© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Die Prinzipien der Mechanik bei Boltzmann und Hertz

von

Johannes Classen.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Noch bis vor nicht langer Zeit hat wohl zweifellos den Physikern stets das Ziel vorgeschwebt, für die Erscheinungen in der unbelebten Natur die richtige Erklärung zu finden durch Zurückführen derselben auf wenige allgemeine Naturgesetze vermittelst mathematisch-mechanischer Darstellungsweise. Erst bei Kirchhoff tritt zum ersten Mal der Gedanke auf, dass die analytische Mechanik und damit auch die Physik niemals etwas anderes zu leisten habe, als eine möglichst einfache und genaue Beschreibung der Vorgänge zu schaffen. Von dem Wahne des Erkennens soll sich die Wissenschaft bescheiden zur schlichten, naturgetreuen Beschreibung. Um diesen Umschwung richtig zu würdigen, müssen zunächst einige Worterklärungen festgelegt werden.

Wenn wir glauben, das Aufeinanderfolgen zweier Vorgänge verstanden zu haben, so drücken wir das dadurch aus, dass wir sagen, der eine ist die Ursache des anderen. Das ist offenbar nur eine Namengebung, durch welche unsere Gewissheit in der Kenntniss des Aufeinanderfolgens um nichts gefördert wird; wir bringen durch die Anwendung des Causalitätsbegriffes nur unsern Glauben zum Ausdruck, dass das von uns in der Erfahrung beobachtete Aufeinanderfolgen auf einem uns unbekannten in der Natur selbst liegenden Grunde beruhe. Wenn aber auch unsere Erkenntniss selbst nicht gewonnen hat, so ist doch unsere Stellungnahme zu dem Vorgange durch Anwendung des Wortes „Ursache“ eine andere geworden, wir sprechen damit aus, dass wir, für den Augenblick wenigstens, in der Annahme des Zusammenhanges als einer Naturnothwendigkeit eine befriedigende Erklärung erblicken wollen. Es ist daher ganz dasselbe, ob man sagt: „eine Erscheinung erklären, heisst sie auf ihre Ursachen zurückführen“ oder „einen Vorgang als Ursache eines andern ansehen, heisst mit der Annahme einer Naturnothwendigkeit für das Aufeinanderfolgen sich begnügen.“

Sollte demnach die Physik wirklich die Aufgabe haben, für die Vorgänge in der Natur eine Erklärung zu geben, so müsste sich einsehen lassen, warum wir mit der Einführung gewisser Gesetze als Naturnothwendigkeiten uns begnügen müssen. Dem entsprechend hat man auch thatsächlich zu allen Zeiten versucht, das eine oder andere Gesetz als ein derartiges Grundgesetz aufzustellen, und hat dann in dem Entwickeln der Vorgänge aus diesem Gesetz heraus die Erklärung gefunden; nur an einer ausreichenden Begründung, warum man gerade mit diesem Grundgesetz sich zufrieden geben kann, hat es noch stets gefehlt.

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Wir haben nun eine, aber auch nur eine Möglichkeit, darzustellen, dass irgend Eins mit Nothwendigkeit irgend ein Anderes zur Folge hat, das ist die zwingende Kraft, mit der in der mathematischen Ableitung aus dem Vordersatz der Nachsatz sich ergiebt; alle sonstigen Herleitungen von Gesetzen in allen andern Wissenschaften sind nur Anwendungen der Begriffe „Ursache“ und „Wirkung“ in dem oben angegebenen Sinne. Solange daher die Physik als ihr Ziel ansieht, für die Erscheinungen wirkliche Erklärungen zu geben, muss sie sich jedenfalls beschränken auf solche Vorgänge, die sich mathematisch darstellen lassen, oder in Hertz'scher Sprache ausgedrückt: da das Grundgesetz denknothwendige Folgen zu ziehen gestatten muss, muss es mathematisch formulirt sein. Daher muss auch die Physik mit Grunddefinitionen beginnen, wie jeder Zweig der Mathematik, und kann dabei natürlich den ganzen Schatz der mathematischen Wissenschaft für sich als gegeben ansehen. Die Mathematik kann nun Reihen von Punkten, Schaaren von Linien und Flächen nach jeder gewünschten Gesetzmässigkeit zur Darstellung und Untersuchung bringen; sie kann durch kontinuirliche Aenderung eines Parameters ein Raumgebilde eine Reihe von Lagen durchlaufen lassen. Indem nun die Mechanik festlegt, dass die Werthe eines solchen in der Mathematik willkürlichen Parameters bei ihr übereinstimmen sollen mit den nach unsern erfahrungsmässig festgelegten Zeitmaassen gemessenen Zeitabschnitten, die von einem willkürlich zu wählenden Augenblick an verflossen sind, spricht sie aus, dass sie eine Bewegung beschreiben will, die zwar nur von uns erdacht ist, die aber vorgestellt werden soll, als eine in Wirklichkeit ablaufende Bewegung. Alle so dargestellten Bewegungen sind aber immer nur Bewegungen mathematischer Gebilde. Um auch noch zum Ausdruck zu bringen, dass Bewegungen behandelt werden sollen von Körpern, wie sie in der Natur vorkommen, bedarf die Mechanik noch der Einführung eines zweiten Begriffes. Dies geschieht dadurch, dass jedem Raumelement ein bestimmter Inhalt, und damit seiner Bewegung ein gewisser Werth beigelegt wird. Mag man nun die genaue Definition des Massenbegriffes nach der Art von Hertz wählen oder nach Mach (Boltzmann), jedenfalls ist die Einführung eines derartigen Begriffes als eines Werthfaktors in den Gleichungen für die Mechanik unbedingt erforderlich, um den Schritt von rein mathematischen Raumgebilden zu Körpern zur Darstellung zu bringen. Durch die Einführung der beiden Begriffe, des Zeitmaasses und der Masse schreibt die Mechanik vor, dass die von ihr beschriebenen Vorgänge angesehen werden sollen, als wenn es wirkliche Bewegungen in der Natur vorhandener Körper wären; aber etwas anderes, als eine rein mathematische Beschreibung gedachter Vorgänge kann die Mechanik offenbar mit diesen Mitteln allein niemals liefern. Freilich hat eine gewisse Art der Namengebung, die sich in der Mechanik als bequem darbietet, schon oftmals den Schein erweckt, als wenn ihren

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Sätzen ein anderer, tieferer Werth zukommen könne; allein es liegt in der Einführung des Wortes Kraft für das Produkt aus Masse und Beschleunigung offenbar nur derselbe Fall vor, wie bei der Anwendung der Worte Ursache und Wirkung. Es liegt von vornherein in der Methode der Mechanik die Dinge so darzustellen, als wenn sie wirklich wären. Wenn nun bei einer Bewegung z. B. der Planetenbewegung, die Beobachtung zeigt, dass sie übereinstimmt mit der Beschreibung derselben nach Newtons Gravitationsgesetz, so können wir schliessen, dass nach aller uns bekannten Erfahrung eine Beschleunigung der Planeten gegen die Sonne, wie das mathematische Gesetz sie ausspricht, wirklich besteht; sowie wir aber hierin eine in der Natur selbst begründete Kraft erblicken, so kann das nur heissen, wir sind mit der Erklärung der Planetenbewegung durch die Zurückführung auf diese Kraft zufrieden. Da wir aber niemals den Nachweis bringen können, dass wir hiermit zufrieden sein müssen und uns auch die Erfahrung nicht sagen kann, dass das Gravitationsgesetz auch für alle zukünftig beobachteten Fälle sich immer wieder bestätigen wird, so bleibt die Darstellung der Mechanik mit den genannten Mitteln in diesem Falle, wie in jedem andern, vom strengen Standpunkt der Wissenschaft aus, immer nur eine Beschreibung. Nach den Arbeiten von Kirchhoff und Mach, besonders auch nach dem neuesten Werke von Boltzmann dürften denn auch die Zweifel überall beseitigt sein, dass die Newton'schen Prinzipien der Mechanik als Definitionen in geeigneter Weise vorangestellt werden können, aus denen der ganze weitere Aufbau sich dann ergiebt, nach denselben rein logischen Entwicklungen, wie sich jeder mathematische Wissenschaftszweig aus den vorauszuschickenden Grundbegriffen aufbaut.

Freilich hat man schon seit der eigentlichen Begründung der analytischen Mechanik durch Lagrange immer wieder versucht, für dieselbe den Anspruch auf einen tieferen Werth, als den einer blossen Beschreibung zu erheben. Man hat auch stets das richtige Gefühl gezeigt für das, wodurch allein ein solch tieferer Werth der Mechanik gegeben werden könnte. Wenn ein Geist im Stande wäre, die Lagen und die Geschwindigkeiten aller Massen im Raume zugleich zu erfassen und er kennte dann die Weltformel, nach der die Natur wirklich die einzelnen Massen ihre Bewegungen gegenseitig bestimmen lässt, dann könnte er den ganzen Verlauf der Erscheinungen im Voraus berechnen.

Wenn wir neben unsern Definitionen noch ein Grundgesetz hätten, nach dem die Natur wirklich verfährt, ja, dann könnten wir allerdings in einer solchen mechanischen Darstellung eine Erklärung erblicken, die uns das Schaffen der Natur wiedergiebt. Aber welches ist dies Gesetz? Ist es das d'Alembert'sche Prinzip, das Prinzip der kleinsten Wirkung oder des kleinsten Zwanges, die Unmöglichkeit des Perpetuum mobile, oder das Energiegesetz? Woher sollen wir einen Beweis für irgend eins dieser Gesetze

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

nehmen, der sich nicht auf unsern Grunddefinitionen und einigen willkürlichen Definitionen aufbaut? Philosophisch ist ein solcher Beweis nie zu erbringen, denn auf diesem Wege können wir vielleicht die Anwendbarkeit gewisser Begriffe in der Erfahrung wahrscheinlich machen, aber warum wir gerade diese Begriffe in diese besondere mathematische Form einzukleiden haben, wie obige Gesetze sie verlangen, geht über die Möglichkeit einer metaphysischen Beweisführung weit hinaus und dadurch eben wird jeder Versuch von Seiten der Philosophie zu einem Beweise zu gelangen, von vornherein aussichtslos. Und in der mathematischen Methode haben wir überhaupt nicht die Fähigkeit zu irgend einem Beweise, der sich nicht aus den Anfangsdefinitionen herausleitet. In richtiger Consequenz dieser Thatsachen hat denn auch Boltzmann in seiner neuen Darstellung der Prinzipien der Mechanik kein Grundgesetz an die Spitze gestellt, sondern nur sieben Grundannahmen, welche die Definitionen sind, für alle die Begriffe, mit denen im Folgenden gearbeitet werden soll. Nur eine von diesen Definitionen dürfte anfechtbar sein, nämlich die, in welcher festgelegt wird, dass ein Massentheilchen eine Beschleunigung erhalten kann, deren Grösse eine Funktion der Entfernung von einem andern Massentheilchen ist und deren Richtung in der Richtung der Verbindungslinie beider liegt. Es lässt sich nicht leugnen, dass an Stelle dieser wohl auch eine andere stehen könnte, dass hier mithin nach einer gewissen Willkür verfahren ist. Boltzmann erklärt aber auch ganz offen, dass er von allen denkbaren Fällen eben nur die betrachten will, die sich mit dieser Annahme vertragen, und die Erfahrung scheint ihm auch insofern Recht zu geben, als sich bisher wenigstens wohl noch kein Fall nachweisen liesse, der sich dieser Betrachtungsweise unbedingt widersetzte. In der Willkür dieser Annahme liegt aber auch zugleich das ehrlichste Bekenntniss, wie es auch offen ausgesprochen ist, dass es sich nur um eine Beschreibung selbst ausgewählter Fälle handeln kann.

Wenn auch diese Boltzman'sche Arbeit erst ganz neuerdings erschienen ist, so waren alle diese Betrachtungen zu der Zeit, als Hertz seine Prinzipien der Mechanik entwarf, der Sache nach schon lange bekannt und auch anerkannt, und doch hat Hertz seiner Mechanik wieder ein allgemeines Grundgesetz an die Spitze gestellt, aus dem der gesammte Inhalt der physikalischen Erfahrung sich herleiten lassen soll. Wie ist das möglich? Wie ist der Beweis oder auch nur das Wahrscheinlichmachen eines solchen Gesetzes möglich. In welchem Verhältniss kann dieses Gesetz zu einem eventuell vorhandenen allgemeinen Naturgesetz stehen? Das sind Fragen, die Jedem sich aufdrängen müssen, der mit Verehrung zur Hertz'schen Meisterschaft im physikalischen Forschen aufblickt.

Schlagen wir die Seiten in Hertz's Mechanik auf, wo das Grundgesetz mathematisch formulirt wird, so sehen wir, dass sein Grundgesetz ganz

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

direkt die Lagrange'schen allgemeinen Bewegungsgleichungen sind. Es ist nicht eine glückliche Combination des Newtons Trägheitsgesetzes mit Gauss' Prinzip des kleinsten Zwanges, es ist kein Minimumgesetz, kein Integralgesetz, sondern es ist eben jene eigenthümliche Differentialgleichung, von der wir durch Maxwell und Helmholtz wissen, dass sie in den verschiedensten Theilen der Physik zugleich ihre Anwendung findet, sobald es nur gelingt, den Coordinaten in derselben die geeignete Deutung zu geben. Schlagen wir dann zurück und sehen, wie es Hertz möglich geworden, sein Prinzip in dieser charakteristischen Form auszusprechen, so sehen wir, dass hier eine Entdeckung eigener Art vorliegt. Anders kann man es kaum nennen, wenn Hertz uns zeigt, dass die mathematische Combination, die in der Lagrange'schen Gleichung vorliegt, und deren Werth wir für die Physik schon kennen, auch in der reinen Mathematik schon eine besondere Bedeutung hat. Nachdem Hertz in dem ersten Theil seiner Mechanik die mathematische Darstellung von Bewegungsmöglichkeiten von vornherein bis zur grössten Mannigfaltigkeit getrieben hat, entnimmt er der Geometrie des Raumes die Begriffe der kürzesten, geodätischen und geradsten Bahnen und dadurch schon wird der Grundtypus für das spätere Grundgesetz gewonnen.

Noch beliebig viele andere Bahnen liessen sich konstruiren, aber das Grundgesetz stellt die Behauptung auf, dass von allen mathematisch möglichen, die mathematisch einfachsten, nämlich die geradesten Bahnen in der Natur vorkommen. Gerade wie Boltzmann bei seiner oben genannten Grundannahme, so erklärt auch Hertz, dass in seiner Mechanik eben nur solche Fälle behandelt werden sollen, die seinem Grundgesetze folgen, und gerade so, wie Boltzmann kommt auch er zu dem Schluss, dass aus der Erfahrung bisher kein Grund zu entnehmen ist, dass diese Mechanik nicht ausreichen sollte. Aber doch ist der Standpunkt ein anderer. Boltzmann's Hypothese ruht auf einer physikalischen Vorstellung von einem Theilchen, das ein anderes in Bewegung setzt, in der reinen Mathematik kommt derartiges nicht vor; aus der Erfahrung direkt ein Urtheil über die Wahrscheinlichkeit dieser Hypothese zu gewinnen, ist undenkbar, da die kleinsten Theile, auf die es sich bezieht, immer unzugänglich sind. Daher ist jede andere Hypothese, die nur schliesslich auch auf das Prinzip des kleinsten Zwanges führt, gleichberechtigt; und dass derartige Hypothesen möglich sind, dürfte einem Mathematiker nicht zweifelhaft sein. Die Boltzmann'sche Hypothese, wenn auch gegenwärtig wohl die einfachste, bleibt doch eine Willkürlichkeit. Anders bei Hertz. Denkbar ist, dass man andere, als die geradesten Bahnen als die natürlichen anzusehen versucht, aber mathematisch unmöglich ist, dass auch andere Bahnen durch die Lagrange'sche Form dargestellt werden, denn der Begriff der geradesten Bahn ist der Raumgeometrie entnommen und gerade der und kein anderer stellt sich in dieser

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

charakteristischen Form dar. Wir können mathematisch ja auch die Gesetze von Räumen mit mehr als drei Mannigfaltigkeiten entwickeln, aber der Raum, indem die Natur sich uns offenbart, hat eben immer nur drei Dimensionen. Sollte man im Sinne von Hertz nicht auch sagen können: wir können uns wohl denken, dass die Bahnen in der Natur auch nach allen möglichen anderen Formen sich gestalten, aber bis jetzt hat die Natur uns nur immer gezeigt, dass die Lagrange'schen Gleichungen in ihr gelten, mithin die geradesten Bahnen in ihr verwirklicht sind.

Noch in anderer Weise steht Hertz in seiner Mechanik Boltzmann gegenüber. Wer das alte Ideal der Physik, uns eine „Erklärung" der Naturerscheinungen zu geben, aufgeben kann, der kann sich der Richtung von Boltzmann anschliessen. Wer dasselbe aber nicht aufgeben will, der bedarf eines Gesetzes, welches, als allgemeines Naturgesetz anzusehen, er sich begnügen darf. Eine Annahme, wie die von Boltzmann, darf man nicht als solches ansehen, denn sie enthält eine Willkür; daher kann man von der Seite her nie zu etwas anderem kommen, als zu einer Beschreibung der Erscheinungen. Kein Gesetz, welches nur in der Erfahrung seine Bestätigung findet, darf als Naturgesetz angesehen werden. Nun hat aber das Hertz'sche Grundgesetz neben seiner Bestätigung in der Erfahrung eine Begründung in seiner mathematischen Form. Bedenken wir noch, dass wir von der Natur nie anders, als durch die Erfahrung etwas lernen können, und fordern wir doch von unserm Standpunkte der Natur gegenüber, dass uns ein Grundgesetz erfassbar sei, so kann eben nur die Form des Gesetzes, dessen Inhalt wir in der Erfahrung finden, für uns bestimmend sein, um ihm einen Vorzug vor einem andern zu geben. Und dieser Anforderung für seine Form (das kann eben immer nur seine ganz genaue mathematische Formulirung sein) eine ausserhalb der Erfahrung liegende Begründung zu haben, genügt gerade das Grundgesetz von Hertz.

Vielleicht an keiner Stelle im Reiche der gesammten Wissenschaften tritt so offenbar zu Tage, wie sehr unsere ganze Weltanschauung in letzter Instanz von unserm freien Willen abhängt.

Wollen wir den Glauben in uns erhalten, dass wir im Stande sind, den grossen, gesetzmässigen Zusammenhang in der Natur zu erkennen, so müssen wir uns vor allem klar machen, wann wir etwas erkannt oder erklärt nennen wollen. Für die Physik kann das immer nur ein Zurückführen auf ein Grundgesetz sein, mit dem wir nach unsern Fähigkeiten zufrieden sein können und müssen. Damit sind wir bei Hertz und wir dürfen wohl unserm Geist die Fähigkeit zutrauen „wirkliche dynamische Modelle der Dinge zu bilden und mit ihnen zu arbeiten". Das ist wenig, verglichen mit dem, was Schwärmerei träumen mag, aber doch alles, was menschlichen Fähigkeiten erreichbar ist. Wer das nicht nimmt, dem bleibt nur die mathematische Beschreibung, und das ist noch viel weniger. Denn bei

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

einem „wirklichen dynamischen Modell“ berechtigen uns die denknothwendigen Folgen zu Schlüssen, deren Eintreffen wir mit unbedingter Sicherheit in dem dargestellten Naturvorgang erwarten können. Gelingt uns dabei einmal nicht die Uebereinstimmung unserer Schlüsse mit der Erfahrung nachzuweisen, so haben wir die Natur noch nicht richtig verstanden oder gedeutet, aber unser Gesetz mit seinen Schlüssen bleibt doch richtig. Beschränkt man sich aber auf die blosse Beschreibung, so bleibt in einem Falle Nichtübereinstimmens zwischen Natur und Rechnung völlig unsicher, ob nur die Deutung oder unsere ganze Beschreibung falsch ist.

Dass aber auch das System von Hertz verständigen Ansprüchen reichlich genügen kann, wird ein Blick auf die Hauptmerkmale in seinem Aufbau zeigen. Dass zunächst Hertz mit der von Kirchhoff ausgegangenen Aufgabestellung für die Physik, die dieser nur die Möglichkeit einer Beschreibung einräumt, nicht einverstanden ist, spricht er aus im § 313:

„Wir betrachten eine Erscheinung der Körperwelt als mechanisch und damit als physikalisch erklärt, wenn wir sie erkannt haben als denknothwendige Folge des Grundgesetzes und der von der Zeit unabhängigen Eigenschaften materieller Systeme“.

und § 314:

„Die vollständige Erklärung der Erscheinungen der Körperwelt würde also erfordern:

1) ihre mechanische oder physikalische Erklärung;

2) eine Erklärung des Grundgesetzes;

3) die Erklärung der ausserzeitlichen Eigenschaften der Körperwelt. Die zweite und dritte dieser Erklärungen aber rechnen wir nicht mehr in das Gebiet der Physik“.

Die zweite dieser Erklärungen gehört in das Gebiet der Philosophie und dürfte sich auf dem Wege ergeben, wie hier gezeigt wurde. Die dritte gehört in das Gebiet der rein mathematischen Speculation, wie weiter unten gezeigt werden soll.

Es ruht nun das Hertz'sche System auf drei allerdings nur mathematischen Willkürlichkeiten, das sind:

1) die Darstellung der Bewegung eines Systems durch die Bewegung des Massenmittelpunktes,

2) Die Einführung eines festen, d. h. von der Zeit unabhängigen Zusammenhanges zwischen Theilen des Systems,

3) das Grundgesetz.

Die Einführung des Massenmittelpunktes geschieht zwar nicht offen unter diesem Namen, es ist aber nichts anderes, wenn Hertz die Bewegung darstellt durch die Einführung des quadratischen Mittelwerthes der Einzelbewegungen. Es ist dies eine That des Zusammenfassens, die wir auf irgend eine Weise vollbringen müssen, wenn wir die unendliche Vielheit

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

der Einzelbewegungen mit einmal übersehen wollen. Ob man hier auch anders verfahren kann, ist vorher nicht zu wissen; versucht ist es jedenfalls noch nicht, sollte es möglich sein, so wäre noch ein anderes gleichberechtigtes System neben diesem denkbar.

Die Einführung fester Zusammenhänge zwischen einzelnen Theilen der Systeme ist zunächst nicht identisch mit der Einführung starrer Verbindungen, sondern diese sind nur ein Spezialfall der zulässigen Zusammenhänge. § 209 sagt:

„Zwischen einer Anzahl von materiellen Punkten besteht ein Zusammenhang, wenn aus der Kenntniss eines Theils der Componenten der Verrückungen dieser Punkte eine Aussage in Bezug auf die übrigen Componenten möglich ist".

Ferner wird von dem Zusammenhange in einem materiellen freien System nur noch verlangt, dass er stetig ist, dass er ein innerer ist, d. h. nur die Lage der Punkte, die zu dem System selbst gehören, betrifft, und dass er unabhängig von der Zeit ist. Es wird dann gezeigt, dass jeder derartige Zusammenhang sich darstellen lässt, durch „eine Anzahl homogener, linearer Gleichungen zwischen den Differentialen der Coordinaten, deren Coeffizienten stetige Funktionen möglicher Werthe der Coordinaten sind". Diese Gleichungen heissen Bedingungsgleichungen des Systems und jede Anzahl von Gleichungen dieser Form, die kleiner als die Zahl der Coordinaten ist, kann als System von Bedingungsgleichungen angenommen werden.

Offenbar ist hier eine viel grössere Mannigfaltigkeit zulässig, als nur die starre Verbindung.

Diese Einführung eines Zusammenhanges entspricht hier offenbar der obengenannten Hypothese von Boltzmann in dessen Darstellung. Während aber die Boltzmann'sche Annahme nur veranlasst sein kann durch den Gedanken, dass eine derartige Beziehung in der Erfahrung wirklich anzutreffen zu sein scheint, bleibt den entsprechenden Ueberlegungen bei Hertz „die Erfahrung noch völlig fern." (§ 295.) Die Formulirung ist nur aus rein mathematischen Gründen getroffen. Aber diese Formulirung geschieht freilich „im Hinblick auf mögliche Erfahrungen" (§ 295), denn es ist nicht in erster Linie die Aufgabe der Mechanik, die innerste Beschaffenheit aller Naturvorgänge aufzudecken, sondern sie soll uns vielmehr in den Stand setzen, die Erscheinungen als denknothwendige Folgen des Grundgesetzes zu verstehen.

Nun steht aber ein Vorgang in der Natur nie allein da, sondern er ist stets durch innere und äussere Beziehungen mit allen andern verknüpft. Wir können unsere Betrachtungen aber zunächst immer nur auf eine Seite eines einzelnen Vorganges zur Zeit richten, wir sehen daher stets alle andern Beziehungen als Verbindungen an, die bei unserer Betrachtung konstant sind. Daher kann auch nur eine solche Mechanik den zu erwartenden

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Problemen gerecht werden, bei der auch nach Einführung derartiger Verbindungen die Anwendung des Grundgesetzes noch möglich ist. Dadurch ist die Einführung derartiger Zusammenhänge gerechtfertigt, zugleich ist aber auch klar, dass diese Mechanik immer nur Einzelvorgänge behandelt und dass zur vollständigen Erklärung der Körperwelt noch eine Erklärung dieser Zusammenhänge erforderlich ist, die Hertz aber ausdrücklich nicht mehr zu den Aufgaben seiner Mechanik rechnet.

In Betreff der dritten Grundlage des Hertz'schen Systems, des Grundgesetzes, dürfte oben schon die genügende Begründung gegeben sein, es erübrigt nur noch einen Blick zu werfen, wie diese Mechanik praktisch anzuwenden ist. Die Lagrange'schen Gleichungen, oder eine der von ihnen abgeleiteten Formen, sind die analytische Darstellung des Grundgesetzes. Die Physik hat die Aufgabe, alle Vorgänge, die sie behandelt, so darzustellen, dass sie als ein besonderer Fall der Gültigkeit dieser Gleichungen erkannt werden. Seit Maxwell und Helmholtz dürfte thatsächlich das Vorgehen der Physik hierdurch sehr richtig charakterisirt sein. In den Gleichungen treten auf: eine Energiegrösse, ein Parameter und eine Grösse von der die Variation des Parameters abhängt. Aufgabe der Physik ist es, in den einzelnen Erscheinungen nachzuweisen, welcher Antheil in dem Vorgang als Energiegrösse anzusehen ist, welcher als Parameter und was als Einfluss aus dem im Uebrigen nicht mit betrachtetem Zusammenhang im System auf die Grösse des Parameters anzusehen ist. Ein physikalisches Problem ist hierbei erst dann vollständig gelöst, wenn es dargestellt ist durch ein System Lagrange'scher Gleichungen und ein System homogener linearer Gleichungen zwischen den Differentialen der in den Lagrange'schen Gleichungen auftretenden Coordinaten. Letztere stellen dann die in dem betreffenden Falle anzunehmenden inneren Zusammenhänge dar.

Ich wüsste nicht, wie eine klare, durchdachte Energetik eine bessere Stütze sich wünschen könnte, als gerade diese Mechanik. Schliesslich noch Eins, was die Einführung der „verborgenen" Massen bei Hertz betrifft. Wir sind bekanntermassen nicht immer im Stande, um ein Problem physikalisch darzustellen, als Parameter oder Coordinaten Grössen einzuführen, durch welche nur die Lagen von sinnlich wahrnehmbaren Massen bestimmt sind, wie es diese Mechanik zunächst verlangt, sondern wir sind oft genöthigt, Grössen einzuführen, z. B. bei der Stärke des elektrischen Stromes, durch deren Aenderung eine Aenderung in der Lage sinnlich wahrnehmbarer Massen nicht eintritt. Dann sagt Hertz: § 594. „Wir sagen ein System enthalte verborgene Massen, wenn durch die der Beobachtung zugänglichen Coordinaten des Systems noch nicht die Lage aller Massen des Systems bestimmt ist, sondern nur die Lage eines Theiles derselben." Damit ist nichts anderes gesagt, als was die Physik schon immer gethan hat, indem sie von dem sinnlich nicht wahrnehmbaren Aether spricht. In richtiger Würdigung des unbedingt

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

Nöthigen hat Hertz den treffenden Namen „verborgene Massen“ gewählt, ohne dabei auch nur die allergeringste Hypothese über Eigenschaften dieser Massen einzuführen, als ihre Existenz.

Diese Massen werden auch lediglich dazu gebraucht, die Einführung von Parametern zu rechtfertigen, die wir zur Anwendbarkeit der Lagrangeschen Gleichungen und der Bedingungsgleichungen des Systems erfahrungsgemäss nöthig haben. In diesem Sinne ist die Einführung derartiger Massen nöthig und berechtigt, da ihr der Natur der Sache nach durch die Erfahrung nicht widersprochen werden kann. In der Einführung der verborgenen Massen bei Hertz schon ein Erklären durch einen inneren Mechanismus finden zu wollen, widerspricht dagegen dem ganzen Werke, denn ein Zurückführen auf einen derartigen Mechanismus muss zu dem dritten der oben genannten der Erklärung bedürftigen Dinge gewiesen werden, der Erklärung der ausserzeitlichen Eigenschaften der Körperwelt. Diesen Theil rechnet Hertz aber gar nicht mehr zur Physik.

Was nun schliesslich diese Erklärung der „ausserzeitlichen Eigenschaften“ anbetrifft, so kann darunter nur verstanden werden, die Erklärung dafür, dass solche mathematische Zusammenhänge zwischen den wahrnehmbaren und auch den verborgenen Massen, wie wir sie bei der Lösung physikalischer Probleme im Hertzschen Sinne thatsächlich vorfinden, zwischen den Massen in der Natur vorkommen können. Um dafür eine Erklärung zu finden, müssen wir uns alle Zusammenhänge fortdenken und überhaupt alle Verschiedenheiten im Raume. Dann bleibt nur der ganz kontinuirlich mit Massentheilchen homogen erfüllte Raum, alle Unterschiede sind nur Bewegungsverschiedenheiten. Um der Zugänglichkeit für die mathematische Behandlung willen, dürfen wir alle Uebergänge als stetig ansehen und haben dann das Problem, wie können in einem homogenen, inkompressiblen Medium durch blosse Bewegungsdifferenzen Zustände zu Stande kommen, die obigen Bedingungsgleichungen für Massensysteme Genüge leisten können. Damit sind wir bei Thomsons Wirbeltheorie. Das Problem ist offenbar ein rein mathematisches, ob es eine Lösung hat, ist völlig ungewiss, es kann auch mehrere gleichzeitig haben. Die Lösung ist ein mathematisches Ideal, aber da unser Interesse an der Natur nicht an die Erreichbarkeit dieses Ideals geknüpft ist, gehört es auch nicht mehr zur Physik. Zwischen die Lösung des mathematischen Ideals und die Thätigkeit der reinen Physik lassen sich nun allerdings mit gutem Nutzen noch eine Reihe partieller und hypothetischer Lösungen einfügen. Die Lösungen sind partiell, weil sie nicht alle Zusammenhänge erklären, und sie sind hypothetisch, weil sie gewisse Zusammenhänge zu einem bestimmten Zwecke als vorhanden annehmen. Als eine derartige partielle Lösung kann Boltzmann's Mechanik gelten. Ebenso geben uns die kinetische Gastheorie, die Elastizitätstheorie des Lichtes und viele andere solche partielle Lösungen. Derartige Theorien sind Beschreibungen

© Biodiversity Heritage Library, http://www.biodiversitylibrary.org/; www.zobodat.at

möglicher Vorgänge, deren denknothwendige Folgen mit gewissen beobachteten Erscheinungen bis zu einem gewissen Grade übereinstimmen und sind in diesem Sinne partielle Lösungen; sie sind dynamische Modelle der betrachteten Vorgänge. Als solche sind sie von grossem Nutzen zum Auffinden neuer Beziehungen und Zusammenfassen verschiedener Erscheinungen, aber sie sind immer nur Beschreibungen, keine physikalischen Erklärungen. Ihr Werth besteht in dem Grade der Uebereinstimmung mit der Erfahrung, sie können aber stets durch die Erfahrung überholt werden. Aus einer vollständigen Lösung der Aufgabe der Physik würden alle diese hypothetischen Gebilde wieder verschwinden müssen, denn diese hat die Thatsachen nur darzustellen durch das System der Differentialgleichungen des Grundgesetzes, die Hypothesen helfen uns nur den Weg finden, wie die Gleichungen in dem einzelnen Falle anwendbar sein können, d. h. welche Thatsachen der Erfahrung durch welche Elemente der Formeln wiederzugeben sind. Sobald dies erreicht ist, tritt die Hypothese wieder zurück (falls überhaupt eine solche benutzt wurde, was nicht immer nöthig zu sein scheint), und im Hintergrunde bleibt nur das rein mathematische Ideal.

Wenn nun auch meines Wissens eine derartige, weitgehende Auffassung der Prinzipien der Mechanik von Hertz in den mancherlei Besprechungen dieses Werkes noch nicht hervorgehoben ist, so glaube ich doch, dass man zu derselben sich wird hindurcharbeiten müssen, wenn man denkt an das, worauf Hertz den Hauptwerth legt, ja „einzig“ Werth legt, das ist „die Anordnung und Zusammenstellung des Ganzen, also die logische oder wenn man will, die philosophische Seite des Gegenstandes“. Oder wie er an anderer Stelle sagt: „ob es (das Bild) auch nur alle gegenwärtige Erfahrung umfasst, alles dies ist mir fast Nichts gegen die Frage, ob es in sich abgeschlossen, rein und widerspruchsfrei ist.“

Der Zweck dieser Zeilen ist erreicht, wenn es mir gelungen ist, darauf hinzuweisen, dass in der Mechanik von Hertz mehr enthalten ist, als die bisherigen Erwähnungen derselben (bei Hehn, Boltzmann, Mach) haben erkennen lassen, und dass diese Mechanik einen andern Standpunkt in Bezug auf die Aufgabe der Physik vertritt, als gegenwärtig meist angenommen wird.

ZOBODAT - www.zobodat.at

Zoologisch-Botanische Datenbank/Zoological-Botanical Database

Digitale Literatur/Digital Literature

Zeitschrift/Journal: Jahrbuch der Hamburgischen Wissenschaftlichen Anstalten

Jahr/Year: 1897

Band/Volume: 15

Autor(en)/Author(s): Classen Johannes

Artikel/Article: Die Prinzipien der Mechanik bei Boltzmann und Hertz 25-37