

KEPLERS WEG ZUR PHYSIK DES HIMMELS *

Von Konradin Ferrari d'Occhieppo

Wenn man heute in jedem Schulphysikbuch die Keplerschen Gesetze der Planetenbewegung lesen kann, so vergißt man allzu leicht, welch mühevoller Weg zu ihnen geführt hat. Um sie zu finden, bedurfte es nicht nur eines beispiellosen Rechenfleißes, sondern ganz neuer Ideen, zu denen der leidenschaftliche Wahrheitssucher, dessen Geburtstag sich am 27. Dezember 1971 zum 400. Mal jährte, sich gegen überkommene Vorstellungen durchringen mußte. Es ist viel zuwenig bekannt, daß Kepler früher, radikaler und wirklichkeitsnäher als Galilei, eine ursächliche Begründung der Planetenbewegungen, eine Physik des Himmels, angestrebt und teilweise auch erreicht hat.

Um seine Leistung richtig zu würdigen, ist es angebracht, einem naheliegenden Mißverständnis entgegenzutreten. Gewiß war Kepler um fast ein volles Jahrhundert jünger als Kopernikus. Dennoch war die Lehre von der Bewegung der Erde noch keineswegs fest etabliert, als Kepler sein Universitätsstudium in Tübingen im Jahre 1589 begann. Sein dortiger Lehrer der Sternkunde, Michael Maestlin, war allerdings ein sehr aufgeschlossener Geist, in dessen Seminar das knapp 50 Jahre früher erschienene Werk des Kopernikus gründlich und freimütig diskutiert wurde. Namentlich anerkannte man seine methodischen Vorzüge vorbehaltlos in jenen Punkten, die unabhängig von der strittigen Frage nach dem Weltmittelpunkt anwendbar waren, beispielsweise die gegenüber Ptolemaios wesentlich verbesserte Theorie der Mondbewegung. Aber in den öffentlichen Hauptvorlesungen trug Maestlin unentwegt die geozentrische Theorie des Ptolemaios vor. Auch der später so berühmt gewordene Galilei hielt es zur gleichen Zeit als Professor an der Universität Padua nicht anders. Ein von ihm damals verfaßtes Traktat erwähnt zwar beiläufig, daß gewisse Philosophen der Erde Bewegungen zugeschrieben hätten; aber die üblichen Beweisgründe für die Unbeweglichkeit der Erde werden trotzdem ohne ausdrückliche Einwände dargelegt.

* Festvortrag zur Kepler-Feier der Johannes-Kepler-Hochschule in Linz.

Tycho Brahe, der bedeutendste Astronom der zweiten Hälfte des 16. Jahrhunderts, hatte das Werk des Kopernikus gründlich studiert und war weit davon entfernt, es in seiner Gesamtheit zu verwerfen. Aber trotz aller Sorgfalt bei seinen überaus genauen Messungen hatte er das entscheidende Beweisstück für die jährliche Wanderung der Erde um die Sonne, die Parallaxe der Fixsterne, nicht finden können. Wenn man als moderner Naturforscher die grundlegende Bedeutung der kritisch geprüften Erfahrung anerkennt, muß man daher zugeben, daß Brahес Meinung, die Lehre von der Erdbewegung sei durch seine Beobachtungen widerlegt, zu jener Zeit noch durchaus vertretbar war. Übrigens hat Brahe nicht mit ebensolcher Entschiedenheit auch den Gedanken an eine tägliche Rotation der Erde abgelehnt, sondern dies als eine wissenschaftlich unentschiedene Frage betrachtet. In einem interessanten Kompromißvorschlag suchte er die Vorzüge der heliozentrischen Theorie des Kopernikus mit der vermeintlich in der Weltmitte ruhenden Erde in der Weise zu vereinbaren, daß nur Mond und Sonne unmittelbar um die Erde, die Planeten aber zunächst um die Sonne kreisen sollten. Man ist um so weniger berechtigt, diese vermittelnde Theorie zu belächeln, als sogar in unserem schnellebigen Jahrhundert die Relativitätstheorie von ihrer ersten Veröffentlichung bis zur allgemeinen Anerkennung einige Jahrzehnte gebraucht hat.

Vor diesem Hintergrund muß Keplers Erstlingswerk gewertet werden, das er 1595 in Graz verfaßte, und aus dessen langem barocken Titel man meist nur die Worte „Mysterium Cosmographicum“ (Weltgeheimnis) zitiert. Kepler setzt darin unverhüllt die Copernicanische Theorie als sichere Tatsache voraus und sucht sie in durchaus originaler Weise tiefer zu begründen. Der noch kaum Vierundzwanzigjährige setzte damit eine geistige Tat, die zu ihrer Zeit auf fast ebenso einsamer Höhe stand wie das Hauptwerk des Kopernikus selbst. Maestlin und Brahe, obwohl sachlich teilweise anderer Meinung, zollten der Leistung des viel jüngeren Gelehrten achtungsvolle Bewunderung. Der Erstgenannte ermöglichte nicht nur die baldige Drucklegung der Arbeit seines ehemaligen Schülers, sondern gab noch Anregungen zu zweckmäßigen Ergänzungen, während Tycho auf Grund dieser Talentprobe wenig später bemüht war, Kepler als Mitarbeiter zu gewinnen. Nur Galilei, in verhängnisvoller Überheblichkeit befangen, quittierte dieses wie auch spätere Werke Keplers mit einem unverbindlichen Dankschreiben und nahm sich anscheinend nie die Mühe, sie genauer zu studieren.

Es war Keplers Überzeugung, daß die Welt nach einfachen geometrischen Ideen geschaffen sei. So meinte er, eine Beziehung zwischen den relativen Abständen der Planeten voneinander und den fünf regelmäßigen Vielflächnern entdeckt zu haben, durch deren vorgegebene Anzahl zugleich auch die der Planeten a priori festgelegt zu sein schien. Zwischen den

Sphären von je zwei Planeten sollte einer dieser Polyeder, selbstverständlich nicht materiell, sondern nur als vom Schöpfer der Welt gedachtes Gebilde, so eingeschoben sein, daß die jeweils äußere Kugel von den Ecken, die innere von den Flächen gerade berührt würde. Die zur Sonne konzentrisch gedachten Sphären sollten eine endliche Dicke gleich dem Unterschied zwischen größter und kleinster Entfernung eines jeden Planeten haben. Bei der Erde war zusätzlich noch die Maximalentfernung des Mondes derart eingerechnet, daß auch er stets zwischen äußerer und innerer Begrenzungsfläche der zur Erdbahn gehörigen Sphäre bleiben sollte. Eine Probe mit den Planetenabständen nach den Berechnungen des Kopernikus ergab annehmbare Übereinstimmung bei folgender Anordnung der Körper: zwischen Saturns- und Jupitersphäre der Würfel; in dem auffallend weiten Raum zwischen Jupiter und Mars das sperrige Tetraeder; zwischen Mars, Erde und Venus nacheinander der zwölfblächige und der zwanzigblächige Körper; endlich sollte eine Besonderheit der vierseitigen Doppelpyramide, des Oktaeders, die ungewöhnlich große numerische Exzentrizität der Merkursbahn plausibel machen. Freilich konnte später diese Gedankenkonstruktion nicht aufrechterhalten werden. Aber wenn man sich an die Fruchtbarkeit stereometrischer Modelle in der Kristallphysik und Strukturchemie erinnert, kann man auch diesem kühnen Entwurf die gerechte Würdigung nicht versagen.

Auch Kepler selbst gab sich damit keineswegs endgültig zufrieden. Vielmehr suchte er schon damals nach einer gesetzmäßigen Beziehung zwischen den Sonnenabständen und den Umlaufperioden der Planeten. Im vorletzten Kapitel des „Weltgeheimnisses“ findet sich dafür folgender Ansatz: Beim Fortschreiten von einem Planeten zum nächstäußeren sei der relative Zuwachs des Abstandes von der Sonne halb so groß wie der relative Zuwachs der Dauer der Umlaufperiode¹. Diese Formel ist zwar nicht mathematisch richtig; aber ihre Fehler gleichen sich bei den tatsächlich vorkommenden Abständen der damals bekannten Planeten weitgehend aus. Überaus bemerkenswert ist jedoch der Grundgedanke des hier versuchten Ansatzes. Würde man nämlich die von Kepler als Differenzenformel angelegte Beziehung als Differentialformel auffassen und darin den Faktor von $\frac{1}{2}$ auf $\frac{2}{3}$ erhöhen, so ergäbe sich durch Integration genau jenes richtige Gesetz, das Kepler selbst 23 Jahre später nach langen Mühen im Mai 1618 in Linz entdeckt hat. – Obgleich in dieser letzten Überlegung mathematische Begriffe verwendet wurden, die zu jener Zeit noch nicht ausgereift waren, zeigt sich darin doch das Aufleuchten der vorausahnenden Genialität des großen Forschers.

Von den hier auftretenden Größen sind auf Grund zweitausendjähriger

1 Siehe Formelanhang S. 104!

Erfahrung die Umlaufsperioden bei weitem am genauesten bekannt. Durch Umkehrung der eben besprochenen Differenzenformel konnte somit Kepler ein theoretisches System der mittleren Planetenentfernungen, bezogen auf den Radius der Erdbahn als Längeneinheit, errechnen. Ein davon unabhängiger zweiter Satz theoretischer Größenverhältnisse der Planetensphären ergab sich aus dem Modell der zwischengeschalteten regelmäßigen Körper, allerdings unter Heranziehung der Unterschiede zwischen größter und kleinster Entfernung, die aus Beobachtungen abgeleitet waren. Beide Wertesysteme stimmten weder untereinander noch mit den von Kopernikus unmittelbar aus ausgewählten Beobachtungen berechneten Planetenabständen genau überein. Die Entscheidung darüber, wie es sich in Wirklichkeit verhielt, erhoffte Kepler von besseren Beobachtungsgrundlagen.

Es war eine der schönsten Fügungen der Wissenschaftsgeschichte, daß solche in vordem nie gekannter Menge und Genauigkeit gerade in den zwei Jahrzehnten, die diesem Appell an die Erfahrung vorausgingen, von Tycho Brahe gewonnen worden waren. Der aus seiner Heimat verbannte dänische Gelehrte und Kepler trafen sich unter dem Schutz Kaiser Rudolfs II. in dem Wunsch, dieses gewaltige Datenmaterial für eine gründliche Erneuerung der gesamten Astronomie auszuwerten. Freilich gingen ihre Meinungen über den Ort der Weltmitte auseinander, und die Verschiedenheit der Charaktere verschärfte diesen Gegensatz. Dem unter solchen Umständen unvermeidlichen Konflikt kam der Tod Brahés 1601 zuvor. Damit fiel die ungeheure Aufgabe seinem Nachfolger als kaiserlichem Mathematiker, Kepler, allein zu. Die hartnäckigen Versuche der Erben und früheren Mitarbeiter Brahés, ein Mitbestimmungsrecht für sich in Anspruch zu nehmen, haben den Fortgang der Arbeit erheblich verzögert, aber kaum positiv beeinflußt.

Frühere Astronomen, auch Kopernikus, legten ihren Theorien ziemlich starre Schemata zugrunde, die im wesentlichen aus exzentrischen Kreisen und kleineren Aufkreisen (Epizykeln) bestanden. Dazu kam die Auflage gleichförmiger Winkelgeschwindigkeit, wenn nicht vom Kreismittelpunkt selbst, so doch wenigstens von einem anderen inneren Punkt aus gesehen. Den letztgenannten Ausweg, „Äquant“ oder Ausgleichspunkt genannt, hatte übrigens Kopernikus entschieden abgelehnt. Daher war er genötigt – was sowohl Galilei als auch viele moderne Popularisatoren nicht zu wissen scheinen –, eine beträchtliche Anzahl von Epizykeln beizubehalten, um leidliche Übereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung herzustellen. Die Ansprüche in dieser Hinsicht durften nicht allzu hoch sein, weil die Meßgenauigkeit vor der Mitte des 16. Jahrhunderts meist nur grobe Bruchteile eines Grades erreichte. Aus der ohnedies geringen Zahl von Beobachtungen pflegte man nur jene auszuwerten, die gerade hinreichend erschienen, um die Größen- und Lageverhältnisse der Trägerkreise und Epizykeln

eindeutig zu ermitteln. Überzählige Beobachtungen wurden nur dann beachtet, wenn gelegentliche Nachrechnung besonders große Unstimmigkeiten erkennen ließ. Aber das Ergebnis daraufhin vorgenommener Änderungen war oft eher eine wenig überzeugende Komplikation als eine echte Verbesserung der Theorie. Dieses Schicksal wäre wohl auch dem Modell des Kopernikus widerfahren, wenn man versucht hätte, zur Darstellung genauerer Beobachtungen starr an dem Axiom gleichförmiger Kreisbewegungen festzuhalten.

Dank der zahlreichen und den meisten seiner Vorgänger an Genauigkeit weit überlegenen Beobachtungen Tycho Brahes konnte Kepler einen völlig neuen Weg einschlagen. Er unternahm es in seinem zweiten großen Werk, dem er dann berechtigterweise den Titel „*Astronomia Nova / Aitiologetos / seu Physica Coelestis*“ (Neue Astronomie / ursächlich begründet / oder Physik des Himmels; 1609) gab, einerseits die Form und Größe der Bahnen der Erde und des Mars, andererseits deren wechselnde Geschwindigkeiten gänzlich unabhängig von jeder vorgefaßten Meinung aus den Beobachtungen zu bestimmen. Natürlich machte er die ersten Versuche noch im Sinne der vordem üblichen Modelle. Aber im Fortgang seiner Arbeit sah er sich genötigt, sich immer weiter von den ausgetretenen Pfaden zu entfernen. Es ist nicht möglich, hier alle langwierigen Umwege zu verfolgen, die auch diesem Genius nicht erspart geblieben sind. Nur in stark schematisierter Art können die wesentlichen Grundgedanken jenes Verfahrens, das schließlich zum Ziel führte, dargelegt werden. Übrigens fiel die Wahl Keplers mit guten Gründen auf den Mars als vorläufig einziges Objekt seiner tiefeschürfenden Untersuchungen. Denn dieser Planet hatte, abgesehen von dem nur selten unter günstigen Bedingungen beobachtbaren Merkur, den rechnenden Astronomen stets die größten Schwierigkeiten gemacht. Mit Recht durfte man also hoffen, daß eine Theorie, mit der man den Lauf dieses „widerspenstigen“ Gestirns richtig berechnen könnte, als Muster für alle übrigen verwendbar sein würde.

Unter den Beobachtungen Brahes, die sich über rund zwanzig Jahre erstreckten, waren zehn „Oppositionen“ des Planeten Mars enthalten; das sind jene Phasen, bei denen die Erde zwischen die Sonne und den Planeten zu stehen kommt. Dann erscheint uns also Mars, abgesehen von dem sehr kleinen Neigungswinkel der beiden Bahnebenen, in der gleichen Richtung wie einem gedachten Beobachter auf der Sonne; im Gradnetz des Himmels ist die „Länge“ des Mars geozentrisch wie heliozentrisch die gleiche. Der Neigungswinkel der Bahnen spiegelt sich in einer mehr oder weniger von Null verschiedenen aber stets kleinen „Breite“ wider; auch diese hat Kepler selbstverständlich gehörig berücksichtigt. Doch wollen wir in den folgenden Darlegungen über diese unbedeutende Komplikation stillschweigend hinweggehen, um die Hauptsache desto übersichtlicher hervortreten zu lassen.

Nach den Erfahrungen der Astronomen zweier Jahrtausende vor ihm durfte Kepler mit Recht annehmen, daß Mars wenigstens innerhalb einiger Jahre beständig in der gleichen Bahn um die Sonne läuft, und zwar mit einer Periode von 687 Tagen Dauer. Rechnet man also beispielsweise von der Opposition des 14. April 1589 ausgehend um einmal, dann um zweimal, dann um dreimal 687 Tage nach rückwärts oder nach vorwärts, so ist anzunehmen, daß Mars zu jedem dieser insgesamt sieben Zeitpunkte genau an derselben Stelle seiner wahren Bahn im Raume stand. Sonne und Mars bildeten jedesmal die Endpunkte einer nach Größe und Richtung gleichen Strecke. (Abb. S. 106)

Für die Erde fehlen jedoch nach 687 Tagen noch $43\frac{1}{2}$ Tage auf zwei volle Umläufe; nach zweimal 687 Tagen ist die Erde um 87 Tage hinter vier vollen Sonnenumkreisungen zurück; nach dreimal 687 Tagen beträgt die Differenz auf sechs Jahre schon rund 130 Tage. Zu jedem der eben ins Auge gefaßten Zeitpunkte befand sich demnach die Erde an einer anderen Stelle ihrer Bahn und bildete so je dritte Eckpunkte einer Serie von Dreiecken, deren gemeinsame Grundlinie die Strecke zwischen der Sonne und dem wieder zum Ausgangspunkt zurückgekehrten Planeten Mars war. In jedem dieser Dreiecke können zwei Winkel durch Beobachtungen von der Erde aus gemessen werden: der Längenunterschied zwischen Sonne und Mars (streng genommen zu korrigieren wegen der stets kleinen Breite des letzteren) liefert den Winkel bei der Erde; die Differenz der Sonnenlängen zwischen dem Zeitpunkt der Beobachtung und jenem der anfangs gewählten Opposition gibt den Winkel bei der Sonne. Aus diesen Winkeln können die Abstände von der Erde zur Sonne und zum Planeten zunächst in Bruchteilen der Grundlinie berechnet werden. Zu einer einzigen Marsopposition kann man also innerhalb von knapp zwölf Jahren sechs ihr zugeordnete Beobachtungen von verschiedenen Stellen der Erdbahn aus erhalten und die Lage dieser Punkte in bezug auf eine und dieselbe Grundlinie genau berechnen.

Begreiflicherweise ging Kepler von der ihm geläufigen Annahme aus, daß die Erdbahn ein exzentrischer Kreis sei. Ein solcher ist aber schon aus nur drei Punkten eindeutig bestimmbar. Es zeigte sich nun, daß auch die drei überzähligen Punkte innerhalb des engen Spielraumes den die Sicherheit der Beobachtungen Brahes noch zuließ, auf demselben Kreis lagen. Sein Mittelpunkt befand sich etwas abseits der Sonne in jener Richtung, die man schon im Altertum als die Sonnenferne der Erde (Aphel) aus der Tatsache erschlossen hatte, daß die Sonne sich im Sommer der Nordhalbkugel langsamer gegenüber dem Fixsternhimmel zu bewegen scheint als im Winter. Aber die numerische Exzentrizität fand Kepler nur zu 0,018 – etwa halb so groß, wie Kopernikus sie auf Grund der Annahme einer beständig gleichbleibenden wahren Geschwindigkeit der Erde berechnet hatte. Es stellte

sich also heraus, daß die scheinbare Ungleichförmigkeit der jährlichen Sonnenbewegung gegenüber dem Himmelshintergrund ungefähr zur Hälfte auf eine wirkliche jahresperiodische Zu- und Abnahme der Erdgeschwindigkeit zurückzuführen ist. Zwar hatten, wie bereits erwähnt, manche frühere Astronomen dergleichen schon in Betracht gezogen. Aber erst Kepler konnte dank der streng getrennt durchgeführten Bestimmung einerseits der Exzentrizität andererseits der Geschwindigkeiten das genaue Gesetz finden, daß *der Fahrstrahl von der Sonne zur Erde in gleichen Zeitintervallen je gleich große Flächen überstreicht*². Natürlich hat Kepler sich nicht nur auf einen Beobachtungssatz der beschriebenen Art gestützt, sondern die Richtigkeit seiner Feststellungen an vielen Beispielen überprüft, ehe er das Gesetz, das man heute meist kurz als „Flächensatz“ zitiert, als hinlänglich gesichert betrachtete, um darauf weiterbauen zu können. Damit ist nun der Ort der Erde in bezug auf die Sonne und die Richtung zum sonnenfernsten Bahnpunkt für jeden beliebigen Augenblick genau berechenbar, eine Aufgabe, für deren Lösung Kepler übrigens noch ein Näherungsverfahren zur Behandlung der später nach ihm benannten transzendenten Gleichung erfinden mußte. Als naturgegebene „Astronomische Längeneinheit“ bot sich das arithmetische Mittel aus größtem und kleinstem Sonnenabstand der Erde an.

Nun ging Kepler daran, Größe, Form und Lage der Marsbahn zu bestimmen. Dazu konnten aus Brahens Beobachtungen vorzugsweise solche dienen, die paarweise Zwischenzeiten von je 687 Tagen aufwiesen, sonst aber keinen Einschränkungen unterlagen. Denn für beide Beobachtungen eines solchen Paares ist auf Grund der nach wie vor einzigen Voraussetzung strenger Periodizität der Ort des Mars in bezug auf die Sonne und eine bestimmte festgewählte Richtung der gleiche. Die Erde hingegen befindet sich an zwei verschiedenen Stellen ihrer Bahn. Man erhält also Vierecke, deren eine Diagonale durch die beiden Erdorte gebildet wird, während die Sonne und der zu derselben Stelle zurückgekehrte Mars die andere Diagonale begrenzen. In jedem derartigen Viereck sind zwei Seiten, nämlich die Entfernungen der Erde von der Sonne, aus der vorausgegangenen Untersuchung der Erdbahn bekannt, ebenso der Winkel bei der Sonne. Die Winkel an den zwei verschiedenen Orten der Erde sind als Längendifferenzen zwischen Sonne und Mars (korrigiert wegen der Breite des letzteren) aus den Beobachtungen erhältlich. Diese fünf Bestimmungsstücke genügen, um in jedem einzelnen Fall den Abstand und die Richtung des Mars in bezug auf die Sonne zu berechnen.

Bei der Untersuchung der auf diese Weise erhaltenen zahlreichen Punkte der Marsbahn fand Kepler zu seiner Verwunderung, daß es nicht möglich war, sie alle durch einen und denselben Kreis darzustellen. Ja nicht einmal die Hinzunahme eines Epizykels von gleichbleibendem Radius gemäß der

Theorie des Kopernikus genügte, um Übereinstimmung mit den Beobachtungen Brahes zu erreichen. Deren hohe Genauigkeit war hier gerade ausreichend, um eine weitergehende Verfeinerung der Theorie gleichsam zu erzwingen. Nach sehr mühevollen Umwegen fand Kepler schließlich, daß *die Bahn des Mars eine Ellipse ist, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht*³. Der von der Erdbahn her bekannte Flächensatz erwies sich auch diesmal als gültig.

Seinen späteren Berechnungen der übrigen Planetenbahnen legte Kepler diese beiden mit Recht als allgemeingültig angesehenen Gesetze zugrunde. Bei Erde und Venus waren die Änderungen im Vergleich zur Annahme exzentrischer Kreise am kleinsten, bei Jupiter und Saturn schon recht bedeutend. Die schärfste Bewährungsprobe bestanden die beiden ersten Keplergesetze an der Bahn des Merkur. Infolge ihrer außerordentlich großen Exzentrizität waren alle früheren theoretischen Ansätze zu ganz besonders verwickelten Annahmen genötigt gewesen, die nun mit einem Schlag überflüssig wurden.

Kepler verfügte noch nicht über jene mathematischen Hilfsmittel, die eine im strengen Sinn optimale Anpassung der Theorie an die Beobachtungen ermöglicht hätten. Die große Anzahl der Beobachtungen ließ ihn aber trotzdem recht gut erkennen, ob und in welcher Richtung Verbesserungen von irgendeinem Zwischenstadium aus noch vorzunehmen waren: dann nämlich, wenn dem Betrag nach vielleicht schon kleine, aber mit gleichen Vorzeichen behaftete Abweichungen sich an bestimmten Stellen häuften. Erst wenn die Unterschiede zwischen Beobachtung und Rechnung mit wechselnden Vorzeichen um Null herum pendelten, durfte er sicher sein, die Grenze möglicher Verbesserungen seiner Theorie erreicht zu haben.

Zwischen vielerlei wissenschaftlichen Untersuchungen und aufreibenden persönlichen Sorgen suchte Kepler noch tiefer in die harmonische Ordnung der Welt einzudringen. Trotz seines größtenteils erhaltenen schriftlichen Nachlasses weiß man kaum etwas darüber, welche Relationen zwischen den Umlaufsperioden und den Abständen der Planeten er im Laufe der Jahre ausprobiert und als unbefriedigend wieder verworfen hat, bis ihm Mitte Mai 1618 gleichsam wie eine Offenbarung die Idee zur richtigen Lösung einfiel. Dennoch wäre es falsch, darin einen bloßen Zufallsfund zu sehen. Denn um diese Zeit beschäftigte sich Kepler eifrig mit den Logarithmen, die wenige Jahre früher unabhängig voneinander Jost Bürgi und Lord Napier erfunden hatten. Zugleich wirkte in seinem Gedächtnis sicherlich die Differenzenformel aus seinem Erstlingswerk nach. Von daher lag der Gedanke fast greifbar nahe, die logarithmischen Inkremente der Perioden und der Abstände miteinander zu vergleichen. Dabei mußte ihm auf den ersten Blick das konstante Verhältnis beider 1,5 : 1 auffallen. Der Umstand, daß Kepler selbst sein drittes Gesetz so formulierte, daß *das Verhält-*

*nis der Umlaufsperioden der Planeten die anderthalbte Potenz des Verhältnisses der Bahngrößen sei*⁴, scheint diese Vermutung über die Art der Auf-
findung zu bestätigen und schließt wohl die Annahme aus, daß er zuerst
kolonnenweise ganzzahlige Potenzen der numerischen Werte einander
gegenübergestellt hätte.

In scheinbarem Gegensatz zu der Begeisterung, in die Kepler nach seiner
eigenen Schilderung durch diesen Fund versetzt wurde, steht die knappe
Einreihung dieses Satzes (und der zwei ersten Gesetze) in einen ganzen
Katalog minder wichtiger Thesen über das Planetensystem im fünften Buch
der „*Harmonice Mundi*“ (Weltharmonik, 1619). Dennoch sah er wohl in
der Erkenntnis der richtigen Beziehung zwischen Perioden und Entfernun-
gen gewissermaßen den Schlußstein zu diesem Gebäude; denn wenige Tage
später brachte er das Manuskript dieses Werkes, an dem er vorher jahrelang
mit großen Unterbrechungen gearbeitet hatte, zum Abschluß.

Die nähere Betrachtung und Erprobung der Tragfähigkeit des Gewölbes
– um bei diesem Bild zu bleiben – ließ aber nicht lange auf sich warten.
Schon im Zuge der Arbeiten an der *Astronomia Nova* hatte Kepler die
Probleme nicht ausschließlich geometrisch betrachtet, sondern nach der
Entdeckung des Flächensatzes auch physikalischen Überlegungen breiten
Raum gegeben. In seinem Lehrbuch „*Epitome Astronomiae Copernicanae*“
(1618/1621) stellte er an die Spitze der himmelsmechanischen Darlegungen
(4. Buch, 2. Teil) das kurz vorher entdeckte dritte Bewegungsgesetz. Dabei
zeigte er auch dessen analoge Anwendbarkeit auf das Satellitensystem Jupi-
ters an Hand der von Simon Marius (Mayer) in seiner Schrift „*Mundus*
Jovialis“ (1614) veröffentlichten Bahnradien und Perioden auf. Er selbst
hat also den entscheidenden ersten Schritt zur Verallgemeinerung dieses bis
zur Gegenwart höchst wichtigen Gesetzes getan. In dem gleichen Zusam-
menhang stellte er fest, daß die größte Abweichung des Erdmondes von
gleichförmiger Bewegung dem Flächensatz entsprach. Für die übrigen, zum
Teil erst durch Brahe entdeckten „Störungen“ des Mondlaufes entwickelte
er eine rechnerisch bemerkenswerte Lösung, die aber kaum geeignet war,
zu den wahren himmelsmechanischen Ursachen hinzuführen.

Es ist üblich, nur die drei bisher hervorgehobenen Geseze unter Keplers
Namen anzuführen, weil sie im Falle einer weit überwiegenden Zentral-
masse ohne sonstige Einschränkung auch in der Newtonschen Mechanik
Geltung behalten, ja mit geringen Modifikationen auch auf Parabel- und
Hyperbelbahnen ausgedehnt werden können; man braucht nur den für alle
Kegelschnitte in formal gleicher Weise definierten Parameter und im
dritten Gesetz die Flächengeschwindigkeit einzuführen, um die nur bei der
Ellipse sinnvollen Begriffe der mittleren Entfernung und der Umlaufs-
periode zu eliminieren. Aber für die Nachwirkung Keplers auf Newton,
der ja bewußt auf den Entdeckungen seines großen Vorgängers weiterbaute,

war es zweifellos höchst bedeutsam, daß schon dieser als Ursache der Planeten- und Satellitenumläufe *eine Kraft* postulierte, *die wie das Licht bei der Ausbreitung durch den leeren Raum proportional zum reziproken Quadrat des Abstandes von der Quelle schwächer werden sollte*. Da Kepler die „Trägheit“ der Materie noch als einen Widerstand gegen jede Bewegung auffaßte, brachte er allerdings die vermutete Kraft mit der Rotation des jeweiligen Zentralkörpers in Zusammenhang und verstand sie nicht nur als Zentripetal- sondern vor allem als Tangentialkraft. Dennoch war Kepler im ganzen genommen der Wahrheit wesentlich näher als Galilei, der noch in seinem nach Keplers Tod, reichlich zehn Jahre nach dem zweiten Band der „*Epitome Astronomiae Copernicanae*“, erschienenen vielgerühmten „*Dialog über die beiden hauptsächlichen Weltsysteme*“ (1632) unter äußerlich glänzend, oft auch anmaßend formulierter Dialektik dem Wortführer seiner eigenen Meinungen (Salviati) mancherlei Argumente in den Mund legte, die schon damals als schwach oder gar falsch angreifbar waren. Den Gedanken an Kräfte, die in die Ferne wirken könnten, lehnte er entschieden ab, konnte aber dafür nichts besseres bieten. Trotz seiner sonst betonten Geringschätzung der Naturlehre des Aristoteles und aller, die sich auf diese beriefen, übernahm er doch von daher als angeblich hinlängliche Erklärung für den Umlauf der Planeten um die Sonne die Behauptung, daß nur die gleichförmige Bewegung in Kreisen „natürlich“ sei; andere Bewegungen gäbe es nur, wenn ein Körper nicht an seinem richtigen Ort sei und dorthin zurückstrebe! Auf eine Erörterung der Abweichungen von der gleichförmigen Bewegung ließ Galilei sich weder hier noch an anderer Stelle ein, sei es deshalb, weil er ein Eindringen in diese Einzelheiten für unnötig hielt, sei es, weil die von Kopernikus nach wie vor für unentbehrlich gehaltenen Epizykeln nicht in Galileis Konzept paßten. Aber obwohl ihm mindestens die vor 1616 erschienenen Werke Keplers, teilweise sogar in Widmungsexemplaren des Autors, ungehindert zugänglich waren, hat er sie nicht in ihrem wahren Wert eingeschätzt und von keinem der darin empirisch begründeten Bewegungsgesetze jemals Notiz genommen.

Und doch enthalten Keplers Gesetze, wenn auch noch etwas verhüllt, den Schlüssel zu einer allgemeinen, irdische und kosmische Vorgänge umfassenden Mechanik. Wäre Kepler nach der Entdeckung seines dritten Gesetzes nicht durch die ungeheure Last numerischer Rechnungen für die Fertigstellung der Rudolfinischen Planetentafeln unter den erschwerenden Umständen des Dreißigjährigen Krieges schon übermäßig beansprucht gewesen, dann wäre er gewiß in den rein theoretischen Folgerungen noch manchen wesentlichen Schritt weitergekommen.

So lag beispielsweise die Zerlegung der Planetenbewegung in die tangentielle und in die zentripetale Komponente nach dem altbekannten Parallelogrammsatz sehr nahe. Dabei hätte sich sofort gezeigt, daß der Flächensatz

allein über die Zentripetalkraft keine quantitative Aussage liefert, sondern nur allgemein ihre Notwendigkeit für das Zustandekommen einer Bahnkrümmung erweist. Die Tangentialkraft aber müßte so beschaffen sein, daß sie für sich genommen den Planeten genau mit seiner augenblicklich erreichten Geschwindigkeit längs der Bahntangente weiterbefördern würde. Es ist eine müßige Frage, wie Kepler diesen Befund gedeutet hätte, der inhaltlich mit jener richtigen Fassung des Trägheitsprinzips übereinstimmt, zu der auch Galilei zeitlebens nicht vorgedrungen ist. Nur als Approximation an die gleichförmige Kreisbewegung über kurze Bahnstücke verwendete er die geradlinig-gleichförmige Bewegung, beispielsweise zur Ableitung der Wurfparabel.

Die Tatsache, daß die beiden ersten Keplerschen Gesetze *zusammen* notwendig und hinreichend sind, um die Abhängigkeit der Zentripetalbeschleunigung vom Entfernungsquadrat entsprechend Keplers richtiger Vermutung streng zu begründen, war mit den mathematischen Hilfsmitteln des frühen 17. Jahrhunderts noch kaum zu beweisen⁵. Das Problem hat noch zwei Menschenalter später Newton große Schwierigkeiten gemacht. Wohl aber war Kepler bei der Zusammenstellung des Planetensystems mit dem Satellitensystem Jupiters und mit dem Erdmond im Hinblick auf das dritte Bewegungsgesetz nahe daran, die Abhängigkeit der Zentripetalkraft von der Masse des Zentralkörpers zu entdecken. Er hätte nur das auf den ersten Blick bedenklich erscheinende Wagnis zu unternehmen brauchen, den Quotienten aus zwei heterogenen Größen, nämlich den dritten Potenzen der Bahnradien und den Quadraten der Umlaufsperioden zu bilden, was auch bei dem einzigen Mond der Erde möglich ist⁶. Durchaus unverfälscht dadurch, daß er die Entfernung Sonne-Erde (Astronomische Einheit) noch weit unterschätzte, hätte er zunächst gefunden, daß die eben genannten Quotienten für das Planetensystem und für das Jupitersystem sich, fast genau entsprechend den Volumina von Sonne und Jupiter, rund gerechnet wie 1000 : 1 verhalten. Daß es jedoch nicht auf die Volumina, sondern auf die darin enthaltene Materie ankommt, hätte der Vergleich der Zahlen für das Erde-Mond-System mit jenen des Planetensystems gezeigt. Rechnet man hier mit den Werten, die Kepler vermutlich benutzt hätte, nämlich: scheinbarer Sonnenradius 16 Bogenminuten, Sonnenparallaxe 1 Bogenminute, Mondentfernung 60 Erdradien sowie mit dem längst genau genug bekannten Verhältnis der siderischen Umlaufsperioden 13,37 : 1, dann wären folgende Resultate erschienen: der Quotient a^3/U^2 für die Planeten in bezug auf die Sonne 1052mal so groß wie für den Mond in bezug auf die Erde; dagegen das Verhältnis der Volumina von Sonne und Erde $16^3 = 4096$. Mögen auch beide Zahlen, absolut genommen, sehr weit unter ihren heute bekannten wirklichen Werten liegen, so ist doch ihr Größenverhältnis 1 : 4 richtig, weil beide in gleicher Weise von der dritten Potenz der Astronomi-

schen Einheit abhängen. Man hätte aus dem eben gezeigten Ergebnis schließen müssen, daß in der festen und nichtleuchtenden Erde jene Quantität, die als Systemkonstante im dritten Keplerschen Gesetz maßgebend ist, in kleinerem Volumen viermal dichter gepackt ist als in dem feurigen Ball der Sonne oder im Planeten Jupiter. Die „*Quantitas materiae*“, d. h. die Masse des Zentralkörpers, wäre damit im Sinne Newtons begriffen worden.

Obgleich es Kepler nicht mehr vergönnt war, solche Gedanken noch selbst zu entwickeln, zeigen diese doch, daß seine drei Bewegungsgesetze viel mehr bedeuteten als bloß ein besseres Hilfsmittel zur Vorausberechnung der Planetenerscheinungen. Der Weg, den er eingeschlagen hatte, führte wirklich zu der von ihm angestrebten Physik des Himmels, die in den folgenden Jahrhunderten unter dem Namen Himmelsmechanik ihre Triumphe feiern konnte.

Ebenbürtig neben Keplers Leistungen für die theoretische und praktische Astronomie stehen aber auch seine optischen Untersuchungen, namentlich das Werk „*Dioptrice*“ (1611). Man müßte ihm einen besonderen Vortrag widmen, um nach Gebühr die Fülle der darin niedergelegten experimentellen Ergebnisse und konstruktiver Synthese zu würdigen. Ausgehend von den einfachsten Erscheinungen der Lichtbrechung an ebenen und gekrümmten Flächen werden die Wirkungsweisen einfacher Linsen und ihrer Kombinationen zu zwei- und dreilinsigen optischen Geräten behandelt. Die Bildentstehung im menschlichen Auge und die Korrektur seiner Fehler durch Brillen, die Lupe, das Mikroskop und das Holländische Fernrohr werden großenteils zum erstenmal in den geometrisch-optischen Grundzügen richtig beschrieben. Auch zwei ganz neue Erfindungen erscheinen ohne jede selbstgefällige Hervorhebung an den Stellen, die ihnen nach dem systematischen Plan des Werkes zukommen, nämlich das alsbald schlechthin so genannte „*Astronomische (oder Keplersche) Fernrohr*“, das im wissenschaftlichen Gebrauch rasch das Holländische verdrängte, und das viel später zu Ehren gekommene Tele-Objektiv. Diese bis gegen Ende ihres Jahrhunderts nicht überbotene systematische Darstellung der geometrischen Optik bezeichnet zusammen mit der zwei Jahre früher vollendeten „*Astronomia Nova*“ wohl den Gipfel von Keplers Schaffenskraft.

Auch zu anderen Wissensgebieten hat er manch wertvollen Beitrag geleistet –, eine Vielseitigkeit, die heute auch dem Bestbegabten unerreichbar wäre. Aber Keplers Forscherpersönlichkeit als solche kann auch in der Gegenwart jedem Wissenschaftler, dem Lehrenden wie dem noch Lernenden, als Leitbild vorgestellt werden. Besonders ist hier sein unermüdliches Ringen um tiefere Erkenntnis der Dinge und seine mit strenger Selbstkritik gepaarte Wahrheitsliebe in Wissenschaft und Leben hervorzuheben. Sein Bekenntnis zu dem als wahr Erkannten ließ sich auch durch persönliche Nachteile nicht erschüttern, artete aber nie zu intolerantem Fanatismus ge-

gen andere aus, weil er bei sich und anderen die unvermeidlichen Grenzen menschlicher Irrtumsfähigkeit nicht übersah. Möge sein Beispiel allen an dieser nach Kepler benannten Hochschule Tätigen eine stete Verpflichtung zu wissenschaftlicher Redlichkeit und Toleranz bedeuten!

Lebensdaten der namentlich genannten Gelehrten:
(in der Reihenfolge des Alters)

Nicolaus K o p e r n i k u s

* Thorn 1473 Februar 19;

† Frauenburg/Ermland 1543 Mai 24.

Tyge (Tycho) B r a h e

* Knudstrup/Schonen 1546 Dezember 14;

† Prag 1601 Oktober 24.

Michael M a e s t l i n (Moestlin)

* Göppingen 1550 September 30;

† Tübingen 1631 Dezember 20.

Galileo G a l i l e i

* Pisa 1564 Februar 18;

† Arcetri b. Florenz 1642 Januar 8.

Johannes K e p l e r

* Weil der Stadt b. Stuttgart 1571 Dezember 27;

† Regensburg 1630 November 15.

Isaac N e w t o n

* Whoolsthorpe 1643 Januar 4;

† London 1726 März 31.

NB! Alle Daten vor 1600 sind im Julianischen Kalender („Alter Stil“), alle nach 1600 im Gregorianischen Kalender („Neuer Stil“) zu verstehen.

Formelanhang

Einheiten

Strecken: Astronomische Einheit = mittl. Entfernung Sonne-Erde; Zeit: 1 Jahr; Masse: 1 Sonnenmasse; Winkel: Natürliches Maß arcus.

Bezeichnungen

- U = Umlaufsperiode;
 a = halbe große Achse der Bahnellipse = mittlere Entfernung;
 e = numerische Exzentrizität;
 p = $a(1-e^2)$ Bahnparameter;
 r = Fahrstrahl Sonne-Planet, bzw. Planet-Satellit;
 t = Zeit;
 w = wahre Anomalie, d. h. Winkel zwischen Fahrstrahl und der Richtung zum Perihel (Sonnennächster Punkt der Bahn);
 h = $r^2 \frac{dw}{dt}$ Doppelte Flächengeschwindigkeit;
 b = Zentripetalbeschleunigung;
 M = Zentralmasse (eigentlich: Gesamtmasse) eines Systems.

$$1) \frac{a_2 - a_1}{a_1} = \frac{1}{2} \left(\frac{U_2 - U_1}{U_1} \right)$$

An sich unrichtige Beziehung, die nur dank günstiger Umstände in unserem Planetensystem annähernd zutrifft, wenn man nur von einem Planeten zum nächstäußeren, bzw. speziell auch von Merkur direkt zur Erde fortschreitet.

- 2) $h = \text{const}$ – für jeden einzelnen Planeten oder Satelliten, aber von Planet zu Planet, bzw. Satellit zu Satellit mit verschiedenem Zahlenwert: „Flächensatz“.

- 3) $r = \frac{p}{1 + e \cos w}$ Brennpunktsgleichung eines beliebigen Kegelschnitts (Ellipse, Parabel, Hyperbel).

- 4) $\log U_2 - \log U_1 = 1,5 (\log a_2 - \log a_1)$;
Keplers drittes Gesetz, in Analogie zu der Formel (1) geschrieben.

- 5) Aus den Formeln (2) und (3) zusammen folgt durch die nachstehende Rechnung

$$b = - \frac{h^2}{p r^2}, \text{ d. h. die Zentripetalbeschleunigung ist proportional zu } 1/r^2.$$

Schreibt man zur Abkürzung

$$\frac{dr}{dt} = \dot{r}; \quad \frac{d^2 r}{dt^2} = \ddot{r}$$

und analog für die Ableitungen anderer Größen nach der Zeit, sowie

$$x = r \cos w; \quad y = r \sin w,$$

dann stellt sich die Rechnung folgendermaßen:

$$r = \frac{p}{1 + e \cos w}; \quad e \cos w = \frac{p}{r} - 1;$$

$$\dot{r} = \frac{p e \dot{w} \sin w}{(1 + e \cos w)^2}; \quad h = r^2 \dot{w} = \frac{p^2 \dot{w}}{(1 + e \cos w)^2}$$

$$\dot{r} = \frac{e h \sin w}{p};$$

$$\ddot{r} = \frac{e h \dot{w} \cos w}{p}; \quad \dot{w} = \frac{h}{r^2}$$

$$\ddot{r} = \frac{h^2}{r^3} - \frac{h^2}{p r^2};$$

$$\dot{x} = \dot{r} \cos w - r \dot{w} \sin w; \quad \dot{y} = \dot{r} \sin w + r \dot{w} \cos w;$$

$$\ddot{x} = \ddot{r} \cos w - 2 \dot{r} \dot{w} \sin w - r \dot{w}^2 \cos w - r \ddot{w} \sin w;$$

$$\ddot{y} = \ddot{r} \sin w + 2 \dot{r} \dot{w} \cos w - r \dot{w}^2 \sin w + r \ddot{w} \cos w;$$

Die Komponentendarstellung der Zentripetalbeschleunigung ist aber geometrisch evident:

$$b = \ddot{x} \cos w + \ddot{y} \sin w;$$

Darin $\ddot{x}$ und $\ddot{y}$ eingesetzt, ergibt:

$$b = \ddot{r} - r \dot{w}^2;$$

Dazu der Flächensatz in der Form

$$r \dot{w}^2 = (r^2 \dot{w})^2 / r^3 = h^2 / r^3, \text{ liefert endlich}$$

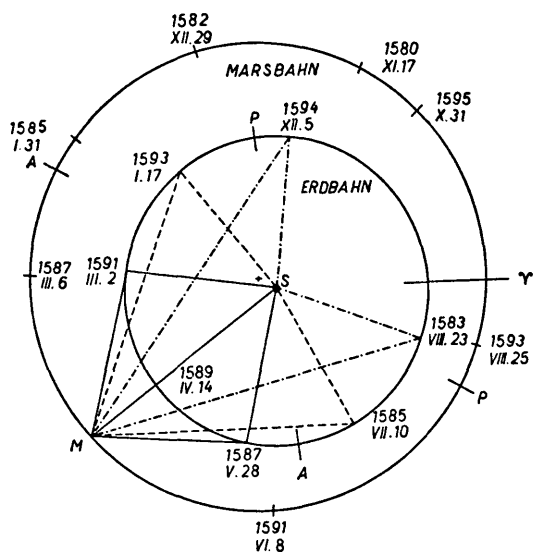
$$b = \frac{h^2}{r^3} - \frac{h^2}{p r^2} - \frac{h^2}{r^3}; \quad b = - \frac{h^2}{p r^2}.$$

$$6) \text{ Umlaufperiode} = \frac{\text{Ellipsenfläche}}{\text{Flächengeschwindigkeit}}$$

$$U = \frac{\pi a^2 \sqrt{1 - e^2}}{h/2}; \text{ folglich } \frac{a^3}{U^2} = \frac{h^2}{4 \pi^2 p} = M;$$

$$h = 2 \pi \sqrt{M p}; \quad b = - 4 \pi^2 M / r^2;$$

Das ist aber genau das Newtonsche Gravitationsgesetz: Flächengeschwindigkeit und Parameter jeder speziellen Bahn wurden eliminiert. Übrig bleibt allein die Abhängigkeit der Zentripetalbeschleunigung von der Masse des Systems und vom variablen Entfernungsquadrat.



Bahnen des Mars und der Erde (zu S. 96 f.)

- | | | |
|---|---|----------------------------|
| S | Sonne | |
| + | Geometrischer Mittelpunkt der Marsbahn | |
| A | Aphel (Sonnenferne) | } je auf Erd- und Marsbahn |
| P | Perihel (Sonnennähe) | |
| V | Richtung zum Frühlingspunkt des Himmels | |

M Ort des Mars bei der Opposition 1589 IV. 14, sowie an folgenden, um ganzzahlige Vielfache seiner Umlaufperiode vorausgehenden und nachfolgenden Daten:

1583 VIII. 23	1591 III. 2
1585 VII. 10	1593 I. 17
1587 V. 28	1594 XII. 5

Ferner sind auf der Marsbahn markiert die Stellungen dieses Planeten bei den nach-
genannten Oppositionen:

1580 XI. 17	1589 IV. 14 (M)
1582 XII. 29	1591 VI. 8
1585 I. 31	1593 VIII. 25
1587 III. 6	1595 X. 31

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: [Jahrbuch des Oberösterreichischen Musealvereines](#)

Jahr/Year: 1974

Band/Volume: [119a](#)

Autor(en)/Author(s): d'Occhieppo Konradin

Artikel/Article: [Keplers Weg zur Physik des Himmels. 91-106](#)