I. Aufsätze und Mitteilungen.

Drehwage und Schweremessungen in ihrer Bedeutung für die Geologie.

Von **E. Tams** (Hamburg).

(Mit 5 Textfiguren.)

Die Bedeutung der Schweremessungen für die Geologie wurde sehr bald erkannt, als eingehendere Beobachtungen über regionale und lokale Abweichungen der Größe der Schwerkraft von ihrem normalen Wert vorlagen. Damit war es aber auch gegeben, soweit es das vorhandene Beobachtungsmaterial zuließ, einem etwa möglichen Zusammenhang zwischen geologischem Bau und den Anomalien des Erdmagnetismus nachzugehen. Wir verweisen diesbezüglich nur auf die 1890 erschienene Arbeit von F. R. HELMERT über die Schwerkraft im Hochgebirge, insbesondere in den Tiroler Alpen in geodätischer und geologischer Beziehung[1]), in welcher auf die Kompensation der Tiroler Alpen, des Himalaya, des Kaukasus wie auch der Kontinente überhaupt durch unterirdische Massendefekte hingewiesen wird, und auf die Untersuchungen von W. DEECKE, die sich mit den Beziehungen zwischen Erdmagnetismus und Schwere und den geologischen Verhältnissen von Pommern und dessen Nachbargebieten[2]) sowie des südlichen Schwarzwalds und Elsaß-Lothringens[3]) und auch der Apenninenhalbinsel[4]) befassen. U. a. machte indessen auch schon A. DE LAPPARENT auf die insonderheit tektonische Bedeutung der Anomalien der Schwerkraft[5]) aufmerksam, indem er unter Bezugnahme auf die Schwerkraftsverhältnisse im Mittelländischen Meer die Ansicht aussprach, daß ihre Anomalien geradezu Dislokationen andeuten könnten, die der unmittelbaren Beobachtung entzogen seien. Beziehen sich diese Bemerkungen und die Äußerungen HELMERTS mehr auf größere Räume, so tragen die Untersuchungen von DEECKE schon wesentlich spezielleren Charakter und gehen viel mehr im einzelnen auf die Besonderheiten in den geologischen Verhältnissen der betreffenden Gegenden ein, und zwar sowohl hinsicht-

[1]) Berlin, P. STANKIEWICZ, 1890, 52 S.
[2]) Neues Jahrbuch f. Min., Geol. u. Pal. XXII. Beil.-Bd. 1906, S. 114—138.
[3]) Berichte d. Naturf. Ges. zu Freiburg i. Br. 18. Bd. 1. Heft 1910, S. 57—65.
[4]) Neues Jahrbuch f. Min., Geol. u. Pal. Festbd. 1907, S. 129—158.
[5]) Paris, Comptes Rendus d. Séances de l'Acad. d. Sciences CXXXVII, 1903, S. 827—831.

lich ihrer Tektonik als auch ihres Aufbaus aus den verschiedenen Gesteinen. Sie stützen sich, soweit sie sich mit dem Erdmagnetismus beschäftigen, auf Karten der Isogonen, Isoklinen und Isodynamen, d. i. der Verteilung der erdmagnetischen Elemente, sowie im übrigen auf aus den Ergebnissen der Pendelmessungen abgeleitete Darstellungen der Schwerestörungen bzw. der ideellen störenden Schichten längs mehrerer Profile. Deecke konnte eine auffallende Übereinstimmung der großen Züge feststellen, aber auch die Schwerebeobachtungen waren keineswegs dicht genug, als daß durch sie die feineren Einzelheiten des geologischen Baues zum Ausdruck kommen könnten. Erhellt somit schon hieraus die hohe Bedeutung namentlich der Untersuchungen über die Verteilung der Schwerkraft für regionale und lokale Forschungen und die Notwendigkeit einer stärkeren Verdichtung des Beobachtungsnetzes, so ist ein weiterer Hinweis hierauf schließlich auch noch der neueren interessanten Arbeit von R. Lachmann über Ekzeme und Tektonik[1]) zu entnehmen, nach der die Salzlinien und atektonischen Salzgräben, z. B. im Tal der Fulda und im Leinetalgraben, im Gegensatz zu den echten tektonischen Gräben Zonen des Massendefizits sind und daher als solche auch hinsichtlich ihrer Schwereverhältnisse ihren besonderen Charakter tragen. Damit werden wir aber auch zur praktischen Geologie, zur Aufgabe des Ausfindigmachens von Erz- und Salzlagern, von petroleum- und gashaltigen Schichten u. dgl. geführt und vor die Frage gestellt, ob nicht auch die Lösung dieser Probleme durch Zuhilfenahme experimenteller Schwerkraftsuntersuchungen wesentlich gefördert werden kann. Auch die Seismologie und Vulkanologie endlich werden möglicherweise durch solche Arbeiten befruchtet werden können. Die zuletzt genannten rein praktischen Aufgaben tragen in erhöhtem Maße rein örtlichen Charakter und werden daher um so mehr eine gesteigerte Verfeinerung und Verdichtung der Beobachtungen erfordern.

Hier kann nun vielfach mit Erfolg die Arbeit mit der Drehwage einsetzen, die zugleich die Ergebnisse der Pendelmessungen nach einer sehr wesentlichen Seite hin ergänzt. Es ist das Verdienst des ungarischen Geophysikers Baron R. von Eötvös, den Nutzen der Drehwage für die Erforschung der Anomalien der Schwerkraft erkannt und eine genaue Theorie und Arbeitsmethode aufgestellt zu haben. Im folgenden soll eine zusammenfassende und das für die Geologie besonders Bedeutungsvolle hervorhebende Darstellung der diesbezüglichen Untersuchungen[2]) gegeben werden, die vielleicht auch aus dem Grunde nicht ganz unerwünscht sein dürfte, als dieselben zum Teil etwas verwickelter Natur sind und eben manches mit ihnen verbunden ist, was für die Geologie

---

[1]) Zentralbl. f. Min., Geol. u. Pal. 1917, S. 414—426.

[2]) Annalen der Physik u. Chemie. N. F. Bd. 59. 1896, S. 354—400. — Verh. d. 15. Allg. Konf. d. Int. Erdmessung in Budapest 1906, Teil I, S. 337—395. — Ebenda, 16. Allg. Konf. in London u. Cambridge 1906, Teil I, S. 319—350. — Ebenda, 17. Allg. Konf. in Hamburg 1912, Teil I, S. 427—438.

weniger wichtig ist. Es liegt dabei im Interesse der Darstellung, wenn wir uns zum Teil der Hilfsmittel der höheren Analysis bedienen, ohne indessen in sich geschlossene Ableitungen zu geben, da unseres Erachtens eine elementare Betrachtungsweise die wertvollen Besonderheiten des Verfahrens nur unvollkommen zum Verständnis zu bringen vermag.

Die Schwerkraft auf unserer Erde setzt sich als Resultante zusammen aus der Komponente der irdischen Gravitation, d. h. der Massenanziehung unserer Erde bei Fortfall der Rotation um ihre Achse, und der Komponente der Zentrifugalkraft, die eine Folge der täglichen Umdrehung ist. Beide Komponenten hängen ab von der Erdgestalt, die erste, die wichtigste, aber naturgemäß vor allen Dingen auch von der Massenverteilung in der Erdkruste. Als Maß für die Schwerkraft benutzen wir die Beschleunigung, die sie einem frei fallenden Körper nach Verlauf einer Sekunde erteilt und für welche durchweg die Abkürzung g (gravitas) eingeführt worden ist. Wir messen sie am zweckmäßigsten mittels des Pendels, dessen Schwingungen bei kleinen Ausschlägen bekanntlich der einfachen Beziehung

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad \text{oder} \quad g = \pi^2 \frac{l}{t^2}$$

genügen, in der noch t die Schwingungsdauer, l die sogenannte reduzierte oder äquivalente Pendellänge, d. h. die Länge des mathematischen Pendels, das mit dem wirklichen, physischen Pendel synchron schwingt, und π die Kreiszahl 3,141593 bezeichnet. t kann beobachtet werden und die reduzierte Pendellänge ist durch die Gleichung $l = \dfrac{T}{M \cdot a}$ gegeben, deren rechte Seite ihrem Werte nach durch die Konstruktion des benutzten Pendels bestimmt ist, indem M seine Masse, T sein Trägheitsmoment und a den Abstand seines Schwerpunktes von seiner Drehungsachse bedeutet. Setzen wir insbesondere $t = 1$ sec, so haben wir ein Sekundenpendel, das von einer äußersten Lage zur anderen auf der entgegengesetzten Seite genau 1 sec schwingt, und die noch einfachere Beziehung $g = \pi^2 l$ vor uns. Wir besitzen somit in der Schwingungsdauer eines beliebigen Pendels oder in der Länge eines Sekundenpendels ein Maß für die Schwerkraft, erkennen aber zugleich, daß uns Pendelbeobachtungen nur die Kenntnis der Schwerebeschleunigung selbst oder, was dasselbe sagt, indem wir an verschiedenen Orten angestellte Beobachtungen miteinander vergleichen, nur die Abweichungen ihrer einzelnen Werte untereinander vermittelt. Schon das ist, wie die gewaltige Entwicklung der Lehre von der Gestalt und der Massenverteilung unserer Erde zeigt, ein großer Gewinn.

So mag noch in diesem Zusammenhang genauer darauf hingewiesen werden, daß HELMERT[1]) aus einem umfangreichen Material solcher

---

[1]) Enzyklopädie d. Mathemat. Wissensch. Bd. VI 1 B. Heft 2. Leipzig 1910. S. 85ff.

Pendelmessungen eine Formel für den normalen Wert der Schwerkraftsbeschleunigung γ_0 im Meeresniveau in Abhängigkeit von der geographischen Breite φ und ziemlich befreit von störenden Einflüssen ableiten konnte, die der Ausgangspunkt für alle weiteren Untersuchungen auf diesem Gebiete ist und unter Bezug auf das neuere Potsdamer System die folgende Gestalt hat:

$$\gamma_0\,[\mathrm{cm\,sec^{-2}}] = 978{,}030\,(1 + 0{,}005302 \sin^2 \varphi - 0{,}000007 \sin^2 2\,\varphi)\,.$$

Die Formel wurde unter Anwendung eines bestimmten Kondensationsverfahrens gewonnen, indem die Massen der Erdkruste im wesentlichen auf eine zum Erdschwerpunkt konzentrische, das Meeresniveau von innen berührende Kugelfläche verschoben wurden. Für die Höhe h [cm] leitet sich dann als normale Schwerebeschleunigung der Wert $\gamma\,[\mathrm{cm\,sec^{-2}}] = \gamma_0 - 0{,}3086\,(1 + 0{,}00071 \cos 2\,\varphi)\,h\,.\,10^{-5}$ ab, und die Abweichung dieses Wertes von dem in der Höhe h tatsächlich beobachteten Wert g, also $\varDelta g = g - \gamma$ stellt die sogenannte totale Schwerestörung dar.

Für die vollständige Erfassung der räumlichen Änderung der Schwerebeschleunigung reicht aber die Bekanntschaft der Größe $\varDelta g$ nicht aus; zu diesem Zweck ist auch die Kenntnis der Gradienten von g, d. h. der Veränderlichkeit von g in einer gegebenen Richtung oder bei Zugrundelegung rechtwinkliger Raumkoordinaten $(x,\ y,\ z)$ der partiellen Differentialquotienten $\frac{\partial g}{\partial x} = G_x$, $\frac{\partial g}{\partial y} = G_y$ und $\frac{\partial g}{\partial z} = G_z$ erforderlich. Erst diese Differentialquotienten geben ein genaues Maß für die Veränderlichkeit der Schwerebeschleunigung parallel der X-, Y- und Z-Achse und damit in jeder beliebigen Richtung im Raum. Orientieren wir nun unser Koordinatensystem derart, daß die Z-Achse mit der Richtung der Schwerkraft im Koordinatenanfangspunkt zusammenfällt, so stellt G_z den Gradienten in der Vertikalen dar und kann mittels Wägungen nach der Methode von Jolly bestimmt werden. Die Drehwage von Eötvös gestattet nun aber auch eine exakte experimentelle Ermittlung der beiden anderen Gradienten in der im Koordinatenanfangspunkt horizontal liegenden XY-Ebene. Es ist dann aus

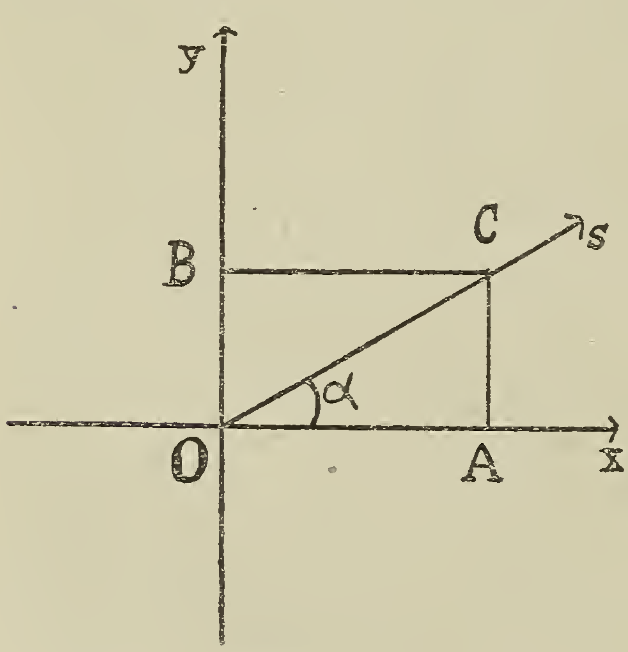

Fig. 1.

Fig. 1, in der OA und OB nach Größe und Richtung die Gradienten der Schwerebeschleunigung parallel der X-, bzw. Y-Achse, sowie s eine beliebige, mit der X-Achse den Winkel α einschließende Richtung in der XY-Ebene darstellen, ohne weiteres ersichtlich, daß mit $G_x = OA$

und $G_y = OB$ auch der Gradient $G_s = \frac{\partial g}{\partial s} = OC$ in der s-Richtung durch die Gleichung $G_s = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$ und die Richtung s, d. h. der Winkel α durch die Beziehung $\operatorname{tg} \alpha = \frac{G_y}{G_x}$ bekannt ist.

Für die weiteren Betrachtungen ist es vorteilhaft, sich des Begriffs des Potentials zu bedienen. Es ist für eine Kraft immer dann ein Potential vorhanden, wenn sich eine Funktion der Koordinaten (x, y, z) angeben läßt, deren erste partielle Differentialquotienten nach den Koordinaten gleich den Komponenten dieser Kraft in Richtung der Koordinatenachsen sind. Eine solche Kräftefunktion oder also ein Potential U existiert nun auch für die Schwerkraft oder, was dasselbe sagt, für ihre Beschleunigung; und zwar hat U in diesem Fall die Form: $k\int\frac{dm}{e} + \frac{1}{2}r^2\omega^2$, in der k die Gravitationskonstante ($= 66{,}3 \,.\, 10^{-9}\,\mathrm{cm}^3\,\mathrm{gr}^{-1}\,\mathrm{sec}^{-2}$), dm ein Elementarteilchen der anziehenden Erdmasse, e die Entfernung dieses Massenteilchens von einem beliebigen, durch die Koordinaten (x, y, z) bestimmten Punkte, r der Abstand dieses Punktes von der Erdachse und ω die Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation ($= 72920 \,.\, 10^{-9}\,\mathrm{sec}^{-1}$) bedeutet und das Integral über die ganze Erde zu erstrecken ist. Führen wir diese Funktion U ein, so ist $g = \frac{\partial U}{\partial z}$, sowie $G_x = \frac{\partial g}{\partial x} = \frac{\partial^2 U}{\partial z\,\partial x}$, $G_y = \frac{\partial g}{\partial y} = \frac{\partial^2 U}{\partial z\,\partial y}$ und $G_z = \frac{\partial g}{\partial z} = \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}$, d. h. die Gradienten der Schwerkraft stellen sich als gewisse zweite partielle Differentialquotienten von U nach den Koordinaten dar. Zu jedem Punkt im Raum gehört nun ein bestimmter Wert von U; mit einem solchen konstanten Wert $k\int\frac{dm}{e} + \frac{1}{2}r^2\omega^2 = C$ ist aber auch zugleich eine bestimmte Fläche gegeben, welche die durch den betreffenden Punkt gehende Niveaufläche oder Fläche gleichen Potentials heißt und die Eigenschaft besitzt, daß die Schwerkraft überall senkrecht auf ihr steht. Eine genaue Erforschung des Verlaufs dieser Niveauflächen, die in ihren feineren Zügen ganz durch die Massenverteilung der Erde bedingt sind, oder die Feststellung ihrer Abweichungen von einem bestimmten Bezugskörper, dem Erdellipsoide, ist eine wichtige Aufgabe der Geodäsie. Die Niveaufläche, welche dem vollkommen ruhigen Meeresspiegel entspricht und durch Ziehen von Kanälen durch die Kontinente fortgesetzt zu denken ist, kommt der wahren mathematischen Erdgestalt, dem Geoid, sehr nahe. Uns interessieren hier die Krümmungsverhältnisse der Niveauflächen, weil die sie charakterisierenden Größen neben den Gradienten der Schwerkraft zum Teil ebenfalls unmittelbar aus den Beobachtungen mit der Drehwage abzuleiten sind.

Die Senkrechte oder Normale auf der durch den Koordinatenanfangspunkt O gehenden Niveaufläche ist nach den eben gemachten Ausführungen durch die Richtung der Schwerkraft im Punkt O gegeben. Die durch diese Richtung gelegten Ebenen bilden die Normalschnitte der Niveaufläche in O; sie schneiden die Fläche in ebenen, durch O hindurchgehenden Kurven, von denen jede eine ihr eigentümliche Krümmung in O besitzt, die ihrerseits in einem bestimmten Wert des Krümmungsradius ϱ, d. h. des Radius des sich der Kurve in O am innigsten anschmiegenden Kreises, ihren Ausdruck findet. Die Theorie der Kurven und Flächen lehrt nun, daß zwei gewisse senkrecht aufeinander stehende Normalschnitte, die beiden Hauptschnitte, dadurch ausgezeichnet sind, daß sie die Fläche in zwei Kurven schneiden, zu denen der kleinste und der größte Krümmungsradius von allen Krümmungsradien im Punkte O gehören, und daß durch diese beiden Hauptkrümmungsradien (ϱ_1 und ϱ_2) zugleich die Krümmung der Fläche in O, das Gaussssche Krümmungsmaß $\frac{1}{\varrho_1 \cdot \varrho_2}$, gegeben ist. Die Verknüpfung von ϱ_1 und ϱ_2 mit dem Potential U wird durch die Gleichungen

$$\frac{1}{\varrho_1} + \frac{1}{\varrho_2} = -\frac{1}{g}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right) = \frac{1}{g}\,(G_z - 2\,\omega^2) \quad \text{und}$$

$$\frac{1}{\varrho_1} - \frac{1}{\varrho_2} = \frac{1}{g}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right)\frac{1}{\cos 2\lambda}, \quad \text{sowie}$$

$$\operatorname{tg} 2\lambda = -\frac{2\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}}{\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}}$$

hergestellt, wo λ der Winkel ist, welchen die XY-Ebene mit dem Hauptschnitt des größeren Krümmungskreises (ϱ_2) einschließt und ω wie oben die Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation bedeutet[1]). Zur Ermittlung der Summe der reziproken Werte der beiden Hauptkrümmungsradien $\left(\frac{1}{\varrho_1} + \frac{1}{\varrho_2}\right)$ ist demnach, da ω und g als bekannt gelten können, noch die Bestimmung des vertikalen Gradienten der Schwerkraft G_z durch eine Wägung nach Jollys Verfahren erforderlich; den Wert der Differenz $\left(\frac{1}{\varrho_1} - \frac{1}{\varrho_2}\right)$ liefert aber wieder, wie gezeigt werden soll, die Drehwage, so daß dann auch die beiden Hauptkrümmungsradien der Niveaufläche im Punkt O selber und damit auch das für sie in diesem Punkte charakteristische Gaussssche Krümmungsmaß bekannt sind.

Eötvös hat zwei Drehwagen angegeben, von denen die Wage erster Art lediglich in der soeben erörterten Weise über die Krümmungsverhältnisse der Niveaufläche am Aufstellungsort Aufschluß gibt und daher

[1]) Siehe z. B. F. R. Helmert, Die mathem. u. physikal. Theorien der höheren Geodäsie. II. Teil. Leipzig 1884.

auch als Krümmungsvariometer bezeichnet wird, während die Wage zweiter Art außerdem auch die Kenntnis der Horizontalgradienten der Schwerkraft vermittelt und daher auch den Namen Horizontalvariometer trägt. Die Drehwage erster Art (Fig. 2) besteht aus einem etwa 40 cm langen Aluminiumrohr von ungefähr 5 mm Durchmesser, in dessen Enden zwei rund 30 Gramm schwere Zylinder aus Gold oder Platin eingelassen sind. Dieses Rohr, das den Wagebalken darstellt, ist mittels eines genau in seiner Mitte angebrachten, einen Spiegel S tragenden 10 cm langen Messingstäbchens an einem Platin-Iridiumfaden von etwa 65 cm Länge und 0,04 mm Durchmesser aufgehängt, der somit die Drehungsachse der Wage abgibt. Infolge der bei der unregelmäßigen Gestaltung der Niveauflächen trotz der Kürze des Wagebalkens an seinen beiden Enden im allgemeinen auftretenden horizontalen Komponenten der Schwerkraft muß eine Drehung der Wage um ihren Aufhängefaden erfolgen, deren Maß andererseits durch die Torsionselastizität des dadurch gedrillten Fadens bestimmt ist und mit Hilfe des Spiegels S und eines Fernrohrs oder auch nach O. Hecker durch photographische Registrierung[1]) genau festgestellt werden kann.

Fig. 2.

Legen wir dann unser Koordinatensystem so, daß der Anfangspunkt in den Schwerpunkt des Gehänges, etwa O, fällt und die positive Richtung der Z-Achse vertikal abwärts zeigt, ist ferner ϑ der beobachtete Drehungswinkel, τ die Torsionskonstante des Aufhängedrahtes, $\tau \,.\, \vartheta$ also das erzeugte Drehungsmoment, K das Trägheitsmoment des Gehänges und α der gleichfalls als bekannt anzusehende Winkel zwischen der X-Achse und dem Wagebalken, so ist der Winkel ϑ durch die Gleichung

$$\tau \,.\, \vartheta = -\frac{1}{2} K \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right) \sin 2\alpha + K \frac{\partial^2 U}{\partial x \, \partial y} \cos 2\alpha$$

gegeben.

Wie ersichtlich sind die in dieser Gleichung als Unbekannte auftretenden Terme $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right)$ und $\frac{\partial^2 U}{\partial x \, \partial y}$ eben diejenigen Größen, durch welche die Differenz der reziproken Werte der beiden Hauptkrümmungsradien, $\frac{1}{\varrho_1} - \frac{1}{\varrho_2}$, und die Lage der beiden Hauptschnitte zur XZ-Ebene, der Winkel λ, bestimmt werden. Führt man diese Differenz und diesen Winkel selber in die Gleichung ein, so kann diese auf die kürzere Form

$$\vartheta = \frac{gK}{2\tau} \left(\frac{1}{\varrho_2} - \frac{1}{\varrho_1}\right) \sin 2\,(\alpha + \lambda)$$

[1]) Zeitschr. f. Instrumentenkunde. Jahrg. 1910, S. 6—14.

gebracht werden. Aus einer genügenden Anzahl von Beobachtungen in verschiedenen Azimuten α, also auch bei verschieden stark tordiertem Faden, lassen sich demnach jene Größen berechnen. Da die Richtung des Wagebalkens bei ungedrilltem Faden nicht bekannt ist, so sind mindestens drei Beobachtungen nötig.

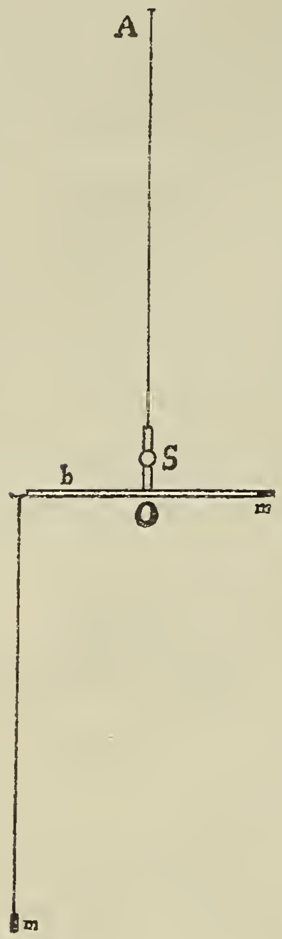

Fig. 3.

Die Drehwage zweiter Art (Fig. 3) unterscheidet sich von der erster Art nur dadurch, daß an dem einen Ende des Wagebalkens ein etwa 65 cm langer Platindraht befestigt ist, der erst an seinem unteren Ende die kleine zylindrische Masse trägt. Nennen wir die halbe Länge des Wagebalkens b, die Länge dieses Platindrahts c und die Masse des daranhängenden zylindrischen Körperchens m, so kommen wegen der jetzt in bezug auf die Drehachse $A\,O$ nicht mehr symmetrischen Massenverteilung in dem analytischen Ausdruck für das Drehungsmoment $\tau . \vartheta$ noch zwei Aggregate hinzu, welche aus den beiden Faktoren $m . b . c$ und $\frac{\partial^2 U}{\partial z \partial x} \sin \alpha$ bzw. $\frac{\partial^2 U}{\partial z \partial y} \cos \alpha$ zusammengesetzt sind, so daß die Gleichgewichtslage des Apparats nunmehr durch die Gleichung

$$\tau . \vartheta = -\frac{1}{2} K \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right) \sin 2\alpha + K \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \cos 2\alpha - m . b . c \frac{\partial^2 U}{\partial z \partial x} \sin \alpha + m . b . c \frac{\partial^2 U}{\partial z \partial y} \cos \alpha$$

bestimmt wird; d. h. es sind auf der rechten Seite der Gleichung als Unbekannte noch die Größen $\frac{\partial^2 U}{\partial z \partial x}$ und $\frac{\partial^2 U}{\partial z \partial y}$ oder nach den oben gemachten Ausführungen die beiden Horizontalgradienten G_x und G_y der Schwerkraft hinzugetreten. Auch in diesem Fall kann die Gleichung auf die gedrängtere Form

$$\vartheta = \frac{gK}{2\tau} \left(\frac{1}{\varrho_2} - \frac{1}{\varrho_1}\right) \sin 2\,(\alpha + \lambda) - \frac{m\,b\,c}{\tau} (G_x \sin \alpha - G_y \cos \alpha)$$

gebracht werden. Um dieselbe auflösen zu können, sind demnach, da auch wieder das Azimut der Wage bei ungedrilltem Aufhängedraht nicht bekannt ist, mindestens fünf Beobachtungen erforderlich. In Verbindung mit einer Wägung nach Jolly liefert uns dann das Horizontalvariometer das Azimut der beiden Hauptschnitte der durch den Schwerpunkt des Gehänges gehenden Niveaufläche in diesem Punkte, die beiden zugehörigen Hauptkrümmungsradien und die drei Gradienten der Schwerkraft in Richtung der Koordinatenachsen. Uns interessiert hier in erster Linie der horizontale Gradient G_s, und es zeigt sich, daß dieser durch die Drehwage mit einer Genauigkeit von $1 \,.\, 10^{-9}$, d. i. eine Änderung von $^1/$Billion g auf einer Strecke von 1 cm, beobachtet werden kann. Demgegenüber beträgt im günstigsten Fall die Genauigkeit der Ermittlung von g durch Pendelmessungen nur $1 \,.\, 10^{-3}$, d. h. etwa $^1/$Million g. Diese hohe Empfindlichkeit der Drehwage verlangt naturgemäß einen sorgfältigen Schutz vor allen fremden Einflüssen. Um namentlich störende Einwirkungen der Temperatur auszuschließen, ist daher der eigentliche Apparat in seiner Potsdamer Bauart in ein dreifaches Metallgehäuse eingesetzt, dessen zwei innere Wände aus 3 mm starkem Kupfer und dessen äußere Wand aus ebenso dickem Magnalium hergestellt sind und in dem durch Hartgummiklötze eine thermische Isolierung der Wände untereinander erzielt ist.

Es soll nun an zwei schematischen, von EÖTVÖS angegebenen und auch durchgerechneten Beispielen die besondere Bedeutung des Horizontalgradienten der Schwerkraft gezeigt werden. Zu diesem Zweck nehmen wir an (Fig. 4), daß in einer gewissen Tiefe unter der unmittelbar an die Erdoberfläche $O\ A\ D\ O'$ grenzenden Schicht von der Dichte σ eine andere Schicht von der Dichte σ' gelagert ist, und zwar derart, daß eine Stufe $C'\ C\ B\ B'$ von der Sprunghöhe $B\,C = f$ gebildet wird. $B\,D = d$ bestimmt dann die Tiefenlage der Stufe. Diese Massenverteilung hat auf der Erdoberfläche eine Schwereanomalie zur Folge, welche in der Richtung von O nach O' wächst und ihren Maximalwert $\Delta g = 2\pi k(\sigma' - \sigma) f$ in einer Entfernung von D erreicht, die so groß ist, daß ihr gegenüber die Größen d und f vernachlässigt werden können. Aus der durch Pendelmessungen festzustellenden Schwerestörung ist demnach nur auf das Vorhandensein von Massen abweichender Dichte, nicht aber auch auf ihre äußere Gestaltung zu schließen. Hierzu verhilft nur die Kenntnis des Horizontalgradienten, der in dem vorliegenden Fall in der Richtung s senkrecht zur Stufe durch den Ausdruck $G_s = 4{,}605 \,.\, k(\sigma' - \sigma) \log \frac{n_2}{n_1}$ dargestellt werden kann, wo n_1 und n_2 die Entfernung des Aufstellungsortes A der Drehwage von den beiden Enden B und C der Stufe bedeuten und log der gewöhnliche Logarithmus ist. Da der Quotient $\frac{n_2}{n_1}$ in D am größten ist und sowohl nach O wie nach O' abnimmt, so erreicht der obige Ausdruck seinen größten Wert in D; d. h. die Lage der Stufe verrät sich an der Oberfläche durch die Lage des maximalen Wertes des Horizontalgradienten genau senkrecht über ihr. In einer Entfernung von D, die so groß ist, daß ihr gegenüber die Sprunghöhe der Stufe zu

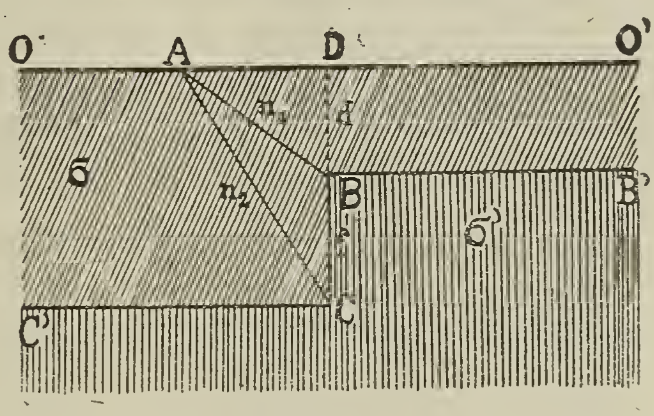

Fig. 4.

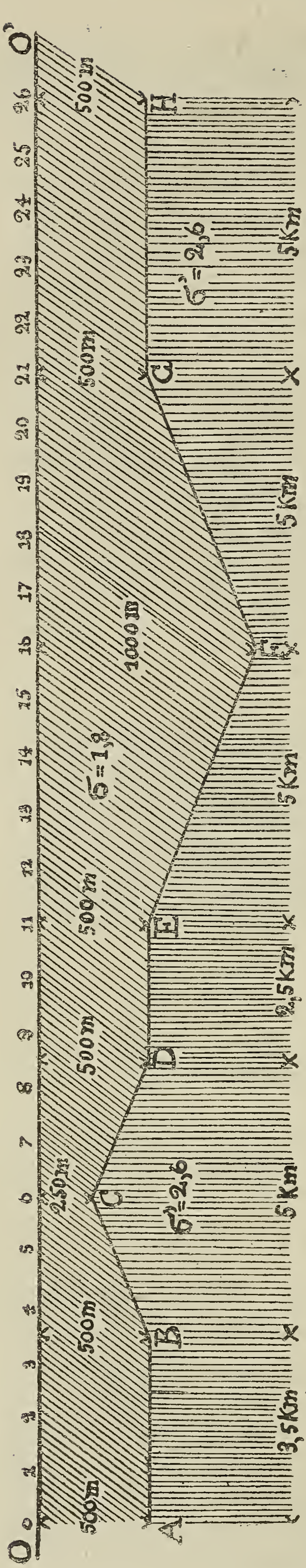

Fig. 5.

vernachlässigen ist, in der also n_1 und n_2 praktisch einander gleich sind, ist ein Horizontalgradient nicht mehr vorhanden. Ist $\sigma = 2{,}5\ \mathrm{cm}^{-3}\ \mathrm{g}$, d. h. etwa gleich der mittleren Dichte der Erdkruste und $\sigma' = 3{,}0\ \mathrm{cm}^{-3}\ \mathrm{g}$, ferner die Höhe der Stufe $f = 500$ m, so beträgt bei einer Tiefe $d = 30$ km der Maximalwert des Gradienten in D, wie ohne weiteres nach der angeführten Formel zu berechnen ist, noch immer $G_s = 1{,}1 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{sec}^{-2}$, dagegen bei $d = 1$ km schon $G_s = 27 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{sec}^{-2}$ und bei $d = 10$ m sogar $G_s = 261 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{sec}^{-2}$, so daß demnach bei der erwähnten Empfindlichkeit der Wage die Lage der Stufe in 30 km Tiefe noch gerade nachweisbar wäre. Das Maximum der Schwerkraftsstörung selbst würde bei den angenommenen Zahlenwerten nach der für Δg gegebenen Formel unabhängig von der Tiefenlage der Stufe 0,01 cm sec^{-2} betragen.

Bei dem anderen Beispiel, das hier auszugsweise mitgeteilt werden soll, handelt es sich um eine Massenverteilung, welche dem Profil $A\ B\ C\ D\ E\ F\ G\ H$ (Fig. 5) entspricht, das einen sich senkrecht zur Zeichenebene auf große Entfernung hin erstreckenden Gebirgszug und ein parallel zu diesem verlaufendes Tal von den in der Figur angegebenen Tiefen- und Breitenverhältnissen darstellt (das Profil ist in vierfacher Überhöhung gezeichnet). Die dieses unterirdische Gebirge zusammensetzenden Gesteine mögen die Dichte $\sigma' = 2{,}6$ haben und bis zur ebenen Oberfläche $O\,O'$ von lockereren Schichten mit der Dichte $\sigma = 1{,}8$ überlagert sein. Der senkrecht über A an der Oberfläche gelegene Punkt werde mit 0 bezeichnet und die von diesem auf der Oberfläche um 1, 2, 3 . . . bis 26 km nach rechts abliegenden Punkte mögen 1, 2, 3 . . . 26 genannt werden, so daß also Punkt 6 genau über C, 11 über E, 16 über F, 21 über G und 26 über H zu liegen kommt. Dann haben die Schwereabweichung Δg und der Gradient G_s in der Richtung senkrecht zur Streichungsrichtung des Gebirgszuges, d. h. in Richtung $O\,O'$ in den Punkten 0, 1, 2, 3 . . . 26 an der Oberfläche die in der Tabelle niedergeschriebenen Werte. Das Pluszeichen vor den Gradientenwerten besagt, daß der Gradient in der Zeichnung von links nach rechts gerichtet ist, das Minuszeichen bedeutet die entgegengesetzte Richtung. Das Pluszeichen vor den Werten von Δg zeigt eine gegenüber den normalen Werten zu große, das Minuszeichen eine zu geringe Schwerebeschleunigung an. Da ferner die Zahlen in der Tabelle die Werte von Δg und G_s in Einheiten der obenerwähnten Grenzen der Meßgenauigkeit ausdrücken, so machen sie ohne weiteres ersichtlich, daß die Drehwage auf die angenommene Massenverteilung viel deutlicher reagiert, als es das Pendel

Tabelle zu Figur 5.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$0^3 \Delta g$ cm sec^{-2}	0	+0,04	+0,1	+0,5	+1,8	+4,0	+5,3	+4,0	+1,5	0	-0,7	-1,8	-4,0	-6,6
$0^9 G_s$ sec^{-2}	+0,2	+0,5	+1,2	+5,2	+21,4	+25,3	-0,5	-26,3	-22,7	-7,2	-5,7	-16,9	-26,5	-26,4

	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
$0^3 \Delta g$ cm sec^{-2}	-9,1	-11,1	-12,0	-11,1	-9,1	-6,6	-4,0	-1,9	-0,9	-0,6	-0,4	-0,3	-0,3
$0^9 G_s$ sec^{-2}	-23,6	-16,8	-0,1	+16,7	+23,4	+26,2	+26,2	+16,2	+4,3	+1,8	+1,1	+0,7	+5,0

vermag. Namentlich zeigt sich aber auch wieder, wenn man die Oberflächenteile betrachtet, welche über den ausgezeichneten Punkten B, C, D, E, F und G des Profils liegen, daß gerade in diesen Gebieten oberhalb der eigentlichen Strukturlinien der Gradient G_s eine besonders starke Veränderlichkeit besitzt, was für die Schwerestörung Δg nicht zutrifft.

Durch diese erhöhte Empfindlichkeit über geologisch ausgezeichneten Linien erweist sich somit die Drehwage als in erster Linie dazu berufen, die tatsächliche Umgrenzung unterirdischer Massenüberschüsse oder Massendefekte, also auch die Lage von Erz- und Kohleanhäufungen, Salzhorsten, petroleum- oder gashaltigen Schichten u. dgl. aufzuhellen, während es mehr die Aufgabe des Pendels ist, das Maß solcher Massenverdichtungen oder -auflockerungen zu bestimmen, sofern diese Massenunregelmäßigkeiten für die Empfindlichkeit des Pendels nicht zu klein sind. Allerdings stehen nun solchen im Gelände anzustellenden Beobachtungen mit der Drehwage und ihrer zahlenmäßigen Auswertung noch besondere, nicht unerhebliche Schwierigkeiten entgegen. Bevor aus den Abweichungen der im Freien gemachten Beobachtungen von den dem Erdellipsoid und der Helmertschen Schwereformel entsprechenden Normalwerten, den sogenannten vollen Störungswerten, auf die unterhalb der Erdoberfläche anzunehmende Massenanordnung geschlossen werden kann, müssen natürlich alle Wirkungen, die auf sichtbaren Unregelmäßigkeiten der Massenverteilung beruhen, rechnerisch eliminiert sein. Erst nach Abzug der Einflüsse der Unebenheiten der Umgebung, wobei auch entsprechend der Empfindlichkeit der Methode Gräben, Wälle u. dgl. zu berücksichtigen sind, erhalten wir die eigentlichen subterranen Störungswerte, die über die uns unsichtbare Massenanordnung Aufschlüsse zu geben vermögen. So hat W. Schweydar versuchsweise im Jahre 1917 in Deutschland Messungen an einem Salzhorst vorgenommen, dessen Umgrenzung zum Teil bereits durch Bohrungen näher festgestellt war[1]). Es erwies sich auch hier, daß die Gradienten über dem Rand des Horstes am größten waren und eine Bestimmung der Lage dieses Randes auf 50 m bis 100 m erlauben würden. Ferner konnte mit einiger Sicherheit auf eine Neigung der Oberfläche des Horstes und auf steilen Abfall seiner Ränder geschlossen werden. Solche Schlüsse auf den genauen Verlauf der unterirdischen Massenstörung setzen natürlich voraus, daß die Lagerung der geologischen Schichten in dem untersuchten Gebiet in großen Zügen bekannt und nicht zu kompliziert ist, denn die mit der Drehwage beobachteten Schwereanomalien können durch sehr verschiedene Massenkonfigurationen erklärt werden. So wird die Drehwage namentlich in der praktischen Geologie beim Suchen nach Bodenschätzen Bohrungen niemals überflüssig machen, aber sie wird ihre Zahl doch nicht unwesentlich herabmindern können, indem sie die Stellen anweist, wo mit großer Wahrscheinlichkeit des Erfolges eine Bohrung anzusetzen ist. Das gilt z. B. namentlich auch, wie Eötvös selbst unter Hinweis auf die Vorkommnisse in Siebenbürgen bemerkt, von dem Ausfindigmachen nutzbarer Gasquellen, sofern sich nach den bisherigen Erfahrungen Gasanhäufungen vorzugsweise in den Antiklinalen der gas- und ölführenden Schichten finden, deren unter der Oberfläche verborgene Lage nach den obigen Ausführungen mit Hilfe der Drehwage unter sonst günstigen Umständen, wie sie u. a. in der ungarischen Tiefebene herrschen, gut festgestellt werden kann.

In rein theoretischer Hinsicht können aber auch schon Beobachtungen mit der Drehwage allein zu interessanten Schlüssen führen, zumal wenn sie durch parallel gehende erdmagnetische Messungen ergänzt werden. Dies lehren die Untersuchungen, welche Eötvös in der am 8. Juli 1911 von einem starken Erdbeben betroffenen Umgebung von Kecskemet zwischen Donau und Theiß, südöstlich von Budapest, angestellt hat. Für dieses Gebiet wurden aus den zahlreich ausgeführten Messungen der subterranen Störungswerte der Horizontalgradienten der Schwerkraft auch die Werte der Schwerestörung Δg selbst berechnet und beide Reihen von Störungen in eine Karte eingetragen, die Gradientwerte nach Größe und Richtung durch Pfeile, die Werte von Δg durch Linien gleicher Schwerestörung im Abstande von 0,001 cm sec^{-2}.

---

[1]) Zeitschr. f. prakt. Geologie, 26. Jahrg. 1918, S. 157—162.

Das so gewonnene Kartenbild läßt, übrigens auch sehr sinnfällig, eine unter der Ebene verborgene Massenverteilung vermuten, der in der epizentralen Zone des Erdbebens ein Massendefekt, etwa eine muldenförmige Vertiefung schwererer Gesteinsschichten, und im Nordwesten, Nordosten und Südwesten vom Epizentrum je eine Massenanhäufung, also etwa eine bergförmige Erhebung der unter dem Epizentralgebiet tiefer liegenden Schichten, entspricht; und dieser Lage passen sich recht gut auch die Isoseisten des 10., 9. und 8. Grades der zwölfteiligen Intensitätsskala an. Die Deutung des Massendefekts als Vertiefung und der Massenanhäufungen als Erhebungen beruht in diesem Fall auf der Voraussetzung, daß bei Annahme einer bestimmten Dichtedifferenz zwischen den oberflächlichen und den tieferen Schichten die Störungen nur durch den Verlauf der Grenzfläche zwischen beiden Schichtsystemen bedingt sind, so daß dann die Linien gleicher Schwerestörung geradezu als Isohypsen betrachtet werden können. Es ist möglich, wie die so erschlossenen Verhältnisse nahelegen, daß das Erdbeben genetisch mit lokalen isostatischen Ausgleichsbestrebungen zusammenhängt.

Nimmt man hierzu noch die Ergebnisse der Beobachtungen über die Größe der magnetischen Anomalie, so kann man weiter zu dem Schluß kommen, daß an der Zusammensetzung der Erhebung im Nordosten von Kecskemet vielleicht in hohem Maße eruptives Material beteiligt ist, da hier die Störungen der erdmagnetischen Kraft am größten sind, während die Massenanhäufung im Südwesten wesentlich geringeren und die im Nordwesten so gut wie keinen magnetischen Einfluß ausübt. Naturgemäß sind auch diese Schlußfolgerungen nicht zwingend, da die festgestellten magnetischen Anomalien sich z. B. auch durch die Wirkungen von Erdströmen erklären ließen. Doch darf wohl im Rückblick auf die gesamten hier gemachten Ausführungen jedenfalls gesagt werden, daß die Drehwage, und zwar in erster Linie hinsichtlich der durch sie ermöglichten Schweremessungen, oft ein wichtiges Hilfsmittel der geologischen Forschung sein kann, daß sie bei weiterer erfahrungsmäßiger Ausarbeitung der Methode insonderheit Arbeiten der praktischen Geologie wie überhaupt Untersuchungen über die Struktur der unseren Augen entzogenen Massen, über die Entstehung von Erdbeben und über vulkanologische Fragen erfolgreich zu unterstützen vermag bzw. erst anzustellen ermöglicht.