Sperrbehältniß auf die Bestimmung von $\mathfrak{A}$ hat, ist ohnehin für Null zu achten.

2. Schreiben wir nun zugleich nach §. 20 $H + \mathfrak{H} - h$ statt $H - h$, über das v statt v , so erhalten wir (§. 18. Nro. 8)

$$M =$$

*) Hrn. Eytelwein's Windkessel war nicht für alle Versuche so geräumig; doch schadete die Verminderung des Raums dem Effecte nur wenig, so daß dieser Abgang ganz bey Seite gesetzt werden kann.

$$M = \frac{(2 \cdot (H + \mathfrak{H} - h) \cdot v - (\mathfrak{U} + \mathfrak{B}) \cdot v^2) \cdot \left(\lambda + \frac{\omega}{VV} \cdot \lambda' + \lambda'' \right) \cdot \omega}{\alpha \cdot (H + \mathfrak{H} - h)^2}$$

3. Wenn nämlich v die Geschwindigkeitshöhe des Wassers in der Leitröhre beym Anstossen des Sperrventils bezeichnet, so muß man erwägen, daß jetzt die Höhe, welche der Geschwindigkeit des Wassers in der Leitröhre beym Anstossen an die Steigklappe zugehört, nicht auch mit v bezeichnet werden kann, daher wir solche jetzt mit $\mathfrak{v}$ bezeichnet haben. Schreiben wir nun zur Abkürzung L statt $\lambda + \frac{\omega}{VV} \cdot \lambda' + \lambda''$, und l statt $\lambda + \frac{\omega}{2VV} \cdot \lambda'$, so wird

$$v = \frac{l^2}{L^2} \cdot \mathfrak{v};$$

demnach, wenn wir A statt $H + \mathfrak{H} - h$ schreiben,

$$M = \frac{\left(\frac{2A \cdot l^2 \cdot \mathfrak{v}}{L^2} - \frac{(\mathfrak{U} + \mathfrak{B}) \cdot l^4 \cdot \mathfrak{v}^2}{L^4} \right) \cdot L \cdot \omega}{2A^2} \\ = \left(\frac{l^2 \mathfrak{v}}{L A} - \frac{(\mathfrak{U} + \mathfrak{B}) \cdot l^4 \mathfrak{v}^2}{2A^2 \cdot L^3} \right) \cdot \omega.$$

4. Aus §. 18. Nro. 13 giebt sich, indem wir l statt des dortigen λ schreiben,

$$M' = \frac{2h \mathfrak{v} + (\mathfrak{U}' + \mathfrak{B}') \cdot \mathfrak{v}^2}{2h^2} \cdot l \cdot \omega$$

5. Daher jetzt

$$E = \frac{M \cdot H}{(M + M') \cdot h} \\ = \frac{\left(\frac{l^2 \mathfrak{v}}{L \cdot A} - \frac{(\mathfrak{U} + \mathfrak{B}) \cdot l^4 \cdot \mathfrak{v}^2}{2A^2 \cdot L^3} \right) \cdot H}{\left(\frac{l^2 \mathfrak{v}}{L \cdot A} - \frac{(\mathfrak{U} + \mathfrak{B}) \cdot l^4 \cdot \mathfrak{v}^2}{2A^2 \cdot L^3} + \frac{2h \mathfrak{v} + (\mathfrak{U}' + \mathfrak{B}') \cdot \mathfrak{v}^2}{2h^2} \cdot l \right) \cdot h},$$

oder

$$E = \frac{H - \frac{(\mathfrak{U} + \mathfrak{B}) \cdot l^2 \cdot H \mathfrak{v}}{2A L^2}}{\frac{L}{1} \cdot (H + \mathfrak{H}) - \left(\frac{l \cdot l}{1} \cdot h + \frac{(\mathfrak{U} + \mathfrak{B}) \cdot l^2 \cdot h \mathfrak{v}}{2A \cdot L^2} - \frac{(\mathfrak{U}' + \mathfrak{B}') \cdot L \cdot A \mathfrak{v}}{2 \cdot l \cdot h} \right)}.$$

Aus dieser Formel wird die §. 18. No. 14, wenn man $\mathfrak{H} = 0$ und $l = L$ setzt.

6. Die vorstehende allgemeine Formel läßt sich auch so ausdrücken:

$$E = \frac{H - \frac{l^2}{L^2} \cdot \frac{(\mathfrak{M} + \mathfrak{B}) \cdot H \cdot v}{2 A}}{\frac{L}{1} \cdot (H + \mathfrak{H} - h) + h - \left(\frac{(\mathfrak{M} + \mathfrak{B}) \cdot l^2 \cdot h \cdot v}{2 A \cdot L^2} - \frac{(\mathfrak{M}' + \mathfrak{B}') \cdot L \cdot A \cdot v}{2 \cdot l \cdot h} \right)}.$$

Könnte man die Glieder, welche $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{M}'$, $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{B}'$ enthalten, als unbedeutend weglassen, so wäre schlechthin

$$E = \frac{H}{\frac{L}{1} \cdot (H + \mathfrak{H} - h) + h},$$

also offenbar E desto größer, je mehr sich bey bestimmten Werthen von H , $\mathfrak{H}$ und h der Quotient $\frac{L}{1}$ der 1 als seiner Gränze nähert.

Dasselbe findet aber auch noch mit Rücksicht auf die Grössen $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{M}'$, $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{B}'$ Statt. Die vortheilhafteste Einrichtung der Maschine erfordert also $\frac{\lambda}{2 \sqrt{V}} \cdot \lambda' + \lambda''$ so klein als möglich zu machen.

In dieser Hinsicht ist, besonders bey Versuchen mit nur kurzen Leit-
röhren, die Einrichtung Fig. 6 u. 9 vortheilhafter als die Fig. 5.

§. 25.

Für die Anwendung bleibt jetzt noch die wichtige Frage übrig: wie groß soll man v nehmen? Auf die Bestimmung des Effectsverhältnisses hat sie wenig Einfluß, weil sie nur in den Gliedern vorkommt, welche $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{B}'$ enthalten. Aber um für gegebene Werthe von H und h eine bestimmte Wassermenge $\mathfrak{M}$ erheben zu können, muß man §. 18. No. 8 den Werth von v wissen, der immer sehr klein ausfällt. Wir können für diese Bestimmung in den obigen Versuchen λ' und λ'' als unbedeutend bey Seite setzen;
auch

auch ist es für diesen Zweck nicht nöthig, § besonders in Rechnung zu bringen, da diese Gröfse in gedachten Versuchen nur einige Zolle ausmacht, auf die es hier, wie wir sehen werden; nicht ankommen kann. Wir behalten daher für die Vergleichung mit einigen obigen Versuchen hier die einfachere Formel §. 18. Nro. 8 bey, nämlich

$$M = \frac{(2 \cdot (H-h) \cdot r - (A+B) \cdot r^2) \cdot \lambda \omega}{2 (H-h)^2},$$

wo man A und B aus §. 18 Nro. 3 nimmt.

Ich wähle zur Anwendung zuerst den Versuch §. 17 VII. Den dort nicht bestimmten Werth von ω' setze ich $= 3$ Q. Z.

Man hatte dort $\omega = 3,69$ Q. Z., also $d = \sqrt{\frac{3,69}{0,785}} = 2,17$ Z.;

daher §. 18. Nro. 3 $A = 0,03 \cdot \frac{261}{2,17} = 3,6$.

Ich setze $\gamma^2 \omega^2 = 0,6 \cdot \omega^2$, und $(\gamma \omega')^2 = 0,5 \cdot \omega'^2$, so wird

$$B = \frac{1}{0,6} - 1 + \frac{3,69^2}{0,5 \cdot 9} - 1 \\ = 2,69;$$

demnach

$$A + B = 3,6 + 2,69 = 6,29;$$

also aus obiger Gleichung für M , weil bey diesem Versuch M 13 C. Z. betrug,

$$13 = \frac{(2 \cdot (307 - 117\frac{1}{4}) \cdot r - 6,29 \cdot r^2) \cdot 261 \cdot 3,69}{2 \cdot (307 - 117\frac{1}{4})^2} \\ = \frac{1}{189} \cdot 261 \cdot 3,69 \cdot r - \frac{6,29 \cdot 261 \cdot 3,69}{2 \cdot 189^2} \cdot r^2$$

oder

$$2457 = 963,1 \cdot r - 16,2 \cdot r^2,$$

also

$$r^2 - 60,11 \cdot r = -153,37.$$

Dieser Gleichung thun 2 Werthe von r Genüge; man findet nämlich

$$r = 30,5 \pm 27,87 \text{ Z.}$$

Es ist aber die gesammte Zeit T , in der ein Schlag geschah, $= 0,91$ Sec., also §. 18. Nro. 16

$$t' = \frac{H-h}{H} \cdot T = \frac{190}{307} \cdot 0,91 = 0,56 \text{ Sec.}$$

Da nun ein Körper, von der natürlichen Schwere getrieben, in dieser Zeit nur die zu $0,56^2 \cdot 183$ rhl. Z. gehörige Geschwindigkeit erlangt, so fällt in die Augen, daß hier, wo eine so viel geringer beschleunigende Kraft wirkt, das bejahte Zeichen nicht gebraucht werden könne; man hat daher hier

$$v = 30,5 - 27,87 = 2,63 \text{ Z.},$$

wie sich auch aus dem Werthe von M' übersehen läßt, der $= \frac{1646}{66} =$ beynahe 25 C. Z. seyn soll. Weil nämlich, hier, wo eine beschleunigende Kraft wirkt, etwa die $\frac{1}{2,6}$ von der natürlichen Schwere ist, das Wasser in der Leitröhre, um die zu 2,63 Zoll gehörige Geschwindigkeit zu erlangen, einen Weg von etwa 2,6. 2,63 oder von etwa 6,84 Zoll durchlaufen muß, und mit dieser Bewegung die Wassermenge 6,84. 3,69 = 25,2 C. Z. ablaufen würde, so stimmt dieses mit der Angabe $M' = 25$ C. Z. ganz richtig zusammen.

$$\text{Hier hat man also, für } h = 117 \text{ Zoll, nur } \frac{v}{h} = \frac{2,63}{117} = \frac{1}{44,4}.$$

Eine zweyte Anwendung sey die auf den Versuch §. 17 VI., der in Bezug auf Gröfse des Effectsverhältnisses nahe an den vorigen gränzt. Bey diesem wird

$$7,125 = \frac{(2 \cdot 258 \cdot v - 10,80 \cdot v^2) \cdot 510 \cdot 3,69}{2 \cdot 258^2}.$$

Daraus wird

$$v^2 - 7,94 \cdot v = -7,75$$

und

$$v = 1,38 \text{ Z.}; \text{ also } \frac{v}{h} = \frac{1}{86,23}.$$

Einen äußerst geringen Werth für das Effectsverhältniß gab der Versuch §. 17 I. Bey diesem wird

$$v = 33,3 - \sqrt{(33,3^2 - 30,74)} = 0,47;$$

also

$$\frac{v}{h} = \frac{0,47}{17,5} = \frac{1}{37,23}.$$

Der

Der Effect würde bey dem Versuch §. 17 VI. noch über den VII. gestiegen seyn, wenn λ und ω besser zusammengestimmt hätten. Diese Vergleichen bestätigen aufs neue, daß $\frac{v}{h}$, und um so mehr $\frac{v}{11-h}$ immer noch kleiner ist, als nöthig wäre, um ohne merklichen Fehler die obigen quadratischen Ausdrücke für die natürlichen Logarithmen annehmen zu können.

§. 26.

Setzt man $\frac{h}{\mu}$ statt v , so folgt aus §. 18. Nro. 14, daß das Effectsverhältniß desto größer wird, je größer man den Werth von μ macht. Substituirt man $\frac{h}{\mu}$ statt v , und setzt die Anzahl Schläge in 1 Min. = n , welches $\mathfrak{M} = n \cdot M$ giebt, so erhält man §. 18. Nro. 8.

$$\text{I. } \mathfrak{M} = \frac{\left(2(11-h) \cdot \frac{h}{\mu} - (\mathfrak{U} + \mathfrak{B}) \cdot \frac{h^2}{\mu^2}\right) \cdot n \lambda \omega}{2 \cdot (11-h)^2}$$

und §. 18. Nro. 13.

$$\text{II. } \mathfrak{M}' = \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{2}(\mathfrak{U} + \mathfrak{B}') \cdot \frac{1}{\mu^2}\right) \cdot n \lambda \omega;$$

also, wenn wir den gesammten Wasserzufluß mit Z , für eine Minute, bezeichnen,

$$\text{III. } Z = \frac{n \lambda \omega}{2 \mu^2} \cdot \left(\frac{2(11-h) \cdot h \mu - (\mathfrak{U} + \mathfrak{B}) \cdot h^2}{(11-h)^2} + 2 \mu + \mathfrak{U} + \mathfrak{B}'\right).$$

§. 27.

Das Product $n \lambda \omega$ hat auf das Effectsverhältniß gar keinen Einfluß, weil es im Werthe von E ganz wegfällt. Man erhält nämlich

$$E = \frac{\left(2(11-h) \cdot \frac{1}{\mu} - (\mathfrak{U} + \mathfrak{B}) \cdot \frac{h}{\mu^2}\right) \cdot \mu^2 \cdot H}{2(11-h)^2 \cdot \left(\frac{2(11-h) \cdot \mu h^2 (\mathfrak{U} + \mathfrak{B}) \cdot h^2}{(11-h)^2} + 2 \mu + \mathfrak{U} + \mathfrak{B}'\right)},$$

also

also

$$\text{IV. } \left\{ \begin{array}{l} E = \frac{(2(H-h) \cdot \mu - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}) \cdot h) \cdot H}{2\mu \cdot (H-h) \cdot h - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}) \cdot h^2 + (2\mu + \mathfrak{A} + \mathfrak{B}') \cdot (H-h)^2}; \\ \text{oder auch} \\ E = \frac{(2(H-h) \cdot \mu - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}) \cdot h) \cdot H}{2\mu \cdot (H^2 - Hh) - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}) \cdot h^2 + (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}') \cdot (H-h)^2}. \end{array} \right.$$

Wäre $\frac{h}{H}$ sehr klein, so würde beynahe

$$E = \frac{2\mu H^2}{(2\mu + \mathfrak{A} + \mathfrak{B}') \cdot H^2} = \frac{2\mu}{2\mu + \mathfrak{A} + \mathfrak{B}'},$$

also E desto größer, je größer μ ist.

§. 28.

Wenn indessen gleich das Product $n \lambda \omega$ aus dem Werthe von E ganz herausfällt, so sind doch die einzelnen Factoren desselben für das Effectsverhältniß nicht ganz gleichgültig. Es hängt nämlich die im Werthe von E vorkommende Gröfse $\mathfrak{A}$ zugleich von λ und von ω ab, weil man $\mathfrak{A} = \frac{0,03 \cdot \lambda}{d}$ hat. Um nun den zu einem bestimmten Werthe von λ gehörigen Werth von ω zu finden, muß man in der Gleichung für $\mathfrak{M}$ (vor. §. I.) diesen Werth statt $\mathfrak{A}$ setzen. So findet man $0,785 d^2$ statt ω gesetzt,

$$d^2 = \frac{h}{\mu} \cdot 0,03 \cdot \lambda \cdot d = \frac{\mu(H-h)^2 \cdot \mathfrak{M}}{0,392 \cdot n \cdot \lambda \cdot \left(2(H-h) - \frac{h}{\mu} \cdot \mathfrak{B}\right) \cdot h}$$

und daher

$$\text{V. } d = \frac{0,03 \cdot \lambda h}{4\mu \cdot (H-h) - 2\mathfrak{B}h} + \sqrt{\left(\left(\frac{0,03 \cdot \lambda h}{4\mu(H-h) - 2\mathfrak{B}h}\right)^2 + \frac{\mu(H-h)^2 \cdot \mathfrak{M}}{0,392 \cdot n \cdot \lambda h \left(2(H-h) - \frac{h}{\mu} \cdot \mathfrak{B}\right)}\right)};$$

woraus sich $\omega = 0,785 \cdot d^2$ ergibt. Offenbar gilt hier nur die bejahte Wurzel. Wären also H , h , n , λ , μ und $\mathfrak{M}$ gegeben, so ließe sich hiernach der erforderliche Durchmesser d der Leitröhre finden,

finden, da dann auch ω' und ω'' bestimmt wären, indem $\gamma \omega' = \gamma \omega'' = \omega$ genommen werden kann. Die Bestimmung von d aus dem Werthe von Z s. unten §. 33. Sämmtliche Formeln §. 26, 27 und hier (I bis V) erhalten eine grössere Allgemeinheit, wenn man darin $II + \mathfrak{H} - h$ statt $II - h$ schreibt. Ich behalte übrigens jetzt allemal die Voraussetzung bey, daß λ nicht merklich von L verschieden sey, wie es für eine richtige Anlage seyn muß.

§. 29.

Da sich ω wie d^2 verhält, und das zweyte Glied unter dem Wurzelzeichen bey weitem das Bedeutendste ist, so erhellet, daß unter sonst gleichen Umständen ω ungefähr in demselben Verhältnisse gröfser werden muß, wie $n \cdot \lambda$ kleiner wird. Weil nun Vergrößerung von ω zugleich Verminderung von $\mathfrak{A}$ zur Folge hat, so gehört es zur Vollkommenheit der Maschine, $n \cdot \lambda$ so klein zu machen, als es die Umstände gestatten. Kann man dem Producte $n \cdot \lambda$ einen bestimmten Werth geben, so ist es wieder der vollkommenen Einrichtung gemäß, λ so klein zu nehmen, als es sich thun läßt, weil hiermit der Werth von $\mathfrak{A}$ aufs neue vermindert wird. Hiermit ist dann zugleich Vergrößerung von n verbunden, welches wieder den Effect begünstigt, weil μ desto gröfser werden kann, je gröfser die Anzahl von Schlägen in 1 Min. ist.

Das Verhältniß der 3 Gröfsen μ , λ und n unter einander ergibt sich aus §. 18. Nro. 16, nämlich

$$VI. T = \frac{H \lambda}{(H - h) \cdot \sqrt{\mu g h}}.$$

Hieraus wird

$$n = \frac{60}{T} = \frac{60 \cdot (H - h) \cdot \sqrt{\mu g h}}{H \lambda},$$

also

$$VII. \lambda = \frac{60 \cdot (H - h) \cdot \sqrt{\mu g h}}{n H}.$$

Man kann nun nach §. 28. V d abermal so bestimmen, daß die Wassermenge $\mathfrak{M}$ in 1 Min. gefördert werden kann, was auch

n, μ

n , μ und λ für Werthe haben mögen; aber bey minder richtiger Wahl wird $\mathfrak{M}'$ gröfser als bey besserer Einrichtung. Darum darf man jene 3 Gröfsen nicht nach Willkühr annehmen. Vor allen Dingen mufs μ grofs genug genommen werden. Die obigen Vergleichen (S. 25) zeigen schon, dafs wir ohne Anstand in der Anwendung $\mu = 100$ voraussetzen dürfen, indem dieses allemal durch den Werth von λ erreicht werden kann, der bey allen angestellten Versuchen zu beschränkt war. Dieses giebt doch schon (S. 27)

$$E = \frac{200}{200 + 21 + 3} = \frac{1}{1 + 21 + 3}, \text{ wenn } \frac{h}{H-h} \text{ sehr klein ist. Den Werth}$$

von n können wir nicht so nach Willkühr festsetzen, weil hier vieles auf die Hand des Künstlers ankommt, um einen grofsen Werth für n zu erhalten. Um daher dem Künstler die Arbeit zu erleichtern, setze man nur $n = 15$, und berechne hiernach λ , so wird

$$\text{VIII. } \lambda = \frac{60 \cdot (H-h) \cdot \sqrt{100 \cdot g h}}{15 \cdot H} = \frac{40 (H-h) \cdot \sqrt{g h}}{H},$$

oder allgemeiner

$$\begin{aligned} \text{IX. } \lambda &= \frac{60 \cdot (H + 5 - h) \cdot \sqrt{100 \cdot g h}}{15 \cdot H} \\ &= \frac{40 \cdot (H + 5 - h) \cdot \sqrt{g h}}{H}. \end{aligned}$$

Nunmehr läfst sich aus S. 28. V, der Werth von d , also auch von ω bestimmen.

In der Ausführung mufs nun, weil man alsdann die verfertigten Röhren von der so bestimmten Röhrenweite ω gebrauchen mufs, dafür gesorgt werden, dafs $n \cdot \lambda = \frac{600 (H-h) \cdot \sqrt{g h}}{H}$ bleibe, wenigstens nicht beträchtlich kleiner, damit auch der erforderliche Werth von ω sich nicht merklich ändere.

Es kann der Hand des Künstlers gelingen, es noch früher, als λ die berechnete Gröfse beym Zusammenfügen der Röhren erlangt hat, dahin zu bringen, dafs $n \lambda$ den vorhin genannten Werth
und

und selbst noch einen größeren erlange. In diesem Falle wäre es natürlich, die Leitröhre nicht ferner zu verlängern, sondern es dabey zu belassen. Tritt aber dieser Fall nicht ein, so fährt man fort, die Leitröhre zu verlängern, bis man den so bestimmten Werth von $n\lambda$ erhält, wenn man auch λ merklich größer als nach Nr. IX nehmen müßte. Weil mit dieser vergrößerten Länge der Leitröhre zugleich ein genügender Werth von n immer leichter zu erhalten wird, indem solcher für größere Werthe von λ immer kleiner werden darf, so hat es in der Ausführung keinen Anstand, endlich dahin zu gelangen, das $n\lambda\omega$ einen Werth erhalte, der von dem berechneten nicht mehr merklich verschieden ist. Käme man auf einen Werth des Products $n\lambda\omega$, welcher größer als nach der vorstehenden Rechnung wäre, so wäre dieses ein Beweis, daß man für μ , welches in der Formel nur $= 100$ gesetzt worden ist, zum Vortheile des Effects einen größeren Werth erhalten hat, indem die Theorie es möglich läßt, μ sogar $= 120$ und noch größer zu erhalten. Der Werth $\mu = 100$ ist nur darum von mir zum Grunde gelegt worden, weil er auch ohne sehr große Länge der Leitröhre, selbst bey einem ziemlich geringen Werthe von n , wie die Formeln ergeben, erhalten werden kann, und demnach zu einem schon hinlänglich grossen Effecte führt.

§. 30.

Ex. Es sey die Druckhöhe $h = 119$ Z. gegeben; man soll in jeder Min. 570 C. Z. Wasser auf die Höhe $H = 377$ Z. erheben; wie groß muß man λ und ω machen, und wie viel Wasser muß der Maschine überhaupt zufließen?

Ich setze nach vor. §. nur $n = 15$; auch will ich anfänglich $\S$ bey Seite setzen; so erhält man (vor. §. Nr. VIII), g auf Zolle gebracht,

$$\lambda = \frac{40.258. \sqrt{12.15.625.119}}{377} = 4089 \text{ Z.}$$

also (§. 23. V), $\mathfrak{B} = 3,8$ gesetzt,

$$\begin{aligned} 0,03. \lambda. h &= 14600 \\ 4 \mu. (H-h) - 2 \mathfrak{B} h &= 102295 \\ \mu (H-h)^2. \mathfrak{M} &= 3794148000 \\ 0,392. 15. \lambda. h &= 24047. 119 \\ 2(H-h - \frac{h}{\mu}). \mathfrak{B} &= 512, \end{aligned}$$

demnach

$$\begin{aligned} d &= \frac{14600}{102295} + \sqrt{\left(\frac{14462}{102295}\right)^2 + \frac{3794148000}{24047 \cdot 512 \cdot 119}} \\ &= 0,142 + \sqrt{(0,0204 + 2,59)} \\ &= 1,75 \text{ Z.} \end{aligned}$$

also

$$\omega = 0,785 \cdot 1,75 = 2,4 \text{ Q. Z.}$$

Nummehr hat man auch

$$\mathfrak{M} = \frac{0,03. 4089}{1,75} = 70.$$

Setzen wir also nach obigen Bestimmungen $\mathfrak{B}' = 2,75$; so erhalten wir aus §. 26. II

$$\begin{aligned} \mathfrak{M}' &= \left(\frac{1}{160} + \frac{1}{2} \cdot 74 \cdot \frac{1}{10000} \right) \cdot 15 \cdot 4051 \cdot 2,29 \\ &= 2005 \text{ C. Z.} \end{aligned}$$

demnach

$$E = \frac{377 \cdot 570}{119 \cdot (570 + 2005)} = 0,701.$$

Der wirkliche Versuch gab $E = 0,882$. Der Künstler brachte es aber auch dahin, daß $n = 80$ wurde, wofür ich nur 15 angenommen habe. Beym Versuch war $n. \lambda = 80. 510 = 40800$; hier ist $n. \lambda = 15. 4089 = 61335$; daher beym Versuch $n. \lambda$ in der That noch zu klein.

Lassen wir $n. \lambda = 61335$, behalten $\omega = 2,404 \text{ Q. Z.}$ bey, und setzen nun nach und nach die Röhrenstücke zusammen, bis wir $n. \lambda$ bey nahe $= 61335$ erhalten, so dürfen wir auch einen viel größeren Werth von E erwarten. Wenn auch der Künstler bey diesem Verfahren nicht bis zu $n = 80$, sondern nur bis zu $n = 60$ gelangen sollte, so daß jetzt $\lambda = \frac{61335}{60} = 1022 \text{ Zoll}$ wäre, so hätte man

$$\mathfrak{A} = \frac{0,03 \cdot 1022}{1,75} + 17,5 \text{ also jetzt}$$

$$\mathfrak{M}' = \left(\frac{1}{100} + \frac{1}{2} 20,25 \cdot 0,0001 \right) \cdot 60 \cdot 1022 \cdot 2,404 \\ = 1621 \text{ C. Z.}$$

also

$$E = \frac{377 \cdot 570}{119 \cdot (570 + 1621)} = 0,824.$$

Jetzt wollen wir λ , $\mathfrak{M}'$ und E für die Voraussetzung, daß $n = 80$ sey, bestimmen. Wir haben nunmehr

$$\lambda = \frac{6135}{80} = 766,7,$$

wofür wir $\lambda = 767$ setzen wollen.

In der Voraussetzung, daß wir die Röhrenstücke schon für $\omega = 2,404$ Q. Z. haben fertigen lassen, wird jetzt

$$\mathfrak{A} = \frac{0,03 \cdot 760}{1,75} = 13,15;$$

$$\mathfrak{B}' \text{ bleibt} = 2,75, \text{ also } \mathfrak{A} + \mathfrak{B}' \text{ beynahe} = 16;$$

daher

$$\mathfrak{M}' = (0,01 + 8 \cdot 0,0001) \cdot 6135 \cdot 2,4 \\ = 1590 \text{ C. Z.}$$

und

$$E = 0,836.$$

Bestimmen wir aber auch ω nach unserer Formel §. 28. V, so finden wir

$$d = 1,626 \text{ Z.}; \text{ also } \omega = 0,785 \cdot 2,64 = 2,07 \text{ Q. Z.};$$

also jetzt

$$\mathfrak{A} = \frac{0,03 \cdot 767}{1,62} = 14,2; \mathfrak{B}' \text{ bleibt wie vorhin};$$

daher

$$\mathfrak{A} + \mathfrak{B}' \text{ beynahe} = 17,$$

und

$$\mathfrak{M}' = 0,0108 \cdot 6135 \cdot 2,017 = 1371;$$

folglich

$$E = \frac{377 \cdot 570}{119 \cdot (570 + 1371)} = 0,930.$$

Bey Versuch §. 17. VI war $E = 0,88$.

§. 31.

In der Anwendung auf Anlagen im Großen, wo diese Maschine für geringes Gefälle von Bächen oder Flüssen benutzt werden soll,

soll, erhält man kleinere Werthe für λn , als man ohne die vorstehende Theorie vermuthen möchte. Dieses erhellet sogleich aus dem Anblick der Formel

$$n \lambda = \frac{60 \cdot (H-h) \cdot \sqrt{\mu g h}}{H},$$

wo im Großen h z. B. 16 = 18 = 24 Zolle u. s. w. betragen kann, da vorhin $h = 119$ Z. war. Hier muß sich E dem Werthe

$$\frac{2\mu}{2\mu + \mathfrak{A} + \mathfrak{B}'} \quad \text{oder} \quad \frac{1}{1 + \frac{\mathfrak{A} + \mathfrak{B}'}{2\mu}}$$

und eben darum auch der 1 sehr nähern, wenn nur $\mathfrak{A}$ nicht sehr groß ausfällt, weil $\mathfrak{B}'$ allemal = 2,75 gemacht werden kann, und $\mathfrak{B} = 3,8$. Wir wollen zuerst eine Anwendung auf den Versuch §. 17. I machen. Bey diesem war

$$\left. \begin{array}{l} H = 377 \text{ Z.} \\ h = 17,5. \\ \mathfrak{M} = 16 \text{ C. Z.} \end{array} \right\}, \text{ also } \lambda = \frac{40 \cdot 359,5 \sqrt{187,5 \cdot 17,5}}{377} = 2185.$$

Nunmehr wird aus §. 28. V

$$\begin{aligned} d &= \frac{0,03 \cdot 2186 \cdot 17,5}{400 \cdot 359,5 - 7,6 \cdot 17,5} + \sqrt{\left(\frac{0,03 \cdot 2186 \cdot 17,5}{400 \cdot 359,5 - 7,6 \cdot 17,5} \right)^2 + \frac{359,5^2 \cdot 17 \cdot 100}{17,5 \cdot 0,392 \cdot 32790 \cdot (719 - 0,665)}} \\ &= \frac{1147,65}{143668} + \sqrt{\left(\frac{1147,65}{143668} \right)^2 + \frac{236708000}{17,5 \cdot 9232798}} \\ &+ 0,008 + \sqrt{0,000064 + 1,3597} \\ &= 0,008 + 1,166 = 1,174 \text{ Zoll.} \end{aligned}$$

Hieraus findet man

$$\mathfrak{A} + \mathfrak{B}' = \frac{0,03 \cdot 2185}{1,174} + 2,75 = 58,58;$$

daher §. 26. II

$$\begin{aligned} \mathfrak{M}' &= (0,01 + 0,0029) \cdot 15 \cdot 2185 \cdot 0,785 \cdot 1,378 \\ &= 457 \text{ C. Z.} \end{aligned}$$

und nun

$$E = \frac{17 \cdot 377}{(17 + 457) \cdot 17,5} + \frac{6409}{8295} = 0,772.$$

Beym

Beym Versuch war nur $E = 0,088$, also über 8mal kleiner. Dort war $\omega = 3,69$ Q. Z. Hier ist ω nur $= 1,082$, also noch nicht $\frac{1}{2}$ so groß als dort; dagegen war die Länge der dortigen Leitröhre nur $= 510$ Zoll, hier $= 2185$ *).

§. 32.

Ein Beyspiel zu einer Anlage im Großen sey folgendes.

Man soll bey einer Druckhöhe $h = 20$ Zoll in jeder Minute 4 C. Fufs Wasser auf eine Höhe H von 160 Fufs $= 1920$ Z. fördern. Wie viel Wasser muß der Maschine in jeder Min. zufließen, und wie groß muß man n , λ und d nehmen?

Die Länge der Steigröhre L soll 7000 Zolle betragen.

Hier

*) Ich habe später (s. unten §. 37 nahe am Ende) noch eine Bemerkung gemacht, nach welcher bey beträchtlichen Werthen von M' die Werthe von B und von B' beträchtlich größer ausfallen müssen, als ich in diesem §. angenommen habe. Es kann aber dennoch auch bey sehr bedeutenden Werthen von M' dahin gebracht werden, daß E einen so hohen Werth erhalte, als man bey einem Wasserrade mit Saug- oder Druckwerken nicht erwarten kann, wenn gleich h sehr klein in Vergleichung mit H wäre. Uebrigens muß ich hier noch bemerken, daß der

Werth von $n \lambda$ nicht immer desto größer wird, je größer $\frac{h}{H}$ ist. Wird nämlich für einen bestimmten Werth von H die Druckhöhe h als veränderlich betrachtet, so giebt sich das Maximum von $n \lambda$, wenn man

$$\frac{d(H-h) \cdot \sqrt{h}}{dh} = 0$$

setzt. Es wird daher $n \lambda$ am größten, wenn

$$h = \frac{1}{3} H$$

wird. Für diesen Fall hat man

$$n \lambda = \frac{60 \cdot (H - \frac{1}{3} H) \cdot \sqrt{\mu g \cdot \frac{1}{3} H}}{H}$$

$$= 40 \cdot \sqrt{\frac{1}{3} \mu g H};$$

oder, $\mu = 100$ gesetzt,

$$n \lambda = 400 \cdot \sqrt{\frac{1}{3} g H}.$$

Ist also h größer oder kleiner als $\frac{1}{3} H$, so wird allemal

$$n \lambda < 400 \cdot \sqrt{\frac{1}{3} g H}.$$

Hier kann die Gröfse $\mathfrak{H}$ nicht aufser Acht gelassen werden, ohne $\mathfrak{d}$ oder w vorher so genommen zu haben, dafs $\mathfrak{H}$ bey Seite gesetzt werden darf. Man hat aber §. 20

$$\begin{aligned}\mathfrak{H} &= \frac{16.1728^2}{7200.1875.w^2} \cdot \left(\frac{0,03.7000}{\mathfrak{d}} + 1 \right) \\ &= \frac{1728^2}{45.1875.w^2} \cdot \left(\frac{0,03.7000}{\mathfrak{d}} + 1 \right).\end{aligned}$$

Um diese Hindernifshöhe möglichst zu verkleinern, darf man nur $\mathfrak{d}$ grofs genug nehmen, und so könnte man auch hier $\mathfrak{H}$ unbedeutend machen, wenn man die Steigröhre im Durchmesser 12zöllig nähme. In Rücksicht auf Kostenersparung, deren Gränze in jedem einzelnen Falle gleichfalls gegeben ist, will ich zuerst $\mathfrak{d} = 6$ Z. annehmen, so wird $w = 28,26$ Q. Z. und

$$\mathfrak{H} = 0,044.36 = 1,58 \text{ Z.}$$

Weil nun auch noch für $\mathfrak{d} = 3$ Zoll, welches eine bedeutende Kostenersparung giebt, erst

$$\mathfrak{H} = 2^4.0,044.(2.35+1) = 51 \text{ Z.}$$

giebt, so will ich hier

$$\mathfrak{d} = 3 \text{ Z., also } w = 7,065 \text{ Q. Z.}$$

beybehalten.

Nunmehr setze ich $n = 15$, so wird §. 29. IX

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{40.(1920+51-20).\sqrt{187.5.20}}{1920} \\ &= 2487 \text{ Z.}\end{aligned}$$

Die Gleichung §. 28. Nr. V giebt jetzt

$$\mathfrak{d} = 47,4 \text{ Z., also } w = 0,785.47,4^2 = 1763 \text{ Q. Z.}$$

Hierzu würde ein bedecktes parallelepipedisches Gerinne zu 20 Zoll tief und 88,15 Zoll breit erforderlich seyn.

Aus §. 26. II wird nun ferner

$$\begin{aligned}\mathfrak{M} &\equiv (0,01 + \frac{1}{2} \left(\frac{0,03.\lambda}{\mathfrak{d}} + 2,75 \right) 0,0001). 15.2487.1763 \\ &= 0,01018.65742270 = 669256 \text{ C. Z.} \\ &= 387 \text{ C. Fufs für eine Minute.}\end{aligned}$$

Folg-

Folglich werden in jeder Sec. $\frac{M+M'}{60} + \frac{391}{60} = 6,51$ C. F. Wasser für die Maschine erfordert. Dabey findet man

$$E = \frac{M \cdot H}{(M+M') \cdot h} = \frac{15 \cdot 1921}{6,51 \cdot 20} = \frac{128}{130} = 0,984.$$

Jetzt ist noch die Bestimmung der Abmessungen für den Windkessel übrig. Nach §. 23 soll

$$(\zeta + \varepsilon) \cdot (\mathfrak{B} - w) \text{ nicht } < \frac{(k + H + h - h) \cdot 25 M'''}{k}$$

seyn. Hier ist $M''' = \frac{4}{60}$ C. F.; also, alles in Füßen ausgedrückt, die Größe zur Rechten

$$= \frac{(32 + 160 + 3,58 - 1,66) \cdot 25 \cdot 4}{32 \cdot 60} \\ = 10 \text{ C. F.}$$

Ich nehme nun $\zeta = 1,25 \cdot \mathfrak{D}$; $\varepsilon = \frac{1}{2} \mathfrak{D}$; also $\varepsilon + \zeta = 1,416 \cdot \mathfrak{D}$. Es ist ferner $\mathfrak{B} = 0,785 \cdot \mathfrak{D}^2$, $w = 28,26 \text{ Q. Z.} = 0,196 \text{ Q. Fufs.}$ Demnach soll

$$1,416 \cdot \mathfrak{D} \cdot (0,785 \cdot \mathfrak{D}^2 - 0,196) \text{ nicht } < 10$$

seyn; oder

$$\mathfrak{D}^3 - 0,249 \cdot \mathfrak{D} \text{ nicht } < 9.$$

Dieser Foderung thut schon $\mathfrak{D} = 2,2$ Fufs vollkommen Genüge. Man hätte also nunmehr auch

$$\zeta = 2,75 \text{ F. } \varepsilon = 0,37 \text{ F.}$$

Macht man die Haube conisch, so kann man sie bis zur Spitze 16 Zoll hoch machen, und dann zum Einlassen der Steigröhre sie gehörig abstülpen. Unterhalb der unteren Steigröhrenöffnung kann zwischen ihr und dem Ventile ein 9 Zoll hoher Zwischenraum seyn, so dafs die ganze Höhe vom cylindrischen Theile des Windkessels $2,75 + 0,75 = 3,5$ Fufs betrüge.

Ich habe der Rechnung geflissentlich ihren einfachen Gang lassen wollen, um dabey bemerken zu lassen, wie man bey der Anordnung des Ganzen oft am Ende auf Resultate geführt werden könne,

könne, die sich nicht so beybehalten lassen. Denn es geht nicht an, ω' oder die Gröfse der Oeffnung im Steigventile $= \omega = 1763$ Q. Z. oder $= 12,2$ Q. F. machen zu wollen. Die Bodenfläche des Windkessels $\mathfrak{B}$ ist sehr nahe $= 3,8$ Q. Fufs; also wäre der Raum bey weiten nicht hinlänglich, um ein so groses Ventil anzubringen. Um indessen die Ventilöffnung ω' nicht zu sehr zu verkleinern, kann man $\omega' = 3$ Q. Fufs machen, und zu dem Ende $\mathfrak{D}$ etwa $= 2,6$ Fufs nehmen. So wird jetzt

$$\mathfrak{M}' = (0,01 + \frac{0,03 \cdot \lambda}{2. d. 10000} + 0,0022) \cdot 65854635 \text{ C. Z.}$$

$$= 808363 \text{ C. Z.} = 467,8 \text{ C. F.};$$

also die in 1 Sec. erforderliche Wassermenge

$$\frac{\mathfrak{M} + \mathfrak{M}'}{60} = \frac{471,8}{60} = 7,84 \text{ C. F.},$$

und jetzt

$$E = \frac{\frac{1}{15} \cdot 1920}{7,84 \cdot 20} = \frac{1920}{2354} = 0,81,$$

welches noch immer ein sehr bedeutender Nützeffect ist *). Auf den Werth von d hat diese Abänderung keinen merklichen Einfluß.

§. 33.

Wir wollen noch eine Anwendung auf einen Fall machen, wie er etwa bey Wiesenwässerungen vorkommen könnte. Ich hole hier zugleich eine Aufgabe nach, welche zur Ergänzung des 28. §. dient. Nämlich:

Es sey die gesammte Wassermenge Z gegeben, welche in jeder Minute für die Maschine benutzt werden kann, nebst der Druckhöhe h und der Förderungshöhe H ; wie groß muß man λ und d nehmen, und wie viel Wasser wird die Maschine in jeder Minute auffördern?

Aufl.

*) Ein unterschlächtiges Wasserrad mit einem Druckwerke gäbe noch nicht $E = 0,2$.

Aufl. Zur Beantwortung dient uns §. 26. Man hat nämlich

$$\begin{aligned} \frac{2\mu^2 \cdot (H-h)^2}{n\lambda} \cdot Z &= \left(2 \cdot (H-h) \cdot h\mu + (2\mu + \mathfrak{B}') \cdot (H-h)^2 \right) \cdot 0,785 \cdot d^2 - h^2 \mathfrak{B} \cdot 0,785 \cdot d^2 \\ &\quad + \left((H-h)^2 - h^2 \right) \cdot \frac{0,03 \cdot \lambda}{d} \cdot 0,785 \cdot d^2 \\ &= \left(2 \cdot (H-h) \cdot h\mu + (2\mu + \mathfrak{B}') \cdot (H-h)^2 - \mathfrak{B} h^2 \right) \cdot 0,785 \cdot d^2 \\ &\quad + \left((H-h)^2 - h^2 \right) \cdot 0,03 \cdot 0,785 \cdot \lambda \cdot d, \end{aligned}$$

oder

$$\frac{84,026 \cdot \mu^2 \cdot (H-h)^2}{n\lambda} \cdot Z = \left(2 \cdot (H-h) \cdot h\mu + (2\mu + \mathfrak{B}') \cdot (H-h)^2 - \mathfrak{B} h^2 \right) \cdot \frac{d^2}{0,03} + (H^2 - 2Hh) \cdot \lambda \cdot d.$$

Ich setze nun die in Z multiplicirte Gröfse $= n$, die in $\frac{d^2}{0,03}$ multiplicirte $= M$, so hat man

$$n \cdot Z = \frac{M}{0,03} \cdot d^2 + (H^2 - 2Hh) \cdot \lambda \cdot d,$$

also
$$d^2 + \frac{0,03 \cdot (H^2 - 2Hh) \cdot \lambda}{\mathfrak{Z}} \cdot d = \frac{0,03 \cdot n \cdot Z}{\mathfrak{Z}}$$

und daher

$$d = - \frac{0,015 \cdot (H^2 - 2Hh) \cdot \lambda}{\mathfrak{Z}} \pm \sqrt{\left(\frac{0,015^2 \cdot (H^2 - 2Hh)^2 \cdot \lambda^2}{\mathfrak{Z}^2} + \frac{0,03 n Z}{\mathfrak{Z}} \right)}.$$

Den Werth von λ nehmen wir aus §. 29 und die Werthe von M und M' geben sich aus §. 26.

§. 34.

Es soll aus einem Bach, der in jeder Minute 280 C. F. Wasser hergeben kann, bey einer Druckhöhe $h = 3$ Fufs, zur Wiesenbewässerung soviel Wasser, als durch eine solche Maschine geschehen kann, auf die Höhe von 13 Fufs gefördert werden; wie grofs muß man λ und ω nehmen, und wie viel Wasser kann in jeder Minute aufgefördert werden?

Ich setze $n = 15$ und nehme nun aus §. 29. VIII, weil $\mathfrak{H}$ unbedeutend gemacht werden kann,

$$\lambda = \frac{40 \cdot 10 \cdot \sqrt{15 \cdot 6 \cdot 3}}{13} = 210 \text{ F.}$$

Wir finden nunmehr im vor. §.

$$\pi = \frac{84,926 \cdot 10000 \cdot 100}{15 \cdot 210} = 26960$$

$$\lambda = 20 \cdot 3 \cdot 100 + (200 + 2,75) \cdot 100 - 3,8 = 26241$$

$$\frac{0,015 \cdot (H^2 - 2 H h) \cdot \lambda}{2} = \frac{286}{26241};$$

daher

$$d = -\frac{286}{26241} + \sqrt{\left(\frac{286}{26241}\right)^2 + \frac{0,03 \cdot 26960 \cdot 280}{26241}}$$

$$= 2,927 \text{ Fufs,}$$

und nun

$$s = 0,705 \cdot 2,927^2 = 0,785 \cdot 8,58 \text{ Q. F.} = 6,72 \text{ Q. F.}$$

Jetzt wird

$$\mathfrak{M} = \frac{(2 \cdot 10 \cdot 0,03 - (\frac{0,03 \cdot 210}{2,93} + 3,8) \cdot 0,0009) \cdot 15 \cdot 210 \cdot 0,785 \cdot 8,58}{200}$$

$$= 63,08 \text{ C. F.}$$

folglich

$$\mathfrak{M}' = 280 - 63,08 = 216,92 \text{ C. F.};$$

daher ist $n \lambda s = 21168$.

Berechnet man $\mathfrak{M}'$ nach §. 26. II besonders, so findet man

$$\mathfrak{M}' = \left(0,01 + \left(\frac{0,03 \cdot 210}{5,87} + 1,37\right) \cdot 0,0001\right) \cdot 21168$$

$$= 216 \text{ C. F.,}$$

so dafs $\mathfrak{M} + \mathfrak{M}' = 63,08 + 216 = 279,08 \text{ C. F.}$ statt 280 herauskäme, welches für so mannigfaltige Berechnungen ein unbedeutender Unterschied ist.

Zur Ausgleichung können wir

$$\mathfrak{M} = 63 \text{ C. F. und } \mathfrak{M}' = 217 \text{ C. F.}$$

setzen. Hiernach wird nun

$$E = \frac{63 \cdot 13}{280 \cdot 3} = \frac{819}{840} = 0,975.$$

Es tritt aber auch hier wieder der Umstand ein, dafs man ω' und ω'' beträchtlich kleiner annehmen mufs, als diese Berechnungen voraussetzen, z. B. nur $\frac{1}{4}$ so grofs. Hierdurch werden ω'^2 und ω''^2 16mal verkleinert, also $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{B}'$ 16mal vergrössert. Wir erhalten daher jetzt für denselben Werth von ω

$$\mathfrak{M} = \frac{(0,6 - (2,25 + 16 \cdot 3,8) \cdot 21168)}{200}$$

$$= 57 \text{ C. F.}$$

Aber jetzt wird auch α sehr genau in dem Verhältnisse 57:63 kleiner; es bleibt daher nur noch

$$\mathfrak{M} = \frac{57}{63} \cdot 57 = 51,5 \text{ C. F.},$$

und hiernach

$$\mathfrak{M}' = 280 - 51,5 = 228,5 \text{ C. F.},$$

also

$$E = \frac{51,5 \cdot 13}{280 \cdot 3} = 0,797.$$

§. 35.

Sowohl die französischen Mathematiker Bossut und Cousin als Eytelwein haben in den angeführten Schriften aus den Resultaten ihrer Versuche den Schluß gezogen, daß der hydraulische Stösser für kleine Werthe von $\frac{h}{H}$ nur wenig leiste. Eytelwein giebt sogar die Formel

$$E \equiv 1,12 - 0,2 \sqrt{\frac{H-h}{h}},$$

so lange $\frac{H-h}{h}$ zwischen 1 und 20 falle (a. a. O. S. 92). Es ist aber aus der hier vorgetragenen Theorie offenbar, daß auch für sehr kleine Werthe von $\frac{h}{H}$ noch

$$E = \frac{1 - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}) \cdot \frac{v}{2H}}{1 + (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}) \cdot \frac{v}{2h}} \quad (\S. 18. \text{Nr. 14})$$

werden müsse. Wenn nun bey einem kleinen Werthe von $\frac{h}{H}$ auch n klein ist, so erhält das Wasser in der Leitröhre zwischen zwey Schlägen Zeit genug, eine Geschwindigkeit zu erreichen, für welche $\frac{v}{h}$ kein sehr kleiner Bruch mehr ist, wenn dabey λ nicht groß genug genommen wird, wie solches bey allen uns mitgetheilten Versuchen, bey kleinen Werthen von $\frac{h}{H}$, der Fall war. Dann muß freylich der Werth von

$$E = \frac{1 - (M + B) \cdot \frac{v}{2H}}{1 + (M + B) \cdot \frac{v}{2h}}$$

ziemlich klein ausfallen. Es liegt daher nicht in der Natur der Maschine, sondern in nicht zusammenpassenden Werthen von λ , ω und n , daß bey kleinen Werthen von $\frac{h}{H}$ die Werthe E in den mitgetheilten Versuchen so gering ausfielen. Man sehe oben §. 31. Eben darum geht es auch nicht an, blos aus Resultaten so beschränkter Versuche, bey welchen nie λ über 510 Zoll betrug, allgemeine Formeln für E ableiten zu wollen.

§. 36.

Ich muß hier noch ein Urtheil beyfügen, das die vortreflichen französischen Mathematiker Bossut und Cousin in der oben angeführten Abbild. u. Beschreib. etc. S. 22 zum Nachtheil dieser Maschine ausgesprochen haben:

„ — — — Nimmt man also an, daß der hydraulische „Widder für den ersten Fall (für einen kleineren Werth von „ H) die erforderlichen Abmessungen habe, so wird er sie darum „nicht auch für den zweyten Fall (für einen größeren Werth „von H) haben, ein Nàchtheil, welchem die hydraulischen Räder nicht unterworfen sind.“

Es ist unbegreiflich, wie Mathematiker von diesem Range sich einen solchen Ausspruch erlauben konnten.

Man denke sich doch ein Druckwerk in Verbindung mit einem unterschlächtigen Rade in der erforderlichen Vollkommenheit für die Förderungshöhe von 40 Fuß eingerichtet. Jetzt verlangt man, es soll die Maschine das Wasser auf eine Höhe von 160 Fuß erheben, so wird das Rad nicht nur bey weiten nicht mehr den größtmöglichen Effect eines unterschlächtigen Rades, sondern es wird gar nichts mehr leisten. Man muß jetzt

ent-

entweder ein neues Druckwerk mit Stiefeln von kleinerem Durchmesser oder ein neues Wasserrad von größerem Durchmesser anlegen, und nach Beschaffenheit des schon vorhandenen Wasserrades können beyde Aenderungen zugleich nothwendig werden. Dieselbe Bewand muß hat es auch mit einem oberflächlichen Wasserrade, wo das neue zwar nicht höher, aber bey weiten breiter als das erste seyn, und überdas auch wohl neue engere Stiefel angebracht werden müßten. Und ein ähnlicher Erfolg muß nothwendig auch bey dem hydraulischen Stösser eintreten, also ein Nachtheil, den er mit den hydraulischen Rädern gemein hat.

§. 37.

Um auf die wahre Beschaffenheit dieser Maschine aufmerksam zu machen, und nichts dabey zu übersehen, was zu ihrer genauen Kenntniß gehört, muß ich hier noch auf einen Umstand hinweisen, welcher der Anwendung der vorstehenden Theorie entgegen zu seyn scheint. Die gewöhnlichen Klappenventile haben nämlich das Nachtheilige, daß bey Erhebung derselben das Wasser von Augenblick zu Augenblick einen immer freyeren Durchgang findet. Beym Rückfallen ist es umgekehrt. Dieses scheint einer Foderung entgegen zu seyn, die bey der vollkommenen Einrichtung dieser Maschine als unnachlässlich zum Grunde liegt.

Es muß nämlich bey der vortheilhaftesten Einrichtung dieser Maschine dafür gesorgt seyn, daß die Geschwindigkeit des Wassers in der Leitröhre, bey welcher die Sperrklappe zuschlägt, und deren zugehörige Höhe ich oben $= \frac{h}{100}$ gesetzt habe, gerade so groß sey, als sie durch den Wasserverlust M' bey jedem Schläge erlangt werden kann.

Zu dieser wichtigen Foderung gehört, daß das Wasser während des Ausflusses keinen Augenblick seine Bewegung in der Leitröhre fortsetze, ohne daß seine Geschwindigkeit gleichförmig beschleunigt zu werden fortfahre; d. h. wenn ein Wassertheilchen längs der
Leit-

Leitröhre den Weg S durchlaufen hat, so daß seine Geschwindigkeit einer gewissen Höhe u zugehört, und dasselbe nun durch einen Raum S' weiter vorrückt, so muß jetzt seine Geschwindigkeit der Höhe $\frac{S+S'}{S} \cdot u$ zugehören. Gesetzt, dieser Erfolg trete bis zu einem gewissen Augenblicke ein, und es verfließen von diesem Augenblicke an noch 10 Terzien bis zum Anschlagen der Sperrklappe; diese gestatte aber bey ihrer ferneren Annäherung zum Schlusse der Ventilöffnung dem Wasser in der Leitröhre nicht, die Bewegung mit zunehmender Geschwindigkeit in diesen letzten 10 Terzien fortzusetzen, sondern es fliesse das Wasser von jenem Augenblicke an mit unveränderter Geschwindigkeit längs der Leitröhre fort, so daß die schon vorher gehabte Geschwindigkeit u auch bey'm Anschlagen der Klappe noch $= u$ ist, so hat man jetzt nur $v = u$, und die in den letzten 10 Terzien ausgeflossene Wassermenge istbarer Verlust, der den Werth von M' ohne Nutzen vergrößert. Die in den letzten 10 Terzien ausgelaufene Wassermenge heiße m' , so ist hier durch die Wassermenge M' die zu v gehörige Geschwindigkeit erlangt worden, die man schon durch $M' - m'$ erlangt hätte. Wäre man dergleichen Erscheinungen als ungefähren Zufällen bey dem hydraulischen Stösser wirklich ausgesetzt, so würde die hier vorge-tragene Theorie gar keine Anwendung leiden, und wir müßten es dem Ungefähr überlassen, welchen Effect die Maschine leisten werde.

Aber bey näherer Ueberlegung fallen diese Zweifel weg. Soll nämlich das Wasser in der Leitröhre beschleunigt zu werden aufhören, so müßte die Sperrklappe solches verhindern, welches sie nicht kann, wenn nicht grobe Fehler dabey begangen werden. Gesetzt auch, sie versperrte (welches kein möglicher Fall ist) noch vor dem Zuschlagen dem Wasser allen Ausfluß aus dem Sperrbehältnisse, so könnte dennoch die beschleunigte Bewegung des Wassers bis zum erfolgten Anschlage in der Leitröhre fortdauern. Sollte die beschleunigte Bewegung in irgend einem Augenblicke aufhören, so müßte die Klappe den hierzu erforderlichen Rückgang versagen und sich, wenn ihre Fläche $= Z$ gesetzt wird, mit einer

Kraft $= (h - (M + B) \cdot v') \cdot Z$ der Bewegung widersetzen. In diesem Falle würde das Wasser die einmal erlangte Geschwindigkeit, welche der Höhe v' zugehört, in der Leitröhre vermöge der Trägheit fortsetzen, und das Wasser durch den ihm noch gestatteten Ausgang zwischen der Klappe und der Ventilöffnung abfließen. Da aber die Einrichtung so gemacht wird, daß die Klappe auch ohne den Wasserdruck schon für sich zurück zu fallen strebt, wozu die Feder bey ζ (Fig. 9) auch noch behülflich ist, so findet jener Widerstand nicht Statt. Vielmehr kann die Klappe dem Wasserdrucke leicht folgen und hierdurch gewinnt das aus der Leitröhre strömende Wasser neuen Raum im Sperrbehältnisse, so daß der in den letzten Augenblicken von der Klappe durchlaufene körperliche Raum von diesem aus der Leitröhre beyließenden Wasser ausgefüllt wird. Wenn daher auch beynahe gar kein Wasser mehr ausfließt, so kann dennoch die Bewegung des Wassers in der Leitröhre ferner beschleunigt werden, indem die Klappe sich dieser Beschleunigung nicht widersetzt, sondern mit der erforderlichen Geschwindigkeit folgt, um dem Wasser aus der Leitröhre neuen Platz im Sperrbehältnisse einzuräumen. Denn der Raum zwischen der Klappe und der Wand, an die sie anschlägt, war vorher als dem Behältnisse entzogen zu betrachten, und dieser wird durch das Zurückfallen der Klappe wieder gewonnen und von dem aus der Leitröhre nachfolgenden Wasser ausgefüllt. Nur weil auch während des Rückfallens der Sperrklappe immer noch Wasser durch den sich allmählig verengenden Ausgang ausfließt, wird die Klappe dem nachfolgenden, d. h. dem in das Sperrbehältniß einströmenden Wasser minder schnell Platz machen dürfen, als wenn dieser Ausfluß ganz gehemmt wäre. In dem Maafse, wie weniger Wasser durch die Ventilöffnung, die immer mehr verdeckt wird, ausfließen kann, muß mehr Wasser im Sperrbehältnisse zurückbehalten werden. Man sieht, daß die Klappe sogar schneller zufallen müßte, als nöthig wäre, um dem mit beschleunigter Bewegung aus der Leitröhre abfließenden Wasser hinlänglichen Platz zur Ausfüllung zu gestatten, wenn nicht die dadurch entstehende Leere im Behältnisse oder viel-

mehr der dieser Leere entgegen wirkende atmosphärische Druck solches verhinderte. Wenn auch bey der ersten Eröffnung des Sperrventils der Umstand eintritt, daß das Wasser, welches den körperlichen Raum ausfüllt, den die Klappe bey ihrer ersten Eröffnung durchläuft, nothwendig das Sperrbehältniß verlassen muß, ohne daß hiernit Abfluß aus der Leitröhre verbunden seyn darf, daß also auf diese Weise schon Wasserverlust vorhanden ist, bevor das Wasser noch einige Geschwindigkeit in der Leitröhre erhalten hat, so tritt dagegen beym Rückfallen der Klappe der entgegengesetzte Fall ein, daß mit der noch zunehmenden Geschwindigkeit des Wassers in der Fallröhre der Wasserverlust durch die Ventilöffnung, die immer mehr verdeckt wird, von Augenblick zu Augenblick kleiner wird, indem das Wasser aus der Leitröhre von Augenblick zu Augenblick mehr Raum im Behältnisse findet. Das in den ersten Augenblicken der Eröffnung vergeblich verlorne Wasser wird also in den letztern Augenblicken des Zurückfallens wieder gewonnen. Inzwischen verliert hierdurch der Werth von ω'' an seiner Bestimmtheit, wenn auch gleich das Effectsverhältniß dadurch nicht verändert wird. Daß aber Gröfse und Gewicht und selbst Form des Sperrventils auf seine Bewegung Einfluß haben müssen, so daß sowohl die Gröfse als die Anzahl seiner Schwingungen davon abhängen und eben hierdurch auch v bestimmt wird, fällt gleich in die Augen. Die zweckmäßige Einrichtung des Ventils besteht nun im Allgemeinen darin, ihm diejenige Gröfse, Form und Gewicht zu geben, daß v klein genug werde, weil hiervon das Effectsverhältniß E abhängt (§. 18. Nro. 14). Es kommt aber nicht bloß auf die Gröfse des Effectsverhältnisses, sondern auch auf die Werthe von M und von M' an, um den verlangten Effect der Maschine zu bewirken, also zugleich auf die dazu passende Gröfse von ω'' . Hierüber theoretische Untersuchungen anzustellen, würde eine ganz fruchtlose Bemühung seyn. Ich habe mich daher auch durchaus nicht auf theoretische Bestimmungen dieser Art eingelassen, sondern solches als Sache des Künstlers angesehen, der bey der Anlage der Maschine

schine dafür zu sorgen hat, daß ihm mannigfaltige Abänderungen des Sperrventils möglich und leicht bleiben.

Es ist aber auch der gedachte Umstand der allmählichen Vergrößerung und der allmählichen Verkleinerung des Wasserausgangs durch die Ventilöffnung selbst für die Quantität M' nicht so bedeutend, als es anfänglich scheinen möchte. Gesetzt nämlich, daß statt der oben überall angenommenen GröÙe ω'' wegen dieser mit der Bewegung der Klappe verbundenen Veränderlichkeit von ω'' auch nur das arithmetische Mittel zwischen 0 und ω'' gebraucht werden dürfte oder nur $\frac{1}{2} \omega''$, also nur $\frac{1}{4} \omega''^2$ statt ω''^2 , so wird darum der Werth von M' nicht auch im Verhältnisse $\omega'' : \frac{1}{2} \omega''$ oder $1 : \frac{1}{2}$ vermindert; denn es bleibt (§. 18. Nro. 13)

$$M' = \frac{2hv + (2l + \mathfrak{B}') \cdot v^2}{2h^2} \cdot \lambda \omega$$

oder

$$M' = \left(\frac{1}{\mu} + \frac{2l + \mathfrak{B}'}{2\mu^2} \right) \cdot \lambda \omega.$$

Machen wir nun $\mu = 100$ und setzen $\mathfrak{B}'$, welches bisher $= 2,75$ war, $= 4 \cdot 2,75 = 11$, so wird die während eines Schläges ausfließende Wassermenge nur beyläufig um $\frac{1}{15}$ verändert, und zwar nicht vermindert, sondern vergrößert. Das Wasser braucht nämlich jetzt in der Leitröhre längere Zeit, um die zu $\frac{1}{100} h$ gehörige Geschwindigkeit zu erlangen, als vorher. Man erhält aber eben darum jetzt weniger Schläge in 1 Minute. Erwägen wir nun noch überdas, daß unter den verschiedenen Zeitabschnitten während des Ausflusses des Wassers die Zeit des Stillstandes des Ventils bey der größten Eröffnung gerade der größte ist, so wird hierdurch der Einfluß, den die alhmähliche Aenderung von ω'' auf den Werth von M' hat, noch sehr vermindert.

§. 38.

Die Veränderlichkeit von ω'' während der Bewegung der Klappe zu vermindern, habe ich (Fig. 7) eine Form beygefügt, über deren Brauchbarkeit Versuche entscheiden mögen. Sie bildet ein hohles Prisma, dessen eine Grundfläche abc hier dem Auge zuge-

leht

kehrt ist; ab ist ein mit e a beschriebener Bogen, so daß die Bodenfläche $abeg$ dieses Ventils ein Stück einer cylindrischen Fläche bildet; ed ist die Umdrehungsaxe dieses Ventils; ef zeigt Länge und Dichte der beym Zufallen des Ventils anschlagenden Wand. Diese Wand oder Platte ragt unten von a bis f hervor, und so auch an den Seiten, um die Oeffnung gehörig verschliessen zu können. Die Seitenfläche $ebcd$ ist offen, und in dieser ein Steg mn' mit dem Gewicht k' angebracht, an dessen Stelle man grössere oder kleinere Gewichte höher oder tiefer anschrauben kann. Der Boden $abeg$ dieses Ventils streicht bey seinen Schwingungen genau über den unteren Rand der rectangelförmigen Sperröffnung hin, ohne sich jedoch an letzterem zu reiben. Auch die beyden Wände, welche die Grundflächen eab und dgc bilden, streichen am Umfange der Sperröffnung hin, ohne Reibung zu leiden. So verschlosse also dieses Ventil auch während seiner Bewegung dem Wasser von allen Seiten den Ausgang.

Diesen gestattet ihm aber das Ventil durch die Oeffnung von a nach g (s. Fig. 8), welche nur schmal, aber desto länger ist. Diese Oeffnung ist die oben immer mit ω'' bezeichnete. Sie könnte bey Versuchen, wie die Eytelwein'schen sind, etwa 3—4 Linien breit und etwa 1 Fuß lang seyn. Im Großen könnte ihre Breite einige Zolle und ihre Länge mehrere Fuss betragen. Durch eingelegte festgeschrobene Leisten ließe sich ihre Breite nach Belieben vermindern. Solange sich diese Hohlklappe mit ihrer ganzen Bodenöffnung innerhalb dem Sperrverhältnisse befindet, bleibt der Durchgang ω'' unveränderlich, und ihre Veränderlichkeit fällt nur auf einen sehr kurzen Zeitabschnitt.

§. 39.

Ich muß hier noch etwas zur Geschichte dieser Erfindung beyfügen. Sehr unrichtig heisst es in der oben angeführten Abbildung und Beschreibung etc. S. 7.

„Die Maschine, welche von dem berühmten Montgolfier
den Namen des hydraulischen Widders erhielt, hat die beson-
dere

„dere und große Eigenschaft, das Wasser weit über sein „Niveau zu heben, und es sogar bis zu einer beträchtlichen „Höhe zu führen. Hiermit wird dann auch das alte Axiom, „das die Hydrauliker und Brunnenmeister als Grundsatz an- „nahmen, daß sich das Wasser nicht über sein Ni- „veau emporheben könnte, gänzlich widerlegt.

Karsten erinnert schon in der 1770 von ihm herausgegebenen Hydraulik XVIII. Absehn. S. 476 an einen Versuch mit einer Glasröhre, die an beyden Enden offen sey: man verschliesse solche in freyer Luft am obern Ende mit dem darauf gedruckten Daumen, senke sie dann in ein mit Wasser angefülltes Gefäß, und nehme nun plötzlich den Daumen vom obern Ende weg, so werde man wahrnehmen, daß das Wasser in der lothrechten Röhre nicht etwa mit dem äusseren Wasser nur auf gleiche Höhe steige, sondern vielmehr, daß es sich nun eine ziemliche Höhe über die Oberfläche des Wassers erhebe etc.

Wenn daher in der Biblioth. physico - économique etc. par une Société de Savans, d'Artistes etc. rédigée par Sonnini T. I. p. 289 (s. die angef. Beschreib. §. 7) gesagt wird:

„der hydraulische Widder enthält in seiner Zusammensetzung „ein Princip der Bewegung, das bis jetzt noch unbekannt „gewesen ist“

so verräth dieser Ausspruch gänzliche Unbekanntschaft mit den längst bekannten Gesetzen nicht nur der Hydraulik, sondern der Mechanik überhaupt. Karsten schrieb fast 30 Jahre vor der Erfindung des Belier hydraulique. Und schon vor Karsten kannten Joh. und Daniel Bernoulli das Gesetz des Steigens des Wassers über das Niveau seines Ursprungs.

§. 40.

Die Wirkungsart des hydraulischen Stössers leitete mich sehr natürlich auf den Gedanken, dieselbe Wirkung des Stosses für ein Druckwerk zu benutzen. Ich habe ein solches im Kleinen verfertigt

gen lassen, dessen Einrichtung man aus der 7ten und 8ten Tafel ersieht.

Aus einem Behältnisse A, das immerhin Zufluß hat, nm mit Wasser angefüllt zu bleiben, wird eine Leitröhre a a a unter einem Gefälle, wie es die Gelegenheit giebt, abgeleitet. Nahe am Ende derselben bey b- wird ein Stiefel, wie bey einem Druckwerk, mit einem soliden Kolben k angebracht. Das Endstück der Röhre ist bey c mit einer Klappe versehen. Dieses Endstück greift in einen Windkessel W ein, welcher mit einer Steigröhre e e communicirt, die tief in den Windkessel herab greift. Sowohl der Stiefel als der Windkessel müssen grössere Durchmesser haben, als die Zeichnung angiebt. Auch darf die Steigröhre unterhalb m n nicht, wie in der Zeichnung, verjüngt werden.

Der Kolben k wird durch eine Kurbel betrieben, an deren Umlaufsaxe ein eisernes Schwungrad S S angebracht ist. An der Klappe c im Windkessel ist eine Foder d zum Andrucken und zur Beschleunigung ihres Rückfalls angebracht, welche treffliche Dienste leistet.

Die Wirkungsart dieses Druckwerks bedarf nunmehr keiner weiteren Beschreibung. Es geht dabey kein Wasser verloren, weil beym Niedergange des Kolbens das Wasser, welches der Windkessel nicht aufnimmt, immer wieder in das Zuflußbehältniß zurückgetrieben wird.

N a c h e r i n n e r u n g.

Diese Abhandlung lag schon im März ganz druckfertig da. Sie wurde durch die Preisfrage der königl. Akademie zu Berlin veranlaßt, welche auf die genügendste Theorie dieser Maschine (des Bel. hydr.) für dieses Jahr einen Preis von 50 Duc. ausgesetzt hatte. So ungewiß es auch ist, ob die hier vortragene Theorie den Forderungen der Berliner Akademie ganz entsprechen werde, so wenig finde ich doch auch Grund zu der Vermuthung, daß ihr die Akademie allen Beyfall versagt haben würde. Aber ich wollte lieber einer mir schmeichelnden Hoffnung entsagen, als die Erfüllung einer Pflicht, die sich auf das Vertrauen gründet, welches die kün. Akademie zu München in mich gesetzt hatte, länger aufschieben. Dieses ist der einzige Grund, warm ich die gegenwärtige Schrift nicht nach Berlin, sondern nach München schickte.

Heidelberg, den 5. April 1810.

Der Verfasser.

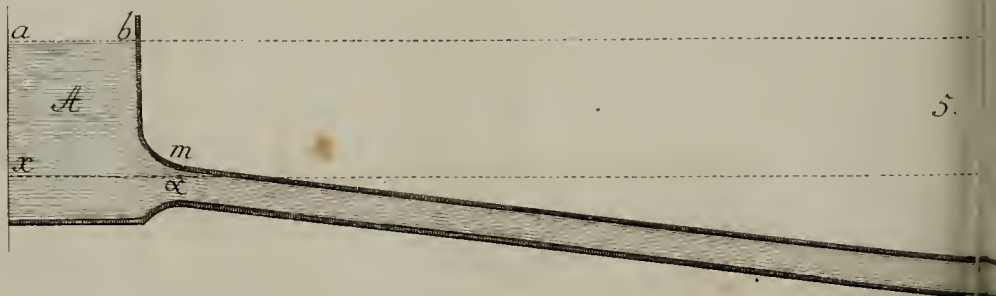
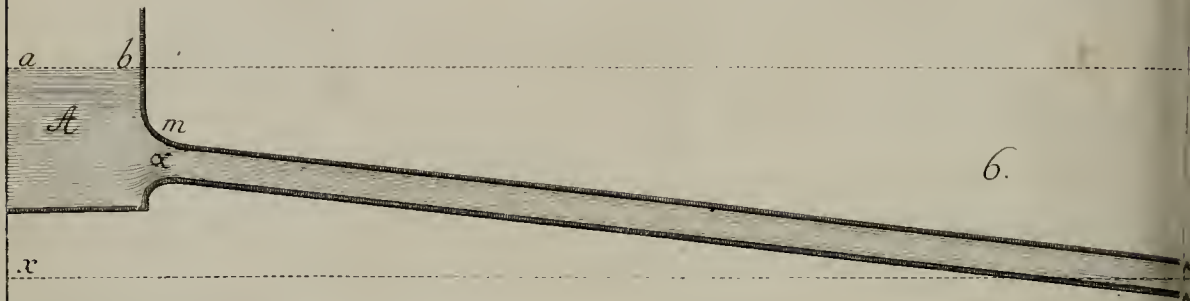
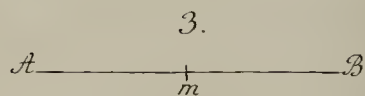
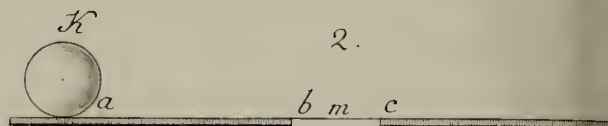
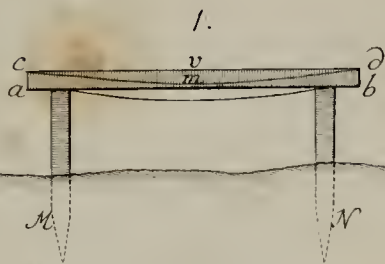
-C o r r i g e n d a

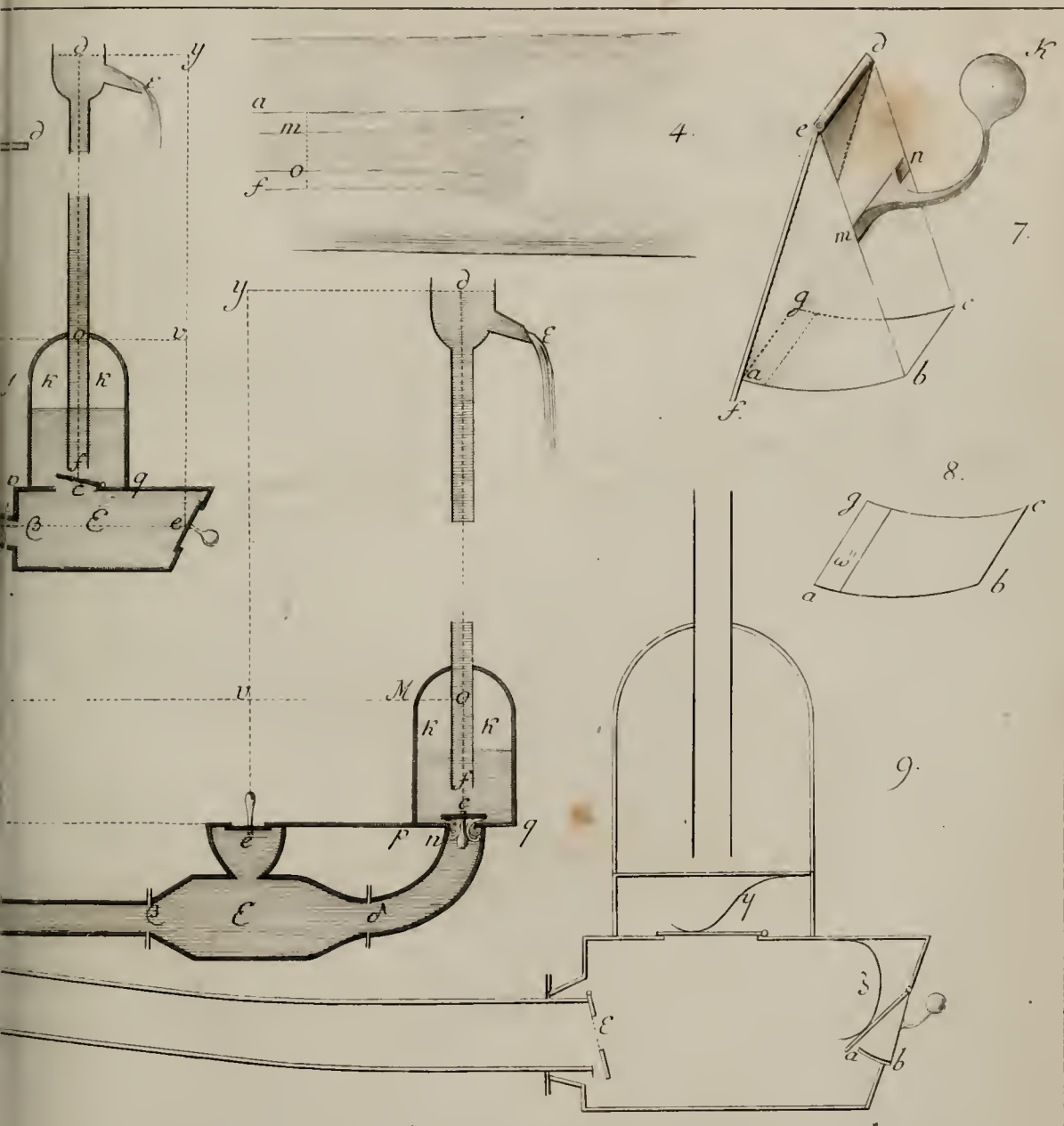
in den Abhandlungen der mathem. physik. Classe.

- S. 14. Z. 7 v. o. *statt* Wasserfliegen *lies* Waffenfliegen.
 S. 18. Z. 3 v. u. *st.* AB und AC — *l.* Ab und Ac.
 S. 67. Z. 6 v. o. *st.* Worte *l.* Werthe.
 S. 72. Z. 12 v. o. *st.* Nieswurz *l.* Weiswurz.
 S. 117. Z. 1 v. o. *st.* blaues *l.* bauchiges.
 S. 118. Z. 9 v. u. *st.* Orten *l.* Stücken.
 S. 401. Z. 3. weit in Wasser.
 S. 404. Z. 5 v. u. *st.* poles *l.* gafes.
 S. 405. Z. 9. *st.* aufspr. *l.* anspr.
 S. 406. Z. 6. Stadt oder Land.
 S. 406. Z. 8. *st.* Säulen *l.* Säule.
 S. 407. Z. 3 v. u. *st.* 45 *l.* 21.
 — — Z. 2 v. u. *st.* nur 21 *l.* 45.
 — — Z. 1 v. u. (Nach kommen füge hinzu: — wenn eine gewisse Quantität Hydrogengas in 45 Minuten an einer der Spitzen des von einander getrennten Paares der Spitzen auftritt, so tritt die gleiche Quantität Hydrogengas in 21 Minuten an einer der Spitzen des einander nächsten Paares der Spitzen auf.
 S. 408. Z. 4. *st.* noch nicht einmal *l.* nicht viel mehr als.
 S. 408. Z. 17. nach Drachte *l.* oder gemeiner Clavier Saiten.
 S. 408. Z. 23. leitet.
 S. 110. Z. 17. als die.
 S. 410. Z. 2. v. u. *st.* 35 *l.* 70 (nämlich 35 durchs Hydrogengas und 35 durchs Oxygengas erfolgende)
 S. 416. Z. 27. *st.* 33'' *l.* 33'';
 S. 439. Z. 24. *st.* dfn — dλ + *l.* dδn + dλ —
 S. 451. Z. 24. *st.* 13,02 + *l.* 13,02 —
 S. 469. Z. 27. *st.* ♂ *l.* ♂
 S. 506. Z. 14. *st.* 13,02 + *l.* 13,02 —
 S. 506. Z. 10. } Aranjuetii }
 S. 508. Z. 7. } *st.* } *l.* Aranjuetium.
 S. 510. Z. 17. 21. } Aranjuetium }
 S. 507. Z. 1. *st.* + 1,1018 *l.* + 1,2081.
 S. 508. Z. 20. *st.* Snidnitii *l.* Snidnitii.
 S. 509. Z. 30. *st.* 70 *l.* 70.
 S. 514. Z. 4. Van Bel Colococn *delectatur.*













6 Par. Fuß

5

4

3

2

1

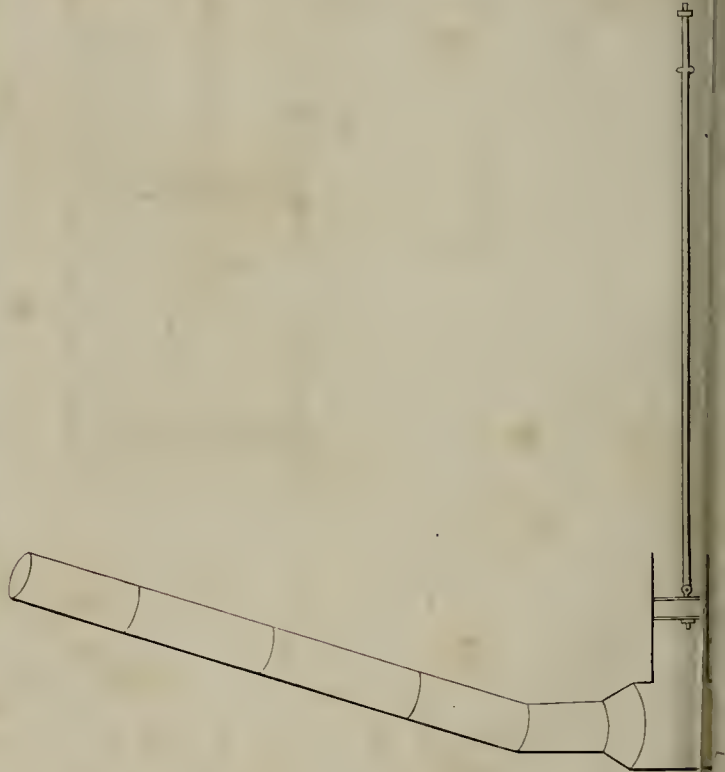
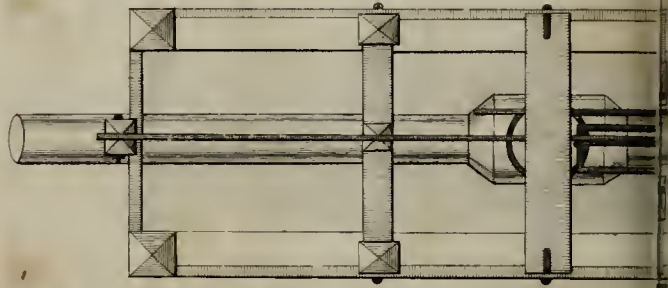
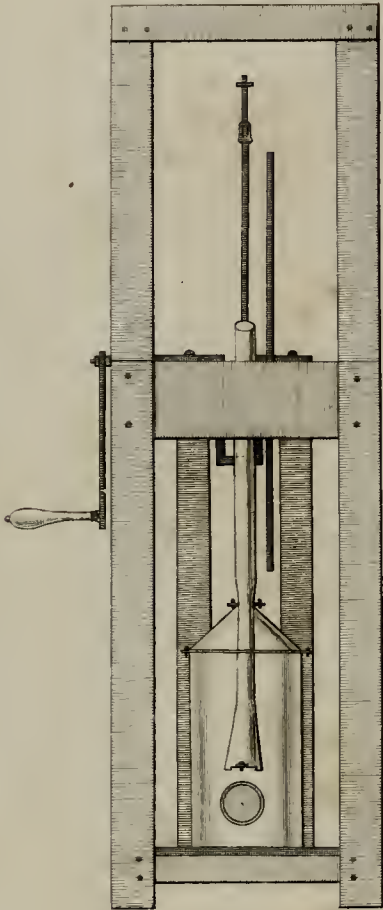
A

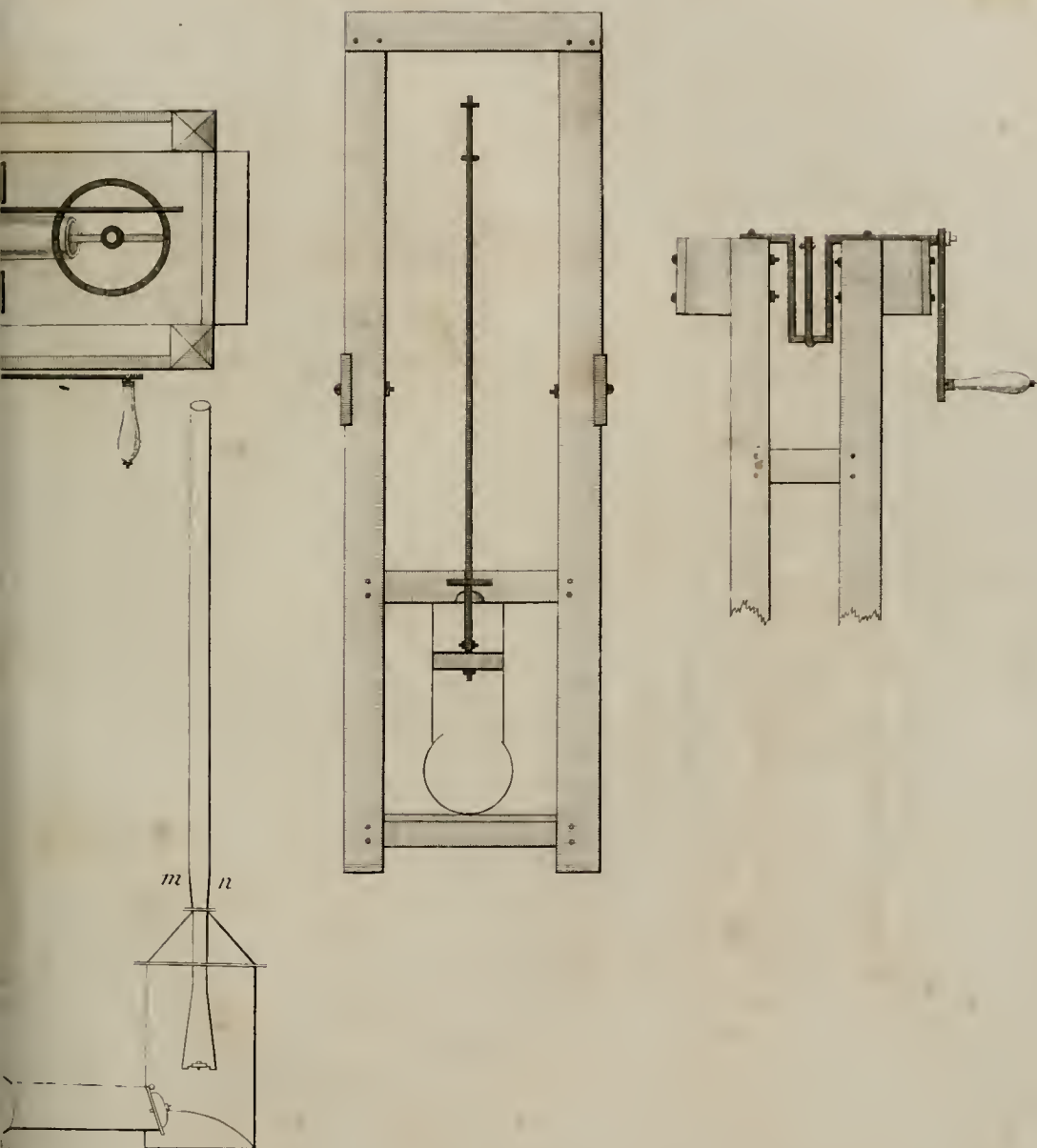
a

2









ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Denkschriften der Akademie der Wissenschaften München](#)

Jahr/Year: 1809-1810

Band/Volume: [02](#)

Autor(en)/Author(s): Langsdorf Carl Christian

Artikel/Article: [XIII. Ueber die Gesetze des Stosses, vorzüglich in Anwendung auf den hydraulischen Stösser \(Belier hydraulique\) 517-580](#)